

## РАЗРАБОТКА НЕЛИНЕЙНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РОТОРА ТУРБОКОМПРЕССОРА, ВРАЩАЮЩЕГОСЯ В СЕГМЕНТНЫХ ПОДШИПНИКАХ

*Л. Ю. Равлюк, аспирант;*

*В. И. Симоновский, д-р техн. наук, профессор,  
Сумский государственный университет, г. Сумы*

*Разработана нелинейная математическая модель ротора турбокомпрессора, учитывающая кубическую зависимость квазиупругих реакций масляной плёнки подшипников. Проведено оценивание коэффициентов этих реакций на основе сопоставления с экспериментальными данными. Полученная модель даёт удовлетворительное как качественное, так и количественное совпадение с результатами экспериментальных исследований.*

**Ключевые слова:** ротор, турбокомпрессор, дискретная модель, сегментный подшипник, квазиупругие силы.

*Розроблено нелінійну математичну модель ротора турбокомпресора, що враховує кубічну залежність квазіпружних реакцій масляної плівки підшипників. Проведене оцінювання коефіцієнтів цих реакцій на основі зіставлення з експериментальними даними. Отримана модель дає задовільний як якісний, так і кількісний збіг із результатами експериментальних досліджень.*

**Ключові слова:** ротор, турбокомпресор, дискретна модель, сегментний підшипник, квазіпружні сили.

### ВВЕДЕНИЕ

Существующие методы и программы расчёта динамики роторов, основанные на КЭ-моделях, позволяют определить критические частоты и формы, а также вынужденные колебания синхронной прецессии. В то же время эти программы не могут быть использованы для расчёта и прогнозирования таких сложных явлений, как потеря устойчивости и появление несинхронных суб- и супергармонических составляющих. Эти явления могут быть изучены только посредством численного интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений дискретной многомассовой модели ротора. Численное интегрирование этих уравнений с помощью, например, программного комплекса Maple дают широкие возможности для исследования динамики роторов.

В работе [1,4] была предложена методика построения многомассовых моделей роторных систем с добавлением нелинейных слагаемых, обусловленных гидродинамическими процессами в подшипниках. Была принята квадратичная зависимость нелинейной составляющей квазиупругих реакций масляной плёнки подшипников, имеющая структуру

$$F_x = -\alpha \cdot x \cdot |x|, F_y = -\alpha \cdot y \cdot |y|.$$

На основе методов идентификации [2] были получены параметры (массы) дискретной модели, а также величины коэффициентов  $\alpha$ , дающие удовлетворительное совпадение результатов численного интегрирования с экспериментальными данными.

В данной работе предложена кубическая зависимость нелинейной составляющей вида

$$F_x = -f \cdot r^2 \cdot x, F_y = -f \cdot r^2 \cdot y, r^2 = x^2 + y^2.$$

Такая структура соответствует аналитическим выражениям для квазиупругих сил в щелевых уплотнениях (тоже являющимися своего рода подшипниками), полученными в [3].

### ПОСТРОЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

Исследование проводилось на дискретной 4-массовой модели ротора (рис. 1).

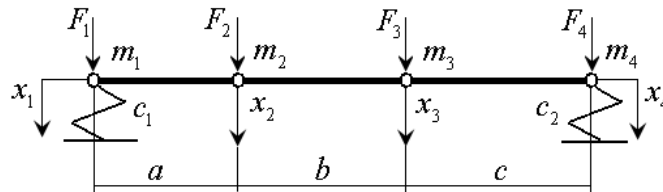


Рисунок 1 – Расчетная схема ротора

Дифференциальные уравнения для такой неконсервативной 4-массовой модели имеют вид

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 x_1 + \frac{b+c}{l} m_2 \ddot{x}_2 + \frac{c}{l} m_3 \ddot{x}_3 + d_{II} \dot{x}_1 + qy_1 + fr_1^2 x_1 = 0 \\ m_1 \ddot{y}_1 + c_1 y_1 + \frac{b+c}{l} m_2 \ddot{y}_2 + \frac{c}{l} m_3 \ddot{y}_3 + d_{II} \dot{y}_1 - qx_1 + fr_1^2 y_1 = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + \frac{1}{\delta_{22}} x_2 + \frac{\delta_{23}}{\delta_{22}} m_3 \ddot{x}_3 - \frac{a}{l\delta_{22}} x_4 - \frac{x_1}{\delta_{22}} \cdot \frac{b+c}{l} = m_2 e_2 \omega^2 \cos \omega t \\ m_2 \ddot{y}_2 + \frac{1}{\delta_{22}} y_2 + \frac{\delta_{23}}{\delta_{22}} m_3 \ddot{y}_3 - \frac{a}{l\delta_{22}} y_4 - \frac{y_1}{\delta_{22}} \cdot \frac{b+c}{l} = m_2 e_2 \omega^2 \sin \omega t \\ m_3 \ddot{x}_3 + \frac{1}{\delta_{33}} x_3 + \frac{\delta_{32}}{\delta_{33}} m_2 \ddot{x}_2 - \frac{c}{l\delta_{33}} x_1 - \frac{x_4}{\delta_{33}} \cdot \frac{a+b}{l} = 0 \\ m_3 \ddot{y}_3 + \frac{1}{\delta_{33}} y_3 + \frac{\delta_{32}}{\delta_{33}} m_2 \ddot{y}_2 - \frac{c}{l\delta_{33}} y_1 - \frac{y_4}{\delta_{33}} \cdot \frac{a+b}{l} = 0 \\ m_4 \ddot{x}_4 + c_2 x_4 + \frac{a}{l} m_2 \ddot{x}_2 + \frac{a+b}{l} m_3 \ddot{x}_3 + d_{II} \dot{x}_4 + qy_4 + fr_4^2 x_4 = 0 \\ m_4 \ddot{y}_4 + c_2 y_4 + \frac{a}{l} m_2 \ddot{y}_2 + \frac{a+b}{l} m_3 \ddot{y}_3 + d_{II} \dot{y}_4 - qx_4 + fr_4^2 x_4 = 0 \end{array} \right.$$

где

$m_1, m_2, m_3, m_4$  - дискретные массы ротора;

$x_i, y_i (i = \overline{1, 4})$  - соответствующие координаты расположения этих масс в горизонтальной и вертикальной плоскостях;

$c_1, c_2$  - жесткости подшипников;

$l = a + b + c$  - длина ротора между опорами;

$\delta_{22}, \delta_{33}, \delta_{23}, \delta_{32}$  - коэффициенты податливости ротора;

$\omega$  - частота вращения ротора;

$e_2$  - относительный дисбаланс диска  $m_2$  ;  
 $q = \delta \cdot d_{II} \cdot \omega$  - коэффициент циркуляционной силы;  
 $\delta$  - безразмерный коэффициент циркуляционной силы;  
 $d_{II}$  - коэффициент демпфирования подшипника;  
 $f$  - коэффициент при нелинейной жесткости.

Расчеты проводились для различных типов подшипников: сегментного пятиколодочного, демпферного 3- и 4-колодочного, трехцентрового.

В качестве исходных использовались данные, полученные в [4]:

$\Omega_0 = 299,2 \text{ рад/с}$  - первая критическая частота ротора,

$m_1 = 22 \text{ кг}$ ,  $m_2 = 34 \text{ кг}$ ,  $m_3 = 77 \text{ кг}$ ,  $m_4 = 22 \text{ кг}$ ,

$a = 45,95 \text{ см}$ ,  $b = 73,5 \text{ см}$ ,  $c = 61,75 \text{ см}$ ,

$\delta_{22} = 0,778 \cdot 10^{-8} \text{ м/Н}$ ,  $\delta_{33} = 0,1091 \cdot 10^{-7} \text{ м/Н}$ ,

$\delta_{23} = \delta_{33} = 0,7679 \cdot 10^{-8} \text{ м/Н}$ ,

для пятиколодочного подшипника:

$c_1 = c_2 = 10^8 \text{ Н/м}$ ,  $d_{II} = 3,5 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{с/м}$ ,

для демпферного трехколодочного:

$c_1 = c_2 = 0,2 \cdot 10^8 \text{ Н/м}$ ,  $d_{II} = 10^5 \text{ Н} \cdot \text{с/м}$ .

Приравнивая значение коэффициента при нелинейной жесткости  $f$  нулю, определяли значение безразмерного коэффициента циркуляционной силы  $\delta$  таким образом, чтобы совпадали границы устойчивости, полученные экспериментально и численно. Далее, при полученном значении  $\delta$  подбирали значение коэффициента при нелинейной жесткости  $f$  так, чтобы совпали с экспериментальными амплитуды автоколебательной накладки математической модели.

В результате численных экспериментов в программном комплексе Maple были получены значения коэффициента циркуляционной силы и коэффициента при нелинейной жесткости. Для пятиколодочного подшипника:

$\delta = 0,3 - 0,32$ ,

$f = 0,1 - 0,5 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^3$ .

Для демпферного трехколодочного подшипника:

$\delta = 0,26 - 0,29$ ,

$f = 0,8 - 1 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^3$ .

На рис. 2-4 показано сопоставление полученных численно и экспериментально временных характеристик, спектров вибраций и орбит для пятиколодочного подшипника в зоне неустойчивых частот вращения.

На рис. 5-7 приведены полученные численно и экспериментально временные характеристики, спектры вибраций и орбиты для демпферного трехколодочного подшипника в зоне неустойчивых частот вращения.

Следует заметить, что величина коэффициента циркуляционной силы, оцененная по границе устойчивости, определяет не только порог устойчивости, но и частоту автоколебаний [5], поэтому получается хорошее совпадение по параметрам основной автоколебательной субгармоники (как по амплитуде, так и по частоте).

Как видно из рис. 6, математическая модель обнаруживает также наличие и супергармоники, как это имеет место в натурном эксперименте. Это даёт основание полагать, что предложенный кубический закон для квазиупругих сил даёт возможность весьма достоверно моделировать нелинейные явления.

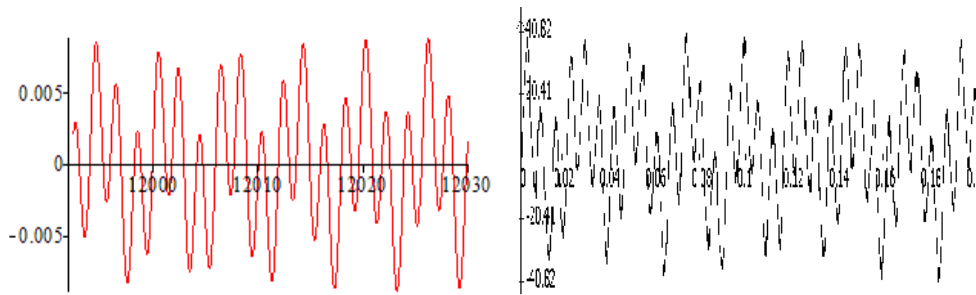


Рисунок 2 – Временные характеристики

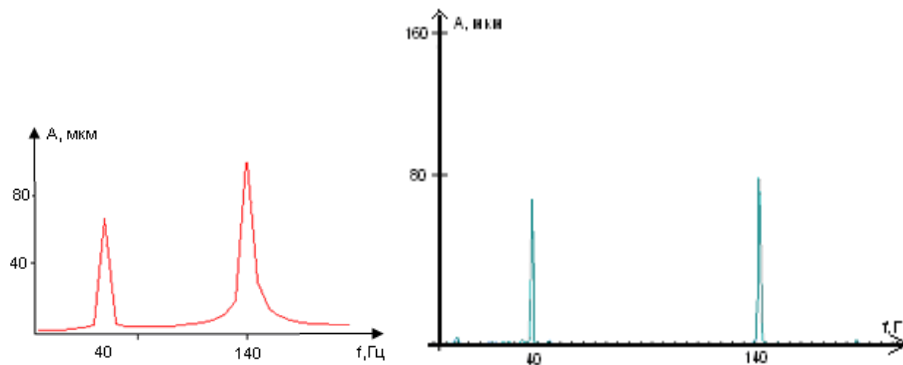


Рисунок 3 – Спектры вибраций

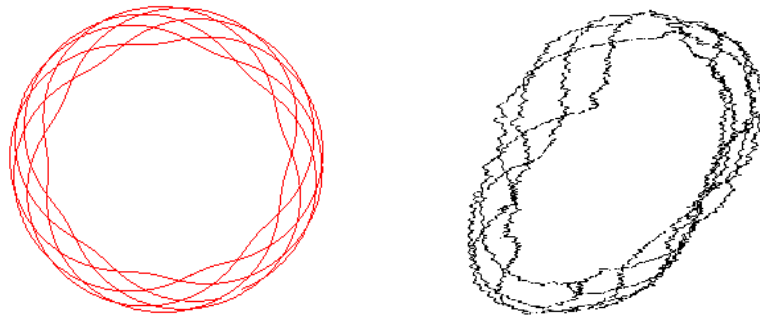


Рисунок 4 – Фазовые характеристики

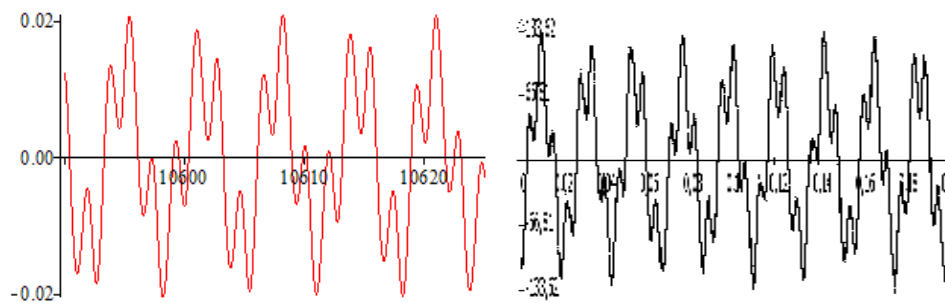


Рисунок 5 - Временные характеристики

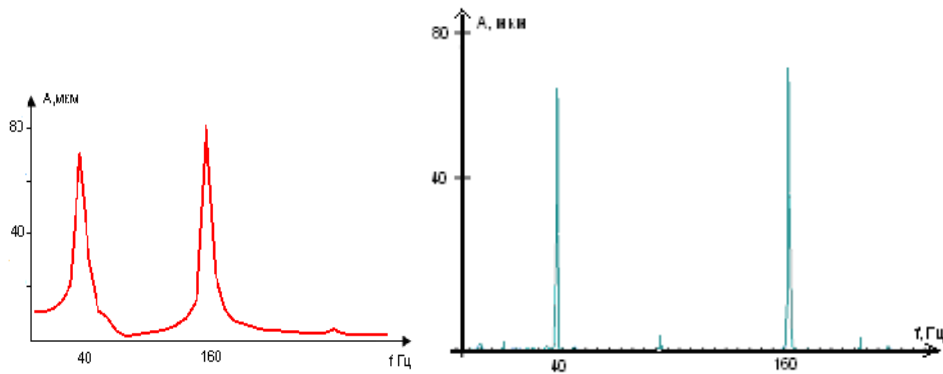


Рисунок 6 - Спектры вибраций

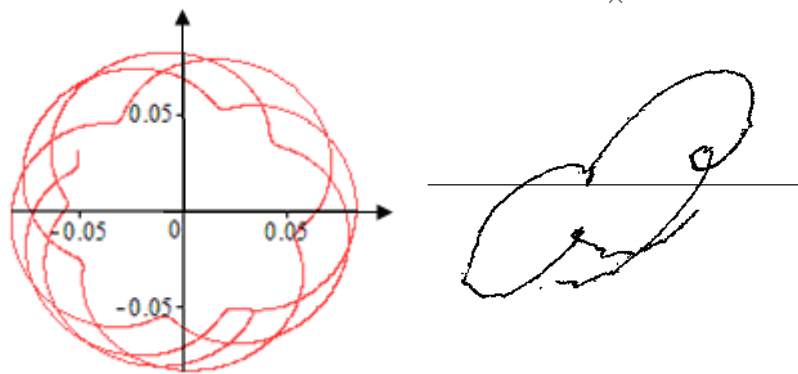


Рисунок 7 - Фазовые характеристики

## ВЫВОДЫ

Разработана многомассовая дискретная модель ротора с учетом процессов, происходящих в подшипниках. Разработанная методика идентификации модели по экспериментальным данным позволяет обнаружить явление потери устойчивости, исследовать полигармонические процессы и дает результаты, совпадающие с полученными на реальном роторе, так что имеем основания говорить о достоверности предложенной модели.

## SUMMARY

### DEVELOPMENT OF NONLINEAR MATHEMATICAL MODEL OF THE ROTOR OF TURBOCOMPRESSOR, WHICH ROTATES IN SEGMENT BEARINGS

*Ravliuk L.J., Simonovsky V.I.*  
Sumy State University, Sumy, Ukraine

*There was developed a nonlinear mathematical model of the turbocompressor rotor, taking into account the cubic dependence of the quasielastic reactions of the oil film of the bearings. An estimation of the coefficients of these reactions is based on the comparison with experimental data. The resulting model gives a satisfactory agreement, both qualitative and quantitative, with experimental results.*

**Key words:** rotor, turbocompressor, discrete model, segment bearing, quasielastic force.

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Гадяка В. Г. Математическая модель ротора турбокомпрессора для исследования несинхронных составляющих вибрации/ В. Г. Гадяка, Д. В. Лейких, В. И. Симоновский // Компрессорное и энергетическое машиностроение. – 2010. – № 2 (20). – С. 48-50.
2. Симоновский В. И. Уточнения математичних моделей коливальних систем за експериментальними даними. – Суми: Вид-во СумДУ, 2010. – 92 с.
3. Марцинковский В. А. Гидродинамика и прочность центробежных насосов. – М.: Машиностроение, 1970. – 272 с.
4. Лейких Д. В. Идентификация причин возбуждения несинхронных колебаний роторов турбокомпрессоров и способы снижения их амплитуд: дисс.... канд. техн. наук / Д. В. Лейких. – Сумы, 2011.
5. Симоновский В. И. Устойчивость и нелинейные колебания роторов центробежных машин. - Харьков: Изд-во «Вища школа», 1986. - 128 с.

*Поступила в редакцию 27 апреля 2012 г.*