

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ  
ім. А.М.ПІДГОРНОГО

**Верещака Сергій Михайлович**

УДК 539.3

**НЕЛІНІЙНЕ ДЕФОРМУВАННЯ І СТІЙКІСТЬ  
БАГАТОШАРОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ  
З ДЕФЕКТАМИ СТРУКТУРИ**

01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

**АВТОРЕФЕРАТ**

дисертації на здобуття наукового ступеня  
доктора технічних наук

**Харків – 2009**

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Національному технічному університеті "Харківський політехнічний інститут" та Сумському державному університеті Міністерства освіти і науки України.

**Науковий консультант:**

доктор технічних наук, професор  
**Львов Геннадій Іванович,**  
Національний технічний університет  
"Харківський політехнічний інститут",  
завідувач кафедри динаміки і міцності машин.

**Офіційні опоненти:**

доктор технічних наук, старший науковий співробітник  
**Кучер Микола Кирилович,** Інститут проблем міцності  
ім. Г.С.Писаренка НАН України, провідний науковий  
співробітник

доктор технічних наук, професор  
**Янютин Євген Григорович,** Національний технічний  
університет "Харківський політехнічний інститут",  
професор кафедри вищої математики

доктор фізико-математичних наук, професор  
**Григоренко Олександр Ярославович,** Інститут механіки  
ім. С.П.Тимошенка НАН України, завідувач відділу  
обчислювальних методів

Захист відбудеться "15" квітня 2010 р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д64.180.01 в Інституті проблем машинобудування ім. А.М.Підгорного НАН України за адресою: 61046, м. Харків, вул. Дм. Пожарського, 2/10.

З дисертацією можна ознайомитися у науково-технічній бібліотеці Інституту проблем машинобудування ім. А.М.Підгорного НАН України за адресою: 61046, м. Харків, вул. Дм. Пожарського, 2/10.

Автореферат розісланий "05" березня 2010 р.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради

доктор технічних наук, професор

О.О.Стрельнікова

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Інтенсивне впровадження нових композиційних матеріалів у різні галузі сучасної техніки викликане високими техніко-економічними показниками конструкцій, створених на їхній основі. Відомо, що тонкостінні елементи з композитів значно виграють за питомою міцністю порівняно з ізотропними аналогами. Однак для практичної реалізації цих переваг необхідно й далі накопичувати досвід проектування такого роду конструкцій, а також удосконалювати технологію виробництва армованих матеріалів.

Під час виготовлення й експлуатації багатошарових конструкцій на міжшарових границях контакту жорстких армованих шарів відбувається утворення тонкого м'якого клейового шару, а також різного роду структурних недосконалостей, наприклад зон непроклеїв або розшарувань. В таких випадках традиційно використовувані в розрахункових моделях оболонки і пластин з композиційних матеріалів умови неперервності переміщень і напружень (ідеального контакту) при переході від одного сусіднього жорсткого армованого шару до іншого не виконуються.

Більшість робіт із міцності й стійкості конструкцій з дефектами структури типу непроклеїв, розшарувань і початкових недосконалостей форми виконано, як правило, у рамках наближених розрахункових схем. Через складність чисельної реалізації розглянутих задач отримані теоретичні результати мають потребу в експериментальній перевірці, особливо при оцінці впливу міжшарових дефектів структури матеріалу на характеристики несучої здатності тонкостінних конструкцій з композиційних матеріалів.

У цьому зв'язку розроблення нових підходів до розв'язання задач нелінійного деформування і стійкості багатошарових конструкцій з дефектами структури матеріалу на основі уточненої дискретно-структурної теорії, коли враховуються реальні умови взаємодії шарів і величина зміни контактних напружень на міжшарових границях, визначає актуальність проведених досліджень.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Проведені в дисертації дослідження тісно пов'язані з науковими програмами Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» та Сумського державного університету, що виконувалися за координованими Міністерством освіти і науки України держбюджетними темами: "Математичне моделювання і розробка методів чисельного аналізу процесів нелінійного деформування і руйнування складних механічних систем" (2002-2005рр., номер державної реєстрації 0103U001497), "Розробка методів оцінки надійності роботи конструкцій хімічного машинобудування із сучасних композиційних матеріалів"(2002-2005рр., номер державної реєстрації 0103U000768).

**Мета і завдання дослідження.** Мета роботи визначена в темі дисертації. Досягнення поставленої мети передбачає:

– виведення рівнянь змішаної крайової задачі для анізотропного шару на основі варіаційного принципу Рейсснера і визначення кінематичних та статичних умов контакту на його лицьових поверхнях;

– розроблення методів розв’язання контактних задач на основі дискретно- структурної теорії багат шарових оболонок і пластин, коли на одній частині міжшарової границі виконуються умови ідеального контакту, а на іншій мають місце зони неідеального контакту (непроклеї, розшарування);

– розв’язання задачі стійкості анізотропних оболонок і пластин з міжшаровими дефектами структури;

– експериментальну перевірку отриманих теоретичних результатів;

– застосування розробленого варіанта теорії і запропонованих методик розрахунку під час розв’язання практичних задач міцності, стійкості і несучої здатності тонкостінних анізотропних елементів конструкцій з міжшаровими дефектами структури.

**Об’єкт дослідження** – вплив міжшарових дефектів структури на міцність, стійкість та несучу здатність оболонок і пластин з композиційних матеріалів.

**Предмет дослідження** – анізотропні оболонки і пластини з міжшаровими дефектами структури матеріалу.

**Методи дослідження.** На основі варіаційного принципу Рейсснера побудовані фізично і математично коректні рівняння змішаної задачі для анізотропного шару та визначені кінематичні й статичні умови контакту на лицьових поверхнях. Для розв’язання геометрично нелінійної контактної задачі застосовуються метод штрафних функцій, метод Фур’є, метод скінченних різниць, метод переміщень, метод ортогональної прогонки.

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає в такому:

– набуло подальшого розвитку дискретно-структурна теорія багат шарових елементів конструкцій, особливістю якої є урахування неідеального контакту міжшарових поверхонь сусідніх армованих шарів (зони непроклеїв, розшарування, проковзування);

– на основі варіаційного принципу Рейсснера побудовано рівняння змішаної задачі для анізотропного шару і запропоновано метод розв’язання геометрично нелінійних контактних задач, коли на одній частині міжшарової границі виконуються умови ідеального контакту, а на іншій мають місце зони з неідеальним контактом між сусідніми армованими шарами;

– вперше на основі методу штрафних функцій одержано чисельний розв’язок задач міцності та стійкості тонкостінних елементів шаруватої структури з неідеальним міжшаровим контактом, а також виявлено закономірності зміни напруженого стану і контактного тиску в зонах непроклеїв та розшарувань;

– проведено експериментальну перевірку отриманих теоретичних результатів, що дозволило створити експериментально-теоретичну методику обґрунтування достовірності запропонованого варіанта дискретно-структурної теорії;

– на основі методу переміщень розроблено методику розрахунку оболонки обертання з міжшаровими дефектами структури, яка дає змогу отримувати уточнені розв'язки задач міцності і стійкості конструктивних систем складної форми; досліджено вплив міжшарових дефектів структури на величину несучої здатності нової конструкції комбінованого балона високого тиску.

**Практичне значення одержаних результатів** полягає в тому, що запропоновані варіанти дискретно-структурної теорії і розроблені методи розв'язання контактних задач дозволяють на стадії проектування виконувати розрахунки на міцність, стійкість і несучу здатність багат шарових елементів конструкцій з міжшаровими дефектами структури.

Теоретичні і чисельні результати дисертаційної роботи впроваджені у фундаментальні наукові дослідження кафедри динаміки та міцності машин Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», кафедри опору матеріалів і машинознавства Сумського державного університету, а також в прикладних науково-технічних розробках нових конструкцій і виробів з композиційних матеріалів: ВАТ «Сумське НВО ім. М.В.Фрунзе», ЗАТ НВО «ГІДРОМАШ» м. Суми, ВАТ «СУМИГАЗМАШ».

Запропоновані методики розрахунку багат шарових елементів конструкцій на міцність та несучу здатність використовуються в навчальному процесі Сумського державного університету.

**Апробація результатів дисертації.** Зміст основних розділів та окремі результати роботи доповідалися на: III Всесоюзній конференції "Механіка неоднорідних структур" (Львів, 1991), III Міжнародному симпозиумі "Некласичні проблеми теорії тонкостінних елементів конструкцій і фізико-хімічної механіки композиційних матеріалів" (Івано-Франківськ, 1995), IV Міжнародній науково-технічній конференції "Фізичні і комп'ютерні технології в народному господарстві" (Харків, 2001), X – XIV Міжнародних науково-практичних конференціях "Інформаційні технології" (Харків, 2002 - 2006), VI Міжнародному симпозиумі українських інженерів-механіків у Львові (Львів, 2003), III і IV Московських міжнародних конференціях "Теорія і практика технологій виробництва виробів з композиційних матеріалів і нових металевих сплавів" (Москва, 2003, 2005), III Міжнародній конференції "Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій" (Львів, 2004), XXI International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (Warsaw, Poland, 2004), XIII Міжнародній науково-технічній конференції "Компресорна техніка і пневматика в XXI столітті" (Суми, 2004), XI Міжнародній науково-технічній конференції "Герметичність, вібронадійність і екологічна безпека насосного і компресорного устаткування" (Суми, 2005), Міжнародній науковій конференції "Математичні проблеми технічної механіки - 2006" (Дніпропетровськ, Дніпродзержинськ, 2006), VIII и X Міжнародних науково-технічних

конференціях “Прогресивна техніка и технологія” (Київ – Севастополь, 2007, 2009), II міжнародній спеціалізованій виставці – конференції “Композити і склопластики – 2009” (Запоріжжя, 2009).

У повному обсязі дисертація доповідалася на науковій раді з проблеми “Механіка деформівного твердого тіла” при Відділенні механіки НАН України за участю тематичного семінару “Статична міцність” Інституту проблем міцності ім. Г.С.Писаренка НАН України під керівництвом академіка НАНУ А.О.Лебедева, на науково-технічній проблемній раді Інституту проблем машинобудування ім. А.М.Підгорного НАН України, на науковому семінарі відділу обчислювальних методів Інституту механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України під керівництвом професора О.Я.Григоренко, на наукових семінарах Національного технічного університету України “КПІ”, Харківського національного технічного університету “ХПІ” та Сумського державного університету.

**Публікації.** Матеріали дисертації опубліковані у 37 наукових працях (з них 17 без співавторів), серед яких: 1 – монографія (без співавторів); 24 – статті, опубліковані в наукових журналах і збірниках наукових праць з переліку фахових видань ВАК України; 11 – тези і доповіді, опубліковані в збірниках праць наукових конференцій, а також 1 патент на винахід.

**Особистий внесок здобувача.** В публікаціях, написаних у співавторстві, здобувачу належать такі наукові результати: [4] – постановка задачі та наближений метод визначення розподілу нормальних та дотичних напружень в елементах конструкцій шарової структури; [5, 6] – виведення рівнянь рівноваги для розрахунку багатошарових оболонок, що мають недосконалості у вигляді зон непроклеїв між несучими армованими шарами, та обґрунтування ідеї застосування в задачах розрахунку на міцність багатошарових елементів конструкцій нового варіанта дискретно-структурної теорії; [9, 28, 30] – методика визначення контактного тиску, коли враховується односторонній контакт між армованими шарами анізотропної оболонки обертання; [8, 29] – теоретичне обґрунтування розрахункової моделі анізотропних оболонок обертання як двошарових елементів з клейовим прошарком та дослідження крайових ефектів на границі зони непроклею; [12, 31] – ідея нової конструкції комбінованого балона високого тиску та обґрунтування розрахункової моделі балона як багатошарової конструкції; [17] – розв’язання задачі контакту металевої обшивки зі склопластиковою оболонкою комбінованого балона; [18, 33] – розробка експериментального стенду для досліджень напруженого стану пластин із склопластику з різними граничними умовами на торцях; [19] – новий варіант моделі деформування багатошарових тонкостінних елементів з неідеальним міжшаровим контактом; [25] – методика експериментальних досліджень напруженого стану тонкостінних циліндрів із склопластику з дефектами структури, отримання теоретичних результатів та проведення порівняльного аналізу; [26] – метод розрахунку несучої здатності комбінованих балонів високого тиску; [32] – визначення

напруженого стану оболонок у формі тора згідно з новими розрахунковими моделями дискретно-структурної та структурно-безперервної теорій; [34, 35] – теоретично обґрунтований та експериментально підтверджений висновок стосовно того, що на границі ділянки непростежу в багатошарових пластинах має місце локальний крайовий ефект; [37] – порівняльний аналіз нового варіанта комбінованого балона високого тиску з існуючими аналогами.

Роботи [6, 8, 9, 12, 19, 28, 30] виконані разом із науковим консультантом доктором технічних наук, професором Г.І.Львовим, якому автор висловлює щирю вдячність за надану допомогу під час роботи над дисертацією.

**Структура і обсяг дисертації.** Робота складається зі вступу, семи розділів, висновків, додатку і списку використаної літератури. Дисертація обсягом 299 сторінок друкованого тексту містить 79 рисунків і 13 таблиць. Список використаної літератури включає 504 джерела і розміщений на 47 сторінках. Додаток займає 4 сторінки.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

**У вступі** обґрунтована актуальність теми дисертації, сформульовані мета і задачі досліджень, дана загальна характеристика роботи і викладені основні результати досліджень, з'ясовані їх наукова новизна і практична цінність, наведені дані щодо апробації роботи та опубліковані наукові праці.

**Перший розділ** містить огляд літератури та аналіз сучасного стану досліджень, присвячених задачам контактної взаємодії анізотропних пластин і оболонок шаруватої структури з міжшаровими дефектами. Основна увага приділяється постановкам і методам розв'язання задач при неідеальному контакті, коли порушуються умови неперервності переміщень і напружень на контактних поверхнях сусідніх армованих шарів розглянутих конструкцій.

Вагомий внесок у розвиток класичної та уточнених некласичних теорій анізотропних пластин і оболонок, обґрунтування запропонованих некласичних моделей і встановлення зв'язку між ними та просторовими задачами теорії пружності зробили відомі вітчизняні і зарубіжні вчені: Н.П.Абовський, Х.Альтенбах, С.А.Амбарцумян, І.Ю.Бабич, Л.Е.Брюккер, А.Т.Василенко, В.В.Васильєв, І.Н.Векуа, В.Е.Веригин, Б.Ф.Власов, І.І.Ворович, Б.Г.Гальоркін, М.Д.Галілеєв, К.З.Галімов, А.К.Галиньш, А.Л.Гольденвейзер, Е.І.Григолюк, Я.М.Григоренко, О.М.Гузь, Н.А.Кільчевський, В.І.Корольов, Г.М.Куліков, С.Г.Лехницький, Б.М.Лисицін, А.І.Лур'є, О.В.Марчук, Х.М.Муштарі, С.А.Назаров, Ю.В.Немировський, Ю.Н.Неміш, Н.Д.Панкратова, Б.Л.Пелех, В.В.Пікуль, В.Г.Піскунов, А.В.Плеханов, В.К.Присяжнюк, А.П.Прусаков, Р.М.Раппопорт, О.О.Рассказов, О.Ф.Рябов, О.С.Сахаров, В.С.Сіпетов, М.А.Сухорольський, В.П.Тамуж, А.Г.Терегулов, Г.А.Тетерс, С.П.Тимошенко, І.Ю.Хома, Л.П.Хорошун, В.Є.Чепига,

В.К.Чібіряков, Л.Г.Донелл (L.H.Donnel), П.Нагди (P.M.Naghdi), Е.Рейсснер (E.Reissner) С.И.Хатчинс, (C.I.Hutchins), А.К.Нур (A.K.Noor) та ін.

Відзначено два протилежні підходи до побудови двовимірних рівнянь теорії шаруватих структур – структурно-безперервний (континуальний) і дискретно-структурний. При структурно-безперервному підході неоднорідна за товщиною шарувата пластина або оболонка розглядається як квазіоднорідна зі зведеними пружними характеристиками. Порядок рівнянь при такому підході не залежить від числа шарів. При дискретно-структурному підході враховується неоднорідність структури оболонки введенням кінематичних та статичних гіпотез для кожного окремого шару. Порядок рівнянь при цьому залежить від числа шарів. Дискретно-структурний підхід дозволяє враховувати локальні ефекти на границях контакту шарів і, як правило, застосовується при розрахунках багатошарових конструкцій з міжшаровими дефектами структури типу непростеїв або розшарувань.

Моделюванням контактної взаємодії в рамках дискретно-структурної теорії як за умови ідеального, так і неідеального контакту шарів займалися О.Я.Александров, В.О.Баженов, В.В.Болотін, Л.Е.Брюккер, А.Т.Василенко, Е.І.Григолюк, Я.М.Григоренко, В.І.Гуляєв, В.І.Зубко, О.В.Іванов, Б.Я.Кантор, В.М.Кобелєв, Ф.О.Коган, І.М.Коровайчук, Л.М.Куршин, В.О.Лазько, О.В.Максимук, О.В.Марчук, М.В.Марчук, О.С.Мачуга, Ю.М.Новічков, В.В.Парцевський, Б.Л.Пелех, В.Г.Піскунов, Ю.Н.Тамуров, П.П.Чулков, М.М.Хом'як, І.А.Цурпал, Л.Либреску (L.Librescu), Т.Хаузе (T.Hause), А.К.Нур (A.K.Noor), Е.Рейсснер (E.Reissner) та ін.

Питанням стійкості армованих тонкостінних елементів конструкцій з урахуванням контактної взаємодії шарів присвячені роботи І.Я.Аміро, Л.В.Андреєва, Д.В.Бабича, В.В.Болотіна, Г.Д.Гавриленка, Е.І.Григолюка, О.М.Гузя, І.П.Железко, Н.Ю.Жукової, З.Х.Забельяна, В.В.Кабанова, Б.Я.Кантора, Л.М.Качанова, О.Г.Лебедева, В.І.Моссаковського, Ю.М.Новічкова, Н.І.Ободана, Р.Б.Рикардса, Г.О.Тетерса, М.П.Семенюка, В.П.Трошина, П.П.Чулкова, Й.Арбоча (J.Arbocz), Р.К.Теннисона (R.C.Tennyson) та ін. Ці дослідження підтверджують, що значний вплив на величину критичних навантажень і форму втрати стійкості чинить податливість тонкостінних елементів шаруватої структури трансверсальним деформаціям зсуву та стиснення. Відзначається, що класична теорія в задачах стійкості шаруватих оболонок з неідеальним контактом шарів призводить до більш істотних похибок, ніж у випадку оболонок неоднорідної структури без дефектів.

В огляді проведений аналіз робіт, у яких за допомогою методів обчислювальної математики наведено розв'язання контактних задач теорії пластин і оболонок. Особлива увага приділялася методам варіаційних нерівностей, нелінійного програмування, послідовного навантаження, простих ітерацій, штрафних функцій і алгоритмам їхнього застосування до розв'язання зазначених задач у поєднанні з методом переміщень і методом ортогональної прогонки. Тут варто виділити



праці Л.В.Андрєєва, В.О.Баженова, О.Г.Бахтіна, Б.Я.Кантора, О.С.Кравчука, Г.І.Львова, О.В.Перельмутера, Ю.М.Почтмана, Г.І.Шевелева, І.Т.Одена (I.T.Oden) та ін.

У роботах О.М.Гузя, В.В.Болотіна, Г.О.Ваніна, В.В.Васильєва, В.В.Захарова, В.М.Кобелева, М.К.Кучера, А.К.Малмейстера, І.Ф.Образцова, Б.Л.Пелеха, Б.Є.Победрі, В.П.Тамужа, Ю.М.Тарнопольського, Г.А.Тетерса, Р.М.Кристенсена (R.M.Cristensen) та інших авторів розроблені методи визначення ефективних характеристик шаруватих композитних систем, а також наведене теоретичне та експериментальне обґрунтування застосування різних критеріїв міцності при розрахунках анізотропних елементів шаруватої структури на несучу здатність.

Таким чином, проблема міцності й стійкості шаруватих тонкостінних конструкцій з дефектами структури привертає останніми роками все більше уваги дослідників внаслідок її безумовної практичної значущості. Більшість робіт, присвячених розрахунку багат шарових елементів конструкцій з дефектами структури, виконано, як правило, у рамках наближених розрахункових схем. Практично відсутні роботи, у яких проводиться якісне порівняння теоретичних і експериментальних результатів з оцінкою впливу різного роду дефектів структури на характеристики несучої здатності тонкостінних конструкцій з композитів.

**Другий розділ** присвячений теоретичному обґрунтуванню фізичної коректності розрахункової моделі багат шарових тонкостінних конструкцій, відповідно до якої реалізуються як ідеальні, так і неідеальні умови контакту анізотропних шарів з різними напрямками армування матеріалу.

У п. 2.1 для багат шарової оболонки, що складається з  $n$  тонких анізотропних шарів (рис. 1), на основі теорії середнього згину отримані нелінійні геометричні співвідношення. Кожен шар недеформованої оболонки віднесений до ортогональної криволінійної системи координат. Координата спрямована вздовж нормалі до серединної поверхні і еквідистантної поверхні; номер шару. Індекс “ $z$ ” при введенні інших символів означає, що відповідні величини відносяться до точки еквідистантної поверхні.

Вираз вектора повного переміщення точки жорсткого шару відповідно до уточненої теорії оболонок С.П.Тимошенка має вигляд

(1)  Рис. 1. Розрахункова модель багат шарової оболонки

де вектор переміщення точок серединної поверхні; вектор-функція кутів повороту і обтиснення волокон, перпендикулярних до недеформованої серединної поверхні; нелінійна безперервна функція розподілу тангенціальних переміщень по поперечній координаті; вектор-функція зсуву.

Вектори в ортогональній криволінійній системі координат записуються у такому вигляді:

(2)

Тензори деформацій у точці визначаються як напіврізниця метричних тензорів до і після деформації

(3)

Приймаючи допущення й оцінки теорії середнього згину, геометричні співвідношення (3) в ортогональних криволінійних координатах отримано у вигляді

(4)

де

(5)

(6)

– коефіцієнти першої квадратичної форми серединної поверхні й головних кривизн  $k$  – го шару відповідно.

У п. 2.2 побудовані фізично коректні рівняння рівноваги для анізотропного шару; наведені кінематичні та статичні умови контакту на лицьових поверхнях шару; для контура анізотропного шару складені несуперечливі граничні умови; отримані фізичні співвідношення, що включають деформації поперечного зсуву та стиснення.

Для варіанта, коли в напрямку нормалі до серединних поверхонь окремо взятих шарів оболонки осьові лінії загальної і локальної систем координат співпадають, а також співпадають локальні координатні поверхні із серединними поверхнями шарів, отримане варіаційне рівняння принципу Рейсснера для багатошарової оболонки

(7)

де – питома додаткова робота деформації; компоненти тензора напружень і тензора деформацій, – варіація роботи зовнішніх сил, що визначається для двох варіантів граничних умов (статичних і кінематичних) по контуру і лицьових поверхнях  $k$  – го шару.

Шляхом підстановки геометричних співвідношень (3) – (6) у варіаційне рівняння Рейсснера (7) отримані система рівнянь рівноваги, фізичні співвідношення, статичні й кінематичні граничні умови для кожного окремо взятого шару оболонки. Застосування узагальненого закону Гука, нелінійної теорії середнього згину оболонок значно спрощує виведення рівнянь рівноваги і граничних умов.

При переході до фізичних компонентів використовуваних у даній роботі тензорів система з восьми рівнянь рівноваги з урахуванням зусиль поперечного зсуву та стиснення стосовно недеформованої ортогональної системи координат  $k$ -го шару оболонки має вигляд

(8)

Після відкидання нелінійних складових більш високого порядку малості фізичні компоненти тензора тангенціальних зусиль і зусиль поперечного зсуву записуються так:

(9)

де (10)

Слід зазначити, що з огляду на співвідношення (10) величина моменту дорівнює нулю, тому із восьмого рівняння рівноваги системи (8) нескладно визначити зусилля.

Рівняння рівноваги доповнюються –

статичними

(11)

і кінематичними

(12)

граничними умовами на частині контурів і відповідно;

кінематичними

(13)

і статичними

(14)

умовами ідеального контакту окремих шарів тонкостінних елементів по лицьових контактних поверхнях.

З урахуванням умов контакту по лицьових сполучених поверхнях (13) – (14) за допомогою методу штрафних функцій складена повна система рівнянь для розв'язання контактної крайової задачі змішаного виду дискретно-структурної теорії багат шарових оболонок. Зазначена крайова задача включає рівняння рівноваги (8), граничні умови (11) – (12), фізичні та геометричні співвідношення для кожного  $k$ -го шару оболонки. Для оболонки обертання, що складається із  $n$  шарів зі співвісними поверхнями обертання, отримана система з  $n \times 14$  диференціальних рівнянь у частинних похідних

(15)

де

– вектор-розв'язок.

На основі запропонованого варіанта дискретно-структурної теорії в п.2.3 розроблені дві моделі, в яких враховуються неідеальні умови контакту анізотропних шарів з різними напрямками армування матеріалу.

Між армованими жорсткими шарами в процесі виготовлення анізотропних оболонок утворюється міжшаровий м'який клейовий прошарок з нескінченно малою товщиною. Тоді, відповідно до припущень першого варіанта моделі, передбачається пружне проковзування армованих шарів один стосовно одного, тобто на контактних поверхнях виконуються тільки статичні умови контакту (14). Вважається, що напруження поперечного зсуву та стиснення на контактних поверхнях сусідніх армованих шарів дорівнюють одне одному. Статичні умови

контакту (14) на контактних лицьових поверхнях  $k$ -го шару задовольняються згідно з процедурою методу штрафних функцій. Рівняння (8) доповнюється вектором

де  $K$  – коефіцієнт штрафу.

Після нескладних перетворень у перші три рівняння правої частини системи рівнянь (15), складених для  $k$ -го шару, увійдуть відповідні штрафні функції. Тут також отримані функції розподілу напружень поперечного зсуву та стиснення по товщині шару, що відповідають введеним раніше припущенням щодо характеру зміни деформацій.

Суть другого варіанта розрахункової моделі багатошарової анізотропної оболонки полягає в тому, що розглянута оболонка складається з  $n$  анізотропних шарів товщиною, між якими існує клейовий прошарок ненульової товщини – вважається, що переміщення лінійно змінюються по товщині клейового шару і записуються за допомогою функцій, що характеризують переміщення і кути поворотів армованих шарів. За умови неперервності переміщень на границях контакту жорсткого і клейового шарів виходить

(16)

де (17)

Для  $k$ -го жорсткого шару та пов'язаних з ним частин клейових шарів товщиною  $h_k$  отримано рівняння рівноваги в скалярній формі щодо криволінійних координат недеформованого стану оболонки

(18)

де тензори внутрішніх або зовнішніх сил, прикладених до серединної поверхні  $k$ -го жорсткого шару; тензори трансверсальних і зсувних зусиль у клейових шарах, віднесені до серединної поверхні  $k$ -го жорсткого шару; – символ коваріантного диференціювання.

Рівняння рівноваги доповнюються статичними і геометричними граничними умовами на відповідних частинах контура. При цьому впливом поперечного стиснення шару нехтують.

У разі, коли між шарами оболонки кінематичні зв'язки відсутні, по поверхні контакту цих шарів можуть виникати невідомі вектори зусиль контактної взаємодії. Тоді згідно з 3-м законом Ньютона має місце залежність. Для врахування впливу зусиль контактної взаємодії шарів у варіаційне рівняння принципу Рейсснера (7) додатково введений доданок, що враховує роботу сил контактної взаємодії на векторі переміщення кожного шару на границі контактних поверхонь

Для випадку однобічного контакту по області, коли між шарами відсутній клейовий прошарок, зусилля контактної взаємодії залежать від величини, і рівняння рівноваги для  $k$ -го жорсткого шару набувають вигляду

(19)

Зусилля контактної взаємодії виникають при виконанні умови (20)

у зонах контакту армованих шарів. У разі, коли нерівність (20) не виконується при переміщенні точок області у процесі деформації, контактний тиск у рівняннях рівноваги (19) набуває значення. Шляхом розв'язання крайової задачі (11), (12), (15) методом простих ітерацій із заданою точністю знаходять значення контактного тиску.

Для порівняння результатів, отриманих на основі запропонованого варіанта дискретно-структурної теорії, у п. 2.4 розроблений варіант нелінійної теорії анізотропних оболонок з урахуванням поперечного зсуву та стиснення із залученням варіаційного принципу Рейсснера і безперервно-структурної теорії (третя модель). Третя модель використовується при розрахунку анізотропних тонкостінних елементів, коли неоднорідні за товщиною шаруваті пластини та оболонки розглядаються як квазіоднорідні зі зведеними пружними характеристиками. При цьому виконується припущення про ідеальний контакт сусідніх армованих шарів.

Геометричні співвідношення і граничні умови на контурі оболонки третього варіанта моделі фактично збігаються з аналогічними виразами п. 2.1. Помітна відмінність спостерігається при виведенні рівнянь рівноваги і фізичних залежностей.

У тензорній формі отримані вісім рівнянь рівноваги щодо криволінійної системи координат недеформованої оболонки мають вигляд

(21)

Для випадку середнього згину фізичні компоненти тензора тангенціальних зусиль і зусиль поперечного зсуву, які входять у формули (21), збігаються зі співвідношеннями (9). Фізичні компоненти тензора зовнішнього навантаження, прикладеного до лицьових поверхонь оболонки (рис. 1), визначаються наступним чином:

(22)

**У третьому розділі** розроблені методи розв'язання крайових задач дискретно-структурної теорії шаруватих пластин і оболонок з дефектами структури на міжшарових границях.

У п. 3.1 запропонований алгоритм для обчислення геометричних параметрів оболонок обертання складної форми, наданий аналіз методів визначення пружних характеристик окремих шарів, армованих високомодульними волокнами на макрорівні, та методів зведення за Фойгтом і Рейссом, показана схема лінеаризації нелінійних диференціальних рівнянь на основі ітераційного методу Ньютона – Канторовича. Якщо оболонка обертання має складну форму поверхні, меридіан такої поверхні зручно апроксимувати у вигляді  $B$ -сплайнів, заданих за допомогою параметричних функцій на рівномірній сітці.

Задача апроксимації розв'язується як відома задача найменших квадратів для заданих граничних умов. За допомогою  $B$ -сплайнів

де  $\alpha_i$  – коефіцієнти,  $n$  – порядок сплайн-функції, нескладно знайти значення геометричних параметрів, що входять до наведених раніше геометричних співвідношень і рівнянь рівноваги.

У разі, коли композит являє собою набір  $n$  по-різному орієнтованих шарів односпрямованого матеріалу, запропонована методика визначення зведених пружних характеристик і компонент матриці жорсткості розглянутого пакета шарів у цілому. Порівняння отриманих результатів та аналогічних даних, наведених у відомих публікаціях, підтверджує коректність запропонованої методики визначення інтегральних технічних параметрів багатошарового композита. Диференціювання інтеграла додаткової роботи деформації функціонала Рейсснера дозволило отримати уточнені залежності фізичних співвідношень.

За допомогою варіаційного принципу Рейсснера отримані залежності розподілу деформацій поперечного зсуву по товщині багатошарового пакета, що дозволяють точно виконати статичні умови контакту на лицьових поверхнях першого і  $n$ -го шарів анізотропної оболонки. Ці залежності включають ненульові значення горизонтальних і вертикальних складових зовнішнього навантаження.

На основі геометрично нелінійної дискретно-структурної теорії шаруватих елементів конструкцій у п. 3.2 досліджено напружено-деформівний стан анізотропних пластин і оболонок. Контакт жорстких анізотропних шарів на міжшарових границях моделюється трьома розрахунковими схемами, у яких враховані умови їх ідеального й ослабленого контактів.

Розглянуто пластини круглої форми в плані діаметром 0,17 м і товщиною 0,002 м, що виконані з 4 шарів склотканини TG 430 - C (100). Як в'язуча речовина використовувалася поліестерна ортофталева смола зі зниженою емісією стиролу Cristic 2 – 446. Фізико-механічні характеристики пластинок зі склопластику визначалися в такій послідовності: спочатку, відповідно до ДЕРЖСТАНДАРТУ 25.601 – 80, визначали модуль пружності та коефіцієнт Пуассона при розтяганні зразків зі склопластику; інші фізико-механічні характеристики склопластику визначалися інтегрально для всього пакета шарів пластинки на основі залежностей п. 3.1, коли модулі пружності 1 -го роду, коефіцієнти Пуассона волокон і матриці відповідно дорівнюють. Проведені в роботі експериментальні випробування дозволили стверджувати, що матеріал розглянутих пластинок можна класифікувати як трансверсально ізотропний. Пластини, контур яких жорстко затиснений, випробували на дію рівномірного тиску інтенсивністю.

Перша і друга моделі являють собою двошарову пластину з двох трансверсально ізотропних шарів товщиною. При цьому для другої моделі вводиться тонкий клейовий прошарок товщиною. Перша модель має такі самі геометричні параметри, як і друга, але при цьому вплив клейового прошарку на напружений стан пластини не розглядається, допускається пружне проковзування на границі контактних поверхонь сусідніх шарів і вважається, що напруження поперечного зсуву та стиснення на границі контакту дорівнюють одне одному. Третя модель – трансверсально ізотропна пластина товщиною. Задача розв'язувалася на основі методу ортогональної прогонки С.К. Годунова в геометрично нелінійній постановці.

Залежності радіальних напружень по лицьових поверхнях пластини від координати зображені на рис. 2 (1, 2 – одношарова пластина (третя модель, геометрично лінійна постановка); 3, 4 – двошарова пластина без клейового прошарку (перша модель); 5, 6 – одношарова пластина (третя модель); ◦ – результати експерименту).

Аналіз результатів, зображених на рис. 2, показує, що найбільш адекватно реальну роботу пластини відображає перша модель. При цьому врахування геометричної нелінійності істотно уточнює величину радіальних напружень, особливо у стиснутій зоні по центру пластини. Також слід зазначити, що відносна похибка теоретичного значення прогину в центрі пластини (перша модель) при порівнянні з експериментальними даними становила менше 3%:  $w_z = 0,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$  – для жорстко затисненого контура;  $w_c = 0,45 \cdot 10^{-2} \text{ м}$  – для вільно опертого контура.

Рис. 2. Залежності радіальних напружень по лицьових поверхнях пластини без ділянок непроклею від координати  $r$

Оцінка вірогідності результатів, отриманих на основі запропонованого варіанта дискретно-структурної теорії, проведена за допомогою такого приклада. Розглянуто роботу двошарової перехресно армованої циліндричної оболонки від дії розподіленого навантаження. Розв'язання цієї задачі в тривимірній постановці анізотропної теорії пружності надане в роботі А.Т.Василенка і Н.Д.Панкратової. Шари оболонки виготовлені з ортотропного матеріалу з укладанням волокон щодо координатних ліній на кут  $\alpha$  у внутрішньому шарі і  $\beta$  – у зовнішньому. На рис. 3 показані графіки зміни напружень на зовнішній

поверхні по довжині анізотропного циліндра. Тут суцільна лінія відповідає двошаровому циліндру (перша модель); штрихпунктирна –

Рис. 3. Розподіл нормальних напружень по довжині анізотропного циліндра

одношаровому циліндру (третя модель); цифрами позначені графіки з різними кутами укладання волокон; – результати роботи А.Т.Василенка і Н.Д.Панкратової. Варто зазначити, що врахування дискретного розміщення шарів з різними кутами укладання волокон помітно уточнює результати розрахунку. Так, наприклад, розбіжність результатів по першій і третій моделях напружень при куті укладання волокон становила 21%.

У п.3.3 досліджений вплив на напружений стан пластин і оболонок початкових дефектів у вигляді зон непроклеїв або розшарувань. Тиск на поверхнях контакту сусідніх армованих шарів визначається пропорційно різниці їх нормальних переміщень де модуль пружності  $k$ -го шару оболонки в напрямку нормалі, коефіцієнт зниження жорсткості обтиснення  $k$ -го шару оболонки.

Величина зони контакту визначається на основі методу простих ітерацій. Так, наприклад, для пластин п.3.2 по центру передбачається ділянка непроклею круглої форми в плані діаметром 0,15

м, що знаходиться між другим і третім шарами пластини. Ділянки непроклею створені в момент виготовлення зразків за допомогою тонкої поліетиленової плівки. Результати залежності радіальних напружень на лицьових поверхнях пластини з дефектом від координати  $r$  наведені на рис. 4. Тут 1, 2 – двошарова пластина з клейовим прошарком (друга модель); 5, 6 – двошарова пластина з клейовим прошарком (результати розрахунку в тривимірній постановці на основі програми ANSYS 8.0); 3, 4 – двошарова пластина без клейового прошарку (перша модель); ° – результати експерименту. Пластини, контур яких жорстко затиснений, випробовують дію рівномірного тиску інтенсивність.

Рис. 4. Залежності радіальних напружень по лицьових поверхнях пластини з ділянкою непроклею від координати  $r$

Для перевірки запропонованих варіантів моделі розрахунок пластини також був проведений у просторовій осесиметричній постановці на основі методу скінченних елементів (комплекс MCE ANSYS 8.0). Модель складається з 3400 прямокутних 8-вузлових елементів. Дефект моделювався локальною ділянкою непроклею з урахуванням контакту армованих шарів (друга модель). Використано двовимірний 8-вузловий елемент PLANE 183. Властивості матеріалу армованого шару зі склопластику відповідно такі:  $E_r=1,5 \cdot 10^4$  МПа;  $E_z=4,188 \cdot 10^3$  МПа;  $E_\theta=1,5 \cdot 10^4$  МПа;  $\nu_{rz}=0,242$ ;  $\nu_{r\theta}=0,12$ ;  $\nu_{z\theta}=0,12$ ;  $G_{rz}=1,715 \cdot 10^3$  МПа;  $G_{\theta z}=1,715 \cdot 10^3$  МПа;  $G_{\theta r}=6,039 \cdot 10^3$  МПа. Клей вважався ізотропним матеріалом:  $E=3,5 \cdot 10^3$  МПа;  $\nu=0,35$ . Порівнюючи результати, слід зазначити, що на границі ділянки непроклею має місце крайовий ефект.

Крім того, у даному підрозділі досліджений напружений стан затисненої з торців циліндричної оболонки під час дії внутрішнього тиску. Оболонка виготовлена з бороепоксидного композиційного матеріалу і складається з двох перехресно армованих шарів. Фізичні характеристики борних волокон: епоксидного в'язучого: Об'ємний коефіцієнт армування, кути укладання волокон у кожному шарі, геометричні розміри оболонки відповідно такі. Розглянута друга модель циліндра являє собою двошарову оболонку з товщиною жорстких шарів і клейового прошарку. На ділянках, де клейовий прошарок відсутній (ділянка непроклею), зазор між шарами. Коефіцієнт зниження жорсткості обтиснення береться. Для порівняння була розглянута одношарова циліндрична оболонка без клейового прошарку з аналогічними фізико-механічними характеристиками. Оскільки закріплення оболонки симетричне щодо середини, досить було розглянути лише одну її половину.

Графіки зміни напружень у напрямку поздовжньої координати наведені на рис. 5. Тут "1", "2" – вказують на внутрішню і зовнішню поверхні оболонки (перша модель); "3", "4" – на внутрішню і зовнішню поверхні одношарової оболонки (третя модель).

Рис.5. Зміна нормальних напружень двошарової оболонки у напрямку поздовжньої координати  $x$



На рис. 6 зображені криві зміни нормальних напружень двошарової оболонки (друга модель) у напрямку поздовжньої координати  $x$ .

Вважалось, що по довжині оболонки при ("1" – зовнішня поверхня, "2" – внутрішня поверхня) і при ("3" – зовнішня поверхня, "4" – внутрішня поверхня) мають місце ділянки непоклею. Коли довжина непоклею  $\ell_2 = 0,04\text{ м}$ , між жорсткими шарами оболонки виникає однобічний контакт. Аналіз кривих 3, 4 доводить наявність крайового ефекту в зоні непоклею.

Характер зміни напружень трансверсального стиснення  $\sigma_{33}$  по довжині клейового шару двошарової оболонки показаний на рис. 7 ("1" – без ділянок непоклею по довжині оболонки; "2" – по довжині оболонки при має місце ділянка непоклею). На границі ділянки непоклею (крива 2) спостерігається зростання напружень трансверсального стиснення. Досліджено характер розподілу напружень поперечного зсуву по товщині двошарової оболонки (друга модель). Напруження рівномірно розподілені по товщині клейового шару, що впливає з раніше наведених припущень.

Таким чином, розрахункова модель багатошарових оболонок, коли контакт між армованими шарами здійснюється за допомогою м'якого клейового прошарку і припускається пружне проковзування сусідніх шарів один щодо одного, дозволяє враховувати вплив дефектів структури у вигляді ділянок непоклею. Важливо відзначити, що на границі зони непоклею має місце крайовий ефект. При цьому довжина крайового ефекту не перевищує двох товщин оболонки.

Становить інтерес розв'язання задачі однобічного контакту двох співвісних оболонок у формі тора. Відстань від осі обертання до осі тора, радіуси співвісних оболонок.

Оболонки навантажені рівномірним внутрішнім тиском і виконані з двох перехресно армованих шарів товщиною  $h_1$  і кутами армування на екваторі. Вважається, що на екваторі виконуються умови симетрії, а перетин оболонки з координатою жорстко затиснений. Оболонка виготовлена з боропоксидного композиційного матеріалу. Фізичні характеристики борних волокон, епоксидного в'язучого матеріалу, об'ємний коефіцієнт армування для кожного шару відповідають даним попереднього приклада.

Перша модель половини тора являє собою двошарову оболонку з товщиною жорстких шарів. Вважається, що між шарами відсутній кінематичний зв'язок і зазор між ними –  $h_{11} = 0,5 \cdot 10^{-3}\text{ м}$ . Коефіцієнт зниження жорсткості обтиснення приймався  $\mu$ . Напружено-деформований стан оболонки визначався методом скінченних різниць. Розв'язання нелінійної крайової задачі зводилося до розв'язання послідовності лінійних крайових задач за допомогою узагальненого

Рис.6. Зміна нормальних напружень двошарової оболонки з ділянкою непоклею у напрямку поздовжньої координати

Рис.7. Зміна напружень трансверсального обтиснення по довжині клейового шару двошарової оболонки.

методу Ньютона. На рис. 8 наведені графіки зміни величини контактного тиску  $q$  у напрямі поздовжньої координати ( "1", "2" – відповідають коефіцієнтам зниження жорсткості обтиснення).

Чисельний експеримент доводить, що при збільшенні значення коефіцієнта  $k$  зона контакту між шарами зменшується, а максимальне значення контактного тиску збільшується. При цьому спостерігається зростання контактного тиску на краю зони контакту.

У п.3.4 для неосесиметрично навантажених багат шарових оболонок побудовано розв'язок системи диференціальних рівнянь у частинних похідних. Якщо розглянута конструкція являє собою замкнену оболонку обертання з постійними в коловому напрямку фізико- механічними параметрами, тоді з огляду на умови періодичності неосесиметричного навантаження, що діє на оболонку, розв'язання крайової задачі проводиться за допомогою рядів Фур'є.

**Четвертий розділ** присвячений розв'язанню задач стійкості шаруватих тонкостінних елементів конструкцій з міжшаровими дефектами структури.

У п. 4.1 надається виведення лінеаризованих рівнянь стійкості пластин і оболонок на основі запропонованих у другому розділі моделей дискретно-структурної теорії пластин і оболонок, які включають параметри нелінійного моментного докритичного стану, а також початкові геометричні недосконалості форми як окремо взятого шару, так і всього тонкостінного елемента в цілому.

Оцінка ефективності запропонованого варіанта розрахункової моделі при розв'язанні задач стійкості надана у п.4.2. Досліджуються пластини з вуглепластику з укладанням шарів  $[\pm 45/0_3/90]_s$  (робота К.Кедварда, Е.Спайера, Р.Арнольда). Як в'язуча речовина застосовувалася епоксидна смола. Об'ємний вміст волокна становив 60%. Стискання пластини здійснюється в напрямку поздовжньої осі. Вважається, що поздовжні кромки шарнірно обперті, для двох інших країв пластини допускається довільне закріплення. Теоретичні значення критичної сили наведені в таблиці 1 й отримані на основі дискретно-структурної теорії (перша модель) і безперервно структурної теорії (третя модель).

Для пластин із низькою жорсткістю на зсув (третя модель) значення критичної сили виявилися менше від критичних навантажень, отриманих без урахування деформацій поперечного зсуву. Розбіжність результатів класичної теорії і запропонованого варіанта уточненої теорії становила 8 – 14%. Помітне зниження величини критичної сили досліджуваних пластин дають розрахунки на основі першої моделі.

Рис.8. Зміна величини контактного тиску у напрямі поздовжньої координати в залежності від коефіцієнта зниження жорсткості обтиснення

Таблиця 1.

## Значення критичної сили при осьовому стисканні пластин з вуглепластику

Варіант пластини	Розміри				Критична сила $P_{кр}$ , кН				
	L, м	b·10, м	$h \cdot 10^2$ , м	b/h	класична теорія	третя модель	$\Delta$ , %	перша модель	$\Delta$ , %
1	0,2	0,51	0,16	31,88	17,77	15,22	14	13,85	22
2	0,2	0,51	0,21	24,29	40,01	35,48	11	27,54	31
3	0,2	0,51	0,26	19,62	71,12	61,22	14	43,67	39
4	0,31	0,76	0,16	47,5	12,62	11,55	8	9,56	24

Відмінність результатів передостаннього стовпчика таблиці 1 та експериментальних даних роботи К.Кедварда, Е.Спайєра, Р.Арнольда не перевищує 13%. При аналогічному порівнянні результатів класичної теорії та експерименту зазначена розбіжність зі збільшенням товщини пластини змінюється від 15 до 70%.

Дослідження стиснутих циліндричних оболонок проводилося на тестовому прикладі. Розглядалися двошарові циліндри зі склопластику симетричної структури з товщиною кожного шару  $h = 0,5 \cdot 10^{-3}$  м. Циліндри відрізнялися один від одного кутами армування шарів  $\varphi$ . Всього досліджувалося сім типів циліндрів з різною структурою армування. Радіус оболонок  $R = 0,1$  м, довжина  $L = (2, 4)R$  з відношенням  $R = (100, 45)h$ . Фізико-механічні характеристики волокон і матриці відповідно такі. Об'ємний зміст скловолокна становить 45%. Інші параметри склопластику визначалися за методикою, запропонованою в п. 3.1. Так, наприклад, для циліндрів зі структурою першого типу модулі пружності склопластику в меридіональному та коловому напрямках відповідно  $-$ , модуль зсуву. Дослідження проведені для двох варіантів розрахункової моделі анізотропних елементів. Ураховувався вплив нелінійного моментного докритичного стану, деформацій поперечного зсуву та обтиснення на величину критичних напружень.

Розбіжність результатів класичної теорії при осесиметричній формі втрати стійкості і запропонованого варіанта уточненої теорії становила 1 – 19% при  $R/h=100,0$  і 6 – 25% при  $R/h=45,0$ . Помітне зниження величини критичних напружень досліджуваних оболонок дають розрахунки на основі першої моделі. Вважалося, що оболонка включає два анізотропні шари однакової товщини з неідеальними умовами взаємодії на контактних поверхнях. Аналіз результатів дозволяє відзначити, що форма втрати стійкості досліджуваних елементів, крім циліндрів з кутами армування –  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ , є неосесиметричною. При цьому результати, отримані відповідно до третьої розрахункової моделі, суттєво залежать від кутів армування

окремих шарів циліндра. Так, наприклад, критичні напруження оболонки із третім типом структури понад 1,7 разів вищі від критичних напружень циліндрів зі структурою першого і сьомого типів. Значення критичних напружень, які визначалися на основі першої розрахункової моделі, мало залежать від напрямку армування шарів і відрізняються одне від одного не більше ніж на 30%.

У п.4.3 наведені результати досліджень стійкості циліндричних оболонок зі склопластику довжиною 0,1 – 0,2м, діаметром 0,09 м і товщиною 0,001 – 0,002м з міжшаровими дефектами структури матеріалу. Методика проведення експерименту надається у п'ятому розділі. Циліндри були виконані з двох й чотирьох шарів склотканини. Частина зразків мала початкові дефекти у вигляді зони непроклею кільцевої форми, що перебуває між другим і третім шарами симетрично щодо середини циліндра. Ділянки непроклею були створені в момент виготовлення зразків за допомогою тонкої поліетиленової плівки. Матеріал розглянутих зразків можна класифікувати як трансверсально ізотропний. Критичні навантаження втрати стійкості циліндричних зразків наведені в таблицях 2, 3. Тут у дужках зазначена кількість хвиль в коловому напрямку.

Порівняння теоретичних та експериментально отриманих результатів дозволяє зробити висновок про те, що запропонована модель дискретно-структурної теорії шаруватих пластин і оболонок досить точно відображає процес деформування і реальну роботу тонкостінних елементів конструкцій з композиційних матеріалів. Okремо слід зазначити, що під час випробування циліндричних склопластикових зразків без дефектів структури матеріалу (таблиця 2) спостерігається спільна робота шарів до моменту втрати стійкості.

Таблиця 2.

### Стійкість циліндричних зразків зі склопластику

№	Розміри					Критична сила $P_{кр}$ , кН				
	L, м	R·10, м	L/R	$h \cdot 10^2$ , м	R/h	експе- римент	третя модель	$\Delta$ ,%	перша модель	$\Delta$ ,%
A1	0,1	0,45	2,22	0,10	45,00	14,24	18,66(6)	31	13,57(6)	5
A2	0,1	0,45	2,22	0,11	40,91	15,45	19,86(6)	29	14,07(6)	9
A3	0,1	0,45	2,22	0,10	45,00	13,01	18,88(6)	45	13,57(6)	4
B1	0,2	0,45	4,44	0,10	45,00	14,87	18,66(6)	25	13,57(7)	9
B2	0,2	0,45	4,44	0,11	40,91	16,67	19,86(6)	19	14,07(7)	16
B3	0,2	0,45	4,44	0,10	45,00	15,13	18,66(6)	23	13,57(7)	10
C1	0,1	0,45	2,22	0,20	22,50	48,45	69,15(3)	43	49,46(3)	2
C2	0,1	0,45	2,22	0,21	21,43	50,15	71,03(3)	42	50,87(3)	1
C3	0,1	0,45	2,22	0,20	22,50	47,43	69,15(3)	46	49,46(3)	4

D1	0,2	0,45	4,44	0,20	22,50	45,93	67,85(4)	48	47,46(6)	3
D2	0,2	0,45	4,44	0,22	20,45	46,07	68,09(4)	48	48,17(6)	5
D3	0,2	0,45	4,44	0,20	22,50	46,59	67,85(4)	46	47,46(6)	2

Інший результат отриманий під час дослідження впливу розмірів кільцевої зони непоклею по центру циліндричної оболонки на величину критичної сили. При відношенні довжини непоклею до довжини циліндра має місце локальна осесиметрична форма втрати стійкості зовнішнього шару оболонки в зоні непоклею. Коли, можливі як локальна осесиметрична втрата стійкості зовнішнього шару, так і неосесиметрична спільна втрата стійкості шарів у зоні непоклею.

Таблиця 3.

**Стійкість циліндричних зразків з ділянками непоклею**

№	Розміри						Критична сила $P_{кр}$ , кН				
	L, м	R·10, м	L/R	h·10 <sup>2</sup> , м	R/h	непоклей, м	експеримент	перша модель			
								локальна втрата стійкості зовніш- нього шару	$\Delta$ , %	спільна втрата стійкості	$\Delta$ , %
G1	0,1	0,45	2,22	0,20	22,50	0,05	24,54	26,29(0)	10	36,48(5)	49
G2	0,1	0,45	2,22	0,21	22,43	0,05	25,73	27,01(0)	5	37,12(5)	44
G3	0,1	0,45	2,22	0,20	22,50	0,05	25,04	26,29(0)	5	36,48(5)	46
J1	0,2	0,45	4,44	0,20	22,50	0,16	29,92	26,29(0)	12	30,12(3)	1
J2	0,2	0,45	4,44	0,21	22,43	0,16	30,82	27,01(0)	12	31,28(3)	1
J3	0,2	0,45	4,44	0,20	22,50	0,16	28,68	26,29(0)	8	30,12(3)	5
F1	0,1	0,45	2,2	0,20	22,50	0,08	34,56	26,29(0)	24	36,48(5)	6
F2	0,1	0,45	2,22	0,21	21,43	0,08	35,12	27,01(0)	23	37,12(5)	6
F3	0,1	0,45	2,22	0,20	22,50	0,08	33,36	26,29(0)	21	36,48(5)	9

У п.4.4 досліджений вплив нелінійного моментного докритичного стану, а також умов закріплення торців на величину критичних напружень оболонок обертання при осьовому стисканні і зовнішньому гідростатичному тиску.

У п'ятому розділі наведена методика експериментальної перевірки вірогідності теоретичних результатів та наданий аналіз розбіжностей отриманих результатів, які вносять в розрахунки на міцність і стійкість тонкостінних елементів з міжшаровими дефектами різного роду припущення.

У п.5.1 надані фізико-механічні характеристики основних компонентів склопластику – скловолокна, конструкційних склотканин і в'язучих матеріалів (епоксидна смола та поліестерна ортофталева смола), дана коротка характеристика технології виготовлення зразків. Наведені експериментально отримані величини модуля пружності границі міцності склопластику при розтяганні і стисканні, границя міцності склопластику при згинанні з подальшим визначенням інших фізико-механічних параметрів.

У п.5.2 наведені характеристики двох експериментальних стендів, які були розроблені й виготовлені для проведення випробувань пластин (рис. 9) і циліндрів (рис. 10) зі склопластику на дію рівномірно розподіленого тиску. Розроблено методику підготовки і проведення експериментальних досліджень.

Конструкції експериментальних стендів дозволяють робити виміри прогинів пластин і нормальних переміщень циліндрів за допомогою індикаторів годинникового типу з точністю вимірів до  $0,5 \cdot 10^{-5}$  м. Граничні умови закріплення контурів пластин і торців циліндра можуть варіюватися від умов вільного обпирання до жорсткого затиснення.

Рис.9. Схема експериментального стенду для проведення випробувань пластин

Рис.10. Схема експериментального стенду для проведення випробувань циліндрів

Вимір відносних деформацій проводився методом тензометрування в точках як ненавантаженої, так і навантаженої поверхонь зразка. Методика підготовки, виміри і реєстрація деформацій методом тензометрування, схеми наклейки тензорезисторів, а також опис вимірювальних систем подані у п. 5.3.

У п. 5.4 наведені результати експериментальних досліджень напружено-деформованого стану зразків у вигляді таблиць і графіків, за допомогою методів математичної статистики проведений аналіз їхньої вірогідності.

У результаті порівняння експериментальних даних і теоретичних значень напружено-деформованого стану досліджуваних шаруватих пластин та оболонок встановлено, що внаслідок низької жорсткості склопластиків на згин і слабкого опору поперечному зсуву застосування традиційної безперервно структурної моделі при розрахунках такого роду конструкцій навіть у початковій стадії навантаження призводить до значних похибок. Крім того, при поперечному зсуві тонких пластин, коли прогин дорівнює товщині пластини, необхідно використовувати в розрахунках геометрично нелінійні деформаційні співвідношення.

Показано, що у випадку безмоментного плоского напруженого стану перша і третя розрахункові моделі багатошарової трансверсально ізотропної оболонки при внутрішньому тиску дають практично однаковий результат. Основна відмінність результатів щодо цих двох моделей спостерігається в області жорстко затиснених торців оболонки. На відстані товщини оболонки від його торця мають місце значні дотичні напруження, що разом з дією нормальних напружень призводить до руйнування зразків при середньому значенні інтенсивності внутрішнього тиску.

Результати випробування циліндричних зразків зі склопластику на стійкість викладені в п. 5.5. Частина зразків мала дефекти структури у вигляді ділянок кільцевого непроклею. Для запобігання зминанню торців за допомогою спеціального пристосування реалізовувалися умови жорсткого закріплення і шарнірного опираювання.

Крім визначення критичного навантаження досліджувався докритичний осесиметричний напружений стан оболонки. У докритичному стані при стисканні циліндричних зразків у районі торців має місце крайовий ефект, наявність якого багато в чому визначає величину критичного зусилля. Як правило, втрата стійкості коротких оболонок та утворення перших вм'ятин спостерігається в районі торців циліндричних оболонок. Втрата стійкості оболонок при відношенні  $L/R > 4$  відбувалася раптово з утворенням глибоких вм'ятин у середній частині.

Особливої уваги заслуговує характер розподілу докритичних прогинів двошарових трансверсально ізотропних циліндрів, отриманих на основі дискретно-структурної теорії. Внаслідок зменшення жорсткості окремих шарів у порівнянні з їхніми інтегральними характеристиками, що відповідають третій розрахунковій моделі, величина прогинів зростає і характер їхньої зміни по довжині шару нагадує прогин балки на пружній основі при поздовжньо-поперечному згинанні. Такий моментний докритичний стан розглянутого багатошарового циліндра приводить до помітного зниження величини критичного навантаження, що і підтвердили проведені дослідження.

**Шостий розділ** присвячений розробці прикладних методів розрахунку шаруватих тонкостінних елементів конструкцій з між шаровими дефектами структури на міцність і несучу здатність.

Методика визначення ефективних приведених пружних характеристик композита шаруватої структури з міжфазними дефектами на макрорівні представлена у п.6.1. На прикладі тришарового матеріалу, зовнішні шари якого виконані з досить "жорсткого" трансверсально ізотропного матеріалу, з'єднаних між собою за допомогою "м'якого" ізотропного клейового шару, вивчений процес розшарування в клейовому шарі при розтяганні матеріалу. Показано, що руйнування матриці починається із клейового шару, характер якого визначається величинами границі міцності шару при розтяганні, поперечному зсуві і трансверсальному відриві. У результаті відбувається

утворення зони розшарування на границі зовнішнього і внутрішнього шарів. Для випадку плоскої деформації дана кількісна оцінка зниження жорсткості розглянутого пакета шарів.

У п. 6.2 запропонований модифікований поліноміальний критерій міцності для тонкостінних елементів із композитів з міжшаровими дефектами структури. Значне розходження граничних характеристик несучих армованих шарів і проміжних клейовий прошарків зумовлює вибір тієї або іншої моделі дискретно-структурної теорії пластин і оболонок. Тому розшарування тут розглядається не як окремий вид руйнування, а як фактор, що визначає дискретно-структурну модель багатошарової конструкції.

Для використання модифікованого критерію необхідно знати граничні характеристики шару при поперечному зсуві і трансверсальному обтисненні або відриві. Прогнозування моменту початку розшарування здійснюється шляхом визначення всіх компонентів тривимірного напруженого стану в розглянутій області шаруватого композита і підстановкою отриманих величин у модифікований критерій міцності.

На основі нового варіанта дискретно-структурної теорії армованих тонкостінних елементів конструкцій з неідеальним контактом між сусідніми шарами і запропонованого тут модифікованого критерію міцності розроблена методика оцінки несучої здатності багатошарових армованих елементів.

У п. 6.3 проведено дослідження несучої здатності циліндра під час дії внутрішнього тиску. Теоретичні результати порівнюються з експериментальними даними. Відзначається їхній задовільний збіг, відносна похибка результатів менше 8%.

**У цьому розділі** на основі запропонованих моделей дискретно-структурної теорії побудована матриця жорсткості елемента оболонки обертання шаруватої структури, на основі методу переміщень розроблений алгоритм розв'язання задач міцності і стійкості тонкостінних осесиметричних конструкцій складної геометрії вздовж меридіана, запропонована нова конструкція комбінованого балона високого тиску і проведені розрахунки на міцність і несучу здатність із урахуванням контактної взаємодії внутрішньої склопластикової оболонки і металеві обшивки, досліджені напружений стан і несуча здатність торової оболонки.

У п. 7.1 запропонована нова конструкція комбінованого газового балона (рис. 11). Раціональний розподіл фізико-механічних властивостей матеріалу окремих шарів запропонованого варіанту конструкції дозволяє створити умови рівномірної роботи стінок балона по товщині, підвищити його експлуатаційні показники і надійність. Комбінований балон тиску містить внутрішню склопластикову оболонку, циліндрична частина якої виконана у вигляді набору тороїдальних сегментів. У торцевих ділянках несучої склопластикової оболонки розміщені формуючі деталі сферичних днищ. Тороїдальні сегменти посилені в місцях їхнього стику шпангоутами.

Рис.11. Схема комбінованого газового балона



Крім того, несуча склопластикова оболонка захищена із внутрішнього боку поліетиленовою оболонкою, а із зовнішнього – металевою обшивкою, що складається із кругової циліндричної оболонки і сферичних днищ, які контактують зі сферичними днищами несучої склопластикової оболонки.

За допомогою методу переміщень у п.7.2 та п.7.3 побудована матриця жорсткості, яка встановлює залежність між крайовими зусиллями на торцях  $s$ -го тонкостінного елемента оболонки обертання і крайовими переміщеннями цих торців. При цьому замість граничних умов виконуються умови зв'язку з пов'язаними з даним елементом частинами конструкції. Розроблено алгоритм, згідно з яким рівняння рівноваги складаються для кожного вузлового елемента і потім відбувається їх компоновка в систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо узагальнених переміщень вузлів оболонки шаруватої структури. На основі запропонованих розрахункових моделей, а також розглянутих раніше алгоритмів розрахунку такого класу задач мовою програмування ФОРТРАН створений пакет прикладних програм.

Як об'єкт дослідження обраний комбінований газовий балон. Для вибору оптимальної форми і структури у 7.4 досліджується напружений стан чотирьох варіантів конструкцій газового балона.

Аналіз напруженого стану балона в районі сферичних днищ, розрахунок якого проведений з урахуванням контактної взаємодії оболонок з різномодульного матеріалу, дозволяє зробити висновок про те, що внутрішня склопластикова оболонка (модуль пружності склопластику втричі нижче від модуля пружності дюралюмінію) практично передає більшу частину навантаження на більш жорстку зовнішню металеву оболонку.

Варіюючи жорсткістю тороїдальної склопластикової оболонки, а також вводячи м'який заповнювач між внутрішньою частиною та обшивкою, вдається досягти умов рівномірної роботи матеріалу такої конструкції. Деформівність несучої склопластикової оболонки в поздовжньому напрямку усувається досить жорсткою уздовж осі балона металевою захисною оболонкою. Зниження максимальних колових напружень другого варіанта конструкції балона із заповнювачем у порівнянні з першим без заповнювача становило 40%.

Таким чином, запропонований варіант конструкції балона дозволяє помітно зменшити величину колових і поздовжніх напружень у порівнянні з його аналогами, що мають традиційну циліндричну форму.

У п. 7.5 вивчена несуча здатність торових балонів з композиційних матеріалів, які виготовляються методом намотування. Як показують дослідження М.А.Комкова (МДТУ ім. М.Е.Баумана), заміна циліндричних балонів на рівновеликі композитні торові балони дає значний економічний ефект, а також знижує масу конструкції. Проте зазначені переваги дотепер залишаються нереалізованими через невирішений ряд завдань проектування і технології намотування. До таких завдань можна віднести створення надійної методики розрахунку торових

балонів шаруватої структури зі змінною товщиною в меридіональному напрямку та наявністю зон непроклеїв або розшарувань. Зазначене завдання розв'язується на основі першої моделі дискретно-структурної теорії і прикладного методу розрахунку несучої здатності шаруватих тонкостінних елементів, запропонованого в шостому розділі дисертації. Отримана величина граничного внутрішнього тиску відрізняється від експериментального значення, наведеного в роботі М.А.Комкова, не більше ніж на 5%.

## ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язана важлива наукова-технічна проблема, яка включає в себе розробку і обґрунтування моделей та методів розрахунку задач міцності, стійкості і несучої здатності багат шарових оболонок і пластин з міжшаровими дефектами структури. Розроблені алгоритми, програми, методики досліджень і отримані на їх основі теоретично-експериментальні результати показали наявність нових особливостей у розв'язках розглянутих задач.

1. Запропоновано прикладну теорію дослідження напружено-деформованого стану елементів конструкцій шаруватої структури, особливості якої полягають у такому:

– побудовано нову дискретно-структурну модель деформування багат шарових оболонок і пластин з неідеальним контактом міжшарових поверхонь сусідніх армованих шарів (зони непроклеїв, розшарування, проковзування); прийнято, що, коли умови неперервності переміщень і напружень (ідеального контакту) при переході від одного сусіднього армованого шару до іншого не виконуються, припускається пружне проковзування на контактних поверхнях;

– на основі варіаційного принципу Рейснера отримані геометрично нелінійні рівняння змішаної задачі для анізотропного шару, що включають деформації поперечного зсуву та стиснення; надані кінематичні й статичні умови контакту на лицьових поверхнях;

– наведено теоретичне обґрунтування двох підходів щодо моделювання контактної взаємодії шарів оболонок і пластин з композиційного матеріалу. У першому з них оболонка або пластина складається з анізотропних шарів, між якими існує клейовий прошарок ненульової товщини із заданими фізико-механічними властивостями. Вважається, що переміщення лінійно змінюються по товщині клейового шару і записуються за допомогою функцій, що характеризують переміщення і кути поворотів армованих шарів. При другому, коли між армованими шарами кінематичні зв'язки відсутні (зони непроклеїв або розшарувань), розв'язується задача однобічного контакту. Тиск на поверхнях контакту сусідніх армованих шарів визначається пропорційно різниці їх нормальних переміщень;

– проведено перевірку достовірності чисельних результатів, отриманих на основі нових варіантів розрахункових моделей методами штрафних функцій, скінченних різниць, ортогональної прогонки і методу простих ітерацій.

2. Вперше розроблено і чисельно реалізовано єдиний підхід до розв’язання задач міцності, стійкості і несучої здатності геометрично нелінійних контактних задач при розрахунках багат шарових анізотропних оболонок і пластин з урахуванням як ідеального, так і неідеального міжшарового контакту:

– отримано нові лінеаризовані рівняння стійкості багат шарових тонкостінних елементів конструкцій з міжшаровими дефектами структури матеріалу;

– вперше доведено суттєвий вплив міжшарових дефектів структури матеріалу на несучу здатність багат шарових оболонок і пластин; застосовано алгоритм поетапного навантаження і вибору того або іншого варіанта запропонованих розрахункових моделей багат шарової конструкції. Перехід від одного варіанта розрахункової моделі до іншого визначається умовами міцності композита в точках контактних поверхонь найбільш навантажених армованих шарів конструкції.

3. Розроблено та апробовано експериментально-теоретичну методику оцінки вірогідності основних положень і результатів роботи, доведено, що вже на початковій стадії навантаження, особливо при деформаціях поздовжньо поперечного згину, структурно-безперервна модель пластин і оболонок шаруватої структури неадекватно відображає роботу таких конструкцій через низьку їх жорсткість деформаціям поперечного зсуву і стиснення.

4. Отримано нові результати щодо чисельного дослідження впливу дефектів структури матеріалу на напружено-деформований стан багат шарових пластин і оболонок. Відмічено, що на границі зони непоклею має місце локальний крайовий ефект, довжина якого не перевищує дві товщини оболонки. Величина зміни нормальних напружень в жорстких шарах оболонки на границі ділянки непоклею або розшарування в значній мірі визначається довжиною цієї ділянки. Крім того, на границі непоклею в клейовому шарі виникають суттєві напруження трансверсального стиснення.

5. Наведено розв’язання задачі однобічного контакту двох анізотропних шарів оболонки, який може виникати в зонах непоклеїв або розшарувань. Контактний тиск між шарами визначається коефіцієнтом зниження жорсткості обтиснення і різницею нормальних переміщень суміжних шарів. Отримані чисельні результати доводять, що при збільшенні вказаного коефіцієнта область контакту між шарами зменшується з одночасним збільшенням величини контактного тиску на границі контакту.

6. Вперше отримано результати теоретичних і експериментальних досліджень оцінки впливу моментності докритичного стану, спричиненого міжшаровими дефектами структури (непоклей,

розшарування), на величину критичних напружень і несучу здатність багат шарових оболонок обертання. Встановлено характер розподілу докритичних прогинів багат шарових оболонок на основі залежностей дискретно-структурної теорії. Показано, що внаслідок зменшення жорсткості оболонки з неідеальним міжшаровим контактом величина докритичного прогину значно більше аналогічної величини прогину оболонки з ідеальними статичними і кінематичними умовами контакту між шарами.

7. На основі методу переміщень розроблено методіку розрахунку оболонок обертання складної форми з міжшаровими дефектами структури матеріалу. Запропоновано нову конструкцію комбінованого балона високого тиску, що складається з набору тороїдальних сегментів зі склопластику, захищених із зовнішнього боку металевією обшивкою, проведено дослідження несучої здатності такого балона. Досліджено вплив міжшарових дефектів структури на величину несучої здатності й параметри критичного навантаження цілого ряду тонкостінних елементів конструкцій з композиційних матеріалів. Надано рекомендації щодо оптимальних схем армування окремих шарів та ефективних варіантів їхнього закріплення по контуру, які дозволяють збільшити несучу здатність конструкції в цілому і створити умови рівномірної роботи матеріалу шаруватих елементів без збільшення маси.

8. Практичну цінність роботи підтверджено актами упровадження результатів дисертації під час розрахунку конструкцій із композиційних матеріалів для хімічного машинобудування.

## **ОПУБЛІКОВАНІ РОБОТИ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ**

1. Верещака С.М. Нелинейное деформирование и устойчивость многослойных элементов конструкций с дефектами структуры / Верещака С.М. – Сумы: Изд-во СумГУ, 2009. – 286 с.
2. Верещака С.М. Напружено-деформований стан пружних сітчастих оболонок із композиційних матеріалів з дефектами у вигляді непоклею / С.М.Верещака //Проблеми теорії і практики будівництва. – Львів: ”Львівська політехніка”, 1997. – Т.2. – С. 98 – 101.
3. Верещака С.М. Розв’язання задачі стійкості сітчастої циліндричної оболонки з композиційного матеріалу за наявності технологічного непоклею /С.М.Верещака // Вісник Сумського державного аграрного університету. – Суми, 1999. – Вип.4. Серія “Будівництво”. – С. 17 – 18.
4. Верещака С.М. Конструктивные особенности оболочек из композиционных материалов, изготовленных методом намотки /С.М.Верещака, В.А. Хворост // Труды Одесского политехнического ун-та. – Одесса, 2001. – Вып. 5. – С. 173 –176.
5. Верещака С.М. Один вариант уравнений статики многослойных оболочек с учетом участков технологического непоклея / С.М.Верещака, В.А.Хворост //Вестник Национального

технического университета “ХПИ”. – Тематический выпуск: Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ “ХПИ”.– 2002. - №9, Т. 8. – С. 23 –28.

6. Верещака С.М. Напряженное состояние многослойных оболочек с учетом геометрической нелинейности и сдвига / С.М.Верещака, Г.И.Львов // Вестник Национального технического университета “ХПИ”. – Тематический выпуск: Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2003. – №8, Т. 2. – С. 135–146.

7. Верещака С.М. Задача о контактном взаимодействии анизотропных тороидальных оболочек / С.М.Верещака //Вестник Национального технического университета “ХПИ”. – Тематический выпуск: Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2003. – №12, Т. 1. – С. 175 –183.

8. Верещака С.М. Напряженное состояние анизотропных оболочек с учетом влияния участков локального непрочлея / С.М.Верещака, Г.И.Львов // Проблемы машиностроения. – 2004. – Т.7, №1. – С. 61 – 70.

9. Верещака С. Вплив сил контактної взаємодії на напружений стан оболонок з композиційних матеріалів за наявності ділянок непрочлею / С.Верещака, Г.Львов, В.Хворост // Машинознавство. – 2004. – №3. – С. 3 – 8.

10. Верещака С.М. Краевые эффекты в многослойных трансверсально-изотропных пластинах с дефектами структуры / С.М.Верещака // Вестник Национального технического университета “ХПИ”. – Тематический выпуск: Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ “ХПИ”.– 2004. – № 19. – С. 61 – 68.

11. Верещака С.М. К дискретно-структурной теории многослойных оболочек с дефектами структуры / С.М.Верещака // Вестник Национального технического университета “ХПИ”. – Тематический выпуск: Динамика и прочность машин.– Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2004. – № 31. – С.39 – 46.

12. Деклараційний патент на винахід № 699973 UA, F 17 C 1/04. Комбінований балон тиску / С.М.Верещака, Г.И.Львов, В.А.Хворост, А.С.Верещака. – Опубл. 15.09. 2004. – Бюл. № 9.

13. Верещака С.М. Напряженно-деформированное состояние многослойных конструктивных элементов с межфазными дефектами структуры композиционного материала / С.М.Верещака // Вестник Национального технического университета “ХПИ”. – Тематический выпуск: Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2005. – № 20. – С.41 – 48.

14. Верещака С.М. Влияние межфазных дефектов структуры материала на прочность несущих многослойных элементов конструкций сосудов высокого давления /С.М.Верещака // Проблемы машиностроения, 2005.– Т.8, №4.– С. 45 – 54.

15. Верещака С.М. Напряженное состояние многослойных оболочек с ослабленным контактом между слоями / С.М.Верещака // Вестник Национального технического университета «ХПИ». Серия: Машиностроение, 2005. – № 46. – С. 22 – 24.

16. Верещака С.М. К исследованию контактных напряжений при изгибе двухслойных пластин из стеклопластика с межфазными дефектами структуры /С.М.Верещака // Вестник Национального технического университета “ХПИ”. – Тематический выпуск: Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2005. – №47. – С. 35 – 41.
17. Верещака С.М. Напряженное состояние комбинированного баллона высокого давления в зоне контакта обшивки и внутренней стеклопластиковой оболочки /С.М.Верещака, Д.А.Жигилий // Вісник Сумського державного університету. Серія “Технічні науки”. – 2005. – №1(73). – С. 134 – 139.
18. Верещака С.М. Экспериментальные исследования тонкостенных элементов из композиционных материалов с технологическими дефектами структуры /С.М.Верещака, Д.А.Жигилий // Вісник Сумського державного університету. Серія “Технічні науки”. – 2005. – №12(84). – С. 171 – 180.
19. Верещака С.М. Напряженное состояние многослойных тонкостенных элементов с межфазными дефектами структуры / С.М.Верещака, Г.И.Львов // Механика композитных материалов. – 2005. – Т.41, № 6. – С. 761 – 772.
20. Верещака С. Дискретно-структурна модель циліндра з міжфазними дефектами /С. Верещака // Машинознавство. – 2006, №7. – С. 33 – 37.
21. Верещака С.М. Устойчивость многослойных цилиндрических оболочек с межфазными дефектами структуры / С.М.Верещака // Вестник Национального технического университета «КПИ». Серия: Машиностроение, 2006. – № 49. – С. 10 – 17.
22. Верещака С.М. Один вариант уравнений устойчивости оболочек слоистой структуры с межфазными дефектами / С.М.Верещака // Вестник Национального технического университета “ХПИ”. – Тематический выпуск: Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2006.– №32. – С. 54 – 60.
23. Vereshchaka S.M. Buckling stability of multilayer plates and shells with interfacial structural defects under axial compression / S.M. Vereshchaka // Mechanics of Composite Materials. – 2007. – Vol. 43, № 4. – P. 345 – 358.
24. Верещака С.М. Упругие постоянные и обобщенные характеристики жесткости материала слоистой структуры / С.М.Верещака // Вестник Национального технического университета “ХПИ”. – Тематический выпуск: Динамика и прочность машин.– Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2008. – №36. – С. 29 – 40.
25. Верещака С.М. Экспериментальные исследования многослойных цилиндров на действие внутреннего гидростатического давления / С.М.Верещака, Д.А.Жигилий //Вісник Сумського державного університету. Серія “Технічні науки”. – 2008. – №1. – С. 54 – 61.

26. Верещака С.М. Несущая способность комбинированных баллонов высокого давления / С.М.Верещака, А.В.Стрелец, Д.А.Жигилий // Вестник Национального технического университета «КПИ». Серия: Машиностроение, 2009. – № 56. – С. 62 – 71.
27. Верещака С.М. Влияние непрочности на напряженное состояние многослойной цилиндрической оболочки / С.М.Верещака // Тезисы докладов III Всесоюзной конференции “Механика неоднородных структур”. – Львов, 17 – 19 сентября 1991г. – С. 54.
28. Верещака С.М. Вплив сил контактної взаємодії на напружений стан оболонок з композиційних матеріалів за наявності ділянок непрочності / С.М.Верещака, Г.І.Львов, В.А. Хворост // 6-й Міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові: Тези доповідей. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД. – 2003. – С. 28 – 29.
29. Верещака С. Анализ напряженно-деформированного состояния многослойных оболочек с учетом контактного взаимодействия между отдельными слоями /С.Верещака, В.Хворост // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій / За заг. ред. В.В.Панасюка – Львів: Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН України, 2004. – С. 113 – 120.
30. Vereshchaka S.M. The stress analysis of the multilayered plates and shells with defects of the structure / S.M.Vereshchaka, G.I.Lvov // 21-st International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Warsaw, Poland, 2004. – ICTAM04. Abstracts and CD-ROM Proceedings. – P. 335.
31. Верещака С.М. Определение напряженно-деформированного состояния комбинированного баллона высокого давления / С.М.Верещака, Д.А.Жигилий //Компрессорная техника и пневматика в XXI веке: XIII Международная научно-техническая конференция по компрессоростроению.– Сумы: Изд-во СумГУ, 2004. – Т. 3. – С. 164 – 170.
32. Верещака С.М. Напряженное состояние оболочек из композиционных материалов с учетом геометрической нелинейности и сдвига / С.М.Верещака, В.Д.Горбач, О.С.Сироткин, В.И.Голованов // Труды III Международной конференции “Теория и практика технологий производства изделий из композиционных материалов и новых металлических сплавов”. – Москва: Знание, 2004. – С. 202 – 212.
33. Верещака С.М. Напряженное состояние тонкостенных элементов из композиционных материалов с технологическими дефектами структуры /С.М.Верещака, Д.А.Жигилий // Труды XI Международной научно-технической конференции «Герметичность, виброненадежність, екологічна безпека насосного і компресорного обладнання». – Сумы. – 2005. – Т.3. – С. 253 – 263.
34. Верещака С.М. Напряженное состояние слоистых пластин с межфазными дефектами структуры / С.М.Верещака, Д.А.Жигилий // Материалы Международной научной конференции “Математические проблемы технической механики – 2006”. – Днепропетровск, Днепродзержинск, 2006. – С. 214 – 215.

35. Верещака С.М. Анализ напряженного состояния многослойных пластин с дефектами структуры / С.М.Верещака, В.Н.Рыбаков, М.А.Погосян, В.Д.Горбач //Труды IV Международной конференции “Теория и практика технологий производства изделий из композиционных материалов и новых металлических сплавов”. – Москва: Знание, 2006. – С. 79 – 85.
36. Верещака С.М. Несуча здатність композитних балонів з міжфазними дефектами структури матеріалу / С.М.Верещака // 8-й Міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: Тези доповідей. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД. – 2007. – С. 18.
37. Верещака С.М. Один вариант конструкции комбинированного газового баллона высокого давления / С.М.Верещака, А.В.Стрелец // Тезисы докладов II международной специализированной выставки-конференции “Композиты и стеклопластики”. – Запорожье, 22 – 24 апреля 2009 г. – С. 56.

## АНОТАЦІЯ

**Верещака С.М. Нелінійне деформування і стійкість багат шарових елементів конструкцій з дефектами структури. – Рукопис.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла. – Інститут проблем машинобудування ім.А.М.Підгорного НАН України, Харків, 2009.

На основі дискретно-структурної теорії розроблений єдиний підхід до розв’язання задач міцності й стійкості багат шарових тонкостінних елементів конструкцій з міжшаровими дефектами структури. Запропоновано варіаційну постановку геометрично нелінійних контактних задач при розрахунках анізотропних тонкостінних елементів з урахуванням як ідеальних, так і одnobічних зв’язків контактних поверхонь армованих шарів з різними фізико-механічними характеристиками. Побудовані рівняння змішаної задачі для анізотропного шару, що включають деформації поперечного зсуву та стиснення; надані кінематичні й статичні умови контакту на лицьових поверхнях. Отримані лінеаризовані рівняння стійкості багат шарових тонкостінних елементів конструкцій з міжшаровими дефектами структури.

Розроблено нову дискретно-структурну модель деформування багат шарових тонкостінних елементів з неідеальним міжшаровим контактом; прийнято, що, коли умови неперервності переміщень і напружень (ідеального контакту) при переході від одного сусіднього армованого шару до іншого не виконуються, припускається пружне проковзування на контактних поверхнях.

Вивчено вплив структурної неоднорідності шаруватого матеріалу на макрорівні із застосуванням алгоритму поетапного навантаження і використання того або іншого варіанта запропонованих розрахункових моделей багат шарової конструкції. Перехід від одного варіанта



розрахункової моделі до іншого визначається умовами міцності композита в точках контактних поверхонь найбільш навантажених шарів конструкції.

**Ключові слова:** дискретно-структурна теорія, міжшаровий дефект, контактна задача, експеримент, нелінійне деформування, міцність, стійкість, комбінований балон.

## АННОТАЦІЯ

**Верещака С.М. Нелинейное деформирование и устойчивость многослойных элементов конструкций с дефектами структуры. – Рукопись.**

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела. – Институт проблем машиностроения им. А.Н.Подгорного НАН Украины, Харьков, 2009.

На основе дискретно-структурной теории разработан единый подход к решению задач прочности и устойчивости многослойных тонкостенных элементов конструкций с межслойными дефектами структуры. Предложена вариационная постановка геометрически нелинейных контактных задач при расчете анизотропных тонкостенных элементов с учетом как идеальных, так и односторонних связей по сопряженным поверхностям жестких армированных слоев с различными физико-механическими характеристиками. Построены разрешающие уравнения смешанной задачи для анизотропного слоя, включающие деформации поперечного сдвига и обжатия; дан вывод кинематических и статических условий контакта на лицевых поверхностях. Получены линеаризованные уравнения устойчивости многослойных тонкостенных элементов конструкций с межслойными дефектами структуры.

Разработана новая дискретно-структурная модель деформирования многослойных тонкостенных элементов с ослабленным межфазным контактом; принято, что напряжения поперечного сдвига и обжатия на границе контакта равны между собой и при этом допускается упругое проскальзывание по поверхности контакта смежных слоев. Дано теоретическое обоснование двух подходов по моделированию контактного взаимодействия слоев оболочки из композиционного материала. В первом из них ослабленная межфазная граница представляет собой дополнительный контактный слой, например клеевой, ненулевой толщины с заданными физико-механическими свойствами. При втором подходе в дефектной области (непроклей или расслоение) возможное контактное давление между слоями принимается пропорционально разности нормальных перемещений сопряженных поверхностей смежных слоев.

Разработана и апробирована экспериментальная методика оценки достоверности основных положений и результатов работы, кроме того, получено численное решение большого количества тестовых задач. Создано программное обеспечение для ПЭВМ, позволяющее решать широкий

класс одномерных и двухмерных контактных задач, выявлены основные закономерности изменения напряженного состояния и контактного давления в зоне локальных участков непрочности или расслоений. Изучено влияние структурной неоднородности слоистого материала на макроуровне с применением алгоритма поэтапного нагружения и использованием того или иного варианта предлагаемых расчетных моделей многослойной конструкции. Переход от одного варианта расчетной модели к другому определяется условиями прочности композита в точках поверхности сопряжения наиболее нагруженных слоев конструкции.

Предложена новая конструкция комбинированного баллона высокого давления, которая состоит из набора тороидальных сегментов из стеклопластика, защищенных с внешней стороны металлической обшивкой, методом вариантного сравнения проведен анализ несущей способности такого баллона. Исследовано влияние межфазных дефектов структуры материала на величину несущей способности и параметры критической нагрузки целого ряда тонкостенных элементов конструкций из композиционных материалов. Даны рекомендации относительно оптимальных схем армирования отдельных слоев и эффективных вариантов их закрепления по контуру, которые позволяют увеличить несущую способность конструкции и создают условия равнопрочной работы материала слоистых элементов без увеличения массы.

**Ключевые слова:** дискретно-структурная теория, межслойный дефект, контактная задача, эксперимент, нелинейное деформирование, прочность, устойчивость, комбинированный баллон.

## ANNOTATION

**Sergey M. Vereshchaka. Nonlinear deformation and stability of multi-layer construction's units with defects in structure. -- Manuscript.**

The thesis for receiving the scientific degree of Doctor of Technical Sciences, specialty 01.02.04 - Mechanics of deformable solid. – A.N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems NAS Ukraine, Kharkov, 2009.

Based on a discrete - structural theory, a single approach to the solution of strength and stability problems of multi-layer thin-walled structure elements with interlayer defects in the structure material is worked out. The variational formulation of the geometrically nonlinear contact tasks while calculation of anisotropic thin-walled elements with taking into consideration of both ideal and unilateral constraints on the conjugate surfaces of rigid reinforced layers with various physical and mechanical characteristics was suggested. Physically and mathematically correct resolving equations of mixed task for anisotropic layer including deformations of cross-shift and reduction are defined; deduction of kinematic and static conditions of the contact on the surfaces is given. Linearized stability equations of multi-layer thin-walled elements of structure with interlayer defects in material's structure are received.

A new discrete-structural model of deformation of multi-layer thin-walled elements with weakened interphase contact is worked out; it is accepted that the tensions of cross shift and reduction on the contact's edge are equal and at that elastic slipping on the surface of contact's adjacent layers is assumed. Theoretical basis of two approaches for modeling contact interaction of composite material's shell layers is given. The influence of structural heterogeneity of the laminated material at the macro level has been studied with using the algorithm of stepwise loading and application of one or another variant of proposed calculation models of multi-layer structure. The transition from one variant of calculation model to another is defined by the conditions of the composite's strength in the surface's junction points of the most loaded struction's layers.

**Key words:** discrete-structural theory, interlayer defect, contact task, experiment, nonlinear deformation, strength, stability, combined cylinder.

Підписано до друку 25.02.2010.

Формат 60×90/16. Папір ксерокс. Гарнітура Times New Roman Cyr.

Друк офс.

Ум. друк. арк. 2,03. Обл.-вид. арк. 1,8.

Тираж 120 пр.

Замовлення №265.

---

Видавництво СумДУ при Сумському державному університеті

40007, м.Суми, вул. Римського-Корсакова, 2

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру

ДК №3062 від 17.12.2007.

Надруковано у друкарні СумДУ

40007, м.Суми, вул. Римського-Корсакова, 2.