

## Время релаксации в пучке частиц с анизотропным распределением скоростей

В.П. Вечёрка\*, С.М. Кравченко, А.И. Кульментьев, Р.И. Холодов

*Институт прикладной физики НАН Украины, ул. Петропавловская, 58, 40000 Сумы*

(Получено 13.06.2012; в отредактированной форме – 05.11.2012; опубликовано online 07.11.2012)

В рамках методов молекулярной динамики проведен компьютерный эксперимент по измерению времени релаксации в пучке частиц с анизотропным распределением скоростей. Полученный результат хорошо согласуется с характерными временами температурной релаксации в плазме для электронных охладителей в современных накопительных кольцах.

**Ключевые слова:** Молекулярная динамика, Модель твердых сфер, Электронное охлаждение.

PACS numbers: 07.05.Tr, 51.90. + r

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В большинстве экспериментов с пучками заряженных частиц необходимо, чтобы они имели достаточно высокую плотность и низкую температуру, т.е. чтобы они занимали как можно меньший объем фазового пространства. Одним из способов достижения этого является электронное охлаждение в накопительных кольцах, предложенное Будкером [1]. В секции охлаждения на ионный пучок накладывается сопутствующий электронный пучок, движущийся в магнитном поле. В системе покоя пучков процесс охлаждения можно рассматривать как установление теплового равновесия между пучком ионов и холодной электронной плазмой. Поскольку поперечное движение электронов подавляется магнитным полем, сравнительно малая продольная тепловая скорость определяет соответствующий масштаб скорости при торможении.

Электронное охлаждение подробно рассмотрено, например, в [2-4]. В настоящее время этот метод широко используется. Например, в рамках проекта FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research) планируется сооружение накопительного кольца антипротонов HESR (High Energy Storage Ring) с использованием электронного охладителя с пучком релятивистских электронов (5 МэВ/частицу). Несмотря на большое число публикаций, теория электронного охлаждения в настоящее время далека от завершения, в особенности для задачи охлаждения легких частиц (позитронов) [5].

В связи с ускорением в электронной пушке распределение скоростей электронов в системе покоя существенно анизотропно. Поэтому одной из ключевых характеристик процесса электронного охлаждения является время релаксации пучка, т.е. время, в течение которого разброс скоростей частиц вдоль движения пучка за счет столкновений в самом пучке становится сравнимым с разбросом в перпендикулярном направлении.

Данная работа посвящена описанию компьютерного эксперимента по исследованию релаксационных процессов в пучке частиц, который обладает анизотропным распределением скоростей. Целью работы является определение времени релаксации в

таком пучке и определение возможности использования модели твердых сфер в задаче электронного охлаждения.

### 2. РЕЛАКСАЦИЯ

В статистической физике широко используется следующая микроскопическая модель идеального газа. Предполагается, что отдельная молекула газа представляет собой сферически симметричную частицу. Любая из этих частиц движется прямолинейно и равномерно до тех пор, пока не столкнется с другой частицей или не отразится упруго от внутренних стенок сосуда, в котором заключен рассматриваемый газ. При этом столкновения частиц происходят так же, как и столкновения абсолютно твердых шаров. Внутренняя динамика атомов газа в такой модели совпадает с динамикой  $N$  классических частиц, взаимодействие между которыми описывается разрывным потенциалом жесткой сердцевины при наложении упругих граничных условий.

В работе [6] рассмотрены различные варианты компьютерной реализации данной модели, а также предложен оригинальный метод моделирования динамической эволюции классической системы  $N$  твердых шаров. Он основан на том, что для рассматриваемой системы на временной оси можно выделить дискретную совокупность моментов времени, в которые происходит изменение скорости либо одной частицы в результате ее отражения от границы расчетной области, либо пары частиц в результате их упругого столкновения. В промежутках между этими моментами скорости всех частиц неизменны, что соответствует их прямолинейному и равномерному движению. При этом знание динамических переменных всех частиц только лишь в эти выделенные моменты времени позволяет полностью описать эволюцию системы. Компьютерные алгоритмы такого типа получили название EDMD (Event-driven molecular dynamics). Они не нуждаются в решении сопутствующей задачи выбора временного шага моделирования, а параметры элементов системы изменяются от события к событию.

Одним из ключевых моментов компьютерного эксперимента является подготовка начального со-

\* [vechirkaVP@ipfcentr.sumy.ua](mailto:vechirkaVP@ipfcentr.sumy.ua)

стояния исследуемой системы. В соответствии с работой [6], равновесное состояние определяется следующим набором термодинамических переменных: температурой  $T$  (К), давлением  $P$  (атм) и числом частиц  $N$ . Объем газа  $V$  определяется из уравнения состояния газа, записанного в виде вириального разложения

$$P = \frac{N}{V} kT \left[ 1 + 4V_0 \frac{N}{V} \right], \quad (1)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана,  $V_0$  – объем одного атома.

Расчетная область представляет собой куб, левый нижний угол которого совмещен с началом лабораторной системы отсчета, а длина ребра  $L = \sqrt[3]{V}$ .

В начальном состоянии генерируется случайная пространственная конфигурация  $N$  атомов. Для этого последовательно разыгрываются три координаты отдельного атома, каждая из которых равномерно распределена в интервале  $[r, L - r]$ , где  $r$  – радиус атома. Текущий атом добавляется к исходной конфигурации только в том случае, если он не перекрывается ни с одним из уже размещенных атомов. В противном случае для него разыгрывается новая тройка декартовых координат.

Затем разыгрывается равновесное (максвелловское) распределение скоростей частиц, соответствующее заданной температуре  $T$ . Для каждого атома определяются три независимых проекции скорости, каждая из которых имеет нормальное распределение с нулевым средним значением и дисперсией  $kT/m$ . Для разыгрывания нормально распределенной случайной величины используется алгоритм, основанный на центральной предельной теореме.

Исходя из постановки задачи распределение скоростей существенно анизотропно, а значит дисперсии в направлениях  $x, y, z$  различны. Тогда можно предположить, что в начальном состоянии проекции скоростей частиц распределены по максвелловским законам с температурами  $T_{\parallel} = T_z$  в направлении распространения пучка (ось  $z$ ) и  $T_{\perp} = T_x = T_y$  – в поперечном направлении так, что  $T_{\perp} \gg T_{\parallel}$ . Измеряемой в эксперименте величиной при этом является время выравнивания указанных начальных температур (время релаксации).

На рис. 1 представлены результаты проведенного компьютерного эксперимента: разброс по проекциям скорости в пучке в зависимости от числа произошедших в системе столкновений и от времени с начала эксперимента. Как видно, температуры  $T_{\parallel}$  и  $T_{\perp}$  выравниваются после примерно 2000 столкновений, что соответствует времени релаксации около  $1,3 \times 10^{-8}$  с. Характерное время температурной релаксации плазмы составляет [7-9]:

$$\tau \approx 4,5 * 10^{-2} \frac{1}{n} T^{3/2}, \quad (2)$$

где  $T$  – температура плазмы,  $n$  – концентрация частиц. Для параметров электронного охлаждения HESR ( $T = 10$  K,  $n = 2,6 \times 10^7$  см $^{-3}$ ) получим  $\tau = 5,5 \times 10^{-8}$  с, что по порядку величины совпадает с найденным нами временем релаксации.

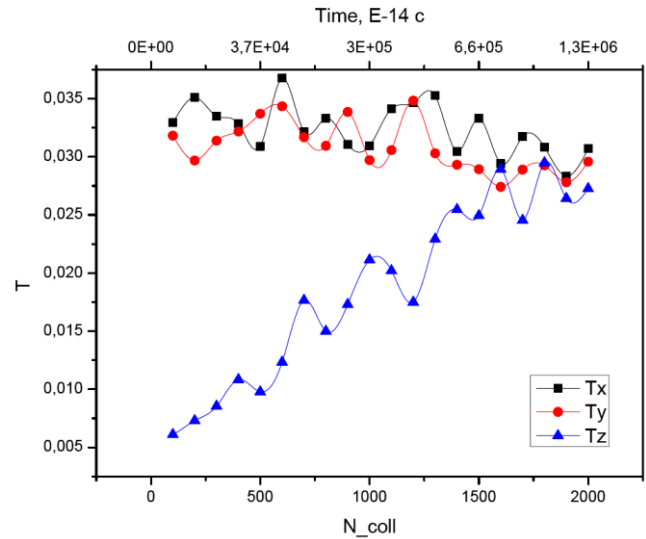


Рис. 1 – Зависимости разбросов  $T_x, T_y, T_z$  по проекциям скорости в пучке частиц от числа столкновений  $N_{coll}$  и времени ( $N = 500, T_{\parallel} = 10$  K,  $T_{\perp} = 10^3$  K,  $m = 1$  а.е.м.,  $L = 100$  Å)

### 3. ВЫВОДЫ

В данной работе продемонстрирована возможность использования модели твердых сфер для компьютерного моделирования релаксационных процессов, происходящих в пучках частиц с анизотропным распределением скоростей, в частности в задаче электронного охлаждения.

Из компьютерного эксперимента видно, что достаточно всего нескольких столкновений на частицу, чтобы температуры в направлении распространения пучка и поперечном направлении выровнялись, что хорошо согласуется с общими термодинамическими представлениями.

EDMD модель имеет довольно высокую производительность и позволяет получать качественно верные результаты при небольших ресурсозатратах компьютера.

Погрешность получаемых при моделировании значений температур составляет порядка 10%, что существенно не меняет величину времени релаксации.

**Час релаксації в пучку частинок з анізотропним розподілом швидкостей**

В.П. Вечірка, С.М. Кравченко, О.І. Кульментьев, Р.І. Холодов

*Інститут прикладної фізики НАН України вул. Петропавлівська, 58, 40000 Суми*

В рамках методів молекулярної динаміки проведено комп'ютерний експеримент по визначенню часу релаксації в пучку частинок з анізотропним розподілом швидкостей. Отриманий результат добре узгоджується з характерним часом температурної релаксації в плазмі для електронних охолоджувачів в сучасних накопичувальних кільцях.

**Ключові слова:** Молекулярна динаміка, Модель твердих сфер, Електронне охолодження.

**Relaxation Time of the Particle Beam with an Anisotropic Velocity Distribution**

V.P. Vechirka, S.M. Kravchenko, A.I. Kul'ment'ev, R.I. Kholodov

*Institute of Applied Physics, NAS of Ukraine, 58, Petropavlivska str., 54000 Sumy, Ukraine*

The computer experiment for study of the relaxation time of the beam particles with an anisotropic velocity distribution is performed by the molecular dynamics. Obtained results agree with the characteristic times of thermal relaxation in plasma for the electronic coolers in modern storage rings.

**Keywords:** Molecular dynamics, Model of hard spheres, Electron cooling.

**СПИСОК ЛІТЕРАТУРЫ**

1. Г.И. Будкер, *Атомная энергия* **22**, 346 (1967).
2. И.Н. Мешков, *ЭЧАЯ* **25**, 1487 (1994).
3. H. Poth, *Phys. Rep.* **196**, 135 (1990).
4. В.В. Пархомчук, А.Н. Скринский, *УФН* **170**, 473 (2000) (V.V. Parkhomchuk, A.N. Skrinskii, *Phys. Usp.* **43**, 433 (2000)).
5. Л.И. Меньшиков, *УФН* **178,673** (2008) (L.I. Men'shikov, *Phys. Usp.* **51**, 645 (2008)).
6. А.И. Кульментьев, О.П. Кульментьева, *Компьютерные эксперименты в статистической физике. Модель идеального газа (часть 1)* (Сумы: Ризоцентр: 1996).
7. Л.А. Арцимович *Управляемые термоядерные реакции* (Москва: Физматгиз: 1961.).
8. С.Ю. Лукьянов, Н.Г. Ковальский, *Горячая плазма и управляемый ядерный синтез* (Москва: МИФИ: 1997).
9. H. Nersisyan, C. Toppfer, G. Zwicknagel, *Interactions between charged particles in a magnetic field* (Springer: Berlin: 2007).