

РУХ РІДИНИ В КІЛЬЦЕВИХ КАНАЛАХ ШПАРОВИХ УЩІЛЬНЕНЬ

І. М. Беда, канд. техн. наук, доцент;

О. І. Беда студент,

Сумський державний університет, м. Суми

Запропоновано математичну модель шпарового ущільнення довільної довжини та проведено аналіз впливу обертання вала на характеристики короткого ущільнення.

Ключові слова: шпарове ущільнення, витік рідини, ротор, кільцеві канали.

Предложена математическая модель щелевого уплотнения произвольной длины и проведен анализ влияния вращения вала на характеристики короткого уплотнения.

Ключевые слова: щелевое уплотнение, утечка жидкости, ротор, кольцевые каналы.

ВСТУП

У проточній частині гідромашин для усунення значних перетікань рідини із зон високого тиску в зони зниженого тиску використовуються шпарові ущільнення, утворені спеціально виконаними поверхнями робочих коліс, валів та іншими елементами ротора разом із нерухомими елементами корпусу. Їх ущільнювальний ефект базується на використанні гідравлічного опору кільцевих дроселів із малим (0,1-0,3 мм) радіальним зазором.

Як показують дослідження [1, 2], шпарові ущільнення суттєво впливають на динамічні характеристики ротора: гідродинамічні сили в ущільненні залежно від конструкції та умов роботи ущільнення можуть знижувати віброактивність ротора, або, навпаки, обумовлювати його динамічну нестійкість. Існує велика кількість теоретичних та експериментальних досліджень впливу шпарових ущільнень на динаміку ротора. Але в більшості із них розглядаються моделі так званих коротких ущільнень, в яких коловою складовою швидкості руху рідини, обумовленої полем тиску, нехтують. При використанні ущільнень, де колова складова потоку порівнянна з осьовою або навіть перевищує її динамічні характеристики ротора, як показують експериментальні дослідження [3], суттєво змінюються.

Проблема розв'язання цієї задачі обумовлена складними процесами, що проходять в турбулентному потоці, яким є рух рідини в кільцевому каналі ущільнення. До цього часу поки що немає достатньо задовільної теорії турбулентного руху, яка б безпосередньо впливала із основних рівнянь гідродинаміки. Втрати напору, профіль швидкості в каналі, витік визначають за формулами, одержаними в результаті обробки експериментальних даних.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Метою цих досліджень є розроблення математичної моделі руху нестисливої рідини в кільцевих каналах ущільнень довільної довжини та аналіз впливу обертання вала на витоки та пружну силу шпарових ущільнень.

Задача вирішується при малих радіальних зміщеннях вала відносно положення його статичної рівноваги при таких допущеннях:

- розглядаються кільцеві канали, для яких радіальний зазор значно менше діаметра;
- режим руху по всьому ущільненню – турбулентний (автомодельна область);
- граничні умови – умова прилипання частинок рідини до стінок каналу;
- допускається, що тепло, яке виділяється в результаті внутрішнього тертя, практично миттєво відводиться із кільцевого каналу.

РІВНЯННЯ РУХУ РІДИНИ

Для опису розвинутого турбулентного руху рідини у шпаровому ущільненні відцентрової машини використаємо основне рівняння Рейнольдса [4]

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \bar{v} + \frac{1}{\rho} \text{div} (-\rho \overline{v'v'})$$

де \bar{v} - усереднена у часі швидкість; v' - відхилення дійсної швидкості від усередненої (пульсаційна швидкість); p - усереднений у часі тиск; ρ - густина рідини; μ - динамічний коефіцієнт в'язкості.

Зауважимо, що доданок $F_1 = \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \bar{v}$ характеризує силу в'язкого тертя,

а $F_2 = \frac{1}{\rho} \text{div} (-\rho \overline{v'v'})$ - силу турбулентного тертя.

Виразимо F_2 аналогічно [2] через коефіцієнт опору тертя (λ) і середню відносно нерухомої стінки каналу швидкість руху v_c :

$$\bar{F}_2 = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v_c^2}{2} \bar{v}_0,$$

де $v_c^2 = (u_0 + u)^2 + w^2$;

w - середня осьова швидкість, обумовлена полем тиску;

u_0 - середня колова швидкість, обумовлена обертанням вала;

u - середня колова швидкість, обумовлена полем тиску;

\bar{v}_0 - орт вектора швидкості; $\bar{v}_0(\cos \alpha; \sin \alpha) = \bar{v}_0 \left(\frac{u_0 + u}{v}; \frac{w}{v} \right)$.

Як і більшість дослідників, через малість величини кільцевого зазору стосовно довжини ущільнення та його радіуса допускаємо $\frac{\partial p}{\partial y} \approx 0$.

З урахуванням зроблених зауважень рівняння (1) набирає вигляду

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial p}{\partial z} \bar{k} \right) + \bar{F}_1 - \frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v_c^2}{2} \bar{v}_0.$$

Зауважимо, рівняння (2) описує рух елементарного об'єму рідини. При цьому доданки рівняння, власне, не є силами, що діють на дискретні частинки, а лише густиною розподілу сил в елементарному об'ємі суцільного середовища. Щоб визначити силу, що діє в перерізі каналу на

об'єм рідини, який знаходиться між стінками каналу одиничної ширини, будемо інтегрувати кожний доданок рівняння за зазором:

$$\int_0^h \frac{\rho d\bar{v}}{dt} dy + \int_0^h \frac{\partial p}{\partial x} dy \bar{i} + \int_0^h \frac{\partial p}{\partial z} dy \bar{k} = - \int_0^h \frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v^2}{2} dy \bar{v}_0 + \int_0^h \bar{F}_1 dy .$$

Ураховуючи, що $p = p(x, z)$ і середня швидкість за величиною зазору при турбулентному русі (розглядається автономний режим) є сталими величинами, одержимо

$$\frac{1}{h} \int_0^h \frac{d\bar{v}}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial p}{\partial z} \bar{k} = - \frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v^2}{2} \bar{v}_0 + \bar{F}_{1p} , \quad (3)$$

де \bar{F}_{1p} - усереднена по товщині зазору результуюча сила в'язкого тертя.

Спроекувавши (3) на осі x, z (z - координата вздовж довжини ущільнення; x - координата у коловому напрямку), одержимо

$$\begin{cases} \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{du}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v}{2} (u_0 + u) + F_{1px}, \\ \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{dw}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial z} = - \frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v}{2} w + F_{1pz}. \end{cases}$$

Осьовий рух рідини у шпаровому ущільненні обумовлений перепадом тиску. Сили в'язкості, що виникають в граничному ламінарному шарі, значно менші від сил турбулентного тертя [4], а тому у першому наближенні ними нехтують: $F_{1pz} \approx 0$.

Завдяки силам в'язкості в граничному ламінарному шарі потік у коловому напрямку набуває сталої колової швидкості u_0 . Таким чином, сили в'язкості спричиняють рух об'єму рідини, що знаходиться між стінками каналу, зі сталою коловою швидкістю $u_0 = 0,5\omega r$ відносно стінок каналу. На цей об'єм діють сили турбулентного тертя

$$F_c = - \frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v u_0}{2} .$$

Оскільки рух рівномірний, то рівнодіюча сила дорівнює нулю. Вважаємо, що

$$F_{1x} = - \frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v}{2} u_0 ,$$

і рівняння руху набирає вигляду

$$\begin{cases} \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{du}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v}{2} u, \\ \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{dw}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial z} = - \frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v}{2} w. \end{cases} \quad (4)$$

Система (4) є незамкнутою, оскільки містить три невідомих: тиск p , середню осьову швидкість w та середню швидкість u , обумовлену полем тиску в каналі. Доповнимо її рівнянням нерозривності, усереднивши його по товщині зазору [2]:

$$\frac{\partial((u_0 + u)h)}{\partial x} + \frac{\partial(wh)}{\partial z} = u(h) \frac{\partial h}{\partial x} - v(h),$$

де $u(h), v(h)$ - швидкість рухомої точки стінки у коловому та радіальному напрямках.

Записуючи усереднене рівняння нерозривності у вигляді

$$\frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(wh)}{\partial z} = u(h) \frac{\partial h}{\partial x} - v(h) - u_0 \frac{\partial h}{\partial x},$$

одержимо систему рівнянь, яка описує рух рідини в кільцевих каналах довільної довжини:

$$\begin{cases} \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{du}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v}{2} u, \\ \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{dw}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\lambda}{2h} \frac{\rho v}{2} w, \\ \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(wh)}{\partial z} = u(h) \frac{\partial h}{\partial x} - v(h) - u_0 \frac{\partial h}{\partial x}. \end{cases} \quad (5)$$

Запишемо систему (5) у вигляді

$$\begin{cases} \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{du}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial x} = -k_x \frac{\mu}{h^2} u, \\ \frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{dw}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial z} = -k_z \frac{\mu}{h^2} w, \\ \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(wh)}{\partial z} = u(h) \frac{\partial h}{\partial x} - v(h) - u_0 \frac{\partial h}{\partial x}, \end{cases} \quad (6)$$

де

$$k_x = k_z = \frac{\lambda}{8} \text{Re}; \quad (7)$$

$\text{Re} = \frac{2\rho hv}{\mu}$ - число Рейнольдса для спірального потоку.

Відмітимо, що майже всі теорії турбулентного руху рідини в тонких шарах приводять безпосередньо, або після додаткових перетворень до одного й того самого виду рівнянь, а саме до системи виду (6) [5]. Різниця теорій обумовлена лише коефіцієнтами k_x, k_z , які входять у (6). На рис. 1 наведені залежності $k_x = k_x(\text{Re}); k_z = k_z(\text{Re})$ [5] для деяких теорій.

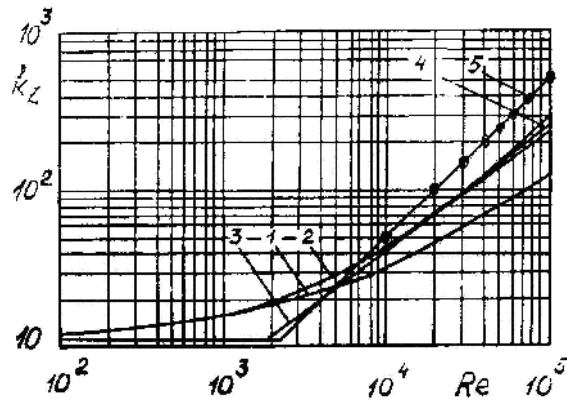


Рисунок 1 – Залежність коефіцієнтів k_x, k_z від числа Рейнольда Re :
 1 - теорія Константинеску; 2 - теорія Нг і Пена; 3 - теорія Хурса;
 4, 5 – теорія Ю. Ямади для турбулентного режиму та його автомоделної області; ● – залежність (7)

ВПЛИВ ОБЕРТАННЯ ВАЛА НА ВИТІК ТА ПРУЖНУ СИЛУ ШПАРОВОГО УЩІЛЬНЕННЯ

Досліджуючи рух рідини у короткому шпаровому ущільненні ($l \leq 0,5r$), багато дослідників використовують разом з рівнянням нерозривності

$$\frac{\partial(wh)}{\partial z} = u(h) \frac{\partial h}{\partial x} - v(h) - u_0 \frac{\partial h}{\partial x}$$

рівняння осевого руху рідини, нехтуючи обертанням вала

$$\frac{\rho}{h} \int_0^h \frac{dw}{dt} dy + \frac{\partial p}{\partial z} = - \frac{\lambda}{2h} \frac{\rho w^2}{2}.$$

Дослідимо вплив обертання вала на витік та пружну силу шпарового ущільнення.

Нехтуючи інерційними членами та допускаючи $u_0 = 0,5\omega r$, запишемо друге та третє рівняння системи (6) у вигляді

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial z} = - \frac{\lambda}{2h} \frac{\rho \sqrt{1 + \frac{u_0^2}{w^2}}}{2} w^2, \\ \frac{\partial(wh)}{\partial z} = 0,5\omega r \frac{\partial h}{\partial x}. \end{cases}$$

При переході до безрозмірних змінних $\bar{z} = \frac{z}{l}$, $\varphi = \frac{x}{r}$, одержимо

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial \bar{z}} = - \frac{\lambda l}{2h} \frac{\rho \sqrt{1 + k^2}}{2} w^2, \\ \frac{\partial(wh)}{\partial \bar{z}} = 0,5\omega l \frac{\partial h}{\partial \varphi}, \end{cases} \quad (8)$$

де $k = \frac{u_0}{w}$.

За наявності ексцентриситету величину зазору шпарового ущільнення можна задати формулою [2]

$$h = h_0(1 - \varepsilon \cos \varphi),$$

де h_0 – середній радіальний зазор; $\varepsilon = \frac{e}{h_0}$ – відносний ексцентриситет.

Знайшовши із рівняння нерозривності закон зміни осьової швидкості

$$w = w_0 + \frac{0,5\omega l h_0 \varepsilon \sin \varphi \bar{z}}{h},$$

перше рівняння системи (8) можна записати у вигляді

$$\frac{\partial p}{\partial \bar{z}} = -\frac{\lambda l}{2h} \frac{\rho \sqrt{1+k^2}}{2} \left(w_0 + \frac{0,5\omega l h_0 \varepsilon \sin \varphi \bar{z}}{h} \right)^2.$$

Закон розподілу тиску в шпаровому ущільненні набере вигляду

$$p = p(0) - \frac{\lambda l}{2h} \frac{\rho \sqrt{1+k^2}}{2} \left(w_0^2 \bar{z} + \frac{\omega l h_0 \varepsilon \sin \varphi}{h} \frac{\bar{z}^2}{2} + \left(\frac{0,5\omega l h_0 \varepsilon \sin \varphi}{h} \right)^2 \frac{\bar{z}^3}{3} \right).$$

Тиск $p(0)$ та осьову швидкість w_0 на вході визначаємо із граничних умов Γ

$$\begin{cases} p(0) = p_{10} - \xi_1 \frac{\rho w_0^2}{2}, \\ p(l) = p_{20} - \xi_2 \frac{\rho w(l)^2}{2}, \end{cases}$$

де p_{10} – тиск рідини перед шпаровим ущільненням; p_{20} – тиск рідини за шпаровим ущільненням; ξ_1 – коефіцієнт вхідних втрат; ξ_2 – коефіцієнт поновлення тиску на виході з втратою осьової швидкості.

Досліджувані величини (витік Q та пружна гідростатична сила F_ε) знаходимо за формулами

$$\begin{aligned} Q &= r \int_0^{2\pi} w_o(\varphi) d\varphi, \\ F_\varepsilon &= r l \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 p(\bar{z}, \varphi) \cos(\varphi) d\bar{z}. \end{aligned} \tag{9}$$

РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Чисельні дослідження витоків та пружної сили шпарового ущільнення були проведені за допомогою програмного комплексу Mathcad. Розрахунки проведені для шпарового ущільнення з параметрами: $l = 15 \text{ мм}$; $h_0 = 0,2 \text{ мм}$; $r = 30 \text{ мм}$; $\Delta p = 0,7 \text{ МПа}$.

На рис. 2 показана залежність витоків від співвідношення u_0/w в діапазоні відносного ексцентриситету $0 \leq \varepsilon \leq 0,9$.

Із рисунка бачимо, що зі збільшенням частоти обертання витік через шпарове ущільнення зменшується. Так, наприклад, при $k = 5$ (окружна

швидкість потоку у 5 разів перевищує осьову) витік зменшується майже на 40 %. При цьому ексцентриситет вала (зміна відносного параметра e) практично не впливає на величину витіку.

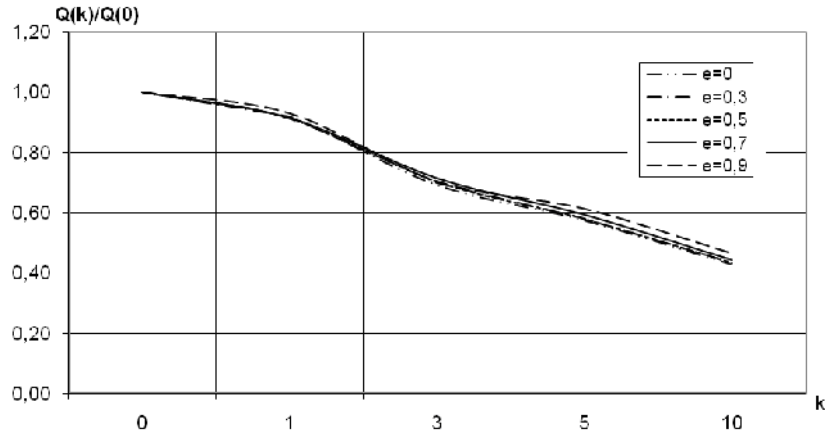
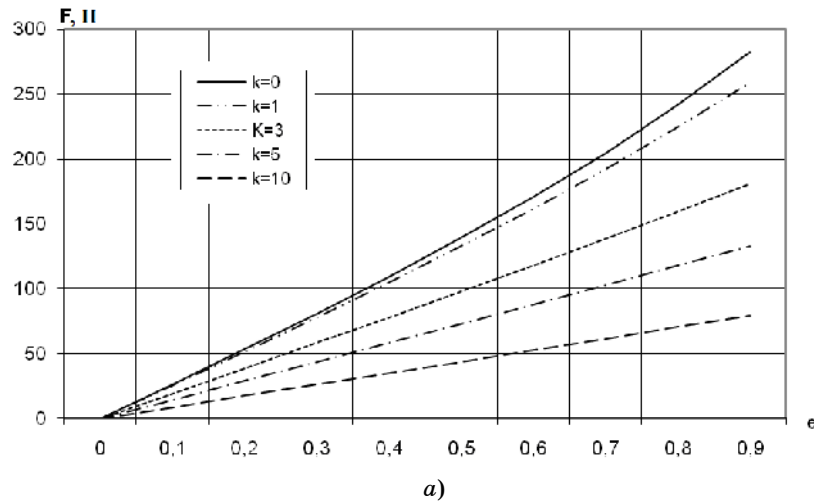
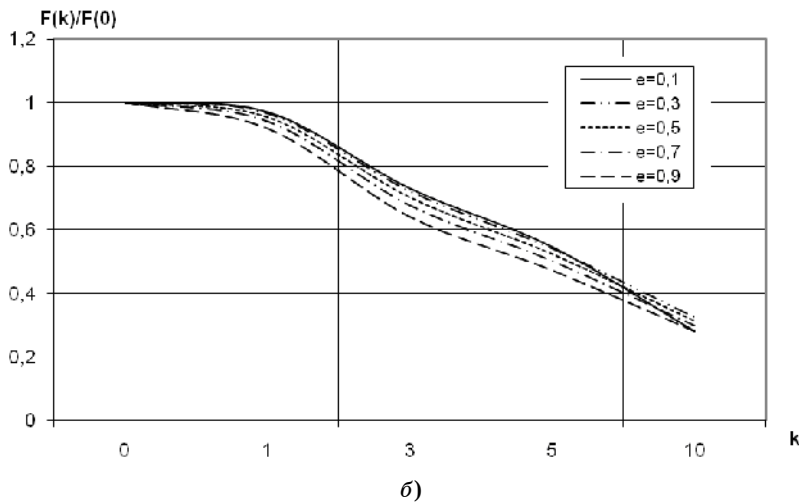


Рисунок 2 – Залежність витіку шпарового ущільнення від обертання



а)



б)

Рисунок 3 – Вплив обертання на величину пружної сили:
а) частоти обертання ротора; б) ексцентриситету ротора в ущільненні

На рис. 3 наведений вплив обертання на величину пружної сили шпарового ущільнення.

Як бачимо з рис. 3 а, при всіх досліджуваних частотах обертання пружна сила має лінійний характер майже на всій можливій зміні відносного ексцентриситету. Але зі збільшенням частоти обертання (з зростанням параметра k) на рис. 3 б величина сили, а отже, й коефіцієнт пружності зменшуються. Якщо в інтервалі $0 \leq k \leq 1$ вплив обертання незначний (до 10% залежно від відносного ексцентриситету), то при $k > 1$ вплив значно більший і нехтувати обертанням в цьому випадку недопустимо. Так, наприклад, при $k = 5$ сила зменшується майже удвічі.

ВИСНОВКИ

У результаті проведених досліджень руху рідини в тонких кільцевих зазорах була розроблена математична модель шпарового ущільнення довільної довжини, яка дозволяє провести розрахунки витoku та гідродинамічної сили. Проведений аналіз впливу обертання вала на характеристики короткого ущільнення показав, що обертання вала може суттєво вплинути на витік та пружну силу, особливо у випадку, коли складова швидкості у коловому напрямку перевищує осьову складову, а тому нехтувати обертанням вала при дослідженні гідродинамічних сил у шпарових ущільненнях є недопустимим без оцінки впливу.

SUMMARY

FLUID FLOW IN THE ANNULAR CHANNEL OF THE GROOVE SEAL

*Beda I. M., Beda O. I.,
Sumy State University, Sumy*

A mathematical model of groove seals of any length was developed and the influence of shaft rotation on the characteristics of a short seal was analyzed.

Key words: *groove seals, overflows of liquid, the rotor, the annular channels.*

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Марцинковский В. А. Щелевые уплотнения. Теория и практика / В.А. Марцинковский. – Сумы: Изд-во Сумского государственного университета, 2005. - 415 с.
2. Марцинковский В. А. Бесконтактные уплотнения роторных машин / В. А. Марцинковский. - М.: Машиностроение, 1980. – 200 с.
3. Будник А. Н. Экспериментальное исследование и оценивание динамических коэффициентов ротора с щелевыми уплотнениями / А. Н. Будник, В. И. Симоновский. – Экспрессинформация ЦИНТИХимнефтмаш: качество, надежность, долговечность. - 1982.- №4-82. - С. 4-6.
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1973. – 847 с.
5. Сери А. З. Некоторые направления развития теории смазки Рейнольдса /А. З. Сери // Тр. Амер. общества инж.-мех. Серия «Проблемы трения и смазки». - 1987. - № 1. - С. 21-39.

Надійшла до редакції 11 жовтня 2011 р.