

УДК 539.2:621.891

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕРЫВИСТОГО РЕЖИМА ГРАНИЧНОГО ТРЕНИЯ С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИОННОГО ДЕФЕКТА МОДУЛЯ СДВИГА СМАЗОЧНОГО МАТЕРИАЛА

А. В. ХОМЕНКО, Я. А. ЛЯШЕНКО⁺

В рамках модели Лоренца для аппроксимации вязкоупругой среды исследуется плавление ультратонкой пленки смазочного материала в процессе трения между двумя твердыми атомарно-гладкими поверхностями при учете деформационного дефекта модуля сдвига. Показано, что при влиянии случайной силы, представляющей аддитивный некоррелированный шум, устанавливается режим незатухающих колебаний, соответствующий периодическому прерывистому режиму трения (*stick-slip*). При численном моделировании процесса определены соотношения между временами релаксации, при которых периодический режим характеризуется большей амплитудой. Установлено, что с ростом модуля сдвига смазочного материала амплитуда *stick-slip* переходов уменьшается.

Ключевые слова: смазочный материал, прерывистый режим трения, белый шум, модуль сдвига, адиабатическое приближение, система Лоренца, колебания, сдвиговые напряжения.

Введение. В последние годы возрос интерес к исследованию трения молекулярно-тонких слоев смазочных материалов (СМ), сжатых между двумя атомарно-гладкими твердыми поверхностями [1—3], при различных значениях приложенной нагрузки, давления, толщин слоев, при изменении скорости сдвига, температуры и т. д. Целью данного исследования является изучение трибологических и реологических свойств ультратонких слоев СМ, которые качественным образом отличаются от их объемных свойств. Необходимость исследования таких отличий обусловлена развитием нанотехнологий и, соответственно, растущей потребностью в создании низкоразмерных трибосистем. Такие узлы трения используются в современных накопителях информации, аэрокосмических устройствах, миниатюрных двигателях, системах позиционирования в микроэлектронике и т. д. Следует отметить, что аналогичное поведение СМ наблюдается практически в каждом реальном механизме и вызвано их выдавливанием из-под поверхностей под действием приложенной нагрузки. Наряду с экспериментами [1—3] проводится теоретическое описание [4—7] и компьютерное моделирование [8] граничного трения. Установлено, что с уменьшением толщины слоя СМ в процессе трения его физические свойства изменяются сначала количественно, а затем изменения приобретают резко выраженный качественный характер [1]. В частности, показано, что в установившемся режиме трения поведение слоя СМ может соответствовать многофазному состоянию, приводящему к прерывистому трению (*stick-slip*), т. е. к переходам между твердоподобными и жидкоподобными состояниями СМ. Однако, особенно в случае цепных молекул типа гексадекана, жидкоподобное состояние очень отличается от основного состояния жидкости. Главным образом представляют интерес динамические свойства слоев в граничном режиме, когда переходы между различными типами динамических состояний происходят во время скольжения. Недавние исследования скольжения поверхностей из слюды и кварца, где в качестве СМ использовался целый ряд веществ (монослои металлов, органические жидкости, вода), показали, что такие фазо-

Сумский государственный университет. Украина, 40007, г. Сумы, ул. Римского-Корсакова, 2.

⁺ Автор, с которым следует вести переписку. e-mail: nabla04@ukr.net.

вые переходы являются скорее правилом, чем исключением. Они проявляются в наличии прерывистого движения, которое характеризуется переходами между двумя или более динамическими состояниями. Понимание механизмов прерывистого режима трения важно в трибологии, т. к. он является одной из основных причин изнашивания и повреждения трущихся деталей. Однако прерывистый режим трения представляет собой более распространенное явление. Это, например, причина звуков скрипки и скрипящей двери, а также гудения машин и т. п. Исследование свойств ультратонких слоев требует специального высокотехнологического оборудования, что связано с их нанометровыми размерами. Однако, несмотря на сложность, существуют экспериментальные установки и соответствующие методики [9], позволяющие измерять толщину молекулярных слоев, их вязкость, коэффициент трения, сдвиговые компоненты вязких и упругих напряжений и т. д.

В работе [7] на основе реологического описания вязкоупругой среды, обладающей теплопроводностью, получена система кинетических уравнений, определяющих взаимно согласованное поведение сдвиговых компонент напряжений σ и относительной деформации ε , возникающих в ультратонкой пленке СМ, а также температуры СМ T в процессе трения между двумя атомарно-гладкими твердыми поверхностями. В рамках этой теории исследовано влияние аддитивных некоррелированных шумов на плавление СМ [10], рассмотрено плавление за счет диссипативных эффектов [11], проведен учет корреляций температуры [12] и различных температурных зависимостей вязкости [13], изучены гистерезисные явления при плавлении [14, 15]. Однако в этих работах обнаружен прерывистый режим стохастического характера, когда с течением времени статическая и кинетическая силы трения изменяются случайным образом. Хотя этот режим установлен экспериментально [16] и с помощью методов молекулярной динамики [8], чаще прерывистый режим граничного трения имеет периодический характер [1, 5, 6, 8]. Настоящее исследование предпринято с целью выяснения причин возникновения и особенностей данного режима в рамках реологической модели [7] при учете деформационного дефекта модуля сдвига, который всегда имеет место. Работа является теоретической и носит скорее качественный характер, т. к. поверхности трения полагаются идеально гладкими и бесконечными, а СМ — однородным. Однако в рамках данного подхода удалось установить причины, приводящие к прерывистому движению сдвигаемых поверхностей, и при этом учесть основные особенности режима граничного трения, наблюдаемые экспериментально (наличие упругих напряжений в жидкоподобной фазе, плавление СМ за счет сдвига поверхностей трения с ростом напряжений, плавление при превышении температурой критического значения T_{c0} , наличие прерывистого режима трения и т. д.). Отметим, что рассматриваемая модель имеет ограничение на толщину СМ — существует критическая толщина СМ [7], зависящая от его параметров, при превышении которой обсуждаемые далее уравнения теряют применимость.

Прерывистый режим. Запишем систему уравнений для сдвиговых компонент напряжений σ и деформации ε , а также температуры T , используя единицы измерения [7, 10–15, 17]

$$\sigma_s = \left(\frac{\rho c_v \eta_0 T_c}{\tau_T} \right)^{1/2}; \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{G_0}; \quad T_c \quad (1)$$

для переменных σ , ε , T , соответственно, где ρ — плотность СМ; c_v — удельная теплоемкость СМ; T_c — критическая температура; $\eta_0 \equiv \eta$ при $T = 2T_c$ — характерное значение сдвиговой вязкости η ; $\tau_T \equiv \rho l^2 c_v / \kappa$ — время теплопроводности; l — толщина слоя СМ; κ — коэффициент теплопроводности СМ; τ_ε — время релаксации деформации; $G_0 \equiv \eta_0 / \tau_\varepsilon$ — характерное значение модуля сдвига:

$$\tau_\varepsilon \dot{\sigma} = -\sigma + g(\sigma)\varepsilon; \quad (2)$$

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T - 1)\sigma; \quad (3)$$

$$\tau_T \dot{T} = (T_e - T) - \sigma\varepsilon + \sigma^2. \quad (4)$$

Здесь введены времена релаксации напряжений τ_σ и температуры τ_T , а также температура поверхностей трения T_e и функция $g(\sigma) \equiv G(\sigma)/G_0$, где $G(\sigma)$ — модуль сдвига СМ, зависящий от напряжений:

$$G(\sigma) = \Theta + \frac{G - \Theta}{1 + (\sigma/\sigma_p)^\beta}, \quad \beta = \text{const} > 0. \quad (5)$$

При $g(\sigma) = G/G_0 \equiv \text{const}$ уравнение (2) сводится к соотношению типа уравнения Максвелла для описания вязкоупругой среды путем замены ε/τ_σ на $\partial\varepsilon/\partial t$. Уравнение Максвелла предполагает использование идеализированной модели Генки. Для зависимости напряжений от деформации $\sigma(\varepsilon)$ эта модель представляется законом Гука $\sigma = G\varepsilon$ при $\varepsilon < \varepsilon_m$ и константой $\sigma_m = G\varepsilon_m$ при $\varepsilon \geq \varepsilon_m$ (σ_m, ε_m — максимальные значения сдвиговых напряжений и деформации для гуковского участка; $\varepsilon > \varepsilon_m$ приводит к вязкому течению со скоростью деформации $\dot{\varepsilon} = (\sigma - \sigma_m)/\eta$). Фактически, кривая зависимости $\sigma(\varepsilon)$ содержит два участка: первый, гуковский, участок имеет большой угол наклона, определяемый модулем сдвига G , а за ним следует намного более пологий участок пластической деформации, наклон которого определяется коэффициентом упрочнения $\Theta < G$. Очевидно, указанная картина означает, что модуль сдвига зависит от напряжений. Для учета этого обстоятельства мы и воспользовались простейшим приближением (5), которое описывает представленный выше переход режима упругой деформации в пластический.

После подстановки в (2) соотношения (5) зависимость $g(\sigma)$ выражается равенством [15, 17]

$$g(\sigma) = g_0 \left(1 + \frac{\theta^{-1} - 1}{1 + (\sigma/\alpha)^\beta} \right), \quad (6)$$

в котором введены параметр $\theta = \Theta/G < 1$, определяющий отношение углов наклона кривой деформации на пластическом и гуковском участках, и коэффициенты $g_0 = \Theta/G_0 < 1$; $\alpha = \sigma_p/\sigma_s$.

В предыдущих работах авторов [7, 10–15, 17] показано, что нулевые стационарные напряжения σ_0 соответствуют твердоподобной структуре СМ, а при $\sigma_0 \neq 0$ СМ плавится и переходит в жидкоподобное состояние, что соответствует участку пластического течения на диаграмме нагружения. Переходы между жидкоподобной и твердоподобной структурами представлены как фазовые переходы, однако не между равновесными термодинамическими фазами, а между различными кинетическими режимами трения, которых может быть несколько [1]. Модуль сдвига СМ при таком подходе является эффективной величиной, которая, как и обычный модуль сдвига, выражается через тангенс угла наклона кривой нагружения $\sigma(\varepsilon)$ на ее гуковском участке. В работе [4] для тонких пленок СМ модуль сдвига представлен как квадрат амплитуды периодической части микроскопической функции плотности среды: в жидком состоянии такая функция однородна и модуль сдвига равен нулю, в твердом состоянии функция периодична и он принимает отличное от нуля значение. Однако в данной работе рассматриваются не твердые и жидкие фазы, а твердоподобные и жидкоподобные состояния, поэтому жидкоподобное состояние также может характеризоваться ненулевым модулем сдвига и наличием упругой составляющей напряжений.

В стационарном случае $\dot{\sigma} = 0$ уравнение (2) дает обобщенный закон Гука

$$\sigma_0 = g(\sigma_0)\varepsilon_0, \quad (7)$$

где модуль сдвига зависит от напряжений. Зависимость $\sigma_0(\varepsilon_0)$ (7) называется кривой нагружения и в трехмерных координатах приведена на рис. 1. Как видно из рис. 1, *a*, с ростом параметра g_0 увеличивается угол наклона гуковского и пластического участков кривой $\sigma_0(\varepsilon_0)$ к оси ε_0 , что соответствует СМ с большим значением модуля сдвига. На рис. 1, *b* видно, что с уменьшением параметра θ различие между гуковским участком и участком пластического течения усиливается. Для дальнейшего анализа выбираются конкретные значения параметров g_0 и θ .

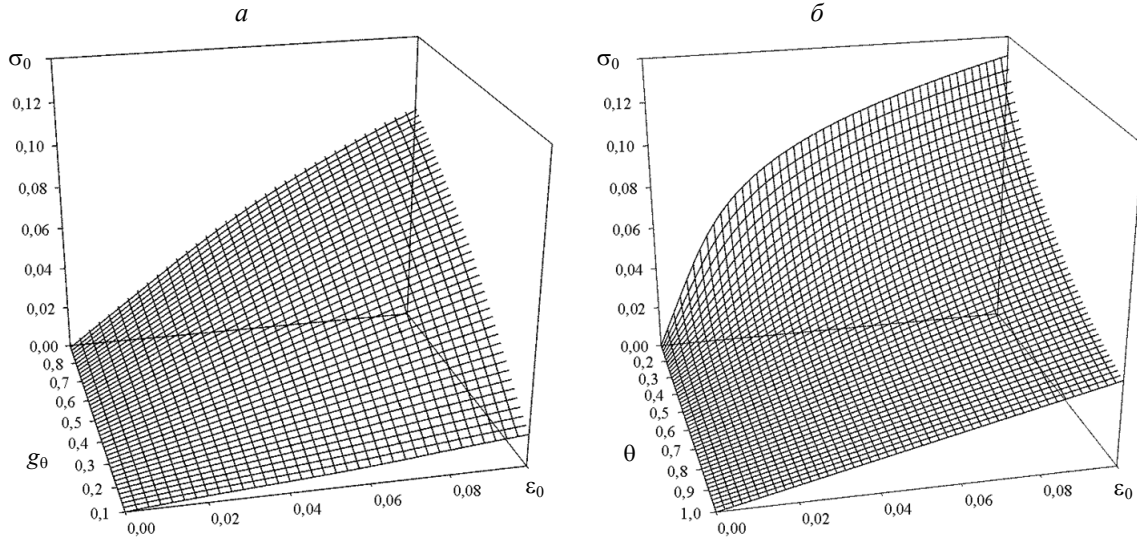


Рис. 1. Зависимость стационарного значения сдвиговых напряжений σ_0 от деформации ε_0 (уравнение (7)) при $\alpha = 0,1; \beta = 4$, а также от коэффициента g_θ при $\theta = 0,7$ (а) и коэффициента θ при $g_0 = 0,4$ (б)

С течением времени в уравнениях (2)—(4) все производные становятся равными нулю и характеристики СМ не изменяются, что соответствует стационарному состоянию. Причем в зависимости от температуры поверхностей T_e может установиться режим как сухого ($\sigma_0 = 0$), так и жидкостного ($\sigma_0 \neq 0$) трения. Приравнивание производных к нулю приводит к уравнению

$$\frac{(1 + (\sigma/\alpha)^\beta)(1 + \sigma^2)}{\theta^{-1} + (\sigma/\alpha)^\beta} - g_\theta(T_e - 1 + \sigma^2) = 0, \quad (8)$$

которое при произвольных постоянных аналитически не решается относительно σ и может быть исследовано только численно. Однако оно представляет аналитическую зависимость $T_e(\sigma)$ и может быть использовано для построения графической зависимости стационарных напряжений от температуры $\sigma_0(T_e)$ из зависимости $T_e(\sigma_0)$. Такой анализ показывает, что в зависимости от параметров в системе может происходить фазовый переход как второго, так и первого рода [15, 17]. Поведение системы до установления стационарного состояния сильно зависит от соотношений между временами релаксации. Далее рассмотрим граничные случаи, когда одно из времен можно положить малым.

Случай $\tau_\tau \ll \tau_\sigma, \tau_\varepsilon$. В уравнении (4) положим $\tau_\tau \dot{T} \approx 0$ [18], выразим из него T и, подставив в (3), получим двухпараметрическую систему (2), (3). Теперь два полученных дифференциальных уравнения первого порядка, зависящих от напряжения σ и деформации ε , сведем к одному уравнению второго порядка для σ . С этой целью из (2) необходимо выразить ε через σ и записать производную по времени от этого выражения. Далее, подставив полученные зависимости $\varepsilon(\sigma, \dot{\sigma})$, $\dot{\varepsilon}(\sigma, \dot{\sigma})$ в (3), найдем искомое уравнение. При измерении времени в единицах τ_σ оно запишется в виде

$$\ddot{\sigma} + [A\dot{\sigma} + A\sigma + 1 + \tau^{-1}(1 + \sigma^2)]\dot{\sigma} + B\sigma = \xi(t);$$

$$A \equiv \frac{\beta(\theta^{-1} - 1)\sigma^{\beta-1}}{\alpha^\beta[\theta^{-1} + (\sigma/\alpha)^\beta][1 + (\sigma/\alpha)^\beta]}; \quad B \equiv \frac{1 + \sigma^2}{\tau} - \frac{g_\theta[\theta^{-1} + (\sigma/\alpha)^\beta](T_e - 1 + \sigma^2)}{\tau[1 + (\sigma/\alpha)^\beta]}, \quad (9)$$

где $\tau = \tau_\varepsilon/\tau_\sigma$.

Полученное уравнение (9) является детерминированным и не учитывает пространственную неоднородность (шероховатость поверхностей, наличие примесей в СМ и т. д.). Как правило, в реальной экспериментальной системе существуют флуктуации, которые обычно описываются

шумами с различными временами корреляции и частотными диапазонами. Шумы в рассмотрение вводятся тогда, когда решается задача с множеством неоднородностей, дефектов, внешних воздействий и т. п., в случае, если нельзя адекватно описать все существующие воздействия. Ярким примером служит броуновское движение — на микроуровне видны столкновения молекул, описываемые ньютоновской механикой. На макроуровне из-за огромного количества столкновений в единицу времени прослеживается хаотичность, которую невозможно объективно описать. Однако, записав уравнение Ланжевена с шумом, можно аналитически предсказать вероятность нахождения частицы в конкретной координатной области. В предлагаемой работе рассматривается тонкий слой СМ из ограниченного количества молекул. При этом сильное влияние на характеристики трения будут оказывать флуктуации величин, которые несущественны для макроскопических объемных СМ. Флуктуации могут быть также вызваны несовершенством экспериментальной установки при проведении конкретного эксперимента, внешними влияниями, неоднородностями и т. д. Для учета указанных эффектов в (9) дополнительно принято во внимание влияние случайной силы $\xi(t)$, которая представляет белый шум и имеет моменты

$$\langle \xi(t) \rangle = 0; \quad \langle \xi(t)\xi(t') \rangle = 2D\delta(t-t'), \quad (10)$$

где D играет роль интенсивности стохастического источника.

Запишем (9) в каноническом виде:

$$\ddot{\sigma} + 2\gamma\dot{\sigma} + \omega_0^2\sigma = \xi(t), \quad (11)$$

где коэффициент затухания γ и собственная частота колебаний ω_0 зависят от напряжений. Поскольку в стационарном состоянии при $D=0$ в системе устанавливается постоянное значение напряжений ($\dot{\sigma}=0$), оно может быть найдено при приравнении последнего слагаемого левой части (9) к нулю, что дает (8). Это соответствует колебаниям с нулевой частотой ω_0 .

Для численного решения уравнения (11) введем замену $y = \dot{\sigma}$, тогда оно запишется как

$$\dot{\sigma} = y;$$

$$\dot{y} = -2\gamma y - \omega_0^2\sigma + \xi(t), \quad (12)$$

где γ и ω_0 следуют из сопоставления (9) и (11). Далее воспользуемся для интегрирования методом Эйлера. При этом итерационная процедура имеет вид [12, 11]

$$\sigma_2 = \sigma_1 + y_1\Delta t;$$

$$y_2 = y_1 + (-2\gamma y_1 - \omega_0^2\sigma_1)\Delta t + \sqrt{\Delta t}W_n. \quad (13)$$

Для моделирования случайной силы W_n используем модель Бокса—Мюллера [19]:

$$W_n = \sqrt{2D}\sqrt{-2\ln r_1} \cos(2\pi r_2), \quad r_i \in (0,1], \quad (14)$$

где псевдослучайные числа r_1 и r_2 имеют равномерное распределение.

Численное решение уравнения (9) с помощью процедуры (13), (14) в виде фазового портрета представлено на рис. 2, а. Здесь штриховой линией показана изоклина, на которой $\dot{\sigma} = 0$, и фазовые траектории имеют вертикальную касательную. В рассматриваемых координатах данная изоклина является осью абсцисс. Пунктиром показана изоклина $\ddot{\sigma} = 0$, на которой фазовые траектории имеют горизонтальную касательную. Поскольку в уравнении (9) коэффициент затухания зависит от $\dot{\sigma}$, при приравнении $\ddot{\sigma} = 0$ выражение для изоклины $\dot{\sigma}(\sigma)$ дается решением квадратного уравнения, поэтому зависимость является двузначной. Из данного рисунка видно, что реализуются три особые точки — седло N в начале координат, которое представляет собой неустойчивую

точку, т. к. соответствует максимуму синергетического потенциала [7], и две устойчивые симметричные относительно значения $\sigma = 0$ точки O, O' . Вблизи этих точек при установлении стационарного значения σ_0 видна тенденция к колебательному процессу, который, однако, не реализуется, поскольку значение коэффициента затухания велико. Для рассматриваемого соотношения между временами релаксации такое поведение проявляется во всем диапазоне параметров [17]. Отметим, что положительные и отрицательные значения напряжений соответствуют движению верхней поверхности трения в различные стороны. Так, при начальном положительном значении σ (которое пропорционально скорости сдвига) и отрицательном значении $\dot{\sigma}$ (ускорение), согласно рисунку, возможно реверсивное движение.

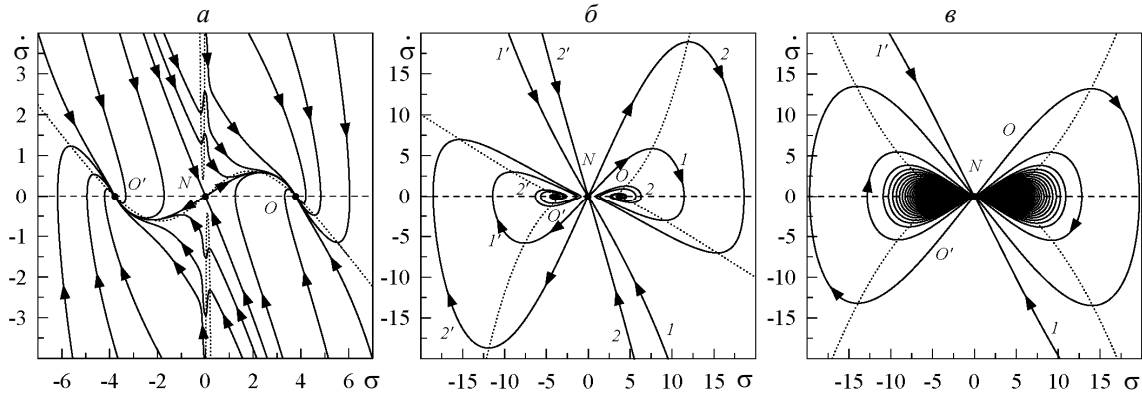


Рис. 2. Фазовые портреты системы при значениях параметров $\theta = 0,7$; $g_0 = 0,4$; $\alpha = 0,1$; $\beta = 4$; $T_c = 25$ и интенсивности шума $D = 0$, представляющие: *a* — решение уравнения (9) при $\tau = \tau_c/\tau_\sigma = 15$; *б* — решение уравнения (15) при $\tau = \tau_T/\tau_\sigma = 120$; *в* — решение уравнения (16) при $\tau = \tau_T/\tau_c = 120$

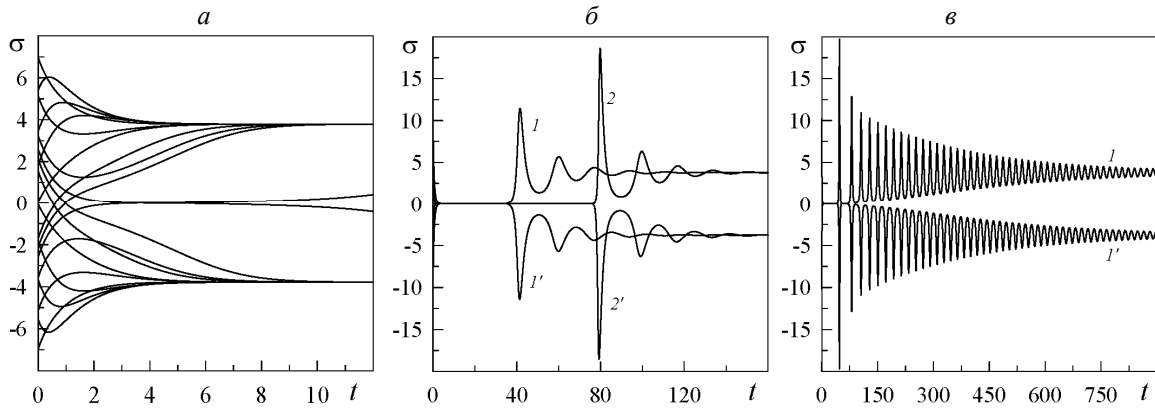


Рис. 3. Временные зависимости напряжений, соответствующие фазовым портретам на рис. 2

На рис. 3, *a* показаны временные зависимости напряжений, соответствующие траекториям, приведенным на рис. 2, *a*. Эти зависимости представляют аperiodический переходной режим, в котором до установления скольжения с постоянной скоростью ($\sigma = \text{const}$) изменяются значения напряжений.

На рис. 4, *a* приведено решение того же уравнения, что и на рис. 3, *a*, однако при $D \neq 0$. Видно, что с течением времени напряжения изменяются случайным образом, но в небольших пределах (поскольку интенсивность шума мала), что соответствует режиму скольжения. Зависимость приведена с момента времени $t = 1000$, т. к. в рамках данной работы нас интересует не переходной, а устанавливающийся стационарный режим трения.

На рис. 5, *a* приведена зависимость мощности сигнала, представленного на рис. 4, *a*, от его частоты. Видно, что при малых частотах $S(\nu) = \text{const}$, а далее мощность убывает. Убывание связано с тем, что уравнение (9) для белого шума $\xi(t)$ является фильтром, который не пропускает высокие частоты, окрашивая шум в определенный цвет. На зависимости $S(\nu)$ нет выраженных максимумов,

что свидетельствует об отсутствии периодической составляющей в зависимости $\sigma(t)$. Таким образом, с течением времени в рассматриваемом случае устанавливается режим скольжения с незначительно флуктуирующей скоростью сдвига.

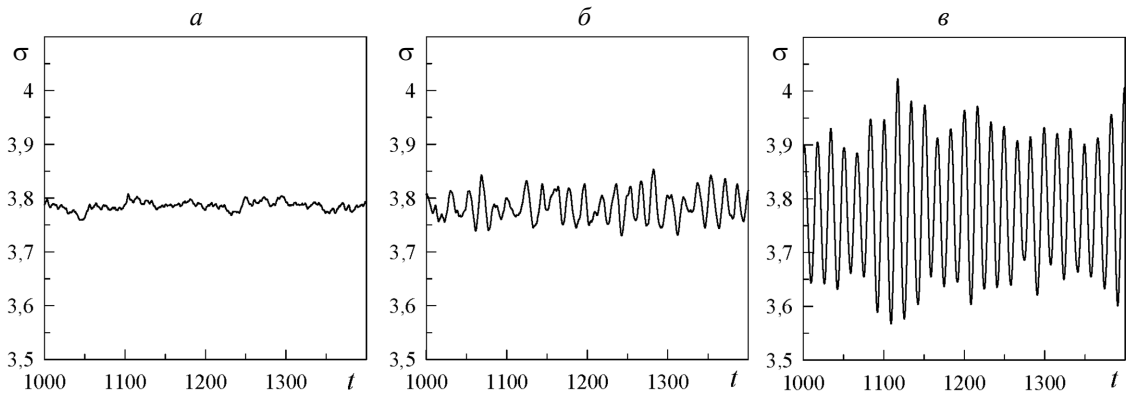


Рис. 4. Временные зависимости напряжений, соответствующие фазовым портретам на рис. 2 и временным зависимостям напряжений на рис. 3 при интенсивности шума $D = 10^{-5}$

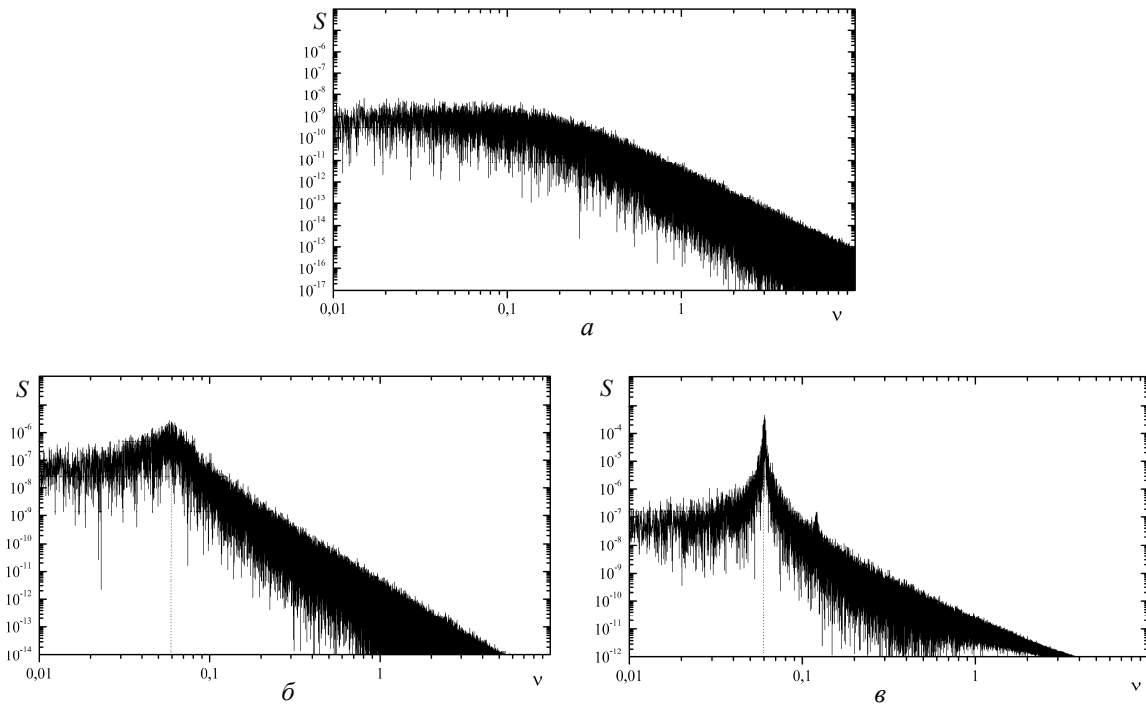


Рис. 5. Спектральные плотности мощности, соответствующие данным рис. 4

Случай $\tau_\varepsilon \ll \tau_T, \tau_\sigma$. В этом случае в исходной системе используется приближение $\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} \approx 0$, которое при измерении времени в единицах τ_σ приводит к уравнению

$$\ddot{\sigma} + \left[(A - \sigma^{-1}) \dot{\sigma} + A\sigma + \tau^{-1}(1 + \sigma^2) \right] \dot{\sigma} + B\sigma = \xi(t), \quad (15)$$

где введено отношение $\tau = \tau_T / \tau_\sigma$, а коэффициенты A, B определены в (9).

Фазовый портрет, полученный при решении (15), показан на рис. 2, б. Видно, что на рисунке реализуются те же особые точки с тем отличием, что точки O, O' преобразуются в устойчивые фокусы и в системе происходят затухающие колебания. Цифрами обозначены фазовые траектории. Изоклина, показанная пунктиром, отличается от изоклины в предыдущем случае.

На соответствующих временных зависимостях (рис. 3, б) видны продолжительные участки, на которых $\sigma \approx 0$, что соответствует медленному движению трущихся поверхностей. Это связано с тем, что при эволюции системы конфигуративная точка на фазовом портрете проходит вблизи начала координат ($\sigma \approx 0$) с малой скоростью изменения напряжений ($\dot{\sigma} \approx 0$). Однако всегда устанавливается стационарное ненулевое значение напряжений σ_0 , отвечающее скольжению. При этом переход к реверсивному движению не осуществляется, что свидетельствует о более высоком максимуме потенциала в начале координат.

Найденная зависимость $\sigma(t)$ при действии шума, показанная на рис. 4, б, как и ранее, представляет установившийся режим, параметры которого со временем не изменяются. Зависимость визуально является периодической. Чтобы подтвердить этот факт, дополнительно был проведен ее Фурье-анализ. На рис. 5, б видно, что с ростом частоты составляющей сигнала его мощность падает, однако при $\nu \approx 0,06$ наблюдается пик, что свидетельствует о наличии периодической составляющей в $\sigma(t)$. Таким образом, на рис. 4, б реализуются периодические изменения напряжений, что соответствует колебательному процессу в системе. При этом происходят переходы между жидкоподобной структурой СМ и твердоподобной структурой, приводящие к *stick-slip* режиму. Ранее полагалось, что твердоподобной структуре соответствуют нулевые напряжения, а когда они становятся ненулевыми при превышении температурой T_c критического значения, СМ плавится. Здесь же реализуется следующая ситуация. Пусть в начале напряжения минимальны, что, как и ранее, соответствует твердоподобному СМ. Если привести поверхности в движение, напряжения σ растут (любой восходящий участок зависимости на рис. 4, б). При превышении напряжениями критического значения происходит плавление СМ, затем их упругая компонента σ_{el} релаксирует, суммарные напряжения также уменьшаются (убывающий участок зависимости). Когда напряжения в результате релаксации приобретают значение, недостаточное для поддержания СМ в жидкоподобном состоянии, он затвердевает и процесс повторяется. Таким образом, как и ранее, плавление происходит при больших напряжениях. Отметим, что описанный режим отличается от показанного на рис. 4, а. В рассматриваемом случае осуществляются периодические переходы между твердоподобной и жидкоподобной структурами СМ, а рис. 4, а соответствует жидкоподобной структуре, и случайные изменения напряжений на нем представляют флуктуации, не приводящие к плавлению/затвердеванию. Поскольку зависимость на рис. 4, б не является строго периодической, такой режим отвечает экспериментам с цепными молекулами [1], которым сложно образовывать упорядоченные структуры, за счет чего на колебания накладываются флуктуации. При этом амплитуда *stick-slip* переходов не постоянна. Более того, влияние флуктуаций может привести к неустойчивости фокуса, что означает непрерывное увеличение амплитуды колебаний напряжений, схожее с резонансом в системе.

Случай $\tau_\sigma \ll \tau_\epsilon, \tau_T$. Здесь, положив $\tau_\sigma \dot{\sigma} \approx 0$ и измерив время в единицах τ_ϵ , получим

$$\ddot{\sigma} + \left[\left(2A^2\sigma + A\beta - \frac{2A\beta\sigma^\beta}{\alpha^\beta + \sigma^\beta} - \frac{1}{\sigma} \right) \dot{\sigma} + A\sigma \left(1 + \frac{1}{\tau} \right) + \frac{1}{\tau} \right] \frac{\dot{\sigma}}{A\sigma + 1} + \frac{B}{A\sigma + 1} \sigma = \xi(t), \quad (16)$$

где $\tau = \tau_T/\tau_\epsilon$. При таком соотношении между временами релаксации вокруг фокусов на фазовом портрете, приведенном на рис. 2, в, до установления стационарного состояния осуществляется большее количество колебаний, чем в предыдущем случае. Об этом также свидетельствует рис. 3, в, на котором реализуются продолжительные колебания, не затухающие даже при $t = 900$. На рис. 4, в показана зависимость напряжений от времени при действии шума (для всех рассматриваемых случаев $D = \text{const}$), которая является более гладкой и регулярной, чем на рис. 4, б.

Соответствующий спектр (рис. 5, в) имеет при $\nu \approx 0,06$ гораздо более узкий и высокий пик, чем на рис. 5, б, поэтому основная частота $\nu \approx 0,06$. На рис. 4, в приведена зависимость на временном интервале $\delta t = 400$, что при указанной частоте соответствует 24 полным колебаниям, которые и реализуются на зависимости. Можно сделать вывод, что в этом случае устанавливается более стабильный во времени *stick-slip* режим с большей амплитудой. Таким образом, возникновение прерывистого трения следует ожидать в системах с $\tau_\sigma \ll \tau_\epsilon \ll \tau_T$. Отметим, что при парамет-

рах рис. 3 ($\theta = 0,7$; $g_0 = 0,4$; $\alpha = 0,1$; $\beta = 4$; $T_e = 25$), согласно формуле (8), во всех рассматриваемых случаях с течением времени устанавливается стационарное значение напряжений $\sigma_0 \approx 3,78594$. Из рис. 4 видно, что влияние шума может как приводить к небольшим флуктуациям вблизи стационарного значения σ_0 (рис. 4, а), так и влиять на систему критическим образом, изменяя характер режима трения (рис. 4, б, в).

Численный эксперимент. В предыдущем разделе было показано, что соотношение между временами релаксации в рассматриваемой системе влияет на ее поведение критическим образом. Так, действие шума может приводить как к флуктуациям, так и к установлению периодического прерывистого режима трения. Однако эти выводы являются качественными. Для получения количественной оценки проведем следующий компьютерный эксперимент. Будем, как и ранее, численно решать уравнения (9), (15), (16), однако с целью определения средней амплитуды *stick-slip* переходов. Для этого выбираем шаг по времени $\Delta t = 0,001$ и при произвольных начальных условиях решаем уравнение на интервале $t \in [0, 2000]$ без проведения измерений. На этом интервале устанавливается стационарный режим. Далее время полагаем равным нулю и на интервале $t \in [0, 5000]$ рассчитываем среднее значение напряжений. После очередного приравнивания времени к нулю на временах $t \in [0, 10^6]$ вычисляем среднюю амплитуду следующим образом. Если напряжения больше среднего значения, определяем их максимальное значение. Как только они становятся меньше среднего значения, максимальное значение запоминается, и определяется их минимальное значение. При очередном пересечении среднего значения запоминается минимум, ищется очередной максимум и т. д. После этого от суммы всех максимумов отнимается сумма всех минимумов и результат делится на количество максимумов. Измерения проводятся при изменении g_0 от 0,1 до 0,95 с шагом 0,05 для четырех значений τ (напомним, что для всех рассматриваемых случаев τ представляет собой отношение различных времен релаксации). Очевидно, что такой метод определения средней амплитуды более адекватен для двух последних случаев, а для первого случая он будет давать погрешность, поскольку для него зависимость $\sigma(t)$ не является периодической и может испытывать частые увеличения/уменьшения напряжений как выше среднего значения, так и ниже его. Однако данный метод для этого случая все же позволит установить уровень флуктуаций.

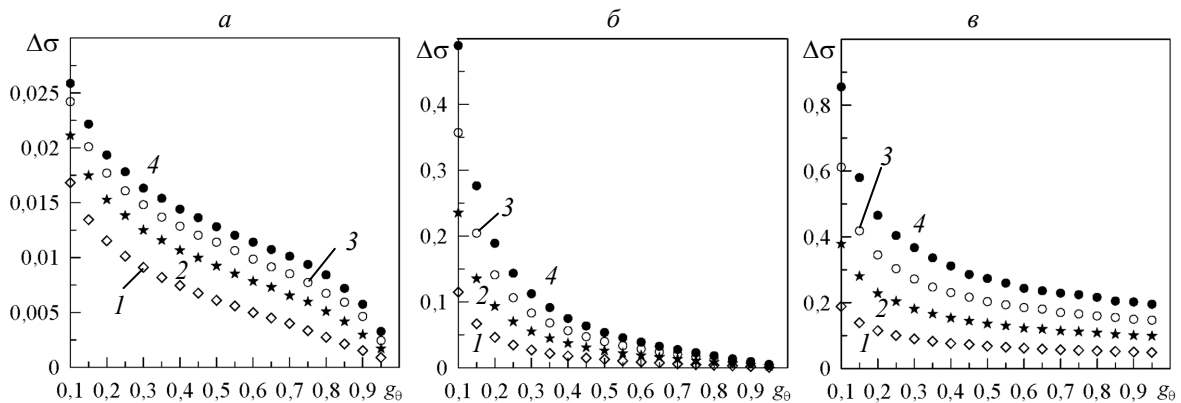


Рис. 6. Зависимости средней амплитуды *stick-slip* переходов от параметра g_0 , соответствующие данным рис. 4, при различных значениях параметра τ : 1 – $\tau = 40$; 2 – 80; 3 – 120; 4 – $\tau = 160$

Результаты расчетов приведены на рис. 6 (по оси ординат отложен средний “размах” изменения напряжений $\Delta\sigma = \langle \sigma_{\max} \rangle - \langle \sigma_{\min} \rangle$, согласно рис. 4), на котором видно, что во всех случаях увеличение параметра τ приводит к возрастанию амплитуды колебаний напряжений. Причем с ростом параметра g_0 указанная амплитуда уменьшается. Рисунок также подтверждает тот факт, что наиболее выраженные колебания реализуются для третьего случая, их амплитуда во втором случае уменьшается, а соотношение времен релаксации, соответствующее первому случаю, приводит к малым изменениям напряжений в окрестности среднего значения. Полученные зависимости ви-

зуально являются гладкими, что говорит о достаточной точности измерений и о том, что выбранного времени интегрирования хватает для определения искомой величины.

Заключение. Полученные результаты показывают, что наблюдаемый экспериментально периодический прерывистый режим трения может быть описан в рамках реологической модели, параметризуемой сдвиговыми напряжениями и деформацией, а также температурой СМ. Основная особенность найденного режима состоит в том, что в нем с течением времени переходы между жидкоподобной и твердоподобной структурами СМ осуществляются при различных значениях напряжений, что обусловлено влиянием на систему флуктуаций, которые и приводят к периодическому режиму. Показано, что наиболее устойчивый периодический прерывистый режим реализуется в случае, когда самым малым является время релаксации напряжений, за ним по величине следует время релаксации деформации, а самое продолжительное — время релаксации температуры. В случае, когда самое малое значение имеет время релаксации температуры, периодический режим в системе невозможен. По-видимому, это обусловлено быстрой передачей тепловой энергии от СМ к поверхностям трения в процессе диссипации за счет теплопроводности. Установлено, что во всех случаях увеличение модуля сдвига СМ приводит к уменьшению амплитуды *stick-slip* переходов.

Авторы выражают благодарность Государственному фонду фундаментальных исследований Украины (гранты Ф25/668—2007, Ф25/97—2008) за поддержку работы.

Обозначения

σ — сдвиговые напряжения в слое СМ; ε — сдвиговая деформация в слое СМ; T — температура СМ; T_{c0} — температура плавления СМ; σ_s — единица измерения напряжений σ ; ρ — плотность СМ; c_v — удельная теплоемкость СМ; η — сдвиговая вязкость СМ; η_0 — характерное значение сдвиговой вязкости СМ; T_c — критическая температура; τ_T — время релаксации температуры; ε_s — единица измерения деформации ε ; G_0 — характерное значение модуля сдвига; l — толщина слоя СМ; κ — коэффициент теплопроводности; τ_ε — время релаксации деформации ε ; τ_σ — время релаксации напряжений σ ; T_e — температура поверхностей трения; G — модуль сдвига СМ (угол наклона кривой нагружения на гуковском участке); θ — коэффициент упрочнения (угол наклона кривой нагружения на пластическом участке); β — феноменологический коэффициент; σ_p — феноменологический коэффициент; σ_m, ε_m — максимальные значения сдвиговых напряжений и деформации для гуковского участка; $\theta = \Theta/G$ — отношение коэффициента упрочнения к модулю сдвига; $g_0 = \Theta/G_0$ — отношение коэффициента упрочнения к характерному значению модуля сдвига; $\alpha = \sigma_p/\sigma_s$ — феноменологический коэффициент; σ_0 — стационарное значение напряжений; ε_0 — стационарное значение деформаций; $\xi(t)$ — дельта-коррелированный стохастический источник (белый шум); D — интенсивность шума; γ — коэффициент трения в каноническом уравнении затухающих колебаний; ω_0 — собственная частота колебаний; $y = \dot{\sigma}$ — производная по времени от напряжений; W_n — случайная сила, моделируемая функцией Бокса—Мюллера; r_1, r_2 — псевдослучайные числа с равномерным распределением; $S(\nu)$ — спектральная плотность мощности; ν — частота; σ_{el} — упругая компонента сдвиговых напряжений.

Литература

1. **Yoshizawa H. and Israelachvili J.** Fundamental Mechanisms of Interfacial Friction. 2. Stick-Slip Friction of Spherical and Chain Molecules // J. Chem. Phys. — 1993 (**97**), 11300—11313
2. **Reiter G., Demirel A. L., Peanasky J., Cai L. L., and Granick S.** Stick to Slip Transition and Adhesion of Lubricated Surfaces in Moving Contact // J. Chem. Phys. — 1994 (**101**), 2606—2615
3. **Demirel A. L. and Granick S.** Transition from Static to Kinetic Friction in a Model Lubricating System // J. Chem. Phys. — 1998 (**109**), 6889—6897

4. **Попов В. Л.** Термодинамика и кинетика плавления сдвигом тонкого слоя смазки, заключенного между твердыми телами // Журнал технической физики. — 2001 (**71**), 100—110
5. **Filippov A. E., Klafter J., and Urbakh M.** Friction through Dynamical Formation and Rupture of Molecular Bonds // Phys. Rev. Lett. — 2004 (**92**), 135503 (4)
6. **Tshiprut Z., Filippov A. E., and Urbakh M.** Tuning Diffusion and Friction in Microscopic Contacts by Mechanical Excitations // Phys. Rev. Lett. — 2005 (**95**), 016101 (4)
7. **Khomenko A. V. and Yushchenko O. V.** Solid-Liquid Transition of Ultrathin Lubricant Film // Phys. Rev. E. — 2003 (**68**), 036110 (6)
8. **Braun O. M. and Naumovets A. G.** Nanotribology: Microscopic Mechanisms of Friction // Surf. Sci. Rep. — 2006 (**60**), 79—158
9. **Israelachvili J.** Adhesion Forces between Surfaces in Liquids and Condensable Vapours // Surf. Sci. Rep. — 1992 (**14**), 109—159
10. **Хоменко А. В., Ляшенко Я. А.** Стохастическая теория прерывистого режима плавления ультратонкой пленки смазки // Журнал технической физики. — 2005 (**75**), 17—25
11. **Хоменко А. В., Ляшенко Я. А.** Плавление ультратонкой пленки смазки за счет диссипативного разогрева поверхностей трения // Журнал технической физики. — 2007 (**77**), 137—140
12. **Khomenko A. V. and Lyashenko I. A.** Phase Dynamics and Kinetics of Thin Lubricant Film Driven by Correlated Temperature Fluctuations // Fluctuation and Noise Letters. — 2007 (**7**), L111—L133
13. **Khomenko A. V. and Lyashenko I. A.** Temperature Dependence Effect of Viscosity on Ultrathin Lubricant Film Melting // Cond. Matt. Phys. — 2006 (**9**), 695—702
14. **Хоменко А. В., Ляшенко Я. А.** Гистерезисные явления при плавлении ультратонкой пленки смазки // Физика твердого тела. — 2007 (**49**), 886—890
15. **Khomenko A. V. and Lyashenko I. A.** Hysteresis Phenomena at Ultrathin Lubricant Film Melting in the Case of First-Order Phase Transition // Phys. Lett. A. — 2007 (**366**), 165—173
16. **Nanotribology and Nanomechanics** / Ed. by B. Bhushan. — Berlin: Springer-Verlag. — 2005
17. **Хоменко А. В., Проданов Н. В.** Синергетическая кинетика плавления ультратонкой пленки смазки // Физика и техника высоких давлений. — 2006 (**16**), 164—179
18. **Олемской А. И., Хоменко А. В.** Трехпараметрическая кинетика фазового перехода // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1996 (**110**), 2144—2167
19. **Press W. H., Flannery B. P., Teukolsky S. A., and Vetterling W. T.** Numerical Recipes in C: the Art of Scientific Computing. — New York: Cambridge University Press. — 1992

Поступила в редакцию 08.07.09.

Khomenko A. V. and Lyashenko I. A. Stochastic model of stick-slip boundary friction taking into account of deformation defect of shear modulus of lubricant.

Within the framework of Lorenz model for approximation of viscoelastic medium the melting of ultrathin lubricant film is studied during the process of friction between two solid atomically flat surfaces taking into account the deformation defect of the shear modulus. It is shown that at influence of random force, presenting the additive uncorrelated noise, the mode of undamped oscillations is set in inherent in the periodic irregular (stick-slip) mode of friction. At the numerical modeling of the process the ratios between relaxation times are defined at which the periodic mode is characterized by larger amplitude. It is shown that with growth of the shear modulus of lubricant the amplitude of stick-slip transitions decreases.