

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА В УСЛОВИЯХ ДРОБОВОГО ШУМА И БЕЛОГО ШУМА

**А.С. Мазманишвили, О.Я. Никонов\***

*Сумский государственный университет, г. Сумы*

*\*НТУ «Харьковский политехнический институт», г. Харьков*

*В статье рассматривается временная эволюция транспортного звена, описываемая дифференциальным уравнением с возмущающим воздействием в правой части. В качестве возмущения использованы помехи двух видов: белый шум и дробовой шум, энергетические параметры которых согласованы. Приведены временные эпюры обоих шумов и результаты численного моделирования, основанные на методе Эйлера. Сделаны выводы об эквивалентности «в среднем» поведения звена, сопоставлены соответствующие стационарные области.*

### ВВЕДЕНИЕ

Опыт эксплуатации автоматических устройств и систем показывает, что средства автоматизации, установленные на транспортных средствах и других машинах, эффективны, когда их элементы правильно настроены [1, 2]. Эффективным подходом проектирования транспортных средств является моделирование динамических процессов в режиме реального времени. Необходимо отметить, что само моделирование необходимо осуществлять с учетом реальных свойств среды, что особенно важно для специальных транспортных средств высокой проходимости. При численном моделировании, как правило, в качестве фактора, ассоциируемого со свойствами профиля, применяется стохастическое моделирование, основанное на использовании процесса белого шума [3, 4, 5]. Профиль пересеченной местности, по которой движутся специальные транспортные средства, содержит такие препятствия, как ямы, рвы, бревна, элементы железобетонных конструкций и т.п. Для описания профилей такого рода в транспортных задачах численного моделирования необходимо применение стохастических процессов, свойства которых приближены к указанным возмущениям, а значит, отличным от свойств белого шума. Известный процесс дробового шума [6, 7], как представляется, может быть использован в указанных задачах.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Настоящая работа посвящена выполнению численного эксперимента, моделирующего транспортную задачу с применением стохастических шумов (двух указанных видов (дробового и белого) и последующим сравнением результатов).

### 2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МОДЕЛИ

Для упругих колебаний корпуса транспортного средства математическая модель возмущенного движения может быть записана в виде системы линейных дифференциальных уравнений. Пользуясь обозначениями, приведенными в [3, 4], запишем следствие из этой системы в форме дифференциального уравнения для формирующего динамического звена

$$T_1^2 \ddot{u}(t) + T_2 \dot{u}(t) + u(t) = k\xi(t). \quad (1)$$

Дифференциальное уравнение (1) моделирует случайную функцию  $u(t)$ , порожденную возмущением  $\xi(t)$  в правой части.

В настоящей работе проведено моделирование временной эволюции решения уравнения (1) и сопоставление его результатов для обоих видов шума. Параметры звена выбирались следующие:  $T_1^2 = 0,20 \text{ с}^2$ ;  $T_2 = 0,12 \text{ с}$ ;  $k = 0,225$  [4].

В уравнении (1) в качестве возмущающей функции  $\xi(t)$  может быть использована помеха рассматриваемого типа. Обычно [3, 4, 5] в качестве помехи применяется случайная функция типа белого шума. Именно шум такого рода наиболее часто используется в задачах стохастического моделирования. В настоящей работе на известном примере [1] в качестве шума использована помеха типа дробового шума [6- 8].

Система дифференциальных уравнений (1) может быть записана в стандартном форме Коши:

$$\frac{d}{dt}X = AX + b \begin{pmatrix} 0 \\ \xi(t) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

В этом уравнении введены следующие обозначения, которые вытекают из (1):

$X = (\dot{u}(t), u(t))^T$  – вектор состояния системы (решение уравнения (2));

$\xi(t)$  – возмущающее воздействие вида дробового шума или белого шума в правой части системы;

$A$  – матрица системы;

$b$  – вектор коэффициентов правой части системы уравнений.

Для выбранных параметров звена имеем:  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -25 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 5.625 \end{pmatrix}$ .

### 3. ДРОВОВОЙ И БЕЛЫЙ ШУМЫ

Рассмотрим теперь систему (2) с правой частью – дробовым  $\xi_S(t)$  шумом или белым  $\xi_W(t)$  шумом. Приведем определения используемых при моделировании параметров:

$\sigma_S$  – среднеквадратичные амплитуды импульсов дробового шума;

$\tau$  – средний временной интервал между импульсами;

$K$  – количество импульсов дробового шума, используемое при моделировании (удобно значение параметра  $K$  выбирать так, чтобы изучить эволюцию системы за временной интервал, равный 100 с);

$\sigma_W$  – среднеквадратичные амплитуды импульсов белого шума;

$N$  – количество импульсов белого шума.

При получении численного решения уравнения (2) был выбран одношаговый метод Эйлера решения дифференциального уравнения. Известные другие методы (например, метод Рунге-Кутты) оказались неприменимыми в рассматриваемой стохастической модели, поскольку их алгоритмы содержат многократный вызов правой части уравнения, что приводит к нарушению энергетического баланса между шумами рассматриваемых видов и потому противоречит самому уравнению (2).

При численной реализации необходимо выбрать шаг  $h$  численного интегрирования рассматриваемых дифференциальных уравнений или, что

эквивалентно, общее количество шагов  $N$  на временном интервале решения. Для всего интервала в  $100\text{ с}$  оказалось достаточным выбрать  $h=0.002\text{ с}$ , т.е. всего количество  $N$  шагов интегрирующего алгоритма составило  $N=50000$ . Таким образом, фактически в качестве белого шума был применен высокочастотный решетчатый шум.

Дробовой шум  $\xi_S(t)$  задается как последовательность дельтаобразных импульсов

$$\xi_S(t) = \sum_k a_k \delta(t - t_k), \quad (k = 1, 2, 3, \dots), \quad (3)$$

обладающих следующими свойствами:

а) каждая амплитуда  $a_k$  независимо от остальных амплитуд из набора  $\{a_k\}$  подчиняется нормальному закону Гаусса с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной  $\sigma_S^2$ ;

б) каждый из временных интервалов  $\tau_k = t_k - t_{k-1}$  между последовательными ударами ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) является независимой случайной величиной и подчиняется экспоненциальному закону с параметром (средним интервалом)  $\tau$ , который согласован с общим количеством ударов на всем временном промежутке.

Белый шум  $\xi_W(t)$  рассматривается как предел последовательности дробовых шумов  $\{\xi_S(t)\}$ , у которых количество ударов  $K$  растет, а интенсивность этих ударов  $\sigma_S^2$  уменьшается таким образом, что средняя энергия за выбранный промежуток времени остается неизменной.

Для обеспечения энергетической эквивалентности примем, что энергии возмущающих воздействий на всем временной интервале поиска решения совпадают. Таким образом, имеем

$$K\sigma_S^2 = N\sigma_W^2, \quad (4)$$

поэтому если заданы три величины, то из (4) можно найти значение четвертой.

#### 4. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Ниже приведены результаты численного моделирования системы (2) с воздействием в виде дробового или белого шума. На всех приводимых рисунках результаты изложены парами, при этом везде левый рисунок относится к случаю дробового шума, а правый – к случаю белого шума.

Для удобства расчетов везде было принято значение  $\sigma_S = 1$ . Количество ударов дробового шума было выбрано  $K = 50$ , т.е. в среднем 1 удар за две секунды. Это дает для среднеквадратичной амплитуды белого шума значение  $\sigma_W = 0,032$ .

На рис. 1 приведены временные эпюры используемых шумов  $\xi_S(t)$  и  $\xi_W(t)$ . На левом из них хорошо видна ударная структура дробового шума. Количество импульсов в среднем составляет 50, хотя при практической реализации их число на интервале расчета может отличаться от среднего в допустимых статистических пределах. Число импульсов  $N$  белого (решетчатого) шума велико, поэтому справа на

рис. 1 практически видна сплошная полоса с относительно небольшими выбросами.

На рис. 2 приведены зависимости колебаний звена под воздействием дробового шума (слева) и белого шума (справа). Обращает на себя внимание резкое различие типов движения.

На рис. 3 приведены аналогичные зависимости, но для скорости колебаний звена.

На рис. 4 приведены фазовые карты амплитуд колебаний звена под воздействием дробового шума (слева) и белого шума (справа). Видна реакция системы на удары как дробового шума, так и белого. На фазовой карте слева видно, что удары дробового шума в основном следуют регулярно с интервалом (2 с) в среднем, разброс обусловлен стохастичностью шума.

Аналогичные приведенным зависимости были получены в ряде численных экспериментов, в ходе которых увеличивалось число шагов  $N$  численного алгоритма и связанного с этим числом  $N$  возмущений белого шума

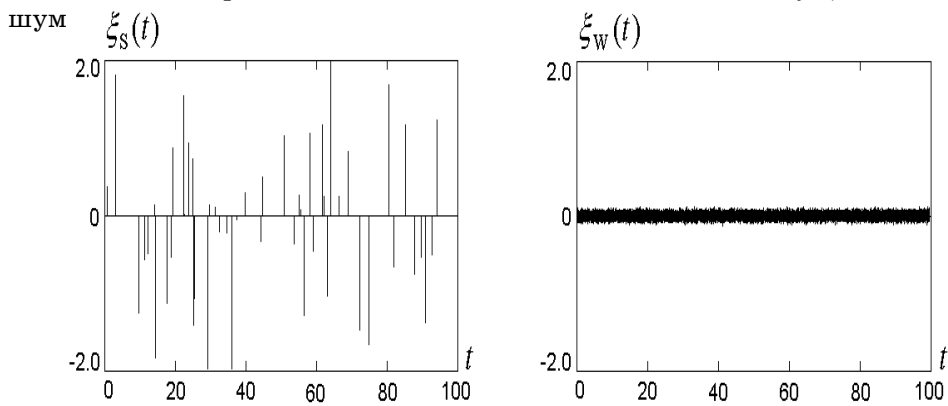


Рисунок 1 – Реализации дробового шума (слева) и белого шума (справа)

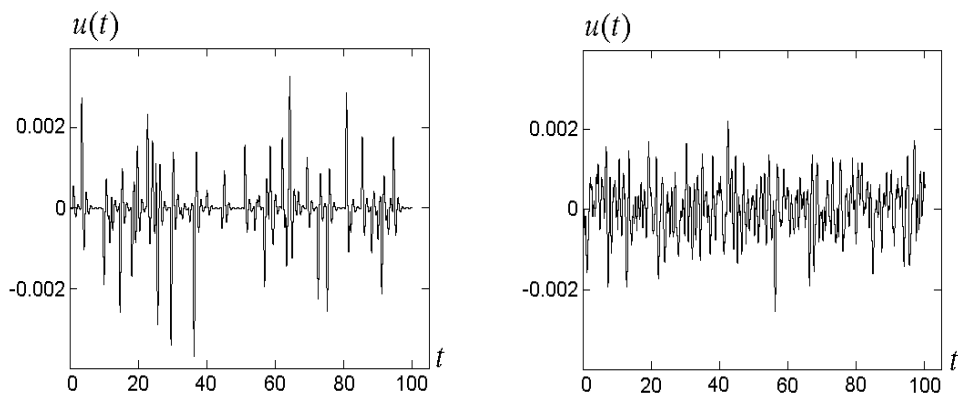


Рисунок 2 – Реализация колебаний звена под воздействием дробового шума  $\xi_S(t)$  (слева) и белого шума  $\xi_W(t)$  (справа)

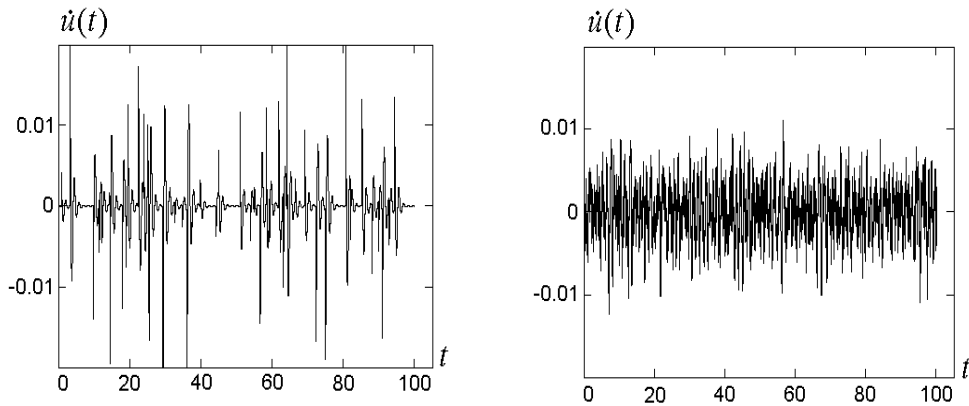


Рисунок 3 – Реализация скорости колебаний звена под воздействием дробового шума  $\xi_S(t)$  (слева) и белого шума  $\xi_W(t)$  (справа)

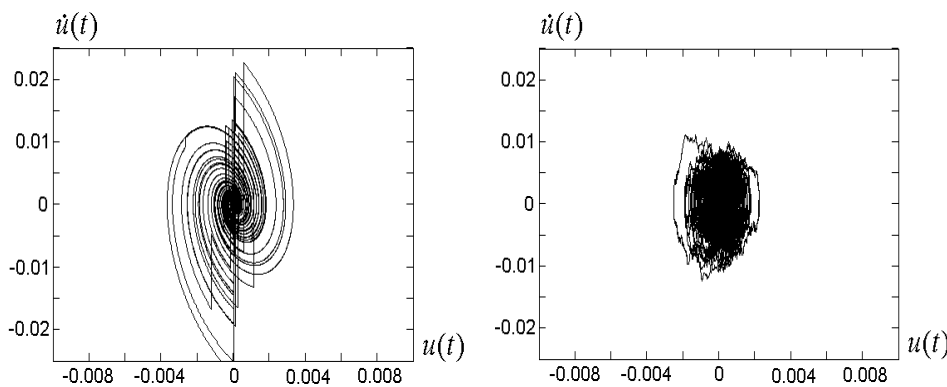


Рисунок 4 – Фазовые карты колебаний координаты и скорости звена под воздействием дробового шума  $\xi_S(t)$  (слева) и белого шума  $\xi_W(t)$  (справа)

## ВЫВОДЫ

В работе предложено и статистически обосновано применение дробового шума в качестве источника помехи при моделировании движения транспортного средства. Полученные в результате численного моделирования временные зависимости и фазовые карты колебаний позволяют сопоставить с их аналогами для случая применения белого шума в качестве возмущающего фактора. В условиях энергетической эквивалентности показано, что тип движения является существенно измененным. Использование дробового шума при моделировании обеспечивает более адекватное описание эволюции транспортного средства.

## SUMMARY

### MODELING OF STOCHASTIC TRANSPORT VEHICLE FLUCTUATIONS IN CONDITIONS SHORT NOISE AND WHITE NOISE

*A.S.Mazmanishvili, O.Ja.Nikonov\**

*Sumy State University,*

*\*National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute",*

*In work is offered and statistical is motivated using short noise as a source of hindrances at modeling of moving a transport vehicle facility. Received as a result of numerical modeling temporary dependencies and phase fluctuation cards allow compare with their analogues for the*

*event of using a white noise as an outrage factor. In conditions of energy equivalence is shown that type of motion is greatly has change. Using a short noise at modeling ensures more identical description to evolutions of transport vehicle.*

#### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Александров Е.Е., Пидашев В.В. Повышение точности танковой пушки рациональным выбором параметров стабилизатора и ходовой части танка // Артиллерийское и стрелковое вооружение. – 2006. – № 4. – С.23-25.
2. Александров Е.Е., Борисюк М.Д., Кузнецов Б.И. Параметрическая оптимизация многоканальных систем автоматического управления. – Харьков: Основа, 1995. – 272 с.
3. Александров Е.Е., Кечев М.О., Никонов О.Я. Основы автоматики і танкові автоматичні системи. – Харків: Харківський інститут танкових військ, 2002. – 163 с.
4. Александров Е.Е., Костенко Ю.Т., Кузнецов Б.И. Оптимизация многоканальных систем управления. – Харьков: Основа, 1996. – 288 с.
5. Александров Е.Е., Никонов О.Я., Олиарник Б.А. Танковая пушка с упругим стволом как объект стабилизации // Артиллерийское и стрелковое вооружение. – 2005. – № 2. – С. 44–47.
6. Александров Е.Е., Вирченко Ю.П., Мазманишвили А.С. К задаче АКОР при воздействии на объект управления дробового шума // Республиканский межведомственный сборник «АСУ и приборы автоматики». – Харьков, 1992. – Вып. 97. – С. 93–96.
7. Гнеденко Б.В, Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: Наука, 1987. – 336 с.

**Мазманишвили А.С.**, д-р физ.-мат. наук, профессор,  
СумГУ, г. Сумы;

**Никонов О.Я.**, канд. техн. наук, доцент,  
НТУ «ХПИ», г. Харьков

*Поступила в редакцию 14 ноября 2008 г.*