МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ТОНКИХ ТЕЛАХ

Ст. преп. Николенко В.В.,СумГУ, Сумы
доц., к.ф-м н. Ячменёв В.А., СумГУ, Сумы

Использование концентрированных потоков энергии в технологических целях и кратковременность их воздействия на материалы, широкое применение материалов с тонкими покрытиями приводят к необходимости изучения сингулярно возмущённых уравнений с частными производными.

Особенностью рассматриваемых задач является наличие малого параметра как при старшей производной к пространственной переменой, так и при производной по времени.

Рассмотрим одну из задач такого типа, а именно, описывающую распространение тепла в тонком прямоугольнике (отношение ε ширины к его длине является малым параметром)

$$\frac{\partial U}{\partial t} - a\Delta U = f(x,U,t)$$

$$0 \le x \le 1$$

$$0 \le y \le \varepsilon$$

$$U\big|_{t=0} = \varphi(x,y) \qquad U\big|_{x=0} = \psi_1(y,t)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} - A\varepsilon U\big|_{y=0} = 0 \qquad \frac{\partial U}{\partial z} + A\varepsilon U\big|_{y=\varepsilon} = 0$$

$$U\big|_{x=1} = \psi_2(y,t)$$

После выполнения замены переменной $y = \varepsilon z$ получим дифференциальное уравнение, содержащее малый параметр перед одной из старших производных по пространственной переменной и перед производной по времени.

Таким образом, мы приходим к задаче с несколькими соприкасающимися вязкими границами.

Решение задачи проводится с помощью асимптотического разложения решения по параметру, т.е. решение строится в виде

$$U(x,z,t,\varepsilon)=\overline{U}(x,z,t,\varepsilon)+\Pi(x,z,\tau,\varepsilon)+Q(\zeta,z,t,\varepsilon)+$$
$$+Q^{*}(\zeta_{*},z,t,\varepsilon)+P(\zeta,z,\tau,\varepsilon)+P^{*}(\zeta_{*},z,\tau,\varepsilon)$$

где каждое слагаемое представляет собой ряд по степеням ε.

Здесь $\overline{U}$ - регулярная составляющая; П,Q,Q* - пограничные функции, служащие для описания решения вблизи граней t=0,x=0,x=1; Р и Р*- угловые пограничные функции в окрестностях рёбер (x=0,t=0) и (x=1,t=0); $\tau=\dfrac{t}{\varepsilon^{2}},\zeta=\dfrac{x}{\varepsilon}$, $\zeta_{*}=\dfrac{1-x}{\varepsilon}$ - погранслойные переменные.

Далее применяется стандартный приём: приравниваются коэффициенты при одинаковых степенях ε, отдельно зависящие от x,z и отдельно, зависящие от погранслойных переменных.

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ТЕРМОУПРУГОСТИ В КУСОЧНООДНОРОДНЫХ СРЕДАХ С ДЕФЕКТАМИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВЫСОКОКОНЦЕНТРИРОВАННЫХ ПОТОКОВ ЭНЕРГИИ

Ст. преп. Клименко В.А., СумГУ, Сумы

При работе лазерных установок, нагрев материала высококонцентрированными потоками энергии, можно моделировать действием тепла заданной удельной мощностью или теплового потока. В качестве источника на практике используется нормальный (гауссовский) или равномерный источник. Гауссовская форма источника имеет место при действии лазера, работающего в одномодульном режиме.