

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Б.А.Міщенко, А.С.Опанасюк, Л.М.Панченко

ЗБІРНИК ЗАДАЧ

**ДО ПРАКТИЧНИХ ТА ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАНЯТЬ З
ДИСЦИПЛІНИ «ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА»**

*для викладачів та студентів інженерного факультету
денної та заочної форм навчання*

**РОЗДІЛИ: ФІЗИКА ТВЕРДОГО ТІЛА. ФІЗИКА АТОМНОГО
ЯДРА ТА ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК**

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ 2

СУМИ ВИД-ВО СУМ ДУ 2004

Індивідуальні завдання з фізики

Варіант	Номер задачі							
1	241	271	301	331	361	391	421	451
2	242	272	302	332	362	392	422	452
3	243	273	303	333	363	393	423	453
4	244	274	304	334	364	394	424	454
5	245	275	305	335	365	395	425	455
6	246	276	306	336	366	396	426	456
7	247	277	307	337	367	397	427	457
8	248	278	308	338	368	398	428	458
9	249	279	309	339	369	399	429	459
10	250	280	310	340	370	400	430	460
11	251	281	311	341	371	401	431	461
12	252	282	312	342	372	402	432	462
13	253	283	313	343	373	403	433	463
14	254	284	314	344	374	404	434	464
15	255	285	315	345	375	405	435	465
16	256	286	316	346	376	406	436	466
17	257	287	317	347	377	407	437	467
18	258	288	318	348	378	408	438	468
19	259	289	319	349	379	409	439	469
20	260	290	320	350	380	410	440	470
21	261	291	321	351	381	411	441	471
22	262	292	322	352	382	412	442	472
23	263	293	323	353	383	413	443	473
24	264	294	324	354	384	414	444	474
25	265	295	325	355	385	415	445	475
26	266	296	326	356	386	416	446	476
27	267	297	327	357	387	417	447	477
28	268	298	328	358	388	418	448	478
29	269	299	329	359	389	419	449	479
30	270	300	330	360	390	420	450	480

Розділи: Фізика твердого тіла. Фізика атомного ядра та елементарних частинок

Зведення основних формул розділу

Теплові властивості твердих тіл

1 Молярна внутрішня енергія хімічно простих (які складаються з однакових атомів) твердих тіл у класичній теорії теплоємності виражається формулою

$$U_{\mu} = 3RT ,$$

де R – газова стала; T – термодинамічна температура.

2 Теплоємність тіла при сталому об'ємі визначається першою похідною від внутрішньої енергії U за температурою, тобто

$$C = \frac{dU}{dT} .$$

3 Закон Дюлонга і Пті. Молярна теплоємність C_{μ} хімічно простих твердих тіл визначається співвідношенням

$$C_{\mu} = 3R .$$

4 Закон Неймана-Коппа. Молярна теплоємність хімічно складних тіл (які складаються із різних атомів) дорівнює

$$C_{\mu} = n \cdot 3R ,$$

де n – загальна кількість частинок у хімічній формулі сполуки.

5 Середнє значення енергії $\langle E \rangle$ квантового осцилятора, що припадає на один ступінь вільності, у квантовій теорії Ейнштейна визначається за формулою

$$\langle E \rangle = E_0 + \frac{\hbar\omega}{\exp[\hbar\omega/kT] - 1},$$

де E_0 – нульова енергія ($E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$); ω – циклічна частота коливань осцилятора; k – стала Больцмана; T – термодинамічна температура.

6 Молярна внутрішня енергія кристала у квантовій теорії теплоємності Ейнштейна визначається співвідношенням

$$U_\mu = U_{\mu 0} + 3R \frac{\theta_E}{\exp(\theta_E/T) - 1},$$

де $U_{\mu 0} = \frac{3}{2}R\theta_E$ – молярна нульова енергія за теорією Ейнштейна; $\theta_E = \hbar\omega/k$ – характеристична температура Ейнштейна.

7 Молярна теплоємність кристала у квантовій теорії теплоємності Ейнштейна дорівнює

$$C_\mu = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{\exp(\theta_E/T)}{(\exp(\theta_E/T) - 1)^2}.$$

При низьких температурах ($T \ll \theta_E$)

$$C_\mu = 3R(\theta_E/T) \exp(-\theta_E/T).$$

8 Частотний спектр коливань у квантовій теорії теплоємності Дебая задається функцією розподілу частот $g(\omega)$. Кількість dZ власних частот тіла, які припадають на інтервал від ω до $\omega + d\omega$, визначається виразом

$$dZ = g(\omega)d\omega.$$

Для тривимірного кристала, який містить N атомів,

$$dZ = \frac{9N}{\omega_{\max}^3} \omega^2 d\omega,$$

де ω_{\max} – максимальна частота, яка обмежує спектр коливань.

9 Внутрішня енергія U твердого тіла пов'язана з середньою енергією $\langle E \rangle$ квантового осцилятора і функцією розподілу частот $g(\omega)$ співвідношенням

$$U = \int_0^{\omega_{\max}} \langle E \rangle g(\omega) d\omega.$$

10 Молярна внутрішня енергія кристала за теорією Дебая дорівнює

$$U_{\mu} = U_{\mu 0} + 3RT \cdot 3 \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3}{\exp(x) - 1} dx,$$

де $U_{\mu 0} = \frac{9}{8} R\theta_D$ - молярна нульова енергія кристала за теорією

Дебая; $\theta_D = \hbar\omega_{\max}/k$ - характеристична температура Дебая, $x = \frac{\hbar\omega}{kT}$.

11 Молярна теплоємність кристала за теорією Дебая визначається співвідношенням

$$C_{\mu} = 3R \left[12 \left(T/\theta_D \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{\exp(x) - 1} - \frac{3(\theta_D/T)}{\exp(\theta_D/T) - 1} \right].$$

Граничний закон Дебая. В області низьких температур ($T \ll \theta_D$) остання формула набуває вигляду

$$C_{\mu} = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3.$$

12 Енергія E фонона пов'язана з циклічною частотою ω коливань класичної хвилі співвідношенням

$$E = \hbar\omega.$$

13 Квазіімпульс фонона

$$p = 2\pi\hbar/\lambda.$$

14 Швидкість фонона є груповою швидкістю звукових хвиль у кристалі

$$u = dE/dp.$$

При малих значеннях енергії фонона дисперсією хвиль можна знехтувати, і тоді групова та фазова швидкості будуть однаковими:

$$u = v = E/p.$$

15 Швидкості поздовжніх (v_l) та поперечних (v_t) хвиль у кристалі визначаються за формулами:

$$v_l = \sqrt{E_n/\rho}, \quad v_t = \sqrt{G/\rho},$$

де E_n і G - модулі відповідно поздовжньої та поперечної пружності (модуль Юнга та модуль зсуву); ρ - густина тіла.

Електричні властивості твердих тіл

16 Закони Ома і Джоуля-Ленца у диференціальній формі мають вигляд

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}_e, \quad \omega_p = \sigma E_e^2,$$

де j - густина струму; ω_p - об'ємна густина теплової потужності; σ - питома провідність; E_e - напруженість електричного поля.

17 Питома електрична провідність визначається співвідношенням

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{e^2 n \langle l \rangle}{m \langle u \rangle},$$

де e і m - заряд і маса електрона; n - концентрація електронів; $\langle l \rangle$ - середня довжина їх вільного пробігу; $\langle u \rangle$ - середня швидкість хаотичного руху електронів.

18 Закон Відемана-Франца має вигляд

$$\frac{\lambda}{\sigma} = 3 \frac{k^2}{e^2} T,$$

де λ - теплопровідність; σ - питома провідність; k - стала Больцмана.

19 Розподіл Фермі за енергіями для вільних електронів у металі записується таким чином:

$$\text{-при } T \neq 0 \quad dn(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{E^{1/2} dE}{\exp[(E - E_F)/kT] + 1};$$

$$\text{-при } T = 0 \quad dn(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} E^{1/2} dE \quad (\text{при } E < E_F),$$

де $dn(E)$ - концентрація електронів, енергія яких знаходиться в інтервалі значень від E до $E + dE$; m і E - маса та енергія електрона; E_F - рівень (або енергія) Фермі.

20 Енергія рівня Фермі в металі при $T = 0$ визначається співвідношенням

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3},$$

де n – концентрація вільних носіїв.

21 Температура T_e виродження електронного газу дорівнює

$$T_e = \frac{2\pi\hbar^2}{km} n^{2/3}.$$

22 Питома провідність власних напівпровідників визначається за формулою

$$\sigma = en(\mu_n + \mu_p),$$

де e - заряд електрона; n - концентрація носіїв заряду (електронів та дірок); μ_n і μ_p - рухливості електронів та дірок.

23 Концентрація вільних носіїв у власному напівпровіднику дорівнює

$$n_i = p_i = \frac{2(2\pi\sqrt{m_n m_p} kT)^{3/2}}{h^3} e^{-\Delta E/(2kT)} = \sqrt{N_c N_v} e^{-\Delta E/(2kT)},$$

де m_n , m_p ефективні маси електронів та дірок; ΔE - ширина забороненої зони матеріалу; N_c , N_v - ефективна густина станів зони провідності та валентної зони, відповідно.

24 Концентрація вільних носіїв у домішковому напівпровіднику дорівнює

$$n = \frac{2(2\pi m_n kT)^{3/2}}{h^3} e^{E_a/kT} = N_c e^{E_a/kT},$$

де E_a - енергія активації домішки.

25 Залежність питомої провідності власного напівпровідника від температури має вигляд

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right),$$

де ΔE - ширина забороненої зони матеріалу; σ_0 - стала, що слабо залежить від температури.

26 Положення рівня Фермі у власному напівпровіднику визначається співвідношенням

$$E_F = -\frac{\Delta E}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_p}{m_n}.$$

27 Сила струму у p - n -переході визначається співвідношенням

$$I = I_0 \left[\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right].$$

де I_0 - струм насичення; U – зовнішня напруга на переході.

28 Напруга U_n - на гранях зразка при ефекті Холла дорівнює

$$U_n = R_n B j l,$$

де R_n - стала Холла; B - індукція магнітного поля; l - ширина пластини; j - густина струму.

29 Стала Холла для напівпровідників типу алмазу, кремнію, германію та ін., які містять носії заряду одного виду (n або p), задається співвідношенням

$$R_n = \frac{3\pi}{8} \frac{1}{en},$$

де n - концентрація носіїв заряду.

30 Магнетон Бора μ_B - елементарний магнітний момент – визначається формулою

$$\mu_B = e\hbar/(2m),$$

де e і m - заряд і маса електрона.

31 Магнітний момент ядра дорівнює

$$\mu_I = g\mu_N\sqrt{I(I+1)},$$

де g - ядерний фактор Лінде (g -фактор); μ_N - ядерний магнетон ($\mu_N = e\hbar/2m_p$); m_p - маса протона; I - спінове квантове число ядра (спін ядра).

32 Зв'язок магнітного моменту ядра з моментом імпульсу L_I ядра

$$\mu_I = \gamma L_I,$$

де γ - гіромагнітне відношення $\gamma = g\mu_N/\hbar$ і $L_I = \hbar\sqrt{I(I+1)}$.

33 Проекція магнітного моменту ядра на напрямок вектора магнітної індукції зовнішнього поля

$$\mu_z = g\mu_N m_I,$$

де m_l - спінове магнітне квантове число ядра, $m_l = I, I-1, \dots, -I$.

34 Циклічна частота ω_0 змінного магнітного поля, при якій виникає резонансне поглинання енергії,

$$\omega_0 = \gamma B,$$

де B - магнітна індукція зовнішнього постійного магнітного поля.

35 Відношення заселеностей енергетичних рівнів (за відсутності високочастотного поля) атома має вигляд

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-(E_2 - E_1)/(kT)},$$

де N_1 - заселеність енергетичного рівня E_1 ; N_2 - заселеність енергетичного рівня E_2 ; $E_2 > E_1$.

Будова атомних ядер. Радіоактивність

36 Ядро позначається тим самим символом, що і нейтральний атом



де X - символ хімічного елемента; Z - атомний номер (число протонів у ядрі); A - масове число (число нуклонів у ядрі). Число N нейтронів у ядрі дорівнює різниці $A - Z$.

37 Радіус ядра атома дорівнює

$$R = R_0 A^{1/3},$$

де $R_0 = 1,4 \cdot 10^{-15}$ м; A - масове число (число нуклонів у ядрі).

38 Основний закон радіоактивного розпаду має вигляд

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

де N - число атомів, які не розпалися, у момент часу t ; N_0 - число атомів, які не розпалися, в момент, взятий за початковий (при $t = 0$); λ - стала радіоактивного розпаду.

39 Період напіврозпаду $T_{1/2}$ - проміжок часу, за який число атомів, які не розпалися, зменшується у два рази. Період напіврозпаду пов'язаний зі сталою розпаду співвідношенням

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

40 Число атомів, які розпалися за час t , дорівнює

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}).$$

Якщо проміжок часу $\Delta t \ll T_{1/2}$, то для визначення числа атомів, які розпалися, можна використовувати наближену формулу

$$\Delta N \approx \lambda N \Delta t.$$

41 Середній час життя τ радіоактивного ізотопу – проміжок часу, за який число ядер, які не розпалися, зменшується у e разів:

$$\tau = 1/\lambda.$$

42 Число атомів, яке міститься у радіоактивному ізотопі, дорівнює

$$N = (m/\mu) N_A,$$

де m - маса ізотопу; μ - його молярна маса; N_A - стала Авогадро.

43 Активність A нукліда у радіоактивному джерелі (активність ізотопу) є величина, яка дорівнює відношенню числа dN ядер, які розпалися в ізотопі, до проміжку часу dt , за який відбувся розпад. Активність визначається за формулою

$$A = -\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

або після заміни N за основним законом радіоактивного розпаду, одержимо

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

44 Активність ізотопу у початковий момент часу ($t = 0$) дорівнює

$$A_0 = \lambda N_0.$$

45 Активність ізотопу змінюється з часом за тим самим законом, що і число ядер, які не розпалися:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}.$$

46 Масова активність a радіоактивного джерела є величина, яка дорівнює відношенню його активності A до маси m цього джерела, тобто

$$a = A/m.$$

47 Якщо є суміш ряду радіоактивних ізотопів, які утворюються один із іншого, і якщо стала розпаду λ першого члена ряду набагато менша від сталих усіх інших членів ряду, то у суміші

встановлюється стан радіоактивної рівноваги, при якій активності всіх членів ряду дорівнюють один одному:

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \dots = \lambda_k N_k .$$

Приклади розв'язання задач

Приклад 1 Використовуючи квантову теорію теплоємності Ейнштейна, обчислити питому теплоємність c алюмінію при постійному об'ємі і температурі $T=200$ К. Характеристичну температуру Ейнштейна для алюмінію взяти такою, що дорівнює $\theta_E = 300$ К.

Розв'язання. Питома теплоємність c речовини може бути вираженою через молярну теплоємність C_μ з використанням співвідношення

$$c = C_\mu / \mu, \quad (1)$$

де μ - молярна маса.

Молярна теплоємність при постійному об'ємі за теорією Ейнштейна визначається формулою

$$C_\mu = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\frac{\theta_E}{T}}}{\left(e^{\frac{\theta_E}{T}} - 1 \right)^2} . \quad (2)$$

Підставивши у співвідношення (1) вираз (2), отримаємо

$$c = \frac{3R}{\mu} \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\frac{\theta_E}{T}}}{\left(e^{\frac{\theta_E}{T}} - 1 \right)^2} . \quad (3)$$

Після підстановки значень фізичних величин одержимо

$$c = \frac{3 \cdot 8,31 \left(\frac{300}{200} \right)^2 e^{300/200}}{27 \cdot 10^{-3} \left(\frac{300}{200} \right)^2 e^{300/200} - 1} = 770 \text{ (Дж/кг}\cdot\text{К)}.$$

Відповідь: $c = 770$ Дж/кг·К.

Приклад 2 Визначити теплоту ΔQ , яка необхідна для нагрівання кристала $NaCl$ масою $m = 20$ г від температури $T_1 = 2$ К до температури $T_2 = 4$ К. Характеристичну температуру Дебая θ_D для $NaCl$ взяти такою, що дорівнює 320 К. Вважати, що виконується умова $T \ll \theta_D$.

Розв'язання. Теплота ΔQ , яка необхідна для нагрівання тіла від температури T_1 до T_2 , може бути обчислена за формулою

$$\Delta Q = \int_{T_1}^{T_2} C_T dT, \quad (4)$$

де C_T - теплоємність тіла. Теплоємність тіла пов'язана з молярною теплоємністю співвідношенням

$$C_T = \frac{m}{\mu} C_\mu, \quad (5)$$

де m - маса тіла; μ - молярна маса.

Підставивши вираз (5) у співвідношення (4), отримаємо

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} \int_{T_1}^{T_2} C_\mu dT. \quad (6)$$

У загальному випадку теплоємність C_μ є складною функцією температури, тому виносити її за знак інтеграла не можна. Проте,

якщо виконується умова $T \ll \theta_D$, знаходження ΔQ полегшується тим, що можна скористатися граничним законом Дебая. У відповідності до цього закону теплоємність пропорційна кубу термодинамічної температури:

$$C_\mu = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3. \quad (7)$$

Підставляючи молярну теплоємність (7) у формулу (6), отримаємо

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5} \cdot \frac{m}{\mu} \cdot \frac{R}{\theta_D^3} \int_{T_1}^{T_2} T^3 dT. \quad (8)$$

Проведемо інтегрування:

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5} \cdot \frac{m}{\mu} \cdot \frac{R}{\theta_D^3} \left(\frac{T_2^4}{4} - \frac{T_1^4}{4} \right). \quad (9)$$

Зведемо отриману формулу до вигляду

$$\Delta Q = \frac{3\pi^4}{5} \cdot \frac{m}{\mu} \cdot \frac{R}{\theta_D^3} (T_2^4 - T_1^4). \quad (10)$$

Після підстановки числових значень величин отримаємо

$$\Delta Q = \frac{3(3,14)^4}{5} \frac{2 \cdot 10^{-2}}{58,5 \cdot 10^{-3}} \frac{8,31}{(320)^2} (4^4 - 2^4) = 1,22 \cdot 10^{-3} \text{ (Дж)}.$$

Відповідь: $\Delta Q = 1,22$ мДж.

Приклад 3 Обчислити максимальну енергію E_F (енергію Фермі), яку можуть мати вільні електрони у металі (мідь) при температурі $T = 0$ К. Припустити, що на кожний атом міді припадає один валентний електрон.

Розв'язання: Максимальна енергія E_F , яку можуть мати електрони в металі при $T = 0$ К, пов'язана з концентрацією вільних електронів співвідношенням

$$E_F = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3}}{2m}, \quad (11)$$

де \hbar - стала Планка; m - маса електрона.

Концентрація вільних електронів за умовою задачі дорівнює концентрації атомів, яка може бути знайдена за формулою

$$n = \frac{\rho N_A}{\mu}, \quad (12)$$

де ρ - густина міді; N_A - стала Авогадро; μ - молярна маса.

Підставляючи вираз (12) у формулу (11), одержимо

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(3\pi^2 \rho \frac{N_A}{\mu} \right)^{2/3}. \quad (13)$$

Проведемо обчислення:

$$E_F = \frac{(1,05 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \left[3 \cdot (3,14)^2 \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{64 \cdot 10^{-3}} \right]^{2/3} =$$
$$= 1,18 \cdot 10^{-18} \text{ (Дж)} = 7,4 \text{ (еВ)}.$$

Відповідь: $E_F = 1,18 \cdot 10^{-18}$ Дж = 7,4 еВ.

Приклад 4 Кремній нагрівають від температури $t_1 = 0^\circ\text{C}$ до температури $t_2 = 20^\circ\text{C}$. У скільки разів зростає його питома провідність?

Розв'язання. Питома провідність σ власних напівпровідників пов'язана з температурою T співвідношенням

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\Delta E / (2kT)}, \quad (14)$$

де σ_0 - деяка константа; ΔE - ширина забороненої зони матеріалу.

Записавши вирази для провідності у випадку двох різних температур та поділивши їх, одержимо

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{e^{-\Delta E / (2kT_1)}}{e^{-\Delta E / (2kT_2)}} = \exp \left[\frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right]. \quad (15)$$

Враховуючи, що для кремнію $\Delta E = 1,1 \text{ eV}$, проведемо обчислення:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \exp \frac{1,76 \cdot 10^{-19}}{2(1,38 \cdot 10^{-23})} \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{293} \right) = 4,93.$$

Відповідь: $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 4,93$.

Приклад 5 Питома провідність і коефіцієнт Холла арсеніду індію відповідно дорівнюють $\sigma = 4 \cdot 10^2 \text{ См} \cdot \text{м}^{-1}$ і $R_H = 10^{-2} \text{ м}^3/\text{К}$. Вважаючи, що провідність здійснюється зарядами одного знаку, визначити їх концентрацію і рухливість.

Розв'язання. У загальному випадку стала Холла визначається співвідношенням

$$R_H = \frac{A}{e} \cdot \frac{(p\mu_p^2 - n\mu_e^2)}{(p\mu_p + n\mu_e)^2}, \quad (16)$$

де A – коефіцієнт, що залежить від механізму розсіювання носіїв заряду; n , p – концентрації електронів і дірок у напівпровідниковому матеріалі; μ_e , μ_p – рухливості відповідних носіїв.

Для електронних або діркових напівпровідників це співвідношення спрощується до вигляду

$$R_H = \frac{A}{ep}, \quad (17)$$

де $A = \frac{3\pi}{8}$.

З останнього виразу легко знайти концентрацію носіїв у матеріалі

$$p = \frac{A}{eR_H}. \quad (18)$$

Рухливість носіїв у напівпровіднику визначимо із співвідношення

$$\mu_p = \sigma R_H. \quad (19)$$

Після підстановки числових значень величин у вирази (18) та (19) отримаємо

$$p = \frac{3\pi}{8} \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2}} = 7,36 \cdot 10^{20} \text{ (м}^{-1}\text{)}.$$

$$\mu_p = 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^2 = 4 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}.$$

Відповідь: $p = 7,36 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-1}$, $\mu_p = 4 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$.

Приклад 6 Обчислити дефект маси і енергію зв'язку ядра ${}^7_3\text{Li}$.

Розв'язання. Маса ядра завжди є меншою від суми мас вільних нуклонів (протонів і нейтронів), з яких утворилося ядро. Дефект маси ядра Δm є різницею між сумою мас вільних нуклонів і масою ядра, тобто

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}, \quad (20)$$

де Z - атомний номер елемента (число протонів в ядрі);

A - масове число (число нуклонів, що складають ядро);
 $m_p, m_n, m_{\text{я}}$ - відповідно маси протона, нейтрона і ядра.

У довідкових таблицях завжди наводяться маси нейтральних атомів, але не ядер, тому формулу (1) доцільно перетворити так, щоб у неї входила маса m_a нейтрального атома. Можна вважати, що маса нейтрального атома дорівнює сумі мас ядра і електронів, що створюють електронну оболонку атома: $m_a = m_{\text{я}} + Zm_e$, звідки

$$m_{\text{я}} = m_a - Zm_e. \quad (21)$$

З використанням співвідношення (21) формулу (20) можна записати у вигляді $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_a + Zm_e$ або

$$\Delta m = Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - m_a. \quad (22)$$

Враховуючи, що $m_p + m_e = m_H$, де m_H - маса атома водню, остаточно отримаємо

$$\Delta m = Zm_H + (A - Z)m_n - m_a. \quad (23)$$

У ядерній фізиці маси атомів зазвичай беруть у атомних одиницях маси. Підставивши у вираз (23) числові значення мас, отримаємо значення дефекту маси

$$\Delta m = [3 \cdot 1,00783 + (7-3) \cdot 1,00867 - 7,01601] = 0,04216 \text{ (а.о.м.)}$$

Відповідно до закону пропорційності маси і енергії енергія зв'язку ядра дорівнює

$$E = \Delta m c^2, \quad (24)$$

де c - швидкість світла у вакуумі.

Після підстановки числових значень величин одержимо

$$E = 0,04216 \cdot 1,672 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 6,34 \cdot 10^{-12} \text{ (Дж)}.$$

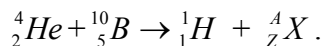
Обчислимо енергію зв'язку, користуючись позасистемними одиницями, у цьому випадку $c^2 = 931,4 \text{ МеВ/а.о.м.}$ З урахуванням даного співвідношення одержимо

$$E = 931,4 \cdot 0,04216 = 39,2 \text{ (МеВ)}.$$

Відповідь: $\Delta m = 0,04216 \text{ а.о.м.}; E = 39,2 \text{ МеВ}.$

Приклад 7 При зіткненні α -частинки з ядром бору ${}^{10}_5B$ відбулася ядерна реакція, в результаті якої утворилося два нових ядра, одне з яких - ядро атома водню 1_1H . Визначити порядковий номер і масове число другого ядра, подати символічний запис ядерної реакції і визначити енергію, що виділяється.

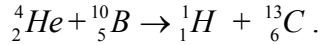
Розв'язання. Позначимо невідоме ядро символом A_ZX . Оскільки α -частинка є ядром гелію 4_2He , запис реакції має вигляд



Застосувавши закон збереження числа нуклонів, отримаємо $4+10=1+A$, звідки $A = 13$. Застосувавши закон

збереження заряду, знайдемо $2 + 5 = 1 + Z$, звідки $Z = 6$. Отже, невідоме ядро є ядром атома ізотопу вуглецю ${}^{13}_6\text{C}$.

Тепер можна записати реакцію в остаточному вигляді:



Енергія ядерної реакції визначається за формулою

$$Q = c^2 \Delta m = c^2 [(m_{\text{He}} + m_{\text{B}}) - (m_{\text{H}} + m_{\text{C}})]. \quad (25)$$

Тут у перших круглих дужках записані маси материнських ядер, у других дужках - маси ядер - продуктів реакції. При числових підрахунках за цією формулою маси ядер замінимо масами нейтральних атомів. Можливість такої заміни впливає з тих міркувань, що число електронів у електронній оболонці нейтрального атома дорівнює заряду його ядра Z . Сума зарядів вихідних ядер дорівнює сумі зарядів ядер - продуктів реакції. Отже, електронні оболонки ядер гелію і бору містять разом стільки ж електронів, скільки їх містять електронні оболонки ядер вуглецю і водню.

Очевидно, що при відніманні суми мас нейтральних атомів вуглецю і водню від суми мас атомів гелію і бору маси електронів випадуть, внаслідок чого отримаємо той же результат, якби для розрахунків брали маси ядер. Підставивши маси атомів у атомних одиницях маси у розрахункову формулу, отримаємо

$$Q = 931,4 \cdot ((4,00260 + 10,01294) - (1,00783 + 13,00335)) = \\ = 4,06 \text{ (MeV)}.$$

Відповідь: $Q = 4,06 \text{ MeV}$.

Приклад 8 Визначити початкову активність A_0 радіоактивного препарату магнію ${}^{27}\text{Mg}$ масою $m = 0,4 \text{ мкг}$, а також його активність A через час $t = 6 \text{ год}$. Період напіврозпаду магнію дорівнює $T_{1/2} = 10 \text{ хв}$.

Розв'язання. Активність A ізотопу характеризує швидкість

радіоактивного розпаду і визначається відношенням числа dN ядер, що розпалися за інтервал часу dt , до цього інтервалу:

$$A = -dN/dt. \quad (26)$$

Знак «-» показує, що число N радіоактивних ядер з часом зменшується.

Для того щоб знайти dN/dt , скористаємося законом радіоактивного розпаду

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (27)$$

де N - число радіоактивних ядер, що містяться в ізотопі, у момент часу t ; N_0 - число радіоактивних ядер у момент часу, прийнятий за початковий ($t = 0$); λ - стала радіоактивного розпаду.

Продиференціюємо вираз (27) за часом:

$$dN / dt = -\lambda N_0 e^{-\lambda t}. \quad (28)$$

З урахуванням співвідношення (26) активність препарату у момент часу t дорівнює

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}. \quad (29)$$

Початкову активність A_0 препарату отримаємо при $t = 0$:

$$A_0 = \lambda N_0. \quad (30)$$

Стала радіоактивного розпаду λ пов'язана з періодом напіврозпаду $T_{1/2}$ співвідношенням

$$\lambda = \frac{(\ln 2)}{T_{1/2}}. \quad (31)$$

Число N_0 радіоактивних ядер, що містяться в ізотопі, дорівнює добутку сталої Авогадро N_A на кількість речовини ν даного ізотопу:

$$N_0 = \nu N_A = \frac{m}{\mu} N_A, \quad (32)$$

де m – маса ізотопу; μ – молярна маса.

З урахуванням виразів (31) і (32) формули (29) і (30) набувають вигляду:

$$A_0 = \frac{m \ln 2}{\mu T_{1/2}} N_A, \quad (33)$$

$$A = \frac{m \ln 2}{\mu T_{1/2}} N_A e^{\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}. \quad (34)$$

Проведемо обчислення, враховуючи, що $T_{1/2} = 10$ хв = 600 с,
 $t = 6 \text{ год} = 6 \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ с} = 2,16 \cdot 10^3 \text{ с}$.

$$A_0 = \frac{0,4 \cdot 10^{-9}}{27 \cdot 10^{-3}} \frac{\ln 2}{600} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ Бк} = 10,26 \cdot 10^{12} \text{ Бк} = 10,26 \text{ ТБк}.$$

Відповідь: $A = 10,26 \text{ ТБк}$.

Задачі

241 Є струна довжини l , яка може здійснювати поперечні коливання у заданій площині. Швидкість розповсюдження коливань дорівнює v . Визначити число N нормальних коливань струни з частотами в інтервалі від ω до $\omega + \Delta\omega$.

Відповідь: $dN_\omega = \frac{l}{\pi\omega} d\omega$.

242 Є прямокутна мембрана площею S . Швидкість розповсюдження поперечних коливань у мембрані дорівнює v . Визначити число нормальних коливань мембрани з частотами в інтервалі від ω до $\omega + \Delta\omega$.

Відповідь: $dN_\omega = (S/2\pi v^2) \omega d\omega$.

243 Пружне тіло об'ємом V має форму прямокутного паралелепіпеда. Швидкість розповсюдження поперечних коливань в тілі дорівнює v . Визначити число N нормальних поперечних коливань тіла з частотами в інтервалі від ω до $\omega + \Delta\omega$.

Відповідь: $dN_\omega = (V/\pi^2 v^3) \omega^2 d\omega$.

244 Визначити температуру Дебая θ_D для одновимірного хімічно простого кристала, тобто ланцюжка однакових атомів, що здійснюють коливання вздовж прямої лінії, на якій вони розміщуються. Концентрація атомів (число на одиницю довжини) $n=5 \cdot 10^9 \text{ м}^{-1}$, швидкість хвиль у кристалі $v=3000 \text{ м/с}$.

Відповідь: $\theta_D = (\pi h v n) / k = 360 \text{ К}$.

245 Визначити температуру Дебая θ_D для двовимірного кристала, що складається з атомів одного сорту. Атоми можуть коливатися в площині, на якій вони розміщуються. Рівноважні положення атомів перебувають у вершинах прямокутних кристалічних комірок. Концентрація атомів (число їх, що припадає на одиницю площі) $n=2,5 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-2}$, швидкість поперечних та подовжніх хвиль в кристалі однакова і дорівнює $v=3000 \text{ м/с}$.

Відповідь: $\theta_D = 2 (h/k) v \sqrt{\pi n} = 406 \text{ К}$.

246 Визначити температуру Дебая θ_D для тривимірного кристала, що складається з атомів одного сорту. Рівноважні положення атомів перебувають у вершинах прямокутних кристалічних комірок. Концентрація атомів (число їх, що припадає на одиницю об'єму) $n=1,25 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}$. Швидкість поперечних і подовжніх хвиль в кристалі однакова і дорівнює $v=3000 \text{ м/с}$.

Відповідь: $\theta_D = (h/k) v \cdot \sqrt[3]{6\pi^2 n} = 447 \text{ К}$.

247 Визначити енергію нульових коливань охолодженого до затвердіння моля аргону (температура Дебая $\theta_D = 92 \text{ К}$).

Відповідь: $U_0 = 9/8 R \theta_D = 860$ Дж.

248 Знайти максимальну енергію E_m фонона, який може збуджуватися у кристалі, що характеризується температурою Дебая $\theta_D = 300$ К. Фотон якої довжини хвилі λ мав би таку ж енергію?

Відповідь: $E_m = 0,026$ еВ; $\lambda = 0,048$ нм.

249 Атомна маса срібла $A_r = 107,9$, густина $\rho = 10,5$ г/см³. Виходячи з цих даних, оцінити максимальне значення p_{max} імпульсу фонона у сріблі.

Відповідь: $p_{max} \approx \pi h \sqrt{\frac{\rho N_A}{\mu}} = 1,3 \cdot 10^{-24}$ кг·м/с.

250 Що відбувається з енергетичним спектром фононів при збільшенні об'єму кристала (при незмінній концентрації атомів) в 2 рази?

Відповідь: рівні енергії стають у 2 рази густішими.

251 Чи залежить середнє число фононів N певної частоти ω , що виникають при даній температурі в деякому кристалічному зразку, від числа атомів у цьому зразку?

Відповідь: ні, не залежить.

252 Як залежить число фононів з частотами від ω до $\omega + \Delta\omega$, що виникають при даній температурі у деякому кристалічному зразку, від числа N атомів у цьому зразку?

Відповідь: $d_n \sim N$.

253 Як залежить повне число n фононів усіх частот, що виникають при даній температурі у деякому кристалічному зразку, від числа N атомів у цьому зразку?

Відповідь: $n \sim N$.

254 Яка кількість n фононів максимальної частоти збуджується в середньому при температурі $T = 400$ К у кристалі, дебаєвська температура якого $\theta_D = 200$ К?

Відповідь: $\langle n \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{\theta_D}{T}\right) - 1} = 1,54$.

255 Взавши для срібла значення температури Дебая $\theta_D = 208$ К, визначити максимальне значення енергії E_m фонона.

Відповідь: $E_m = 0,018$ еВ.

256 Взятши для срібла значення температури Дебая $\theta_D = 208$ К визначити середнє число N фононів з енергією E при температурі $T = 300$ К.

Відповідь: $\langle N \rangle = 1$.

257 Обчислити характеристичну температуру θ_D Дебая для заліза, якщо при температурі $T = 20^0$ С молярна теплоємність заліза становить $C_{\mu} = 0,226$ Дж/К·моль. Вважати, що виконується умова $T < \theta_D$.

Відповідь: $\theta = T(234R/C_m)^{1/3} = 410$ К.

258 Система, що складається з $N = 10^{20}$ тривимірних квантових осциляторів, знаходиться при температурі $T = 0$ К ($\theta_E = 250$ К). Визначити енергію E системи.

Відповідь: $E = 3N \left[kT \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{e-1} \right) \right] = 11,2$ Дж.

259 Мідний зразок масою $m = 100$ г знаходиться при температурі $T_1 = 10$ К. Визначити теплоту Q , необхідну для нагрівання зразка до температури $T_2 = 20$ К. Припустити, що характеристична температура для міді дорівнює $\theta_D = 300$ К, а умова $T < \theta_D$ виконується.

Відповідь: $Q = 58,5 \frac{m}{\mu} \frac{R}{\theta_D^3} (T_2^4 - T_1^4) = 4,3$ Дж.

260 Знайти відношення середньої енергії $\langle E \rangle$ лінійного одномірного осцилятора, що обчислена за квантовою теорією, до енергії такого ж осцилятора, яка обчислена за класичною теорією. Розрахунки виконати для двох температур: 1) $T = 0,19 \theta_E$; 2) $T = \theta_E$, де θ_E - характеристична температура Ейнштейна.

Відповідь: $\delta_1 = 4,24 \cdot 10^{-4}$; $\delta_2 = 0,58$.

261 Знаючи, що для алмаза $\theta_D = 2000$ К, обчислити його питому теплоємність при температурі $T = 30$ К.

Відповідь: $c = 234 \cdot (R/\mu)(T/\theta_D)^3 = 0,55$ Дж/кг·К.

262 Молярна теплоємність C_{μ} срібла при температурі $T = 20^0$ С дорівнює $1,65$ Дж/(К). Обчислити за значенням теплоємності

характеристичну температуру θ_D . Вважати, що виконується умова $T < \theta_D$.

Відповідь: $\theta_D = T(234R/C_M)^{1/3} = 210$ К.

263 Обчислити (за теорією Дебая) питому теплоємність хлористого натрію при температурі $T = \frac{\theta_D}{20}$. Вважати, що виконується умова $T < \theta_D$.

Відповідь: $c = 4,2$ Дж/кг·К.

264 Обчислити за теорією Дебая теплоємність цинку масою $m = 100$ м при температурі $T = 10$ К. Характеристичну температуру Дебая для цинку взяти такою, що дорівнює $\theta_D = 300$ К. Вважати, що виконується умова $T < \theta_D$.

Відповідь: $C = 0,1$ Дж/К.

265 Вивести формулу для середньої енергії $\langle E \rangle$ класичного лінійного гармонічного осцилятора при тепловій рівновазі. Обчислити значення $\langle E \rangle$ при $T = 300$ К.

Відповідь: $\langle E \rangle = kT$; $\langle E \rangle = 4,14 \cdot 10^{-21}$ Дж.

266 Визначити енергію U і теплоємність C системи, що складається з $N = 10^{25}$ класичних тривимірних незалежних гармонічних осциляторів. Температура $T = 300$ К.

Відповідь: $U = 124$ кДж; $C = 414$ Дж/К.

267 Визначити: 1) середню енергію $\langle E \rangle$ лінійного одномірного квантового осцилятора при температурі $T = \theta_E$ ($\theta_E = 200$ К);

2) енергію U системи, що складається з $N = 10^{25}$ квантових тривимірних незалежних осциляторів, при температурі $T = \theta_E$ ($\theta_E = 300$ К).

Відповідь: $\langle E \rangle = 2,99 \cdot 10^{-21}$ Дж; $U = 134$ кДж.

268 У скільки разів зміниться середня енергія $\langle E \rangle$ квантового осцилятора, що припадає на один ступінь вільності при підвищенні температури від $T_1 = \frac{\theta_E}{2}$ до $T_2 = \theta_E$? Врахувати нульову енергію осцилятора.

Відповідь: у 3,74 разу.

269 Визначити максимальну частоту власних коливань у кристалі золота за теорією Дебая. Характеристична температура дорівнює $\theta_D=180$ К.

Відповідь: $\omega_{max} = 2,36 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$.

270 Обчислити максимальну частоту Дебая, якщо відомо, що молярна теплоємність срібла при $T = 20$ С дорівнює $C_m=1,7$ Дж/(моль·К).

Відповідь: $\omega_{max} = 2,75 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$.

271 Пояснити, за яких умов можна використовувати статистику Максвела-Больцмана до електронів у металі. Користуючись розподілом Фермі-Дірака, одержати розподіл Максвела-Больцмана.

Відповідь: при $T \gg T_0$, де T_0 - температура виродження електронного газу.

272 Знаючи розподіл $dn(E)$ електронів у металі за енергією, установити розподіл $dn(p)$ електронів за імпульсами. Знайти окремий випадок розподілу при $T = 0^0$ С.

Відповідь: $dn(p) = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} \frac{p^2 dp}{\exp\left(\frac{p^2/2m - E_F}{kT}\right)}$ (при $T \neq 0$).

$dn(p) = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} p^2 dp$ (при $T = 0$).

273 Визначити відношення концентрації n_{max} електронів у металі (при $T = 0$ К), енергія яких відрізняється від максимальної не більше ніж на ΔE , до концентрації n_{min} електронів, енергії яких не перевищують значення $E = \Delta E$; ΔE взяти такою, що дорівнює $0,01$.

Відповідь: $\frac{n_{max}}{n_{min}} = 14,9$ рази.

274 Метал знаходиться при температурі $T = 0$ К. Визначити, у скільки разів число електронів зі швидкостями від $\frac{v_{max}}{2}$ до v_{max} більше, ніж число електронів з швидкостями від 0 до $\frac{v_{max}}{2}$.

Відповідь: у 7 разів.

275 Концентрація електронів у металевому зразку складає $2 \cdot 10^{30} \text{ м}^{-3}$. Визначити ефективну роботу виходу, якщо максимальна енергія, необхідна для видалення електрона з металу на нескінченно велику відстань, дорівнює $E_a=60 \text{ еВ}$.

Відповідь: $A = E_a - \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3} = 2,45 \text{ еВ}$.

276 Яка частина вільних електронів у металі має при абсолютному нулі кінетичну енергію, що перевищує середню енергію?

Відповідь: $\eta = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^{3/2} = 0,54$.

277 Яка частина вільних електронів у металі має при абсолютному нулі кінетичну енергію, що перевищує половину максимальної?

Відповідь: $\eta = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{3/2} = 0,65$.

278 Взявши рівень Фермі при абсолютному нулі $E_F(0)=5 \text{ еВ}$, визначити рівень Фермі при $T=300 \text{ К}$. Виразити E_F через $E_F(0)$.

Відповідь: $E_F \approx E_F(0) \left\{ 1 - \frac{[\pi k T / E_F(0)]^2}{12} \right\} = 5 \cdot (1 - 2,2 \cdot 10^{-5}) \text{ еВ}$.

279 Вважаючи, що на кожний атом міді припадає один вільний електрон, визначити рівень Фермі при абсолютному нулі $E_F(0)$ для міді.

Відповідь: $E_F(0) = \frac{1}{2m} \left(\frac{3\pi^2 N_A \rho}{\mu} \right)^{2/3} \hbar^2 = 7,04 \text{ еВ}$.

280 Вважаючи, що на кожний атом срібла припадає один вільний електрон, визначити середню кінетичну енергію вільних електронів $\langle E \rangle$ при абсолютному нулі.

Відповідь: $\langle E \rangle = \frac{3}{5} E_F(0) = 4,23 \text{ еВ}$.

281 Вважаючи, що на кожний атом золота припадає один вільний електрон, визначити температуру T , при якій середня кінетична енергія електронів класичного електронного газу дорівнювала б середній енергії вільних електронів у міді при $T=0$.

$$\text{Відповідь: } T = \frac{2}{3} \frac{\langle E \rangle}{k} = 3,27 \cdot 10^4 \text{ К.}$$

282 Виразити середню квадратичну швидкість $v_{ке}$ електронів у металі при $T = 0$ С через максимальну швидкість електронів v_{max} . Функцію розподілу електронів за швидкостями вважати відомою.

$$\text{Відповідь: } \langle v_{ке} \rangle = \sqrt{\frac{3}{5}} v_{max}.$$

283 За функцією розподілу $dn(p)$ електронів у металі за імпульсами встановити їх розподіл $dn(v)$ за швидкостями при $T=0$ К.

$$\text{Відповідь: } dn(v) = \frac{m}{\pi^2 \hbar^3} v^2 dv \text{ (при } T=0).$$

284 Визначити максимальну швидкість v_{max} електронів у металі при $T=0$ К, якщо рівень Фермі $E_F = 5$ еВ.

$$\text{Відповідь: } v_{max} = \sqrt{\frac{2E_F}{m}} = 1,32 \text{ Мм/с.}$$

285 Виразити середню швидкість $\langle v \rangle$ електронів у металі при $T = 0$ С через максимальну швидкість v_{max} . Обчислити $\langle v \rangle$ для металу, рівень Фермі якого при $T=0$ С дорівнює $E_F = 6$ еВ.

$$\text{Відповідь: } \langle v \rangle = 3/4 v_{max} = 1,09 \text{ Мм/с.}$$

286 Знайти при $T=0$ К розподіл електронів за швидкостями та відношення середньої $\langle v \rangle$ швидкості вільних електронів до їх максимальної швидкості v_{max} .

$$\text{Відповідь: } f(v) = \frac{3}{v_{max}} \left(\frac{v}{v_{max}} \right)^2 = \left(\frac{m^3}{\pi^2 \hbar^3} \right) v^2; \quad \frac{\langle v \rangle}{v_{max}} = \frac{3}{4}.$$

Вказівка. Використати перехід від розподілу носіїв за енергіями до розподілу носіїв за швидкостями $f(E)dE = f(v)dv$.

Середня швидкість обчислюється за формулою $\langle v \rangle = \int_0^{v_{\max}} f(v) dv$.

287 Визначити частину вільних електронів у металі при температурі $T = 0$ К, енергії яких перебувають у інтервалі значень від 0 до $\frac{1}{2} E_{\max}$.

Відповідь: $\eta = 0,35$.

288 Оцінити температуру T_g виродження для калію, якщо припустити, що на кожен атом припадає один вільний електрон. Густина калію $\rho = 860$ кг/м³.

Відповідь: $T_g = 31,2$ кК.

289 Визначити значення енергії Фермі E_F електронів провідності двовалентної міді. Виразити енергію Фермі у джоулях і електрон-вольтах.

Відповідь: $E_{F(0)} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(6\pi^2 \frac{\rho N_A}{\mu} \right)^{2/3} = 1,78 \cdot 10^{-18}$ Дж = 11,1 еВ.

290 За функцією розподілу $dn(p)$ електронів у металі за імпульсами встановити розподіл $dn(v)$ за швидкостями при довільній температурі T .

Відповідь: $dn(v) = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} \frac{v^2 dv}{\exp\left(\frac{mv^2 - 2E_F}{2kT}\right)}$ (при $T \neq 0$);

291 Визначити рівень Фермі E_F у власному напівпровіднику, якщо енергія активації дорівнює 0,1 еВ. За нульовий рівень відліку кінетичної енергії електронів взяти нижній рівень зони провідності.

Відповідь: $E_F = -0,05$ еВ.

292 Обчислити середню кінетичну енергію $\langle E_k \rangle$ електронів у металі при температурі $T=0$ К, якщо енергія рівня Фермі становить $E_F = 7$ еВ.

Відповідь: $\langle E_k \rangle = 0,6 E_F = 4,2$ еВ.

293 Питома провідність σ металу дорівнює 10 МСм/м. Обчислити середню довжину $\langle l \rangle$ вільного пробігу електронів у металі, якщо концентрація вільних електронів дорівнює $n = 10^{23} \text{ м}^{-3}$. Середню швидкість хаотичного руху електронів взяти такою, що дорівнює $v = 1 \text{ Мм/с}$.

Відповідь: $\langle l \rangle = 71 \text{ нм}$.

294 Виходячи з моделі вільних електронів, визначити число зіткнень, що зазнає електрон за час $t = 1 \text{ с}$, знаходячись у металі, якщо концентрація вільних електронів дорівнює $n = 10^{29} \text{ м}^{-3}$. Питому провідність металу взяти такою, що дорівнює 10 МСм.

Відповідь: $N = 1,4 \cdot 10^{14}$.

295 Виходячи з класичної теорії електропровідності металів, визначити середню кінетичну енергію $\langle E \rangle$ електронів у металі, якщо відношення теплопровідності до питомої провідності дорівнює $\chi/\sigma = 6,7 \cdot 10^{-1} \text{ К}$.

Відповідь: $\langle E \rangle = 39 \text{ меВ}$.

296 Визначити концентрацію n вільних електронів у металі при температурі $T = 0 \text{ К}$. Енергію Фермі взяти такою, що дорівнює $E_F = 1 \text{ еВ}$.

Відповідь: $n = 4,57 \cdot 10^{27} \text{ м}^{-3}$.

297 Визначити відношення концентрацій n_1/n_2 вільних електронів при $T = 0$ у літій і цезії, якщо відомо, що рівні Фермі у цих металах відповідно дорівнюють $E_{F1} = 4,72 \text{ еВ}$, $E_{F2} = 1,53 \text{ еВ}$.

Відповідь: $n_1/n_2 = 5,41$.

298 Визначити число вільних електронів, що припадає на один атом натрію при температурі $T = 0^\circ \text{ С}$. Рівень Фермі для натрію дорівнює $E_F = 3,12 \text{ еВ}$. Густина натрію складає $\rho = 970 \text{ кг/м}^3$.

Відповідь: $N = 0,9$.

299 У скільки разів число вільних електронів, що припадає на один атом металу при $T = 0$, більше в алюмінії, ніж у міді, якщо рівні Фермі металів дорівнюють $E_{F1} = 11,7 \text{ еВ}$, $E_{F2} = 7,0 \text{ еВ}$ відповідно?

Відповідь: $N_1/N_2 = 3$.

300 Визначити імовірність того, що електрон у металі займає енергетичний стан, що знаходиться на $\Delta E = 0,05$ еВ нижче від рівня Фермі, на $\Delta E = 0,05$ еВ вище від рівня Фермі, для двох температур: 1) $T = 290$ К; 2) $T = 58$ К.

Відповідь: 1) $\omega_1 = 0,893$; $\omega_2 = -0,119$; 2) $\omega_3 = 0,999955$; $\omega_4 = 4,5 \cdot 10^{-5}$.

301 Скільки атомів припадає на одну елементарну комірку примітивної ґратки кубічної сингонії?

Відповідь: $N = 1$.

302 Скільки атомів припадає на одну елементарну комірку об'ємно-центрованої ґратки ромбічної сингонії?

Відповідь: $N = 2$.

303 Скільки атомів припадає на одну елементарну комірку гранецентрованої ґратки кубічної сингонії?

Відповідь: $N = 4$.

304 Скільки атомів припадає на одну елементарну комірку базоцентрованої ґратки ромбічної сингонії?

Відповідь: $N = 2$.

305 Скільки атомів припадає на одну елементарну комірку примітивної ґратки гексагональної сингонії.

Відповідь: $N = 1$.

306 Визначити число елементарних комірок кристала об'ємом $V = 1$ м³ хлористого цезію, що має об'ємно-центровану ґратку кубічної сингонії.

Відповідь: $N = 1,44 \cdot 10^{28}$.

307 Визначити число елементарних комірок кристала міді об'ємом $V = 1$ м³ (ґратка гранецентрована кубічної сингонії).

Відповідь: $N = 2,1 \cdot 10^{28}$.

308 Визначити число елементарних комірок кристала кобальту об'ємом $V = 1$ м³, що має гексагональну структуру з щільною упаковкою.

Відповідь: $N = 4,54 \cdot 10^{28}$.

309 Знайти густину ρ кристала неону (при $T = 20$ К), якщо відомо, що він має гранецентровану ґратку кубічної сингонії. Стала ґратки при тій же температурі дорівнює $a = 0,452$ нм.

Відповідь: $\rho = 1,46 \cdot 10^3$ кг/м³.

310 Знайти густину ρ кристала стронцію, якщо відомо, що він має гранецентровану ґратку кубічної сингонії, а відстань d між найближчими сусідніми атомами дорівнює 0,43 нм.

Відповідь: $d = 2,6 \cdot 10^3$ кг/м³.

311 Визначити відносну атомну масу кристала A_r , якщо відомо, що відстань d між найближчими сусідніми атомами дорівнює 0,304 нм. Ґратка об'ємно-центрована кубічної сингонії. Густина кристала дорівнює $\rho = 534$ кг/м³.

Відповідь: $A_r = 6,95$ (літій).

312 Знайти сталу a ґратки і відстань d між найближчими сусідніми атомами кристала: 1) алюмінію (ґратка гранецентрована кубічної сингонії); 2) вольфраму (ґратка об'ємно-центрована кубічної сингонії).

Відповідь: 1) $a = 0,404$ нм; $d = 0,286$ нм. 2) $a = 0,316$ нм; $d = 0,274$ нм.

313 Використовуючи метод упакування куль, знайти відношення c/a параметрів у гексагональній ґратці з найгустішим упакуванням. Зазначити причини відхилення цієї величини в реальному кристалі від обчисленого.

Відповідь: $\frac{c}{a} = 1,63$. У реальному кристалі атоми не мають сферичної симетрії.

314 Визначити сталі a і c ґратки кристала магнію, що являє собою гексагональну структуру з щільною упаковкою. Густина кристалічного магнію дорівнює $\rho = 1,74 \cdot 10^3$ кг/м³.

Відповідь: $a = 0,320$ нм; $a = 0,521$ нм.

315 Обчислити сталу a ґратки кристала берилію, що являє собою гексагональну структуру з щільною упаковкою. Параметр a ґратки дорівнює 0,359 нм. Густина кристала берилію дорівнює $\rho = 1,82 \cdot 10^3$ кг/м³.

Відповідь: $a = 0,23$ нм.

316 Знайти густину ρ кристала гелію (при температурі $T = 2$ К), що являє собою гексагональну структуру з щільною упаковкою. Стала ґратки, визначена при тій же температурі, дорівнює $a = 0,357$ нм.

Відповідь: $\rho=207 \text{ кг/м}^3$.

317 Обчислити швидкість дрейфу u електрона міді при прикладенні електричного поля напруженістю $E_e=100 \text{ В/м}$. Підрахувати відношення швидкості дрейфу до швидкості Фермі, якщо рівень Фермі для міді дорівнює $E_F=7 \text{ еВ}$.

$$\text{Відповідь: } u = \frac{\sigma \mu}{e E_e \rho N_A} = 4,4 \cdot 10^{-5} \text{ м/с.}$$

318 Германієвий зразок нагрівають від 0 до 17^0 С . У скільки разів збільшиться його питома провідність, якщо ширина забороненої зони матеріалу складає $0,72 \text{ еВ}$.

Відповідь: у $2,45$ разу.

319 Зразок із германію n -типу товщиною 1 мм із концентрацією електронів $n=10^{20} \text{ м}^{-3}$ розміщений у магнітному полі з індукцією $B=0,1 \text{ Тл}$. Визначити холлівську різницю потенціалів при струмі $I=1 \text{ мА}$, що проходить через зразок.

Відповідь: $U_H=62 \text{ мВ}$.

320 Питома провідність і коефіцієнт Холла арсеніду індію відповідно дорівнюють $\sigma=4 \cdot 10^2 \text{ См} \cdot \text{м}^{-1}$ і $R_H=10^{-2} \text{ м}^3/\text{Кл}$. Вважаючи, що провідність здійснюється зарядами одного знака, визначити їх концентрацію і рухливість.

Відповідь: $n=6,25 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$; $\mu=4 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$.

321 У зразку германію міститься 10^{23} м^{-3} атомів сурми. Вважаючи, що при кімнатній температурі всі атоми сурми іонізовані, визначити густину електронів n і дірок p . Густина електронів визначається тільки донорними центрами. За цими даними обчислити питому провідність зразка при кімнатній температурі, якщо рухливості електронів і дірок відповідно дорівнюють $\mu_e=0,38$ і $\mu_p=0,18 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$.

Відповідь: $\sigma=6,1 \cdot 10^3 \text{ См} \cdot \text{м}^{-1}$.

322 Металевий провідник рухається з прискоренням $a=100 \text{ м/с}^2$. Використовуючи модель вільних електронів, визначити напруженість E_e електричного поля у провіднику.

Відповідь: $E_e=568 \text{ пВ/м}$.

323 Чи зміниться опір селенового напівпровідника при освітленні його електромагнітним випромінюванням з частотою: $\omega_1 = 2,75 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$; $\omega_2 = 2,5 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$?

Відповідь: При ω_1 зміниться, при ω_2 - ні.

324 Чи зміниться опір германієвого напівпровідника при освітленні його електромагнітним випромінюванням з частотою $\omega = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$? Як зміниться відповідь, якщо германій містить домішки миш'яку?

Відповідь: чистого – ні, з домішками зміниться.

325 Пластинку з напівпровідника *p*-типу шириною $h=10$ мм та довжиною $l = 50$ мм вміщено у магнітне поле з індукцією $B=0,5$ Тл. До пластини прикладено напругу $U = 10$ В, при цьому холлівська різниця потенціалів виявилася такою, що дорівнює $U_H = 50$ мВ, а питомий опір напівпровідника $\rho_0 = 2,5$ Ом·см. Знайти за цими даними концентрацію дірок та їх рухливість.

Відповідь: $p = \frac{hBU}{e\rho_0 l U_H} = 5 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$; $\mu = \frac{eU_H}{hBU} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$.

326 При дослідженні ефекту Холла у магнітному полі з індукцією $B=0,5$ Тл напруженість поперечного електричного поля у бездомішковому напівпровіднику виявилася у $n = 10$ разів меншою, ніж поздовжнього. Обчислити різницю рухливостей електронів і дірок у даному напівпровіднику.

Відповідь: $|\mu_- - \mu_+| = \frac{1}{nB} = 0,2 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$.

327 На деякому напівпровіднику під час проходження струму силою $I = 0,74$ А підтримується стала напруга $U=10$ В. Після збільшення напруги до $U_1=100$ В сила струму досягла значення $I_1=10$ А. За наведеними даними обчислити ширину забороненої зони ΔE у цьому напівпровіднику, якщо його температура підвищилася на $\Delta T=23$ К.

Відповідь: $\Delta E = 2 \cdot 10^{-3} \text{ еВ}$

328 У деякому напівпровіднику, у якого рухливість електронів провідності в $\eta=2$ рази більша, ніж дірок, ефект Холла не

спостерігався. Знайти відношення концентрації дірок і електронів провідності у цьому напівпровіднику.

$$\text{Відповідь: } \frac{p}{n} = \eta^2 = 4.$$

329 Знайти рухливість електронів провідності у мідному провіднику, якщо при вимірюваннях ефекту Холла у магнітному полі з індукцією $B=100$ мТл напруженість поперечного електричного поля даного провідника виявилася у $\eta=3,1 \cdot 10^3$ разів меншою, ніж напруженість поздовжнього електричного поля.

$$\text{Відповідь: } \mu = \frac{1}{\eta B} = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}.$$

330 Через переріз мідної пластинки товщиною $0,1$ мм пропускають електричний струм силою 5 А. Пластинка розміщується у магнітному полі з індукцією $0,5$ Тл, що є перпендикулярним до ребра пластинки та напрямку струму. Визначити холлівську різницю потенціалів у пластинці, припускаючи, що концентрація електронів дорівнює концентрації атомів. Густина міді складає $\rho=8,93$ г/см³.

$$\text{Відповідь: } U_H = 2,6 \text{ мкВ}.$$

331 Кристал германію, ширина забороненої зони якого дорівнює $\Delta E=0,72$ еВ, нагрівають від температури $T_1 = 0^\circ$ С до температури $T_2 = 15^\circ$ С. У скільки разів зросте його питома провідність?

$$\text{Відповідь: } \sigma = \sigma_0 \exp(-\Delta E/2kT); \sigma_2/\sigma_1 = 2,22.$$

332 При нагріванні кремнієвого кристала від температури $T_1 = 0^\circ$ С до температури $T_2 = 10^\circ$ С його питома провідність зростає у $2,28$ разу. За наведеними даними визначити ширину ΔE забороненої зони кристала кремнію.

$$\text{Відповідь: } \Delta E = (2k \ln \sigma_2/\sigma_1)/(T_1^{-1} - T_2^{-1}) = 1,76 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,1 \text{ еВ}.$$

333 Опір кристала PbS при температурі $t_1 = 20^\circ$ С дорівнює $R_1=10^4$ Ом. Визначити його опір R_2 при температурі $t_2 = 80^\circ$ С. Ширина забороненої зони матеріалу дорівнює $\Delta E = 0,35$ еВ.

$$\text{Відповідь: } \frac{R_1}{R_2} = \exp \left[\frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right] = 3,24; R_2 = 3090 \text{ Ом}.$$

334 *p-n*-Перехід перебуває під зворотною напругою $U = 0,1$ В, при цьому його опір становить $R_1 = 692$ Ом. Який опір R_2 має перехід при прямій напрузі? Вважати $T = 273$ К.

Відповідь: $R_{np} = R_{ze} / (\exp(eU/kT) - 1) = 10$ Ом.

335 Опір *p-n*-переходу, що знаходиться під прямою напругою $U = 1$ В, дорівнює $R_1 = 10$ Ом. Визначити опір R_2 переходу при зворотній напрузі.

Відповідь: $R_{ze} = R_{np} (\exp(eU/kT) - 1) = 2,8 \cdot 10^{19}$ Ом.

336 При деякій напрузі сила прямого струму через *p-n* – перехід складає $I_{np} = 2,02$ мА, а зворотного $I_{ze} = 20$ мкА. Знайти за цими даними силу струму насичення *p-n* –переходу.

Відповідь: $I_0 = I_{ze} \frac{I_{np}}{I_{np} - I_{ze}} = 20,2$ мкА.

337 Пряма напруга, що прикладена до *p-n*-переходу дорівнює $U = 2$ В. У скільки разів зросте сила струму через перехід, якщо змінити температуру від $T_1 = 300$ К до $T_2 = 273$ К?

Відповідь: $\frac{I_2}{I_1} = \frac{\exp\left(\frac{eU}{kT_2}\right) - 1}{\exp\left(\frac{eU}{kT_1}\right) - 1} = 2090$.

338 Деякий діод має струм насичення $I_0 = 10$ мкА, прикладена до діода напруга дорівнює $U = 0,5$ В. Скориставшись спрощеним рівнянням вольт-амперної характеристики діода, знайти відношення прямого струму до зворотного при кімнатній температурі (300 К).

Відповідь: $\frac{I}{I_0} = 19,3$.

339 Метали літій і цинк контактують один з одним при температурі $T = 0$ К. На скільки зміниться концентрація електронів провідності у цинку? Який з цих металів буде мати більш високий потенціал?

Відповідь: $\Delta n = \frac{\rho N_A}{\mu} \left[\left(\frac{E'_{F Zn}}{E_{F Zn}} \right)^{3/2} - 1 \right] = -1,1 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

$$E'_{FZn} = E_{FZn} + \frac{E_{FLi} - E_{FZn}}{2}.$$

340 У скільки разів зміниться при підвищенні температури від 300 до 310 К електропровідність: а) металу; б) власного напівпровідника, ширина забороненої зони якого $\Delta E = 0,3$ еВ?

Відповідь: а) $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1,033}$; б) $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1,21$.

341 При деякій температурі T коефіцієнт випрямлення для p - n -переходу складає $k = 1600$. Чому дорівнюватиме цей коефіцієнт, якщо температура напівпровідника підвищиться на $\eta = 0,1$ від початкової при сталій напрузі.

Відповідь: $n_2 = n^{1/(1+\eta)} = 818$.

342 Яка напруга U прикладена до p - n -переходу, якщо при $T = 300$ К коефіцієнт випрямлення складає $n = 1200$?

Відповідь: $U = \frac{kT}{e} \ln n = 0,18$ В.

343 Кристалічний зразок містить 0,17 моля деякої хімічно простої речовини. Ширина дозволеної зони енергій $E = 10$ еВ. Чому дорівнює середнє значення інтервалу між сусідніми енергетичними рівнями ΔE ?

Відповідь: $\langle \Delta E \rangle = 10^{-22}$ еВ.

344 Що відбудеться з інтервалом ΔE між сусідніми рівнями енергії вільних електронів у металі при збільшенні об'єму металу в 3 рази?

Відповідь: ΔE зменшиться у 3 рази.

345 Що відбувається з енергетичним спектром вільних електронів при збільшенні числа N атомів, що створюють кристал, у n разів?

Відповідь: густина рівнів $\frac{dN}{dE}$ зросте у n разів.

346 Є два метали з концентрацією вільних електронів $n_1 = 10^{28}$ м⁻³ і $n_2 = 10^{29}$ м⁻³. Визначити внутрішню контактну різницю потенціалів $\Delta \phi$, що виникає при контакті цих металів.

Відповідь: $\Delta\varphi = (3\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2me} (n_2^{2/3} - n_1^{2/3}) = 6,2 \text{ В}$.

347 Одержати вираз для інтервалу ΔE між сусідніми рівнями енергії вільних електронів у металі.

Відповідь: $\Delta E = \frac{(2\pi\hbar)^3}{4\pi V(2m)^{3/2}} \sqrt{E}$.

348 Обчислити відстань між двома сусідніми рівнями вільних електронів у металі при $T=0 \text{ К}$ біля рівня Фермі, якщо концентрація вільних електронів у ньому $n=2 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$, а об'єм металу $V=1 \text{ см}^3$.

Відповідь: $\Delta E = \frac{2E_F}{nV} = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \frac{\pi^2 \hbar^2}{Vmn^{1/3}} = 2 \cdot 10^{22} \text{ еВ}$.

349 Власний напівпровідник (германій) має при деякій температурі питомий опір $\rho = 0,48 \text{ Ом/м}$. Визначити концентрацію n носіїв заряду, якщо рухливості електронів і дірок відповідно дорівнюють $\mu_n = 0,36$ і $\mu_p = 0,16 \text{ м}^{-3}$.

Відповідь: $n = 2,5 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

350 Питома провідність у кремнію з домішками дорівнює $\sigma = 112 \text{ См/м}$. Визначити рухливість μ_p і їх концентрацію n дірок, якщо стала Холла $R_H = 3,66 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{Кл}$. Припустити, що напівпровідник має діркову провідність.

Відповідь: $\mu_p = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$; $n = 2 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$.

351 Напівпровідник у вигляді тонкої пластини шириною $a = 1 \text{ см}$ і довжиною $L = 10 \text{ см}$ розміщений в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,2 \text{ Тл}$. Вектор магнітної індукції перпендикулярний до площини пластини. До кінців пластини (вздовж напрямку L) прикладена стала напруга $U = 300 \text{ В}$. Визначити холлівську різницю потенціалів U_H на гранях пластини, якщо стала Холла $R_H = 0,1 \text{ м}^3/\text{Кл}$, питомий опір матеріалу $\rho = 0,5 \text{ Ом/м}$.

Відповідь: $U_H = 1,2 \text{ В}$.

352 Тонка пластинка з кремнію шириною $b = 2 \text{ см}$ розміщена перпендикулярно до ліній індукції однорідного магнітного поля ($B = 0,5 \text{ Тл}$). При густині струму $j = 2 \text{ мкА/мм}^2$, спрямованого уздовж

пластини, холлівська різниця потенціалів виявилася такою, що дорівнює $U_H = 2,8$ В. Визначити концентрацію n носіїв струму.

Відповідь: $n = 5,25 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$.

353 При вимірюванні ефекту Холла пластинку з напівпровідника p -типу провідності шириною $b = 10$ мм і довжиною $l = 50$ мм помістили в магнітне поле з індукцією $B = 0,5$ Тл. До кінців пластинки приклали різницю потенціалів $U = 10$ В. При цьому холлівська різниця потенціалів виявилася такою, що дорівнює $U_H = 50$ мВ, а питомий опір $\rho = 2,5$ Ом/см. Знайти концентрацію дірок і їх рухливість.

Відповідь: $n = \frac{hBU}{el\rho U_H} = 5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$; $\mu_n = \frac{lU_H}{hBU} = 0,05 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$.

354 У деякому напівпровіднику, у якого рухливість електронів провідності в $n = 2,0$ рази більше рухливості дірок, ефект Холла не спостерігається. Знайти відношення концентрацій дірок і електронів провідності в цьому напівпровіднику.

Відповідь: $p/n = \eta^2 = 4$.

355 Визначити значення рівня Фермі при температурі 27°C для напівпровідникового з'єднання $InSb$, якщо ширина його забороненої зони дорівнює $\Delta E = 0,2$ еВ, а відношення ефективної маси дірок до ефективної маси електронів складає 20.

Відповідь: 0,158 еВ.

356 Обчислити, при якій максимальній довжині хвилі світло може здійснити істотний вплив на струм у кремнієвому фотодіоді якщо ширина забороненої зони кремнію становить $\Delta E = 1,1$ еВ.

Відповідь: $\lambda_{\text{max}} = 622$ нм.

357 Питомий опір чистого германію при 27°C складає $\sigma = 0,47$ Ом \cdot м, враховуючи, що рухливості електронів і дірок відповідно дорівнюють $\mu_1 = 0,38$ і $\mu_2 = 0,18 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$, обчислити густину носіїв струму при цій температурі.

Відповідь: $n = 5,2 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$.

358 Знайти мінімальну енергію утворення пари електрон-дірка у власному напівпровіднику, електропровідність якого зростає у $\eta = 5$ разів при збільшенні температури від $T_1 = 300$ К до $T_2 = 400$ К.

Відповідь: $E_{\min} = \frac{2kT_1T_2}{T_2 - T_1} \ln \eta = 0,33 \text{ eV}$.

359 Концентрація електронів провідності чистого напівпровідника при температурі $T = 330 \text{ K}$ дорівнює $n = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$. Обчислити ширину забороненої зони та енергію рівня Фермі для цього напівпровідника. Константа у виразі, що зв'язує число електронів провідності з температурою та енергією рівнів, дорівнює $4,83 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3} (\text{K})^{-3/2}$.

Відповідь: $\Delta E = 2kT (\ln \sqrt{N_c N_v} - \ln n) = 0,72 \text{ eV}$.

360 Знайти мінімальну енергію E_{\min} , необхідну для виникнення електронно-діркової пари у кристалі $GaAs$, якщо його питома провідність змінюється у $\gamma = 10$ разів при зміні температури від 20 до 30° C .

Відповідь: $E_{\min} = \frac{2kT_1T_2}{T_2 - T_1} \ln \gamma = 3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,89 \text{ eV}$.

361 Скільки протонів і нейтронів міститься у ядрах ізотопів: ${}^{10}_6\text{C}$; ${}^{14}_7\text{N}$; ${}^{16}_8\text{O}$; ${}^{31}_{15}\text{P}$; ${}^{35}_{17}\text{Cl}$; ${}^{40}_{20}\text{Ca}$?

Відповідь: $Z = 6, N = 4$; $Z = 7, N = 7$; $Z = 8, N = 8$; $Z = 15, N = 16$; $Z = 17, N = 18$; $Z = 20, N = 20$.

362 У скільки разів радіус ядра ${}^{238}_{92}\text{U}$ більший від радіуса протона?

Відповідь: У 6,2 разу.

363 Визначити густину ядерної речовини. Вважати, що у ядрі з масовим числом A усі нуклони щільно упаковані у межах його радіуса.

Відповідь: $\rho = 1,2 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3$.

364 Радіус Сонця $R_c = 6,95 \text{ Мм}$, а середня густина $\rho_c = 1410 \text{ кг/м}^3$. Яким би був радіус Сонця, якщо при тій же масі його густина дорівнювала б густині ядерної речовини?

Відповідь: $R = R_c \sqrt[3]{\frac{\rho_c}{\rho_j}} = 12,7 \text{ км}$.

365 Визначити атомні номери, масові числа і хімічні символи ядер, що виникають, якщо в ядрах ${}^3_2\text{He}$, ${}^7_4\text{Be}$, ${}^{15}_8\text{O}$ протони замінити нейтронами, а нейтрони - протонами.

Відповідь: ${}^3_1\text{H}$; ${}^7_3\text{Li}$; ${}^{15}_7\text{N}$.

366 Вважаючи, що атомні ядра мають форму сфери, радіус якої визначається формулою $r = r_0 \sqrt[3]{A}$, де $r_0 = 1,4 \cdot 10^{-13}$ см і A - масове число, показати, що середня густина ядерної речовини однакова для всіх ядер. Визначити її значення.

Відповідь: $\rho \approx 10^{17}$ кг/м³.

367 Ядро радону ${}^{220}_{86}\text{Rn}$, що перебуває у стані спокою, випромінило α -частинку зі швидкістю $v = 16$ Мм/с. В яке ядро воно перетворилося? Яку швидкість v_1 одержало ядро радону внаслідок віддачі?

Відповідь: ${}^{216}_{84}\text{Po}$; $v_1 = 290$ км/с.

368 Ядро ізотопу кобальту ${}^{60}_{27}\text{Co}$ викинуло негативно заряджену β -частинку. В яке ядро перетворилося ядро кобальту?

Відповідь: ${}^{60}_{28}\text{Ni}$.

369 У яке ядро перетворилося ядро ізотопу фосфору ${}^{30}_{15}\text{P}$, викинувши позитивно заряджену β -частинку?

Відповідь: ${}^{30}_{14}\text{Si}$.

370 Ядро ${}^7_4\text{Be}$ захопило електрон з К-оболонки атома. Яке ядро утворилося у результаті захоплення електрона?

Відповідь: ${}^7_3\text{Li}$.

371 Визначити зарядове Z і масове A числа ізотопу, що утвориться з торію ${}^{232}_{90}\text{Th}$ після трьох α - і двох β -випромінювань.

Відповідь: $Z = 86$, $A = 220$, ${}^{220}_{86}\text{Rn}$.

372 Скільки α - і β -частинок викидається при перетворенні ядра урану ${}^{235}_{92}\text{U}$ в ядро вісмуту ${}^{211}_{83}\text{Bi}$.

Відповідь: 6 α -частинок, 3 β -частинки.

373 Задані вихідні і кінцеві елементи чотирьох радіоактивних

сімейств: ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Pb}$; ${}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{207}\text{Pb}$; ${}_{90}^{232}\text{Th} \rightarrow {}_{82}^{208}\text{Pb}$ ${}_{95}^{241}\text{Am} \rightarrow {}_{83}^{209}\text{Bi}$.

Скільки α - і β -перетворень відбулося у кожному сімействі?

Відповідь: 8 α - і 6 β -розпадів; 7 α - і 4 β -розпади; 6 α - і 4 β -розпади; 8 α - і 4 β -розпади.

374 Який ізотоп утвориться з радіоактивного торію ${}_{90}^{232}\text{Th}$ у результаті чотирьох α - і двох β -розпадів?

Відповідь: ${}_{84}^{216}\text{Po}$.

375 Визначити енергію зв'язку нуклонів у ядрі дейтерію ${}^2_1\text{D}$ і α -частинки.

Відповідь: $E_D = 2,225 \text{ MeV}$; $E_\alpha = 28,296 \text{ MeV}$.

376 Знайти енергію зв'язку, що припадає на один нуклон у ядрі атома кисню ${}^{16}_8\text{O}$.

Відповідь: $E = 8,05 \text{ MeV}$.

377 Нерухоме ядро атома азоту ${}^{14}_7\text{N}$ бомбардується α -частинками, кінетична енергія яких $E = 7,7 \text{ MeV}$. Після реакції з'являється протон з кінетичною енергією $E_p = 8,5 \text{ MeV}$. Вектор швидкості протона складає кут θ з вектором швидкості α -частинки. Записати ядерну реакцію і визначити кут θ .

Відповідь: ${}^{14}_7\text{N} + \alpha \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + p$,

$$\cos \varphi = \frac{E_p \left(1 + \frac{m_p}{m_0}\right) - E_\alpha \left(1 - \frac{m_\alpha}{m_0}\right) + \Delta E}{2 \sqrt{E_p E_\alpha \frac{m_\alpha m_p}{m_0^2}}}, \text{ де } \Delta E = c^2 (\sum M_{\text{ноч}} - \sum M_{\text{кин}});$$

$\theta = 5^0 45'$.

378 Протон, що має енергію $E_p = 2,5 \text{ MeV}$, потрапляє в нерухоме ядро літію. При цьому відбувається ядерна реакція, продуктами якої є дві α -частинки, що рухаються зі швидкостями $v = 2,2 \cdot 10^7 \text{ м/с}$ у напрямках, які складають однакові кути φ з напрямком руху протона. Визначити кут φ .

Відповідь: $\varphi = 90^0$.

379 Електрон і позитрон, що мали однакові енергії $E =$

$=0,7$ МеВ, при зіткненні перетворилися у два однакових фотони. Визначити довжину хвилі фотону.

Відповідь: $\lambda = 17,75 \cdot 10^{-13}$ м.

380 Фотон з енергією 3 МеВ у полі важкого ядра перетворився у пару електрон-позитрон. Визначити кінетичні енергії цих частинок, якщо швидкості їх руху однакові.

Відповідь: $E_k = 1,5824 \cdot 10^{-13}$ Дж $= 0,99$ МеВ.

381 Дейтрони прискорюються у циклотроні до енергії $E = 4$ МеВ. Максимальний радіус траєкторії дейтронів $r = 64$ см. З якою частотою змінюється потенціал на дуантах циклотрона?

Відповідь: $\nu = \frac{\sqrt{\frac{2E}{m}}}{\pi R_{\max}} = 10^7$ Гц.

382 Напруженість магнітного поля у бетатроні зростає лінійно зі швидкістю частинок за законом $\frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{5}{\pi} \cdot 10^{-2}$ (А/м·с). Радіус орбіти електронів $R = 25$ см. Скільки обертів N зробив електрон, що прискорений до енергії $E = 75$ МеВ?

Відповідь: $N = \frac{E \Delta t}{\pi \Delta H \mu_0 R^2 e} = 19,1 \cdot 10^{15}$ об.

383 При захопленні ядром урану ${}_{92}^{235}\text{U}$ нейтрона відбувається його розпад на ядро стронцію ${}_{58}^{94}\text{Sr}$ і ядро ксенону ${}_{54}^{140}\text{Xe}$, а також викидається два нейтрони і виділяється енергія. Яка кількість енергії виділиться при розпаді одного ядра урану, якщо енергія зв'язку ядра урану 7,5 МеВ/нуклон, стронцію і ксенону - 8,6 МеВ/нуклон?

Відповідь: $E = 250$ МеВ.

384 Обчислити енергію E , яка виділиться при об'єднанні одного протона і двох нейтронів у атомне ядро.

Відповідь: $E = 8,49$ МеВ $= 8,1 \cdot 10^{13}$ Дж.

385 Визначити середню енергію зв'язку, що припадає на кожен нуклон ізотопу вуглецю ${}_{6}^{12}\text{C}$.

Відповідь: $E_{\text{min}} = 7,68 \text{ MeV/нукл.}$

386 При розпаді одного атома ${}^{235}_{92}\text{U}$ на два осколки виділяється енергія $2 \cdot 10^8 \text{ eV}$. Яка кількість енергії виділиться при розщепленні 4,7 кг урану?

Відповідь: $E = 2,41 \cdot 10^{33} \text{ eV} = 3,86 \cdot 10^{14} \text{ Дж.}$

387 Який ізотоп утвориться з α , β активного ${}^{228}_{88}\text{Ra}$ у результаті п'яти α -розпадів і чотирьох β -розпадів?

Відповідь: ${}^{208}_{82}\text{Pb}$.

388 Скільки α - і β -розпадів зазнає ${}^{238}_{92}\text{U}$, перетворюючись у кінцевому підсумку у стабільний ізотоп ${}^{206}_{82}\text{Pb}$?

Відповідь: $8\alpha + 6\beta$.

389 Знайти за допомогою табличних значень мас атомів максимальну кінетичну енергію β -частинок, що випромінюються ядрами ${}^{10}_4\text{Be}$, і відповідну кінетичну енергію віддачі дочірніх ядер, що утворюються в основному стані.

Відповідь: $E_{k1} = 0,56 \text{ MeV}$; $E_{k2} = 47,5 \text{ MeV}$.

390 Визначити за допомогою табличних значень мас атомів швидкість ядра, що виникає у результаті β -захоплення в атомі ${}^7_4\text{Be}$, якщо дочірнє ядро перебуває в основному стані.

Відповідь: $v = 40 \text{ км/с}$.

391 Знайдіть енергію, що вивільняється при такій ядерній реакції: ${}^9_4\text{Be} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^9_5\text{B} + n$.

Відповідь: $E = 4,36 \text{ MeV}$.

392 Знайдіть енергію, що вивільняється при такій ядерній реакції: ${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} \rightarrow 2\alpha$.

Відповідь: $E = 22,4 \text{ MeV}$.

393 Знайдіть енергію, що вивільняється при такій ядерній реакції: ${}^7_3\text{Li} + \alpha \rightarrow {}^9_5\text{B} + n$.

Відповідь: $E = -2,8 \text{ MeV}$.

394 Знайдіть енергію, що вивільняється при такій ядерній реакції: ${}_{20}^{40}\text{Ca} + {}_1^1\text{P} \rightarrow {}_{19}^9\text{K} + \alpha$.

Відповідь: $E = -1,05 \text{ MeV}$.

395 Ядро ізотопу ${}_{84}^{210}\text{Po}$ у результаті реакції розпаду перетворилося в ядро ізотопу свинцю ${}_{82}^{207}\text{Pb}$, викинувши одну α -частинку. При цьому ядро свинцю стало мати кінетичну енергію $E = 0,1 \text{ MeV}$. Визначити повну енергію реакції.

Відповідь: $E = 5,13 \text{ MeV}$.

396 Визначити за допомогою табличних значень мас атомів енергію такої реакції: ${}_{3}^7\text{Li} + p \rightarrow {}_{4}^7\text{Be} + n$.

Відповідь: $E = -1,65 \text{ MeV}$.

397 Визначити за допомогою табличних значень мас атомів енергію такої реакції: ${}_{4}^9\text{Be} + n \rightarrow {}_{4}^{10}\text{Be} + \gamma$.

Відповідь: $E = 6,82 \text{ MeV}$.

398 Визначити за допомогою табличних значень мас атомів енергію такої реакції: ${}_{3}^7\text{Li} + \alpha \rightarrow {}_{5}^{10}\text{B} + n$.

Відповідь: $E = -2,79 \text{ MeV}$.

399 Визначити за допомогою табличних значень мас атомів енергію такої реакції: ${}_{8}^{16}\text{O} + d \rightarrow {}_{7}^{14}\text{N} + \alpha$.

Відповідь: $E = 3,11 \text{ MeV}$.

400 Знайти за допомогою табличних значень мас атомів швидкості продуктів реакції ${}_{5}^{10}\text{B} + n \rightarrow {}_{3}^7\text{Li} + \alpha$, що проходить у результаті взаємодії дуже повільних нейтронів з ядрами бору, що перебувають у стані спокою.

Відповідь: $v_{\alpha} = 0,92 \cdot 10^7 \text{ м/с}$; $v_{\text{Li}} = 0,53 \cdot 10^7 \text{ м/с}$.

401 Протони, що налітають на нерухому літєву мішень, збуджують реакцію ${}_{3}^7\text{Li} + p \rightarrow {}_{4}^7\text{Be} + n$. При якому значенні кінетичної енергії протона нейтрон, що виник, може перебувати у стані спокою?

Відповідь: $E = 1,9 \text{ MeV}$.

402 Альфа-частинка з кінетичною енергією $E_\alpha = 5,3$ MeV збуджує ядерну реакцію ${}^9_4\text{Be} + \alpha \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + n$, енергія якої $Q = 5,7$ MeV. Знайти кінетичну енергію нейтрона, що вилетів під прямим кутом до напрямку руху β -частинки.

$$\text{Відповідь: } E_n = \frac{Q + \left(1 - \frac{m_\alpha}{m_c}\right) E_\alpha}{1 + \frac{m_n}{m_c}} = 8,5 \text{ MeV.}$$

403 Протони з кінетичною енергією $E = 1,0$ MeV бомбардують літєву мішень, у результаті чого спостерігається ядерна реакція ${}^7_3\text{Li} + p \rightarrow 2{}^4_2\text{He}$. Знайти кінетичну енергію кожної α -частинки і кут між напрямками їх розльоту, якщо розліт відбувається симетрично відносно напрямку протонів, що налітають.

$$\text{Відповідь: } E = 9,1 \text{ MeV}; \varphi = 170,5^\circ.$$

404 Частинка маси m налітає на ядро масою M , що перебуває у стані спокою, збуджуючи ендоенергетичну реакцію. Показати, що гранична (мінімальна) кінетична енергія, при якій ця реакція стає можливою, визначається за формулою $E_{\text{до}} = \frac{m+M}{M} |Q|$, де Q - енергія реакції.

405 Яку кінетичну енергію необхідно надати протону, щоб він зміг розщепити ядро важкого водню ${}^2_1\text{H}$, що перебуває у стані спокою, енергія зв'язку якого $E_{\text{зв}} = 2,2$ MeV?

$$\text{Відповідь: } E_k \geq \frac{E_{\text{зв}}(m_p + m_d)}{m_d} = 3,3 \text{ MeV.}$$

406 При опроміненні моноенергетичним пучком протонів мішеней з літію і берилію було виявлено, що реакція ${}^7_3\text{Li} + p \rightarrow n + {}^7_4\text{Be} - 1,65$ MeV проходить, а ${}^9_4\text{Be} + p \rightarrow n + {}^9_5\text{B} - 1,85$ MeV не відбувається. Знайти можливі значення кінетичної енергії протонів.

$$\text{Відповідь: від } 1,89 \text{ до } 2,06 \text{ MeV.}$$

407 Для початку реакції (n, α) на ядрах 1_5B , що перебувають у стані спокою, гранична кінетична енергія нейтронів $E_{\text{гр}} = 4,0$ МеВ. Знайти енергію цієї реакції.

Відповідь: $Q = -\frac{11}{12}E_{\text{гр}} = -3,7 \text{ MeV}$.

408 Обчислити граничні кінетичні енергії протонів для початку реакцій (p, n) і (p, d) на ядрах 7_3Li .

Відповідь: $E = 1,88 \text{ MeV}$; $E = 5,75 \text{ MeV}$.

409 Знайти за допомогою табличних значень мас атомів граничну кінетичну енергію α -частинки, необхідну для початку ядерної реакції ${}^7_3Li + \alpha \rightarrow n + {}^{10}_5B$. Яка при цьому швидкість ядра ${}^{10}_5B$?

Відповідь: $E = 4,4 \text{ MeV}$; $v = 5,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$.

410 Нейтрон з кінетичною енергією $E = 10$ МеВ збуджує ядерну реакцію ${}^{12}_6C + n \rightarrow \alpha + {}^9_4Be$, поріг якої $E_{\text{гр}} = 6,17$ МеВ. Знайти кінетичну енергію α -частинок, що вилітають під прямим кутом до падаючого нейтрона.

Відповідь: $E_{\alpha} = \frac{1}{m_3 + m_4} \left[(m_4 - m_1)E - \frac{m_2 m_4}{m_1 + m_2} E_{\text{ад}} \right] = 2,2 \text{ MeV}$,

де m_1, m_2, m_3, m_4 - маси нейтрона, ядра ${}^{12}_6C$; α -частинки та ядра 9_4Be відповідно.

411 На скільки відсотків гранична енергія γ - кванта перевищує енергію зв'язку дейтона ($E_{\text{зв}} = 2,2$ МеВ) у реакції $\gamma + {}^2_1H \rightarrow n + p$.

Відповідь: на $\frac{E_{\text{зв}}}{2mc^2} = 0,06\%$, де m - маса дейтона.

412 Протон з кінетичною енергією $E = 1,5$ МеВ захоплюється ядром 2_1H . Знайти енергію збудження ядра, що утворилося.

Відповідь: $E = 6,5 \text{ MeV}$.

413 Вихід ядерної реакції ${}^2_1d + {}^{13}_6C \rightarrow {}^{14}_7N + n$ має максимуми при таких значеннях кінетичної енергії E_k дейтонів, що налітають на

ядро: 0,60, 0,90, 1,55 і 1,80 МеВ. Знайти за допомогою табличних значень мас атомів відповідні енергетичні рівні проміжного ядра, через які проходить ця реакція.

Відповідь: $E_i = E_{зв} + \frac{m_c}{m_d + m_c} E_k = 16,7; 16,9; 17,5$ та $17,7$ МеВ, де

$E_{зв}$ - енергія зв'язку дейтрона у проміжному ядрі.

414 Знайти енергію, що поглинається при ядерній реакції ${}^7_3\text{Li} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{10}_5\text{B} + n$.

Відповідь: $E = 2,8$ МеВ.

415 Ядро берилію Ве, захопивши дейтрон, перетворюється у ядро бору В. Записати рівняння реакції та визначити величину енергії, що при цьому виділяється.

Відповідь: ${}^9_4\text{Be} + {}^2_1\text{He} \rightarrow {}^{10}_5\text{B} + n$; $E = 4,36$ МеВ.

416 При обстрілі ядер атома бору В ядрами важкого водню відбувається ядерна реакція ${}^{10}_5\text{B} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} \rightarrow 3 {}^4_2\text{He}$. Визначити кількість енергії, що виділяється при цьому перетворенні.

Відповідь: $E = 17,94$ МеВ.

417 Ядро літію Li захоплює протон і розпадається на дві α -частинки. Написати відповідну ядерну реакцію і визначити кількість енергії, що при цьому виділяється.

Відповідь: ${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{p} \rightarrow 2 {}^4_2\text{He}$; $E = 17,36$ МеВ.

418 Визначити мінімальну енергію γ -квантів, яка необхідна для розщеплення ядер берилію і ядер вуглецю у відповідності до реакцій ${}^9_4\text{Be} + h\nu \rightarrow 2 {}^4_2\text{He} + n$; ${}^{12}_6\text{C} + h\nu \rightarrow 3 {}^4_2\text{He}$.

Відповідь: $E = 1,57$ МеВ; $E = 7,28$ МеВ.

419 Яку мінімальну кінетичну енергію повинен мати нейтрон, щоб після зіштовхування з ядром кремнію ${}^{28}_{14}\text{Si}$ він міг викликати ядерну реакцію ${}^{28}_{14}\text{Si} + n \rightarrow {}^{28}_{13}\text{Al} + {}^1_1\text{H}$?

Відповідь: $E = 2,4$ МеВ.

420 Знайти енергію, що виділяється у результаті таких термоядерних реакцій: ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + n$; ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_1\text{He} + {}^1_1\text{H}$; ${}^6_3\text{Li} + n \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^3_1\text{H}$; ${}^6_3\text{Li} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{H}$.

Відповідь: $E = 17,6 \text{ MeV}$, $E = 4,0 \text{ MeV}$, $E = 4,8 \text{ MeV}$,
 $E = 5,0 \text{ MeV}$.

421 Несистемною одиницею радіоактивності ізотопу є кюрі (Ки) – це активність препарату, що чисельно дорівнює активності 1 г радію, тобто тому числу розпадів, що відбувається у 1 г радію за 1 с. Знайдіть це число, знаючи, що період напіврозпаду радію $T_{1/2} = 1620$ років.

Відповідь: $A = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ 1/c} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$.

422 Знайдіть масу та об'єм радону при нормальних умовах, якщо радіоактивність його дорівнює 1 Бк.

Відповідь: $m = 5,5 \cdot 10^{-9} \text{ кг}$; $V = 0,66 \text{ м}^3$.

423 Яка частина атомів радіоактивного ізотопу торію ${}^{232}_{90}\text{Th}$, що має період напіврозпаду $T_{1/2} = 24,1$ дня, розпадається за 1 с; за добу; за місяць?

Відповідь: $\frac{\Delta N}{N_0} = 1,477 \cdot 10^{-7}$; $\frac{\Delta N}{N_0} = 0,028$; $\frac{\Delta N}{N_0} = 0,578$.

424 Крупинка мінералу, що містить радій, знаходиться на відстані 1,2 см від флуоресціюючого екрана. Визначити кількість радію у крупинці, якщо протягом 1 хв на площі екрана, що дорівнює $0,02 \text{ см}^2$, видно 47 сцинтиляцій? Продукти розпаду радію швидко видаляються насосом. Припустити, що всі α -частинки вилітають із крупинки.

Відповідь: $m = 1,9 \cdot 10^{-11} \text{ кг}$.

425 У людському організмі 0,36% маси припадає на калій. Радіоактивний ізотоп калію ${}^{40}_{19}\text{K}$ складає 0,012% від загальної маси калію. Яка активність калію A_K , якщо маса людини $m = 75 \text{ кг}$? Період напіврозпаду калію $T_{1/2} = 1,42 \cdot 10^8$ років.

Відповідь: $A = 1,7 \cdot 10^5 \text{ Бк}$.

426 Оскільки свинець, що міститься в урановій руді, є кінцевим продуктом розпаду сімейства урану, то з відношення кількості урану у руді до кількості свинцю у ній можна визначити

вік руди. Визначити вік уранової руди, якщо на кожен кілограм урану ${}^{235}_{92}\text{U}$ у руді припадає 320 г свинцю.

Відповідь: $t = 20,4 \cdot 10^8$ років.

427 Лічильник Гейгера зареєстрував за 1 хв 4000 β -частинок, що виникли при розпаді ядер радіоактивного ізотопу Na, а через добу тільки 1000 розпадів. Визначити період напіврозпаду ізотопу.

Відповідь: $T_{1/2} = 0,5$ доби.

428 Знайти сталу розпаду λ і середній час життя τ радіоактивного ізотопу ${}^{55}_{27}\text{Co}$, якщо відомо, що його активність зменшується на $\eta = 4\%$ за годину? Продукт розпаду нерадіоактивний.

Відповідь: $\lambda = -\frac{1}{t} \ln(1 - \eta) \approx \frac{\eta}{t} = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$; $\tau = \frac{1}{\lambda} \approx 1$ рік.

429 Визначити кількість ΔN атомів радіоактивного препарату йоду ${}^{131}_{53}\text{I}$ масою $m=0,5$ мкг, що розпалися протягом часу $t_1 = 1$ хв; $t_2 = 7$ діб. Період напіврозпаду ізотопу $T_{1/2} = 8$ діб.

Відповідь: $\Delta N = 1,38 \cdot 10^{11}$; $\Delta N = 1,04 \cdot 10^{15}$.

430 Із кожного мільйона атомів радіоактивного ізотопу кожену секунду розпадається 200 атомів. Визначити період напіврозпаду ізотопу.

Відповідь: $T_{1/2} = \frac{N}{A} \ln 2 = 3466 \text{ c} = 0,96 \text{ год}$.

431 Визначити число ΔN ядер, що розпадається у радіоактивному ізотопі фосфору ${}^{30}_{15}\text{P}$ масою $m = 1$ мг протягом $t = 1$ хв, $t = 5$ діб.

Відповідь: $\Delta N = \frac{m}{\mu} N_A \left(1 - e^{-\frac{\ln 2 t}{T_{1/2}}} \right)$; $\Delta N_1 = 6,34 \cdot 10^{14}$;

$\Delta N_2 = 4,05 \cdot 10^{18}$.

432 На скільки відсотків зменшиться активність ізотопу ірідію ${}^{193}_{77}\text{Ir}$ за час $t = 15$ діб?

Відповідь: $\frac{A_0 - A}{A_0} = 1 - \exp\left(-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}\right) = 0,129 = 12,9\%$.

433 У скільки разів зменшиться активність ізотопу фосфору $^{32}_{15}\text{P}$ за час $t = 20$ діб.

Відповідь: $\frac{A_1}{A_2} = \exp\left(-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}\right) = 2,64$.

434 Лічильник α -частинок, встановлений поблизу радіоактивного ізотопу, при першому вимірюванні зареєстрував $N_1=1400$ частинок, а через час $t = 5$ год тільки $N_2=400$. Визначити період напіврозпаду $T_{1/2}$ ізотопу.

Відповідь: $T_{1/2} = \frac{\ln 2 \cdot t}{\ln A_1/A_2} = 7980 \text{ с} \approx 2,22 \text{ год}$.

435 Знайти середнє життя τ атома радіоактивного ізотопу кобальту $^{58}_{27}\text{Co}$.

Відповідь: $\langle \tau \rangle = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = 7,65 \text{ року}$.

436 Визначити масу ізотопу $^{127}_{59}\text{I}$, що має активність $A = 37$ ГБк.

Відповідь: $m = \frac{A_0 \cdot T_{1/2} \cdot \mu}{\ln 2 \cdot N_A} = 8 \cdot 10^{-9} \text{ кг}$.

437 Активність A деякого ізотопу за час $t = 10$ діб зменшилася на 20%. Визначити період напіврозпаду $T_{1/2}$ цього ізотопу.

Відповідь: $T_{1/2} = \frac{\ln 2 \cdot t}{\ln 0,8} = 31 \text{ доба}$.

438 Визначити, яка частка радіоактивного ізотопу $^{227}_{89}\text{Ac}$ розпадається протягом часу $t = 6$ діб.

Відповідь: $\delta = 1 - \exp\left(-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}\right) = 0,34$.

439 Знайти період напіврозпаду $T_{1/2}$ радіоактивного ізотопу, якщо його активність за час $t = 10$ діб зменшилася на 24% порівняно з вихідною.

Відповідь: $T_{1/2} = \frac{\ln 2 \cdot t}{0,24} = 25,3$ доби.

440 Яка частина початкової кількості радіоактивного нукліда розпадається за час t , що дорівнює середній тривалості τ життя цього нукліда?

Відповідь: $\frac{\Delta N}{N_0} = 63,3\%$.

441 Період напіврозпаду $T_{1/2}$ радіоактивного нукліда дорівнює 1 год. Визначити середню тривалість τ життя цього нукліда.

Відповідь: $\tau = 1,44$ год.

442 При розпаді радіоактивного полонію ${}_{84}^{210}\text{Po}$ протягом часу $t = 1$ год утворився гелій ${}^4_2\text{He}$, що за нормальних умов зайняв об'єм $V = 89,5$ см³. Визначити період напіврозпаду $T_{1/2}$ полонію.

Відповідь: $T_{1/2} = 138$ діб.

443 За час $t = 8$ діб розпалося $k = 3/4$ початкової кількості ядер радіоактивного ізотопу. Визначити період його напіврозпаду $T_{1/2}$.

Відповідь: $T_{1/2} = 4$ доби.

444 За який час t розпадається 0,25 початкової кількості ядер радіоактивного ізотопу, якщо період його напіврозпаду $T_{1/2} = 24$ год?

Відповідь: $t = 10,5$ год.

445 За один рік початкова кількість радіоактивного ізотопу зменшилася у три рази. У скільки разів вона зменшиться за два роки?

Відповідь: У 9 разів.

446 Яка частина початкової кількості атомів радіоактивного актинію ${}_{89}^{127}\text{Ac}$ залишиться через 5 діб? через 15 діб?

Відповідь: $\frac{N}{N_0} = 0,71$; $\frac{N}{N_0} = 0,36$.

447 Яка частина початкової кількості атомів розпадеться за

один рік у радіоактивному ізотопі торію ${}^{232}_{90}\text{Th}$.

Відповідь: $\frac{\Delta N}{N_0} = 10^{-4}$.

448 Стала розпаду рубідію ${}^{89}_{37}\text{Rb}$ дорівнює $\lambda=0,00077 \text{ c}^{-1}$.

Визначити його період напіврозпаду $T_{1/2}$.

Відповідь: $T_{1/2} = 15 \text{ хв}$.

449 Визначити сталі розпаду ізотопів радію ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ і ${}^{227}_{88}\text{Ra}$.

Відповідь: $\lambda = 700 \text{ c}^{-1}$, $\lambda = 13,6 \text{ пс}^{-1}$.

450 Яка імовірність ω того, що даний атом в ізотопі радіоактивного йоду ${}^{131}_{53}\text{I}$ розпадеться протягом найближчої секунди?

Відповідь: $\omega = 10^{-6}$.

451 Визначити кількість теплоти Q , що виділяється при розпаді радону активністю $A = 3,7 \cdot 10^{10}$ Бк за час $t = 20$ хв. Кінетична енергія E_k α -частинки, що вилетіла з радону, дорівнює $5,5 \text{ МеВ}$.

Відповідь: $t \ll T_{1/2}$; $A \approx \text{const}$; $Q = A \cdot t \cdot E_k = 39 \text{ Дж}$.

452 Маса $m = 1$ г урану у рівновазі з продуктами його розпаду виділяє потужність $P = 1,07 \cdot 10^{-7}$ Вт. Знайти молярну теплоту Q , що виділяється ураном за середній час життя τ атомів урану.

Відповідь: $Q = \frac{P \cdot T_{1/2}}{\ln 2} (1 - \exp(-1)) = 1,39 \cdot 10^{10} \text{ Дж}$.

453 Визначити енергію, необхідну для поділу ядра ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ на дві α -частинки і ядро ${}^{12}_6\text{C}$. Енергії зв'язку на один нуклон у ядрах Ne , He і C дорівнюють відповідно $8,03$; $7,07$ і $7,68 \text{ МеВ}$.

Відповідь: $E_{3\alpha} = 11,9 \text{ МеВ}$.

454 В одному акті розпаду ядра урану ${}^{235}_{92}\text{U}$ вивільняється енергія $E_0 = 200 \text{ МеВ}$. Визначити: 1) енергію, що виділяється при розпаді всіх ядер цього ізотопу урану масою $m = 1$ кг; 2) масу кам'яного вугілля з питомою теплотою згорання $q = 29,3 \text{ МДж/кг}$, еквівалентну в тепловому відношенні 1 кг урану.

Відповідь: $E = E_0 \frac{m}{\mu} N_A = 5,1 \cdot 10^{26} \text{ MeV} = 8,1 \cdot 10^{13} \text{ Дж};$

$m = 2760 \text{ тонн.}$

455 Потужність двигуна атомного судна складає $P=15 \text{ МВт}$, його ККД дорівнює $\eta = 30\%$. Визначити місячну витрату ядерного пального при роботі цього двигуна.

Відповідь: $m = \frac{P \cdot t \cdot \mu}{E_0 \cdot \eta \cdot N_A} = 1,6 \text{ кг.}$

456 Вважаючи, що в одному акті розпаду ядра урану ${}_{92}^{235}\text{U}$ вивільняється енергія $E_0 = 200 \text{ МеВ}$, визначити масу m цього ізотопу, що розпався при вибуху атомної бомби з тротилітовим еквівалентом $30 \cdot 10^6 \text{ кг}$, якщо тепловий еквівалент тротилу дорівнює $q = 4,19 \text{ МДж/кг}$.

Відповідь: $m = \frac{\mu \cdot q \cdot m_{\text{тр}}}{E_0 \cdot N_A} = 1,55 \text{ кг.}$

457 При розпаді ядра урану ${}_{92}^{235}\text{U}$ під дією уповільненого нейтрона утворилися осколки з масовими числами $m_1 = 90$ і $m_2 = 143$. Визначити число нейтронів, що вилетіли з ядра, у даному акті розпаду. Визначити енергію і швидкість кожного з осколків, якщо вони розлітаються у протилежні боки і їх сумарна кінетична енергія дорівнює $E_k = 160 \text{ МеВ}$.

Відповідь $E_1 = \frac{m_2 E_k}{m_1 + m_2} = 98,2 \text{ МеВ}; v_1 = 14,5 \text{ Мм/с};$

$E_2 = \frac{m_1 E_k}{m_1 + m_2} = 61,8 \text{ МеВ}; v_2 = 9,1 \text{ Мм/с}.$

458 Ядерна реакція ${}_{7}^{14}\text{N} + {}_2^4\alpha \rightarrow {}_8^{27}\text{O} + {}_1^1\text{p}$ викликана α -частинкою, що мала кінетичну енергію $E_{k\alpha} = 4,2 \text{ МеВ}$. Визначити тепловий ефект цієї реакції, якщо протон, що вилетів під кутом $\theta = 60^\circ$ у напрямку руху α -частинки, одержав кінетичну енергію $E = 2 \text{ МеВ}$.

Відповідь: $Q = E_{kp} + \frac{p_0^2}{2m_0} - E_{k\alpha} = -1,44 \text{ MeV}$.

Вказівка: p_0 знаходиться за теоремою косинусів.

459 Визначити теплові ефекти таких реакцій: ${}^7_3\text{Li} + p \rightarrow n + {}^7_4\text{Be}$,
 ${}^{16}_8\text{O} + d \rightarrow \alpha + {}^{14}_7\text{N}$.

Відповідь: $Q_1 = -1,65 \text{ MeV}$; $Q_2 = 3,13 \text{ MeV}$.

460 Визначити швидкості продуктів реакції ${}^{11}_5\text{B} + {}^1_0n \rightarrow {}^4_2\alpha + {}^8_3\text{Li}$, що проходить у результаті взаємодії теплових нейтронів з ядрами бору, які перебувають у стані спокою.

Відповідь: $v_i = \sqrt{\frac{2m_k Q}{m_i(m_i + m_k)}}$; $v_{He} = 9,3 \text{ Мм/с}$; $v_{Li} = 5,3 \text{ Мм/с}$.

461 Знайти енергію Q , що виділяється при β^- - і β^+ -розпадах і при К-захопленні, якщо відомі маси материнського атома m_m , дочірнього атома m_d і електрона m .

Відповідь: $Q = (m_m - m_d)c^2$ при β^- -розпаді і К-захопленні,
 $Q = (m_m - m_d - 2m)c^2$ при β^+ -розпаді.

462 З ядра радіоактивного ізотопу платини ${}^{195}_{78}\text{Pt}$ при розпаді вилітає α -частинка, що має енергію 4,23 MeV. Написати рівняння реакції розпаду. Визначити швидкість віддачі ядра продукту розпаду.

Відповідь: $v_{\text{я}} = \frac{m_{\alpha} v_{\alpha}}{m_{\text{я}}} = 3,45 \cdot 10^5 \text{ м/с}$.

463 На атомній електростанції за рік витрачається 19,2 кг урану ${}^{235}_{92}\text{U}$. Враховуючи, що при кожному акті розпаду ядра ${}^{235}_{92}\text{U}$ вивільняється енергія 200 MeV і коефіцієнт корисної дії при виробленні електроенергії дорівнює $\eta = 25\%$, знайти електричну потужність атомної електростанції.

Відповідь: $P = 125 \text{ МВт}$.

464 Порівняйте енергії, що виділяються при термоядерному синтезі ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He}$ (E_D) і розпаді ядра урану ${}^{235}_{92}\text{U}$ (E_U), якщо в обох випадках витрачаються однакові маси ядерного пального. Кожен акт розпаду супроводжується виділенням енергії $E = 200 \text{ MeV}$.

Відповідь: $\frac{E_D}{E_U} \sim 7,55$.

465 Альфа-розпад ядер ${}^{210}_{84}\text{Po}$ (з основного стану) супроводжується випромінюванням двох груп α -частинок з кінетичними енергіями 5,30 і 4,50 MeV. У результаті випромінювання цих частинок дочірні ядра виявляються відповідно в основному і збудженому станах. Знайти енергію γ -квантів, що випромінюється збудженими ядрами.

Відповідь: $E = 0,82 \text{ MeV}$.

466 Ядро ${}^{200}_{84}\text{Po}$, що перебуває у стані спокою, випромінює α -частинку з кінетичною енергією $E_\alpha = 5,77 \text{ MeV}$. Знайти швидкість віддачі дочірнього ядра. Яку частку повної енергії, що вивільняється в цьому процесі, складає енергія віддачі дочірнього ядра?

Відповідь: $v = \frac{\sqrt{2m_\alpha E_\alpha}}{m} = 3,4 \cdot 10^5 \text{ м/с}$; $\gamma = 0,02$.

467 Визначити кількість тепла, що виділяє 1 мг препарату ${}^{200}_{84}\text{Po}$ за період, що дорівнює середньому часу життя цих ядер, якщо відомо, що випускаються α -частинки, які мають кінетичну енергію 5,3 MeV, і практично всі дочірні ядра утворюються безпосередньо в основному стані.

Відповідь: $Q = 1,6 \text{ МДж}$.

468 Оцінити кількість тепла, що виділяється за добу в калориметрі реактивним препаратом ${}^{24}_{11}\text{Na}$, маса якого $m = 1 \text{ мг}$. Вважати, що β -частинки в середньому мають кінетичну енергію, що дорівнює максимально можливій при даному розпаді. Період напіврозпаду ${}^{24}_{11}\text{Na}$ $T_{1/2} = 15 \text{ год}$.

Відповідь: $Q = 5 \text{ МДж}$.

469 Обчислити за допомогою табличних значень мас атомів кінетичні енергії позитрона і нейтрино, що випромінюються ядром $^{11}_6\text{C}$ у випадку, якщо дочірнє ядро не зазнає віддачі.

Відповідь: $E_{ke} = 0,32 \text{ MeV}$; $E_{kv} = 0,65 \text{ MeV}$.

470 Знайти кінетичну енергію ядра віддачі при позитронному розпаді ядра $^{13}_7\text{N}$ у тому випадку, коли енергія позитрона максимальна.

Відповідь: $E = \frac{1}{2} \frac{Q(Q + 2mc^2)}{m_N c^2} = 0,11 \text{ кеВ}$,

де $Q = (m_N - m_C - 2m)c^2$; m - маса електрона.

471 Збуджені ядра $^{109}_{47}\text{Ag}$, переходячи в основний стан, випромінюють γ -кванти з енергією 87 кеВ та β -електрони (їх енергія зв'язку 26 кеВ). Визначити швидкість цих електронів.

Відповідь: $v = 0,45 c$, де c - швидкість світла.

472 Вільне ядро $^{191}_{77}\text{Ir}$, що перебуває у стані спокою, з енергією розпаду $E = 129 \text{ кеВ}$ перейшло в основний стан, при цьому воно випромінило γ -квант. Обчислити відносну зміну енергії γ -кванта, що виникає у результаті віддачі ядра.

Відповідь: $\frac{\Delta E}{E} = \frac{E}{2m_\gamma c^2} = 3,6 \cdot 10^{-7}$, де m_γ - маса ядра.

473 З якою відносною швидкістю повинні зближатися джерело і поглинач, що складаються з вільних ядер $^{191}_{77}\text{Ir}$ з масою 1 г, щоб спостерігалось максимальне поглинання γ -квантів з енергією $E = 129 \text{ кеВ}$?

Відповідь: $v \approx \frac{E}{m_\gamma c} = 0,22 \text{ км/с}$, де m_γ – маса ядра.

474 Альфа-частинка з кінетичною енергією $E = 7,0 \text{ МеВ}$ пружно розсіялася на ядрі ^6_3Li , що перебуває у стані спокою. Визначити кінетичну енергію ядра віддачі, якщо кут між напрямками розльоту обох частинок $\varphi = 60^\circ$.

Відповідь:
$$E = \frac{E_\alpha}{1 + \frac{(M - m)^2}{4mM \cos^2 \theta}} = 60 \text{ MeV},$$
 де m, M – маси α -

частинки і ядра.

475 Нейтрон зазнав пружне зіткнення з дейтоном, що перебуває у стані спокою. Визначити частку кінетичної енергії, що втрачається нейтроном при лобовому зіткненні.

Відповідь:
$$\eta = \frac{4mM}{(m + M)^2} = 0,89,$$
 де m, M – маси нейтрона та

дейтона.

476 Нейтрон зазнав пружне зіткнення з дейтоном, що перебуває у стані спокою. Визначити частину кінетичної енергії, що втрачається нейтроном при розсіюванні під прямим кутом.

Відповідь:
$$\eta = \frac{2mM}{(m + M)^2} = \frac{2}{3},$$
 де m, M – маси нейтрона та

дейтрона.

477 Вважаючи, що в одному акті розпаду ядра ${}_{92}^{235}\text{U}$ вивільняється енергія 200 еВ, визначити енергію, що виділяється при згоранні одного кілограма ізоотопу ${}_{92}^{235}\text{U}$, а також масу кам'яного вугілля з теплотворною здатністю 30 кДж/г, яка є еквівалентною у тепловому відношенні до одного кілограма урану.

Відповідь: $E = 8,2 \cdot 10^{10} \text{ кДж}; m = 2,7 \cdot 10^6 \text{ кг}.$

478 Вважаючи, що в одному акті розпаду ядра ${}_{92}^{235}\text{U}$ вивільняється енергія 200 еВ, визначити масу ізоотопу ${}_{92}^{235}\text{U}$, що розпався при вибуху атомної бомби з тротиловим еквівалентом 30 кілотонн, якщо тепловий еквівалент тротилу дорівнює 4,1 кДж/г.

Відповідь: $m = 1,5 \text{ кг}.$

479 Скільки тепла виділяється при утворенні одного грама ${}^4_2\text{He}$ з дейтерію ${}^2_1\text{He}$? Яка маса кам'яного вугілля з теплотворною здатністю 30 МДж/кг еквівалентна у тепловому відношенні до отриманої величини?

Відповідь: $E = 5,74 \cdot 10^7 \text{ кДж}; m = 2 \cdot 10^4 \text{ кг}.$

480 Обчислити в а.о.м. масу:

а) атома ${}^8_3\text{Li}$, енергія зв'язку ядра якого складає $E_{зв} = 41,3$ еВ;

б) ядра ${}^{10}_6\text{C}$, у якого енергія зв'язку, що припадає на один нуклон, дорівнює $E_{зв} = 6,04$ еВ.

Відповідь: $m_{\text{Li}} = 8,0225$ а.о.м.; $m_{\text{C}} = 10,0135$ а.о.м.

Основні фізичні сталі

Гравітаційна стала	$G = 6,677 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с})$
Стала Авогардо	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ міль}^{-1}$
Молярна газова стала	$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{міль})$
Стала Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К}$
Елементарний заряд	$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Маса електрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Швидкість світла у вакуумі	$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м}/\text{с}$
Стала Планка	$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Стала Рідберга	$R = 2,07 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1}$ $R^* = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Радіус Бора	$a = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$
Комптонівська довжина хвилі електрона	$\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетрон Бора	$\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж}/\text{Тл}$
Енергія іонізації атома водню	$E_i = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$
Атомна одиниця маси	$1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Ядерний магнетрон	$\mu_N = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Електрична стала	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}/\text{м}$
Магнітна стала	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн}/\text{м}$