

Д.В. Криворучко В.А. Залого

---

МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ  
МЕТОДОМ  
КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ:  
МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Монография

под общей редакцией В.А. Залого



Сумы

Университетская книга

2012

УДК 621.9.01:004.358  
ББК 34.5  
К 82

Рекомендовано к печати ученым советом Сумского государственного университета. Протокол № 4 от 08.11.2012 г.

Рецензенты:

*Ю.Н. Внуков*, д.т.н., проф., проректор по научной работе, зав. каф. технологий машиностроения (Запорожье, ЗНТУ);

*А.И. Грабченко*, д.т.н., проф., зав. каф. интегрированных технологий машиностроения им. М.Ф. Семко (Харьков, НТУ “ХПИ”);

*В.М. Тонконогий*, д.т.н., проф., директор Института промышленных технологий, дизайна и менеджмента (Одесса, НПУ)

**Криворучко Д. В.**

К 82      Моделирование процессов резания методом конечных элементов : методологические основы : монография / Д. В. Криворучко, В. А. Залога ; под общ. ред. В. А. Залоги. — Сумы : Университетская книга, 2012. — 496 с.

ISBN 978-966-680-645-4

В монографии рассмотрены методологические аспекты моделирования процессов резания методом конечных элементов и определения на стадии проектирования оптимальных параметров рабочих процессов резания и конструкций режущего инструмента.

Разработаны теоретические положения и принципы практического применения прогнозирующих КЭ-моделей рабочих процессов резания на примерах моделей в среде LS-DYNA.

Для инженерно-технических работников инструментальных заводов, научно-исследовательских лабораторий, студентов и аспирантов технических специальностей.

**УДК 621.9.01:004.358**  
**ББК 34.5**

ISBN 978-966-680-645-4

© Криворучко Д.В., Залога В.О., 2012  
© ООО “ИТД “Университетская книга”, 2012

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	С.
<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>9</b>
<b>РАЗДЕЛ 1. АНАЛИЗ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ КАК ОБЪЕКТА ПРОГНОЗИРУЮЩЕГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.....</b>	<b>12</b>
1.1. Современный взгляд на термомеханические процессы при резании .....	12
1.2. Модели материала, разрушения и трения как основные проблемы в достижении точности прогнозирования показателей процесса резания.....	20
1.2.1. Определяющее уравнение обрабатываемых материалов .....	20
1.2.2. Модели разрушения при резании .....	42
1.2.3. Модели силового взаимодействия на контактных поверхностях лезвия .....	54
1.3. Современное понимание постановки задачи прогнозирующего моделирования .....	71
1.3.1. Достижения в создании моделей и исследовании их точности .....	74
1.3.2. Достижения в исследовании рабочих процессов.....	76
1.3.3. Достижения в оптимизации рабочих процессов.....	79
1.4. Краткая характеристика современного программного обеспечения.....	80
1.5. Адекватность современных КЭ-моделей эксперименту .....	81
<b>РАЗДЕЛ 2. РАЗРАБОТКА ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА СТРУЖКООБРАЗОВАНИЯ ПРИ РЕЗАНИИ МЕТАЛЛОВ.....</b>	<b>86</b>
2.1. Классификация задач прогнозирующего моделирования .....	86
2.2. Основные математические соотношения .....	89

2.2.1. Фундаментальные уравнения .....	89
2.2.2. Вычисление напряженно-деформированного состояния .....	90
2.2.3. Алгоритм идентификации контакта и расчета контактных напряжений .....	110
2.2.4. Условие адиабатичности деформирования .....	114
2.2.5. Вычисление температурного поля .....	118
2.3. Общий алгоритм моделирования процесса резания .....	120
2.4. Алгоритм построения КЭ-сетки на плоскости .....	123
2.4.1. Идея алгоритма Q-Morph .....	123
2.4.2. Сгущение КЭ-сетки .....	126
2.5. Краткое описание программы OCFEM .....	126
2.5.1. Назначение .....	126
2.5.2. Описание геометрической модели системы «инструмент–заготовка» .....	127
2.5.3. Внешние файлы и программы. Взаимодействие между модулями .....	129
2.5.4. Меню программы .....	129
2.5.5. Подготовка исходных данных .....	135

### **РАЗДЕЛ 3 . МЕТОДОЛОГИЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ФИЗИКО-ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОБРАБАТЫВАЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ .....138**

3.1. Постановка задачи .....	138
3.2. Критический анализ известных способов идентификации определяющих уравнений и уравнений пластичности .....	140
3.3. Общая методология .....	147
3.4. Инструментальные средства исследований .....	149
3.4.1. Оборудование для проведения механических испытаний .....	149
3.4.2. Оборудование для проведения опытов по резанию .....	152
3.5. Идентификация определяющего уравнения .....	154

3.5.1. Идентификация определяющего уравнения при нормальной температуре и квазистатическом нагружении .....	154
3.5.2. Идентификация поправки на температуру деформации.....	165
3.5.3. Идентификация поправки на скорость деформации.....	167
3.6. Идентификация уравнения пластичности .....	172
3.6.1. Идентификация уравнения пластичности при нормальной температуре и квазистатических испытаниях .....	172
3.6.2. Расчет коэффициента влияния температуры.....	179
3.6.3. Расчет коэффициента влияния скорости деформации.....	179
3.7. Оценка погрешности идентификации определяющего уравнения путем модельного измерения твердости .....	180
3.7.1. Конечно-элементная модель процесса вдавливания .....	182
3.7.2. Исследование влияния параметров определяющего уравнения на погрешность прогнозирования механических свойств .....	192
3.8. Определяющие уравнения и уравнения пластичности некоторых материалов .....	197

**РАЗДЕЛ 4 . АДГЕЗИОННЫЕ СВОЙСТВА  
 КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ  
 РЕЗАНИИ.....202**

4.1. Идентификация модели адгезионной составляющей сил трения при больших пластических деформациях.....	202
4.1.1. Постановка задачи .....	202
4.1.2. Критический анализ известных способов измерения характеристик трения .....	204

4.1.3.Идея способа измерения адгезионной составляющей силы трения скольжения при большом контактном давлении .....	211
4.1.4.Общий алгоритм идентификации адгезионной составляющей силы трения скольжения .....	213
4.1.5.Приборы, оборудование и методики проведения испытаний .....	214
4.1.6.Методика обработки результатов.....	225
4.2.Адгезионные свойства некоторых материалов.....	227

## **РАЗДЕЛ 5 . ДЕФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЗОНЕ ПЕРВИЧНЫХ И ВТОРИЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ .....**

**231**

5.1.Деформационные процессы на границе контакта лезвия со стружкой и заготовкой .....	231
5.1.1.Общие представления.....	231
5.1.2.Расчет деформационной составляющей .....	236
5.1.3.Роль деформационной составляющей силы сопротивления скольжению при резании .....	242
5.1.4.Влияния параметров модели трения на распределение контактных напряжений.....	243
5.2.Исследование деформации в зоне первичных деформаций при высоких скоростях резания .....	257

## **РАЗДЕЛ 6 . ПРИНЦИПЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ .....**

**261**

6.1.Система критериев достоверности прогнозирующей модели процесса резания.....	261
6.1.1.Источники погрешностей.....	262
6.1.2.Критерий корректности вычислительной процедуры .....	266
6.1.3.Критерий качественной адекватности .....	267
6.1.4.Критерий количественной адекватности.....	279

6.1.5. Точность прогнозирования длины контакта на передней поверхности .....	290
6.2. Принципы практического применения прогнозирующих моделей процесса резания .....	294
6.2.1. Принцип приемлемой погрешности прогнозирования .....	296
6.2.2. Принцип рационального упрощения .....	301
6.2.3. Принцип оптимальности параметров вычислительных процедур .....	308
6.2.4. Принцип сравнимости условий виртуального и натурального рабочих процессов .....	334

## **РАЗДЕЛ 7 . ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОЛОГИИ ПРОГНОЗИРУЮЩЕГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ**

<b>РЕЗАНИЯ</b> .....	<b>343</b>
7.1. Повышение эффективности точения путем выбора режима резания, обеспечивающего наибольший ресурс лезвия .....	343
7.2. Повышение эффективности рабочих процессов резания путем определения оптимальных параметров режущих инструментов .....	348
7.2.1. Общая концепция .....	348
7.2.2. Определение оптимального радиуса округления режущих лезвий конечных фрез при обработке нержавеющей стали 12Х18Н10Т .....	351
7.2.3. План модельного эксперимента .....	353
7.2.4. Результаты исследований .....	354
7.3. Повышение эффективности рабочих процессов резания путем определения устойчивых режимов обработки на этапе проектирования технологического процесса .....	358
7.3.1. Общая концепция .....	358
7.3.2. Постановка задачи исследований .....	359
7.3.3. Методика исследований .....	361

7.3.4. Результаты исследования .....	363
7.4. Повышение эффективности рабочих процессов резания путем определения рационального режущего инструмента.....	370
7.4.1. Общая концепция.....	370
7.4.2. Пример определения рациональных токарных пластин для заданных условий обработки .....	371
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>383</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА.....</b>	<b>387</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ А. ПРОЦЕДУРЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ .....</b>	<b>418</b>
А.1. Процедура вычисления напряжений в упруго- пластических телах с большими пластическими деформациями (инкрементальный подход) .....	418
А.2. Процедура вычисления напряжений в упруго- пластических телах с большими деформациями (на основе градиента движения).....	425
А.3. Процедура полярного разложения .....	429



## ВВЕДЕНИЕ

В последние годы в промышленности большое внимание уделяется оптимизации изделий и производственных процессов. Значительное развитие получили технологии виртуального моделирования, позволяющие в короткий срок и с наименьшими затратами выполнять оптимизацию, используя натурный эксперимент лишь в качестве проверочного. В настоящее время все чаще используется моделирование литья,ковки, штамповки, прессования и других процессов обработки давлением, термической обработки и обработки резанием.

Обработка резанием является и в ближайшем будущем останется одним из основных видов формообразования в машиностроении. За полувековую историю своего развития теория резания, опираясь главным образом на глубокие экспериментальные исследования, уже достигла значительных успехов как в понимании процессов и явлений, происходящих на контактных поверхностях режущего инструмента и в обработанной поверхности во время стружкообразования и формирования новой поверхности, так и в создании нормативной базы для расчетов режимов резания, проектирования инструментов, оснастки, станков и т.п. Вместе с развитием инструментальных материалов и износостойких покрытий это способствовало созданию высокопроизводительных станков и режущих инструментов. Однако современное машиностроение в связи с развитием конструкционных материалов и существенным увеличением в них доли материалов, относящихся к категории труднообрабатываемых (высокопрочных, нержавеющей, жаростойких и т.п.), требует от процессов механической обработки материалов еще более высокой производительности и качества обработанной поверхности, внедрения высокоэффективных технологий оборудования и инструментов. К отличительным особенностям современного этапа развития промышленного производства можно отнести его многономенклатурный и, как правило, мелкосерийный тип про-

изводства, что требует значительных трудовых и материальных ресурсов на его подготовку. Вместе с тем, в условиях жесткой конкурентной борьбы, характерной для рыночной экономики, чаще всего не может быть отведено много времени на практическую реализацию этого чрезвычайно важного производственного этапа, в т.ч. на экспериментальные исследования обрабатываемости материалов, оптимизацию режущего инструмента и технологического процесса как в научных организациях, так и непосредственно в производственных условиях.

Еще более сложной задачей является изучение процесса резания в условиях, для реализации которых обрабатывающие системы или их элементы лишь создаются, например, для высокоскоростного и сверхвысокоскоростного резания, резания инструментами из новых инструментальных материалов, с новыми покрытиями и с новой геометрией режущей части, обработки новых или усовершенствованных конструкционных материалов, нанообработки и т.п. Решение этих задач может быть существенно ускорено путем применения моделирования рабочих процессов резания.

Уже достаточно успешно применяемые в научной и производственной практике современные модели процессов резания, созданные на основе как экспериментальных, так и аналитических исследований, не могут для заданных конкретных условий, отличных от тех, для которых они созданы, считаться (за редким исключением) прогнозирующими показатели процессов механической обработки (качества обработанной поверхности, прочности и стойкости режущего инструмента, производительности и себестоимости обработки и др.) без каких-либо дополнительных экспериментальных исследований. Действительно, для выполнения расчета по существующим моделям, даже по наиболее современным – термомеханическим, необходимы данные о виде стружки, ее усадке, распределении контактных напряжений, среднем коэффициенте трения и т.п., которые сегодня можно получить только с использованием методик, основанных на проведении экспериментов непосредственно по резанию. Это не

только требует значительных временных и материальных затрат, но и часто на стадии проектирования режущего инструмента, технологического процесса, станка и т.п. является технически невозможным.

Настоящая монография ставит своей целью представить новый взгляд на создание моделей процессов резания, с помощью которых можно не только прогнозировать показатели известных видов обработки без проведения экспериментов непосредственно по резанию, но и оптимизировать их, а также создавать принципиально новые процессы. Основываясь на фундаментальных представлениях о деформационных и тепловых процессах и трении в монографии представлены методологические основы построения моделей с использованием мощного средства интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных – метода конечных элементов. В монографии представлен обзор современных достижений в области численного моделирования процессов механической обработки, дана математическая формулировка модели процесса резания и разрешающая система уравнений, а также рассмотрены некоторые алгоритмы расчета напряженно-деформированного состояния в объеме обрабатываемого материала, на контактных поверхностях и в объеме лезвия режущего инструмента. Большое внимание уделено в монографии вопросам подготовки исходных данных, влиянию погрешностей исходных данных на ошибку прогноза показателей процесса резания, а также вопросам практического применения разработанных моделей.

Монография будет полезна студентам, магистрантам, аспирантам и докторантам высших учебных заведений инженерных специальностей, а также специалистам расчетных отделов инструментальных заводов и научно-исследовательских институтов.

# РАЗДЕЛ 1. АНАЛИЗ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ КАК ОБЪЕКТА ПРОГНОЗИРУЮЩЕГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

## 1.1. Современный взгляд на термомеханические процессы при резании

Работы многих научных школ, в частности Е. В. Артамонова [35], Б.Ф. Боброва [36], С. А. Васина [37], А. С. Верещаки [37], Ю. Н. Внукова [38], А. И. Грабченко [39], Г. И. Грановского [40], В. А. Залогин [41], Н. Н. Зорева [42], С. А. Клименко [43], В. С. Кушнера [44], Т. Н. Лоладзе [45], Н. П. Мазура [46], А. Д. Макарова [47], Н. В. Новикова [48], Г. А. Оборского [342], В. А. Остафьева [49], В. Н. Подураева [50], М. Ф. Полетики [51], Н. С. Равской [342], А. Н. Резникова [52], А. М. Розенберга [53], О. А. Розенберга [54], Ю. О. Розенберга [55], М. Ф. Семко [56], С. С. Силина [57], Н. В. Талантова [58], Е. J. А. Armarego [59], P. L. В. Oxley [60] и других, сформировали современное представление о процессе резания металлов как нестационарном, высоконелинейном, термомеханическом процессе упругопластического деформирования обрабатываемого материала перед режущим лезвием с возможностью вязкого или хрупкого разрушения при постоянном изменении области деформации и скольжение на рабочих участках поверхностей лезвия режущего инструмента под действием сверхвысоких давлений, скоростей и температур. Эти общие представления о механике стружкообразования можно коротко охарактеризовать схемой, приведенной на рис. 1.1. Известно [36], что процесс преобразования срезаемого в стружку слоя в общем случае представляет собой процесс направленного разрушения материала заготовки лезвием путем создания напряженно-деформированного состояния (НДС) в срезаемом слое и заготовке, сопровождающийся упругими и пластическими деформациями, образованием трещин и

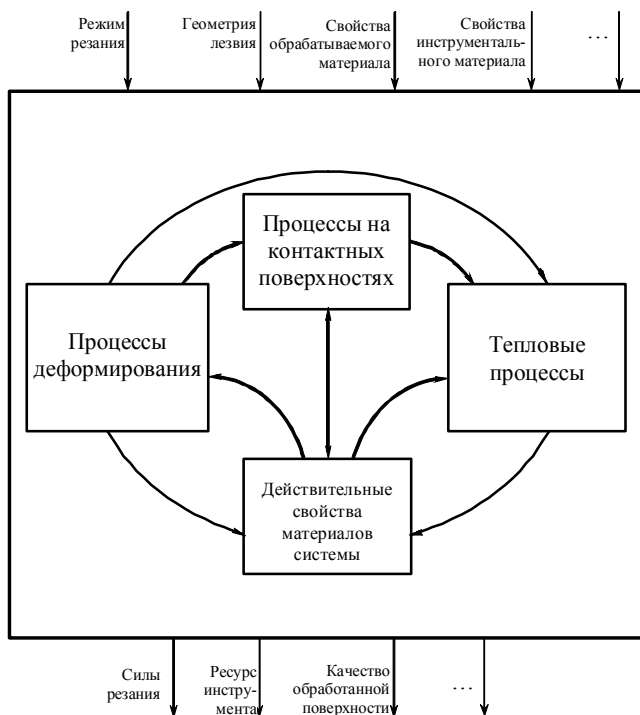


Рисунок 1.1 – Физическая модель процессов в зоне стружкообразования

дальнейшим разрушением, который в зависимости от состояния обрабатываемого материала в заданных условиях резания может быть или вязким, или хрупким [61]. При этом лезвие непосредственно контактирует как со срезаемым слоем, так и со стружкой и заготовкой. Это приводит к возникновению контактных процессов (трения) на его поверхностях, а в области возле режущей кромки – застойной зоны, которая при определенных условиях может превратиться в нарост.

В этой системе при описанных выше процессах совершается работа, затрачиваемая на деформирование и разрушение материала срезаемого слоя при превращении его в стружку, и работа, главным образом связанная с трением на контактных поверхностях [54, 37, 62 и др.]. В соответствии с первым зако-

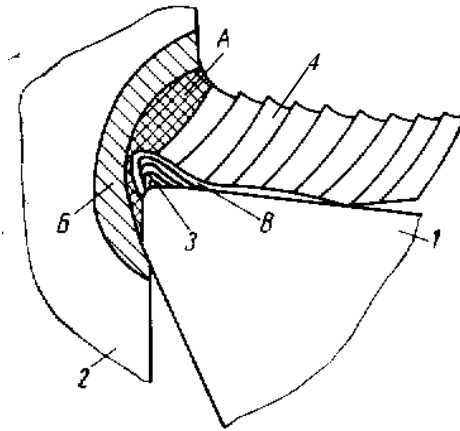


Рисунок 1.2 – Схема зоны стружкообразования при резании материалов: 1 – инструмент; 2 – заготовка; 3 – нарост; 4 – стружка

ном термодинамики вся работа силы резания  $A_p$  расходуется на накопление энергии упругой деформации  $\Delta U$  (в прирезцовых слоях стружки, поверхностном слое заготовки, контактных слоях инструмента) и выделение теплоты  $Q$  в системе [63], приводящее к процессам распространения теплоты в системе резания и подчиняющееся уравнению теплопроводности и теплового баланса [52]. Согласно исследованиям Г. И. Епифанова и П. А. Ребиндера часть поглощенной энергии упругой деформации  $\Delta U$  в процессе резания при традиционно применяемых скоростях составляет 3%, а другая переходит в теплоту, которая выделяется в основном в зонах А, Б, В (рис. 1.2), а также по поверхностям контакта инструмента с заготовкой и стружкой.

Таким образом, получаем систему (систему резания (СР)), в которой происходящие в ней процессы взаимно обуславливают характер протекания каждого из них и влияют друг на друга (рис. 1.1). В процессе обработки СР отклоняется от термодинамического равновесия и самоорганизуется. В результате в зоне стружкообразования формируются новые диссипативные структуры, которые определяют механизмы деформирования срезаемого слоя, тип стружки и устойчивость процесса резания. Одна-

ко вследствие обратных связей между СР и динамической системой станка (ДСС) процесс самоорганизации в технологической системе (ТС) будет осуществляться на разных уровнях. Наличие обратных связей в ТС обусловлено нелинейностью как ДСС, так и СР [42].

К сожалению, эти представления имеют более описательный характер, чем количественный. Поэтому в настоящее время все еще существуют *расхождения во взглядах разных школ* в отношении отдельных аспектов процесса стружкообразования, в частности:

- формы зон первичной и вторичной деформаций и застойной зоны перед режущим лезвием и на передней поверхности, особенно при резании округленным лезвием;
- сравнения механических свойств обрабатываемых материалов при стандартных испытаниях и резании, наличия предельного упрочнения и разупрочнения, влияния температуры и скорости деформации на касательные напряжения в плоскости сдвига;
- механизмов образования различных типов стружек, в том числе при высоких скоростях резания;
- критериев возникновения явлений внутреннего или внешнего трения на контактных поверхностях режущего инструмента, роли деформационной составляющей внешнего трения в общей силе сопротивления скольжению и распределению контактных напряжений.

Это сдерживает создание прогнозирующей теории резания, которая бы позволила проводить исследование рабочих процессов в различных условиях без предварительного эксперимента непосредственно резания.

Действительно, несмотря на предложения многих ученых времен И. А. Тиме, наиболее используемой в современных аналитических моделях процессов резания остается схема с условной плоской зоной сдвига конечной толщины [36] с изменениями и дополнениями, например [64, 62]. Хотя она хорошо описывает основные взаимосвязи между относительной деформацией,

геометрией лезвия и усадкой стружки, однако позволяет дать оценку сил резания и усадки стружки *лишь в диапазоне условий резания*, в которых образуется суставчатая и сливная стружка и резание происходит лезвием, радиус округления которого значительно меньше, чем толщина среза [65]. При других условиях зона первичных деформаций искривляется и модель с условной плоскостью среза перестает быть адекватной [55, 46, 60]. Попытки применения теории линий скольжения хотя и позволяют учесть объемный характер зоны первичных деформаций, но исключают возможность детального учета деформационного упрочнения и влияния температурно-скоростного фактора [65, 60]. В результате все модели, которые применяют этот подход, имеют значительную ограниченность в применении из-за того, что за счет предположения о форме зоны первичных деформаций авторы «настраивают» свои модели на заданные условия резания.

Практически во всех исследованиях, какие бы ни были модель и расчетная схема, определение показателей процесса резания базируется на экспериментальных данных как о стандартных механических свойствах обрабатываемого материала (пределе прочности, пределе текучести, относительном удлинении и относительном сужении), так и о свойствах обрабатываемости, например, усадке стружки, определяемых непосредственно при резании в исследуемых условиях [55]. Этот специфический подход обусловлен неопределенностью в вопросах сопоставления кривой упрочнения при резании и в стандартных испытаниях, а также в вопросах прогнозирования силы сопротивления скольжению на контактных поверхностях лезвия. Результаты исследований А. М. Розенберга и его учеников [54] показали, что сопротивление сдвигу в зоне стружкообразования не зависит существенно от температуры и скорости деформаций. Но дальнейшие исследования, в том числе экспериментальные, Н. Н. Зорева [42], Г. Л. Куфарева [66], В. С. Кушнера [64], Н. П. Мазура [62] и других показали, что температурно-скоростной режим деформирования при резании соответствует режиму деформирования в стандартных



испытаниях при тех же температурах и скорости деформации. Имеющиеся отличия между данными, которые получены при резании и при стандартных испытаниях, обусловлены сложным напряженно-деформированным состоянием в зоне первичных деформаций, что влияет (как правило, увеличивает [67, 68]) на предельную величину накопленных пластических деформаций. Само пренебрежение влиянием гидростатического давления, даже при учете влияния температуры и скорости деформации [69], на величину предельных пластических деформаций и обусловило, на наш взгляд, развитие положения об отсутствии единой кривой упрочнения при резании и стандартных испытаниях. Такое понимание процесса деформирования при резании способствует, как отмечает С. В. Швец [70], развитию тенденции учета механических свойств материалов обобщенным способом путем применения определяющего уравнения, определенного при стандартных испытаниях (см. пп. 1.2.1 и 1.2.2). Первые попытки использовать этот подход в аналитических моделях были сделаны В. С. Скорняком [37], Н. П. Мазуром [62], но отсутствие методологии комплексного определения параметров определяющего уравнения в условиях больших пластических деформаций, температуры и скорости деформации сдерживает развитие этого подхода.

Несмотря на то, что современная теория резания признает возможность существования всех установленных И. А. Тиме видов стружек [36, 55, 37, 58, 46], вопросам прогнозирования показателей обработки в условиях образования несливных стружек отводится значительно меньше внимания [70]. Это обусловлено сложностью критериев разрушения (см. п. 1.2.2) и построения геометрической модели зоны деформирования вследствие случайного развития трещины при образовании стружек надлома и возможности изменения характера разрушения при изменении (даже незначительном) условий резания. Отдельные исследования, например, [36, 71, 70, 72], качественно раскрывают механизмы образования различных видов стружек и дают техноло-

гические критерии. Исходя из того, что элементная стружка, стружка скалывания, сливная стружка и стружка надлома образуются в зависимости как от свойств обрабатываемого материала, так и от условий обработки, возникает вопрос: можно ли по технологическим критериям спрогнозировать тип стружки при новых условиях (скорость резания, обрабатываемый материал и т.п.)? Нет! Поэтому вопрос о разработке критериев образования стружки, которые базируются на фундаментальных свойствах обрабатываемого материала и условиях деформирования, нуждается в развитии.

Положение об отсутствии предельного упрочнения и разупрочнения является ключевым при анализе механизмов образования стружек при высоких скоростях резания. Действительно, как в стандартных испытаниях, так и при формировании сливной стружки, которая образуется путем последовательных сдвигов тонких слоев металла, эти явления не обнаруживаются [54]. Но при резании сталей со скоростями резания более 8 м/с или при резании металлов с малым коэффициентом теплопроводности образуется стружка локального сдвига, что обусловлено потерей устойчивости процесса деформирования [69]. Как правило, считают, что это происходит вследствие адиабатических условий деформации [73, 69]. Но, во-первых, отсутствует четкий критерий адиабатичности процесса деформирования при резании [74], а во-вторых, как показали исследования S. Норре [75], стружка локального сдвига может образовываться при обработке титанового сплава даже при малых скоростях резания в условиях, при которых адиабатическое деформирование невозможно из-за отсутствия разупрочнения. Преодолевают это противоречие гипотеза [76], допускающая деформационное разупрочнение при значительных величинах пластической деформации (более 0,25), которая происходит со скоростью более  $100 \text{ с}^{-1}$ . Эту гипотезу подтверждают испытания материалов методом Гопкинсона на кручение (см. разд. 3), в результате которых установлено, например, что сплав ВТ6 начинает разупрочняться при скорости деформирования  $10^4 \text{ с}^{-1}$  уже при пластической деформации 0,25

[77] при температуре 325°C. Физическая природа этого явления все еще непонятна. Основные гипотезы состоят в (1) облегчении перемещений дислокаций через границы зерен при высокой скорости деформации [78] или в (2) динамической рекристаллизации [79]. Обе теории раскрывают качественное описание явлений, но не позволяют сформулировать физически обоснованное определяющее уравнение, которое учитывает разупрочнение. Поэтому для моделирования стружек локализованного сдвига необходимы дополнительные исследования вопроса о деформационном разупрочнении.

Следует отметить, что самой большой неопределенностью характеризуется контактное взаимодействие лезвия со стружкой и заготовкой. Несмотря на глубокое развитие молекулярно-механической теории [80], роль деформационной составляющей не определена, а, следовательно, и занижена [81, 38], хотя влияние шероховатости контактных поверхностей на средний коэффициент трения при внешнем трении хорошо известно [80]. Применяемое положение об инвариантности средней удельной силы трения, которая определяется лишь истинным пределом прочности [51, 54], приемлемо для классических инструментов и процессов, когда большая часть контактной поверхности стружки с лезвием находится в зоне внутреннего трения, когда сдвиг происходит внутри контактных слоев стружки [36, 51]. Но внедрение в производство новых покрытий и инструментальных материалов значительно снижает коэффициент трения и способствует увеличению доли внешнего трения на контактной поверхности [82]. Даже те отдельные исследования, например [62], которые посвящены прогнозированию силы сопротивления скольжению и их распределения на контактных поверхностях без проведения эксперимента, используют форму распределения контактных напряжений и/или параметров трения, определяемых непосредственно при резании.

## 1.2. Модели материала, разрушения и трения как основные проблемы в достижении точности прогнозирования показателей процесса резания

Современные методы моделирования процесса резания методом конечных элементов получили в настоящее время значительное развитие, обеспечивая возможность прогнозирования формы и размеров стружки и обработанной поверхности, напряженно-деформированного состояния, температурного поля, проекций силы резания, остаточных напряжений, в случае необходимости даже с подводом дополнительной энергии. Вместе с тем результаты моделирования, особенно 3D, совпадают с экспериментом более качественно, чем количественно. Наиболее вероятными причинами такой ситуации являются несовершенство алгоритмов моделирования разрушения и трения, а также неточности в подготовке исходных данных.

### 1.2.1. Определяющее уравнение обрабатываемых материалов

В основу КЭ-моделей процесса резания положена математическая теория пластичности. Среди применяемых допущений в известных решениях чаще всего используется допущение об изотропной несжимаемой среде [83]. При этом поведение материала при деформировании описывается поведением поверхности текучести, которая представляет собой границу между упругой и пластичной областями в девятимерном пространстве напряжений данной точки тела. Эта поверхность задается уравнением

$$f_s = (\sigma^{ij}) = 0, \quad (1.1)$$

которое не зависит от напряженно-деформированного состояния и представляет собой свойство данного материала. Ее можно определить экспериментально из опытов по деформированию образцов в условиях однородного напряженно-деформированного состояния. Полученную таким образом кривую называют кривой течения (*flow stress curve* или *constitutive equation*) и

описывают с учетом условия пластичности Мизеса таким соотношением, которое имеет название «определяющее уравнение» [83]:

$$\bar{\sigma} = \sigma_s = \sigma_s(q, \dot{\bar{\varepsilon}}^p, T), \quad (1.2)$$

где  $\bar{\sigma}$  – интенсивность напряжения;  $\sigma_s$  – текущая граница текучести;  $\sigma^{ij}$  – компоненты тензора напряжения;  $q$  – параметр упрочнения;  $\dot{\bar{\varepsilon}}^p$  – интенсивность скоростей пластических деформаций;  $T$  – температура.

Из-за сложного НДС в зоне стружкообразования в процессе резания в качестве параметра упрочнения применяются удельная работа пластической деформации  $q = \int \sigma^{ij} d\varepsilon_{ij}^p$  [84] и величина накопленной пластической деформации (условие Удквиста)  $q = \int \dot{\bar{\varepsilon}}^p dt$ . Условие Удквиста в различных его формах наиболее популярно [85 и др.].

Согласно ДСТУ 2249-93 процесс резания состоит в отделении срезаемого слоя от заготовки с образованием стружки и формировании новой поверхности. За более чем вековое развитие науки о резании материалов было установлено, что формирование стружки представляет собой сложный процесс, который включает упругую и пластическую стадии деформирования и разрушения. Для разных групп обрабатываемых материалов механизмы деформации и разрушения разные, однако общие закономерности стружкообразования являются неизменными [40].

В частности, известно [86], что пластические деформации локализуются в двух зонах: в зоне первичных деформаций перед режущей кромкой и в зоне вторичных деформаций в стружке в результате ее контакта с передней поверхностью инструмента. Огромное количество экспериментальных исследований свидетельствуют о том, что величина пластических деформаций  $\varepsilon^p$  в первой зоне (истинный сдвиг в известной модели процесса резания с условной плоскостью сдвига [86]) может достигать 4 и более единиц [54]. В отличие от процесса обработки давлением, где имеют место такие же величины  $\varepsilon^p$ , при резании эти дефор-

мации материала срезаемого слоя возникают при больших скоростях деформации  $\dot{\bar{\varepsilon}}^p$  и температуре  $T$ . В общем случае максимальная величина скорости деформации  $\dot{\bar{\varepsilon}}^p$  в зоне первичных деформаций для большинства материалов может быть оценена по формуле [50]

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_{\max}^p \approx \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\bar{\varepsilon}^p \cdot V}{0,2 \cdot a \cdot K_L} \approx 6 \frac{V}{a}. \quad (1.3)$$

Так, для средних условий резания ( $V = 1$  м/с,  $a = 0,2$  мм) максимальная интенсивность скорости пластических деформаций в зоне первичных деформаций составляет

$\dot{\bar{\varepsilon}}_{\max}^p = 6 \frac{1}{0,2 \cdot 10^{-3}} = 3 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ . В то же время температура деформации

относительно невысокая (для стали 45 в этих условиях около  $200^\circ\text{C}$ ) [57, с. 45]. Такая картина характерна и для других материалов (рис. 1.3) [37, 87]. Тем не менее, скорости деформации могут быть значительно больше, как, например, при резании алюминия:  $\dot{\bar{\varepsilon}}_{\max}^p$  может достигать  $10^6 \text{ с}^{-1}$  [88].

Следует отметить, что вследствие таких больших  $\dot{\bar{\varepsilon}}^p$  пластические деформации в первичной зоне происходят адиабатически. В то же самое время нельзя предполагать, что они происходят в полном объеме с такими большими скоростями. Скорости деформации распределены по зоне первичных деформаций неравномерно (см. рис. 1.3) [37, 87]. Имеют место объемы, где скорость деформации в 10 или даже в 100 раз меньше максимальной. Это, как установил Ф. Клоке [89], способствует образованию сегментов стружки.

Деформированный и отделенный материал удаляется из зоны первичных деформаций в виде стружки, которая перемещается по передней поверхности инструмента. В результате возникновения сил трения при взаимодействии стружки с передней поверхностью возникает зона вторичных деформаций, в которой скорость пластической деформации меньше, по крайней мере, на порядок, из-за большой длины этой зоны в направлении движения стружки

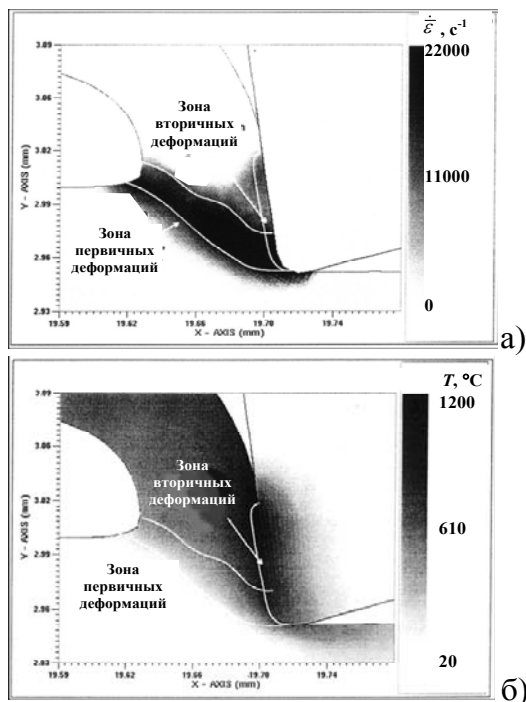


Рисунок 1.3 – Распределение интенсивности скорости деформаций  $\bar{\epsilon}^p$  (а) и температуры  $T$  (б) при обработке стали AISI P20 (38ХНМ) со скоростью резания  $V = 550$  м/мин [87]

(см. рис.1.3, б). Тепло, которое выделяется вследствие трения, может увеличить температуру в этой зоне практически до температуры плавления обрабатываемого материала  $T_m$  [37, 86].

Известно [86], что пластические деформации распространяются и под обработанную поверхность заготовки. Здесь также происходит нагревание материала в результате трения на задней поверхности инструмента, теплопередачи из зоны первичной деформации и инструмента. Так, например, по данным Б. И. Костецкого, при резании стали У10А со скоростью  $V = 10$  м/мин микротвердость поверхностного слоя заготовки составляет 188HV, что вдвое больше твердости основного материала. Она приблизительно равна твердости материала в зоне первичных деформаций (200HV), но в 1,6 раза меньше твердо-

сти прирезцовых слоев стружки [90, с. 62]. С другой стороны, как отмечает С. С. Силин [57], при резании сталей температура поверхностных слоев обработанной поверхности заготовки составляет 6–25% максимальной температуры в зоне первичных деформаций. Эти примеры свидетельствуют о том, что величина пластической деформации в обработанной поверхности сравнима с деформацией в зоне первичных деформаций, а ее скорость и температура существенным образом меньше (см. рис. 1.3) тех величин, которые имеют место в зоне первичных деформаций. Кроме того, многие исследователи [57, 50, 85, 91 и др.] подчеркивают определяющее влияние на величину остаточных напряжений структурных превращений, которые имеют место при остывании обработанной поверхности.

Указанные особенности процесса резания предъявляют специфические требования к характеристике механических свойств обрабатываемого материала. Для реализации достоверной и целостной КЭ-модели процесса резания при практически применяемых режимах резания определяющее уравнение (1.2) как комплексная термомеханическая характеристика обрабатываемого материала должно достоверно отражать взаимосвязь четырех фундаментальных параметров процесса пластической деформации в широком диапазоне их изменения:  $\varepsilon_p \in [0; 4]$ ,  $\dot{\varepsilon}_p \in [10^{-4}; \dot{\varepsilon}_{\max}] \text{ с}^{-1}$ ,  $T \in [T_0; T_m]$ , где  $T_0$  – комнатная температура;  $T_m$  – температура плавления.

Экспериментальные исследования, проведенные на протяжении последних 100 лет позволили обнаружить ряд свойств кривых текучести пластических материалов, важных для их математического описания. Пластическая деформация является результатом необратимых сдвигов в деформированных объемах материала. В поликристаллических материалах, к которым относят стали, эти сдвиги рядом с диффузным массопереносом и зернограничным скольжением в большинстве случаев происходят путем движения дислокаций.



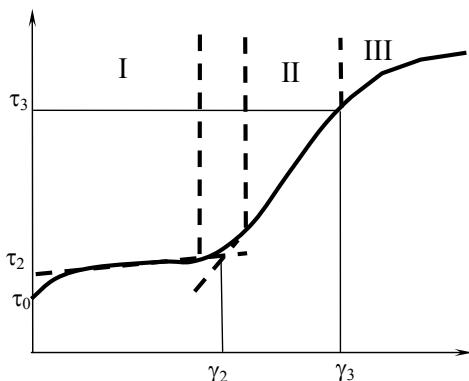


Рисунок 1.4 – Стадии деформационного упрочнения

Этот эффект может вызвать макропластическую деформацию путем скольжения, или двойникование, что определяется типом кристаллической решетки материала, температурой и скоростью деформации. Механизм двойникования имеет место, главным образом, при низких температурах деформации и большой ее скорости и, таким образом, является нехарактерным, как правило, для пластических деформаций в зоне стружкообразования.

При любой температуре после стадии упругой деформации возникает пластическая деформация (рис. 1.4), которая с самого начала и до момента разрушения, сопровождается увеличением сопротивления деформируемого материала деформации по мере ее увеличения – деформационным упрочнением. В общем случае выделяют три стадии пластической деформации [92]:

1) стадию легкого скольжения (I), которая имеет место при малой деформации и характеризуется небольшим упрочнением. Эта стадия наиболее заметна при деформации малоуглеродистых сталей [83];

2) стадию множественного скольжения (II), которая возникает при больших деформациях и характеризуется существенным упрочнением по линейному закону;

3) стадию интенсивного развития поперечного скольжения (III), которая характеризуется параболическим законом изменения напряжения от деформаций.

Наличие зерен и разная их ориентация являются причиной поперечного скольжения с самого начала пластической деформации большинства сталей. Поэтому трехстадийность кривой текучести имеет второстепенное значение.

Экспериментально установлено, что при больших пластических деформациях возможно не только деформационное упрочнение, но и разупрочнение материала (рис. 1.5). Так, для стали 45 этот эффект проявляется при скоростях деформаций, более  $10^2 \text{ с}^{-1}$  (рис. 1.5, а), а для алюминия и титановых сплавов он характерен даже при наименьших скоростях деформаций (рис. 1.5, б) [93,94].

Характер деформационного упрочнения зависит от целого ряда факторов [92]. Влияние энергии дефектов упаковки и типа кристаллической решетки является причиной разных форм кривых текучести для различных сталей. Влияние ориентации кристаллов может проявляться в деформационной анизотропии, обусловленной выравниванием ориентации зерен в направлении плоскостей максимальных касательных напряжений. Влияние схемы нагрузки проявляется за счет возникновения эффекта Баушингера – кинематического или изотропного упрочнения.

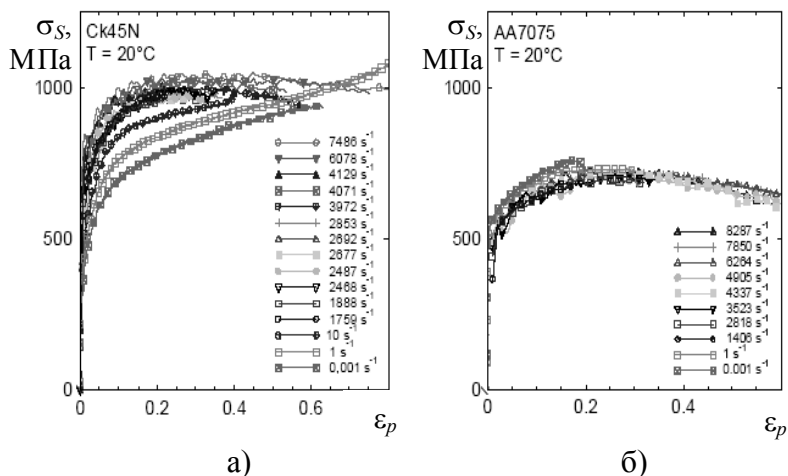


Рисунок 1.5 – Кривые текучести стали (а) и алюминиевого сплава (б) при различных скоростях деформации [93]

Вместе с тем в литературе по этому вопросу отсутствует какая-либо попытка учесть деформационную анизотропию в процессе резания сталей и кинематическое упрочнение. В известных авторам работах принимается предположение об изотропности деформации и упрочнения. Очевидно, это связано с тем, что влияние этих эффектов существенно меньше влияния скорости деформации и температуры деформации.

Повышение температуры активизирует процессы термического возврата (разупрочнения) [92]. Принято выделять три интервала температур в диапазоне от 0 до 1 по гомологической шкале  $\left(\frac{T-T_0}{T_{nl}-T_0}\right)$ : до 0,2–0,25 – холодная пластическая деформация; от 0,2–0,25 до 0,5–0,6 – теплая пластическая деформация; свыше 0,5–0,6 – горячая пластическая деформация.

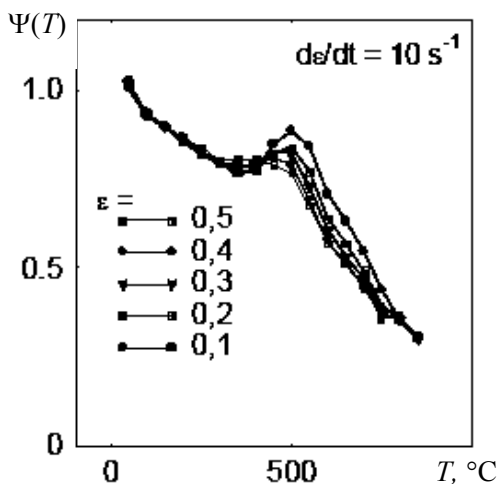


Рисунок 1.6 – Влияние температуры на предел текучести стали 45 [93]

Холодная пластическая деформация характеризуется практически полным отсутствием термического возврата и трехстадийностью процесса деформационного упрочнения. При теплой

пластической деформации термический возврат хотя и имеет место, но всегда является неполным – при такой деформации форма кривой текучести практически не меняется, а снижаются лишь величины напряжений и коэффициент деформационного упрочнения. Горячая деформация имеет много общего с теплой, но принципиально отличается от нее полнотой термического возврата в определенном диапазоне степеней деформации.

Экспериментально доказано [94, 92], что величина предела текучести уменьшается при повышении температуры, и для любой степени деформации изменение предела текучести с увеличением температуры можно описать единой кривой [93]:

$$\Psi(T) = \frac{\sigma(\bar{\varepsilon}^p, \dot{\varepsilon}^p, T)}{\sigma(\bar{\varepsilon}^p, \dot{\varepsilon}^p, T_0)}. \quad (1.4)$$

Эта кривая не монотонна. Теория дислокаций указывает на возможность возникновения «горячего наклепа», то есть увеличения предела текучести с повышением температуры в начале интервала горячей деформации [60, 92, 93]. Для сталей этот интервал температур немного меньше  $0,5 \cdot T_n$ . Например, для стали 45 такое явление наблюдается при температуре 250–600 °С (см. рис. 1.6) [93], о чем свидетельствует образование локального экстремума в области указанных температур.

Влияние скорости деформации также существенно. При прочих равных условиях увеличение скорости деформации от  $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ с}^{-1}$  до  $\dot{\varepsilon} = 10^4 \text{ с}^{-1}$  может приводить к увеличению предела текучести  $\sigma_s$  на 40%. При таких больших скоростях процесс деформирования имеет адиабатический характер [93].

Т.Д. Marusich [85, 95] на основании исследования диаграмм текучести отмечает повышение чувствительности конструкционных сталей к скорости деформации при  $\dot{\varepsilon} > 10^3 \text{ с}^{-1}$  (см. рис. 1.7). Эти эффекты нашли удовлетворительное объяснение с помощью теории термически активированной пластической деформации [92, 93]. В соответствии с этой теорией пластическая деформация определяется теми же процессами, что и движение дис-

локаций. Движение дислокаций рассматривается с позиции необходимости преодоления дислокационными образованиями различных препятствий под действием приложенного напряжения, термического возбуждения или обоих факторов одновременно. Предполагается, что напряжение, необходимое для перемещения дислокаций, складывается из атермического (обусловленного модулем упругости, параметрами структуры и состава материала) и термически активированного (зависящего, главным образом, от температуры и скорости деформаций) напряжений, текущая величина предела текучести равняется

$$\sigma_S = \sigma_{атерм} + \sigma_{терм}, \quad (1.5)$$

где  $\sigma_{терм} = Ae^{-mT}$ ;  $A$  и  $m$  – константы при определенной скорости деформации.

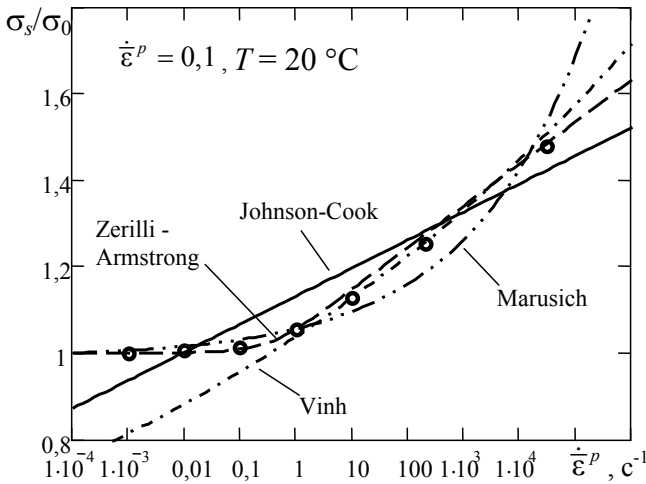


Рисунок 1.7 – Влияние скорости деформации на предел текучести при деформировании стали 45.

Обозначение моделей – по табл.1.1.

Символом «●» обозначены данные эксперимента по [95]

Е. El-Magd и С. Треппман [93] отмечают, что  $\sigma_S$  определяется соотношением между временем ожидания термической ак-

тивации и временем демпфированного преодоления препятствий дислокациями при пластической деформации. При  $\dot{\epsilon} < 10^3 \text{ с}^{-1}$  преобладает время ожидания термической активации дислокаций перед препятствиями, а при  $\dot{\epsilon} \geq 10^3 \text{ с}^{-1}$  преобладает время демпфированного преодоления дислокацией этого препятствия. Поэтому при малых скоростях деформации действуют законы пластической деформации, а при больших – законы вязкого течения. Это объясняет разную чувствительность материала к скорости деформации при различных ее величинах (рис.1.7).

L.W. Meuser [95] отмечает, ссылаясь на уравнение Арениуса, что

$$\sigma_{терм} \sim \Delta G = kT \ln \left( \frac{\dot{\epsilon}_0^p}{\dot{\epsilon}^p} \right), \quad (1.6)$$

где  $\Delta G$  – энергия активации. Одинаковое уменьшение температуры и увеличение скорости деформаций не изменяют энергию активации  $\Delta G$ , а следовательно, и  $\sigma_{терм}$ . Это дает возможность распространить результаты испытаний при малых  $\dot{\epsilon}$  и  $T$  на более высокие значения этих параметров. Однако, уравнение (1.6) справедливо для  $\dot{\epsilon} < 10^3 \text{ с}^{-1}$  [93], и, следовательно, нельзя считать доказанным то положение, что изменение  $\dot{\epsilon}$  и  $T$  может взаимно компенсировать друг друга. На это также указывает В. С. Кушнер [64], подчеркивая невозможность компенсации скорости деформаций и температуры при прохождении частицей деформированного объема материала по передней поверхности.

Рассмотренные особенности процесса пластического деформирования должны быть учтены при составлении математического описания кривой текучести, достоверного в широком диапазоне деформаций, скоростей деформаций и температур. Сложность описанных механизмов не позволяет создать простой и универсальный способ решения этой задачи. Известно применение таблиц [96] и нейронных сетей [32]. В тоже время наибольшее распространение получили эмпирические и полумэмпирические определяющие уравнения (рис. 1.8), аппроксимирующие кривые текучести конструкционных материалов.

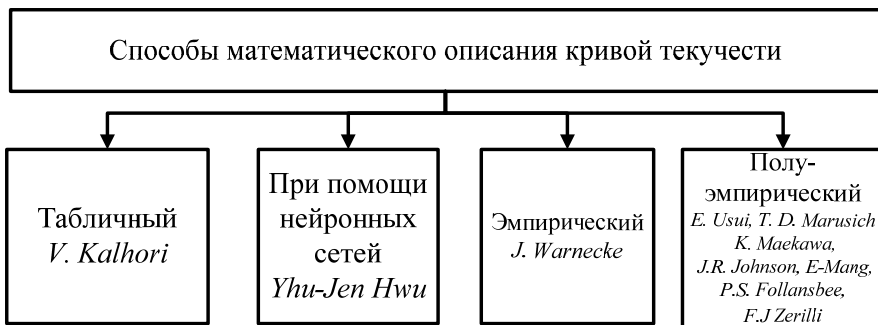


Рисунок 1.8 – Способы математического описания кривой текущей

Форма эмпирических уравнений, как правило, не имеет какого-либо физического смысла. Например, уравнение J. Warnecke [97]:

$$\sigma = Ae^{kT} + Be^{m_1(T-T_1)^2}, \quad (1.7)$$

где  $A, k, m_1, B, T_1$  – функции деформации, скорости деформации;  $T$  – гомологическая температура.

Несмотря на удовлетворительное описание экспериментальных данных этим уравнением, едва ли можно рассчитывать на минимальную погрешность экстраполяции за пределами области проведения эксперимента.

Обобщение моделей, представленных в работах [92, 93, 98, 99, 100, 101, 83, 95, 102, 102, 103, 104, 85, 105, 106, 107 и др.], и сравнение их с формулой (1.5), показало, что в общем виде полуэмпирическое определяющее уравнение может иметь вид

$$\begin{aligned} \sigma_S &= \sigma_{атерм} + \sigma_{терм} = \\ &= \left( \sigma_{Sa}(\bar{\epsilon}^p) \cdot U(\dot{\bar{\epsilon}}^p) + \sigma_{терм}(T, \dot{\bar{\epsilon}}^p) \right) \Psi(T), \quad (1.8) \end{aligned}$$

где  $\sigma_{Sa} \cdot U(\dot{\bar{\epsilon}}^p)$  отражает жесткопластическую модель пластической деформации с деформационным упрочнением и со скоростным эффектом;  $\sigma_{терм}(T, \dot{\bar{\epsilon}}^p)$  отражает вязкостное сопротивление материала сдвигу;  $\Psi(T)$  учитывает влияние температуры.

Анализ развития и использования полуэмпирических определяющих уравнений приведен в табл. 1.1. Уравнение (1.8)

нельзя назвать эмпирическим, поскольку каждая его составляющая имеет вполне понятный физический смысл. В то же время форма каждой из частей данного уравнения и его коэффициенты, как правило, выбираются таким образом, чтобы расхождение с экспериментом было наименьшим. Анализируя данные табл. 1.1, можно заметить, что развитие математических описаний кривой текучести начиналось с простейших моделей: жесткопластической модели фон Мизеса и модели линейно-вязкой среды И. Ньютона. Дальнейшее усовершенствование происходило в направлении учета влияния деформационного упрочнения, скоростного упрочнения, температурного разупрочнения.

Если в 80-х годах XX века преобладали полуэмпирические уравнения, составленные интуитивно, то к концу 90-х годов XX века появились уравнения, составленные на основе представлений теории дислокаций о термоактивированной пластической деформации. Это позволило расширить область определения этих уравнений. Вместе с тем сложность уравнений возросла, также как и количество опытов, необходимых для определения всех коэффициентов. Например, наиболее широко используемое уравнение Джонсона-Кука (Johnson-Cook) имеет 5 констант, а наиболее общее уравнение E. El-Magd (2003) – 11 констант, уравнение T. D. Marusich – 10 констант, K. Maekawa – не менее 10 констант. Именно через простоту и способность удовлетворительного описания кривой текучести в широком диапазоне изменения фундаментальных параметров уравнения Джонсона-Кука получило наибольшую популярность. Следует отметить, что в университете штата Огайо (США) рабочей группой под руководством доктора T. Altan создана первая в мире база данных определяющих уравнений материалов. В середине 2005 года она содержала 108 материалов [108].

Вместе с тем определяющие уравнения для конкретных материалов, которые публикуются в литературе, не всегда адекватно описывают его свойства и часто не могут использоваться при моделировании процесса резания в данных условиях.



Таблица 1.1 – Анализ развития полуэмпирических определяющих уравнений

Автор уравнения, год первой публикации	Форма описания	Информация о применении уравнения в теории резания
<b>Простые определяющие уравнения</b>		
Фон Мизес [83]	$\sigma_S = \sigma_T$	K. Iwata, K. Osaka, 1984 [112]; O. Зенкевич [113]
И. Ньютон [83]	$\sigma_S = \mu \dot{\bar{\epsilon}}^p$	J.S. Strenkovski, J. T. Caroll, 1986 [114]
<b>Сложные описания</b>		
P. Ludwik, 1909 [101]	$\sigma_S = \sigma_T + A\bar{\epsilon}^p$	H. Yang, 1989 [115]; B.E. Klamecki, 1973 [116]; M.R. Lajczok, 1980 [117]; J. S. Strenkovski, J. T. Carroll, 1986 [114]
P. Perzyna, 1966 [118]	$\sigma_S = \sigma_T \left(1 + \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^p}{\epsilon_0^*}\right)^n$	H. Yang, A. J. Shih, 1991 [119]; J. S. Strenkovski, K. J. Moon, 1990 [120]
C. M. Sellars, W. J. Tegart, 1972 [121]	$\dot{\bar{\epsilon}}^p = A \left( \sinh(a \cdot \sigma_{мерм}) \right)^m e^{-\frac{Q}{RT^*}}$	J.-S. Wu, 1996 [106]
J. Litonski, 1977 [122]	$\sigma_S = \sigma_T \left( \bar{\epsilon}_0^p + \bar{\epsilon}^p \right)^n \times \left( 1 + B \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^p}{\epsilon_0^*} \right)^m (1 + C\theta)$	L. W. Meyer, 2005 [95]
T. Vinh и др., 1979 [123]	$\sigma_S = \sigma_T \left( \bar{\epsilon}_0^p \right)^n \left( \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^p}{\epsilon_0^*} \right)^m e^{-mT^*}$	L. W. Meyer, 2005 [95], A. Otieno, 2002 [124], T. Altan и др., 2005 [125], B. C. Кушнер, 1994 [64]

Продолжение табл. 1.1.

Автор уравнения, год первой публикации	Форма описания	Информация о применении уравнения в теории резания
J.R. Johnson, W.H. Cook  Исходная форма, 1983 [98]	$\sigma_S = \left( A + B(\bar{\varepsilon}^p) \right) \times$ $\times \left( 1 + C \ln \left( \dot{\bar{\varepsilon}}^{p^*} \right) \right) \left( 1 - (T^*)^m \right)$	M. Bäker, 2005 [126], V. Madhavan и др., 2000 [127], D. P. Masilamani, 2004[128], A. Racz, 2005 [129], S. Belhadi и др., 2004 [130], J. N. Wince, 2002 [131] и др.
	$\sigma_S = \left( A + B(\bar{\varepsilon}^p) \right) \left( 1 + C \ln \left( \dot{\bar{\varepsilon}}^{p^*} \right) \right) \times$ $\times \left( 1 - (T^*)^m + a \cdot e^{-m_0(T^* - T_a)^2} \right)$	T. Altan, E. Yen, 2003 [107]
	$\sigma_S = \left( A + B(\bar{\varepsilon}^p) \right) \times$ $\times \left( 1 + C \ln \left( \dot{\bar{\varepsilon}}^{p^*} + a e^{-m_1 \dot{\bar{\varepsilon}}^{p^*}} \right) \right) \left( 1 - (T^*)^m \right)$	К. С. Ее и др. [99]
E. Usui, 1984 [132] К. Maekawa и др., 1991 [133]	$\sigma_S = \sigma_T \left[ \int_{T, \bar{\varepsilon} = (\dot{\bar{\varepsilon}})} e^{\frac{kT}{N} \left( \dot{\bar{\varepsilon}}^{p^*} \right)^{\frac{m}{N}} d\bar{\varepsilon}} \right]^N \times$ $\times \left( \dot{\bar{\varepsilon}}^{p^*} \right)^{m_1} \left( \sum_{i=1}^n A_i e^{kT} + B e^{k(T - T_0)} \right)$	T. Özel, T. Altan, 2005 [125]; T. H.C. Childs, M. H. Dirikolu, 2000[109]; A. H. Adibi-Sedeh и др., 2005 [110]
R. J. Clifton и др., 1985 [134]	$\sigma_S = \sigma_T \bar{\varepsilon}^n \left( \dot{\bar{\varepsilon}}^{p^*} \right)^m T^{-m_1}$	L. W. Meyer, 2005 [95]
F. J. Zerilli, R.W. Armstrong, 1987[135]	$\sigma_S = \sigma_T + A \left( \bar{\varepsilon}^p \right)^n + B_0 e^{(-\beta_0 + \beta_1 \ln(\dot{\bar{\varepsilon}}^p))T}$	T. Altan, L. W. Meyer, 2005 [95]
P. L. B. Oxley, 1989 [60]	$\sigma_S = \sigma_T (T_m) \left( \dot{\bar{\varepsilon}}^p \right)^{n(T_m)},$ $T_m = \left( 1 - A \ln \left( \dot{\bar{\varepsilon}}^{p^*} \right) \right) T$	A. J. Shih, [119]; T. H. C. Childs, 2000 [109]; A. H. Adibi-Sedeh и др., 2005 [110]

Продолжение табл. 1.1.

Автор уравнения, год первой публикации	Форма описания	Информация о применении уравнения в теории резания
P. S. Follansbee и U. F. Kocks, 1988 [136]	$\sigma_S = \sigma_T + A(\bar{\varepsilon}^p)^n + \sigma_0^* \cdot \left[ 1 - \left( \frac{-T \cdot k_B \ln(\dot{\bar{\varepsilon}}^{p*})}{\Delta G_0} \right)^{m_1} \right]^m,$ <p><math>k_B</math> – постоянная Больцмана</p>	T. Hochrainer, 2005 [137]; L. Xie, 2004 [138]
A. Hensel, T. Spittel и др., 1990 [139]	$\sigma_{sx} = \sigma_T (\bar{\varepsilon}^p)^{n_1} e^{n_2 \bar{\varepsilon}^p} (\dot{\bar{\varepsilon}}^{p*})^m e^{-mT^*}$	L. W. Meyer, 2005 [95]
T.H.S. Childs, 1994 [103]	$\sigma_S = \sigma_T (\bar{\varepsilon}^p)^{n(T)} (\dot{\bar{\varepsilon}}^{p*})^{m(T)} \sum_{i=1}^n c_i T^i$	Bouzakis K. и др., 2005 [140]
T. D. Marusch, 1995 [85]	$\sigma_S = \sigma_T (A + \bar{\varepsilon}^p)^n (1 + B \dot{\bar{\varepsilon}}^{p*})^m \sum_{i=1}^5 c_i T^i$	T. G. Kumbara и др., 2001 [141], V. Kalhori и др., 2005 [105]
E. El-Magd и C. Treppman, 2000 [93]	$\sigma_S = \left( \sigma_T (A + \bar{\varepsilon}^p)^n + \eta \dot{\bar{\varepsilon}}^p \right) e^{-mT^*}$	F. Klocke, 2001 [89]
E. El-Magd, 2001 [142]	$\sigma_S = \sigma_T (\bar{\varepsilon}^p)^{n(T)} \times \left( 1 + A \ln(\dot{\bar{\varepsilon}}^{p*}) \right) e^{-\left(\frac{T}{T_2}\right)^m}$	M. Baker, 2005 [126]
E. El-Magd, 2003 [143]	$\sigma_S = \frac{\sigma_0}{\left( 1 + \left( \frac{\sigma_0}{\sigma^*} \right)^v e^{\frac{T}{T^*} \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^*}{\dot{\bar{\varepsilon}}}} \varepsilon \right)^{1/v}},$ $\sigma_0 = \left( \left( \sigma_T + A(\bar{\varepsilon}^p)^n \right) (\dot{\bar{\varepsilon}}^{p*})^m + \eta \dot{\bar{\varepsilon}} \right) \times \left( e^{\frac{T}{T_1}} + B e^{-\left(\frac{T}{T_2}\right)^m} \right)$	F. Klocke, 2005 [104]

В качестве примера рассмотрим 9 определяющих уравнений стали 45, опубликованных в литературе (табл. 1.2 и рис. 1.9). Анализ этих уравнений показал, что наиболее широкая область совпадения с экспериментом и между собой принадлежит уравнениям № 1 и № 2. Уравнения № 3, № 4, № 5, № 6, № 7 дают существенное отклонение при  $\dot{\epsilon} < 100 \text{ с}^{-1}$ . Уравнение № 5 действует лишь при повышенных температурах, а № 6 – при больших степенях деформации. Уравнения № 8 и № 9 вообще нельзя использовать для моделирования процесса резания, поскольку они адекватны лишь при низких температурах, малых величинах деформации и скоростях деформации (№ 9). Имеющиеся расхождения между данными разных уравнений объясняются разным состоянием стали 45 в опытах разных исследователей, погрешностью эксперимента и принятыми допущениями. Следует отметить, что уравнения, полученные способами на основе принципа Гопкинсона и способом прямоугольного резания [7], дают очень близкие кривые при единообразной форме уравнения, например, № 1 и № 4, № 2 и № 3 (рис. 1.9, е). М.Н. Durikolu и Т.Н.С. Childs показали [109], что расхождение результатов имеет место в основном при описании положения области горячего наклепа.

Для объяснения наблюдаемых расхождений между результатами моделирования и экспериментом необходима информация о влиянии определяющего уравнения на погрешность расчетов силы и температуры резания, вида (формы стружки), ее усадки, длины контакта стружки с инструментом и других важных показателей процесса стружкообразования. До настоящего времени проведено несколько исследований влияния определяющего уравнения материала и его параметров на указанные показатели. В частности, А. Н. Adibi-Sedeh и др. показали [110], что для стали 45 модель № 3 (табл. 1.2) дает самую большую в сравнении с моделями № 1, № 2 и № 3 радиальную проекцию силы резания, температуру резания и скорость деформаций. Это связано с завышенной величиной напряжения в уравнении №3 в сравнении с другими уравнениями при прочих равных условиях (рис. 1.9). В то же время модель № 2 дает самую большую

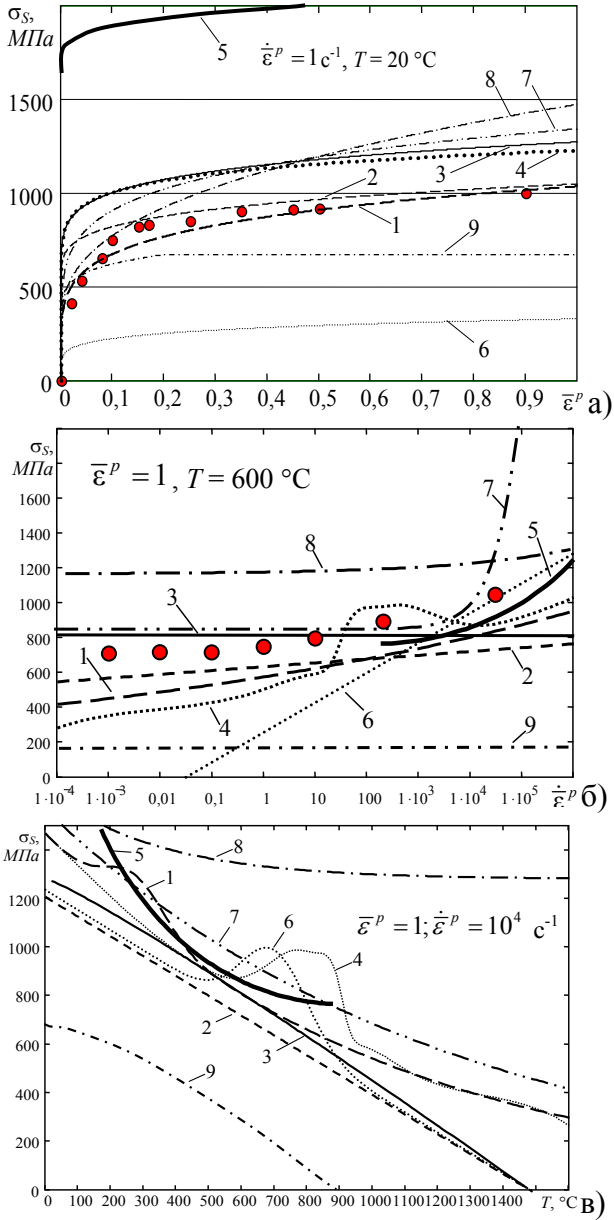


Рисунок 1.9 – Сравнение определяющих уравнений стали 45. Номера кривых соответствуют номерам уравнений в табл. 1.2. Экспериментальные данные по [95]

Таблица 1.2 – Рейтинг определяющих уравнений отожженной стали 45 по применению в моделировании процесса резания

№ п/п	Уравнения $T, ^\circ\text{C}; \dot{\bar{\varepsilon}}^p, \text{c}^{-1}; \sigma_s, \text{МПа}$	Ссылка	Заявленная область определения	Выявленная область совпадения с экспериментом
1.	$\sigma_s = \left[ \int_{T, \bar{\varepsilon} = (\dot{\bar{\varepsilon}})} e^{\frac{0,00014T}{N(T)}} \left( \dot{\bar{\varepsilon}}^p \right)^{\frac{0,0024}{N(T)}} d\bar{\varepsilon} \right]^{N(T)} \times$ $\left( \dot{\bar{\varepsilon}}^p \right)^{0,036} \left( 1350e^{-0,0017T} + 167e^{-0,00006(T-T_0)^2} \right)$ $N(T) = 0,17e^{-0,0017T} + 0,09e^{-0,000015(T-340)^2}$ $\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p = 1000$	[110] ПГ	$\varepsilon$ от 0 до 1; $\dot{\varepsilon}$ от 0 до $0,2 \cdot 10^4 \text{c}^{-1}$ ; $T$ от $25 ^\circ\text{C}$ до $720 ^\circ\text{C}$	Вся область определения
2.	$\sigma_s = \left( 553,1 + 600,8(\bar{\varepsilon}^p)^{0,234} \right) \times$ $\times \left( 1 + 0,0134 \ln(\dot{\bar{\varepsilon}}^p) \right) \left( 1 - (T^*)^1 \right),$ $\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p = 1000$	[144, 110] ПГ	$\dot{\varepsilon}$ – до $10^3 \text{c}^{-1}$ ; $T$ – до $600 ^\circ\text{C}$	Вся область определения
3.	$\sigma_s = \left( 451,6 + 819,5(\bar{\varepsilon}^p)^{0,234} \right) \times$ $\times \left( 1 + 0,0000009 \ln(\dot{\bar{\varepsilon}}^p) \right) \left( 1 - (T^*)^{1,0955} \right),$ $\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p = 1000$	[145] ПР	$\varepsilon = 0,051 - 1,07$ ; $\dot{\varepsilon} = 1 - 18000 \text{c}^{-1}$ ; $T = 20 - 720 ^\circ\text{C}$	$\dot{\varepsilon} > 100 \text{c}^{-1}$ , другие – вся область определения
4.	$\sigma_s = \sigma_T(T_m) (\bar{\varepsilon}^p)^{n(T_m)},$ $T_m = \left( 1 - 0,09 \ln(\dot{\bar{\varepsilon}}^p) \right) (T + 273),$ $\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p = 1, \sigma_T(T_m) \text{ и } n(T_m) \text{ по графику из источника [60]}$	[146 ], [110] ПР	$\varepsilon$ от 0 до 1; $\dot{\varepsilon}$ от 0 до $450 \text{c}^{-1}$ ; $T$ от $200 ^\circ\text{C}$ до $1100 ^\circ\text{C}$	$\dot{\varepsilon} > 100 \text{c}^{-1}$ , другие – вся область определения
5.	$\sigma_s = 330 + 435(\bar{\varepsilon}^p)^{0,22} + 2000 \times,$ $\times \left( 1 - \left( \frac{-T \cdot 1,380662 \times 10^{-23} \ln(\dot{\bar{\varepsilon}}^p)}{1,03 \times 10^{-19}} \right)^{0,5} \right)^{1,7}$ $\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p = 4,41 \times 10^7$	[147] ПГ	$T$ от $200 ^\circ\text{C}$ до $\frac{7,46 \cdot 10^3}{17,6 - \ln \dot{\bar{\varepsilon}}^p} ^\circ\text{C}$ $\dot{\varepsilon} = 10^{-5} \text{c}^{-1}$	$\dot{\varepsilon} > 1000 \text{c}^{-1}$ , $T > 200 ^\circ\text{C}$ , другие – вся область определения

Продолжение табл. 1.2.

№ п/п	Уравнения $T, ^\circ\text{C}; \dot{\bar{\varepsilon}}^p, \text{c}^{-1}; \sigma_s, \text{МПа}$	Ссыл- ка	Заявленная область определения	Выявлен- ная об- ласть сов- падения с экспери- ментом
6.	$\sigma_s = \left(0 + 996(\bar{\varepsilon}^p)^{0,168}\right) \times$ $\times \left(1 + 0,097 \ln(\dot{\bar{\varepsilon}}^{p*})\right) \times$ $\times \left(1 - (T^*) + 0,275e^{-0,00005(T-700)^2}\right),$ $\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p = 1000$	[138] ПГ	$\dot{\varepsilon}$ - до $10^5 \text{c}^{-1}$	$\bar{\varepsilon} > 0,2$ , $\dot{\bar{\varepsilon}} > 100 \text{c}^{-1}$ , другие – вся об- ласть оп- ределе- ния
7.	$\sigma_s = \left(1341(\bar{\varepsilon}^p)^{0,17} + 0,02\dot{\bar{\varepsilon}}^p\right) e^{-1,5\frac{T-20}{1808}}$	[93] ПГ	$\varepsilon = 0,0-0,8$ ; $\dot{\varepsilon} = 0-$ $1,2 \times 10^4 \text{c}^{-1}$ ; $T = 20-$ $600^\circ\text{C}$	$\dot{\bar{\varepsilon}} \in [10^1; 10^3]$ , другие – вся об- ласть оп- ределе- ния
8.	$\sigma_s = 79,8 + 822e^{-0,005T + 0,00022T \ln(\bar{\varepsilon}^p)} +$ $+ 1199(\bar{\varepsilon}^p)^{0,38}$	[107] ПГ	$\dot{\varepsilon} = 10^{-4}-$ $10^4 \text{c}^{-1}$	$T < 500^\circ\text{C}$ , $\bar{\varepsilon} < 0,2$ , другие – вся об- ласть оп- ределе- ния
9.	$\sigma_s = 401 \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}^p}{0,00191}\right)^{\frac{1}{9}} \left(1 + \dot{\bar{\varepsilon}}^{p*}\right)^{\frac{1}{1000}} \times$ $\times (1,002 - 3,572 \cdot 10^{-4} T - 1,392 \cdot 10^{-6} T^2 +$ $+ 5,953 \cdot 10^{-10} T^3)$ $\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p = 1. \text{ Если } \bar{\varepsilon}^p > 0,2, \text{ то } \bar{\varepsilon}^p = 0,2$	[96] СТИ	$\varepsilon$ от 0 до 0,2; $\dot{\varepsilon}$ до $10^3 \text{c}^{-1}$ ; $T$ от $25^\circ\text{C}$ до $800^\circ\text{C}$	$\bar{\varepsilon} < 0,2$ , $\dot{\bar{\varepsilon}} < 0,001 \text{c}^{-1}$ , $T < 200^\circ\text{C}$

Примечание. ПГ – способ, основанный на принципе Гопкинсона; ПР – способ прямоугольного резания; СТИ – статические испытания

усадку стружки. Их исследования показали, что вид модели влияет также и на форму зоны первичных деформаций. S. Piendl и др. [111] также провели анализ чувствительности 3D-модели процесса точения к виду определяющего уравнения материала. Он показал, что при масштабировании определяющего уравнения обрабатываемого материала соответственно меняются сила и температура резания при практически неизменной форме стружки.

F. Klocke и др. [89] отмечают, что модифицирование уравнения № 7 (см. табл. 1.2) введением деформационного упрочнения при  $\bar{\varepsilon}^p > 0,5$  реализует элементную стружку при моделировании процесса резания стали 45 со скоростью 200–6000 м/мин ( $\dot{\varepsilon} \leq 30000 \text{ с}^{-1}$ ) за счет локализации скорости деформации перед режущей кромкой.

P. Sartkulvanich и др. [125] отмечают, что при моделировании процесса резания стали 45 с применением уравнения T. Vinh (см. табл. 1.1) в форме

$$\sigma_s = \sigma_T \left( \bar{\varepsilon}^p \right)^{n(T)} \left( \dot{\varepsilon}^{p*} \right)^{m(T)} \Psi(T) \quad (1.9)$$

искусственное изменение  $\Psi(T)$  меняет и коэффициент усадки стружки. Показатель степени  $n$  также влияет и на усадку стружки и на проекции силы резания, особенно при отрицательном переднем угле. Показатель  $m$  более всего влияет на проекции силы резания (табл. 1.3).

A. Otieno [124] отмечает, что результат моделирования процесса резания стали 708M40 с помощью уравнения K. Maekawa (табл. 1.1) является более точным при больших подачах так как, это уравнение более точное при больших деформациях. Он также отмечает, что учет в этом уравнении горячего наклепа приводит к существенному увеличению проекции  $P_z$ , но практически не влияет на  $P_y$ .

С другой стороны, K. Vouzakis и др. [140] показали, что при моделировании обработки червячной фрезой зубчатых колес из стали AISI1020 уравнение (1.9) дает значительные величины пластической деформации и большую усадку стружки,



Таблица 1.3 – Влияние параметров определяющего уравнения обрабатываемого материала на показатели процесса резания

Параметр и характер его изменения		Величина изменения параметра	Эффект от этого изменения
$\Psi(T)$	изменение масштабированием	+18%	15% увеличение силы, но незначительное изменение усадки стружки
	изменение формы кривой	малое уменьшение с повышением температуры	20% увеличение усадки стружки, но незначительное изменение силы
$n(T)$	изменение масштабированием	+100% при $\gamma > 0$	+18% усадки стружки, +11% $P_z$ , +7% $P_y$
		+100%, при $\gamma < 0$	+31% усадки стружки, +24% $P_z$ , +19% $P_y$
	изменение формы кривой	малое уменьшение с повышением $T$	меньше чем +/- 5% отклонение
		большое уменьшение при повышении $T$	меньше чем +/- 5% отклонение
$m(T)$	изменение масштабированием	+100%	меньше чем +/- 5% отклонение
		+233%	-8% усадки стружки, +12% $P_z$ , +6% $P_y$
		+233%, $V$ – большое, $s$ – малое	-10% усадки стружки, +21% $P_z$ , +17% $P_y$
	изменение формы кривой	малое уменьшение при повышении $T$	около +/- 6% отклонение
		большое уменьшение при повышении $T$	около +/- 6% отклонение
			около +/- 6% отклонение

чем уравнение P.L.V. Oxley (см. табл. 1.1). Однако, сила резания по P.L.V. Oxley, оказывается больше, чем по (1.9).

Исследования чувствительности КЭ-моделей к отклонениям определяющих уравнений от действительности все еще остаются разобщенными и не пригодны для построения какого-либо целостного описания.

## 1.2.2. Модели разрушения при резании

### 1.2.2.1. Физические основы разрушения

В механике разрушения под разрушением твердого тела понимают макроскопическое нарушение целостности тела в результате воздействия на него внешних нагрузок [148].

При стационарных изотермических условиях разрушения материалов можно условно разделить на вязкое (*ductile fracture*) и хрупкое разрушение (*brittle fracture*) [92]. Разрушение в адиабатических условиях деформации происходит вследствие локализованного сдвига (*localized adiabatic shear*) [149]. *Вязкое разрушение*, как правило, связано с большими деформациями, очень высокими скоростями диссипации энергии и малыми скоростями разрушения и является внутрикристаллическим разрушением. *Хрупкое разрушение* – это, как правило, межкристаллическое разрушение. Оно представляет собой разрыв с низкой энергией, который при условиях нагружения, вызывающий неустойчивость процесса, происходит катастрофически. При этом скорости хрупкого разрушения, как правило, являются высокими [150]. Таким образом, хрупкость и вязкость – это не свойства материала, а разновидности его состояния [151]. Хрупкому разрушению также предшествует пластическая деформация, но ее величина не превышает 1–2%. *Локализованный сдвиг* представляет собой нарушение целостности при большой скорости деформации в пределах тонкого слоя, где вследствие адиабатического повышения температуры развитие пластической деформации утратило устойчивость. Условия возникновения локализованного сдвига определяются не только механическими свойст-

вами, напряженно-деформированным состоянием и такими условиями нагружения, как вязкое и хрупкое разрушение, но также непосредственно и теплофизическими свойствами деформируемого материала [151].

Материалы при резании можно заставить разрушаться вязко, хрупко и локализованным сдвигом в зависимости от температуры  $T$ , гидростатического давления  $p$  (отрицательного при растяжении), скорости деформации  $\dot{\epsilon}_p$  и других условий в зоне сдвига [82]. Поэтому значительные гидростатические давления и температуры, возникающие при резании [86], требуют особых подходов реализации моделей разрушения [82, 152].

Из детальных обзоров W.Grzesik [82], V. Astakhova [152], Ю. Н. Внукова [73] можно увидеть, что при обработке металлических материалов необходимо рассматривать разрушение как явление, вследствие которого (а) материал разделяется перед режущей кромкой с формированием новой поверхности (поверхности резания) и (б) формируются элементы стружки, разрушая связь между ее объемами (рис. 1.10). Например, при резании титановых сплавов разрушение локализованным сдвигом в тонком слое, где материал потерял способность сопротивляться деформации, формирует явным образом выраженные, очень смещенные один относительно другого, хотя и довольно крепко связанные между собой элементы стружки [154].

В другом случае, например, при резании серого чугуна, развитие трещин в направлениях, отличных от направления скорости резания, приводит к образованию стружки надлома [86]. Поскольку напряженно-деформированное и тепловое состояния непосредственно перед режущей кромкой и в объеме стружки различны [86, 82, 152], то и механизмы разрушения могут быть различными. Разделение материала перед режущей кромкой имеет место в любых условиях резания. Формируется ли в рассмотренных условиях элементная стружка или стружка надлома – в общем случае заранее неизвестно. Поэтому все описанные процессы разрушения должны быть учтены одновременно во время моделирования процесса резания.

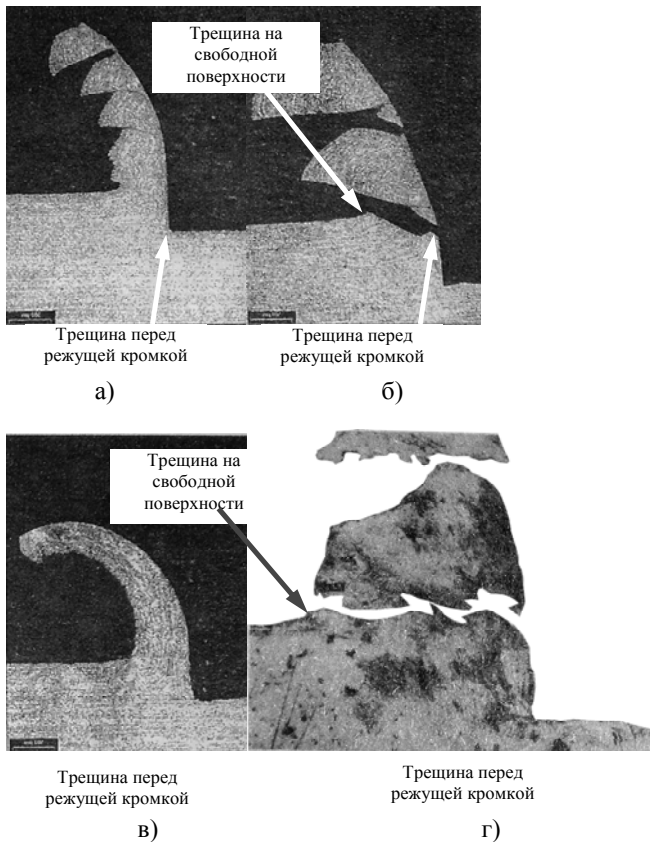


Рисунок 1.10 – Типы стружек при резании стали 45 (а, б, в) и бронзы (г): а) суставчатая стружка ( $S = 0,46$  мм,  $V = 600$  м/мин); б) элементная стружка ( $S = 0,89$  мм,  $V = 600$  м/мин); в) сливная стружка ( $S = 0,39$  мм,  $V = 600$  м/мин) [153]; г) элементная стружка [40]

С позиции механики разрушения в общем случае как вязкое, так и хрупкое разрушения реализуются в результате образования и развития трещин [155]. Место нарушения связей и формирование элементов стружки в общем случае определяется градиентом напряжений и температур, имеющих место в зоне резания [86, 82, 152]. Конкретный тип разрушения определяется величиной пластической деформации во время разрушения. Необходимо упомянуть о трех типах трещин [148]: нормального

отрыва (тип I), продольного сдвига (тип II) и поперечного сдвига (тип III). Анализ корней стружек показывает, что для процесса стружкообразования характерно образование трещин нормального отрыва (тип I) и продольного сдвига (тип II) [152]. Для адекватного моделирования разрушения необходимо знать критерии зарождения и распространения трещины, а также определить направление ее распространения [148].

Напряженно-деформированное состояние в зоне стружкообразования характеризуется значительными гидростатическими давлениями, касательными напряжениями и пластическими деформациями при температурах, способных достигать температуры плавления [42, 82]. Таким образом, есть основание полагать, что критерий разрушения может быть сформулирован в терминах пластической деформации. Это, например, могут быть накопленные на всех предыдущих этапах пластического деформирования до времени разрушения повреждения  $D$  в зависимости от истории нагружения и пластичности материала  $\bar{\epsilon}_f^p$  в условиях приложенного гидростатического давления, скорости деформации и температуры [156, 68].

Результаты многочисленных экспериментов доказывают, что предельная деформация зависит от степени развитости дефектов типа микропоры, микро- и макротрещины. В зависимости от условий деформирования и схемы напряженного состояния эти дефекты могут развиваться или «залечиваться» [151]. Анализ экспериментальных исследований Р. W. Bridgman [67], В. Л. Колмогорова [68], Г. А. Смирнова-Аляева и В. М. Розенберга [157] и других, раскрывающих физическую природу разрушения в условиях упруго-пластических деформаций при больших гидростатических давлениях, показывает [158], что ни напряженное, ни деформированное состояния не могут независимо друг от друга быть использованы в качестве критерия разрушения (рис. 1.11). С одной стороны, известно, что в монокристаллах разрушение может происходить при неизменной величине касательного напряжения, с другой – при растяжении практически используемых металлов и сплавов с одновременным влиянием гидростатического давления предельная величина

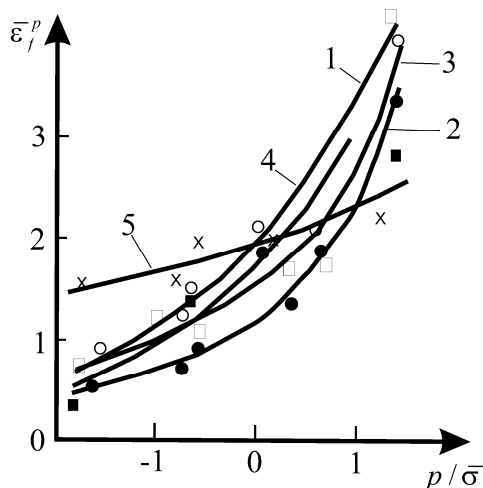


Рисунок 1.11 – Диаграмма пластичности различных сталей: 1 – сталь 20; 2 – сталь 45; 3 – сталь ШХ15; 4 – сталь 30ХГСА; 5 – сталь Х18Н10Т [68 ]

на пластической деформации  $\varepsilon_{\max}^p$  и действительные напряжения растяжения  $\sigma_p$  значительно увеличиваются, а средние действительные напряжения  $(\sigma_p + p)$  в момент разрушения мало изменяются с изменением гидростатического давления [158,67,68] (рис. 1.12).

С другой стороны известно, что во время хрупкого разрушения трещина ориентируется в направлении максимальных касательных напряжений или в направлении максимальных сдвиговых деформаций в зависимости от того, какой тип трещинообразования преобладает в данной точке [159]. В этом случае в качестве критерия разрушения может быть применен обобщенный критерий разрушения в *напряжениях* (*mixed mode stress intensity factor*), например, по J. M. Varas [160]. Таким образом, каким бы ни был тип деформации, критерий разрушения может быть сформулирован как в терминах пластической деформации, так и в терминах напряжений [151]. Для одинаковых условий указанные критерии должны давать одинаковый результат как в модельном эксперименте, так и в натурном для любых типов разрушения.

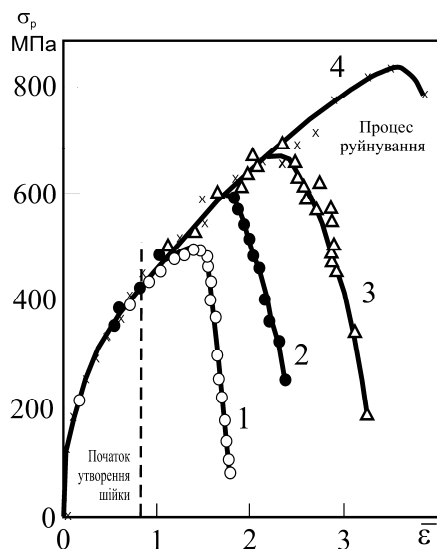


Рисунок 1.12 – Кривые «действительные напряжения – логарифмическая деформация» при растяжении отожженной бескислородной меди при различных давлениях  $p$ , МПа:  
 1 –  $p = 0,1$ ; 2 –  $p = 78$ ; 3 –  $p = 157$ ; 4 –  $p = 313$  [158]

Однако на практике в каждом конкретном случае приходится выбирать тип критерия. Это связано с тем, что: (1) экспериментально невозможно с достаточной точностью определить предельную величину критерия одновременно и в терминах деформации, и в терминах напряжений [92, 151]; (2) методы моделирования являются приближенными методами, в которых численные погрешности расчетов существенно влияют на результат прогнозирования, в том числе и момента разрушения [161]. Например, если материал разрушается хрупко, то величина пластической деформации в момент разрушения хоть и больше 0, но все-таки очень близка к нему, в то время как величина напряжений значительна. Поэтому при оценке момента начала разрушения по критерию в терминах пластической деформации будет иметь место значительная погрешность. В то же время применение критерия в напряжениях обеспечит точное и устойчивое решение задачи.

В общем случае в качестве критерия разрушения для моделирования процесса резания *необходима комбинация величины пластической деформации с нормальными и касательными напряжениями* с учетом предыдущей истории деформирования, возможного гидростатического давления и температуры (комбинированные критерии).

### **1.2.2.2. Критерии разрушения, используемые в практике моделирования процессов резания**

Экспериментальные данные о процессе образования стружки при различных скоростях резания показывают [82, 152], что в общем случае этот процесс является циклическим с точки зрения формирования элементов стружки, в том числе и сливной. Поэтому этапы зарождения и развития трещины непрерывно повторяются, и, таким образом, модель разрушения должна прогнозировать (а) начальный момент нарушения целостности (разрушение); (б) направление распространения трещины.

Исходя из изложенного в предыдущем пункте, физически корректно начальный момент разрушения прогнозируется путем сравнения текущей величины показателя напряженно-деформированного состояния с его предельной величиной. Это так называемые физические критерии разрушения. С точки зрения численной реализации, большинство из таких критериев является довольно ресурсоемкими и, что самое главное, численно недостаточно устойчивыми [162]. Довольно часто применяются так называемые геометрические критерии. J. M. Huang, J. T. Black [162], детально проанализировав геометрические критерии, показали, что хотя они и не имеют физического содержания, но дают достаточно устойчивое численное решение. Анализ критериев разрушения представлен в табл. 1.4.

Из-за важности остановимся более подробно на физических критериях. Анализ публикаций показал, что в случаях, когда характер разрушения известен заранее, используются простые критерии, которые базируются или на величине пластической деформации, или на величине напряжений (табл. 1.4). На-



пример, L. Xie [138], S. Piendl [111] и проч., опираясь на анализ поля скоростей, принимали для стали 45 критерий предельной величины интенсивности пластических деформаций  $\varepsilon_{\max}^p = 2.5$ .

Авторы [163] моделировали в ABAQUS отделение стружки при обработке стали AISI 4340 методом заранее определенной поверхности по критерию

$$f = \sqrt{\left(\frac{\sigma_n}{\sigma_f}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_f}\right)^2}, \quad \sigma_n = \max(\sigma_2, 0) \quad (1.10)$$

Разрушение происходило в том случае, если  $f > 1$ .

J.N. Wince [131] использовал эту же методику для моделирования обработки сплава Al6061. Величины  $\sigma_f$  и  $\tau_f$  определялись им из диаграммы «растяжение-сжатие» для заданной величины пластических деформаций. Величина пластических деформаций определялась из теории P.L.V. Oxley [60].

Наиболее общим и чаще всего используемым для моделирования обработки пластических материалов критерием в терминах пластической деформации является критерий, который впервые предложил В. Л. Колмогоров [68], а позднее G. R. Johnson и W. H. Cook [156]

$$D = \sum \frac{\Delta \bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}_f} \geq 1, \quad (1.11)$$

где  $\bar{\varepsilon}_f = (D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*)) (1 + D_4 \ln \dot{\varepsilon}^*) (1 + D_5 T^*)$  – уравнение пластичности;  $\sigma^* = \sigma / \sigma_{\text{экв}}$ ,  $\sigma$  – гидростатическое давление;  $\sigma_{\text{экв}}$  – эквивалентные напряжения по фон Мизесу.

Его использовали для моделирования обработки стали AISI4140 L. Xie [138]; стали AISI 4142 – M. Barge и др. [164], стали AISI 4340 – S. Belhadi [130] и другие исследователи.

Когда характер разрушения заранее неизвестен или известно, что разрушение имеет комбинированный характер, должны использоваться и комбинированные критерии. Положение о необходимости комбинации величины пластической деформации с нормальными и касательными напряжениями как

Таблица 1.4 – Критерии разрушения

Критерий		Условие
Геометрический	Предельное расстояние от узла до режущей кромки	$d = d_{cr}$
	Интенсивность пластических деформаций	$I_{cr} = \varepsilon_p$
Физический	Плотность энергии деформации	$I_{cr} = \int \sigma : d\varepsilon$
	Накопленная работа разрушения	$I_{cr} = \int \langle \frac{\sigma_1}{\sigma_y} \rangle d\varepsilon_p$
	Накопленное повреждение	$I_{cr} = \int \langle \varepsilon_p + b_1 \sigma_H + b_2 \rangle d\varepsilon_p$
	Максимальные главные напряжения	$\sigma_f = \sigma_I$
	Сопротивление развитию трещины	$\sigma_f = \frac{K_{IC}}{(2\pi l)^{0.5}}$
	Накопленных повреждений $D = \sum \frac{\Delta \bar{\varepsilon}}{\varepsilon_f} \geq 1$	$\varepsilon_f$ – уравнение по (1.11)
		$\varepsilon_f = \varepsilon_0 - \alpha \frac{p}{\sigma} - \beta \frac{\dot{\varepsilon}}{V_c}$
		$\varepsilon_f = - \langle 0,075 \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}_p}{100} \right) \rangle - \frac{\sigma_H}{37,8} +$ $+ 0,09 \exp \left( \frac{T}{293} \right)$
		$\varepsilon_f = A \left\{ \frac{\sigma_y^2}{2Er} \left[ \frac{2}{3} (1+\nu) + \right. \right.$ $\left. \left. + 3(1-2\nu) \left( \frac{\sigma_H}{\sigma_y} \right)^2 \right] \right\}^{-s} + \frac{\partial \varepsilon_f}{\partial T} (T - T_0)$

- Предварительно заданная граница разрушения
- Квазистатическое моделирование без образования стружки
- Моделирование только образования стружки
- Моделирование стружкообразования путем образования трещины

показателя напряженно-деформированного состояния в критерии разрушения реализуется в современной практике моделирования процессов резания, как показал анализ литературы, с помощью двух подходов:

1) выбора обобщенного показателя НДС, который одновременно зависит как от величины деформаций, так и от нормальных и касательных напряжений;

2) реализации конкуренции между двумя критериями, в основе которых независимо рассматриваются показатели в напряжениях и в пластических деформациях. Предполагается, что разрушение происходит там, где выполняется хотя бы один из критериев.

К первой группе критериев необходимо отнести критерии в терминах работы или энергии, накопленной до разрушения (см. критерии в табл. 1.4) [151].

Критерии второй группы представляют собой комбинацию простейших критериев. Например, T.D. Marusich и M. Ortiz [85] предложили использовать критерий хрупкого разрушения

$$\max_{\theta} \sigma_{\theta\theta}(l, \theta) = \sigma_f, \text{ где } \sigma_f = \frac{K_{IC}}{\sqrt{2\pi l}}, \quad (1.12)$$

и пластического разрушения J. Rice и D. M. Tracey:

$$\max_{\theta} \sigma^p(l, \theta) = \sigma_f^p, \text{ де } \varepsilon_p^f \approx 2,48e^{-1,5p/\delta}. \quad (1.13)$$

Моделирование локализованного сдвига, например, при обработке титановых сплавов, может быть реализовано, как отмечает M. Väker [126], без введения какого-либо специального критерия разрушения. Достаточно, чтобы модель материала была чувствительна к адиабатическому разогреву. Для обеспечения численной устойчивости модели резания часто применяют адаптивное перестроение КЭ-сетки со сгущением в области поверхности локального сдвига.

В области режущей кромки для уменьшения погрешности прогнозирования возникающего в зоне резания градиента напряжений [161] необходимо адаптивное сгущение КЭ-сетки (H-Adaptation и/или R-Adaptation). Это является основным недостатком критериев разрушения в напряжениях, поскольку

увеличение количества конечных элементов приводит к значительному уменьшению производительности вычислений. Возможной альтернативой может быть применение элементов более высокого порядка (P-Adaptation), сингулярных элементов [165] или усреднение напряжений по нескольким близлежащим элементам (*nonlocal damage*) [166]. Поэтому, как показывает анализ литературы, преобладают критерии, базирующиеся на величине пластической деформации  $\varepsilon^p$ . Это связано, главным образом, с тем, что  $\varepsilon^p$ , будучи интегральным параметром, обеспечивает допустимую погрешность прогнозирования разрушения во время резания при значительно менее качественной КЭ-сетке, чем критерии на основе напряжений. Комбинированные критерии являются значительно более универсальными характеристиками разрушения во время резания и применяются для моделирования с каждым годом все чаще.

### **1.2.2.3. Особенности имплементации разрушения в КЭ-модели процессов резания**

Анализ литературы показал (например, [167, 162]), что для реализации КЭ-моделей процесса резания в лагранжевой формулировке важным является вопрос о методе реализации разрушения, от характеристик которого зависят локальные значения напряжений в зонах первичной и вторичной деформаций, форма стружки, проекции силы резания и особенно сила на задней поверхности [20], другие показатели процесса, а также общность модели процесса резания в целом. Например, каким бы общим ни был критерий разрушения, реализующий конкуренцию между двумя простыми критериями в напряжениях и деформациях, его реализация разделением узлов на предварительно заданной границе не позволит спрогнозировать образование элементов стружки [162].

В общем случае существует четыре принципиально разных реализации разрушения: делением узлов на предварительно заданной границе, делением узлов вдоль произвольной границы (метод трещины), удалением элементов и перестроение

КЭ-сетки [167]. Перестроение сетки (R-Adaptation) позволяет исключить необходимость задания границы разрушения между срезаемым слоем и заготовкой и постоянно поддерживать низкий уровень искажений КЭ-сетки [96, 161]. Это обеспечивает получение более общего решения, в т.ч. и с округленной режущей кромкой. Вместе с тем последние исследования [168] показали погрешность и такого подхода, которая проявляется в неправильном прогнозировании направления трещины в области режущей кромки, искажении внешней границы [169] и потере контакта на задней поверхности лезвия [20]. В качестве критерия инициации перестроения КЭ-сетки используют лишь геометрические критерии, базирующиеся или на величине искажения КЭ-сетки, или предусматривающие регулярное перестроение через заданный путь перемещения лезвия. Перестроение КЭ-сетки может использоваться как самостоятельно, так и вместе с методами трещины и удаления элементов.

Необходимо обратить внимание на моделирование элементной стружки, которое может происходить или в результате хрупкого разрушения, или в результате локализованного сдвига. В отличие от поверхности резания границы элементов не могут быть спрогнозированы заранее. Поэтому для моделирования могут применяться методы трещины [141] или удаление элементов [170], а в случае локализованного сдвига – перестроение КЭ-сетки [171].

Анализ чувствительности показателей процесса резания к критерию разрушения выполняли L. W. Meyer и др. [95], Y. B. Guo и C. R. Liu [172], S. Novel [173] и прочие. В этих работах показано, что модель разрушения в наибольшей степени влияет на форму стружки, тангенциальную и радиальную проекции силы резания, градиент напряжений в зоне резания, в меньшей степени проявляя влияние на температуру резания. От выбора модели разрушения также зависит численная устойчивость решения.

### 1.2.3. Модели силового взаимодействия на контактных поверхностях лезвия

Резание представляет собой процесс взаимодействия лезвия с заготовкой с образованием новой поверхности за счет отделения от заготовки срезаемого слоя. В результате такого взаимодействия на контактных поверхностях лезвия возникают силы сопротивления скольжению, которые принято характеризовать касательными напряжениями  $\tau_n$ . Большое количество выполненных экспериментальных работ, например [51, 103, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190], позволяют составить представление о процессах, происходящих на контактных поверхностях.

#### 1.2.3.1. Экспериментальные данные о распределении контактных напряжений

В соответствии с современными представлениями площадку контакта стружки с передней поверхностью режущего лезвия разделяют на пластическую (*sticking*) I, переходную (*transition*) II и упругую (*sliding*) III зоны (рис. 1.13). Время, в течение которого частицы обрабатываемого материала находятся в контакте с инструментом, при традиционных скоростях резания не превышает  $10^{-3}$  с, что значительно меньше времени, необходимого для образования пленок окислов на поверхности стружки [191]. С другой стороны, механическое воздействие стружки приводит к разрушению значительной части тонких пленок окислов на поверхности инструмента. Поэтому трение в условиях резания можно назвать трением ювенильных поверхностей, особенно в области возле режущей кромки [191].

Используя метод разрезного резца [51, 49, 178, 187, 180], поляризационно-оптический метод [192, 193, 176, 188, 186], метод резания с ограниченной передней поверхностью [190, 194] и метод анализа линий тока [195, 196], было установлено распределение нормальных и касательных напряжений на поверхности

контакта стружки с инструментом. Анализ J.A. Arsecularatne известных распределений контактных напряжений в различных условиях позволил составить классификацию форм распределений [175] (рис. 1.13) в зависимости от величины переднего угла и обрабатываемого материала.

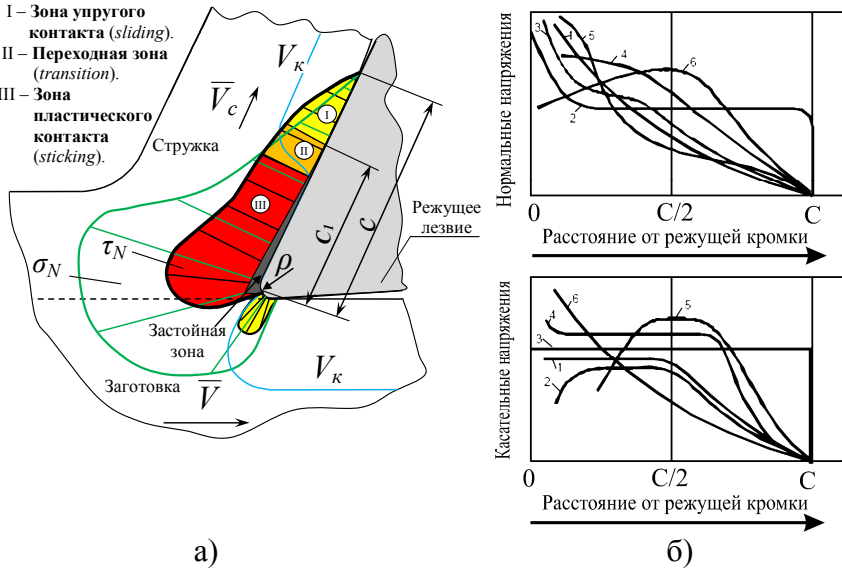
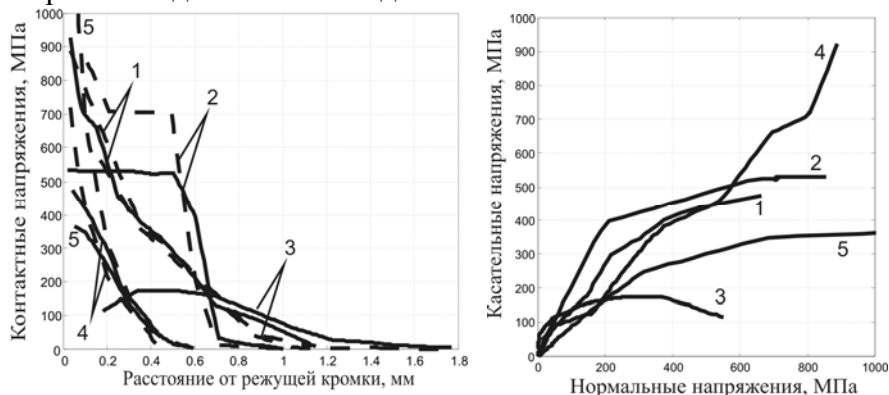


Рисунок 1.13 – Характерные распределения контактных напряжений  $\sigma_n$ ,  $\tau_n$  и относительной скорости скольжения  $V_k$  на контактных поверхностях лезвия [62,196] и классификация распределений по J. A. Arsecularatne [175] и V. P. Astakhov, J. C. Outeiro [197].

Исследования свидетельствуют, что нормальные напряжения  $\sigma_n$  обусловленные сопротивлением сдвига  $k = \sigma_s / \sqrt{3}$  в зоне первичных деформаций, более всего зависят от термомеханических свойств обрабатываемого материала и НДС в зоне первичных деформаций. На контактной поверхности инструмента они изменяются от 0 в месте отрыва стружки до  $2-3k$  в области вершины режущего лезвия.

Вместе с тем распределение контактных напряжений по своим численным значениям довольно не однозначно. В качест-

ве примера, на рисунке 1.14 приведены распределения контактных напряжений при обработке стали AISI 1020, полученные разными авторами различными способом. Можно заметить, что, несмотря на сходство условий резания, распределения напряжений существенным образом отличаются. И наоборот, несмотря на различия, например, в толщине среза (подаче), распределения напряжений достаточно сходны.



Номер кривой	Источник	Инструментальный материал	$\gamma, ^\circ$	$\alpha, ^\circ$	$V, \text{ м/мин}$	$S, \text{ мм/об}$	$b, \text{ мм}$
1	[198]	Быстрорежущая сталь	0	6	65	0,1	2,5
2	[178]	-	6	-	122	0,254	2,8 3
3	[176]	Сапфир	-5	5	10	0,132	5
4	[103]	Твердый сплав	10	-	46	0,3	-
5	[184]	Твердый сплав	0	5	150	0,1	2,5

Сплошная линия – касательные напряжения, штриховая – нормальные

Рисунок 1.14 – Распределение контактных напряжений при обработке стали AISI 1020

Проведенные авторами имитационные исследования показали рост длины контакта на 13% при врезании (рис. 1.15), что объясняется переходными процессами в зоне стружкообразования. Поэтому данные о длине контакта, полученные в результате анализа следов трения на передней поверхности, как правило, завышены. На это указывает и Т. Н. С. Childs [178], получивший



существенно разные длины контакта при измерении их методом разрезного резца и следов трения на передней поверхности (табл. 1.5).

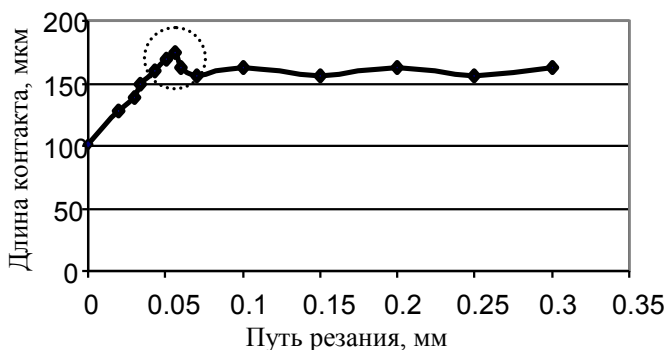


Рисунок 1.15 – Рассчитанное методом конечных элементов изменение длины контакта при врезании: сталь 45,  $V = 150$  м/мин,  $a = 100$  мкм, критерий разрушения – максимальные пластические деформации 3,5, размер КЭ – 6 мкм,  $\gamma = 6^\circ$ ,  $\rho = 20$  мкм,  $\mu = 0,3$

Таблица 1.5 – Сравнение длины контакта, измеренной различными методами [178]

Материал	Инструментальный материал	$\gamma, ^\circ$	$V, \text{ м/мин}$	$a, \text{ мм}$	$b, \text{ мм}$	$C_\gamma, \text{ мм}$	
						Метод следов	Метод разрезного резца
Al-Mg-Si	Твердый сплав	6	120	0,25 4	0,25 4	1,72	0,4±0,05
Низкоуглеродистая сталь						2,16	0,5+0,05

### Застойная зона и скорость относительного скольжения

Исследования распределения твердости корней стружки свидетельствуют о том, что стружка в области режущей кромки находится в состоянии общей пластической текучести. При этом деформация ее поверхностных слоев значительно больше, чем деформация глубинных слоев [42, 103, 199].

Практически на всех фотографиях вторичной зоны стружкообразования, полученных скоростной киносъемкой при различных условиях резания, можно увидеть наличие застойной зоны [37, 40, 103]. Это обусловлено уменьшением относительной скорости скольжения в области округления резального клина из-за изменения направления вектора скорости частиц обрабатываемого материала [65, 200] или схватыванием материалов стружки и инструмента [191]. Как отмечают Ф. Я. Якубов и В. А. Ким [201], чем больше сила адгезионного сцепления и выше склонность обрабатываемого материала к упрочнению, тем больше геометрические размеры застойной зоны. При определенных условиях эта зона может сформироваться в виде клинообразного тела, которое традиционно называется наростом. Наличие этих явлений и служит причиной неравномерного распределения относительной скорости скольжения  $V_k$  на контактных поверхностях с ее изменением от 0 до скорости резания (рис. 1.13).

В. Д. Кузнецов [202] установил, что склонность поверхностного слоя стружки к образованию нароста (застойной зоны) зависит от скорости относительного скольжения тел в паре трения и нормальных напряжений в контакте. При увеличении температуры в контакте эта склонность уменьшается. Поэтому при повышении контактной температуры с увеличением скорости резания существует лишь определенный диапазон скоростей скольжения, при которых образование нароста происходит наиболее интенсивно. Например, для конструкционных сталей этот диапазон находится в пределах 6–75 м/мин.

### **Контактная температура**

Экспериментальные исследования А. Н. Резникова [203], P.L.V. Oxley [60] и др. показали, что температура на поверхности инструмента вдоль поверхности его контакта со стружкой также распределена неравномерно, имея максимум вблизи центра этой области (рис. 1.16).

В. Д. Кузнецовым установлено, что в одном и том же месте поверхности контакта температура поверхностных слоев стружки и инструмента отличается, поскольку нагреванию подлежат все время одни и те же слои инструмента, а контактные поверх-

ности стружки и заготовки непрерывно обновляются [19]. Поэтому когда в реальных условиях максимальная температура на поверхности инструмента может достигать значений теплоустойчивости инструментального материала, то максимальная температура в поверхностных слоях стружки может достигать температуры плавления обрабатываемого материала.

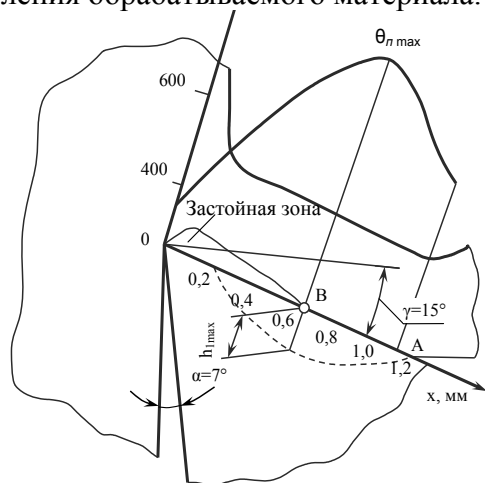


Рисунок 1.16 – Распределение температуры и скорости деформации на контактной поверхности инструмента [81]

### **Роль технологической среды в процессе трения на поверхности контакта инструмента со стружкой и заготовкой**

Влияние технологической среды (газообразной, жидкой или твердой) на силу сопротивления скольжению на контактных поверхностях неоднозначно. С одной стороны, проведенные Ф. Я. Якубовым и В. А. Кимом опыты по резанию в вакууме [201] показали, что воздух достаточно легко проникает на площадку контакта и приводит к ограничению зон сцепления независимо от свойств обрабатываемого и инструментального материалов, а также режимов резания, активации (при обработке титановых сплавов) или, наоборот, угнетению (при обработке нержавеющей стали) адгезионных процессов. С другой стороны, жидкой технологической среде тяжело достичь контактной поверхности, особенно при скоростях резания свыше 30 м/мин, и ее влияние заметно лишь

в результате уменьшения трения в зоне упругого контакта [103] и уменьшения температуры резания [204].

### **1.2.3.2. Современные представления о термомеханике трения**

Условия контактного взаимодействия инструмента с заготовкой неоднозначны и многогранны. Нормальные напряжения в контакте, температура и скорость скольжения на границе между стружкой и инструментом изменяются в широких диапазонах, контактные поверхности лишены пленок окислов и обладают значительной молекулярной и химической активностью. Очевидно, что в этих условиях реализуются разные механизмы трения – скольжение стружки и заготовки по инструменту: внутреннее (зона III, см. рис. 1.13), сухое предельное (зона II, см. рис. 1.13) и даже жидкостное внешнее трение (зона I, см. рис. 1.13). Последний механизм трения довольно часто наблюдается во время обработки с высокими скоростями резания, когда имеют место высокие температуры резания.

В настоящее время широко признанным и наиболее обоснованным является представление внешнего сухого трения между инструментом и заготовкой молекулярно-механической (адгезионно-деформационной) двойственной природой [80, 205].

#### **Молекулярно-механическая теория внешнего трения**

В соответствии с этой теорией рассматривается дискретный контакт двух шероховатых поверхностей, имеющих при заданных условиях фактическую площадь контакта  $A_r = A_r(\sigma_n, \Psi, p)$ , обусловленную нормальными напряжениями на поверхности  $\sigma_n$  (контактным давлением), упругопластическими свойствами поверхностных слоев стружки и ее микрогеометрией, а также состоянием основного материала, который характеризуется гидростатическим давлением  $p$  (рис. 1.17).

Если основной материал находится в состоянии пластичности, то микронеровности могут «проваливаться» в него, тем самым увеличивая действительную площадь контакта [103].

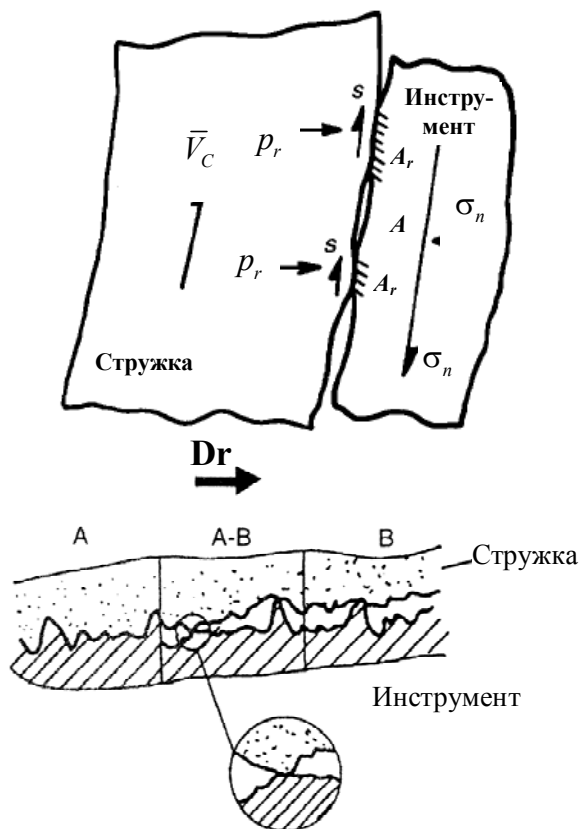


Рисунок 1.17 – Схема взаимодействия шероховатых поверхностей инструмента и стружки [103, 82]

Условия контактного взаимодействия И. В. Крагельский предлагает характеризовать сближением  $h$  контактных поверхностей [80].

Вместе с тем, на наш взгляд, наиболее общей и удобной в использовании из-за своей математической простоты и наглядности характеристикой условий контактного взаимодействия является индекс пластичности по Т. Н. С. Childs [103]

$$\Psi = \frac{E^*}{k} \Delta_q, \quad (1.14)$$

в котором микрогеометрию описывают комплексы, например:

$$\Delta_q = \frac{R_{\max}}{rb^{1/\nu}} \text{ по [80] } \text{ или } \Delta_q = \sqrt{\frac{\sigma_s}{r}} \text{ по [103]}, \quad (1.15)$$

где  $R_{\max}$  – наибольшая высота неровностей профиля;  $r$  – радиус ее округления;  $b$ ,  $\nu$ ,  $\sigma_s$  – параметры опорной кривой;  $E^*$  – приведенный модуль упругости инструмента и стружки;  $k = k(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, \theta)$  – предел текучести на сдвиг материала микронеровностей на поверхности стружки.

Сила сопротивления скольжению (сила трения) определяется суммой деформационной и адгезионной составляющих:

$$F_{mp} = \tau_n A = (\tau_d + \tau_a) A_r, \quad (1.16)$$

где  $A$  – номинальная площадь контакта.

Деформационное сопротивление скольжению обусловлено многократным деформированием микрообъемов поверхностного слоя внедрившимися в него неровностями. Деформационная составляющая силы трения  $\tau_d$  зависит от контактного давления и величины индекса пластичности:  $\tau_d = \tau_a(\sigma_n, \Psi)$  [6, 80]. Она может быть также вычислена с помощью метода конечных элементов для локального взаимодействия двух шероховатых поверхностей.

Адгезионное взаимодействие связано с образованием на участках контакта адгезионных мостиков сцепления. Сопротивление срезанию этих мостиков и формирование новых при данной действительной площади контакта определяет адгезионную составляющую силы трения:

$$\tau_a = \tau_0 + \beta \sigma_n, \quad (1.17)$$

где  $\tau_0$  – прочность адгезионных связей;  $\beta$  – показатель упрочнения адгезионных связей, который учитывает увеличение силы сопротивления за счет увеличения количества мостиков схватывания при росте  $A_r$  при увеличении нормальных напряжений  $\sigma_n$ .

В зависимости от величины индекса пластичности  $\Psi$  или сближения контактных поверхностей различают упругий и пластический виды деформации в зонах фактического контакта (ВДЗФК), обусловленные напряженно-деформированным состоянием микронеровностей. ВДЗФК определяет характер влия-

ния действительного контактного давления на сопротивление скольжению [80].

### Условия изменения механизма трения

Увеличение контактного давления и температуры способствует увеличению прочности адгезионных связей. В случае превышения силы сопротивления сдвига на поверхности контакта микронеровностей с поверхностью инструмента над силой сопротивления сдвига в поверхностных слоях стружки  $A_r \cdot s > A \cdot k$ , меняется механизм трения: скольжение будет происходить внутри поверхностных слоев стружки в результате их разрушения (внутреннее трение – зона III, рис. 1.13) [51]. К аналогичным выводам пришел Т.Н.С. Childs [103], рассматривая скольжение сферы и цилиндра. Он показал, что изменение режима трения произойдет при  $s = (0.67 \div 0.78)k$  или меньшем значении при пластическом ВДЗФК, то есть  $\psi > 5$ . И. В. Крагельский [80] эту идею выражает через введение микронеровностей формулой

$$\frac{h}{r} > \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{2\tau}{\sigma_n} \right). \quad (1.18)$$

Л.Ш. Шустер [81] связывает условие изменения режима трения с предельной величиной действительного контактного давления:  $p_r > p_m = c \cdot \sigma_T$ , где  $p_r$  и  $p_m$  – действительное контактное давление и его предельная величина;  $c$  – константа.

Как отмечают Ф. Р. Bowden и Д. Tabor [205], при приближении контактной температуры к температуре плавления обрабатываемого материала наблюдается появление жидкой фазы на границе между стружкой и инструментом. Это также меняет механизм контактного взаимодействия стружки с инструментом, реализуя граничное трение с существенно меньшей силой сопротивления скольжению.

### 1.2.3.3. Влияние различных факторов на силу сопротивления скольжению

Сопротивление скольжению зависит от комплекса факторов, каждый из которых определяет силу сопротивления скольжению на границе тел и внутри наименее прочного тела, действительную площадь контакта, напряженно-деформированное и фазовое состояние контактных слоев.

#### Среднее контактное давление

Из молекулярно-механической теории следует, что характер зависимости силы сопротивления скольжению от нормального давления определяется ВДЗФК. И. В. Крагельский отмечает, что при внешнем трении (зона I, рис. 1.13) сила сопротивления пропорциональна контактному давлению, главным образом за счет увеличения фактической площади контакта [80]. Однако коэффициент пропорциональности – коэффициент трения  $\mu$  зависит от различных факторов, в том числе и от контактного давления. В случае упругого контакта за счет разного влияния контактного давления на адгезионную и деформационную составляющие он может изменяться экстремально, хотя и в небольших пределах. В условиях пластического контакта ( $p_r = k$ ) коэффициент трения возрастает, поскольку возрастает деформационная и не изменяется его адгезионная составляющая. Следует обратить внимание, что контактное давление не меняет начальную прочность адгезионных связей  $\tau_0$  и их способность к упрочнению с увеличением давления  $\beta$  [47, 81].

В условиях внутреннего трения (зона III, см. рис. 1.13) сила трения практически инвариантна к контактному давлению и определяется лишь напряженно-деформированным состоянием прирезцовых слоев стружки. В условиях предельного трения контактное давление также мало влияет на сопротивление скольжению.

На рис. 1.18, который обобщает, сказанное выше, показано, что при некотором контактном давлении касательные на-



пряжения на границе инструмента с заготовкой и стружкой перестают зависеть от нормальных напряжений [103].

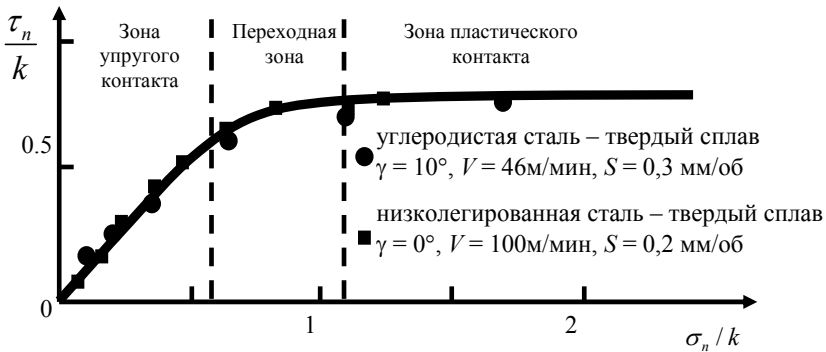


Рисунок 1.18 – Влияние среднего контактного давления на касательные напряжения на передней поверхности [103]

### Температура

Температура влияет как на молекулярную и деформационную составляющие силы сопротивления скольжению, так и на предел текучести контактных слоев или предельное контактное давление.

С повышением температуры молекулярная составляющая монотонно снижается. А. Д. Макаров [47], Л. Ш. Шустер [81], В. Л. Коротченко [206] установили, что в случае контакта сталей с твердым сплавом величина  $\tau_0$  практически не меняется с повышением температуры. В то же время  $\beta$ , оставаясь неизменной по отношению к температуре около  $T_\phi = 700 \text{ }^\circ\text{C}$ , интенсивно снижается в дальнейшем и становится равной 0 при температуре около  $1000 \text{ }^\circ\text{C}$  (рис. 1.19).

При этом деформационная составляющая силы сопротивления скольжению увеличивается с повышением температуры за счет уменьшения твердости контактирующих тел и увеличения проникновения микронеровностей в поверхность. Л. Ш. Шустер пришел к выводу, что при температуре контакта  $T_\phi$  происходит изменение механизма разрушения адгезионных связей: при

$T > T_\phi$  он подобен течению вязкой жидкости в плоском капилляре; при  $T < T_\phi$  происходит механическое срезание образовавшихся связей. В этом смысле температура  $T_\phi$  является граничной.

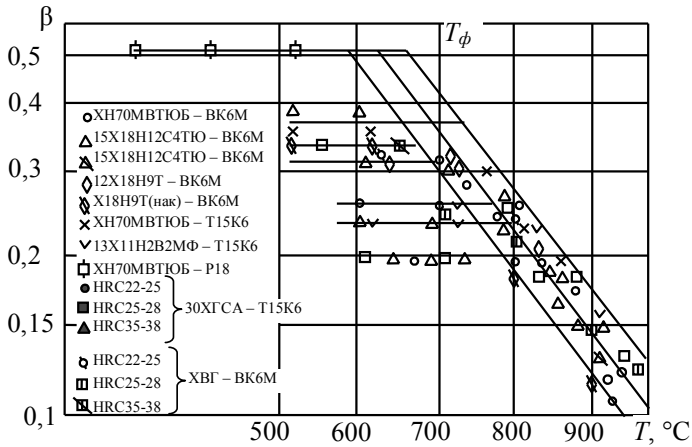


Рисунок 1.19 – Влияние контактной температуры на коэффициент  $\beta$  [81]

В результате описанного явления с повышением температуры механизм трения изменяется уже при меньшем контактном давлении, и, по данным М. И. Амосова, внутреннее трение наблюдается при любых условиях при температуре более  $(0,2 \div 0,3)T_n$  [80]. Если же температура близка к температуре плавления материала стружки  $T \approx T_n$ , то возникает граничное трение (зона II, рис. 1.13) [80].

### Свойства контактирующих тел

В наибольшей степени на силу сопротивления скольжению влияют приведенный модуль Юнга контактной пары  $E^*$ , предел текучести обрабатываемого материала  $\sigma_T$ , постоянные  $\tau_0$  и  $\beta$ , характеризующие склонность материалов инструмента и заготовки к адгезии.

Влияние  $E^*$  существенно лишь при упругом ВДЗФК [80]. С увеличением  $E^*$  уменьшается как молекулярная, так и деформационная составляющие силы сопротивления скольжению из-за уменьшения фактической площади контакта.

В случае пластического ВДЗФК наибольшее влияние оказывают  $\sigma_T$  и твердость обрабатываемого материала. При увеличении  $\sigma_T$  также уменьшаются как молекулярная, так и деформационная составляющие за счет уменьшения ФПК и проникновения микронеровностей [80].

Ю. Н. Внуков обращает внимание на то, что пары «обрабатываемый – инструментальный» материал характеризуются своей адгезионной активностью, то есть величиной постоянных  $\tau_0$  и  $\beta$  [38]. При этом, чем больше «средство» материалов пары трения по химическому составу, тем выше их адгезионная активность (сцепление) и тем больше величины  $\tau_0$  и  $\beta$  [202].

Микроструктура обрабатываемого материала значительно влияет на коэффициент трения [207]. С увеличением содержания карбидов увеличивается коэффициент трения. На этот эффект указывает И. В. Крагельский, отмечая, что при изменении твердости обрабатываемого материала в результате термической обработки изменяются  $\tau_0$  и  $\beta$  [80].

### **Микротопография поверхностей контакта**

Для анализа трения на контактных поверхностях инструмента рассматривают постоянную (равновесную) микротопографию (шероховатость) поверхностей контакта. Ее характеристикой является комплексная величина  $\Delta_q$ , которая характеризует распределение металла в поверхностном слое [103, 208].

И. В. Крагельский показал, что в условиях упругого контакта при увеличении  $\Delta_q$  (увеличении шероховатости) молекулярная составляющая уменьшается, а деформационная составляющая силы сопротивления скольжению увеличивается [80]. В условиях пластического контакта молекулярная составляющая от микротопографии поверхности не зависит, а деформационная –

возрастает и приводит к увеличению коэффициента трения. Исследования научных школ И. В. Крагельского [80], Н. М. Михина [206], Н. Б. Демкина, Э. В. Рыжова [209], А. Г. Суслова [208], Т. Н. С. Childs [103] и др. показали зависимость деформационной составляющей коэффициента трения  $\mu_d$  от микротопографии поверхности лезвия, напряженно-деформированного состояния приконтактных поверхностей стружки и лезвия, фактической площади их контакта и т.п. Вместе с тем опубликованные теоретические зависимости для определения  $\mu_d$  достаточно сложны, учитывают термомеханическое состояние поверхностей контакта из-за их микротвердости и имеют эмпирические коэффициенты. Это не позволяет применять данные зависимости в прогнозирующих моделях процессов резания, созданных на основе метода конечных элементов, поскольку для этого необходимы зависимости относительно фундаментальных характеристик термомеханического состояния поверхностей контакта, адекватные в широком диапазоне условий контакта.

### **Скорость скольжения**

Скорость скольжения осуществляет прямое и косвенное влияние на сопротивление скольжению. Сопротивление скольжению зависит от величины скорости скольжения и истории ее изменения. Существует лишь несколько работ, в которых рассмотрено влияние большой и очень большой (с учетом контактного давления) скорости скольжения на процесс трения [210]. К. Ogawa [211], S. Rajagopalan и др. [212], S. Rajagopalan и V. Prakash [213], H. D. Espinosa и др. [214, 215] изучили трение в парах металлов при скоростях до 10 м/с и давлении до 200 МПа. F.P. Bowden и E.H. Freitag [216], а также F. P. Bowden и P. A. Persson [217] проводили свои эксперименты со скоростями до 800 м/с, но давлением меньше, чем 0,015 МПа. Давление, которое достигает 3000 МПа при скоростях скольжения до 30 м/с, было использовано в работах V. Prakash и R. J. Clifton [218], V. Prakash [219]. M.A. Irfan и V. Prakash [212], S. Philippon и др. [220] изучали трение при давлениях около 1500 ГПа и в диапазоне от 9 МПа до 33 МПа при скорости скольжения до 60 м/с. S. C. Lim и др. [221] выполнили анализ большого количества

экспериментальных данных о коэффициенте трения для скольжения стали по стали в различных условиях и пришли к выводу, что при малых скоростях (до 1 мм/с) коэффициент трения существенно зависит от состояния поверхности, при больших скоростях коэффициент трения в значительной степени зависит от контактного давления и скорости скольжения, при очень большом давлении и скоростях коэффициент трения уменьшается до очень малых величин. Исследования Б. И. Костецкого [202] продемонстрировали, что с увеличением скорости скольжения сила трения сначала возрастает, достигая при некоторой скорости своего экстремума, а дальше непрерывно снижается и при довольно больших скоростях (около 100 м/с) остается практически постоянной [222]. Это связано с изменением температуры контакта, прочности адгезионных связей и изменением режима трения. Вместе с тем положение экстремума может меняться в зависимости от материалов пары трения.

Модели, описывающие влияние скорости скольжения на коэффициент трения, разработаны для сравнительно малых скоростей скольжения (L. C. Во и D. Pavelescu [223]; A. K. Banerjee [224], И. В. Крагельский [80]; A. Molinari и др. [225]. Для больших скоростей скольжения и давлений в работах J. M. Krafft [226], R. S. Montgomery [227], В. А. Балакина [228], J. R. Klepaczko [229]. R. S. Montgomery [227] приведены экспериментальные данные о коэффициенте трения для различных пар металлов для давлений до 180 МПа и скоростей до 550 м/с.

Поскольку пластическая деформация зависит от скорости деформации, деформационная составляющая силы трения также будет прямо зависеть от скорости скольжения. С другой стороны, скорость влияет путем изменения контактной температуры. При скоростях скольжения более 10 м/с для сталей на границе контакта образуется пограничный жидкостный слой, который приводит к значительному уменьшению силы сопротивления скольжению. Такой слой на передней поверхности, очевидно, образуется при скоростях резания более 10 м/с [230, 231].

В работах [47, 81] отмечается, что скорость скольжения не влияет прямо на параметры адгезионного взаимодействия  $\tau_0$  и  $\beta$ .

### 1.2.3.4. Математические модели трения

Для описания процесса трения в настоящее время используются различные модели (табл. 1.6). Чаще всего для описания процесса трения на поверхности контакта между стружкой и инструментом используется модель трения Амонтона, несмотря на то, что с физической точки зрения она может быть применена лишь для условий внешнего трения. Вместе с тем традиционно принятое понятие среднего коэффициента трения  $\mu_c$  на поверхности контакта стружки с инструментом позволяет обобщенно характеризовать процессы, происходящие в этой зоне. Простота математической зависимости, наглядность этого показателя и достаточно согласованные с экспериментом результаты прогнозирования интегральных показателей (например, силы резания) обеспечили широкое применение среднего коэффициента трения как в аналитических, так и в конечно-элементных моделях.

Таблица 1.6 – Модели трения

Код	Название	Формула	Механизм трения
ТК	Закон Кулона – Амонтона [232]	$\tau = \mu \sigma_n$	Внешнее трение
ТЗ	Закон Зибеля [232]	$\tau = m \tau_c$	Внутреннее трение
П	Условие Прандтля [232]	$\tau = \tau_c$	Внутреннее трение
TS	Уравнение М. С. Shaw [233]	$\tau(\sigma_n) = \min(\mu(T, \sigma_n) \sigma_n; m \sigma_{\text{экс}}(\varepsilon^p, \dot{\varepsilon}^p, T))$	Внешнее и внутреннее трение
ТС	Уравнение Т. Н. С. Childs [103, 234]	$\tau = m \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} \left( 1 - \exp \left( - \left( \mu \frac{\sigma_n \sqrt{3}}{m \sigma_T} \right)^n \right) \right)^{1/n}$	Внешнее и внутреннее трение
ТН	Закон Ньютона [232]	$\tau = \eta \Delta V / \xi$	Граничное трение
ТТ	Закон R. Stribeck [235]	$\tau(V) = \tau_c + (\tau_s - \tau_c) e^{- V/V_s ^{\beta_s}} + \tau_v V$	Трение скольжения и покоя

Учитывая то, что на большей части площади контакта стружки с инструментом имеет место внутреннее трение, часто применяют закон Зибеля [232] или, как в решениях методом линий скольжения, условие Прандтля [232]. Необходимо иметь в виду, что пренебрежение внутренним трением иногда вносит существенную погрешность в расчеты [20].

Обобщенные уравнения, учитывающие влияние нормальных напряжений в режимах внешнего и внутреннего трения, температуры контакта, свойств обрабатываемого материала предложил сначала М. С. Shaw [233], а затем Т. Н. Childs [234].

Закон Ньютона используется при моделировании высокоскоростного резания или резания с густой смазкой, когда реализуются условия граничного трения [232, 38].

Авторам неизвестны работы, которые используют закон R. Stribeck для описания контактных процессов в процессе резания, несмотря на то, что скорость скольжения на поверхности контакта меняется в довольно широком диапазоне.

### **1.3. Современное понимание постановки задачи прогнозирующего моделирования**

Моделирование технологических процессов вообще и процесса резания, в частности, в настоящее время активно развивается. Совершенствование компьютерной техники открыло широкие возможности для имитационного моделирования рабочих процессов механической обработки методом конечных элементов. С 1998 года организация CIRP ежегодно проводит конференции «CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations», где рассматриваются современные достижения ведущих лабораторий мира в области моделирования процессов механической обработки резанием.

Анализ публикаций показал, что современные исследования в области моделирования процессов резания (рис. 1.20) можно классифицировать, хотя часто и условно, по трем направлениям:

**создание моделей и исследование их точности.** Работы в этом направлении посвящены теоретическим аспектам создания моделей процессов резания (ПР);

**исследование рабочих процессов.** Работы в этом направлении посвящены исследованию конкретных рабочих процессов различных видов обработки резанием с помощью ранее разработанных и испытанных моделей и имеют своей целью выявление с помощью моделирования новых, прежде неизвестных закономерностей рабочих процессов;

**оптимизация рабочих процессов.** Работы в этом направлении содержат результаты поиска оптимальных параметров рабочих процессов в заданных условиях.

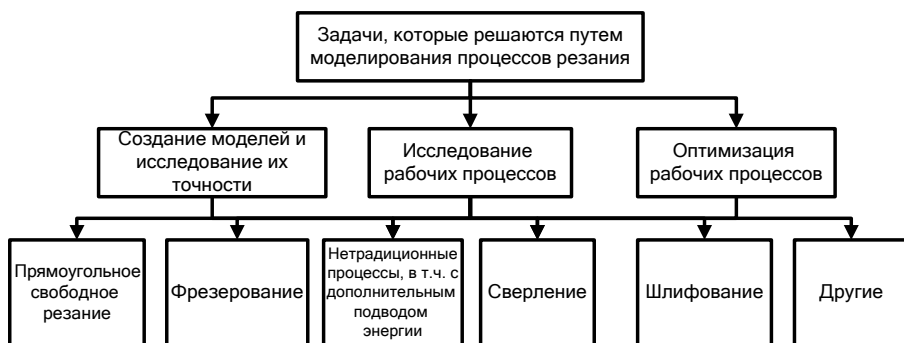


Рисунок 1.20 – Классификация направлений исследований

Каждое из направлений активно развивается и объединяет несколько тем, наиболее актуальных в настоящее время. Об этом свидетельствует большое число публикаций. Работы, посвященные созданию моделей, рассматривают такие темы:

1. Геометрическое моделирование процессов.
2. Моделирование нетрадиционных процессов.
3. Моделирование изнашивания режущего инструмента.
4. Моделирование образования элементной стружки, в т.ч. адиабатическим сдвигом при высоких скоростях резания.
5. Определение моделей материала и трение.
6. Моделирование 3D-рабочих процессов.



Более всего работ посвящено изучению пятой и шестой тем, что свидетельствует об актуальности на сегодняшний день решения проблемы создания достоверных моделей материалов и трения, которые могут быть применены в широком диапазоне условий деформирования, а также создания теоретической базы для моделирования 3D-рабочих процессов резания.

В направлении исследования рабочих процессов резания были приведены результаты таких исследований:

1. Стружкообразование при высоких и сверхвысоких скоростях резания.
2. Обрабатываемость труднообрабатываемых материалов.
3. Точности обработки.
4. Образование заусеницы.
5. Тепловые поля в зоне резания, в т.ч. при шлифовании.
6. Влияние смазочно-охлаждающей технологической среды (СОТС) на процесс резания.
7. Остаточные напряжения в обработанной поверхности.
8. Динамика и устойчивость процесса резания, в том числе и в замкнутой технологической системе «станок – приспособление – инструмент – деталь».
9. Микрорезание и резание с малыми отношениями толщины среза к радиусу округления режущей кромки ( $a/\rho$ ).

Чем выше номер темы в приведенном списке, тем больше сделано докладов и публикаций по этой теме. Как показывает анализ, вопросы динамики процесса резания, особенно в замкнутой технологической системе «станок – приспособление – инструмент – деталь», а также резания с малыми толщинами среза в настоящее время являются наиболее интересными для мировых научных школ.

В направлении оптимизации рабочих процессов можно выделить пять тем:

1. Оптимизация режущего инструмента по прочности.
2. Оптимизация 5-осевой обработки.
3. Оптимизация режущего инструмента из условия стружкодробления.

4. Оптимизация управляющих программ для ЧПУ.
5. Оптимизация процессов резания с дополнительным подводом энергии.

Следует отметить, что последняя тема исследований является одной из наиболее популярных в настоящее время, что связано с развитием лазерной техники и новых систем генерации механических колебаний.

### 1.3.1. Достижения в создании моделей и исследовании их точности

Среди известных достижений в создании моделей следует отметить алгоритм моделирования в двухмерной постановке формоизменения режущего лезвия в результате изнашивания его контактных поверхностей (рис. 1.21) [236]. Смещая на каждом шагу интегрирования каждый узел контактной поверхности по нормали к ней на величину износа за этот шаг интегрирования, автору удалось с помощью DEFORM 2D спрогнозировать износ по задней поверхности при точении закаленной до твердости HRC 51 стали AISI H13 с ошибкой менее 6%.

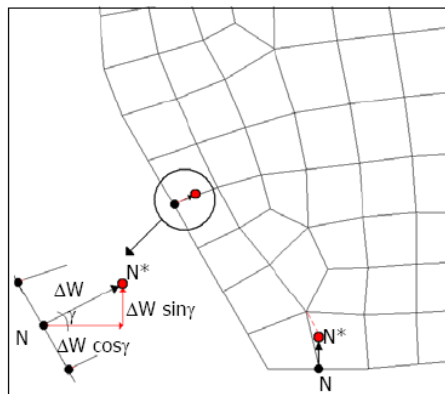
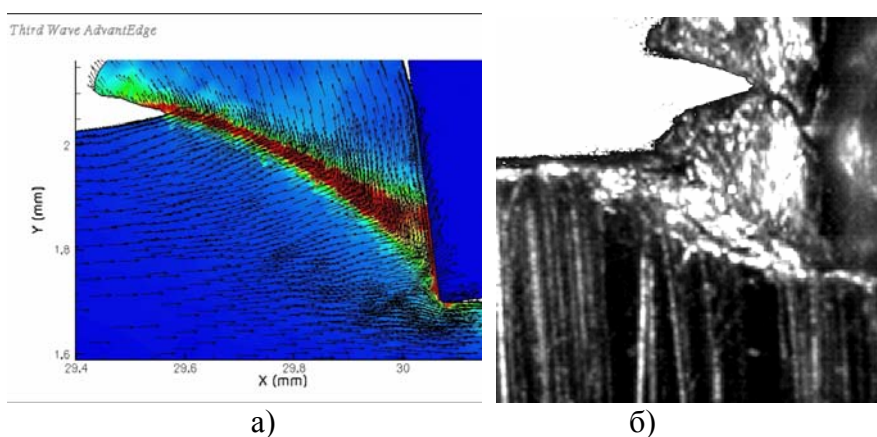


Рисунок 1.21 – Иллюстрация алгоритма моделирования изнашивания режущего лезвия

Интенсивно развивается теоретическая база моделирования образования элементной стружки. R. W. Ivester и др. показали [237] с помощью моделирования свободного прямоугольного резания в THIRD WAVE ADVANTEDGE с использованием алгоритма разрушения локализованным адиабатическим сдвигом, что шаг сегментов стружки увеличивается практически линейно с увеличением скорости резания от 200 до 600 м/мин при обработке стали 45 (рис. 1.22). Его экспериментальные исследования показали качественное соответствие спрогнозированной формы стружки, экспериментально зафиксированной с помощью высокоскоростной (60 000 кадров/с) видеокамеры.



а) б)  
Рисунок 1.22 – Сравнение результатов моделирования элементного стружкообразования (а) и высокоскоростной видеосъемки (б) [237]

Вместе с тем в настоящее время остается нерешенной проблема достоверного прогнозирования показателей процесса резания в широком диапазоне скоростей резания. На наш взгляд, до сих пор не существует работ, которые показали бы адекватность КЭ-моделей в широком диапазоне режимов резания. Исследования авторов [20] показали, что основными причинами этого являются весьма произвольный выбор модели трения на контактных поверхностях, а также ошибка в прогнозировании

нормальной силы на задней поверхности. Это может возникать из-за заниженных величин фаски износа и радиуса округления режущей кромки, которые задаются как исходные данные, а также недостатки алгоритма, который моделирует разрушение, и неоптимальный выбор параметров решателя, что в совокупности приводит к необоснованной потере контакта на задней поверхности лезвия.

Выполненное С. Fischer [238] сравнение результатов моделирования процессов продольного точения и отрезания показало, что силы резания, спрогнозированные с помощью 3D-алгоритма в DEFORM-3D, оказываются завышенными на 25–30% по сравнению с 2D-алгоритмом в DEFORM-2D и экспериментом. Наиболее оптимальным с точки зрения точности и скорости расчетов является размер конечных элементов, который равен 0,25 толщины среза.

Необходимо обратить внимание на то, что в настоящее время 3D-модели реализованы для точения [238], сверления [239] (рис. 1.23), фрезерования [240] (см. рис. 1.24). Однако наиболее важным для исследователей сегодня является получение за минимальное машинное время качественного соответствия с экспериментом формы стружки и силы резания, чем количественно точный результат по всем показателям процесса. Поэтому часто в работах имеют место неточности в результатах моделирования, например, такие, как превышение спрогнозированной температуры поверхности заготовки и температуры стружки (рис. 1.24) [240].

### **1.3.2. Достижения в исследовании рабочих процессов**

Достижения в области создания методологии и программного обеспечения конечно-элементного моделирования процесса резания позволяют получить новые результаты. В частности, проведенные М. Dix и др. исследования показали, что избежать образования заусеницы при точении и фрезеровании можно за счет уменьшения пластичности кромки обрабатываемой поверхности, например, путем ее предварительного упрочнения лазером [241].

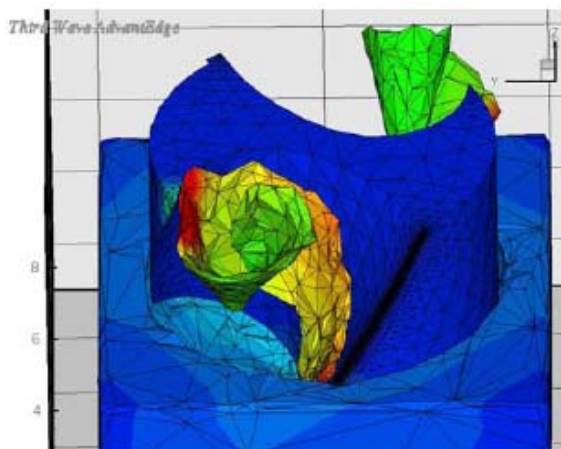


Рисунок 1.23 – Форма стружки при сверлении, рассчитанная с помощью THIRD WAVE ADVANTEDGE [239]

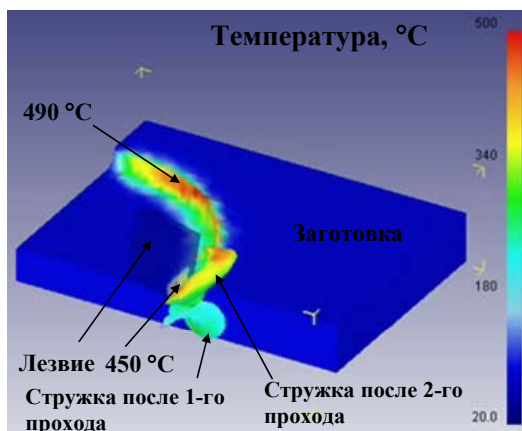


Рисунок 1.24 – Температурное поле, полученное в результате моделирования процесса торцевого фрезерования в DEFORM 3D [240]

Следует отметить, что большое внимание отводится исследованию тепловых явлений и процесса теплопередачи как при лезвийных рабочих процессах, так и при абразивной обработке. Интересен тот факт, что для расчетов температурных полей при шлифовании, как правило, используется ANSYS. Например, разработанная в [242] методика позволила не только вычислить температурное поле в детали сложной геометрической формы при ее шлифовании, но и спрогнозировать твердость поверхности и ее изменение по глубине.

Огромное внимание во всех исследованиях уделяется прогнозированию остаточных напряжений. Как правило, это достигается путем анализа поля напряжений в обработанной поверхности, полученного в результате конечно-элементного анализа. На наш взгляд, большим достижением является разработанная в [244] методика прогнозирования изменения форм деталей сложной геометрической формы после их механической обработки под действием остаточных напряжений. Это особенно важно для точных тонкостенных деталей с большими геометрическими размерами.

Исследование резания с толщиной среза  $a$ , сравнимой с радиусом округления режущей кромки  $\rho$ , также является актуальной задачей. Интересен результат F. Klocke и др. [243], которые показали, что при сверлении с точки зрения образования стружки величина критического соотношения  $a/\rho$  зависит от размера зерна обрабатываемого материала: если  $\rho$  меньше характерного размера зерна, то минимальное  $a/\rho$  равняется 0,25; если  $\rho$  больше характерного размера зерна, то минимальное  $a/\rho$  может достигать 1,0 (рис. 1.25).

Значительное количество работ посвящено исследованию динамики рабочих процессов и прогнозированию динамического состояния технологической системы. Особое внимание уделено рассмотрению замкнутой технологической системы в контексте влияния станка, приспособления и детали на процесс стружкообразования и колебания инструмента. Интересна работа С. Wrecher и др. [245], посвященная исследованию запаздыва-

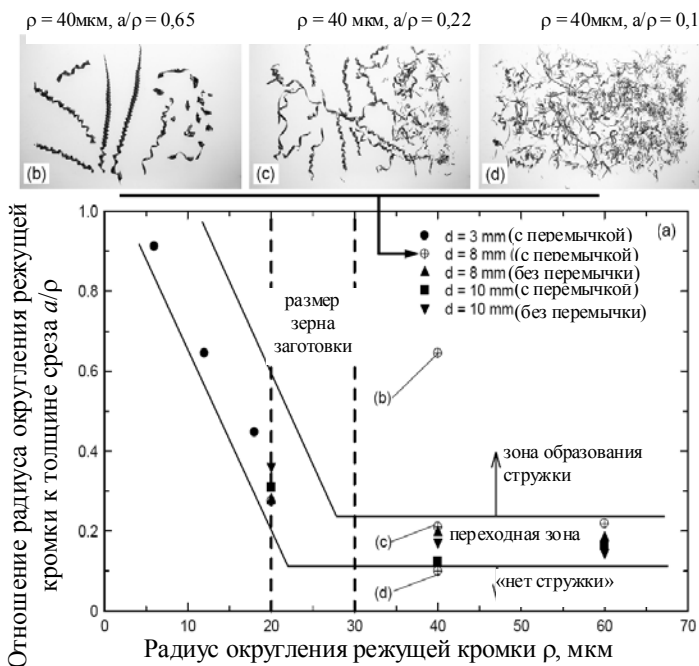


Рисунок 1.25 – Критерий стружкообразования по Ф. Клоке [243] при сверлении

ния силы резания по отношению к толщине среза и влияния частоты обращения шпинделя на его динамическую податливость. Его работа имеет больше эмпирический характер, экспериментально показывает наличие этих эффектов и во многом повторяет результаты, полученные отечественными исследователями.

### 1.3.3. Достижения в оптимизации рабочих процессов

Среди всех тем, посвященных оптимизации рабочих процессов, следует выделить работы по исследованию комбинированных процессов механической обработки. Методом конечно-элементного моделирования процесса резания G. Germain и др. [246] удалось найти такие режимы течения с опережающим нагреванием срезаемого слоя лазером, которые не только облегча-

ют процесс стружкообразования (снижают контактные напряжения на 20–25%), но и приблизительно на 1/3 уменьшают остаточные напряжения в обработанной поверхности.

#### 1.4. Краткая характеристика современного программного обеспечения

Анализ литературы показал, что в современных условиях моделирование процессов резания методом конечных элементов осуществляется программным обеспечением двух типов: исследовательским и коммерческим.

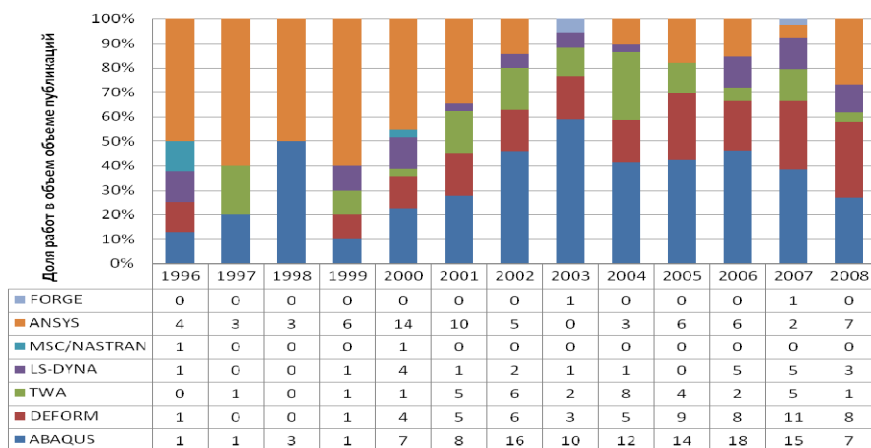


Рисунок 1.26 – Количество публикаций с использованием коммерческого программного обеспечения

Исследовательское программное обеспечение является узкоспециализированным кодом, предназначенным для решения задач моделирования в сфере интересов группы разработчиков этого программного продукта. В современных условиях исследовательские программные продукты в сфере моделирования процесса резания методом конечных элементов используются довольно ограниченно. Например, украинскими учеными разработаны модели OCFEM [20, 62, 247] и российскими учеными – [84, 248].



Появление коммерческого программного обеспечения позволило существенным образом интенсифицировать исследования. Особенностью современных публикаций является использование авторами в основном коммерческого программного обеспечения КЭ-анализа, как специализированного DEFORM и THIRD WAVE ADVANTEDGE (TWA), так и универсального ABAQUS, LS-DYNA, ANSYS, FORGE. Доля использования универсального программного обеспечения для моделирования процессов резания с каждым годом увеличивается (рис. 1.26), поскольку оно предоставляет открытую архитектуру, позволяя пользователям добавлять к алгоритму расчета свои процедуры. Многие авторы используют этот прием. ABAQUS занимает лидирующие позиции по частоте использования для моделирования процессов резания благодаря своим расширенным возможностям и удобному пользовательскому интерфейсу. Наличие шаблонов для создания моделей резания обеспечивает непрерывный рост популярности пакета DEFORM. LS-DYNA имеет очень ограниченный пользовательский интерфейс, но имеет повышенную производительность при моделировании многокомпонентных систем. Следует отметить, что программный пакет TWA ориентирован исключительно на моделирование резания. Незначительное количество публикаций с использованием этого программного продукта объясняется его ориентацией больше на производственные предприятия, чем на учебные заведения.

### **1.5. Адекватность современных КЭ-моделей эксперименту**

Обзор литературы показал, что не существует ни одной модели, в которой одновременно погрешность прогнозирования всех проекций силы резания, температуры резания, формы стружки, ее усадки была бы меньше 5% (табл. 1.7).

Часто это объясняется неточностью модели трения на передней поверхности, поскольку именно трение на передней поверхности во многом определяет эти показатели.

Таблица 1.7 – Сравнение погрешностей прогнозирования различных показателей процесса резания разными исследователями

Решение	Погрешность определения, %					
	Угол сдвига	Главная проекция силы резания	Радиальная проекция силы резания	Усадка стружки	Длина контакта	Температура
B. Shi [251], <b>DEFORM</b>	0	+15	-8	-	-26	-
V. Kalhori [96], <b>ABAQUS</b>	0	-27	-74	1	4	-
ERC, <b>DEFORM</b>	+3	-7	-43	+6	-11	-
J.N. Wince [131], <b>LS-DYNA</b>	-4	-10	-45	-3	-	-
A.E. Tekkay та ин. [168], <b>Advant Edge</b>	-6	+50	-30	+10	-85	-
T. Altan [107], <b>ABACUS</b>	+7	+26	-14	+9	-2	-
A.E. Tekkay та ин.[168], <b>MSC.Marc</b>	+22	0	-120	-	-	-10
A.H. Adibi-Sedeh [110], <b>ABACUS</b>	-	+2	-30	-23	-	-
F. Klocke [89], <b>Advant Edge</b>	-	+7	-13	-	-	-3
P. Sartkulvanich та ин.[252], <b>DEFORM</b>	-	+12	-40	-20	-	-
J.S. Strenkovski [253], <b>Власний код</b>	-	+14	+15	5	-	-
E. Kwiatkowska [254], <b>Advant Edge</b>	-	+26	-7	+6	-	-6

Так, P. Sartkulvanich и T. Altan [125] показали, что при моделировании МКЭ вид модели трения существенным образом определяет практически все показатели процесса резания. Они отмечают, что в своих работах к аналогичным выводам пришли A. Jain, Y. C. Yen и T. Altan (2001), W. J. Endres и J. Manjunathaiah (2000), E. Ceretti, E. Filice и F. Micari (1999). По

их данным с увеличением как  $m$ , так и  $\mu$  в модели TS увеличиваются проекции силы резания, усадка стружки, длина контакта и температура на передней поверхности. Такие же данные получили Р. J. Arrazola [249], А. G. Raczky [129], М. Bäker [126] и др. (табл. 1.8 и 1.9).

Таблица 1.8 – Степень влияния среднего коэффициента трения в модели ТК на показатели процесса резания при его моделировании МКЭ

Автор	$\frac{dP_z}{d\mu}, \%$	$\frac{dP_y}{d\mu}, \%$	$\frac{d\xi}{d\mu}, \%$	$\frac{d\Phi}{d\mu}, \%$	$\frac{dC_\gamma}{d\mu}, \%$	$\frac{dT}{d\mu}, \%$
А. G. Raczky [129]	-	-	150	-	-	-
М. Bäker [126]	200	-	-	-	-	-
С. Piendl [111]	30	700	-	-	-	5
Р. Sartkulvanich и Т. Altan [125]	20	62	10	4	18	75

Таблица 1.9 – Степень влияния параметра  $m$  в модели TS на показатели процесса резания при его моделировании МКЭ

Автор	$\frac{dP_z}{dm}, \%$	$\frac{dP_y}{dm}, \%$	$\frac{d\xi}{dm}, \%$	$\frac{d\Phi}{dm}, \%$	$\frac{dC_\gamma}{dm}, \%$	$\frac{dT}{dm}, \%$
Р. Sartkulvanich и Т. Altan [125]	37	37	33	-10	58	39

Таблица 1.10 – Изменение показателей процесса резания при увеличении  $\mu$  от 0 до 1 при прочих равных условиях

Инструментальный материал	$\Delta T, \%$	$\Delta \xi, \%$	$\Delta C_\gamma, \%$	$\Delta P_z, \%$	$\Delta P_y, \%$
P10	55	20	36	35	170
K10	53	29	36	40	220

Р. J. Arrazola [249] отмечает, что изменение усадки стружки и проекций силы резания зависят от свойств инструментального материала (табл. 1.10).

Изменение параметра  $m$  в модели TS больше влияет на температуру резания, чем в модели TC. Для всех других параметров влияние типа модели является обратным [125]. Н. Bil, S. E. Kılıç, А. Е. Теккауа [168] отмечают, что увеличение  $m$  в модели TS мало влияет на температуру резания и главную проекцию силы, в то время как его изменение при  $\gamma=0$  существенным образом определяет величину радиальной проекции силы резания.

А. G. Raczy [129] и J. Leopold [249] установили, что с увеличением среднего коэффициента трения при обработке алюминиевых сплавов уменьшается кривизна стружки. М. Väker [126] отметил, что увеличение коэффициента трения от 0 до 0,1 при обработке титановых сплавов незначительно влияет на форму стружки.

С. R. Liu продемонстрировал [250], что увеличение коэффициента трения при обработке стали AISI304 от 0,3 до 0,7 приводит не только к увеличению остаточных напряжений, но и изменению их знака: они из сжимающих превращаются в растягивающие.

V. Madhavan [127] показал, что при моделировании процесса резания стали с моделью трения ТК увеличение  $\mu$  на участке упругого контакта приводит к увеличению  $\tau$  на участке пластического контакта. Причем если  $\mu = 0.2$ , то  $\tau$  не достигает  $\tau_{\max}$ , а если  $\mu = 0,8$ , то достигает. При этом усадка стружки возрастает на 25%.

Также отмечается, что с увеличением  $\mu$  область максимальных пластических деформаций смещается к поверхности заготовки. Отклонение от среднего значения проекций силы резания в условиях установившегося резания при  $\mu = 0,2$  не больше 2%, а при  $\mu = 0,8$  может достигать 10%. J. Söhner [91] обобщил исследования по чувствительности показателей обработки к коэффициенту трения (табл. 1.11).

Таблица 1.11 – Чувствительность показателей процесса резания к коэффициенту трения [91]

$P_z$	$P_y$	$T$	$C_\gamma$	$\Phi$	$\xi$
Очень чувствительный	Очень чувствительный	Очень чувствительный	Очень чувствительный	Нечувствительный	Очень чувствительный

Стремление к уменьшению затрат при разработке новых и оптимизации существующих процессов механической обработки резанием и оборудования для их реализации путем виртуального моделирования этих процессов вызывает необходимость использования как конечно- и дискретно-элементных, так и аналитических и экспериментальных моделей резания. Однако до сих пор не существует моделей, позволяющих получить адекватные прогнозы одновременно по всем показателям процесса резания в широком диапазоне его параметров. Это объясняется, в первую очередь, отсутствием адекватной модели трения в контакте обрабатываемая деталь – режущий клин и, как правило, довольно произвольным заданием ее параметров как постоянно-го соотношения между касательными и нормальными напряжениями, называемого средним коэффициентом трения [20]. Во многих работах именно подбором среднего коэффициента трения были достигнуты адекватные результаты моделирования [89, 125, 91 и др.]. Однако такое произвольное задание модели трения приводит, во-первых, к погрешностям в расчетах, необходимости определения или подбора этого параметра в каждом частном случае, а во-вторых, не объясняет физические явления в контактной зоне. Последнее существенным образом обедняет и усложняет понимание процессов, происходящих при резании. Взаимосвязь этих процессов так же, как и сами эти процессы, довольно сложна, поэтому и не создана до сих пор универсальная теоретическая модель трения.

## РАЗДЕЛ 2. РАЗРАБОТКА ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА СТРУЖКООБРАЗОВАНИЯ ПРИ РЕЗАНИИ МЕТАЛЛОВ

### 2.1. Классификация задач прогнозирующего моделирования

КЭ-модель процесса резания является лишь инструментом для совершенствования производственного процесса. Производственный процесс – явление многогранное, который находит свою реализацию как в технологической системе отдельного станка, так и во всем цехе. Различие между этими процессами состоит лишь в степени их детализации с точки зрения наблюдателя. В связи с этим и компьютерная модель процесса резания, предназначенная для усовершенствования производственного процесса, должна отличаться степенью своей детализации в зависимости от задачи, для решения которой она создается. Разделение моделей на классы по масштабу характерного элемента исследуемой системы может быть представлено схемой (рис. 2.1). Эта схема является развитием идей виртуального моделирования, описанных в работе [256]. Чем меньше размер характерного элемента исследуемой системы, тем более детально (как геометрически, так и физически) должна быть построена модель процесса обработки для решения задач по совершенствованию этой системы. Например, если необходимо увеличить прочность режущей кромки лезвия, то эта задача имеет масштаб (уровень детализации) лезвия, и, таким образом, при построении модели для решения этой задачи необходимо учитывать форму округления режущей кромки, локальное распределение контактных напряжений и т.п. С другой стороны, если ставится задача определения прогиба заготовки при обработке точением, то она уже имеет масштаб (уровень детализации) заготовки. Поэтому настолько детальная информация о процессе взаимодействия лезвия с заготовкой и стружкой, как в предыдущем примере, в данном случае не нужна, а достаточно лишь достоверно спрогнозировать вектор силы резания.

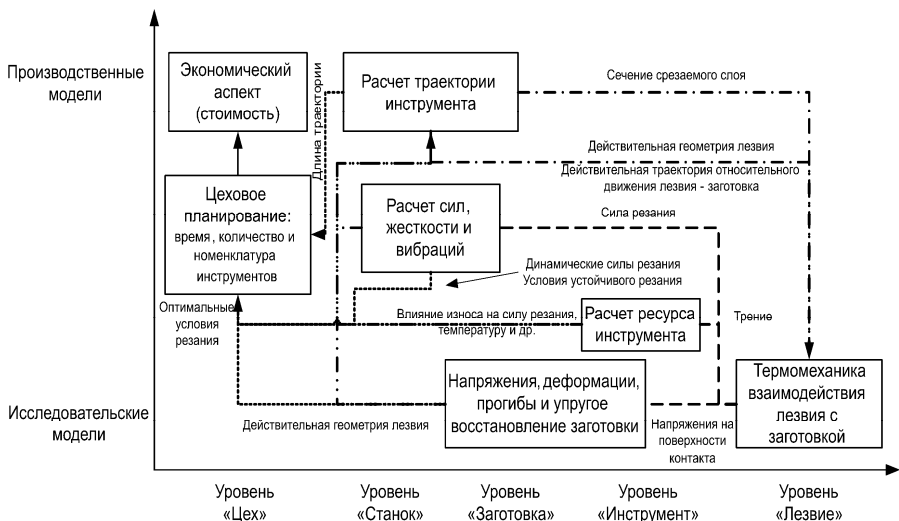


Рисунок 2.1 – Классификация моделей процесса резания по размеру характерного элемента исследуемой производственной системы ([256] с дополнениями и изменениями авторов)

Очевидно, что от уровня детализации задачи зависят время вычислений и сложность модели. В общем случае было бы удобно использовать универсальную модель технологической операции (задача масштаба станка), которая бы одновременно учитывала явления на всех уровнях детализации. Однако для построения такой модели потребуются КЭ довольно малого размера (около 1 мкм). Учитывая то, что характерные размеры стружки (~ 1 мм), инструмента (~ 10 мм), заготовки (~ 100 мм) и станка (~ 1000 мм) существенно отличаются, такая термомеханическая модель даже при возможности создания неравномерной КЭ-сетки будет содержать более  $10^6$  элементов, что при использовании даже наиболее современных вычислительных средств потребует не менее 1–4 недель вычислений.

Время вычислений можно существенным образом сократить за счет выравнивания характерных размеров исследуемых объектов с размерами КЭ, необходимыми для моделирования. Основываясь на классификации задач моделирования, приведенной

Таблица 2.1 – Классификация задач моделирования процесса резания по уровню детализации и группе целевого эффекта

Код за-дачи	Наименование задачи	Группа целевого эффекта
<b>Уровень детализации «Лезвие»</b>		
1.	Прогнозирование глубины и степени упрочнения поверхности	1.a
2.	Прогнозирование остаточных напряжений II рода	1.c
3.	Прогнозирование напряжений в лезвии	2
4.	Прогнозирование интенсивности изнашивания лезвия	2
5.	Прогнозирование типа стружки	3
6.	Прогнозирование контактных напряжений	4
7.	Прогнозирование удельной тангенциальной проекции силы резания	4
8.	Прогнозирование удельной радиальной проекции силы резания	4
9.	Прогнозирование постоянных времени стружкообразования	4
10.	Прогнозирование температурного поля лезвия	4
<b>Уровень детализации «Инструмент»</b>		
11.	Прогнозирование шероховатости поверхности	1.c
12.	Прогнозирование формы и размеров заусеницы	1.d
13.	Прогнозирование формы режущей части инструмента как результата ее изнашивания	2
14.	Прогнозирование формы стружки и момента ее дробления	3
15.	Прогнозирование температурного поля в инструменте	4
16.	Прогнозирование напряжений в инструменте	4
17.	Прогнозирование вектора силы резания	4
18.	Прогнозирование температуры резания	4
<b>Уровень детализации «Заготовка»</b>		
19.	Прогнозирование температурных деформаций заготовки (детали)	1
20.	Прогнозирование фактических размеров обработанной поверхности	1.a
21.	Прогнозирование погрешностей формы обработанной поверхности	1.b
22.	Прогнозирование остаточных напряжений I рода	1.c
<b>Уровень детализации «Станок»</b>		
23.	Прогнозирование показателей колебаний при резании	1
24.	Прогнозирование температурных деформаций станка	1
25.	Расчеты траектории перемещения инструмента	1



в табл. 2.1, в каждом конкретном случае можно выбрать уровень детализации модели и сформулировать допущения (см. п. 5.2.2), которые обеспечат наибольшую производительность вычислений с наименьшей погрешностью прогнозирования исследуемых показателей процесса.

Анализ целей технологического процесса позволил сформулировать такие группы целевых эффектов в решении задач моделирования:

1. Обеспечение показателей качества механической обработки:
  - а) точности размеров;
  - б) точности формы и взаимного положения;
  - с) качества обработанной поверхности;
  - д) исключения формирования заусенцев.
2. Обеспечение ресурса и надежности работы инструмента.
3. Обеспечение стружкодробления.
4. Расчет фундаментальных показателей процесса.

Определение структуры прогнозирующих моделей должно осуществляться на основе сопоставления уровня детализации и целевых эффектов, которые исследуются (см. разд. 6).

## **2.2. Основные математические соотношения**

### **2.2.1. Фундаментальные уравнения**

Нелинейная механика напряженно-деформированного тела, положенная в основу реализации метода конечных элементов для решения задач моделирования процессов резания, основывается на таких фундаментальных законах и уравнениях:

1. Закон сохранения массы.
2. Закон сохранения энергии.
3. Закон сохранения количества движения.
4. Уравнение равновесия.
5. Закон теплопроводности Фурье.
6. Уравнение связи «перемещение-деформация».
7. Уравнение связи напряжений и деформаций тел.

В дополнение к перечисленным фундаментальным законам следует указать на важное требование непрерывности деформаций в пределах одного тела, которое задается *условием совместности деформаций*.

### 2.2.2. Вычисление напряженно-деформированного состояния

Основные теоретические положения математического описания и расчетного алгоритма основаны на фундаментальных работах Т. Belytschko [228], J. C. Simo [233]. В связи с важностью основного вычислительного цикла рассмотрим его математическое описание.

Закон сохранения массы выражается уравнением

$$\rho J = \rho_0, \quad (2.1)$$

где  $J = \det(F)$  – якобиан, который численно равен относительному объему в данный момент времени;  $\rho, \rho_0$  – соответственно действительная и начальная плотность материала;  $F = \frac{\partial x_i}{\partial X_j}$  – градиент движения.

Закон сохранения энергии при отсутствии теплопроводности и тепловых источников может быть записан в виде уравнения

$$\rho_0 \dot{w}^{in} = \dot{F} \sigma, \quad (2.2)$$

где  $\dot{F}$  – скорость градиента движения.

Приведенное уравнение показывает, что скорость изменения внутренней энергии  $\dot{w}^{in}$  (внутренняя мощность) равна скорости градиента движения, умноженного на номинальные напряжения  $\sigma$ . Это уравнение при расчете изотермических и адиабатических процессов используется лишь для определения глобального энергетического баланса, в то время как в общем случае теплопроводности определяет мощность тепловых источников.

Закон сохранения количества движения (уравнение движения) можно записать в виде [257]:

$$\rho \ddot{u}_i = \rho f_i + \sigma_{ij,j}, \quad (2.3)$$

где  $f_i$  – плотность объемных сил;  $\sigma_{ij,j}$  – частные производные компонента тензора напряжений Коши  $\sigma_{ij}$ .

Из условия равновесия следует

$$f = f_{load} + f_{contact} - I, \quad (2.4)$$

где  $f_{load}$  – приведенные объемные и внешние силы, действующие на тело;  $f_{contact}$  – приведенные силы на контактной границе тела;  $I$  – внутренние силы.

Граничные условия математически формулируются в виде:

- в силах на границе тела

$$\sigma_{ij} \cdot n_i = P(\tau); \quad (2.5)$$

- в перемещениях на границе тела

$$u = U; \quad (2.6)$$

- в силах на контактной границе

$$(\sigma^+ - \sigma^-)n = 0 \text{ при } u^+ = u^-. \quad (2.7)$$

Основываясь на указанных фундаментальных уравнениях, численное вычисление перемещений индивидуальных частиц твердого тела может быть выполнено с помощью итерационной процедуры явного интегрирования по времени уравнения движения (2.3) с помощью МКЭ.

Пусть в начальный момент времени во всех моделируемых точках тел

$$\begin{aligned} \ddot{u}|_{\tau=0} = 0; \dot{u}|_{\tau=0} = 0; u|_{\tau=0} = 0; f_{load}|_{\tau=0} = 0; \\ f_{contact}|_{\tau=0} = 0; I|_{\tau=0} = 0; \varepsilon_{ij}^p|_{\tau=0} = 0, \end{aligned} \quad (2.8)$$

где  $u$  – перемещение узлов.

Найдем перемещение узлов тела через определенный бесконечно малый промежуток времени  $\Delta\tau$ . Для этого зададим кинематические граничные условия и нагрузки, определенные по условиям задачи в данный момент времени:

$$\ddot{u}|_{\tau} = \ddot{U}(\tau), \dot{u}|_{\tau} = \dot{U}(\tau),$$

$$u|_{\tau} = U(\tau), \quad f_{load}|_{\tau} = P(\tau). \quad (2.9)$$

Используя уравнение (2.3), вычислим вектор ускорений частиц тела в узлах:

$$\ddot{u}_i|_{\tau} = (M_{ij}^{-1}) \left( f_{load_i}|_{\tau} + f_{contact_i}|_{\tau} - I_i|_{\tau} \right), \quad (2.10)$$

где  $M_{ij}$  – матрица масс.

Далее вычисляем вектор скоростей в узлах, выполняя интегрирование методом центральных разностей:

$$\dot{u}_i|_{\tau+\frac{\Delta\tau}{2}} = \dot{u}_i|_{\tau-\frac{\Delta\tau}{2}} + \Delta\tau \ddot{u}_i|_{\tau}. \quad (2.11)$$

Действуя аналогично, вычисляем вектор перемещений узлов тела:

$$u|_{\tau+\Delta\tau} = u|_{\tau} + \Delta\tau \dot{u}|_{\tau+\frac{\Delta\tau}{2}}. \quad (2.12)$$

Очевидно, что перемещения частиц тела вызывают силовую реакцию со стороны этого тела в виде внутренних сил  $I|_{\tau}$ , которые пока остаются неизвестными. Для их определения вычислим тензор скоростей деформаций:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}|_{\tau+\frac{\Delta\tau}{2}} = \frac{1}{2} \left( \frac{du_i}{dx_j} + \frac{du_j}{dx_i} \right) \Bigg|_{\tau+\frac{\Delta\tau}{2}}. \quad (2.13)$$

Выполняем декомпозицию:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p, \quad (2.14)$$

где  $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$  – тензор скоростей упругих деформаций;  $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$  – тензор скоростей пластических деформаций.

Тогда приращение компонент деформаций

$$d\varepsilon_{ij}|_{\tau+\Delta\tau} = \Delta\tau \dot{\varepsilon}_{ij}|_{\tau+\frac{\Delta\tau}{2}}. \quad (2.15)$$

Величина любой компоненты деформации

$$\varepsilon_{ij}|_{\tau+\Delta\tau} = \varepsilon_{ij}|_{\tau} + d\varepsilon_{ij}|_{\tau+\Delta\tau}. \quad (2.16)$$

Учитывая большие скорости деформации в зоне стружкообразования при практически применяемых скоростях резания

[54] может быть принято допущение об адиабатическом характере деформации. Тогда температура, возникающая при такой деформации, может быть вычислена как

$$T|_{\tau+\Delta\tau} = T|_{\tau} + \eta \frac{\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p}{\rho C_m} \Big|_{\tau} \Delta\tau. \quad (2.17)$$

Применяя определяющее уравнение, уравнение состояния материала деформированного тела (см. п. 1.2.1) и условие текучести ( $\bar{\sigma} = \sigma_s$ ), вычисляем напряжение в точках интегрирования КЭ:

$$\sigma_{ij} \Big|_{\tau+\Delta\tau} = F\left(\sigma_{ij} \Big|_{\tau}, \varepsilon_{ij} \Big|_{\tau+\Delta\tau}, \dot{\varepsilon}_{ij} \Big|_{\tau+\Delta\tau}, T \Big|_{\tau}\right) \quad (2.18)$$

и осуществляем сложение внутренних сил в узлах  $I|_{\tau+\Delta\tau} = I\left(\sigma_{ij} \Big|_{\tau+\Delta\tau}\right)$ .

Далее проверяем выполнение критерия разрушения в каждом КЭ заготовки (см. п. 1.2.2). В случае удовлетворения критерия происходит удаление элемента из модели.

Решение контактной задачи и определение нормальных сил на контактной поверхности  $f_{contact}$  выполняем в несколько этапов с использованием выбранной модели трения (см. п. 1.2.3). Методом штрафов вычисляем нормальные силы на поверхности контакта  $f_{contact}^n$ . Затем по принятой модели трения вычисляем контактные напряжения  $\tau_n$  и  $\sigma_n$ :

$$\begin{aligned} \sigma_n &= f_{\sigma} \left( f_{contact}^n \right), \\ \tau_n &= \tau_{\max} \left( \sigma_n, \sigma_s \right), \end{aligned} \quad (2.19)$$

где  $\sigma_s$  – предел текучести обрабатываемого материала в прирезцовом слое стружки в текущем его состоянии. Прирезцовый заторможенный слой образован материалом обрабатываемой заготовки в зоне пластической деформации. Но в сравнении со стружкой его состояние определяется не только явлениями, имеющими место в стружке, но и явлениями в инструменте. На последнем этапе определяем касательные силы на поверхности

контакта по вычисленным касательным напряжениям:  
 $f_{contact}^{\tau} = f(\tau_n)$ .

Далее текущее время  $\tau$  увеличиваем на шаг интегрирования  $\Delta\tau$  и вычисления повторяем.

Следует отметить, что приведенная процедура интегрирования уравнения движения является условно стабильной, поскольку обеспечивает получение результата лишь при CFL-условии (Куранта-Фредери-Леви)  $\Delta\tau < \Delta\tau_{max}$ . Максимальный допустимый шаг интегрирования  $\Delta\tau_{max}$  определяется как минимальный допустимый шаг из всех деформируемых конечных элементов модели:

$$\Delta\tau_{max} = \min_i(\Delta\tau_{max i}). \quad (2.20)$$

В общем случае точное значение  $\Delta\tau_{max}$  для отдельного конечного элемента вычислить невозможно. Поэтому на практике используют оценки  $\Delta\tau_{max}$ , вычисленные по приближенной формуле

$$\Delta\tau_{max} = L / c, \quad (2.21)$$

где  $c$  – скорость звуковой волны в материале;  $L$  – характерный размер КЭ. В зависимости от размерности задачи и формы КЭ скорость звуковой волны и характерный размер КЭ оцениваются разными зависимостями:

для 2D плоского деформированного состояния тела

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}; \quad (2.22)$$

для 3D деформированного состояния тела

$$c = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}. \quad (2.23)$$

Характерный размер плоского четырехугольного элемента может быть вычислен как

$$L = \frac{A}{\max(a_1, a_2, a_3, a_4)} \text{ или}$$

$$L = \frac{A}{\max(D_1, D_2)}, \quad (2.24)$$

где  $a_i$  – длина стороны КЭ;  $D_i$  – длина диагонали КЭ,  $A$  – площадь КЭ;  $E$  – модуль упругости;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $\rho$  – плотность.

Характерный размер восьмиузлового пространственного КЭ может быть вычислен как

$$L = \frac{F_e}{A_{\max}}, \quad (2.25)$$

где  $F_e$  – объем восьмиузлового пространственного КЭ;  $A_{\max}$  – площадь его наибольшей грани.

### 2.2.2.1. Вычисление напряжений в упруго-пластических телах с большими пластическими деформациями (инкрементальный подход)

Рассмотрим численное интегрирование определяющих уравнений в случае больших пластических деформаций и малых (по сравнению с ними) упругих деформаций. Применим инкрементальную теорию деформаций. В этом случае допускается адитивная декомпозиция приращений полных деформаций на упругую и пластическую части:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p. \quad (2.26)$$

Приращение напряжений всегда пропорционально приращению упругих деформаций

$$d\sigma = \begin{cases} E d\varepsilon^e & \text{в упругом режиме,} \\ E^{\tan} d\varepsilon^e & \text{в упруго-пластическом режиме,} \end{cases} \quad (2.27)$$

где  $E^{\tan}$  – тангенс угла наклона диаграммы растяжения к оси деформаций.

Условие течения определяет направление пластических деформаций и задается таким соотношением:

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{d\Psi}{d\sigma}, \quad (2.28)$$

где  $d\lambda$  – согласующий множитель (определяет величину приращения пластических деформаций);  $\Psi$  – функция напряжений, названная пластическим потенциалом (определяет направление пластических деформаций).

Если  $\Psi$  представляет собой функцию текучести (что, как правило, допускается), закон текучести называется ассоциативным, а пластические деформации происходят в направлении, перпендикулярном к поверхности текучести:

$$\Psi = |\sigma| - \bar{\sigma} = \sigma \operatorname{sgn}(\sigma), \quad \frac{d\Psi}{d\sigma} = \operatorname{sgn}(\sigma), \quad (2.29)$$

где  $\bar{\sigma}$  – эффективные напряжения.

Условие текучести задается выражением

$$f = \bar{\sigma} - \sigma_s(\bar{\varepsilon}) = 0, \quad (2.30)$$

где  $\sigma_s(\bar{\varepsilon})$  – предел текучести при данных эффективных деформациях  $\bar{\varepsilon}$ . Это уравнение в литературе называют определяющим уравнением.

Критерий текучести (2.30) является изотропным, поскольку предел текучести при сжатии и растяжении одинаковы.

Увеличение предела текучести материала в процессе его деформирования называют упрочнением. Упрочнение представляет собой функцию истории развития пластической деформации. Для металлов история развития пластической деформации характеризуется эффективными пластическими деформациями

$$\bar{\varepsilon} = \int \dot{\varepsilon} dt, \quad \dot{\bar{\varepsilon}} = \sqrt{\dot{\varepsilon}^p \dot{\varepsilon}^p}, \quad (2.31)$$

где  $\dot{\bar{\varepsilon}}$  – скорость пластической деформации.

Известно, что в случае ассоциативного закона течения

$$\dot{\lambda} = \dot{\varepsilon}^p = \dot{\bar{\varepsilon}} \frac{\partial f}{\partial \sigma}. \quad (2.32)$$



Пластические деформации возникают только при условии  $f = 0$ , то есть при пластическом нагружении напряжения остаются на поверхности текучести. Поэтому  $\dot{f} = 0$  и

$$\dot{\bar{\sigma}} = \frac{\partial \sigma_s}{\partial \bar{\varepsilon}} \dot{\bar{\varepsilon}} = H \dot{\bar{\varepsilon}}, \quad (2.33)$$

где  $H$  – параметр упрочнения.

Условие нагружение-разгружение Куна-Такера имеет вид

$$\dot{\lambda} \geq 0, f \leq 0, \dot{\lambda} f = 0. \quad (2.34)$$

В соответствии с теорией пластичности фон Мизеса, эффективные напряжения определяются вторым инвариантом девиатора напряжений  $s = dev(\sigma)$ :

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} I_2(s)} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}}, \quad \dot{\bar{\sigma}} = \sqrt{\frac{3}{2} I_2(\dot{s})} = \sqrt{\frac{3}{2} \dot{s}_{ij} \dot{s}_{ij}}. \quad (2.35)$$

Таким образом, в случае инкрементального интегрирования уравнений движения на каждом шагу необходимо вычислять скорость (приращение эффективных пластических деформаций) и приращение напряжений в соответствии с условием текучести и условием Куна-Такера. В результате приходим к алгоритму радиального возврата (radial return), который основывается на указанной ассоциативности поверхности текучести. Особенностью алгоритма является учет влияния скорости деформации и температуры путем масштабирования предела текучести.

В случае применения определяющего уравнения в форме Джонсона-Кука параметр упрочнения  $H$  задается выражением

$$\begin{aligned} H &= \frac{d\sigma_s}{d\bar{\varepsilon}^p} = \left( \frac{\partial K_{\bar{\varepsilon}}}{\partial \varepsilon^p} K_{\bar{\varepsilon}^p} + \frac{\partial K_{\dot{\varepsilon}}}{\partial \varepsilon^p} K_{\dot{\varepsilon}^p} \right) K_T = \\ &= \left( nB(\bar{\varepsilon}^p)^{n-1} K_{\bar{\varepsilon}^p} + C \frac{\dot{\varepsilon}_0^p}{\dot{\varepsilon}^p} \frac{1}{\dot{\varepsilon}_0^p} \frac{d\dot{\varepsilon}^p}{d\bar{\varepsilon}^p} K_{\dot{\varepsilon}^p} \right) K_T = \\ &= \left( nB(\bar{\varepsilon}^p)^{n-1} K_{\bar{\varepsilon}^p} + C \frac{\ddot{\varepsilon}^p}{(\dot{\varepsilon}^p)^2} K_{\dot{\varepsilon}^p} \right) K_T. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Предусматривая возможность сжатия, хотя и небольшого, при больших пластических деформациях, вычисляем давление через относительное изменение объема:

$$p_{k+1} = K \det(F), \quad (2.37)$$

где  $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$  – модуль объемной упругости.

Алгоритм вычислительной процедуры приведен на рис. 2.. Ее программная реализация этого алгоритма на языке программирования Intel Fortran приведена в приложении А.1.

### 2.2.2.2. Вычисление напряжений в упруго-пластических телах с большими деформациями (на основе градиента движения)

Рассмотрим вычисление напряжений в упруго-пластических телах с большими деформациями с применением аппарата градиента напряжений. Пусть  $B$  – некоторое тело, которое деформируется, например заготовка. В определенный момент времени оно имеет две формы: первую, исходную, форму  $\Omega X \subset \mathfrak{R}^{\dim}$  с внешней границей  $\partial\Omega X$  (не обязательно начальная форма), где  $X$  обозначает координаты границы в этой конфигурации; вторую, именуемую текущей формой, обозначаемую как  $\Omega_x \subset \mathfrak{R}^{\dim}$  с внешней границей  $\partial\Omega_x$  во времени  $t$ , с  $x$  координатами границы в текущей форме.  $x$  связан с  $X$  следующим уравнением:

$$x = X + u(X, t). \quad (2.38)$$

Градиент движения задан как

$$F = \frac{\partial x}{\partial X} = 1 + \nabla_x u, \quad J = \det(F) > 0, \quad (2.39)$$

где  $\det(F)$  – детерминант  $F$ . В дальнейшем мы используем сверхупругую формулировку, которая основывается на мультипликативном разложении градиента движения. В этом контексте прогноз упругих деформаций становится точным и необходимость в инкрементальном алгоритме их уточнения полностью исчезает.

## АЛГОРИТМ

Исходные данные:  $\{F_{k+1}, \Delta \varepsilon_{k+1}, \bar{\varepsilon}_k^p, \Delta \bar{\varepsilon}_k^p, \sigma_k, p_k, T_k\}$ .

Рассчитываемые данные:  $\{\bar{\varepsilon}_{k+1}^p, \Delta \bar{\varepsilon}_{k+1}^p, \sigma_{k+1}, p_{k+1}, T_{k+1}\}$ .

**(I)** Инициализация:

$$\Delta \varepsilon_{k+1}^{e(trial)} = \Delta \varepsilon_{k+1}, p_{k+1} = K(1/\det(F_{k+1}) - 1), \Delta p_{k+1} = p_{k+1} - p_k,$$

$$\sigma_{k+1}^{(trial)} = \sigma_{k+1} + C^e \left( \Delta \varepsilon_{k+1}^{e(trial)} - I \operatorname{tr} \left( \Delta \varepsilon_{k+1}^{e(trial)} \right) \right) + \Delta p_{k+1},$$

$$s_{k+1}^{(trial)} = \sigma_{k+1}^{(trial)} - \frac{1}{3} \operatorname{tr} \left( \sigma_{k+1}^{(trial)} \right),$$

$$\Delta \lambda = 0, \bar{\sigma}^{(trial)} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{k+1}^{(trial)} s_{k+1}^{(trial)}}.$$

**(II)** Проверить условие пластичности

$$f = \left( \bar{\sigma}^{(trial)} - 3G\Delta\lambda \right) - \sigma_s \left( \bar{\varepsilon}_k^p + \Delta\lambda, \Delta\lambda / \Delta t, T_k \right).$$

**ЕСЛИ:**  $f < TOL$ , **ТОГДА**

перейти к п. **(V)**

**ИНАЧЕ** перейти к п. **(III)**

**(III)** Вычислить приращение пластической деформации

$$\Delta \lambda = \Delta \lambda + \frac{f}{3G + H \left( \bar{\varepsilon}_k^p + \Delta \lambda, \Delta \lambda / \Delta t, T_k \right)}.$$

**(IV)** Перейти к п. **(II)**

**(V)** Скорректировать напряжение

$$s_{k+1} = s_{k+1}^{(trial)} / \left( 1 + 3G\Delta\lambda / \left( \bar{\sigma}^{(trial)} - 3G\Delta\lambda \right) \right).$$

**(VI)** Обновить напряжение и пластические деформации

$$\Delta \bar{\varepsilon}_{k+1}^p = \Delta \bar{\varepsilon}_k^p + \Delta \lambda, \bar{\varepsilon}_{k+1}^p = \bar{\varepsilon}_k^p + \Delta \bar{\varepsilon}_{k+1}^p, \sigma_{k+1} = s_{k+1} + p_{k+1},$$

$$T_{k+1} = T_k + \frac{\bar{\sigma}_{k+1} \Delta \varepsilon_{k+1}^p}{\rho C_v \Delta t}.$$

**(VII) КОНЕЦ**

Рисунок 2.2 – Алгоритм вычисления напряжений в упруго-пластических телах с большими пластическими деформациями (инкрементальный подход)

Базовой гипотезой, лежащей в основе этой аппроксимации конечной деформации, является мультипликативное разложение градиента движения на упругую и пластическую части:

$$F = F^e F^p. \quad (2.40)$$

Это допущение, впервые предложенное Е. Н. Lee [258], предполагает наличие местной ненагруженной *переходной* формы. Исходя из гипотезы мультипликативного разложения градиента движения  $F$  и градиент скорости  $L = \dot{F}F^{-1}$  можно разложить на составные части суммированием:

$$L = L^e + L^p, \quad (2.41)$$

где  $L^e$  и  $L^p$  – соответственно упругая и пластическая составляющие, определенные как

$$L^e = \dot{F}^e [F^e]^{-1}, \quad L^p = F^e \dot{F}^p [F^p]^{-1} [F^e]^{-1}. \quad (2.42)$$

Аналогично тензор удлинений  $D = \text{sym}[L]$  может быть разложен на составные части:

$$D = D^e + D^p, \quad (2.43)$$

где  $\text{sym}(\cdot)$  – обозначает функцию симметризации  $(\cdot)$ , например  $\text{sym}(D) = 0.5(D + D^T)$ . Упругий и пластический тензоры удлинений заданы такими уравнениями:

$$D^e = \text{sym}[L^e], \quad D^p = \text{sym}[L^p]. \quad (2.44)$$

Известно, что в соответствии с теоремой о полярном разложении  $F^e$  [259]:

$$F^e = R^e U^e, \quad (2.45)$$

где  $U^e$  и  $R^e$  – соответственно упругий правосторонний тензор удлинений и упругий тензор вращений.

Предположим, что  $\epsilon^e$  обозначает логарифмический тензор напряжений Эйлера (или пространственный тензор) [260]

$$\epsilon^e = \ln[U^e], \quad (2.46)$$

где вышеупомянутый  $\ln[\cdot]$  обозначает *логарифм тензора*  $(\cdot)$ , который содержит спектральное разложение  $U^e$  [261, 262].

Следуя D. Peric и др. [263], предполагаем наличие квадратичной зависимости энергии деформации  $\psi^e(\epsilon^e)$  в виде скалярной симметричной функции ее главных удлинений  $\lambda_i (i=1,2,3)$ , приведенной в виде:

$$\psi^e(\lambda_1^e, \lambda_2^e, \lambda_3^e) = \mu \left[ \ln(\lambda_1^e)^2 + \ln(\lambda_2^e)^2 + \ln(\lambda_3^e)^2 \right] + \frac{1}{2} \lambda (J^e)^2, \quad (2.47)$$

где  $\mu$  и  $\lambda$  – параметры Ламе,  $(J^e) = \lambda_1^e \lambda_2^e \lambda_3^e$  – детерминант Якоби. После применения стандартной процедуры получаем уравнение сверхупругого состояния:

$$T = \frac{\partial \psi^e}{\partial \epsilon^e} = C^e : \epsilon^e, \quad (2.48)$$

где  $T$  – повернутый тензор напряжения. Принимая во внимание несжимаемость в процессе пластической деформации, его можно представить как [264]:

$$T = [R^e]^T \tau R^e, \quad (2.49)$$

где  $\tau = J\sigma$  – тензор напряжений Кирхгофа;  $C^e$  – изотропный упругий тензор четвертого порядка.

Как правило, в случае инкрементального алгоритма интегрирования дифференциального уравнения движения необходима численная аппроксимация определяющего уравнения для обновления напряжений  $\tau$ , внутренней переменной  $\alpha \equiv \bar{\epsilon}^p$  (эквивалентной пластической деформации) в пределах каждого интервала приращения нагрузки. В рассматриваемом контексте на начало шага  $[t_n, t_{n+1}]$  заданы переменные  $\{\tau_n, F_n^p, \alpha_n\}$ . Для вычисления  $\{\tau_{n+1}, F_{n+1}^p, \alpha_{n+1}\}$  в конце приращения необходим специальный алгоритм.

В соответствии с допущением об упругой изотропности логарифмический тензор напряжения Эйлера может быть скорректирован в соответствии с выражением [264]:

$$\epsilon_{n+1}^e = \epsilon_{n+1}^{etrial} - \Delta\gamma N_{n+1}, \quad (2.50)$$

которое имеет одну и ту же форму со стандартным алгоритмом радиального возврата, описанным в предыдущем пункте. Во введенных обозначениях оно будет иметь вид [265]:

$$N_{n+1} = \frac{3}{2} \frac{dev(T_{n+1})}{J_2(T_{n+1})}, \quad (2.51)$$

где  $J_2(\cdot)$  – второй инвариант тензора  $(\cdot)$ . Пробное упругое логарифмическое напряжение  $\epsilon_{n+1}^{etrial}$  представлено в виде

$$\epsilon_{n+1}^{etrial} = \ln[U_{n+1}^{etrial}], \quad (2.52)$$

где  $U_{n+1}^{etrial}$  – результат полярного разложения  $F_{n+1}^{etrial}$ , определенного как

$$F_{n+1}^{etrial} = F_{n+1} (F_n^p)^{-1}. \quad (2.53)$$

Из уравнения (2.49) мы имеем

$$dev(T_{n+1}) = 2\mu dev(\epsilon_{n+1}^e). \quad (2.54)$$

Используя уравнения (2.50), (2.51) и (2.54), получаем

$$dev(T_{n+1}) = dev(T_{n+1}^{trial}) - 3\mu\Delta\gamma \frac{dev(T_{n+1})}{J_2(T_{n+1})}, \quad (2.55)$$

с учетом

$$T_{n+1}^{trial} = C^e : \epsilon_{n+1}^{etrial} \quad (2.56)$$

получаем

$$J_2(T_{n+1}) = J_2(T_{n+1}^{trial}) - 3\mu\Delta\gamma. \quad (2.57)$$

Предполагаем, что поверхность пластичности

$$f_{yn+1}^{trial} = J_2(T_{n+1}^{trial}) - \sigma_y(\Delta\gamma)$$

– нелинейное скалярное уравнение. В случае приращения пластической деформации ( $f_{yn+1}^{trial} > 0$ ) это уравнение должно быть решено относительно  $\Delta\gamma$ :

$$J_2(T_{n+1}^{trial}) - 3\mu\Delta\gamma - \sigma_y(\Delta\gamma) = 0 \leftrightarrow J_2(T_{n+1}) - \sigma_y(\Delta\gamma) = 0. \quad (2.58)$$

Для этого можно использовать классическую процедуру Ньютона–Рафсона.

Используя уравнение (2.55), получаем

$$\text{dev}(T_{n+1}) = \frac{\text{dev}(T_{n+1}^{\text{trial}})}{1 + \frac{3\mu\Delta\gamma}{J_2(T_{n+1})}} \quad (2.59)$$

с  $J_2(T_{n+1})$ , ранее описанного в уравнении (2.57), и:

$$T_{n+1} = \text{dev}(T_{n+1}) + \frac{1}{3} \text{Tr}(T_{n+1}^{\text{trial}}). \quad (2.60)$$

Таким образом, тензор напряжения Коши может быть получен как

$$\sigma_{n+1} = \frac{1}{\det(F_{n+1})} [R_{n+1}^{\text{etrial}}]^{-T} T_{n+1} [R_{n+1}^{\text{etrial}}]^{-1}. \quad (2.61)$$

Окончательно используя уравнение (2.50) и (2.52) и допущение, что

$$R_{n+1}^e = R_{n+1}^{\text{etrial}}, \quad (2.62)$$

после упрощения получаем следующее инкрементальное уравнение для  $F_n^p$  [264]:

$$F_{n+1}^p = \exp[\Delta\gamma N_{n+1}] F_n^p. \quad (2.63)$$

Алгоритм вычислительной процедуры представлен на рис. 2.3. Ее программная реализация на языке программирования Intel Fortran представлена в приложении А.2.

### 2.2.2.3. Алгоритм полярного разложения

Особое значение имеет алгоритм выполнения полярной декомпозиции. Рассмотрим его подробнее [264].

Допустим, что  $B \subset \Omega^3$  является *исходной формой* тела сплошной среды с элементарными частями, характеризующимися как  $X \in B$ . Для нас является достаточным рассмотрение  $B$  как открытого ограниченного множества в  $\mathbb{R}^3$ . Равномерная деформация задается однозначным соответствием:

$$\varphi: B \rightarrow S \subset \Omega^3. \quad (2.64)$$

Мы ссылаемся на  $x \in S$ , как на точку в *текущей конфигурации*  $S = \varphi(B)$ . Используем такую форму записи градиента движения:

## АЛГОРИТМ

Исходные данные:  $\{u_{n+1}, F_n^p, \varepsilon_n^p, T_k\}$ .

Рассчитываемые данные:  $\{\sigma_{n+1}, F_{n+1}^p, \varepsilon_{n+1}^p, T_{k+1}\}$ .

(I) Для заданного перемещения, вычислить градиент движения

$$F^{n+1} = 1 + \nabla_X u^{n+1} = 1 + B(X)u^{n+1},$$

где  $B(X)$  – матрица, содержащая производные функций формы в исходной конфигурации  $X$ .

(II) Вычислить пробный полный градиент упругого движения

$$(F^e)_{n+1}^{trial} = (F_{n+1})(F_n^p)^{-1}.$$

(III) Выполнить полярное разложение  $(F^e)_{n+1}^{trial}$ :

$$(F^e)_{n+1}^{trial} = R_{n+1}^e U_{n+1}^{etrial}.$$

(IV) Вычислить пробный логарифмический тензор упругой деформации

$$(\varepsilon^e)_{n+1}^{trial} = \ln[U_{n+1}^{etrial}].$$

(V) Вычислить пробный тензор напряжений

$$T_{n+1}^{trial} := C^e : (\varepsilon_{n+1}^e)^{trial}.$$

(VI) Проверить условие пластичности

**ЕСЛИ**  $J_2(T_{n+1}^{trial}) - \sigma_s^n \leq 0$  **ТОГДА**

$(\cdot)_{n+1} = (\cdot)_{n+1}^{trial}$  и **ВЫХОД**

**ИНАЧЕ** перейти к п. (VII)

(VII) Решить уравнение (2.58) относительно  $\Delta\gamma$

(см. п. 2.1.3.1):

$$J_2(T_{n+1}) - \sigma_y^{n+1}(\Delta\gamma) = 0 \text{ где } J_2(T_{n+1}) = J_2(T_{n+1}^{trial}) - 3\mu\Delta\gamma.$$

Рисунок 2.3 – Алгоритм вычислительной процедуры расчета напряжений в упруго-пластических телах с большими деформациями (с применением градиента напряжений)



**(VIII)** Восстановить тензор напряжения Коши

$$\sigma_{n+1} = J_{n+1}^{-1} [R_{n+1}^e]^{-T} T_{n+1} R_{n+1}^{e-1} \text{ де } T_{n+1} = \text{dev}(T_{n+1}) + \frac{1}{3} \text{Tr}(T_{n+1}^{\text{trial}}),$$

$$\text{dev}[T_{n+1}] = \frac{\text{dev}[T_{n+1}^{\text{trial}}]}{1 + \Xi}, \quad \Xi = \frac{3\mu\Delta\gamma}{J_2(T_{n+1})}.$$

**(IX)** Восстановить пластическую часть градиента деформации:

$$F_{n+1}^p = \exp[\Delta\gamma N^{n+1}] F_n^p, \quad N^{n+1} = \frac{3}{2} \frac{\text{dev}(T_{n+1})}{J_2(T_{n+1})},$$

$$T_{n+1} = T_n + \frac{\bar{\sigma}_{n+1} \Delta \varepsilon_{n+1}^p}{\rho C_v \Delta t}, \quad \varepsilon_{n+1}^p = \varepsilon_n^p + \Delta\gamma.$$

**(X) КОНЕЦ**

Рисунок 2.3 – Алгоритм вычислительной процедуры расчета напряжений в упруго-пластических телах с большими деформациями (с применением градиента напряжений)  
(продолжение)

$$F(X) = D\varphi(X) = \frac{\partial \varphi(X)}{\partial X}. \quad (2.65)$$

Локальное условие непроницаемости вещества требует выполнения условия

$$J(X) := \det[F(X)] > 0. \quad (2.66)$$

Кроме того, правые и левые тензоры Коши–Грина определяются как

$$C = F^T F \text{ и} \quad (2.67)$$

$$b = FF^T \quad (2.68)$$

соответственно. В соответствии с теоремой полярного разложения градиент движения в любом  $X \in B$  раскладывается на составные части таким образом:

$$F(X) = R(X)U(X) = V[\varphi(X)]R(X), \quad (2.69)$$

где  $R(X)$  – соответствующий ортогональный тензор, имеющий название тензора вращения;  $U(X), V[\varphi(X)]$  – симметричные положительно-определенные тензоры, которые называют, соответственно, *правым и левым* тензорами удлинения. Исключая явную ссылку на независимые переменные, получаем:

$$\begin{aligned} RR^T &= 1, \\ U &= C^{\frac{1}{2}}, \\ V &= b^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Пусть  $I_A, (A=1, 2, 3)$  представляют собой главные инварианты  $C$  (или  $b$ ), определяемые выражениями:

$$\begin{aligned} I_1 &:= \text{tr} C, \\ I_2 &:= \frac{1}{2} \left( I_1^2 - \text{tr} [C^2] \right), \\ I_3 &:= \det C. \end{aligned} \quad (2.71)$$

Поскольку  $C$  является симметричным и положительно-определенным тензором, из спектральной теоремы следует:

$$C = \sum_{A=1}^3 \lambda_A^2 N^{(A)} \otimes N^{(A)}, \quad \|N^{(A)}\| = 1, \quad (2.72)$$

где  $\lambda_A^2 > 0$  – собственные значения  $C$ ;  $N^{(A)}$  – собственный вектор  $C$ :

$$CN^{(A)} = \lambda_A^2 N^{(A)}; \quad (A=1, 2, 3). \quad (2.73)$$

Иногда триаду  $\{N^{(1)}, N^{(2)}, N^{(3)}\}$  называют системой координат Лагранжа в  $X \in B$ , или *главным направлением* по  $X$ . Известно, что

$$FN^{(A)} = \lambda_A n^{(A)}, \quad \|n^{(A)}\| = 1. \quad (2.74)$$

Триада  $\{n^{(1)}, n^{(2)}, n^{(3)}\}$   $\{n^{(1)}, n^{(2)}, n^{(3)}\}$ , которая имеет название системы координат Эйлера в  $x = \varphi(X) \in S$ , вследствие чего спектральное разложение  $F$  приобретает такую форму:

$$F = \sum_{A=1}^3 \lambda_A n^{(A)} \otimes N^{(A)}, \quad (2.75)$$

где  $\lambda_{(A)}, (A=1, 2, 3)$  – главные удлинения вдоль главных направлений  $N^{(A)}$ . Их квадраты (то есть, собственные значения  $C$ ) являются решениями характеристического многочлена:

$$p(\lambda^2) := \lambda^6 - I_1 \lambda^4 + I_2 \lambda^2 - I_3 = 0. \quad (2.76)$$

Исходя из (2.70) и (2.73), спектральные разложения правого и левого тензоров удлинений могут быть представлены таким образом:

$$V = \sum_{A=1}^3 \lambda_A n^{(A)} \otimes n^{(A)}, \quad (2.77)$$

а спектральное разложение тензора вращения приобретает вид:

$$R = \sum_{A=1}^3 n^{(A)} \otimes N^{(A)}. \quad (2.78)$$

Эти разложения крайне важны для численной реализации полярного разложения, которое рассматривается далее.

Вернемся к тому, что корни характеристического многочлена (2.76) найдены явным образом в закрытой форме по известным формулам, например [266]. Остается вычислить только главные удлинения.

Заменим индексы  $\{1, 2, 3\}$  на символы  $\{A, B, C\}$ . Имеем следующие три случая:

1. Три разных главных удлинения:  $\lambda_A \neq \lambda_B \neq \lambda_C$

$$V = \sum_{A=1}^3 \lambda_A \left[ \frac{(b - \lambda_B^2 I)(b - \lambda_C^2 I)}{(\lambda_A^2 - \lambda_B^2)(\lambda_A^2 - \lambda_C^2)} \right]. \quad (2.79)$$

2. Два одинаковых главных удлинения:  $\lambda := \lambda_1 = \lambda_2 \neq \lambda_3$ :

$$V = \lambda I + (\lambda_3 - \lambda) \left[ \frac{(b - \lambda^2 I)^2}{(\lambda_3^2 - \lambda^2)^2} \right], \quad (2.80)$$

где  $I$  - единичная матрица.

3. Три одинаковых главных удлинения:  $\lambda := \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$ :

$$V = \lambda I. \quad (2.81)$$

Подобные выражения получены для  $C$  и  $U$ , учитывая взаимосвязи:

$$C = R^T b R \Rightarrow U = R^T V R, \quad (2.82)$$

Учитывая, что  $R^T R = I$ , получаем:

$$U = \begin{cases} \sum_{A=1}^3 \lambda_A \frac{(C - \lambda_B^2 I)(C - \lambda_C^2 I)}{(\lambda_A^2 - \lambda_B^2)(\lambda_A^2 - \lambda_C^2)}, \lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3, \\ \lambda I + (\lambda_3 - \lambda) \frac{(C - \lambda^2 I)^2}{(\lambda_3^2 - \lambda^2)^2}, \lambda := \lambda_1 \equiv \lambda_2 \neq \lambda_3, \\ \lambda I, \lambda := \lambda_1 \equiv \lambda_2 \equiv \lambda_3. \end{cases} \quad (2.83)$$

Эти уравнения могут быть использованы для получения явных выражений в алгоритмах на основе ряда решений для любых изотропных функций  $C$  и  $b$ . Эти выражения, несмотря на свою определенность, зависят от ряда собственных значений. Однако для случая квадратного корня указанные уравнения могут быть объединены в выражение *без особенностей*, охватывающее все три различных случая.  $U$  может быть записано в таком виде:

$$U = \frac{1}{i_2 - i_3} \left[ -C^2 + (i_1^2 - i_2)C + i_1 i_3 1 \right], \quad (2.84)$$

где  $i_A, (A=1,2,3)$  - главные инварианты  $U$ .

Алгоритм полярного разложения представлен на рис.2.4. Его программная реализация на языке программирования Intel Fortran представлена в приложении А.3.

## АЛГОРИТМ

Исходные данные:  $\{C\}$ .

Рассчитанные данные:  $\{U, R\}$ .

**I.** Вычислить инварианты

$$I_1 := \text{tr}C, \quad I_2 := \frac{1}{2}(I_1^2 - \text{tr}[C^2]), \quad I_3 := \det C.$$

**II.** Вычислить квадраты главных удлинений  $\lambda_A^2, (A=1, 2, 3)$ :

$$b = I_2 - I_1^2/3, \quad c = -\frac{2}{27}I_1^3 + \frac{I_1 I_2}{3} - I_3.$$

**ЕСЛИ**  $(|b| \leq \text{TOL}_3)$ , **ТОГДА:**

$$x_A = -c^{1/3}$$

**ИНАЧЕ:**

$$m = 2\sqrt{-b/3}, \quad n = \frac{3c}{mb}, \quad t = \arctan\left[\sqrt{1-n^2}/n\right]^*/3,$$

$$x_A = m \cos\left[t + 2(A-1)\pi/3\right].$$

**КОНЕЦ ЕСЛИ**

$$\lambda_A^2 = x_A + I_1/3$$

**III.** Вычислить тензор удлинений  $U$ :

$$i_1 := \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3, \quad i_2 := \lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3, \quad i_3 := \lambda_1\lambda_2\lambda_3,$$

$$D = i_1 i_2 - i_3 = (\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_1 + \lambda_3)(\lambda_2 + \lambda_3) > 0,$$

$$U = \frac{1}{D}\left[-C^2 + (i_1^2 - i_2)C + i_1 i_3 1\right], \quad U^{-1} = \frac{1}{i_3}\left[C - i_1 U + i_2 1\right].$$

**IV.** Вычислить тензор обращения  $R$ :

$$R = F U^{-1}.$$

**V. КОНЕЦ**

Рисунок 2.4 – Алгоритм полярного разложения

### 2.2.3. Алгоритм идентификации контакта и расчета контактных напряжений

Рассмотрим модель контактного взаимодействия двух тел методом штрафов. Пусть каждое из тел уже разделено на конечные элементы. Тогда внешняя граница тел ограничена сегментами. Пусть одно тело будет названо ведущим, а другое подчиненным (рис.2.5). Ставится задача идентифицировать контактную границу, то есть узлы подчиненного тела, взаимодействующие с сегментами ведущего тела. Под взаимодействием будем понимать принадлежность плоскости сегмента или проникновение через него.

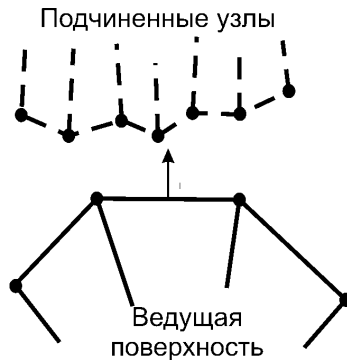


Рисунок 2.5 – Иллюстрация контактного взаимодействия

Пусть сравнением расстояний между узлами подчиненного тела и ведущего тела были найдены для каждого узла подчиненного тела  $n_s$  ближайшие узлы ведущего тела  $m_s$ . Тогда если  $n_s$  и  $m_s$  не совпадают, то можно найти сегмент ведущего тела, на который может быть спроектирован узел  $n_s$  подчиненного тела.

Для этого воспользуемся тестом [257]:

$$\begin{aligned} (c_i \times s) \cdot (c_i \times c_{i+1}) &> 0, \\ (c_i \times s) \cdot (s \times c_{i+1}) &> 0, \end{aligned} \tag{2.85}$$

где  $c_i$  и  $c_{i+1}$  – направляющие векторы ребер, связанных с узлом  $m_s$ ;  $s$  – проекция вектора  $g$ , соединяющего узлы  $m_s$  и  $n_s$ ,

на плоскость сегмента  $S_1$  :

$$s = g - (g \cdot m) m, \quad (2.86)$$

где  $m = \frac{c_i \times c_{i+1}}{|c_i \times c_{i+1}|}$ .

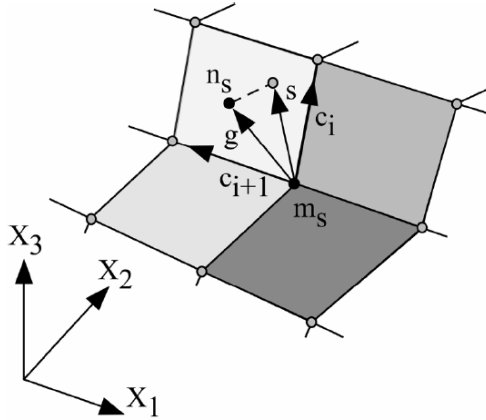


Рисунок 2.6 – К определению сегмента ведущего тела, на который может быть спроектирован узел подчиненного тела

Если тест выполняется для нескольких сегментов, то берется тот сегмент, который дает наибольшее значение выражения:

$$\frac{g \cdot c_i}{|c_i|}, i = 1, 2, 3, 4. \quad (2.87)$$

Для найденного сегмента мастер тела найдем локальные координаты проекции соответствующего узла  $n_s$  подчиненного тела в этом сегменте. Пусть радиус вектор-проекции этого узла задается выражением

$$r = f_1(\xi, \eta) i_1 + f_2(\xi, \eta) i_2 + f_3(\xi, \eta) i_3, \quad (2.88)$$

где  $f_i = \sum_{j=1}^4 \phi_j x_i^j$ ,  $\phi_j$  – функции формы сегмента  $S_1$ .

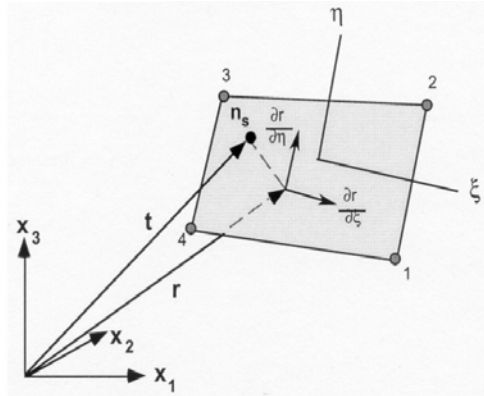


Рисунок 2.7 – К определению локальных координат проекции узла  $n_s$  на сегмент  $s_1$

Пусть  $t$  – радиус-вектор узла  $n_s$  внешней границы подчиненного тела. Пусть сегмент  $s_1$  ведущего тела определяется номером узла  $n_s$ . Локальные координаты точки контакта  $(\xi_c, \eta_c)$  в сегменте  $s_1$  должны удовлетворять уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial \xi}(\xi_c, \eta_c) \cdot (t - r(\xi_c, \eta_c)) &= 0, \\ \frac{\partial r}{\partial \eta}(\xi_c, \eta_c) \cdot (t - r(\xi_c, \eta_c)) &= 0. \end{aligned} \quad (2.89)$$

Это уравнение решается численно методом Ньютона-Рафсона (см. [257], п. 26.6).

Найденные локальные координаты позволяют идентифицировать внедрение подчиненного узла  $n_s$  в ведущий сегмент  $s_1$ . Для этого проверяется условие

$$l = n_i(\xi_c, \eta_c) \times (t - r(\xi_c, \eta_c)) < 0, \quad (2.90)$$

где  $n_1$  – вектор нормали к сегменту  $s_1$  в точке контакта.

Если условие выполняется, то к силе, действующей в узле  $n_s$ , добавляется контактная сила



$$f_s = -lk_i \cdot n_i, \quad (2.91)$$

а к узлам сегмента  $s_1$  прибавляются силы

$$f_m^i = \phi_i(\xi_c, \eta_c) f_s. \quad (2.92)$$

Контактная жесткость  $k_i$  вычисляется по формуле

$$k_i = \frac{slsfac \cdot K \cdot A^2}{V}, \quad (2.93)$$

где  $K$  – модуль объемной упругости;  $A$  – площадь сегмента;  $V$  – объем элемента, содержащий сегмент;  $slsfac$  – коэффициент контактной жесткости, который для большинства случаев равен 0,1.

Следует отметить, что в случае использования двустороннего контакта, величина контактной жесткости вычисляется как минимальная величина из двух возможных величин по данным для первого и второго тел.

Контактные касательные напряжения могут быть вычислены по модели М.С. Shaw

$$\tau_{\max} = \min(\tau_s; \mu\sigma_n), \quad (2.94)$$

где  $\mu$  – коэффициент внешнего трения;  $\tau_{\max}$  – максимальные контактные напряжения.

В наиболее общем случае

$$\tau_s = \frac{ave \sigma_s(\varepsilon^p, \dot{\varepsilon}^p, T)}{\sqrt{3}} \quad (2.95)$$

– средние (*ave*) на контактной поверхности  $C_\gamma$  напряжения сдвига, определяемые текущим состоянием прирезцового заторможенного слоя стружки.

Прирезцовый заторможенный слой образован материалом обрабатываемой заготовки в зоне пластической деформации, но в сравнении со стружкой его состояние определяется как условиями в стружке, так и условиями в инструменте. В модели данная гипотеза реализуется тем, что  $\varepsilon^p$  и  $\dot{\varepsilon}^p$  вычисляются по элементам стружки, которые находятся на контактной границе,  $T$  определяется как

$$T = \max(T_{\text{элемент стружки}}; T_{\text{элемент инструмента}}) \text{ (вариант 1) и (2.96)}$$

$$T = \text{ave}(T_{\text{элемент стружки}}; T_{\text{элемент инструмента}}) \text{ (вариант 2); (2.97)}$$

$\sigma_n$  – нормальные напряжения на контактной площадке, вычисленные по формуле

$$\sigma_n = \sigma_x (\cos \alpha)^2 + \sigma_y (\sin \alpha)^2 + \sigma_{xy} \sin 2\alpha, \quad (2.98)$$

$\mu = \mu_0 - \max(0, \beta(T - T_{\text{фаз}}))$  – коэффициент трения, вычисляемый по рис. 1.19. В этом уравнении лишь два параметра являются независимыми:  $\mu_0$  или  $\beta$ ,  $\mu_0$  или  $T_{\text{ф}}$ .

Возможность движения частиц на прирезцовой поверхности стружки (см. рис. 1.13) определяется в соответствии со следующим условием:

$$\begin{cases} V_c = 0, \text{ если } |\tau| < \tau_{\max}(\Upsilon) \\ V_c > 0, \text{ если } |\tau| = \tau_{\max}(\Upsilon) \end{cases},$$

или в силах

$$\begin{cases} V_c = 0, \text{ если } (f_{\text{contact}}^{\tau}|_{\tau} - I|_{\tau}) = 0, \\ V_c > 0, \text{ если } |f_{\text{contact}}^{\tau}|_{\tau} - I|_{\tau}| > 0, \end{cases} \quad (2.99)$$

где  $\tau_{\max}(\Upsilon)$  – максимальные касательные напряжения сопротивления скольжению в зависимости от координаты  $\Upsilon$  вдоль нормали к поверхности режущего инструмента в заданной точке режущей кромки.

Алгоритм расчета сил на контактной границе представлен на рис. 2.8.

#### 2.2.4. Условие адиабатичности деформирования

Пластическое деформирование всегда происходит с преобразованием значительного количества работы внешних сил

## АЛГОРИТМ

Исходные данные:  $\{u_{k+1}, \sigma_{k+1}, \varepsilon_{k+1}^p, T_{k+1}, \Omega_m, \Lambda_s, P_k\}$ .

Рассчитываемые данные:  $\{P_{k+1}\}$ .

### (I) ДЛЯ КАЖДОГО ПОДЧИНЕННОГО УЗЛА В КОНТАКТЕ $n_s$ ВЫЧИСЛИТЬ

(I.1) Расчетную температуру в узле

$$T_m(n_s) = \sum_{k=1}^4 \phi_k(n_s) T_{mk}, \quad T = 0,5(T_s + T_m),$$

где  $\phi_k(n_s)$  – функции формы ведущего сегмента в точке пространства с узлом  $\Lambda_s$ .

(I.2) Определить скорость относительного скольжения

$$V_c = \frac{\Delta d}{\Delta \tau},$$

где  $\Delta d = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$

(I.3) Определить контактное давление

$$\sigma_n^{k+1} = \frac{P_n^{k+1}}{A_s}.$$

(I.4) Определить контактную жесткость и контактную силу

$$k_i = \frac{sclfct \cdot K \cdot A^2}{V}, \quad P_{k+1} = P_k + k_i \cdot \Delta x_i^{k+1}.$$

(I.5) Определить тангенциальную контактную силу

$$\bar{P}_\tau^{k+1} = \bar{P}_{k+1} - (\bar{P}_{k+1} \cdot \bar{n}) \cdot \bar{n},$$

где  $\bar{n}$  – вектор внешней нормали к ведущему сегменту.

(I.6) Определить максимально возможную тангенциальную контактную силу

$$P_{\tau \max} = \tau_{\max} A_s = \min(m \sigma_s(\varepsilon_p, \dot{\varepsilon}_p, T), \tau_i(\sigma_n, \varepsilon_p, V_c, T)) A_s.$$

(I.7) ЕСЛИ  $\bar{P}_\tau^{k+1} > P_{\tau \max}$ , ТО

$$\bar{P}_\tau^{k+1} = \frac{P_{\tau \max}}{|\bar{P}_\tau^{k+1}|} \bar{P}_\tau^{k+1}.$$

**КОНЕЦ**, ЕСЛИ

(I.8) Восстановить глобальный вектор сил

$$P_{k+1} = P_{k+1} + P_\tau^{k+1}.$$

### КОНЕЦ ЦИКЛА

Рисунок 2.8 – Вычисление касательных сил на контактной границе

в тепло. Если скорость и время деформирования таковы, что за время активной деформации в деформированном объеме остается большинство теплоты, то вся эта теплота идет на повышение температуры. Поэтому формируемое температурное поле в теле не оказывает существенного влияния на деформацию, поскольку формируется уже после ее осуществления. В этом случае происходит адиабатический разогрев и термосторостное влияние может быть учтено с помощью уравнения (2.17). Во всех других случаях должно быть рассчитано температурное поле (см. п.2.2.5).

Рассмотрим условие адиабатичности деформирования в зоне первичных деформаций системы резания при моделировании этого процесса методом конечных элементов. Примем, что адиабатической будет та пластическая деформация, которая полностью состоялась в пределах одного конечного элемента за время  $\tau$ , в течение которого в объеме этого элемента останется теплота  $Q$ , которая не меньше чем  $(1-\alpha)$  теплоты  $W\tau$ , которая выделилась в конечном элементе в результате пластической деформации за то же время:

$$Q = W\tau(1 - \alpha), \quad (2.100)$$

где  $W$  – мощность теплообразования в конечном элементе,  $\alpha$  – допустимая погрешность.

Распределение температуры от 2D-источника теплоты мощностью  $W$  [52]:

$$T(r, \tau) = \frac{W}{4\pi\lambda r} \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{r^2}{2\sqrt{\omega\tau}} \right) \right). \quad (2.101)$$

Тогда в объеме элемента с характерным размером  $L_e$  за время  $\tau$  накопится теплота

$$Q = \frac{4\pi C_{mD}}{\tau} \int_0^{L_e} r^2 T(r, \tau) dr. \quad (2.102)$$

Подставляя выражение (2.102) в уравнение (2.100), после некоторых преобразований получаем условие адиабатичности

$$\omega\tau(1-\alpha) = 0,5L_e^2 - \int_0^{L_e} r \operatorname{erf}\left(\frac{r}{2\sqrt{\omega\tau}}\right) dr, \quad (2.103)$$

где  $\omega$  – коэффициент температуропроводности обрабатываемого материала. Из этого условия может быть определено предельное время  $\tau$  прохождения конечного элемента через условную площадь сдвига (область интенсивного деформирования) и, учитывая ее толщину, оценена минимальная скорость резания, при которой можно считать процесс адиабатическим:

$$V_a = \frac{h}{\tau} K_L, \quad (2.104)$$

где  $h$  – размер зоны стружкообразования;  $K_L$  – коэффициент укорочения стружки.

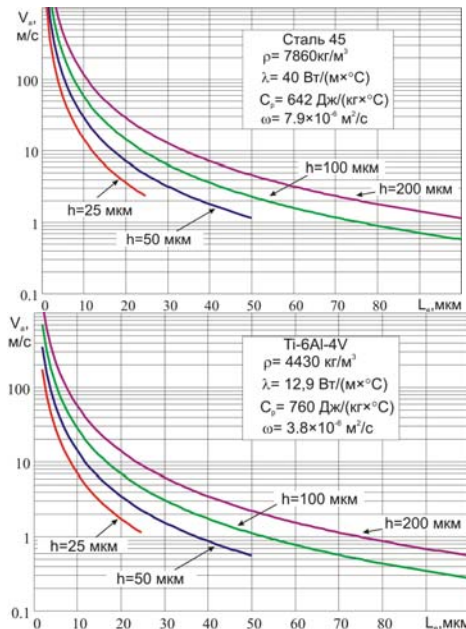


Рисунок 2.9 – Влияние обрабатываемого материала, размера конечного элемента  $L_e$  и характерного размера зоны стружкообразования на минимальную скорость резания, при которой адекватно допущение об адиабатичности процесса упруго-пластической деформации в зоне первичных деформаций

Расчеты показали (рис.2.9), что с увеличением размеров зоны сдвига при прочих равных условиях увеличивается минимальный размер конечного элемента, удовлетворяющий условию адиабатичности. Также с увеличением толщины зоны сдвига при прочих равных условиях увеличивается минимальная скорость резания, удовлетворяющая условию адиабатичности. Установлено также, что чем меньше теплопроводность обрабатываемого материала, тем (при прочих равных условиях) меньше скорость резания или минимальный размер конечного элемента, удовлетворяющего условию (2.103).

### 2.2.5. Вычисление температурного поля

В случае невыполнения условия (2.103) должно быть рассчитано температурное поле.

Вычисление температурного поля, образующегося в результате теплопроводности, базируется на интегрировании дифференциального уравнения теплопроводности Фурье

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + Q \quad (2.105)$$

с учетом предельных и начальных условий. В этом уравнении  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $C_v$  – массовая теплоемкость,  $\rho$  – плотность,  $Q$  – мощность объемных тепловых источников.

Граничные условия (рис. 2.10):

- температура на границе тела –  $T = T_s$  ;

- тепловой поток на контактной границе –  $\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} n_i = q_s$  , где

$q_s = \tau_n \dot{u}$  . Вместе с тем этот тепловой поток должен быть распределен между стружкой, заготовкой и инструментом. В соответствии с работой G. S. Sekhon, и J.L. Chenot [268] это можно сделать по формуле

$$\frac{q_{стружка}}{q_{инструмент}} = \frac{\sqrt{\lambda_c c_c \rho_c}}{\sqrt{\lambda_u c_u \rho_u}} \quad (2.106)$$

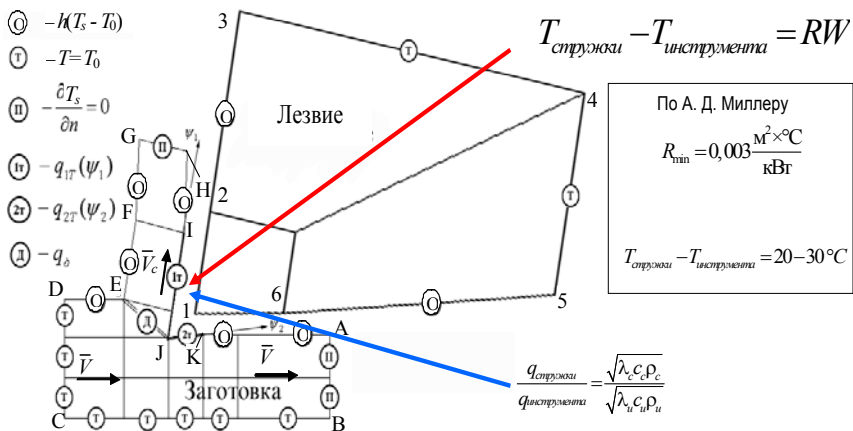


Рисунок 2.10 – Граничные условия при расчете температурного поля

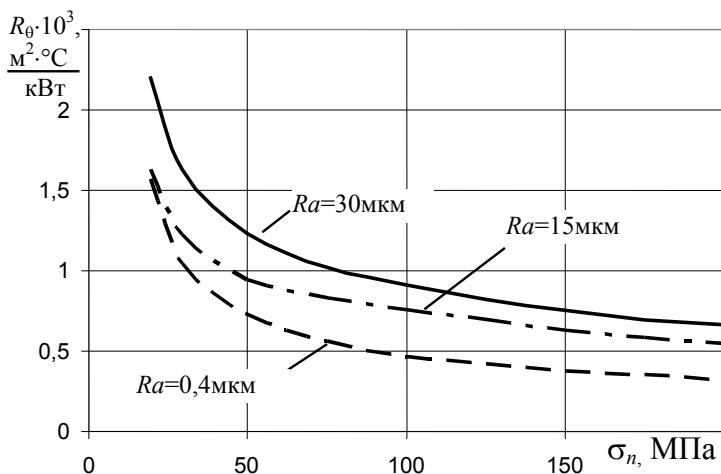


Рисунок 2.11 – Влияние контактного давления на величину термосопротивления на границе между сталью 45 и твердым сплавом ВК при различной шероховатости контактных поверхности по данным А. Д. Миллера [267]

Кроме этого, необходимо учесть теплообмен между стружкой и инструментом. Известно [204], что между стружкой и передней поверхностью инструмента имеет место термодинамическая граница со значительным сопротивлением. Так, в работах А.Д. Миллера установлено, что эта величина не меньше (рис. 2.11)

$$R_{\min} = 0,003 \frac{\text{М}^2 \times \text{°С}}{\text{кВт}}. \quad (2.107)$$

В связи с этим в узлах на контактной границе должно быть введено условие

$$q_i a_i b R = T_{\text{стружки}} - T_{\text{инструмента}}, \quad (2.108)$$

где  $a_i$  – длина стороны КЭ;  $q_i$  – тепловой поток между инструментом и стружкой и заготовкой.

Свободные поверхности заготовки, стружки и инструмента также являются охладителями. Поэтому на этих поверхностях должно быть введено условие

$$q_i = -h(T_o - T_i), \quad (2.109)$$

где  $h$  – коэффициент теплоотдачи. В соответствии с работой В. А. Остафьева [204] принимаем:

для резания в воздухе –  $h = h_0 \Delta T^n$  ( $h_0 = 0,004 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \times \text{°С})$ ,  $n = 0,25$ );

для резания с СОТС –  $h = \text{const}$  (например,  $h = 11,5 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \times \text{°С})$ ).

Начальные условия

$$T|_{t=t_0} = T_0. \quad (2.110)$$

Алгоритм решения представлен, например, в [269]. Следует отметить, что шаг по времени  $\Delta t_0$  интегрирования уравнения (2.105) намного больше шага интегрирования  $\Delta t$  при вычислении НДС.

### 2.3. Общий алгоритм моделирования процесса резания

Общий алгоритм моделирования процесса резания как процесса пластической деформации тела совместно с решением задачи теплопроводности представлен на рис. 2.12.



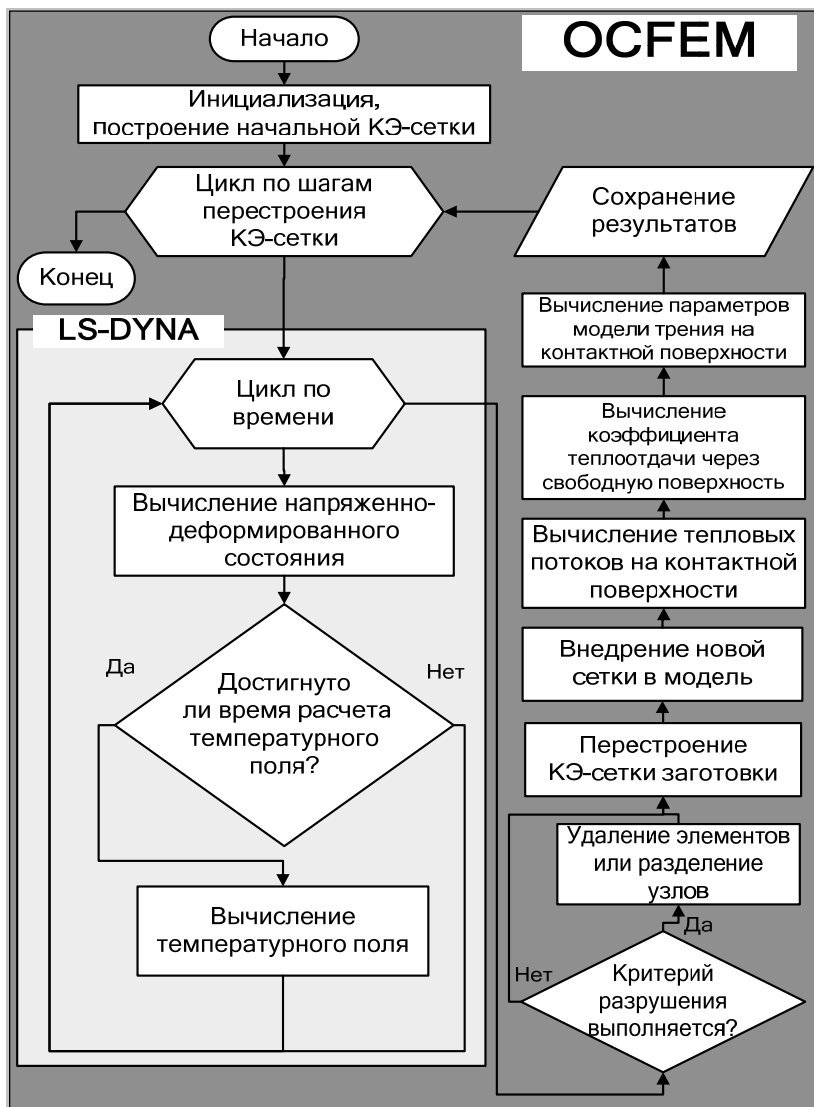


Рисунок 2.12 – Общий алгоритм моделирования процесса резания

На этапе **инициализации** перед началом вычислений задаются начальные условия (начальная температура тел) и граничные условия (механические и тепловые), предельное время интегрирования  $t_{\max}$ , шаги интегрирования по времени  $\Delta t$  и  $\Delta t_T$  и шаг обновления КЭ-сетки  $\Delta t_a$ . Инициализируются векторы

$$\ddot{u}_i = 0 \quad \dot{u}_i = 0 \quad u_i = 0; f_{load_i} = 0, f_{contact_i} = 0 \quad I_i = 0. \quad (2.111)$$

Организовывается **цикл по времени**  $t \in [0; t_{\max}]$  с шагом  $\Delta t$ , поскольку он задается специально меньше  $\Delta t_0$ . Одновременно создается переменная  $t_T$ , в которой хранится время последнего вычисления температурного поля. Также создается переменная  $t_a$ , в которой хранится время следующего обновления КЭ-сетки.

После этого выполняется **цикл вычисления НДС**.

После завершения этого цикла проверяется, достигнуто ли время вычисления нового температурного поля

$$t > t_T + \Delta t_T. \quad (2.112)$$

Если условие выполняется, то вычисляется  $t_T = t_T + \Delta t_T$ , рассчитываются **мощности тепловых источников**, рассчитывается температурное поле в момент времени  $t_T$ .

Далее выполняется **проверка критерия разрушения** элементов КЭ-сетки по одному из критериев: Джонсона–Кука, геометрическому, максимальных растягивающих напряжений. Если в элементе это условие выполняется, то элемент удаляется из КЭ-сетки.

Проверяется, **достигнуто ли время обновления КЭ-сетки**

$$t > t_a + \Delta t_a. \quad (2.113)$$

Если условие выполняется, то вычисляется  $t_a = t_a + \Delta t_a$ , **перестраивается КЭ-сетка** и выполняется ее внедрение в модель, то есть все величины (перемещение, деформации, напря-

жение, температура) методом интерполяции переносятся из узлов старой сетки в узлы новой сетки.

Вычисляется  $t = t + \Delta t$  и цикл повторяется сначала.

Работа программы завершается сохранением результатов.

## 2.4. Алгоритм построения КЭ-сетки на плоскости

Качество КЭ-сетки во многом определяет ошибку расчета полей напряжений и температуры, а также устойчивость вычислительной процедуры. При больших пластических деформациях конечные элементы сильно искажаются и качество сетки уменьшается. Для поддержания приемлемого качества КЭ-сетки зоны резания ее необходимо перестраивать, сохраняя неизменным лишь контур исследуемой области.

Общий алгоритм перестроения КЭ-сетки:

- а) определить контур базовой сетки;
- б) разбить контур на участки в соответствии с критерием;
- в) построить сетку с помощью алгоритма Q-Morph;
- г) интерполировать поля.

### 2.4.1. Идея алгоритма Q-Morph

Зона резания имеет в общем случае весьма сложную конфигурацию, поэтому необходимо построение нерегулярной сетки четырехугольных элементов. Метод построения нерегулярных сеток основывается на триангуляции области и дальнейшей трансформации треугольников в четырехугольные элементы. Трансформация происходит по слоям, начиная от начальной границы. Пример работы алгоритма приведен на рис. 2.13.

*Алгоритм состоит из таких основных этапов:*

1. *Построение начальной треугольной сетки.* Для построения начальной треугольной сетки подходит любой алгоритм, который строит качественную сетку. Желательно, чтобы треугольная сетка отвечала размерной функции для четырех-

угольной сетки. Например, может быть использован алгоритм триангуляции Delaunay [270].

2. *Определение подвижного фронта.* Подвижный фронт – это замкнутая совокупность ребер, отделяющая уже построенные четырехугольные элементы от треугольных. На начальном этапе фронт совпадает с границей области. Ссылки на ребра подвижного фронта хранятся в отдельном списке. После любых топологических операций, касающихся ребер подвижного фронта, необходимо приводить список ребер подвижного фронта в соответствие с текущим состоянием сетки. Алгоритм завершает работу, когда не остается ребер подвижного фронта.

3. *Проверка на специальные случаи закрытия фронта.* Если текущий фронт содержит 3, 4 или 6 ребер, то используются процедуры закрытия фронта с формированием новых элементов.

4. *Проверка на специальные случаи модификации фронта.*

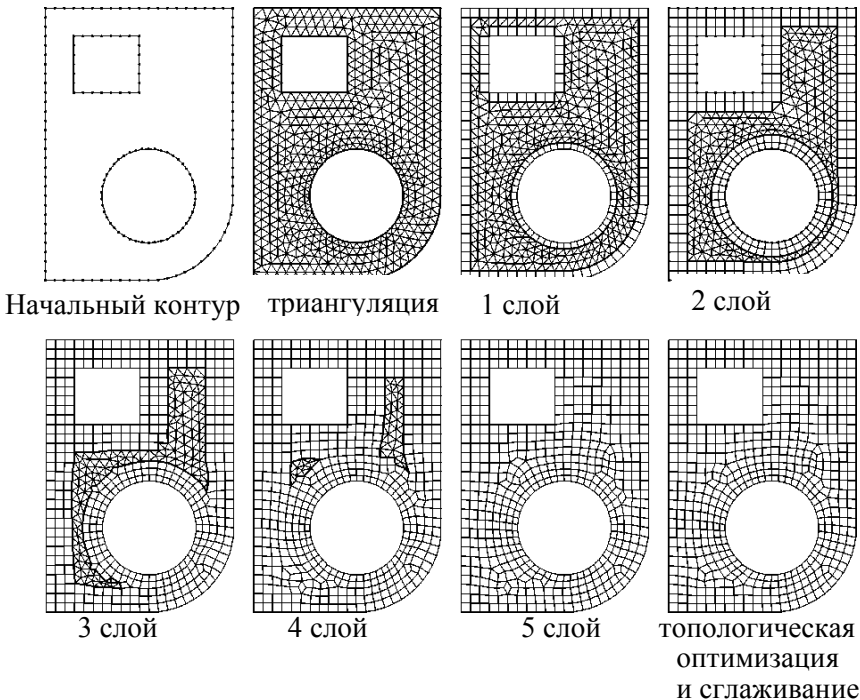


Рисунок 2.13 – Этапы построения сетки

Для ребер фронта проводится проверка на наличие специальных случаев. Если такие ситуации выявлены, то проводится локальное перестроение сетки и осуществляется переход к пункту 8.

5. *Классификация ребер фронта.* Ребра фронта сортируются в соответствии с несколькими критериями. Этот процесс повторяется после построения каждого нового элемента или любой топологической операции, касающейся элементов, граничащих с ребрами фронта. Цель сортировки – найти наиболее соответствующее для построения следующего нового элемента ребро фронта (активное ребро).

6. *Построение нового элемента от ребра фронта.* Новый четырехугольный элемент строится от активного ребра фронта. Для построения элемента используются две разные процедуры. Первая – основная и более быстрая, вторая используется в топологически сложных случаях.

7. *Проверка на специальные случаи замыкания фронта.* Если новый элемент делит фронт на два или три фронтальных контура, проводится проверка на соблюдение условия парности количества ребер в новых фронтах. При необходимости проводятся специальные операции для обеспечения этого условия. Это позволяет строить полностью четырехугольную сетку.

8. *Проверка наличия ребер подвижного фронта.* Если существуют ребра подвижного фронта, переход к пункту 2.

9. *Топологическая оптимизация.* Выполняются топологические операции, направленные на минимизацию меры нерегулярности сетки.

10. *Окончательное сглаживание.* Выполняется сглаживание всех элементов в области.

Использованный алгоритм принадлежит к непрямым фронтальным методам построения четырехугольных нерегулярных сеток. Исходными данными для алгоритма являются координаты узлов границы. Алгоритм является полностью автоматическим и не модифицирует граничные узлы. В качестве базового может быть использован алгоритм Q-Morph, предложенный D. R. Owen в 1998 году [271]. Алгоритм использует технологии

построения сетки, сглаживания и топологической оптимизации, изложенные в работах [272, 273] и др.

### 2.4.2. Сгущение КЭ-сетки

Сгущение КЭ-сетки необходимо для повышения точности расчета напряжений и температур в областях их больших градиентов. Сгущения КЭ-сетки может быть реализовано по двум критериям:

1) по величине пластической деформации

$$l = \frac{l_0}{1 + \xi \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\max}}}; \quad (2.114)$$

2) по величине мощности пластической деформации

$$l = \frac{l_0}{1 + \xi \left( 1 - e^{-\frac{W}{W_{\max}}} \right)}. \quad (2.115.)$$

Размер КЭ в момент перестроения КЭ-сетки выбирается таким, чтобы обеспечить удовлетворения одного из указанных условий в текущий момент времени.

## 2.5. Краткое описание программы OCFEM

### 2.5.1. Назначение

Программа OCFEM, разработанная авторами в рамках этой книги, является, по сути, менеджером решения задачи моделирования процесса прямоугольного свободного резания. Основное решение выполняется с помощью программы LS-DYNA с интегрированными в нее процедурами вычисления напряжений в конечных элементах. Обмен данными между программами осуществляется с помощью текстовых файлов. Система единиц, принятая в OCFEM, представлена в табл. 2.2.

Программа OCFEM реализует в себе препроцессор для подготовки исходных данных, управление алгоритмом формирования конечно-элементной сетки, управление программой LS-DYNA для выполнения расчетов методом явной дискретизации по времени, управление графическим постпроцессором LS-PREPOST и реализует постпроцессор для просмотра диаграммы изменения силы резания, температуры резания и работы резания во времени.

Таблица 2.2 – Система единиц измерений, принятая в OCFEM

Физическая величина	Единицы измерения
Длина	мм
Время	с
Масса	кг
Напряжение	МПа
Сила	Н
Энергия, работа	Дж
Мощность	Вт
Плотность	кг/м <sup>3</sup>
Температура	°С

### 2.5.2. Описание геометрической модели системы «инструмент–заготовка»

Геометрическая модель системы «инструмент–заготовка» (рис. 2.14) задается в программе OCFEM тремя телами: инструментом, наростом и заготовкой. Эти тела описываются наборами узловых точек, отрезков и поверхностями, ограниченными ими.

Координаты узловых точек пропорциональны толщине среза, если не задано иное. В результате достигается пропорциональное соотношение между размерами инструмента и заготовки, зависящее только от толщины среза и параметров модели  $K_i$  (см. далее). Длина пути резания прямо пропорциональна толщине среза, а время перемещения инструмента – обратно пропорционально, при прочих равных условиях, скорости резания. Ширина среза равна единице. Расчетные формулы координат характерных точек представлены в таблице 2.3.

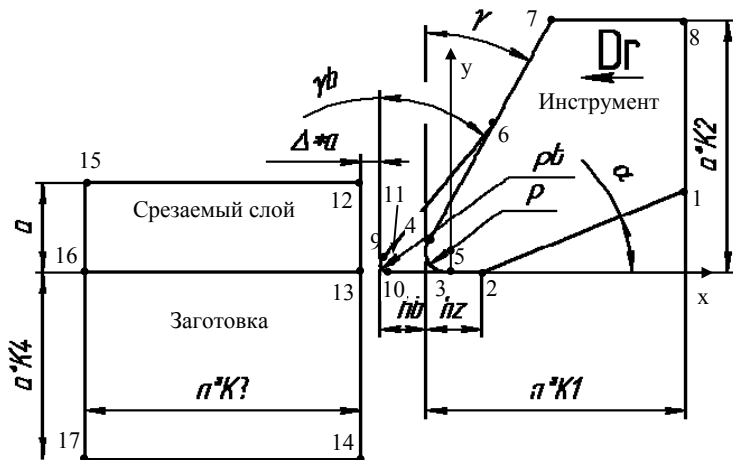


Рисунок 2.14 – Геометрическая модель прямоугольного резания

Таблица 2.3 – Расчетные формулы для определения координат узловых точек

Номер точки	X	Y
1	$-\rho+a*K1$	$(x1-x2)*\tan(\alpha)$
2	$hz$	0
3	0	0
4	$-\rho*\cos(\gamma)$	$\rho*(1+\sin(\gamma))$
5	0	$\rho$
6	$(x4*\tan(b)-x9*\tan(\gamma)+(y9-y4)*\tan(b)*\tan(\gamma))/(\tan(b)-\tan(\gamma))$	$(x6-x4)/\tan(\gamma)+y4$
7	$(y7-y4)*\tan(\gamma)+x4;$	$a*K2$
8	$x1$	$y7$
9	$x10-b*\cos(b);$	$\rho b*(1+\sin(b))$
10	$-hb+\rho b-\rho$	0
11	$x10$	$\rho b$
12	$x10-b-a\Delta$	$a$
13	$x12$	0
14	$x12$	$-a*K4$
15	$x12-a*K3$	$x12$
16	$x15$	$x13$
17	$x15$	$x14$



### 2.5.3. Внешние файлы и программы. Взаимодействие между модулями

Программа OCFEM использует два внешних модуля для реализации решения: генератор КЭ-сетки и явный решатель LS-DYNA (рис. 2.12). Внешний генератор КЭ-сетки реализует алгоритм Q-Morph. Заданные пользователем геометрические данные преобразуются в файл «indata.dat». Далее выполняется запуск генератора КЭ-сетки и формирование файла «outdata.vtk», который содержит описания элементов и узлов.

Перестроение сетки может быть выполнено с помощью двух алгоритмов устранения искажений:

- 1) *r*-адаптации КЭ-сетки – ее полное перестроение;
- 2) *h*-адаптации с помощью алгоритма ALE – коррекции КЭ-сетки, заданной в произвольном Лагранж-Эйлеровом формулировании, то есть «разрешенное движение сетки не связанное с движением материала».

Для выполнения расчета программа OCFEM запускает решатель LS-DYNA и ожидает завершения его работы. Исходные данные и параметры решателя передаются через файл «lsdesk.k».

После завершения работы решателя LS-DYNA появляются файлы «d3plot\*» и «nodforc, tprint», содержащие графическую информацию, данные о силах резания и температуре соответственно. Просмотреть их можно с помощью постпроцессора LS-POST или на диаграммах в меню «Time history».

### 2.5.4. Меню программы

Общий вид и схема меню программы представлены на рис. 2.15 и 2.16. Кратко рассмотрим назначение каждого пункта.

#### 1. Файл

1.1 *Новый* – создает новый проект, записывая во все поля значения, принятые по умолчанию.

1.2 *Загрузить* – загружает указанный пользователем файл данных в формате «\*.gmd».

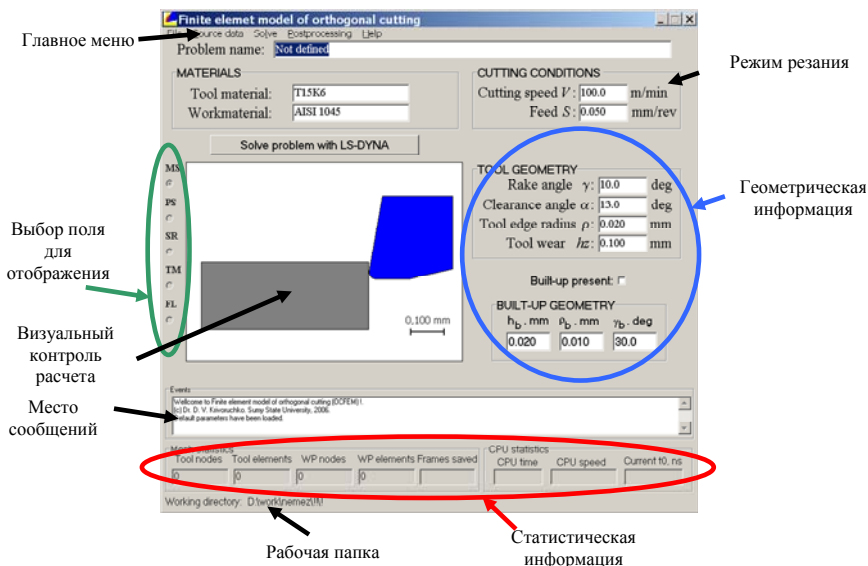


Рисунок 2.15 – Общий вид окна программы OCFEM

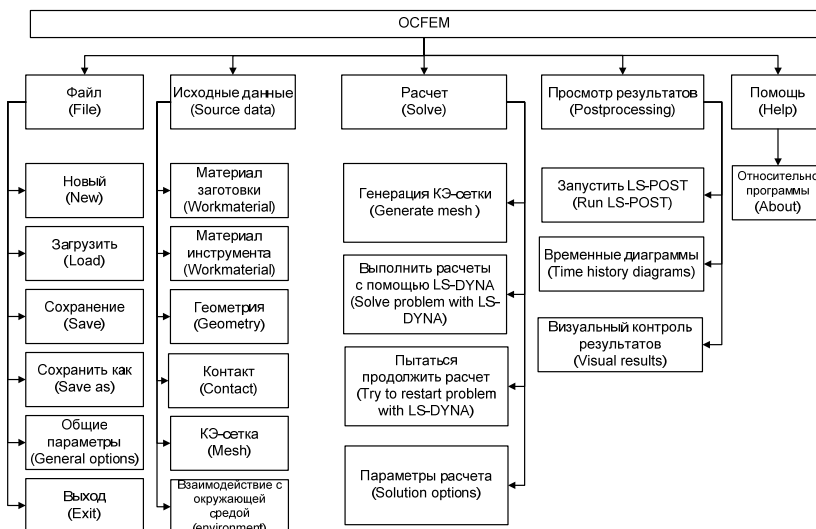


Рисунок 2.16 – Схема меню программы OCFEM

1.3. **Сохранить** – сохраняет изменения в проекте, который был ранее загружен из файла «\*.gmd». Если проект новый, то необходимо ввести имя файла.

1.4. **Сохранить как** – предлагает ввести имя файла «\*.gmd» и сохраняет данные о проекте.

1.5. **Общие параметры** – позволяет ввести общие параметры интерфейса и решателя.

1.6. **Выход** – выход из программы.

## 2. Исходные данные

Исходные данные могут быть заданы как в полях главной формы, так и в меню «исходные данные». Для создания модели необходимо задать:

- а) геометрию системы;
- б) свойства инструментального материала;
- в) свойства обрабатываемого материала;
- г) параметры трения и другую информацию о контактных поверхностях;
- д) параметры КЭ-сетки, шаг интегрирования по времени, шаг обновления КЭ-сетки;
- е) свойства окружающей среды.

2.1. **Материал заготовки.** На вкладках этой формы можно задать общие свойства (плотность, модуль Юнга, коэффициент Пуассона, температуру окружающей среды и температуру плавления), параметры определяющего уравнения Джонсона – Кука, теплофизические свойства (коэффициент линейного расширения, теплопроводность и теплоемкость), параметры уравнения пластичности Джонсона – Кука.

В форме предусмотрено графическое изображение определяющего уравнения Джонсона–Кука. Его можно изобразить в координатах:  $\varepsilon - \sigma$ ,  $\dot{\varepsilon} - \sigma$ ,  $\theta - \sigma$ . При изменении коэффициентов происходит перестроение графического изображения (рис.2.17).

2.2. **Материал инструмента.** На вкладках этой формы можно задать общие свойства (плотность, модуль Юнга, коэффициент Пуассона) и теплофизические свойства (коэффициент линейного расширения, теплопроводность и теплоемкость) инструментального материала.

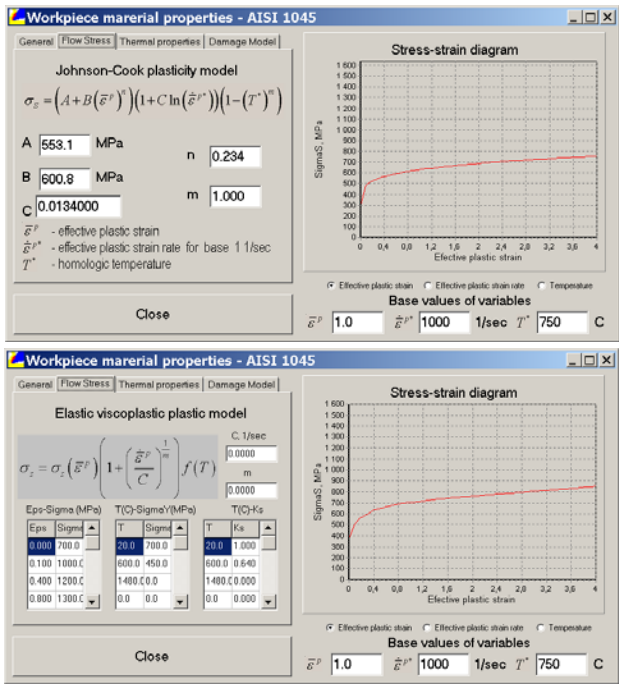


Рисунок 2.17 – Окно ввода параметров модели материала: а – Джонсона – Кука; б – упруго-вязко-пластического материала

2.3. **Геометрия.** В этой форме (рис. 2.18) можно задать параметры геометрической модели: размеры лезвия и размеры заготовки в единицах толщины среза. Коэффициент  $\Delta$  управляет зазором между инструментом и заготовкой.

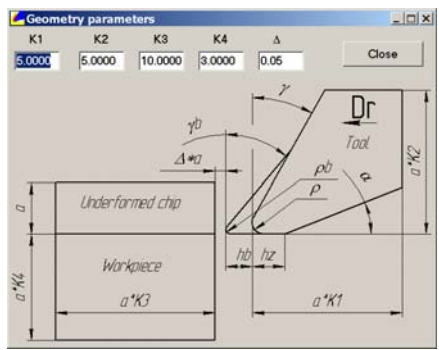


Рисунок 2.18 – Окно ввода геометрической информации

2.4. **КЭ-сетка.** В этой форме (рис. 2.19) можно задать размер КЭ, выбрать величину шага интегрирования и количество адаптивных перестроек КЭ-сетки. Чем больше индекс сетки, тем меньше КЭ. Средний размер стороны четырехугольного КЭ равен толщине среза, разделенной на индекс сетки.

Количество шагов интегрирования ограничено сверху величиной  $T / \Delta t_{\max}$ . При меньшем количестве шагов шаг интегрирования вычисляется  $T / n_i$ , а ограничение на шаг интегрирования преодолевается соответствующим масштабированием плотности материалов системы. Период времени, через который происходит перестроение КЭ-сетки, вычисляется как « $T$ /количество адаптивных перестроений КЭ-сетки».

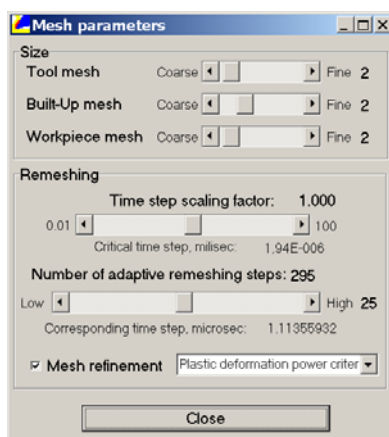


Рисунок 2.19 – Окно ввода информации о КЭ-сетке

2.5. **Контакт.** В этой форме (рис. 2.20) можно задать параметры модели трения на границах «стружка – лезвие». Возможен выбор трех моделей: «*independent*» – модель трения с постоянными коэффициентами, «*Average contact temperature*» – модель трения (2.1919) с вычислением параметров по (2.95) и (2.96); «*maximum contact temperature*» - модель трения (2.1919) с вычислением параметров по (2.95) и (2.97). Также необходимо задать термическое сопротивление на контактной границе «*Thermal resistivity*» и коэффициент масштабирования жесткости «*Scale factor for contact penalties*».

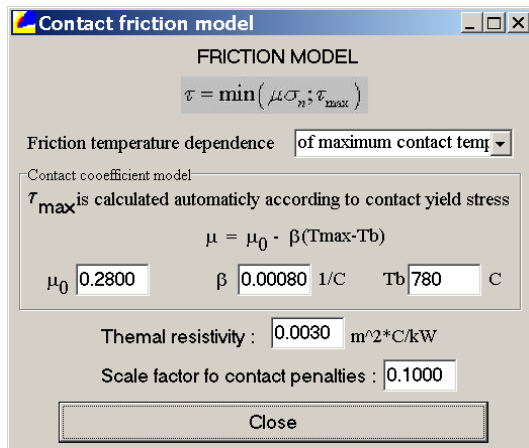


Рисунок 2.21 – Окно ввода информации о модели трения

### 3. Расчет

3.1 **Генерация сетки.** Выбор этой команды приводит к формированию КЭ-сетки и ее отображению в поле визуального контроля.

3.2 **Запуск решателя LS-DYNA.** Выполняется формирование файла команд lsddesk.k и запускается решатель LS-DYNA. Возможны два алгоритма расчета: расчет ALE с внешним анализом критерия разрушения и расчеты с адаптивным перестроением КЭ-сетки средствами LS-DYNA. В первом случае LS-DYNA прерывает процесс расчета через указанный в форме «mesh» период адаптивного перестроения КЭ-сетки. OCFEM вычисляет размер диагоналей КЭ и удаляет те, в которых этот параметр меньше критического  $A_{min}$ . Во втором случае LS-DYNA выполняет полное перестроение КЭ внутренними средствами через заданный период времени и не прерывает процесс расчета.

3.3. Пункт «**Попробовать продолжить расчет**» позволяет запустить расчет с того места, где он был прерван или пользователем, или самой программой по ошибке.

3.4. **Параметры расчета.** В этой форме можно задать параметры решателя и размерность задачи.

#### 4. Просмотр результатов

4.1 *Запустить LS-PREPOST.* Эта команда запускает LS-PREPOST с папки проекта с автоматической загрузкой результатов расчетов 3dplot.

4.2 *Временные диаграммы.* В этой форме можно просмотреть зависимости  $t - P_z$ ,  $t - P_y$ ,  $t - \theta$ ,  $t - W$ . Здесь  $t$  – время;  $P_z$  – главная проекция силы резания;  $P_y$  – радиальная проекция силы резания;  $\theta$  – максимальная температура;  $W$  – удельная работа резания:

$$W = \frac{\int_0^t P_z(t) dt}{a}. \quad (2.116)$$

Все силы приведены на единицу ширины среза. В связи с наличием при расчете высокочастотного шума необходимо применение фильтров высоких частот. В форме предусмотрен фильтр усреднением по  $k$  точкам. Можно задать усреднение по 1–9 точкам.

С помощью кнопки «Save current diagram to file» можно сохранить диаграмму в растровый файл «\*.bmp» или в текстовый файл «\*.txt» – выбирается в поле тип файла формы ввода имени файла.

4.3. *Визуальный контроль результатов* позволяет посмотреть распределения контактных напряжений и температур, а также сопоставить их с полем напряжения, пластических деформаций и температуры для любого кадра вычисленных данных (рис. 2.22). Перемещая курсор в нижней части окна можно выбирать интересующий кадр. Предусмотрено сохранение графической информации в файл.

5. *Помощь.* О программе. В этом разделе можно узнать версию программы.

#### 2.5.5. Подготовка исходных данных

При подготовке исходных данных необходимо учитывать следующие аспекты.

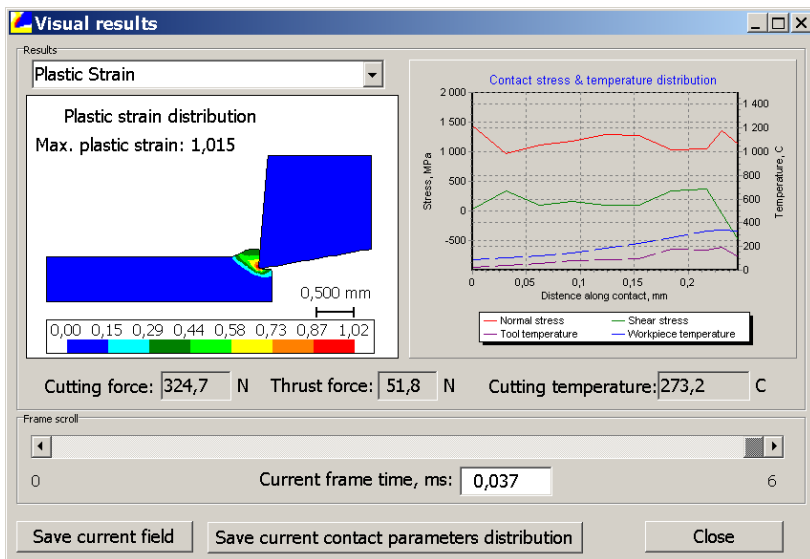


Рисунок 2.22 – Окно визуализации результатов

1. **Геометрия системы.** Длина заготовки должна быть по возможности меньше, но при этом обеспечивать решение поставленной задачи. Чем меньше длина заготовки, тем больше скорость расчета. Если необходимо достигнуть установившегося состояния резания, то длина заготовки должна составлять 10–20 толщин среза. Если исследуется процесс врезания, то длина заготовки должна составлять 4–5 толщин среза. Высота заготовки, которая равняется 3–4 толщинам среза, чаще всего достаточна во всех случаях. Меньшую высоту делать не рекомендуется, поскольку искажается поле напряжений.

Если радиус округления режущей кромки меньше 0,1 толщины среза, то его лучше заменять 0, поскольку в этом случае в инструменте сформируется более регулярная сетка элементов.

Зазор  $\Delta$  необходимо устанавливать таким образом, чтобы обязательно было начальное расстояние между инструментом и заготовкой величиной от 0,05 до 0,1 толщины среза. Большой



зазор увеличит время расчета, меньший – будет недостаточным для инициализации.

2. **КЭ-сетка.** КЭ-сетка должна быть по возможности меньше, особенно на границе контакта стружки с инструментом. Чем меньше сетка, тем более плавные изолинии напряжений. С другой стороны, чем больше КЭ, тем меньше скорость расчета (зависимость квадратичная). Поэтому необходимо стремиться к наименьшему количеству элементов. 10 000–12 000 КЭ дает достаточно сбалансированный результат по времени и точности (см. разд. 6).

3. **Количество шагов интегрирования и перестроений КЭ-сетки.** Желательно выбирать по возможности меньшее количество шагов интегрирования. Однако это может привести к численной неустойчивости процесса расчета и к большим погрешностям, особенно при больших скоростях резания. 100000 шагов на длине, равной пяти толщинам среза, достаточно для обеспечения устойчивого и точного расчета.

Количество перестроений КЭ-сетки необходимо выбирать методом проб и ошибок, поскольку на этот параметр влияет размер КЭ, радиус округления режущей кромки, величина фаски износа на задней поверхности. При 8–10 размере КЭ-сетки заготовки,  $\rho = 0,15a$  и нулевой фаске износа достаточно 100 перестроений КЭ-сетки на длине, равной 5 толщинам среза  $a$ . Часто именно из-за недостаточно частого перестроения КЭ-сетки решатель LS-DYNA завершает расчет с ошибкой. Вместе с тем необходимо учитывать то, что чрезмерно большое количество перестроений КЭ-сетки приводит к увеличению времени расчета и «затуханию» полей пластических деформаций и напряжений.

### РАЗДЕЛ 3. МЕТОДОЛОГИЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ФИЗИКО-ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОБРАБАТЫВАЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ

#### 3.1. Постановка задачи

Исходя из разработанной концепции прогнозирующего моделирования процессов резания, для выполнения расчетов необходимы количественные данные о физико-термомеханических свойствах материалов объектов моделируемой системы и трибологические свойства пары «обрабатываемый–инструментальный» материал. В разделах 1 и 2 установлено, что этот комплекс свойств содержит определяющее уравнение и уравнение пластичности обрабатываемого материала, уравнение зависимости от температуры плотности, теплоемкости и теплопроводности обрабатываемого и инструментального материалов, уравнения, связывающие температуру, нормальные напряжения на контактной поверхности с касательным напряжением на этой поверхности.

Проведенный анализ определяющих уравнений (п. 1.2.1) показал, что наиболее эффективным является определяющее уравнение в форме Джонсона–Кука:

$$\sigma_s = (A + B\varepsilon_p^n)(1 + C \ln \dot{\varepsilon})(1 - T^{*m}), \quad (3.1)$$

где константы материала  $A, B, n$  отражают способность материала к деформационному упрочнению,  $C$  – к скоростному упрочнению, а  $m$  – к температурному разупрочнению.

Среди всех известных уравнений пластичности (п. 1.2.2), определяющих критерий вязкого разрушения по условию накопления повреждений, принято уравнения в форме В. Л. Колмогорова с поправками Джонсона–Кука на скорость и температуру деформации:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_f^p &= (D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*)) (1 + D_4 \ln \dot{\varepsilon}) (1 + D_5 T^*); \\ \sigma^* &= \sigma / \sigma_s, \quad T^* = (T - T_0) / (T_m - T_0) \end{aligned} \quad (3.2)$$

где константы материала  $D_1, D_2, D_3$  отражают влияние напряженного состояния на предельные пластические деформации до разрушения;  $D_4$  – влияние скорости деформации;  $D_5$  – влияние температуры деформации;  $\sigma^*$  – показатель напряженного состояния.

Условие хрупкого разрушения предложено использовать в виде уравнения первой теории прочности, то есть  $\sigma_1 = \sigma_{\max}$ , где  $\sigma_{\max}$  является константой материала при нормальной температуре.

Анализ известных данных о влиянии температуры на плотность, теплоемкость  $C_p$  и теплопроводность  $\lambda$  материалов показал, что эти зависимости хорошо аппроксимируются полиномом второй степени.

Таким образом, в общем случае моделирования процесса резания на уровне детализации «Лезвие», кроме упругих свойств обрабатываемого и инструментального материалов  $E$  и  $\nu$ , необходимо определение еще 11 констант физико-термомеханических свойств ( $A, B, n, C, m, D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, \sigma_{\max}$ ) и трех уравнений-полиномов ( $\rho = \rho(T), C_p = C_p(T), \lambda = \lambda(T)$ ), которые определяют нелинейные физико-термомеханические свойства этих материалов. Методы определения упругих констант ( $E$  и  $\nu$ ) и указанных уравнений-полиномов общеизвестны и могут применяться без ограничений, потому не нуждаются в усовершенствовании. Указанные зависимости могут быть взяты из справочников, например, из [274].

Вместе с тем, методы определения других констант должны быть разработаны таким образом, чтобы учесть одновременное существование больших деформаций, скоростей деформаций и температур, которые в достаточной для моделирования степени не учитываются ни в одной из известных методик.

### 3.2. Критический анализ известных способов идентификации определяющих уравнений и уравнений пластичности

Идентификация констант определяющего уравнения возможна на основе испытаний по деформированию образцов в условиях однородного НДС. Наиболее простыми являются испытания на *квазистатическое* одноосное растяжение (ГОСТ 1497), сжатие, кручение (ГОСТ 3565) (табл. 3.1). Однако они реализуют скорости деформаций до  $2,5 \times 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ , что на восемь порядков меньше от скоростей деформаций, имеющих место в зоне резания. В то же время температура испытаний может достигать  $1200 \text{ }^\circ\text{C}$ . В 1979 году М.П. Марковец [276] предложил, а в 2004 году рабочая группа под руководством Т. Altan [277] усовершенствовала способ определения определяющего уравнения по твердости вдавливанием индентора. Однако этот способ менее информативен по сравнению со стандартными испытаниями и имеет ограниченное применение.

За последние 60 лет разработан целый ряд способов *динамических* испытаний, позволяющих установить определяющее уравнение при скоростях деформации до  $10^7 \text{ с}^{-1}$ . Среди них наибольшую практическую популярность завоевали способы, основывающиеся на принципе разрезного стержня Гопкинсона

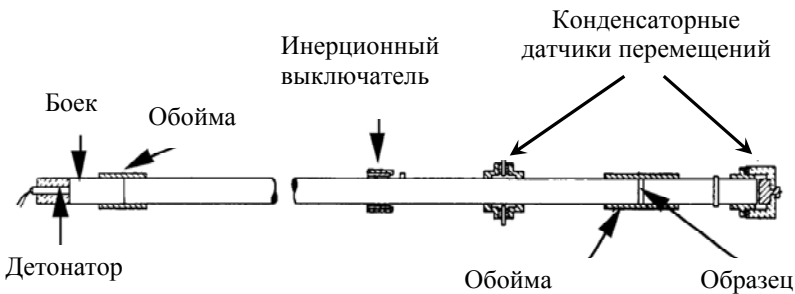


Рисунок 3.1 – Разрезной стержень Гопкинсона [275]

Таблица 3.1 – Развитие способов испытаний материалов

Способ (год первой публикации)	$\varepsilon^p$	$\dot{\varepsilon}_{\min}^p$ , с <sup>-1</sup>	$\dot{\varepsilon}_{\max}^p$ , с <sup>-1</sup>	$T_{\min} - T_{\max}$ , °С	Источник информа- ции
Квазистатические					
1. Растяжение, сжа- тие, кручение на гид- равлических и меха- нических разрывных, универсальных и кру- тильных машинах (19 век)	0–2,5	-	$2,5 \times 10^{-3}$	1200	ГОСТ 1497, ГОСТ 25.503-97, [57]
2. Вдавливание индентора (1979)	0–0,2	-	$2,5 \times 10^{-3}$	20	[276, 277]
Динамические					
1. Падающий молот Тейлора ( <i>impact compression</i> ) (1946)	-	1,0	$2,0 \times 10^3$	1000	[111, 131, 87]
2. Испытание на сжа- тие, растяжение, кру- чение, базирующееся на принципе разрез- ного стержня Гопкин- сона ( <i>split Hopkinson bar principle</i> ) (1949)	0–2,0 и более	$1,0 \times 10^{-1}$	$1,0 \times 10^4$	1000	[95, 131, 275, 278]
3. Метод вращающе- го кулачка ( <i>cam plastomer</i> ) (1953)	-	1,0	$1,0 \times 10^2$	600	[275, 111]
4. Метод разрезного кольца ( <i>expanding ring</i> ) (1969)	-	1,0	$2,0 \times 10^3$	600	[131, 275]
5. Растяжение, сжа- тие, кручение на ско- ростных гидравличе- ских и механических разрывных, универ- сальных и крутиль- ных машинах (1972)	0–1	$1,0 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^2$	600	[111]
6. Метод нормаль- ного удара по пла- стине ( <i>normal plate impact</i> ) (1983)	-	$1,0 \times 10^3$	$1,0 \times 10^6$	600	[111, 131]

Продолжение табл. 3.1

Способ (год первой публикации)	$\varepsilon^p$	$\dot{\varepsilon}_{\min}^p$ , с <sup>-1</sup>	$\dot{\varepsilon}_{\max}^p$ , с <sup>-1</sup>	$T_{\min} - T_{\max}$ , °С	Источник информа- ции
7. Метод пульсирующего лазера ( <i>pulsed laser</i> ) (1989)	-	$1,0 \times 10^5$	$1,0 \times 10^6$	-	[131, 279]
8. Методы, базирующиеся на распространении ударной волны: взрыва ( <i>explosives</i> ) и баллистического удара ( <i>ballistic impact</i> )	-	$1,0 \times 10^5$	$1,0 \times 10^7$	-	[131]
9. Свободное прямоугольное резание (1989)	0,7–1,4	$1,0 \times 10^4$	$1,5 \times 10^5$	400-1000	[87, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287]
10. Прямоугольное концевое фрезерование (2000)	0,7-1,4	$2,6 \times 10^4$	$6,9 \times 10^5$	240-900	[288, 289, 290, 85, 291, 292]

Примечание. «-» – нет данных;  $T_{\min} = 20$  °С или меньше, если не указано иное.

(Hopkinson) [275] (рис. 3.1). Этот принцип заключается в том, что между двумя массивными стержнями размещается образец и свободному торцу одного из стержней с помощью детонатора придается ускорение, вызывающую волну пластической деформации в образце.

Регистрируя перемещение торцов образца, можно вычислить скорость деформации, деформацию образца и действующие напряжения. В настоящее время этот принцип реализован в способах испытаний при температурах до 1000 °С и более при растяжении, сжатии и кручении [275, 95]. Эти способы обеспечивают получение достоверного определяющего уравнения при скоростях деформации до  $10^4$  с<sup>-1</sup>.

Идентификация определяющего уравнения при скоростях деформаций свыше  $10^4$  с<sup>-1</sup> и температурах до 1200°С в настоящее время все еще представляет собой практическую сложность. Известные способы нормального удара по пластине, пульсиру-

щего лазера, взрыва и баллистического удара, позволяющие реализовать скорости деформации до  $10^7 \text{с}^{-1}$ , не обеспечивают получения приемлемого определяющего уравнения и остаются относительно дорогими. Их практически не используют для определения определяющего уравнения, применяемого для моделирования процесса резания (рис.3.2).

В последние 15 лет начал развиваться способ определения уравнения состояния непосредственно из опытов по резанию. Эта идея впервые была реализована А. М. Розенбергом [293] при исследовании влияния скорости резания (скорости деформации) на предел текучести в условной плоскости сдвига. Со временем эту идею повторил и развил Е. J. Armarego [294]. Однако первое полное практическое решение задачи было представлено Р. L. V. Oxley [285] в 1989 году. Используя свою термомеханическую теорию резания с единой условной плоскостью сдвига, он получил при проведении опытов по свободному прямоугольному резанию определяющие уравнения малоуглеродистой стали при скоростях деформации до  $450 \text{с}^{-1}$  в форме Джонсона–Кука (Johnson–Cook) [295]. Дальнейшее

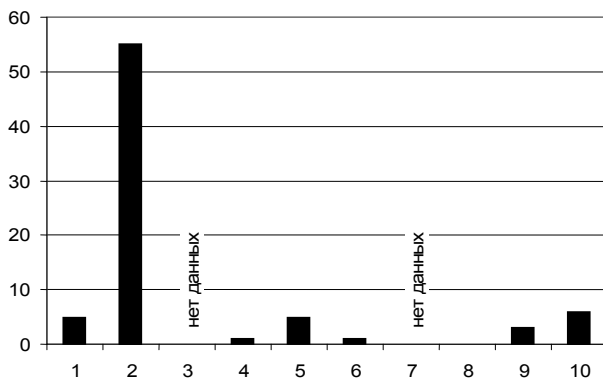


Рисунок 3.2 – Популярность способов динамических испытаний материалов. Диаграмма построена на основе анализа 70 определяющих уравнений материалов, включенных в базу данных MADAMS [108]. Цифрами на оси абсцисс обозначены номера способов по табл. 3.1, на оси ординат – количество определяющих уравнений материалов, полученных этим способом

развитие этот способ получил в работах Т. Ozel, Т. Altan [87], N. Tounsi и соавторов [280], J. C. Hamann и соавторов [281], А. Н. Adibi-Sedeh и V. Madhavan [282, 283], S. Lei и Y. C. Shin [286], J. Корас и соавторов [287]. Была усовершенствована методика испытаний и определены определяющие уравнения для сталей S300 (Ст. 3), 42CD4 (40ХГМА), AISI 316L (03X17H13M2), 35NCD16 (30NiCrMo16), AISI P20 (40X2ГМ), AISI H13 (4X5МФ1С), Al 2007 (алюминиевый сплав) при скоростях деформации от  $10^4$  до  $1,5 \times 10^5 \text{ c}^{-1}$  и температурах 400–1000 С. Т. Ozel [288, 291], Т. Altan [295], M. Sahata [289], Н. Chandrasekaran и R. M. Saoubi [290] добились еще большего увеличения скорости деформации (до  $6,9 \times 10^5 \text{ c}^{-1}$ ) в экспериментах по прямоугольному концевому фрезерованию.

Идея способа заключается в том, что, основываясь на экспериментально определенных проекциях силы резания, величине усадки стружки, длине контакта стружки с инструментом и температуре резания (то есть тех показателях процесса, которые можно относительно легко измерить), подбирают методом регрессионного анализа такие коэффициенты определяющего уравнения обрабатываемого материала, которые бы минимизировали погрешность прогнозирования этих показателей по аналитической или КЭ-модели процесса резания. В большинстве случаев применялась аналитическая модель с единственной плоскостью сдвига [42, 285].

Иногда температура в зоне первичных деформаций не определялась экспериментально, а рассчитывалась на основании допущения об адиабатическом характере деформаций [87]. Применение метода КЭ является более выгодным в данной ситуации, поскольку позволяет рассчитать показатели процесса резания с наименьшим количеством допущений. Т. Ozel, Т. Altan [284] выполнили попытку реализовать такой подход. Однако большое количество итераций и поэтому продолжительное время, необходимое для многопараметрической оптимизации, пока делают такой подход экономически неприемлемым.

Сравнение рассмотренных способов испытаний на основе принципа разрезного стержня Гопкинсона и свободного прямоугольного течения было выполнено Т. Н. S. Childs [109]. Он пока-



зал, что все рассмотренные способы дают достаточно близкие определяющие уравнения (рис. 3.3). Основное их расхождение состоит в описании положения области горячего наклепа (*blue brittleness*) [92] в координатах  $\sigma_s - T$ .

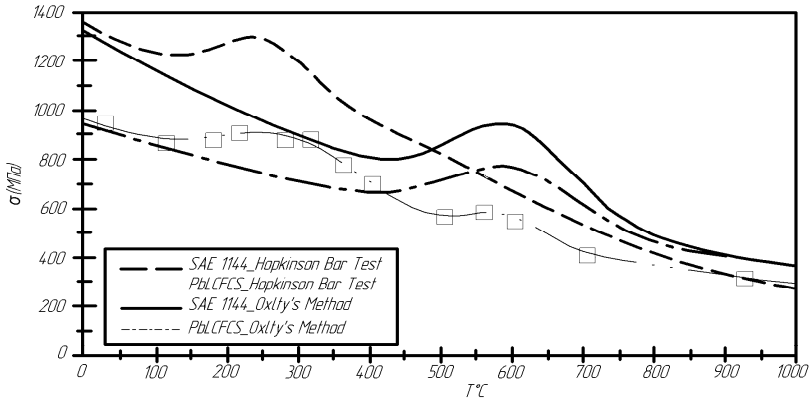


Рисунок 3.3 – Расхождения определяющих уравнений, полученных способом на основе принципа разрезного стержня Гопкинсона и способом прямоугольного свободного резания [109]:  $\varepsilon_p = 1$ ,  $\dot{\varepsilon}_p = 1000 \text{ c}^{-1}$

Таким образом, экспериментальные способы исследования поведения пластических материалов позволяют установить определяющее уравнение в отдельных узких диапазонах величин пластических деформаций, их скоростей и температур. Для получения определяющего уравнения во всем необходимом для достоверного моделирования процесса резания диапазоне изменения указанных фундаментальных параметров обращаются к применению нескольких способов одновременно [131] или выполняют экстраполяцию данных [109].

В связи с тем, что в зоне резания имеют место области как с сжимаемым, так и с растягивающим напряжениями, показатель напряженного состояния  $\sigma^*$  меняется в широких диапазонах и, таким образом, идентификация констант уравнений пластичности возможна лишь путем комбинации данных различных видов испыта-

ний по деформации образцов с разной величиной показателя напряженного состояния  $\sigma^*$ . Экспериментальная идентификация этих констант является сложной задачей. Трудно подобрать такой вид испытания, чтобы в месте разрушения можно было бы определить степень деформации, предшествующую разрушению, и чтобы выполнялось условие неизменности показателя напряженного состояния. Важно предусмотреть место разрушения и своевременно его зафиксировать. Испытания на пластичность в горячем состоянии должны проводиться при фиксированных (неизменных на протяжении опыта) температурно-скоростных условиях [68].

Для идентификации уравнений пластичности В. Л. Колмогоровым [68] предложено использовать данные испытаний на растяжение образцов с выточкой, изгиба образцов с круговой сеткой, нанесенной печатным способом, сжатие цилиндрических образцов плоскими бойками, растяжение образцов в условиях гидростатического сжатия, кручение. В совокупности все указанные виды испытаний дают возможность исследовать пластичность сталей в диапазоне  $\sigma^* \in [-3; 2, 4]$  (табл. 3.2).

Вместе с тем следует отметить ограниченную возможность испытаний на сжатие при высоких температурах вследствие необходимости создания минимального трения на торцах образцов. Именно поэтому максимальная температура тех редчайших опубликованных испытаний не превышает 500 °С, что почти в 2 раза меньше температуры теплостойкости твердых сплавов. Определение пластичности при высоких скоростях деформации также связано со значительными техническими трудностями в связи с необходимостью применения метода стержней Гопкинсона [156].

Анализ определяющих уравнений, опубликованных в литературе, показывает, что между данными о динамических испытаниях, полученными различными научными школами для одной и той же марки материала, может существовать значительное расхождение, обусловленное разным по состоянию образцов, допущениями, принимаемыми при определении определяющего уравнения, другими случайными факторами. Данные об уравнении пластичности для многих материалов вообще отсутствуют. В связи с этим для получения минимальной погрешности

Таблица 3.2 – Характеристика способов испытания образцов

Способ испытаний	Показатель напряженного состояния $\sigma^*$	Скоростной диапазон деформирования	Температурный диапазон деформирования	Ссылка
Растяжение цилиндрического образца	около 0,6	$10^{-2} - 10^{-1} \text{ с}^{-1}$	20–900°C	[68]
Растяжение образца с выточкой	0,6–2,4	$10^{-2} - 10^{-1} \text{ с}^{-1}$	20–900°C	[68]
Растяжение цилиндрического образца при внешнем гидростатическом давлении	-2,3–0,6	$10^{-2} - 10^{-1} \text{ с}^{-1}$	20°C	[68]
Сжатие	-0,5–0	$10^{-2} - 10^{-1} \text{ с}^{-1}$	20°C	ГОСТ 25.503-97
Сжатие по методу Гопкинсона	-0,5 – 0		20°C	[109]
Кручение	0	$10^{-2} - 10^{-1} \text{ с}^{-1}$	20°C	[68]

при моделировании процесса резания в каждом конкретном случае необходимо определять определяющее уравнение материала для образцов именно из тех материалов, резание которых будет проводиться в эксперименте.

### 3.3. Общая методология

Для решения поставленной задачи разработаны методологии идентификации параметров определяющего уравнения и уравнение пластичности из комплекса испытаний, включающего стандартные испытания на растяжение-сжатие и испытания на прямоугольное резание.

Выбранные формы определяющего уравнения и уравнения пластичности позволяют мультипликативно разделить влияние

деформации (показателя напряженного состояния), скорости деформации и температуры на предел текучести и величину пластической деформации до разрушения. Поэтому становится возможным проведение раздельной идентификации неизвестных параметров. Для определяющего уравнения общий алгоритм является следующим (рис. 3.4):

- 1) установить влияние пластической деформации из опытов на растяжение по ГОСТу 14097-84 при нормальной температуре;
- 2) установить влияние температуры, сравнив результаты опытов по растяжению образцов при различных повышенных температурах по ГОСТу 9651-84;

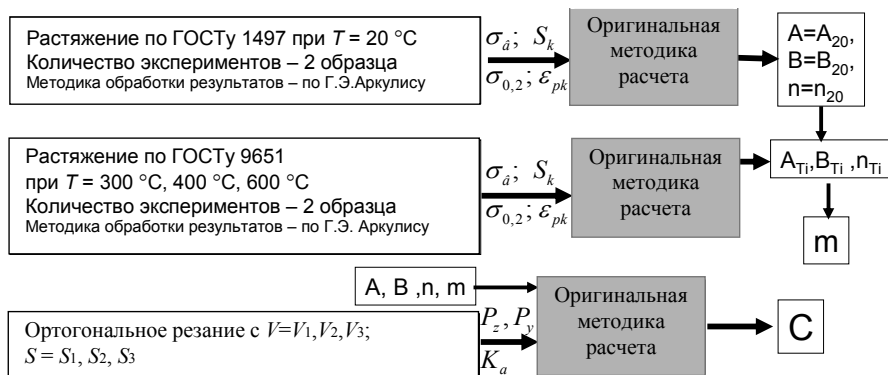


Рисунок 3.4 – Структурная схема методологии идентификации определяющего уравнения

- 3) установить влияние скорости деформации из опытов по резанию с учетом полученных данных о влиянии деформации и температуры на предел текучести.

Для уравнения пластичности общий алгоритм является следующим (рис. 3.5):

- 1) установить влияние показателя напряженного состояния из опытов на растяжение по ГОСТу 1497-84, сжатие по ГОСТу 25.503-97 со стандартными и специальными образцами при нормальной температуре;

2) установить влияние температуры, сравнив результаты опытов по растяжению образцов при различных повышенных температурах по ГОСТу 9651-84;

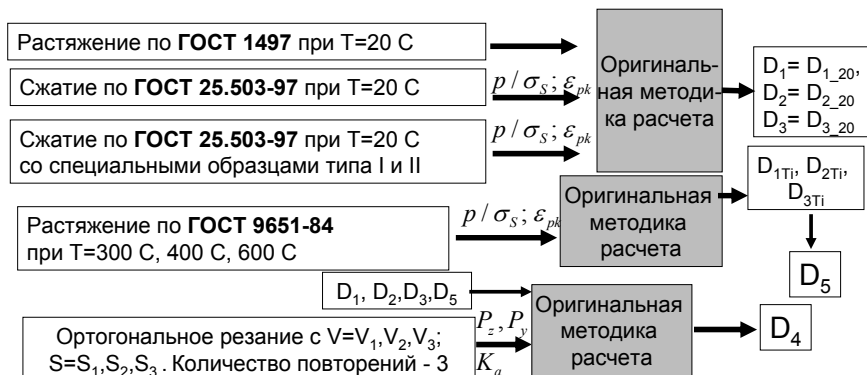


Рисунок 3.5 – Структурная схема методологии идентификации уравнения пластичности

3) установить влияние скорости деформации из опытов по резанию с учетом полученных данных о влиянии показателя напряженного состояния и температуры на величину накопленных пластических деформаций.

Таким образом, для проведения комплексной идентификации неизвестных параметров модели материала необходимо проведение эксперимента по растяжению при нормальной температуре и повышенных температурах, 2–3 эксперимента по сжатию при нормальной температуре образцов нескольких форм, по резанию в достаточно широком диапазоне скоростей.

### 3.4. Инструментальные средства исследований

#### 3.4.1. Оборудование для проведения механических испытаний

Для реализации идеи идентификации определяющих уравнений и уравнений пластичности материала из комплекса испыта-

ний, включающих квазистатические испытания на разрывных машинах и опыты по прямоугольному свободному резанию, разработана экспериментальная установка для исследований механических свойств материалов при температурах до 900 °С путем модернизации и оснащения стандартной машины УМЭ-10М современными измерительными приборами (тензометрическим динамометром с температурной компенсацией с разрешающей способностью 24 bit, независимым контроллером температуры, оптическим датчиком линейных перемещений траверсы с дискретностью 10 мкм, ЭВМ для автоматизированной обработки результатов) и дополнительными захватами для образцов специальной формы.

Принципиальная схема установки и ее общий вид приведены на рис. 3.6. Машина имеет двухстоечную вертикальную конструкцию. Верхний захват через тензометрический динамометр закреплен к неподвижной траверсе. Нижний захват жестко закреплен к подвижной траверсе, которая приводится в движение ходовым винтом, движение которому, в свою очередь, передают от асинхронного двигателя 3,0 кВт через трехступенчатый редуктор. Таким образом, в установке реализуется жесткая схема нагружения путем задания удлинения образца с непрерывным измерением силы сопротивления этому удлинению.

Перемещение подвижной траверсы контролируется круговым

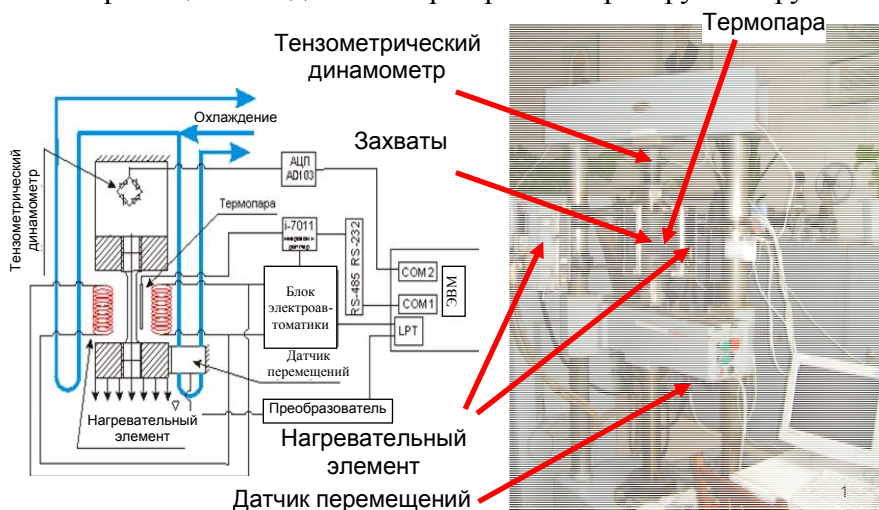


Рисунок 3.6 – Принципиальная схема и общий вид установки

оптическим датчиком VE178a-2500 с 2500 импульсами на 1 оборот датчика через безлюфтовый цилиндрический редуктор. Разработан и изготовлен специальный электронный преобразователь кода Грея в цифровой код счетчика, который передается на ПЭВМ через последовательный интерфейс.

Результаты испытаний измерительного устройства показали, что 5% доверительный интервал измерения перемещений составляет: 1 мм...±30 мкм, 2–3 мм...±40 мкм, 3–8 мм...±47 мкм. Привод перемещений подвижной траверсы обеспечивает скорость перемещений в диапазоне от 10 до 3000 мкм/с, что соответствует скорости деформации стандартного образца диаметром 10 мм, тип III с  $l_0 = 50$  мм по ГОСТ 1497-84 от  $2 \cdot 10^{-4}$  до  $6 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$ .

Измерение силы сопротивления деформации осуществляется с помощью тензометрического динамометра, реализованного 4 тензорезисторами сопротивлением 100 Ом фирмы ВЕДА (г. Киев), наклеенными в продольном направлении калиброванной трубы. Тензорезисторы подсоединены по схеме «полный мост». Измерение силы осуществляется путем измерения дисбаланса моста тензоусилителем-преобразователем AD-103 фирмы НВМ с передачей данных на ПЭВМ через интерфейс RS-232. Опорное напряжение моста – 5 В. Разрядность АЦП – 24 бит. Частота опроса – от 1 до 150 Гц. Испытания динамометра показали, что максимальная измеренная нагрузка может составлять 100 кН, доверительный интервал измеренной силы во всем диапазоне измерений от 0 до 100 кН не превышает ±250Н.

Испытания при высокой температуре возможны с помощью стенда за счет использования специальной камеры. Повышенная температура в камере создается нагревательными элементами в виде тенов из нихрома, через которые пропускается ток силой 200–300 А и напряжением 24 В от силового трансформатора. Измерение температуры осуществляется термопарой типа «ТХА» («К») ГОСТ Р 8.585-2001 с максимальной температурой измерений 1000°C. Для управления температурой использован контроллер температуры I-7011 фирмы ICP DAS, который в необходимые моменты включает или выключает силовой трансформатор. Управле-

ние контроллером осуществляется от ЭВМ через интерфейс RS-232. Испытание установки в диапазоне температур от 100 до 850 °С показали, что температура в камере может быть установлена с точностью не ниже чем  $\pm 2$  °С.

Жесткость станда составляет: на растяжение – 10 Н/мм, на сжатие – 1100 Н/мм. Полученные технические характеристики испытательного станда согласно ГОСТ 1497-84 обеспечивают возможность проведения только 2 повторений выполняемых испытаний.

### 3.4.2. Оборудование для проведения опытов по резанию

Для получения данных о силах резания в широком диапазоне скоростей и подач использовались экспериментальные установки повышенной жесткости.

Так, для исследования прямоугольного резания применялся станок, разработанный в Институте металлорежущих станков Университета Штутгарта (Германия) (рис. 3.7).

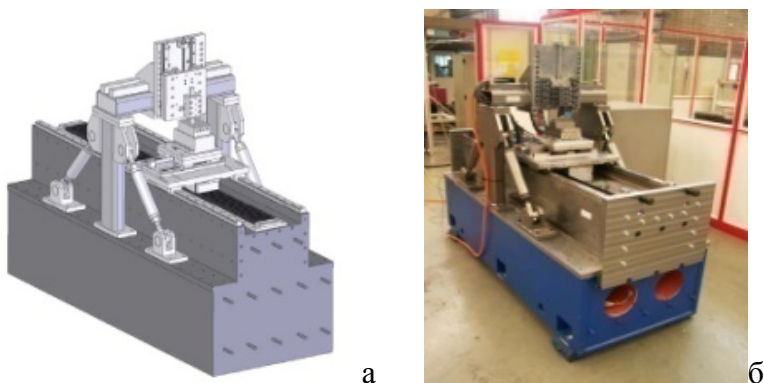


Рисунок 3.7 – Схема станда (а) и его общий вид (б)

Станд позволяет реализовать процесс прямоугольного свободного резания со скоростью до 300 м/мин. Максимальная толщина и ширина среза зависят от обрабатываемого материала и



определяются предельной силой, которую может развить линейный привод стола.

Инструмент жестко закреплен на неподвижной траверсе в направляющих, обеспечивающих возможность перемещения инструмента в направлении, перпендикулярном к столу станда. Заготовка в виде пластины закрепляется на столе в специальном приспособлении. Столу придается скорость главного движения резания. Для измерения силы резания на столе установлен трехкомпонентный пьезометрический динамометр фирмы Kistler. Толщина среза задается перемещением режущего инструмента на заданную величину с контролем индикатором типа ИЧ-10-0,01.

В случаях, когда количество и размер образцов ограничены, для проведения испытаний по резанию предлагает использовать вертикально-фрезерный станок с ЧПУ с закреплением испытуемой заготовки в цанге. Такой выбор обусловлен значительно меньшей массой вращающихся деталей шпинделя и большей жесткостью станка в сравнении с токарными станками при прочих равных условиях.

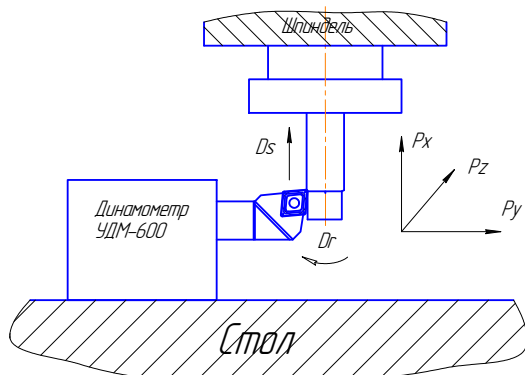


Рисунок 3.8 – Схема измерения силы резания на фрезерном станке

Для измерения силы резания использовался динамометр УДМ-600 (рис. 3.8). Регистрация данных осуществлялась с помо-

щью ПЭВМ через тензоусилитель-преобразователь LTR212 в крейте LTR-U-1 компании L-CARD. Погрешность измерения силы составила  $P_z = \pm 20$  Н,  $P_y = \pm 30$  Н.

### **3.5. Идентификация определяющего уравнения**

#### **3.5.1. Идентификация определяющего уравнения при нормальной температуре и квазистатическом нагружении**

##### **3.5.1.1. Методика проведения испытаний**

Испытания проводят в соответствии с ГОСТом 1497-84. Как правило, используют образцы типа IV диаметром  $6 \pm 0,06$  мм с базовой длиной  $l_0 = 30$  мм. Перед началом испытаний выполняют разметку образца штрихами с шагом 5 мм.

Испытания проводят при скорости деформации 160 мкм/с. При этом скорость увеличения напряжения в пластической области не превышает 16 МПа/с. В процессе испытаний регистрируют индикаторную диаграмму « $P - \Delta l$ ».

Перед испытанием измеряют фактический диаметр образца. После испытаний измеряют в соответствии с ГОСТом 1497-84 удлинение образца на базовой длине  $\Delta l_p$ , диаметр образца в месте разрыва  $d_k$ , диаметр образца на участках равномерной деформации  $d_p$  или радиус кривизны области неравномерной деформации (шейки) в осевом сечении после разрыва  $R_{ш}$ .

##### **3.5.1.2. Расчет пластических деформаций и действительных напряжений**

Обработка индикаторной диаграммы состоит из нескольких этапов.

Этап 1. Приведение масштаба оси удлинений.

В связи с тем, что значения удлинений в индикаторной диаграмме отражают удлинения всей системы, включая удлинение образца в целом, захватов, колонн и других элементов, то для оценки действительных удлинений образца на рабочей длине необходимо выполнить масштабирование значений по оси удлинений. Считая, что удлинение в момент разрыва на диаграмме и удлинение образца на базовой длине одинаковы, определяется приведенное удлинение  $\Delta l^M$ :

$$\Delta l^M = \Delta l \frac{\Delta l_p}{\max(\Delta l)}. \quad (3.3)$$

Этап 2. Расчет диаграммы « $\sigma_{усл} - \varepsilon$ ».

Расчет значений условных напряжений  $\sigma_{усл}$  и интенсивности деформаций  $\varepsilon$  выполняем по формулам [83]:

$$\sigma_{усл} = \frac{P}{F_0}, \quad \varepsilon = \ln \left( \frac{l_0 + \Delta l}{l_0} \right), \quad (3.4)$$

где  $F_0 = \frac{\pi}{4} d_0^2$ .

Этап 3. Расчет действительных напряжений и пластических деформаций.

Действительное напряжение равняется

$$\sigma_{усл} = \frac{P}{F}, \quad (3.5)$$

где  $F$  – изменяемая площадь поперечного сечения, определяющаяся относительным удлинением и коэффициентом поперечной деформации  $\nu'$  [83]:

$$F \approx F_0 (1 - 2\nu'\varepsilon). \quad (3.6)$$

Коэффициент поперечной деформации при упругой деформации равен коэффициенту Пуассона  $\nu$ , а за пределом упругости постепенно увеличивается, приближаясь к значению 0,5:

$$\nu' = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{3K} \frac{\sigma_{усл}}{\varepsilon} \right). \quad (3.7)$$

Тогда действительное напряжение может быть найдено из уравнения [83]:

$$\sigma_u = \frac{2}{3K} \left[ \sqrt{(1-\varepsilon)^2 + \frac{4}{3} \frac{\sigma_{усл}}{K}} - (1-\varepsilon) \right], \quad (3.8)$$

где  $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$  – объемный модуль упругости;  $E$  – модуль

упругости. Вследствие того, что при малых деформациях жесткость испытательного стенда значительно меньше номинальной из-за неизбежного наличия зазоров в системе при малых усилиях, то и модуль упругости, соответствующий измеренной диаграмме в условных напряжениях, больше фактического. Поэтому при расчете  $\sigma_u$  необходимо определять  $E$  непосредственно из диаграммы « $\sigma_{усл} - \varepsilon$ » методом линейной аппроксимации начальной ее части. Полученное значение  $E$  отражает среднее значение упругости всей испытательной системы при малых нагрузках.

Действительные пластические деформации могут быть вычислены из уравнения

$$\varepsilon_u^p = \varepsilon - \frac{\sigma_u}{E}. \quad (3.9)$$

Вычисленные значения  $\varepsilon_u^p$  справедливы только на этапе равномерной деформации (до образования шейки). При больших значениях  $\varepsilon_u^p$ , как правило, происходит потеря устойчивости и образуется шейка, в пределах которой деформация неравномерна.

Этап 5. Расчет относительного удлинения  $\delta$ , относительного сужения  $\psi$ , поправки  $\eta$  на неравномерность деформации.

Относительное удлинение вычисляется по формуле

$$\delta = \frac{\Delta l}{l_0}. \quad (3.10)$$

Относительное сужение:

$$\psi = \frac{F_0 - F_k}{F_0}, \quad (3.11)$$

где  $F_k = \frac{\pi}{4} d_k^2$  – площадь поперечного сечения образца в месте разрыва.

Этап 6. Определение предела текучести  $\sigma_{0,2}$ , предела прочности  $\sigma_B$ , действительного напряжения при разрушении  $S_k$ , действительных пластических деформаций при разрушении.

Для определения предела текучести  $\sigma_{0,2}$  при  $\varepsilon_u^p = 0,002$  находят на диаграмме « $\sigma_u - \varepsilon_u^p$ » точку с абсциссой  $\varepsilon_u^p = 0,002$  и определяют соответствующее значение  $\sigma_{0,2}$  на оси ординат.

Для определения предела прочности  $\sigma_B$  на диаграмме « $\sigma_{уст} - \varepsilon_u^p$ » находят максимальное значение  $\sigma_{уст}$ , которое и является значением  $\sigma_B$ . На оси абсцисс этой диаграммы считывают значение  $\varepsilon_{ув}^p$ .

Из анализа напряженного состояния шейки Н. Н. Давиденков и Н. И. Спиридонова [83] установлено, что действительное напряжение при разрушении определяется уравнением

$$S_k = \frac{P_k}{F_k} \eta, \quad (3.12)$$

где  $P_k$  – сила в момент разрушения.

Коэффициент  $\eta$  может быть вычислен по формуле

$$\eta = \frac{1}{\left(1 + \frac{d_k}{8R_{uu}}\right)}. \quad (3.13)$$

При отсутствии данных о радиусе кривизны шейки величина  $\eta$  может быть оценена из выражения, аппроксимирующего диаграмму на рис. 64 из [83]:

$$\eta = 0,249e^{-1,141\ln(F_p/F_k)}, \quad (3.14)$$

где  $F_p = \frac{\pi}{4}d_p^2$  – площадь сечения образца на участке равномерной деформации.

Действительная пластическая деформация при разрыве вычисляется по формуле при допущении о незначительной степени упругой деформации

$$\varepsilon_{uk}^p \approx \ln \frac{F_0}{F_k} = \ln \left( \frac{1}{1-\psi} \right). \quad (3.15)$$

Таким образом, определены характерные точки диаграммы деформирования:

$$\begin{aligned} 1 - (\varepsilon_u^p = 0,002; \sigma_u = \sigma_{0,2u}), \\ 2 - (\varepsilon_u^p = \varepsilon_{ue}^p; \sigma_{ysl} = \sigma_\epsilon); \\ 3 - (\varepsilon_u^p = \varepsilon_{uk}^p; \sigma_u = S_k), \end{aligned} \quad (3.16)$$

а также диаграмма « $\sigma_u - \varepsilon_u^p$ » в пределах равномерной пластической деформации.

### 3.5.1.3. Идентификация коэффициентов определяющего уравнения

Идентификация коэффициентов определяющего уравнения может быть выполнена двумя способами.

**Способ 1.** Аппроксимация диаграммы « $\sigma_u - \varepsilon_u^p$ ». В соответствии с этим способом определение коэффициентов уравнения (3.18) осуществляется методом наименьших квадратов путем минимизации функционала

$$\Phi = \sum_{i=1}^N (\sigma_s(\varepsilon_{ui}^p, A, B, n) - \sigma_{ui})^2 \rightarrow \min. \quad (3.17)$$

Применение этого способа позволяет получить определяющее уравнение, точно описывающее поведение материала в диапазоне малых пластических деформаций. Экстраполяция значений напряжений на большие пластические деформации может давать достаточно значительные погрешности (рис. 3.9).

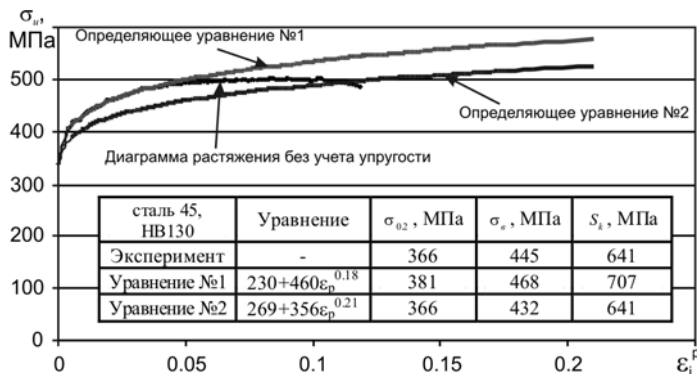


Рисунок 3.9 – Сравнение определяющих уравнений по точности описания диаграммы « $\sigma_i - \epsilon_i^p$ » в различных диапазонах пластических деформаций

**Способ 2.** Построение определяющего уравнения по трем характерным точкам диаграммы деформирования. В соответствии с этим способом коэффициенты определяющего уравнения определяются так, чтобы построенная диаграмма проходила через три характерные точки диаграммы деформирования. В этом случае погрешность аппроксимации напряжения будет минимальной как при малых и средних пластических деформациях, так и при больших.

Предположим, что определяющее уравнение задано уравнением

$$\sigma_s = A + B(\epsilon^p)^n, \quad (3.18)$$

где  $A, B, n$  – параметры, подлежащие определению.

Для характерной точки 1 диаграммы деформирования можно записать

$$\sigma_s(0,002) = A + B(0,002)^n. \quad (3.19)$$

Тогда имеем первое уравнение системы

$$\sigma_{0,2u} = A + B(0,002)^n. \quad (3.20)$$

Дальнейшая деформация образца приводит к увеличению величины пластической деформации. В момент начала образования шейки (т. 2) условное напряжение достигает своего максимума и потому можно записать другое условие [83]:

$$\frac{d\sigma_s}{d\varepsilon^p} = \frac{\sigma_s}{1 + \varepsilon^p} = \sigma_\varepsilon. \quad (3.21)$$

Связь действительного и условного напряжений задается выражением [83]:

$$\sigma_s = \sigma_{усл}(1 + \varepsilon^p). \quad (3.22)$$

Учитывая (3.21) и

$$\frac{d}{d\varepsilon^p} \left( A + B(\varepsilon^p)^n \right) = Bn(\varepsilon^p)^{n-1}, \quad (3.23)$$

получаем два уравнения:

$$Bn(\varepsilon_{ус}^p)^{n-1} (1 + \varepsilon_{ус}^p) = A + B(\varepsilon_{ус}^p)^n \quad \text{и} \quad (3.24)$$

$$Bn(\varepsilon_{ус}^p)^{n-1} = \sigma_\varepsilon. \quad (3.25)$$

Для того чтобы уменьшить погрешность аппроксимации при больших пластических деформациях, рассмотрим напряжение в момент разрушения:

$$S_k = \sigma_s(\varepsilon_{ук}^p) = A + B(\varepsilon_{ук}^p)^n. \quad (3.26)$$

В результате имеем систему из 4 уравнений: (3.19), (3.24), (3.25), (3.26), содержащую неизвестные  $A, B, n$ . Избыточность уравнений позволяет уменьшить влияние неопределенности экспериментальных данных, которые неизбежно будут иметь место. Определение неизвестных параметров осуществляется минимизацией функционала

$$\Phi = \left( \sigma_{0,2u} - \left( A + B(0,002)^n \right) \right)^2 +$$



$$\begin{aligned}
& + \left( Bn(\varepsilon_{us}^p)^{n-1} (1 + \varepsilon_{us}^p) - \left( A + B(\varepsilon_{us}^p)^n \right) \right)^2 + \\
& + \left( Bn(\varepsilon_{us}^p)^{n-1} - \sigma_\sigma \right)^2 + \left( S_k - \left( A + B(\varepsilon_{uk}^p)^n \right) \right)^2 \rightarrow \min. \quad (3.27)
\end{aligned}$$

Для поиска решения (3.27) можно использовать надстройку «Поиск решения» программы MS Excel.

### 3.5.1.4. Идентификация определяющего уравнения по стандартным механическим характеристикам

На практике часто бывают известны лишь стандартные механические характеристики материала  $\sigma_{0,2}$ ,  $\sigma_\sigma$ ,  $\delta$ ,  $\psi$ , определенные по ГОСТ 1497-84. В первом приближении для металлов определение констант определяющего уравнения может быть выполнено решением системы уравнений относительно  $A$ ,  $B$ ,  $n$ ,  $\varepsilon_{us}^p$ , которая получается из соотношений п. 3.5.1.3:

$$\left\{ \begin{aligned}
& \sigma_{0,2} (1 + 0,002) = A + B(0,002)^n, \\
& Bn(\varepsilon_{us}^p)^{n-1} (1 + \varepsilon_{us}^p) = A + B(\varepsilon_{us}^p)^n, \\
& Bn(\varepsilon_{us}^p)^{n-1} = \sigma_\sigma, \\
& A + B \left( \ln \frac{1}{1 - \psi_K} \right)^n = \begin{cases} \sigma_\sigma (1 + 1,35\psi_K) & \text{при } \psi_B \leq 15\%, \\ \sigma_\sigma (0,8 + 2,06\psi_K) & \text{при } \psi_B > 15\%. \end{cases}
\end{aligned} \right. \quad (3.28)$$

с учетом

$$\varepsilon_K^p = \ln \left( \frac{1}{1 - \psi_K} \right),$$

где  $\psi_K = \psi$  – относительное сужение после разрушения;  $\psi_B$  – относительное сужение в момент образования шейки. В этой системе учтено эмпирическое условие связи истинных напряжений в момент разрушения с пределом прочности и относительным сужением при разрушении. Эти эмпирические зависимости получены для материалов, разрушающихся с образо-

ванием шейки [155]. Для большинства металлов  $\psi_B \leq 15\%$ . Для алюминия, меди, некоторых латуней и аустенитных сталей  $\psi_B > 15\%$ .

Эта система сводится к системе из двух уравнений, если предположить, что  $A \approx \sigma_{0,2}$ :

$$\begin{cases} \sigma_s \left( 1 + \left( \frac{\sigma_s}{Bn} \right)^{\frac{1}{n-1}} \right) = \sigma_{0,2} + B \left( \frac{\sigma_s}{Bn} \right)^{\frac{n}{n-1}}, \\ \sigma_{0,2} + B \left( \ln \frac{1}{1 - \psi_K} \right)^n = \begin{cases} \sigma_s (1 + 1,35\psi_K) & \text{при } \psi_B \leq 15\%, \\ \sigma_s (0,8 + 2,06\psi_K) & \text{при } \psi_B > 15\%, \end{cases} \end{cases}, \quad (3.29)$$

которая содержит только неизвестные  $B$  и  $n$ . Эта система трансцендентных уравнений может быть решена численно, например, с помощью надстройки «Поиск решения» программы MS Excel.

Для оценки ошибки, с которой определяются параметры определяющего уравнения, в работе выполнено моделирование измерения твердости по Бринеллю методом вдавливания сферического индентора по методике, описанной в п. 3.7 для материалов различных групп, механические свойства которых приведены в марочнике сталей [274]. Полученная величина твердости сравнивалась с экспериментально измеренной величиной, которая соответствует заданным механическим свойствам, и приведена в том же справочнике. Результаты этих исследований представлены в табл. 3.3.

Анализ полученных результатов показывает, что для всех конструкционных материалов погрешность прогнозирования твердости путем модельного вдавливания сферического индентора в соответствии с ГОСТом 9012-59 по определенным константам определяющего уравнения не превышает 21% (рис. 3.10). Вместе с тем существует экстремальная зависимость между твердостью материала и погрешностью прогнозирования этой твердости: минимальная погрешность (около 15%) имеет место в диапазоне твердости от 2000 до 5000 МПа, что обусловлено минимальной погрешностью аппроксимации определяющего уравнения.

Таблица 3.3 – Погрешность прогнозирования твердости для различных сталей

Марка стали	$\sigma_{\delta}$ , МПа	$\sigma_{0,2}$ , МПа	$\psi_K$ , %	$A$ , МПа	$B$ , МПа	$n$	$HV_{\delta}$ , МПа	$HV_M$ , МПа	Погрешность, %
09Г2	930	780	40	745	845	0,512	3306	2857	13,6
12Х18Н10Т	650	315	80	141	984	0,279	1668	1834	10,0
12ХНЗА	1370	1270	60	1241	981	0,571	3924	3840	2,1
13Х11Н2В2МФ	1520	1330	55	1278	1236	0,511	4238	3840	9,4
14ХГС	1270	1000	40	925	1237	0,452	3826	3346	12,5
15ХСНД	1450	1220	56	1151	1245	0,467	4169	3784	9,2
20	350	175	55	47	537	0,23	1403	1167	16,8
20	470	245	48	185	675	0,391	1756	1393	20,7
20Х12ВНМФ	950	830	60	794	757	0,492	2845	2965	4,2
20Х13	780	650	64	605	661	0,432	2354	2462	4,6
20Х13	1020	920	60	891	769	0,53	2874	3169	10,2
20Х13	1600	1300	50	1212	1467	0,453	4346	3777	13,1
25	530	275	38	113	779	0,252	1933	1638	15,2
30	680	490	64	403	711	0,338	1854	2210	19,2
30ХГСА	1040	940	62	910	773	0,525	2943	3208	9,0
30ХГСА	1420	1320	56	1293	1040	0,592	4042	3836	5,1
30ХГСА	1700	1570	44	1542	1358	0,628	4777	4258	10,9
30ХГСА	1700	1570	44	1542	1358	0,628	4777	4259	10,9
33ХС	1750	1610	48	1578	1370	0,605	5003	4259	14,9
35	760	600	60	542	707	0,403	2217	2366	6,7

Продолжение табл. 3.3

Марка стали	$\sigma_B$ , МПа	$\sigma_{0,2}$ , МПа	$\psi_K$ , %	A, МПа	B, МПа	n	HB <sub>3</sub> , МПа	HB <sub>м</sub> , МПа	Погрешность, %
35Г2	1040	950	55	926	790	0,567	3149	3209	1,9
35X	880	760	50	729	744	0,512	2570	2789	8,5
35XM	1570	1390	44	1350	1320	0,563	4415	3840	13,0
38X2MЮА	1810	1660	43	1629	1467	0,62	5396	4338	19,6
38XA	1310	1220	38	1203	1081	0,67	3728	3666	1,7
38XГH	1780	1580	36	1542	1556	0,598	4895	4259	13,0
38XГH	1780	1580	28	1552	1679	0,66	4895	4259	13,0
38XH3MA	1710	1520	48	1475	1403	0,554	4660	4259	8,6
38XC	1960	1670	40	1604	1752	0,529	5592	4420	21,0
40	930	750	45	700	871	0,46	2619	2822	7,7
40X	1760	1560	35	1523	1550	0,601	5415	4259	21,3
40X2H2MA	1400	1230	49	1188	1162	0,536	4218	3778	10,4
40XH	1370	1220	41	1188	1161	0,582	3796	3718	2,1
40XH2MA	1750	1600	50	1564	1366	0,588	5150	4259	17,3
40XC	1960	1670	40	1604	1752	0,529	5641	4420	21,6
45	680	470	52	381	754	0,344	1815	2168	19,5
45	840	590	50	490	916	0,36	2296	2502	9,0
45Г	1310	1230	42	1213	1041	0,668	4101	3718	9,3
45X	1710	1490	27	1460	1666	0,65	4905	4183	14,7
50	830	600	50	513	877	0,372	2354	2519	7,0
50Г	880	740	50	702	771	0,484	2551	2756	8,1
50X	1810	1670	30	1649	1622	0,704	5101	4338	15,0
60C2A	2160	1960	36	1923	1851	0,633	4532	4685	3,4
ШX15	1270	1030	34	1024	1497	0,892	3924	3299	15,9

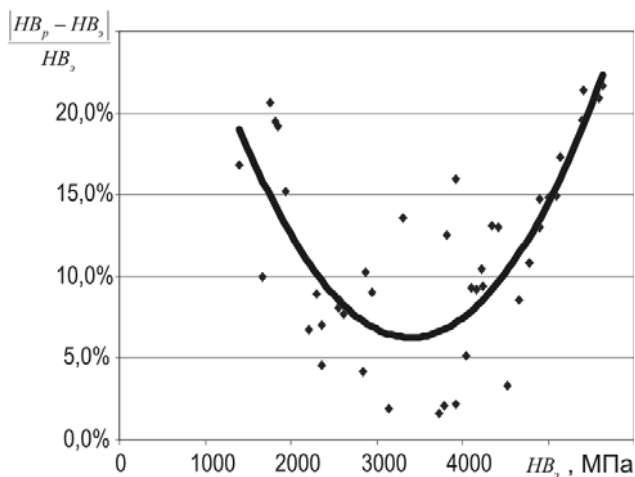


Рисунок 3.10 – Влияние твердости материала на погрешность прогнозирования его твердости

### 3.5.2. Идентификация поправки на температуру деформации

#### 3.5.2.1. Методика проведения испытаний

Подготовку образцов и проведение испытаний при повышенных температурах осуществляют в соответствии с ГОСТом 9651-84. Как правило, используются образцы типа IV диаметром  $6 \pm 0,06$  мм с базовой длиной  $l_0 = 30$  мм. Перед началом испытаний выполняют разметку образца штрихами с шагом 5 мм.

Нагрев образцов осуществляют ступенчато, ступенями по 100 °С с выдержкой 1–2 минуты для стабилизации температуры. После достижения температуры испытаний осуществляют выдержку на протяжении 10–15 минут так, чтобы общее время пребывания образца при повышенной температуре составило 30 минут.

Испытания проводят при скорости деформации 160 мкм/с. При этом скорость увеличения напряжения в пластической об-

ласти не превышает 16 МПа. В процессе испытаний регистрируют индикаторную диаграмму « $P - \Delta l$ ».

Перед испытанием измеряют фактический диаметр образца. После испытаний измеряются в соответствии с ГОСТом 1497-84 удлинение образца на базовой длине  $\Delta l_p$ , диаметр образца в месте разрыва  $d_k$ , диаметр образца на участках равномерной деформации  $d_p$  или радиус кривизны области неравномерной деформации (шейки) в осевом сечении после разрыва  $R_{ш}$ .

### 3.5.2.2. Расчет коэффициента влияния температуры

После проведения испытаний определяют коэффициенты  $A, B, n$  определяющего уравнения для каждой температуры испытаний в соответствии с методикой, описанной в предыдущем пункте.

Для определения коэффициента  $m$  определяющего уравнения вычисляются поправки на температуру для кривых упрочнения для каждой температуры:

$$K_T(\varepsilon^p) = \frac{\sigma_S^T(\varepsilon^p)}{\sigma_S^{20^\circ C}(\varepsilon^p)}. \quad (3.30)$$

В диапазоне  $\varepsilon^p \in [0; 4]$  находится среднее значение поправки на температуру  $\bar{K}_T$  для каждой температуры испытаний. Полученную область точек аппроксимируют выражением

$$K_T(T) = \left( 1 - \left( \frac{T - T_0}{T_{nl} - T_0} \right)^m \right), \quad (3.31)$$

где  $T_0$  – нормальная температура;  $T_{nl}$  – температура плавления исследуемого материала, и находят неизвестный коэффициент  $m$ .

### 3.5.3. Идентификация поправки на скорость деформации

#### 3.5.3.1. Теоретические предпосылки

Известно, что зона первичных деформаций с увеличением скорости резания концентрируется в узкой области. Вводя допущение о том, что толщина этой области, значительно меньшей ее протяженности, и допущение о том, что форма этой области, близка к плоскости, для оценки скорости деформации можно использовать схему зоны стружкообразования с единственной плоскостью сдвига (рис. 3.11) [60].

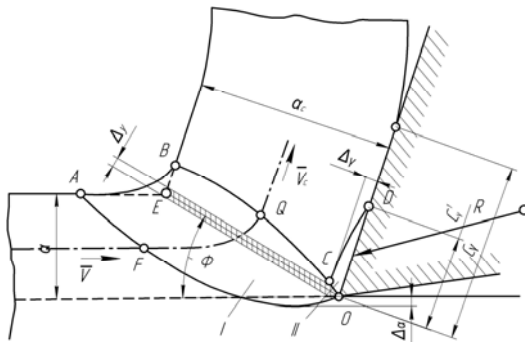


Рисунок 3.11 – Модель зоны стружкообразования (по Н. Н. Зореву [36])

В этом случае интенсивность деформации равна

$$\varepsilon = \frac{K_L^2 - 2K_L \sin \gamma + 1}{\sqrt{3}K_L \cos \gamma}, \quad (3.32)$$

а интенсивность скоростей деформаций равна [36]

$$\dot{\varepsilon} = \frac{V_\tau}{\Delta y \sqrt{3}}, \quad (3.33)$$

где  $\Delta y$  – толщина условной плоскости сдвига;

$V_\tau = V \frac{\cos \gamma}{\cos(\phi - \gamma)}$  – скорость, с которой осуществляется сдвиг в

условной плоскости сдвига;  $\Phi = \arctan\left(\frac{\cos \gamma}{K_L - \sin \gamma}\right)$  – угол сдвига;

$K_L$  – коэффициент укорочения стружки. Параметры  $\Delta y$  и  $K_L$  являются характеристиками процесса деформирования и должны быть измерены из испытаний по резанию.

В случае невозможности измерения параметра  $\Delta y$  его величина может быть оценена из уравнения

$$a / (10 \sin \Phi) \leq \Delta y \leq a / (2 \sin \Phi), \quad (3.34)$$

где левая часть предложена Р. Л. В. Oxley [60], а правая – Г. Л. Куфаревым [43].

Касательные напряжения, приводящие к сдвигу в условной плоскости сдвига, могут быть вычислены по формуле (рис.3.12) [86]:

$$\tau_{OA} = \frac{P_\tau}{l_{OA}b} = \frac{P_\tau \sin \Phi}{ab}, \quad (3.35)$$

где  $P_\tau = P_{z\gamma} \cos \Phi - P_{y\gamma} \sin \Phi$  – сила в плоскости сдвига;  $P_{z\gamma}$ ,  $P_{y\gamma}$  – проекции силы резания на передней поверхности на оси координат. Определить  $P_{z\gamma}$ ,  $P_{y\gamma}$  возможно вычитанием из измеренных проекций силы резания проекций силы резания на задней поверхности  $P_{z\alpha}$ ,  $P_{y\alpha}$ , полученных методом экстраполяции значений силы на нулевую толщину [86].

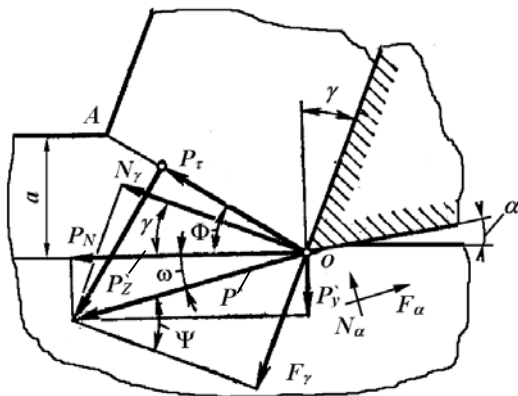


Рисунок 3.12 – Упрощенная схема процесса стружкообразования



Тогда эквивалентное напряжение течения в условной плоскости сдвига [83] составляет

$$\sigma_S = \tau_{OA} \sqrt{3}. \quad (3.36)$$

С другой стороны, эквивалентное напряжение течения в плоскости сдвига может быть определено из определяющего уравнения (3.1). Группируя члены уравнения по влиянию различных факторов, получаем

$$\sigma_S = K_\varepsilon \cdot K_{\dot{\varepsilon}} \cdot K_T. \quad (3.37)$$

Коэффициент влияния величины деформации можно вычислить по формуле

$$K_\varepsilon = A + B\varepsilon^n, \quad (3.38)$$

где  $\varepsilon$  определяется по формуле (3.32);  $A$ ,  $B$ ,  $n$  – известные из испытаний при нормальных условиях.

Коэффициент влияния температуры можно вычислить для тех случаев испытаний, когда справедливо предположение об адиабатичности деформаций в условной плоскости сдвига [43]. Тогда приращение абсолютной температуры в плоскости сдвига равно

$$\Delta T = \chi(1-\beta) \frac{\sigma_S \varepsilon}{C_m \rho}, \quad (3.39)$$

где  $C_m$  – массовая теплоемкость;  $\rho$  – плотность;  $\sigma_S$  – эквивалентное напряжение по формуле (3.36);  $\beta$  – коэффициент ( $0 < \beta \leq 1$ ), учитывающий, что не вся работа деформации превратится в тепло;  $\chi$  – коэффициент ( $0 < \chi \leq 1$ ), учитывающий, что не вся работа деформации осуществляется в условной плоскости сдвига. Для случая адиабатической деформации  $\chi = 1$ . Обобщая работы различных исследователей, Р. Л. В Охлеу показал, что

$$\beta = \begin{cases} 0,5 - 0,35 \lg(R_T \operatorname{tg} \Phi) & \text{при } 0,04 \leq R_T \operatorname{tg} \Phi \leq 10,0 \\ 0,3 - 0,15 \lg(R_T \operatorname{tg} \Phi) & \text{при } R_T \operatorname{tg} \Phi > 10,0 \end{cases}, \quad (3.40)$$

где  $R_T = \frac{C_m \rho}{\lambda} Va$  – безразмерный комплекс. Приближенные значения комплекса  $R_T$  и коэффициента  $\beta$  представлены в табл. 3.4.

Гомологическая температура равна

$$T^* = \frac{\Delta T}{T - T_0}. \quad (3.41)$$

Таблица 3.4 – Значения комплекса  $R_T$  и коэффициента  $\beta$  для случая токарной обработки различных материалов при традиционных режимах резания

Материал	$V$ , м/с	$a$ , мм	$C_m$ , Дж/(кг °С) при 300 °С	$\lambda$ , Вт/(м °С)	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$R_T$	$\beta$
Сталь 45	1	0,1	536	44	7735	9,4	0,16–0,24
	3	0,1				28,3	0,08–0,12
Сталь 12Х18Н10Т	1	0,1	538	19	7900	22,4	0,10–0,13
	3	0,1				67,1	0,03–0,06
ВТ22	1	0,1	586	11,7	4600	23,0	0,10–0,13
	3	0,1				69,1	0,02–0,06
ВТ1-0	1	0,1	540	18,9	4505	12,9	0,11–0,20
	3	0,1				38,6	0,06–0,10

Коэффициент влияния температуры

$$K_T = (1 - T^{*m}), \quad (3.42)$$

где  $m$  известно из испытаний на растяжение при повышенных температурах.

Учитывая, что коэффициент влияния скорости деформации равен

$$K_{\dot{\varepsilon}} = \left( 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right), \quad (3.43)$$

неизвестный коэффициент  $C$  можно найти из выражения

$$C = \left( 1 - \frac{\sigma_s}{K_{\dot{\varepsilon}} K_T} \right) / \ln \left( \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \right), \quad (3.44)$$

где  $\sigma_s$  находится из выражения (3.36).

### 3.5.3.2. План эксперимента по прямоугольному резанию

Учитывая большую неопределенность показателей процесса резания, для уменьшения погрешности измерения коэффициент  $C$  предлагается определять на основании нескольких опытов по прямоугольному резанию, изменяя режим резания в широком диапазоне скоростей резания. Поэтому, предполагая нелинейную зависимость скорости деформации от скорости резания, необходимо использовать минимум 3 различных скорости резания в исследуемом диапазоне.

Поскольку необходимо определять силы резания на задней поверхности путем экстраполяции сил на нулевую толщину, предполагая нелинейную зависимость силы резания от толщины среза, количество различных подач должно быть не менее 3 для каждой выбранной скорости резания.

Таким образом, минимальное количество опытов равно  $3 \times 3 = 9$ : для трех равномерно распределенных значений в исследуемом диапазоне скоростей резания и трех равномерно распределенных в исследуемом диапазоне подач. Минимальное и достаточное количество повторений опытов равно 3.

### 3.5.3.3. Проведение эксперимента и расчет поправки на скорость деформации

Исходя из разработанного плана эксперимента проводят опыты по резанию в соответствии с методикой, описанной в предыдущем пункте. В ходе опытов измеряют проекции силы резания  $P_z$  и  $P_y$ , коэффициент укорочения  $K_L$  (утолщения  $K_a$ ) и толщину зоны сдвига  $\Delta u$  как расстояние между элементами стружки. В случае невозможности измерения  $\Delta u$  оценивают ее величину по формуле (3.34).

Для каждого  $i$ -го повторения опыта вычисляют  $\sigma_s$  по формуле (3.39),  $K_\varepsilon$  – (3.38),  $K_T$  – (3.42),  $\dot{\varepsilon}$  – (3.33). По формуле (3.44) вычисляют коэффициент  $C_i$ . Коэффициент  $C$ , отобра-

жающий среднее влияние скорости деформации, вычисляют как среднее арифметическое по всем рассчитанным значениям  $C_i$  для каждого повторения всех проведенных опытов.

### 3.6. Идентификация уравнения пластичности

#### 3.6.1. Идентификация уравнения пластичности при нормальной температуре и квазистатических испытаниях

При нормальных условиях может быть определено влияние показателя напряженного состояния на величину пластической деформации при разрушении в форме

$$\varepsilon_u^p = D_1 + D_2 e^{-D_3 \sigma^*}, \quad (3.45)$$

где  $D_1, D_2, D_3$  – неизвестные коэффициенты. Поэтому для идентификации параметров уравнения пластичности необходимы опыты по деформации образцов при различных показателях напряженного состояния. Для определения указанных трех констант необходимо по крайней мере три точки экспериментальной кривой  $\varepsilon_u^p = \varepsilon_u^p(\sigma^*)$ , расстояние между которыми наибольшее.

Рассмотрим получение необходимых данных из опытов на растяжение и сжатие. Опыты по растяжению цилиндрических образцов обеспечивают величину показателя напряженного состояния по данным Н.Н. Давиденкова и Н. И. Спиридоновой, на уровне [68]

$$\sigma^* = \frac{p}{\sigma_s} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \left( 1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{d}{R} \right), \quad (3.46)$$

где  $R$  – радиус кривизны образца в осевом разрезе;  $d$  – диаметр образца в месте измерения кривизны;  $p$  – гидростатическое давление ( $p > 0$  при сжатии).

Величина эффективной пластической деформации, имеющей место при заданной конфигурации цилиндрического образца, с точностью эксперимента определяется по формуле (3.15).

Тогда из опытов на растяжение имеем точку 1:

$$(\sigma_1^* = \sigma^*(d_k, R_{u1}); \varepsilon_{u1}^p(d_k)).$$

Опыты на сжатие в соответствии с ГОСТ 25.503-97 позволяют получить еще одну точку. Действительно, при сжатии цилиндрических образцов диаметром  $d_0$  показатель напряженного состояния определяется, как экспериментально установил Г. А. Смирнов-Аляев, кривой 2 (см. рис. 3.13), а степень деформации сдвига – кривой 1 или зависимостью

$$\varepsilon_u^p \approx \frac{2,472}{\sqrt{3}} \ln \frac{d_\sigma}{d_0} = \frac{1,236}{\sqrt{3}} \ln \frac{h_0}{h}. \quad (3.47)$$

Аппроксимация кривой 2 (рис. 3.13) может быть выполнена выражением

$$\sigma^* = \sqrt{3}(-0,4324x^3 + 2,326x^2 - 3,6128x + 1,1452), \quad (3.48)$$

где  $x = \frac{d_\sigma}{d_0}$ .

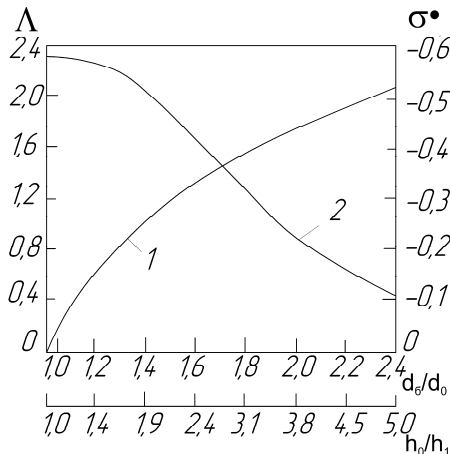


Рисунок 3.13 – Степень деформации сдвига  $\Lambda = \sqrt{3}\varepsilon_u^p$  (1) и средний показатель напряженного состояния на боковой поверхности цилиндров (2), осажденных между смазанными плоскими бойками (по данным Г. А. Смирнова-Аляева [68])

Таким образом, проводя сжатие образцов до появления видимой невооруженным глазом трещины и измеряя диаметр образца по бочке и/или его высоту, получаем еще одну точку – точку 2:  $\sigma_2^* = \sigma^*(d_\delta / d_0)$ ;  $\varepsilon_{u2}^p(d_\delta / d_0)$ .

Для получения третьей точки предлагается выполнить испытание на сжатие специальных образцов. Так, известно применение полых образцов (рис. 3.14) [75], которые обеспечивают показатель напряженного состояния в месте среза  $\sigma^* \rightarrow 0$ . Для выбора размеров образца, обеспечивающих наименьшую неравномерность показателя напряженного состояния в процессе деформации, проведено исследование влияния диаметра  $d$ , толщины стенки  $h$  и зазора  $\delta$  на среднюю величину показателя напряженного состояния и его среднее квадратичное отклонение от среднего значения в процессе сжатия образца. Диапазон изменения факторов был принят в соответствии с табл. 3.5. Для построения модели влияния указанных факторов был проведен полнофакторный эксперимент  $2^3$  второго порядка. План эксперимента и его результаты представлены в табл. 3.6. Эксперимент проводился методом имитационного моделирования в программе LS-DYNA. Решалась осесимметричная задача сжатия образца (рис. 3.15) между двумя абсолютно жесткими плитами. В области предвиденного разрушения размер конечного элемента принимался равным 5 мкм.

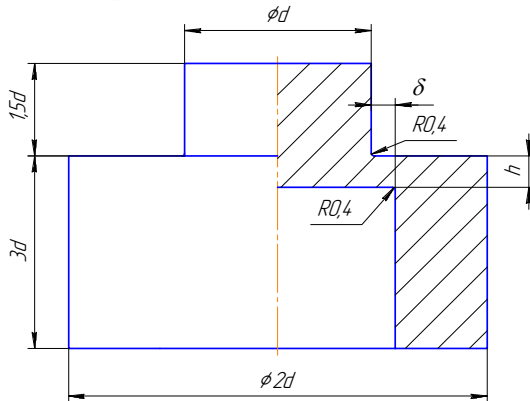


Рисунок 3.14 – Образец для исследования на сжатие. Тип I

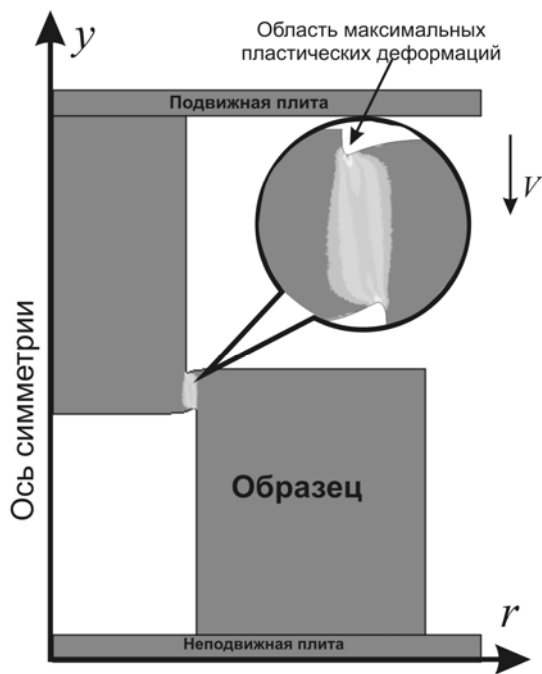


Рисунок 3.15 – Область максимальных пластических деформаций при сжатии полого образца

Таблица 3.5 – Уровни изменения факторов в модельном эксперименте по сжатию образца типа I

Уровень фактора	$d$ , мм	$h$ , мм	$\delta$ , мм
0	10,0	2,0	0,1
+1	14,11	2,823	0,1823
-1	3,88	1,167	0,0167
+1,215	15	3	0,2
-1,215	5	1	0

Коэффициент трения на торцах образца принимался равным 0,3. Для определенности в качестве материала образца в испытаниях была выбрана сталь 45. Модель материала – по S. P. Jaspers [296]. Моделировалась деформация образца в диапазоне от 0 до 2,5.

Таблица 3.6 – План и результаты модельного эксперимента по сжатию образцов типа I

Номер испытания	Уровень $d$	Уровень $h$	Уровень $\delta$	$\bar{\sigma}^*$
1	1	1	1	0,3525
2	1	1	-1	0,4453
3	1	-1	1	0,1782
4	1	-1	-1	0,2737
5	-1	1	1	0,6527
6	-1	1	-1	0,6279
7	-1	-1	1	0,2629
8	-1	-1	-1	0,7455
9	1,215	0	0	0,2895
10	-1,215	0	0	0,6844
11	0	1,215	0	0,6184
12	0	-1,215	0	0,1903
13	0	0	1,215	0,2995
14	0	0	-1,215	0,5628
15	0	0	0	0,2876

Показатель напряженного состояния определялся средним значением в области из элементов с величиной накопленной пластической деформации не менее 80% максимальной величины (рис. 3.15). Среднее значение показателя напряженного состояния в процессе деформации определялось по формуле

$$\bar{\sigma}^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_i^*, \quad (3.49)$$

где  $N = \tau / \Delta\tau$  – количество точек дискретизации по времени,  $\Delta\tau$  – шаг дискретизации.

Путем аппроксимации данных модельного эксперимента получена модель

$$\bar{\sigma}^*(d, h, \delta) = 0,374 - 0,140d + 0,104h - 0,0882\delta + 0,0092dh + 0,0638h\delta + 0,0338d\delta + 0,0576d^2 + 0,00166h^2 + 0,0198\delta^2. \quad (3.50)$$



Графическое изображение полученной модели представлено на рис. 3.16. Анализ показал, что разрушение произойдет в области верхней галтели  $R 0,4$ . При размерах образца  $h = 2$  мм,  $d = 10-15$  мм,  $\delta = 0,1-0,35$  мм имеет место экстремум в значениях среднего показателя напряженного состояния и отмечается малая его зависимость от размеров образца (темная область на рис. 3.16).

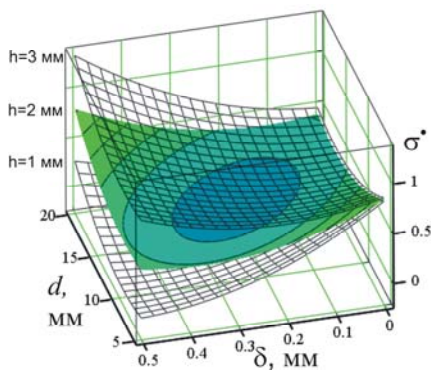


Рис. 3.16. Влияние параметров образца типа I на среднее значение показателя напряженного состояния

Учитывая необходимость минимальных размеров образца и технологичность его конструкции, могут быть приняты такие параметры образца:

$$h = 2 \pm 0,1 \text{ мм},$$

$$\delta = 0.2 \pm 0,1 \text{ мм}.$$

Для образца указанных размеров величина пластической деформации и показатель напряженного состояния могут быть определены из диаграммы (рис. 3.17) или из выражений, аппроксимирующих эти диаграммы:

$$\varepsilon_u^p \approx -0,0547\Delta h^4 + 0,714\Delta h^3 - 3,377\Delta h^2 + 7,067\Delta h - 0,779,$$

$$\sigma^* = 0,00539\Delta h^5 - 0,0755\Delta h^4 + 0,3834\Delta h^3 - 0,814\Delta h^2 + 0,503\Delta h + 0,5674,$$

где  $\Delta h = h_0 - h_1$  – величина осадки образца.

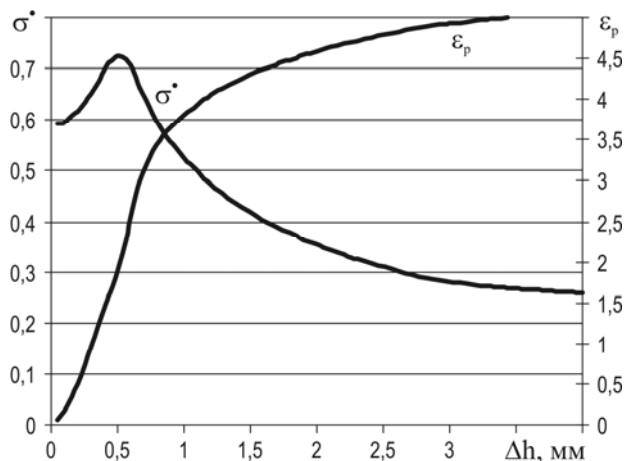


Рисунок 3.17 – Зависимость эффективных пластических деформаций  $\varepsilon_p$  и показателя напряженного состояния  $\sigma^*$  от величины осадки образца

Идентификация момента разрушения может быть выполнена по диаграмме силы сжатия. Действительно, в момент возникновения разрушения в галтели и образования трещины меняется скорость возрастания силы сжатия (см. рис. 3.18). Это изменение скорости может быть зафиксировано путем сравнения фактической диаграммы сжатия с ее восстановленным путем экстраполяции из малых значений сжатия вариантом.

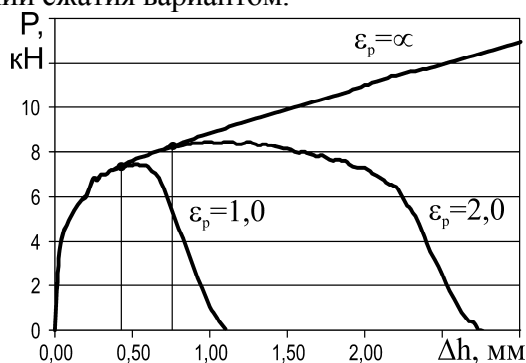


Рисунок 3.18 – Диаграмма изменения силы сжатия образца типа I из стали 45 при различных величинах предельных пластических деформаций до разрушения

Таким образом, имеем точку 3:  $(\sigma_3^* = \sigma^*(\Delta h); \varepsilon_{u3}^p(\Delta h))$ .

Наличие 3 точек кривой пластичности позволяет выполнить идентификацию неизвестных коэффициентов путем минимизации функционала

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \left( D_1 + D_2 e^{-D_3 \sigma_i^*} - \varepsilon_{ui}^p \right)^2 \rightarrow 0 \text{ при } N \geq 3. \quad (3.51)$$

### 3.6.2. Расчет коэффициента влияния температуры

Влияние температуры на пластичность исследуемого материала может быть учтено путем сравнения предельных пластических деформаций до разрушения при растяжении образцов по методике, описанной в предыдущем пункте. Этот подход основывается на том предположении, что влияние температуры не связано с влиянием показателя напряженного состояния и скорости деформаций. Поэтому из опытов по растяжению при повышенных температурах по формулам (3.46) и (3.15) определяют  $\sigma_{Ti}^*$  и  $\varepsilon_{uTi}^p$  для трех температур в исследуемом диапазоне. Поскольку при растяжении по мере повышения температуры показатель напряженного состояния будет меняться, то коэффициент  $D_5$  вычисляют путем минимизации такого функционала:

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \left( \varepsilon_{uTi}^p / \left( D_1 + D_2 e^{-D_3 \sigma_{Ti}^*} \right) - \left( 1 + D_5 T_i^* \right) \right)^2 \rightarrow 0 \text{ при } N \geq 3, \quad (3.52)$$

где  $T^*$  – гомологическая температура.

### 3.6.3. Расчет коэффициента влияния скорости деформации

Влияние скорости деформации на пластичность исследуемого материала можно оценить из опытов по резанию, методика проведения которых описана ранее. Для каждой точки плана определяют величину пластической деформации  $\varepsilon_{ui}^p$  по формуле (3.32) и температуру деформации по формуле (3.39). Среднее гидростати-

ческое давление в условной плоскости сдвига может быть оценено по формуле [60]

$$p = \frac{p_A + p_B}{2} = \frac{P_N}{l_{AB}b} = \frac{P_{z\gamma} \sin \Phi + P_{y\gamma} \cos \Phi}{l_{AB}b}. \quad (3.53)$$

При этом показатель напряженного состояния может быть определен по формуле

$$\sigma^* = \frac{p}{\sigma_s}, \quad (3.54)$$

где  $\sigma_s$  – напряжение текучести в условной плоскости сдвига, определяемое по формуле (3.36). Далее рассчитывают для каждой точки плана поправку на скорость деформации

$$K_{\dot{\varepsilon}} = \frac{\varepsilon_{ii}^p}{\left(D_1 + D_2 e^{-D_3 \sigma_i^*}\right) \left(1 + D_5 T_i^*\right)}. \quad (3.55)$$

Учитывая ранее полученные по формуле (3.33) данные о скорости деформации, значение коэффициента  $D_4$  находят путем минимизации функционала

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \left(K_{\dot{\varepsilon}} - (1 + D_4 \ln \dot{\varepsilon}_i)\right)^2 \rightarrow \min. \quad (3.56)$$

### 3.7. Оценка погрешности идентификации определяющего уравнения путем модельного измерения твердости

Моделирование процесса резания методом конечных элементов требует задания ряда исходных данных [18, 109]. Модель обрабатываемого материала является важной исходной информацией об обрабатываемом материале. Ее, как правило, подают в виде аналитической зависимости или таблично, связывая функционально мгновенную предел текучести с величиной пластической деформации, скорость деформации с температурой [8]. В общем случае экспериментальное определение модели обрабатываемого материала является достаточно сложным техническим

заданием [7]. В современных условиях эта задача решается в различных лабораториях мира. Данные публикуются в статьях, диссертациях и монографиях, например, [8, 144, 103]. При этом часто теряется такая важная с точки зрения сравнения результатов информация о состоянии исследованного материала, как твердость, предел прочности, предел текучести, относительное удлинение и др. Например, в литературе опубликовано 9 различных моделей стали 45 (см. раздел 1), причем для многих из них нет достоверной информации о состоянии образцов при испытаниях. В связи с этим является актуальной разработка методики численной оценки показателей механических свойств обрабатываемого материала по его определяющему уравнению.

В современном машиностроении наиболее часто используются показатели твердости (например, твердость по Бринелю) и прочности (предел прочности, предел текучести и относительное удлинение при растяжении) для идентификации состояния материала. Несмотря на простоту их экспериментального определения, эти показатели позволяют довольно точно сравнивать состояния различных материалов между собой [92]. Поэтому целью этого раздела является разработка методик оценки числа твердости по Бринелю, эквивалентного по значению числу, измеряемому на практике по ГОСТ 9012-59; пределов текучести и прочности, относительного удлинения и сужения, эквивалентных данным, получаемым по ГОСТу 1497-83. Несмотря на то, что оба стандарта предполагают статические испытания, идентификация механических свойств материала, модель которого известна, даже в статике позволяет судить о его состоянии и сравнивать материалы между собой. Сравнению моделей между собой мешает и большое разнообразие их форм, часто в явном виде не сопоставимых между собой [8].

Основная идея предлагаемого способа состоит в выполнении численного моделирования процессов измерения показателей механических свойств обрабатываемого материала с дальнейшим снятием показаний с получаемых образцов в соответствии с требованиями указанных стандартов. Для реализации этой идеи использован пакет LS-DYNA [257].

### 3.7.1. Конечно-элементная модель процесса вдавливания

ГОСТом 9012-59 предусматривается проведение испытаний при достаточно небольших скоростях деформации (около  $0,1 \text{ с}^{-1}$ ) и комнатной температуре. Поэтому влияние скорости деформации и температуры не должно приниматься во внимание в исследуемой модели материала. Однако существуют модели, например, модель Джонсона–Кука, которая предназначена для решения динамических задач и определена при значительных скоростях деформации. Поэтому для оценки эквивалентной статической твердости этих моделей необходимо использовать экстраполяцию на нулевую скорость.

Измерение твердости по Бринеллю осуществляется путем вдавливания сферы высокой твердости в поверхность исследуемого материала с измерением диаметра отражения после снятия нагрузки или глубины вдавливания при полной нагрузке.

Создадим виртуальные цилиндрическую заготовку и индентор-сферу, которая вдавливается в торцевую поверхность заготовки вдоль ее оси (рис. 3.19). С целью сокращения количества КЭ и, таким образом, уменьшения времени счета

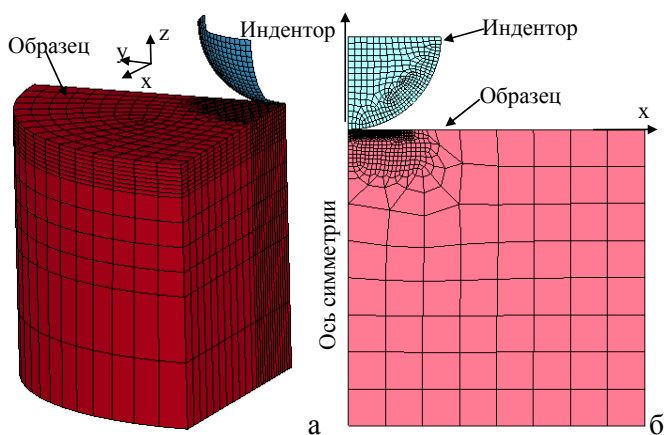


Рисунок 3.19 – Геометрические модели системы при моделировании измерения твердости по Бринеллю:  
а) 3D-модель; б) 2D-модель

будем рассматривать при 3D-моделировании  $\frac{1}{4}$  часть этой системы (рис. 3.19, а), поскольку задача является симметричной относительно координатных плоскостей, проходящих через ось заготовки. Можно еще больше сократить время счета за счет решения задачи в 2D-осесимметричной постановке (рис. 3.19, б). Выбор размерности геометрического пространства определяется теми условиями, при которых будет использоваться модель, поскольку схема интегрирования КЭ может влиять на результаты расчетов. 3D-моделирование может быть единственным способом решения задачи в случае моделирования измерения твердости по Роквеллу или микротвердости, где индентор имеет форму пирамиды.

На практике для случая измерения твердости по Бринеллю решение, как правило, должно выполняться в 2D-осесимметричной постановке в связи с малой ресурсоемкостью этого подхода. Далее рассмотрены 2D- и 3D-решения.

ГОСТ 9012-59 требует, чтобы минимальное расстояние от края заготовки до отпечатка составляло не менее 2,5 диаметра отпечатка, а толщина заготовки была не менее 4 диаметров отпечатка. Известно, что конструкционные стали имеют твердость, как правило, не менее 180 НВ. Для измерения твердости в этом случае рекомендуется диаметр шарика 2,5 мм. В соответствии с приложением 3 ГОСТа 9012-59 диаметр отпечатка составляет около 1 мм. Поэтому размеры виртуальной заготовки должны быть такими: диаметр  $2,5 \times 1 + 1 = 3,5$  мм, высота  $4 \times 1 = 4$  мм.

В 3D-постановке наилучшие результаты дают 8 узловые КЭ в виде прямоугольных параллелепипедов. Размер конечного элемента определяет точность воспроизведения контактной границы отпечатка и должен выбираться исходя из необходимой точности измерений диаметра отпечатка. Абсолютная погрешность измерения диаметра отпечатка составляет  $\Delta d = 2 \times 0,5 \times L_e = L_e$  (рис. 3.20). Это отвечает абсолютной погрешности измерения твердости по формуле (3.59)

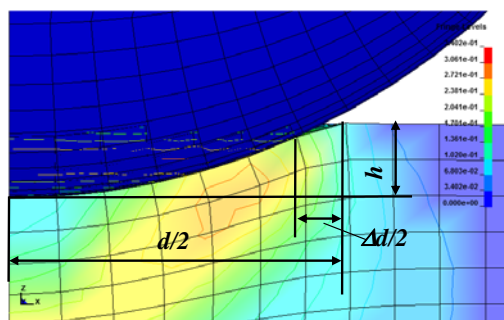


Рисунок 3.20 – Крупная сетка – источник неопределенности размера лунки

$$\Delta HB = \left| \frac{dHB}{dd} \Delta d \right| = \frac{2P}{\pi D} \frac{d}{\left( D - \sqrt{D^2 - d^2} \right)^2 \sqrt{D^2 - d^2}} \Delta d \quad (3.57)$$

Например, при  $P = 1840 \text{ Н}$ ,  $D = 2,5$ ,  $d = 1$  получаем

$$\Delta HB = 4685 \Delta d = 4685 L_e, \quad (3.58)$$

то есть размер КЭ 0.1 мм приводит к погрешности определения твердости, равной 470 МПа.

При измерении твердости через глубину внедрения  $h$  ошибка значительно меньше и определяется величиной пересечения индентора и заготовки, которая, как правило, не превосходит  $0,05 \times L_e$  [257].

В связи со сказанным выше рекомендуется выбирать такой размер конечного элемента в области формирующейся лунки, который равен  $0,05 \times d$ , причем их форма в 8–10 верхних слоях должна приближаться к кубу.

На основании закона близкодействия напряжений для уменьшения количества элементов плотность сетки на удалении 1–1,5 диаметра лунки от контактной площадки может быть существенным образом уменьшена без потери точности расчетов.

При 2D-моделировании лучшие результаты дают сетки, содержащие только 4-х узловые конечные элементы. В этом случае плотность сетки необходимо выбирать, исходя из точности про-



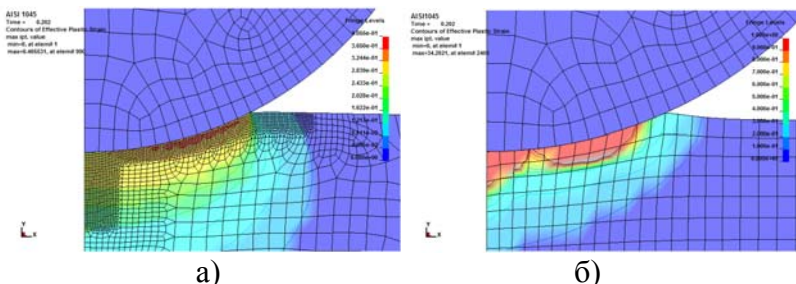


Рисунок 3.21 – Распределение пластических деформаций в заготовках с разной КЭ-сеткой при прочих равных условиях

гнозирования контактного напряжения, и в области контакта она должна быть приблизительно в 10 раз больше плотности сетки при 3D-моделировании. Для сферы с диаметром 2,5 мм размер КЭ на поверхности контакта должен составлять около 5 мкм. Мелкая сетка должна распространяться в глубину на (приблизительно) 0,5 диаметра отпечатка (рис. 3.21).

Модель материала индентора – абсолютно жесткий материал. Несмотря на это, для решения контактной задачи должны быть заданы его модуль упругости  $E$ , коэффициент Пуассона  $\nu$  и плотность  $\rho$ . Поскольку ГОСТ 9012-59 предусматривает индентор из стали, то указанные свойства равны:  $E = 204$  МПа,  $\nu = 0.3$ ,  $\rho = 7850$  кг/м<sup>3</sup>.

Модель обрабатываемого материала задается его упругими свойствами  $E, \nu, \rho$  и определяющим уравнением.

Граничные условия для случая 3D-моделирования реализуют условия симметрии  $\frac{1}{4}$  системы по плоскостям симметрии, ограничивая перемещение по нормальям к плоскостям симметрии и обращение вокруг других двух осей.

При 2D-моделировании граничные условия реализуют условия осевой симметрии, ограничением перемещений и обращений на оси  $X = 0$ , кроме перемещений вдоль оси  $Y$ .

Качество и жесткость контактного взаимодействия определяет погрешность прогнозирования напряжения и пластических деформаций в контактном слое заготовки. Лучшие результаты дает тип контакта AUTOMATIC\_SINGLE\_SURFACE как в 2D-, так и в 3D-пространстве. Вместе с тем, в каждом конкрет-

ном случае должен быть выбран коэффициент контактной жесткости, определяющий допустимое внедрение тел одного в другое. Для сталей этот коэффициент должен быть близким к 0,1 для 2D-случая и к 1 – для 3D-случая. При его значительно больших значениях возникает существенная погрешность напряжения, при значительно меньших – внедрение индентора в заготовку становится чрезвычайно большим (более 1 мкм), что нарушает физическую реалистичность виртуальных испытаний.

Пробные вычисления продемонстрировали, что величина коэффициента трения практически не влияет на размеры получаемой лунки вследствие очень малого относительного скольжения исследуемого материала и индентора.

Изменения коэффициента трения в пределах от 0 до 1 приводят к изменению глубины лунки на 2%. Поэтому величину коэффициента трения в расчетах можно взять равной 0,1.

Начальное положение индентора относительно заготовки должно быть максимально близким к поверхности внедрения. Если индентор представлен поверхностью в 3D-случае, то расстояние между телами должно быть равным половине толщины этой поверхности. Если индентор является твердым телом или реализуется 2D-модель, то это расстояние может равняться 0. Нагрузка в виде объемной силы прикладывается к индентору. Диаграмма изменения силы должна отвечать ГОСТу 9012-59: нагрузка должна плавно увеличиваться, затем оставаться постоянной и плавно спадать (рис. 3.22).

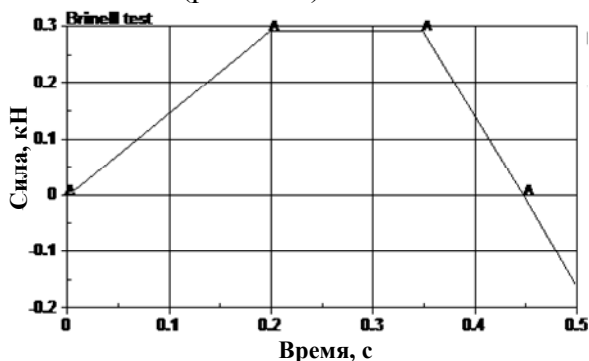


Рисунок 3.22 – Диаграмма изменения силы вдавливания индентора

Вместе с тем если принято решение об измерении твердости по глубине внедрения индентора, то расчет может проводиться до момента окончания возрастания силы. В зависимости от скорости нагружения и метода интегрирования в этом случае необходимо выдержать время от 0 до 100% времени ее увеличения. При реализации 3D-модели в  $\frac{1}{4}$  индентора прикладывается  $\frac{1}{4}$  расчетной силы. При реализации 2D-модели в осесимметричной постановке задается величина силы, равная  $1/2\pi$ . Для того чтобы обеспечить упругое восстановление заготовки, после разгрузки конечное значение силы должно быть отрицательным.

Необходимо обратить внимание, что в случае решения задачи методом явного интегрирования, время в расчете имеет физический смысл реального времени. Однако при выполнении решения неявным методом это время имеет смысл безразмерных частей интервалов и не имеет размерности.

Если удастся получить решение неявным методом, то необходимо использовать именно этот метод, поскольку он обеспечивает получение результата в несколько раз быстрее (см. пример). Вместе с тем модели материала, предназначенные для моделирования высокоскоростных процессов, например модель Джонсона–Кука, не могут корректно применяться в случае неявного метода интегрирования. В связи с этим явный метод интегрирования является более универсальным, но значительно более ресурсоемким.

Величина твердости может быть вычислена по такой формуле:

$$HB = P / F, \quad (3.59)$$

где  $F$  – площадь шаровой поверхности отпечатка.

Если известен диаметр отпечатка, его площадь  $F$  равна

$$F = \frac{\pi D}{2} \left( D^2 - \sqrt{D^2 - d^2} \right). \quad (3.60)$$

Если известна глубина внедрения  $h$  без снятия нагрузки, то

$$F = \pi D h. \quad (3.61)$$

Для выполнения измерений необходимо измерить глубину внедрения  $h$  или диаметр отпечатка  $d$  и с помощью формулы (3.59) выполнить расчет твердости. Обязательно необходимо оценить вели-

чину максимальных пластических деформаций, которые достигаются при испытании, что является основанием для подтверждения модели исследуемого материала.

Для примера реализации методики измерения твердости модельного материала рассмотрим модель стали 45, полученную по методике п. 3.5. Образец имел твердость 180 НВ. Модуль упругости  $E = 200$  МПа,  $\nu = 0,28$ ,  $\rho = 7850$  кг/м<sup>3</sup>. Соотношение между пределом текучести  $\sigma_s$  и величиной пластической деформации  $\varepsilon_p$  представлено в табл. 3.7.

Таблица 3.7 – Соотношение между пределом текучести и величиной пластической деформации для стали 45 твердостью 180 НВ

$\varepsilon_p$	0,002	0,004	0,01	0.015	0,05	0,1	0,15	0,42	5
$\sigma_s$ , МПа	365	375	380	395	595	700	755	925	1450

Анимация вдавливания индентора при решении 2D-задачи представлена на рис. 3.25. Диаграмма изменения глубины лунки в этой постановке представлена на рис. 3.23. Пример расчета внедрения индентора в 3D-постановке приведен на рисунке 3.24.

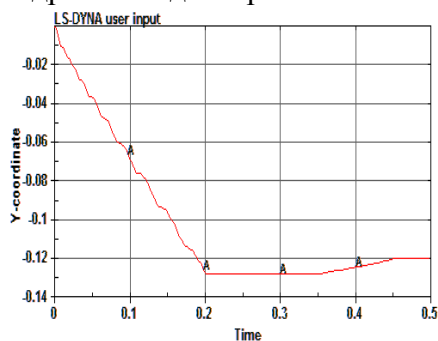


Рисунок 3.23 – Диаграмма изменения глубины лунки в процессе внедрения индентора

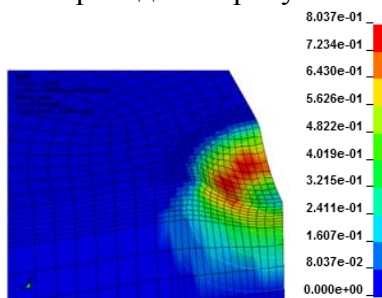


Рисунок 3.24 – Распределение эффективных пластических деформаций на поверхности лунки

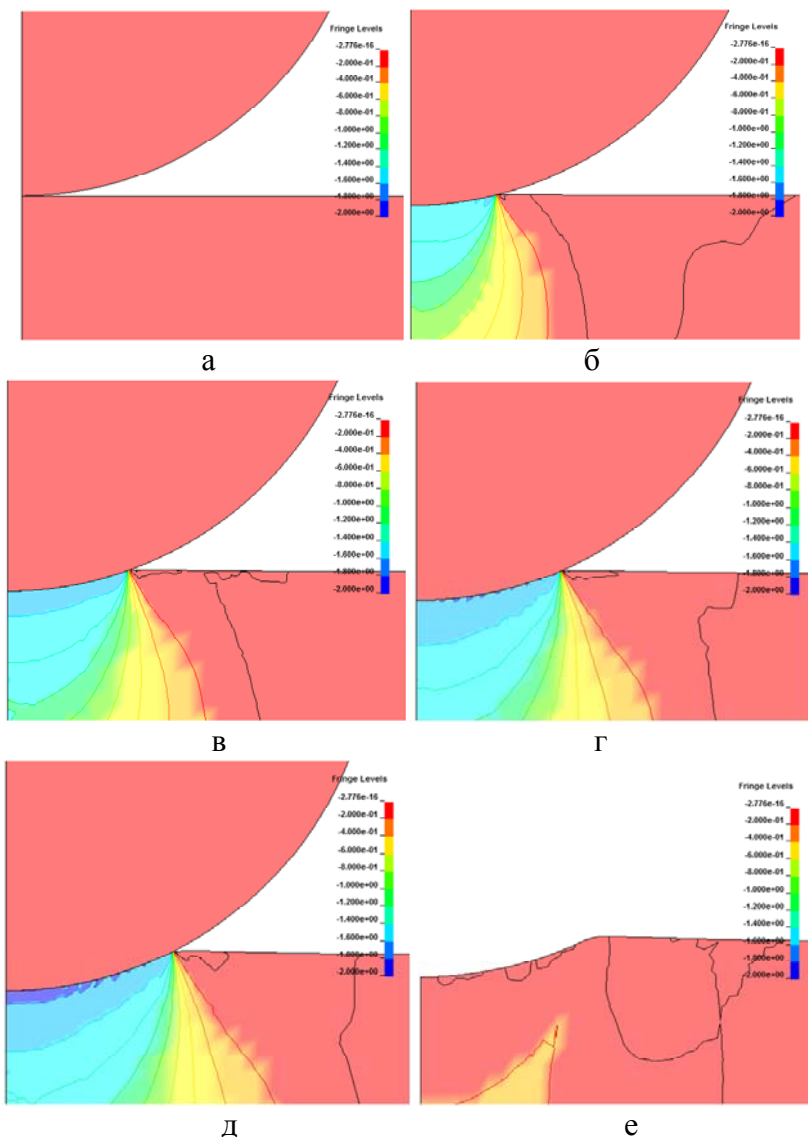


Рисунок 3.25 – Анимация внедрения индентора

Необходимо обратить внимание, что упругое восстановление составляет 0,095 мм. В табл. 3.8 приведены сравнения результатов расчетов, выполненных методами явного и неявного интегрирования в 2D- и 3D-постановке.

Таблица 3.8 – Результаты модельного измерения твердости стали 45 твердостью 180 НВ по ГОСТу 9012 шариком диаметром 2,5 мм при нагрузке 1840Н

Размерность	Количество элементов заготовки	Метод интегрирования	Время расчета, мин	Твердость по глубине внедрения		Твердость по диаметру отпечатка		
				$h$ , мкм	НВ	$d_{\min}$ , мм	$d_{\max}$ , мм	НВ
2D	2749 $L_e = 6$ мкм	Явный	31,6	125	187	1,12	1,14	170-177
		Неявный	0,5	130	180	1,13	1,15	167-174
	2400 $L_e = 33$ мкм	Явный	3,6	129	182	1,1	1,19	155-183
		Неявный	0,12	119	197	1,08	1,16	164-191
3D	5544	Явный	66,5	124	189	1,03	1,2	155-216
		Неявный	23,0	142	165	1,02	1,2	154-216

Анализ таблицы 3.8 показывает, что наименьшее время расчетов при прочих равных условиях обеспечивает неявный решатель. Это различие тем существеннее, чем меньше размер конечного элемента, поскольку время решения неявным решателем зависит не от размера КЭ, а только от их количества. Следует отметить, что чем более мелкая КЭ-сетка, тем ближе совпадают результаты расчетов явным и неявным методами. 2D-модель, которая решается неявным решателем, обеспечивает наименьшее время решения.

### 3.7.2. Исследование влияния параметров определяющего уравнения на погрешность прогнозирования механических свойств

Хорошо известно, что механические характеристики материала связаны функциональной связью с его твердостью [297]. В частности, по данным А. М. Розенберга связь между октаэдрическим напряжением и твердостью по Викерсу [54]:

$$\tau = 0,185HV. \quad (3.62)$$

Для малоупрочняющихся сталей соотношение между твердостью по Бринелю и напряжениями при сжатии по данным Г. Д. Деля [297], также имеет линейный вид:

$$\sigma_i = 0,32HB. \quad (3.63)$$

Г. Д. Дель показал, что существует значительное влияние упрочняемости на отношение твердости к интенсивности напряжений:

$$\frac{HV}{\sigma_i} = 1,64 \left( \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon} \right)^{0,155}. \quad (3.64)$$

Известны и другие исследования, например, [43, 298], которые содержат аналогичные выводы.

Таким образом, можно ожидать, что виртуальная твердость по Бринелю, связанная с механическими характеристиками материала и, таким образом, с параметрами его определяющего уравнения, может быть мерой погрешности определяющего уравнения при ее сравнении с реальной твердостью.

Вместе с тем, величина пластической деформации в лунке, как правило, не превышает 0,4. Поэтому погрешность определяющего уравнения можно оценить лишь при малых и средних пластических деформациях.

Для определения связи между параметрами  $A, B, n$  и твердостью  $HV$  по Бринелю был проведен виртуальный эксперимент согласно плану, представленному в табл. 3.9. Предел прочности  $\sigma_B$  рассчитывалась из уравнений (3.24) и (3.25).

Таблица 3.9 – План и результаты эксперимента

Номер опыта	$A$ , МПа	$B$ , МПа	$n$	$h$ , мкм	$F$ , мм <sup>2</sup>	НВ, МПа	НВф, МПа	$\Delta НВ$	$\sigma_y$ , МПа
1	920	920	0,688	63,6	0,500	3684	3665	18	1122
2	920	920	0,112	48,5	0,381	4830	4738	92	1569
3	920	180	0,688	70,0	0,550	3347	3532	-185	922
4	920	180	0,112	63,7	0,500	3678	3538	140	1030
5	180	920	0,688	193,0	1,516	1214	1311	-97	605
6	180	920	0,112	81,9	0,643	2861	2633	228	875
7	180	180	0,688	298,0	2,340	786	835	-49	219
8	180	180	0,112	210,0	1,649	1116	1091	25	306
9	1000	550	0,400	59,2	0,465	3957	3998	-41	1173
10	100	550	0,400	233,0	1,830	1005	1081	-75	406
11	550	1000	0,400	81,0	0,636	2892	3078	-186	1026
12	550	100	0,400	110,0	0,864	2130	2060	70	567
13	550	550	0,750	101,0	0,793	2320	2050	270	651
14	550	550	0,050	94,8	0,745	2471	2857	-386	1005
15	550	550	0,400	91,7	0,720	2555	2378	177	772

Определенное по этим данным уравнение связи параметров определяющего уравнения и твердости имеет вид

$$\begin{aligned}
 HB = a_0 + a_1A + a_2B + a_3n + a_4AB + \\
 + a_5Bn + a_6An + a_7A^2 + a_8B^2 + a_9n^2, \quad (3.65)
 \end{aligned}$$

где коэффициенты  $a_i$  представлены в табл. 3.10.

Отсюда видно, что совместное влияние коэффициентов  $A$  и  $B$ , а также  $A$  и  $n$  незначительно. При этом влияние этих коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $n$  на НВ линейное. Значимым является также взаимовлияние  $B$  и  $n$ , что подтверждается еще и тем, что твердость связана с условным пределом прочности, которая может быть вычислена по формуле (3.25).

Степень влияния ошибок идентификации коэффициентов  $A, B, n$  оценивалась путем расчета относительной погрешности расчета НВ при погрешности каждого из коэффициентов в 1%:

$$\Delta A = 0,01A, \quad \Delta B = 0,01B, \quad \Delta n = 0,01n, \quad (3.66)$$



Таблица 3.10 – Коэффициенты полинома и оценка их значимости

	Коэффициенты полинома (3.65)									
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$
Значения коэффициента	450,0	2,473	1,436	-593,8	-0,00062	-2,500	0,5840	0,0008	0,0009	617,7
$t_i$	54,637	23,571	8,225	6,522	1,433	4,474	1,045	1,355	1,604	0,633
$t_{\text{стьюдента}}(0,1;15)$	1,76									
Оценка значимости по критерию Стьюдента [t]= 1.76	З	З	З	З	Н	З	Н	Н	Н	Н

Примечание. З–значимый, Н–незначимый

$$\Delta HB = \frac{\partial HB}{\partial A} \Delta A + \frac{\partial HB}{\partial B} \Delta B + \frac{\partial HB}{\partial n} \Delta n . \quad (3.67)$$

Результаты анализа представлены на рис. 3.26. Эти данные свидетельствуют о том, что наиболее существенное влияние на погрешность прогноза твердости оказывает погрешность коэффициента  $A$ , более чем в три раза меньшее влияние оказывают погрешности определения коэффициентов  $B$  и  $n$ . Вместе с тем влияние  $A$  на погрешность уменьшается с уменьшением его величины. В этом случае возрастает роль коэффициента  $B$ . Необходимо также отметить, что суммарная относительная погрешность прогноза твердости оказалась в 1,25 раза меньше, чем заданная погрешность коэффициентов  $A, B, n$ , что свидетельствует о возможности получения достаточно точных прогнозов твердости при довольно значительных погрешностях коэффициентов определяющего уравнения.

Сопоставление предела прочности и твердости, рассчитанных в широком диапазоне определяющих уравнений, показало, что эти величины имеют линейную связь с коэффициентом 0,311, близким по значению к коэффициенту, который приводит в своей

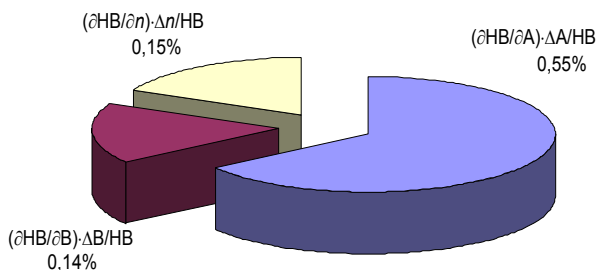


Рисунок 3.26 – Вклад погрешности коэффициентов  $A, B, n$  в общую относительную погрешность твердости

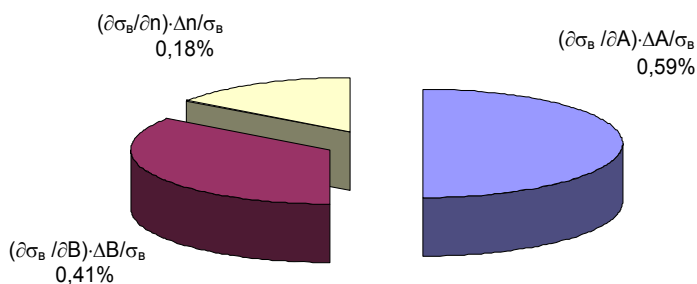


Рисунок 3.27 – Вклад погрешности коэффициентов  $A, B, n$  в общую относительную погрешность предела прочности  $\sigma_B$

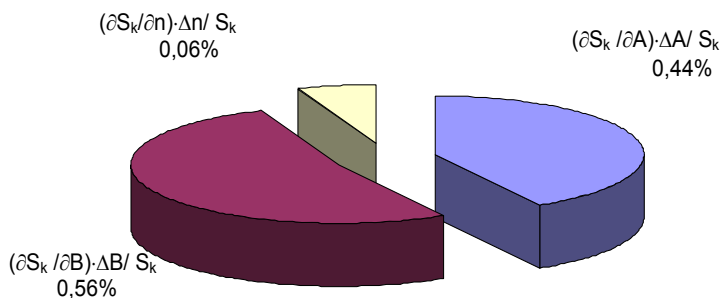


Рисунок 3.28 – Вклад погрешности коэффициентов  $A, B, n$  в общую относительную погрешность действительного предела прочности  $S_k$  при  $\epsilon_p = 2,0$

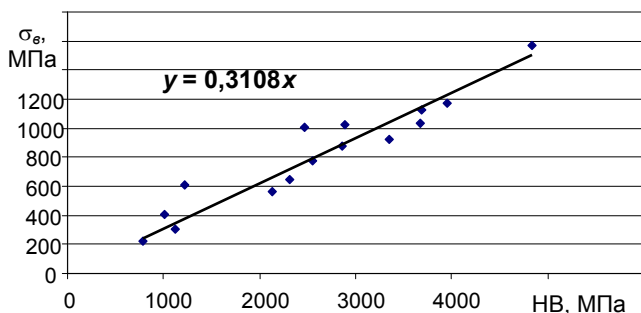


Рисунок 3.29 – Связь между пределом прочности и твердостью материала по Бринеллю, установленная в модельном эксперименте

работе Г. Д. Дель, (см. (3.63)). Это еще раз косвенно подтверждает правильность разработанной модели и метода измерения виртуальной твердости (рис. 3.29).

Степень влияния погрешностей идентификации коэффициентов  $A, B, n$  на предел прочности оценивалась аналогично исследованию влияния этих коэффициентов на твердость НВ (рис. 3.27). Анализ показал, что общая тенденция влияния коэффициентов  $A, B, n$  аналогична влиянию этих коэффициентов на твердость НВ, однако выявлено существенное увеличение степени влияния коэффициента  $B$  при сохранении степени влияния других коэффициентов на предыдущем уровне.

Степень влияния погрешностей идентификации коэффициентов  $A, B, n$  на действительную предел прочности  $S_k$  оценивалась аналогично такому же исследованию влияния этих коэффициентов на твердость НВ (рис. 3.28). Выявлено более существенное увеличение степени влияния коэффициента  $B$ , существенное уменьшение степени влияния коэффициента  $n$  и небольшое уменьшение влияния коэффициента  $A$ .

Таким образом, проведенные исследования показали, что неопределенность механических характеристик материала, заданного определяющим уравнением, в наибольшей степени оп-

ределяется неопределенностью коэффициентов  $A$  и  $B$  определяющего уравнения, причем чем больше величина пластической деформации, тем влияние неопределенности  $B$  больше. Влияние коэффициента  $n$  наименьшее и уменьшается с увеличением пластической деформации. Количественный анализ показал, что неопределенность механических характеристик не менее чем в 1,75 раза меньше неопределенности коэффициентов, то есть, например, неопределенность (погрешность) действительного предела прочности в 1% может быть обусловлена неопределенностью  $B$  лишь на 1,75%.

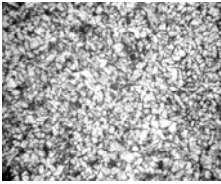
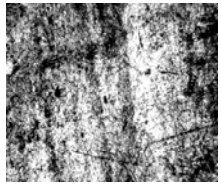
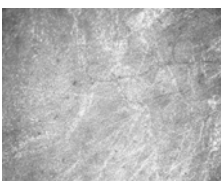

### **3.8. Определяющие уравнения и уравнения пластичности некоторых материалов**

Проиллюстрируем разработанную методику на примере идентификации определяющих уравнений для таких материалов: сталь 45, сталь 12X18H10T, титановый сплав BT22, сплавы BT1-0. Короткая характеристика образцов приведена в табл. 3.11.

Все указанные материалы были подвергнуты испытаниям на растяжение-сжатие и резание по описанной выше методике. Результаты испытаний представлены в табл. 3.12, 3.13, 3.14. Коэффициенты определяющего уравнения вычислены по данным табл. 3.12 и 3.13. Коэффициенты уравнения пластичности вычислены по данным табл. 3.12, 3.13.

Результаты показывают, что наибольшей способностью к деформационному упрочнению обладает сталь 12X18H10T, а наименьшей сталь 45. Наибольшая степень скоростного упрочнения присуща стали 12X18H10T, а наименьшая – титановым сплавам. Температура существенно всего влияет на свойства стали 45 и титановых сплавов, а меньше всего – стали 12X18H10T.

Таблица 3.11 – Характеристика образцов из испытываемых материалов

Материал	Твердость	Тип кристаллической решетки	Бал зерна	Фотография микроструктуры
Сталь 45	HB130	ОЦК	8-9 по ГОСТу 5639	
Сталь 12Х18Н10Т	160 HB	ГЦК	9-10 по ГОСТу 5639	
Сплав ВТ22	41HRC	ГПУ, ОЦК	4-5	
Сплав ВТ1-0	160HB	ГПУ	3-4	

Сопоставление рассчитанной по определяющему уравнению твердости с измеренной твердостью показывает, что полученные уравнения удовлетворительно описывают поведение материала в области малых деформаций. Сопоставление рассчитанных пределов прочности и действительного напряжения при разрыве с экспериментальными данными показывает

Таблица 3.12 – Результаты испытаний материалов на растяжение

Материал	Температура испытаний	Результаты испытаний (средние значения по 3 испытаниям)					Коэффициенты определяющего уравнения				Расчет по определяющим уравнениям			
		$\varepsilon_u^p$	$\sigma_{0,2u}$ , МПа	$\varepsilon_{ув}^p$	$\sigma_{\sigma}$ , МПа	$\varepsilon_{ик}^p$	$S_k$ , МПа	$A$ , МПа	$B$ , МПа	$n$	$m$	$HB$ , МПа	$\sigma_B$ , МПа	$S_k$ , МПа
Сталь 45 (HB 131)	20	0,002	430	0,031	463	1,168	696	414	263	0,445	1,10	151	463	696
	400	0,002	428	0,074	470	1,144	704	406	282	0,406		153	470	704
	525	0,002	259	0,075	366	1,451	572	122	421	0,180		119	366	572
	700	0,002	101	0,077	114	3,896	328	98	102	0,598		37	114	328
Сталь 12X18H10T (HB160)	20	0,002	292	0,268	683	0,641	1184	233	1136	0,476	1,00	229	703	1153
	20	0,002	384	0,433	807	0,772	1383	283	1220	0,400		263	807	1383
	20	0,002	421	0,426	867	0,637	1398	313	1300	0,400		283	867	1398
Сплав BT22 (HRC41)	20	0,002	1247	0,017	1300	0,156	1418	845	661	0,080	1,19	426	1305	1415
	665	0,002	833	0,021	964	1,513	989	23	977	0,022		295	903	1009
Сплав BT1-0	20	0,002	196	0,501	532	1,181	1074	118	893	0,392	0,86	174	532	1074

Примечание. Коэффициент вариации не превышает 7%.

Таблица 3.13 – Результаты испытаний материалов на прямоугольное резание

Материал	Режим резания		Результаты эксперимента (средние значения 3 испытаний)				Результаты расчета														
	V, м/мин	S, мм/об	P <sub>Z</sub> , Н	P <sub>Y</sub> , Н	K <sub>L</sub>	Δy, мкм	Φ, °	L <sub>OA</sub> , мм	V <sub>τ</sub> , м/с	P <sub>Zγ</sub> , Н	P <sub>Yγ</sub> , Н	ε <sub>p</sub>	ε̇ <sub>p</sub> , с <sup>-1</sup>	P <sub>T</sub> , Н	T, °C	τ <sub>OA</sub> , МПа	τ <sub>S</sub> , МПа	K <sub>T</sub>	K <sub>ε</sub>	C	C̄
Сталь 45 (HB 140)	50	0,1	849	417	3,86	39	0,3	0,389	831	616	266	2,24	12343	527	249	339	474	0,858	0,833	-0,0177	0,0037
	50	0,2	1465	682	3,54	72	0,3	0,715	834	1232	531	2,07	6729	1034	262	361	465	0,850	0,914	-0,0097	
	100	0,1	886	468	3,74	38	0,3	0,377	1664	636	227	2,17	25478	553	278	367	471	0,839	0,928	-0,0071	
	100	0,2	1610	941	2,95	60	0,3	0,602	1684	1360	700	1,76	16151	1050	288	436	448	0,833	1,169	0,0174	
	100	0,3	2307	1279	2,81	86	0,4	0,863	1690	2057	1038	1,68	11304	1568	311	454	444	0,818	1,251	0,0269	
	100	0,4	2538	1393	2,86	117	0,3	1,170	1687	2288	1152	1,71	8329	1756	273	375	446	0,843	1,000	-0,0000	
	150	0,1	775	448	3,24	33	0,3	0,329	2512	485	116	1,91	44115	427	226	325	457	0,872	0,815	-0,0173	
	150	0,2	1520	897	3,08	63	0,3	0,627	2519	1230	565	1,82	23203	985	287	393	452	0,834	1,043	0,0043	
	150	0,3	2092	1085	2,82	87	0,4	0,866	2534	1802	753	1,69	16895	1429	303	413	444	0,824	1,128	0,0131	
	150	0,4	2662	1254	2,66	109	0,4	1,094	2545	2372	922	1,61	13434	1871	303	427	440	0,823	1,181	0,0191	
150	0,5	3104	1414	2,51	130	0,4	1,297	2559	2814	1082	1,53	11389	2180	284	420	435	0,835	1,155	0,0166		
Сталь 12X18H10T (HB160)	16	0,1	372	239	2,65	28	0,4	0,283	282	372	239	1,75	5744	263	540	929	1052	0,630	1,403	0,0465	0,031
	16	0,15	501	305	1,83	31	0,5	0,313	301	501	305	1,37	5554	294	457	939	964	0,687	1,418	0,0485	
	16	0,2	711	454	2,07	46	0,5	0,459	293	711	454	1,47	3684	443	510	963	989	0,651	1,498	0,0606	
	28	0,1	369	276	2,47	27	0,4	0,267	497	369	276	1,66	10771	239	522	896	1032	0,643	1,351	0,0378	
	28	0,15	568	432	2,49	40	0,4	0,402	498	568	432	1,67	7144	366	549	910	1034	0,624	1,411	0,0463	
	28	0,2	668	437	1,99	45	0,5	0,446	517	668	437	1,44	6684	401	488	899	981	0,666	1,376	0,0427	
	59	0,1	326	249	2,74	29	0,3	0,292	1055	326	249	1,79	20860	221	501	756	1061	0,657	1,085	0,0085	
	59	0,15	431	291	1,49	27	0,6	0,269	1191	431	291	1,25	25578	195	388	726	932	0,734	1,061	0,0060	
	59	0,2	531	352	1,90	43	0,5	0,429	1115	531	352	1,40	15010	306	431	714	971	0,705	1,043	0,0045	

Продолжение таблицы 3.13

Материал	Режим резания		Результаты эксперимента (средние значения 3 испытаний)					Результаты расчета													
	V, м/мин	S, мм/об	P <sub>Z</sub> , Н	P <sub>Y</sub> , Н	K <sub>L</sub>	Δy, мкм	Φ, °	L <sub>OA</sub> , мм	V <sub>τ</sub> , м/с	P <sub>Zγ</sub> , Н	P <sub>Yγ</sub> , Н	ε <sub>p</sub>	ε̇ <sub>p</sub> , с <sup>-1</sup>	P <sub>τ</sub> , Н	T, °C	τ <sub>OA</sub> , МПа	τ <sub>S</sub> , МПа	K <sub>T</sub>	K <sub>ε</sub>	C	C̄
Сплав ВТ22 (HRC41)	5,64	0,1	218	196	1,20	16	0,7	0,156	122	123	0	1,17	4523	95	338	607	875	0,844	0,823	-0,0211	-0,023
	12,51	0,1	214	215	1,30	16	0,7	0,164	263	207	74	1,19	9260	119	438	727	875	0,787	1,056	0,0062	
	27,595	0,1	236	263	1,30	16	0,7	0,164	580	138	0	1,19	20426	109	429	668	875	0,792	0,963	-0,0038	
	5,64	0,2	377	322	1,10	30	0,7	0,297	127	282	100	1,16	2467	142	280	476	874	0,875	0,622	-0,0483	
	12,51	0,2	398	355	1,10	30	0,7	0,297	282	391	214	1,16	5472	145	306	489	874	0,861	0,650	-0,0407	
	5,64	0,3	483	218	1,10	45	0,7	0,446	127	388	0	1,16	1645	287	392	644	874	0,814	0,906	-0,0127	
	12,51	0,3	618	396	1,20	47	0,7	0,469	271	611	255	1,17	3344	306	433	654	875	0,790	0,946	-0,0067	
27,595	0,3	613	599	0,97	42	0,8	0,417	662	515	318	1,16	9156	129	230	310	874	0,901	0,393	-0,0665		
Сплав ВТ1-0 (HB160)	10	0,1	231	108	1,15	16	0,7	0,164	236	140	26	1,34	8286	95	450	644	646	0,669	1,491	0,0544	0,007
	10	0,2	362	208	1,15	33	0,7	0,328	236	271	126	1,34	4143	138	347	468	646	0,736	0,984	-0,0019	
	20	0,05	143	124	1,1	8	0,7	0,080	481	71	40	1,33	34650	30	295	423	645	0,770	0,852	-0,0141	
	20	0,1	202	134	1,1	16	0,7	0,160	481	130	50	1,33	17325	70	361	488	645	0,726	1,042	0,0043	
	20	0,2	344	214	1,1	32	0,7	0,320	481	272	130	1,33	8663	131	357	455	645	0,729	0,969	-0,0034	



Таблица 3.14 – Сводная таблица коэффициентов определяющего уравнения и уравнения пластичности

Материал	$A$	$B$	$n$	$C$	$m$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$
Сталь 45 (HB 140)	410	280	0,47	0,0037	1,1	0	1,3	-0,17	0,063	2,8
Сталь 12X18H10T (HB160)	280	1215	0,43	0,0310	1,0	0	1,15	-0,1	-0,015	-0,5
Сплав ВТ22 (HRC 41)	845	660	0,08	-0,024	1,20	0	0,1	-0,53	0,134	22,9
Сплав ВТ1-0 (HB160)	120	895	0,39	0,0066	0,85	0	2,5	-0,4	0	4,5

достаточное совпадение определяющих уравнений в области средних и больших пластических деформаций.

## РАЗДЕЛ 4. АДГЕЗИОННЫЕ СВОЙСТВА КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ РЕЗАНИИ

### 4.1. Идентификация модели адгезионной составляющей сил трения при больших пластических деформациях

#### 4.1.1. Постановка задачи

Комплекс трибологических свойств материалов, находящихся при резании в контактном взаимодействии, состоит из уравнений, нормальные напряжения и температуру на контактной поверхности с касательными напряжениями (см. п. 1.2.3 и раздел 2). Соотношения между касательными напряжениями  $\tau_i$  и показателями термомеханического состояния приняты в виде

$$\begin{aligned}\tau_i &= \tau_a + \tau_d, \quad \tau_d = \mu_d \cdot \sigma_n, \\ \tau_a &= \tau_0 + (\beta_0 - k_b \cdot \max(0; T - T_k)) \cdot \sigma_{nr},\end{aligned}\quad (4.1)$$

где  $\tau_a$  – касательные напряжения адгезионного сопротивления скольжению;  $\tau_d$  – касательные напряжения деформационного сопротивления скольжению;  $\sigma_n$ ,  $\sigma_{nr}$  – номинальные и фактические нормальные напряжения. Константы  $\tau_0$  (прочность адгезионных связей),  $\beta_0$  (коэффициент упрочнения адгезионных связей),  $k_b$ ,  $T_k$  являются свойствами пары «обрабатываемый-инструментальный» материал и отображают влияние температуры и нормальных напряжений на адгезионную составляющую сил трения, а константа  $\mu_d$  – деформационный коэффициент трения – микрорельефа поверхности инструмента, упругих свойств материалов системы и деформированного состояния обрабатываемого материала на деформационную составляющую сил трения.

В общем случае моделирования процесса резания на уровне детализации «Лезвие» должны быть определены 5 констант ( $\tau_0$ ,  $\beta_0$ ,  $k_b$ ,  $T_k$ ,  $\mu_d$ ), определяющие трибологические свойства контактной пары.

Анализ процессов в контакте инструмента с заготовкой (п. 1.2.3.1), а также термомеханики процесса трения (п. 1.2.3.3) позволил установить, что сопротивление относительному скольжению формируется в результате сложных контактных процессов. В связи с изменением контактного давления, температуры и скорости скольжения на поверхности контакта одновременно может происходить взаимодействие в разных режимах: внешнее, внутреннее или предельное трение скольжения. Одновременно существуют участки, где реализуются условия трения покоя (застойная зона).

Режим внутреннего трения полностью определяется величиной предела текучести при локальных температуре, величине и скорости пластической деформации. Режим внешнего трения определяется параметрами как деформационной, так и молекулярной (адгезионной) составляющих. Деформационную составляющую сопротивления скольжению с достаточной степенью точности можно вычислить исходя из механических характеристик обрабатываемого материала, микрогеометрии поверхности инструмента и величины действительного давления в контакте. Надежные методы расчетов молекулярной составляющей силы сопротивления скольжению, исходя из характеристик трущихся тел, еще не созданы. Поэтому коэффициенты  $\tau_0$  и  $\beta$  должны быть определены для каждой пары «обрабатываемый-инструментальный» материал экспериментально в диапазоне контактных давлений от 0 до  $2-3\sigma_T$  и диапазоне температур от комнатной до температуры теплостойкости инструментального материала и температуры плавления обрабатываемого материала. Скорость скольжения в этом случае не имеет существенного значения (п.1.2.3.3).

Важным условием проведения экспериментальных измерений является обеспечение ювенильности поверхностей трения и соответствие технологической среды той, которая будет использоваться при резании. Этого можно достигнуть непрерывным обновлением материалов, находящихся в контакте.

Поскольку структура обрабатываемого материала влияет на адгезионные параметры, эксперименты должны проводиться

с образцами, имеющими ту же твердость и структуру, что и образцы, которые будут подвергнуты резанию.

#### **4.1.2. Критический анализ известных способов измерения характеристик трения**

За всю историю развития трибологии разработано большое количество разных устройств для измерения силы сопротивления скольжению и коэффициента трения, в том числе и при резании.

Известные способы измерения параметров трения можно условно разделить на три группы (табл. 4.1):

1. Измерение параметров трения в процессе резания.
2. Измерение параметров трения в процессах обработки давлением.
3. Измерение параметров трения в модельных экспериментах.

Несмотря на то, что в первой группе способов реализуются условия собственно резания, все-таки измеренные в процессе эксперимента параметры трения (средний коэффициент трения  $\mu_c$  или зависимость  $\tau_n = \tau_n(\sigma_N)$ ) носят лишь частный характер, поскольку разделить сложное влияние различных факторов (силовое и тепловое взаимодействие, наростообразование и др.) и режимов трения практически невозможно.

Способы второй и третьей группы позволяют реализовать трение в заданных условиях, характеризующихся равномерностью контактного напряжения на поверхности контакта, возможностью создания повышенной температуры при испытаниях. Вместе с тем, для большинства из них характерна проблема с эквивалентностью условий в паре трения. Например, если в способе № 4 (табл. 4.1) возможно обеспечить необходимую твердость и структуру поверхности до начала опыта, то удалить пленки окислов, имеющие место на контактных поверхностях, практически невозможно. С другой стороны, в способах № 6, 7, 8, 9, даже несмотря на подготовку поверхности трения путем создания в ней необходимой твердости и структуры, в процессе трения по одной и той же поверхности произойдет ее упрочнение, а результат измерений в сравнении с процессом резания может существенным

Таблица 4.1 – Классификация и короткая характеристика способов  
экспериментального определения параметров трения

Способ	Измеряемы величины (ссылки)	Максимальная скорость, м/с	Максимальное контактное давление, МПа	Возможная величина пути трения	Температура, °С	Характер поверхности трения	Особенности способа
<b>Непосредственно при реализации процесса резания</b>							
1. По измеренным проекциям силы резания и усадки стружки		$\bar{\mu}$ [8] $m, \mu$ ([55, 271]) $\bar{\mu}$ (А.с.126554SU)	0,1–10	2000	$\infty$	400–1000	Ювенильная беспрерывно обновляющаяся поверхность  Определение параметров модели трения расчетом по аналитической модели процесса с заданной эпюрой напряжений
По измеренным эпюрам контактных напряжений	2. Поляризационно-оптический	$\tau_n = \tau_n(\sigma_n)$ ([18, 162, 163])	1,2	30 (свинец) 320 (латунь)	$\infty$	< 100	Ювенильная беспрерывно обновляющаяся поверхность  Определение эпюр напряжений на поверхности оптически прозрачного лезвия при резании мягких металлов в поляризованном свете
	3. Разрезного резца	$\tau_n = \tau_n(\sigma_n)$ ([18, 16, 2, 204])	4,2	1200			

Продолжение таблицы 4.1

Способ	Измеряемы величины (ссылки)	Максимальная скорость, м/с	Максимальное контактное давление, МПа	Возможная величина пути трения	Температура, °С	Характер поверхности трения	Особенности способа
<b>Непосредственно при обработке давлением (примеры)</b>							
4. Деформирующего протягивания трубы	μ (А.с.1245955SU)	0,05	3000	∞	< 160	Непрерывно обновляющаяся поверхность с пленками окислов	Определение параметров модели трения расчетом по аналитической модели процесса с заданной эпюрой напряжения
5. Осаждения образцов	μ [202, 272]	-	1600	малая	< 1000	Контакт одних и тех же участков поверхности	Определение эпюр напряжения на поверхности оптически прозрачного лезвия при резании мягких металлов в поляризованном свете
<b>Из модельных экспериментов</b>							
6. Индентор (сферический или плоский) по диску	μ ([177, 273], А.с. 1201736SU)	5,0	250	средняя	-	Перемещение поверхностей по одним и тем же участкам	Средний коэффициент трения определяется по нормальной силе прижатия индентора и моменту вращения диска

Продолжение таблицы 4.1

Способ	Измеряемы величины (ссылки)	Максимальная скорость, м/с	Максимальное контактное давление, МПа	Возможная величина пути трения	Температура, °С	Характер поверхности трения	Особенности способа
7. Индентор (сферический, плоский или в форме лезвия) по плоскости	$\mu$ ([274,275,276,277], Пат. 6167745US, Пат. 7188516US, А.с. 1355912SU, А.с. 1469328SU)	0,015–1 в зависимости от конструкции трибометра	5–1600 в зависимости от конструкции трибометра	средняя	20–600	Перемещение поверхностей по одним и тем же участкам	Средний коэффициент трения определяется по нормальной силе прижатия индентора и моменту вращения плоского контртела
8. Индентор (сферический или плоский) между плоскостями	$\mu$ [278]	0,1	10000	средняя	20–1000	Перемещение индентора вдоль новой поверхности	Коэффициент трения определяется отношением нормальной силы сжатия плоскостей к силе, тянущей индентор
9. Сферический (конический) индентор, вращающийся между плоскостями	$\mu_a, \tau_0, \beta$ ([49, 4], Пат. 13014 UA, А.с. 1797009 SU)	0,0013	2000	средняя	20–1000	Перемещение поверхностей по одним и тем же участкам	Параметры трения оцениваются по величине момента вращения индентора, зажато между двумя плоскостями
10. Удар по плоскости (plate impact test)	$\bar{\mu}$ [192]	20–100,0	200,0–3000,0	малая	< 1400 за счет саморазогрева	Перемещение индентора вдоль новой поверхности	Изм. ср. коэф. трения на поверхности между плоским индентром и плоскостью

Продолжение таблицы 4.1

Способ	Измеряемы величины (ссылки)	Максимальная скорость, м/с	Максимальное контактное давление, МПа	Возможная величина пути трения	Температура, °С	Характер поверхности трения	Особенности способа
11. Закручивание стержня Кольского (torsion Kolsky pressure bar test)	μ [183]	10	30–80	малая	< 200 за счет саморазогрева	Перемещение поверхностей по одним и тем же участкам	Измерение среднего коэффициента трения на поверхности контакта между плоским индентром и плоскостью при задании индентору импульса момента
12. Маятниковый	μ (А.с. 560170SU)	приблизительно 1	-	малая	-	Перемещение индентора вдоль новой поверхности	Коэффициент трения оценивается по величинам нормальной и касательной сил, возникающих при перемещении индентора, закрепленного на маятнике, относительно контро-тела



образом исказиться. В то же время трение по одной и той же поверхности является преимуществом способа № 9 (рис. 4.1), поскольку обеспечивает разрушение окислительных пленок на поверхности контакта. Ю. Н. Внуков показал [4], что процесс трения в способе № 9, характеризующийся мягкой схемой нагружения, происходит с последовательным страгиванием, разрушением пленок окислов на контактной поверхности, увеличением количества мостиков схватывания и стабилизацией процесса их образования и разрушения, которая наблюдается уже при значительном относительном перемещении или может вообще не наблюдаться из-за развития внутреннего трения.

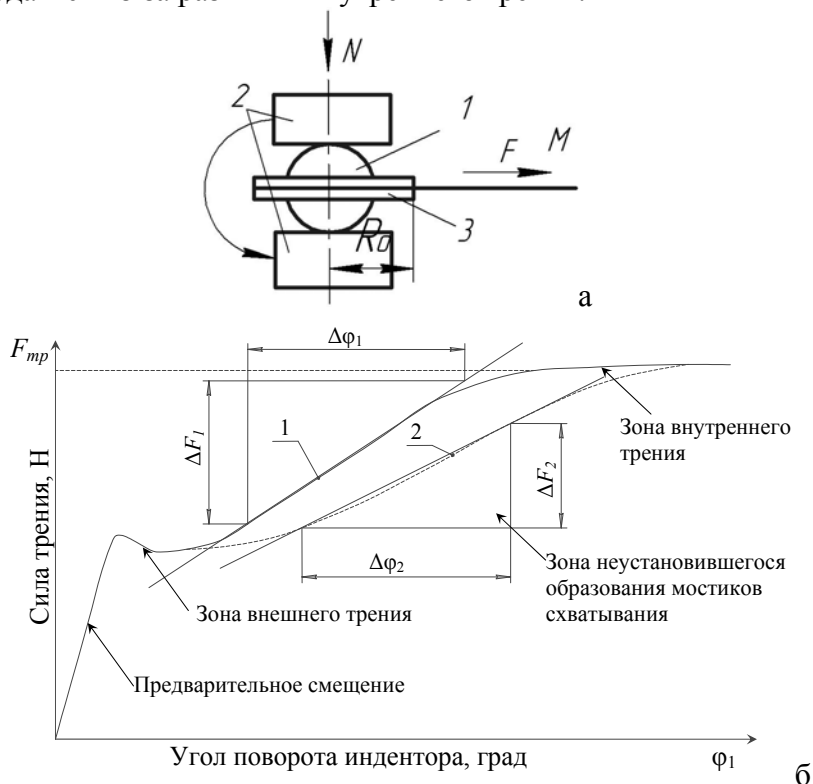


Рисунок 4.1 – Схема измерения коэффициента трения способом № 9 [48] и схема изменения силы трения в испытаниях (по Ю. М. Внукову [4])

Практически во всех исследованиях трения определялся коэффициент внешнего трения, который представляет собой сумму как адгезионной, так и деформационной составляющих. Возможно, единственной попыткой выделить адгезионную составляющую являются исследования Л. Ш. Шустера [49], проведенное способом № 9 в широком диапазоне контактных давлений и температур. Выделение адгезионной составляющей выполнялось путем максимального уменьшения деформационной составляющей за счет тщательного полирования индентора и удаления с его поверхности пленок окислов специальными растворителями. Рассматривая участок внешнего трения на диаграмме (рис. 4.1 б) до момента начала неустановившегося образования мостиков схватывания, Л. Ш. Шустер установил, что напряжение, обусловленное адгезией, отвечает линейной модели (4.1). Аналогичные результаты получил В. Л. Коротченко [206], исследуя трение сверхтвердых материалов на основе кубического нитрида бора. Результаты исследований свидетельствуют о незначительном изменении  $\tau_0$  (20–50 МПа) и  $\beta_0$  (0,02–0,05) вплоть до температуры 700 °С. Эти колебания скорее всего связаны с погрешностью измерений. Поэтому в первом приближении константы  $k_b$  и  $T_k$  влияния температуры могут определяться по приближенной формуле, полученной обобщением результатов из исследований Л. Ш. Шустера (см. рис. 1.19):

$$T_k \approx 700 \text{ °С}, k_b = \beta_0 / 300. \quad (4.2)$$

Позднее Ю. Н. Внуков показал [4], что на участке внешнего трения адгезионная активность пары оказывается слабой из-за наличия пленок окислов, которые еще не успели разрушиться. Наиболее чувствительной к адгезионной активности материалов пары трения является характеристика (рис. 4.1 б) в зоне роста количества мостиков схватывания, которая увеличивает свой наклон с увеличением адгезии. Вместе с тем непонятно, какой точке на диаграмме соответствуют условия на контактной поверхности инструмента. Ведь путь, который прошел индентор в

эксперименте в десятки раз больше, чем длина контакта на передней поверхности.

Таким образом, все известные способы позволяют лишь качественно оценить условия трения и дают лишь приближенную количественную оценку адгезионной части сил трения скольжения на передней поверхности.

Для решения этой проблемы авторами разработан новый способ измерения адгезионной составляющей с получением ее количественной оценки.

#### **4.1.3. Идея способа измерения адгезионной составляющей силы трения скольжения при большом контактном давлении**

Основной проблемой известных способов измерения адгезионной составляющей является невозможность стабилизации микрорельефа поверхности контртела (менее крепкого тела) с сохранением режима внешнего трения. Для исследования причин этого явления было выполнено моделирование скольжения гладкого контртела относительно шероховатого индентора по схеме мягкого нагружения (нагружение силой постоянной величины). Методика моделирования описана в разд. 2.

Динамика контактного взаимодействия продемонстрирована на рис. 4.2. После внедрения индентора с силой  $P$  происходит относительное скольжение двух тел. Микронеровности, внедренные в поверхность контртела, приводят к ее деформации и упрочнению. С увеличением относительного сдвига происходит разрушение поверхности контртела за счет удаления деформированных частиц его материала с поверхности и увеличения фактической площади контакта. Под действием постоянной по величине нормальной силы процесс внедрения микронеровностей в контртело повторяется, хотя и на меньшую глубину. С каждым циклом фактическая площадь контакта и пластическая деформация поверхности увеличиваются. Весь процесс сопровождается разрушением поверхности. В некоторый момент времени достигается равновесие, характеризующееся стабилизацией фактической площади контакта, но постоянным разрушением поверхности контртела – внутренним трением. Таким образом,

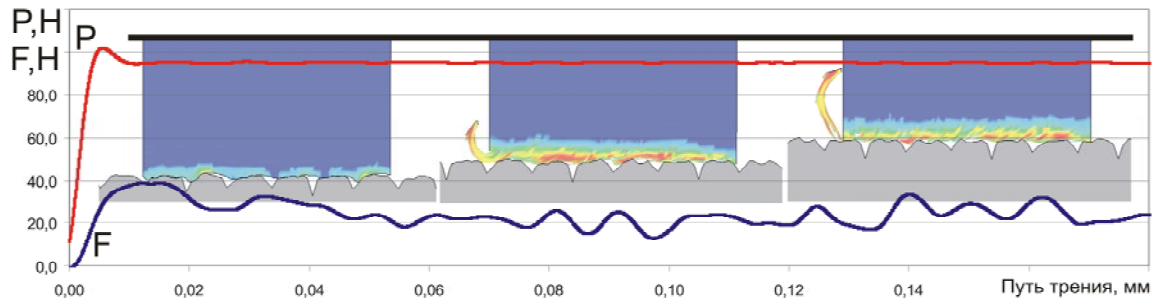


Рисунок 4.2 – Изменение поверхности контакта в процессе относительного скольжения индентора по контролю при мягкой схеме нагружения (распределение пластических деформаций: темный тон – 0; светлый тон – 2,0)

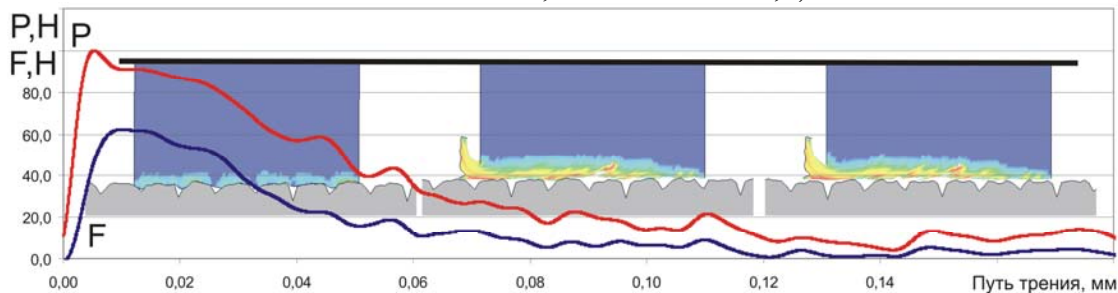


Рисунок 4.3 – Изменение поверхности контакта в процессе относительного скольжения индентора по контролю при жесткой схеме нагружения (распределение пластических деформаций: темный тон – 0; светлый тон – 2,0)

при реализации мягкой схемы нагружения невозможно обеспечить стабилизацию фактической площади контакта при отсутствии разрушения поверхности контртела (внутреннего трения), что существенным образом снижает точность идентификации адгезионной составляющей силы трения скольжения.

Для решения этой проблемы предложено использовать жесткую схему нагружения поверхности контакта перемещением индентора с одновременным контролем нормальной силы и момента трения в схеме № 9. Проведенное моделирование динамики контактного взаимодействия тел продемонстрировало (рис. 4.3), что после внедрения индентора в поверхность контртела на глубину, обеспечивающую заданную нормальную силу, и начало скольжения также как и при мягкой схеме нагружения в первые моменты времени происходит пластическая деформация поверхностных слоев контртела с дальнейшим их разрушением. Однако при жестком нагружении относительное положение индентора и контртела по нормали друг к другу остается неизменным и определяется начальным внедрением. Поэтому дальнейшее внедрение микронеровностей индентора в уже упругоупрочненную поверхность контртела на глубину, способную вызвать разрушение поверхности, не возникает и наблюдается скольжение с неизменной фактической площадью контакта, нормальной силой и силой трения. Это состояние длится до момента утраты поверхностью контртела способности сопротивляться разрушению из-за накопления повреждений. Наблюдаемая стабилизация дает возможность определить все необходимые параметры для идентификации адгезионной составляющей.

#### **4.1.4. Общий алгоритм идентификации адгезионной составляющей силы трения скольжения**

В соответствии с п. 3.1 подлежат определению константы  $\tau_0, \beta_0, k_b, T_k$ . Для этого предложен следующий алгоритм (рис. 4.4): а) при нормальной температуре проводятся испытания на адгезиометре, реализующем трение сферического индентора из инструментального материала относительно образца из

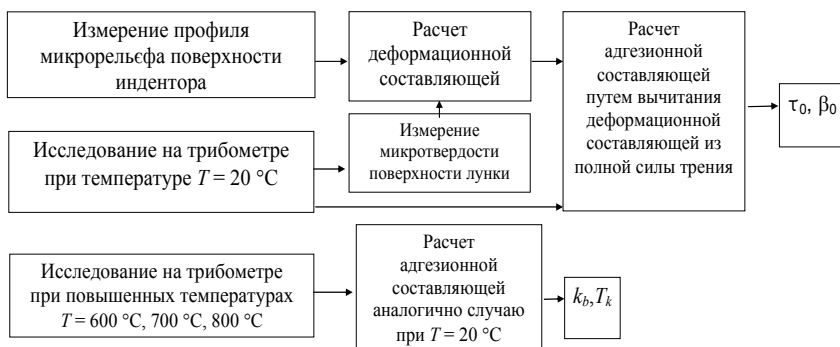


Рисунок 4.4 – Общий алгоритм идентификации адгезионной составляющей коэффициента трения

обрабатываемого материала при различном давлении в условиях жесткого нагружения; б) определяют среднее касательное напряжение сопротивления скольжения; в) по известным параметрам микрорельефа индентора  $R_p, t_m$  рассчитывают  $\mu_d$  для условий испытаний (см. разд. 5.1.2); г) определяют  $\tau_0, \beta_0$  путем вычитания деформационной составляющей касательного напряжения и экстраполяции полученных зависимостей на нулевое давление и их аппроксимации уравнением (4.1) при условии  $T < T_k$ ; д) проводят испытание на адгезиометре при температурах  $T = 600\text{ °C}, 700\text{ °C}$  и  $800\text{ °C}$  при одном давлении и рассчитывают константы  $k_b, T_k$ , аппроксимируя полученную зависимость уравнением (4.1). В первом приближении константы  $k_b$  и  $T_k$  могут быть определены по формуле (4.2).

#### 4.1.5. Приборы, оборудование и методики проведения испытаний

##### 4.1.5.1. Трибометр и методика измерения момента трения

Прототип устройства, обеспечивающего измерение момента трения методом сферического оборачиваемого индентора относительно плоского контртела с жесткой схемой нагружения, реализован на базе вертикально-фрезерного станка 6Р12 (рис. 4.5).

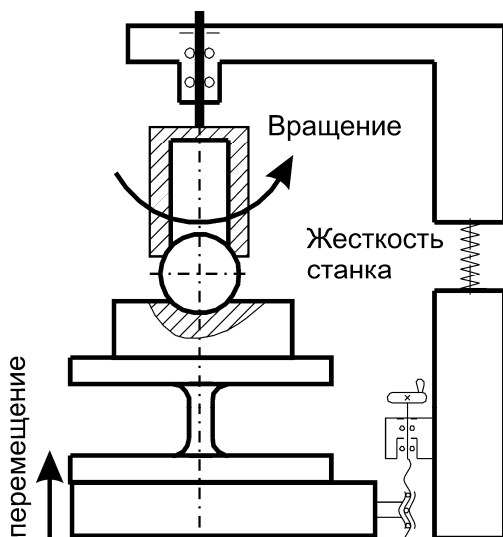


Рисунок 4.5 – Схема нагружения

Выбор базовой системы для реализации устройства обусловлен необходимостью обеспечения высокой жесткости погрузочного механизма в направлении оси действия нормальной силы с возможностью одновременного придания вращения вокруг этой же оси. Жесткость использованного станка составляла  $j_z = 55$  мкм/кН.

Устройство работает следующим образом. На столе станка соосно с осью шпинделя устанавливают измерительное устройство (динамометр), позволяющее одновременно измерять нормальную к его базовой плоскости силу и крутящий момент. На базовую поверхность динамометра устанавливают контртело в виде пластины толщиной не менее 5 мм с параллельными боковыми поверхностями. В цанговом патроне закрепляют оправку с коническим центровым отверстием, выполненным с целью минимизации биения совместно с оправкой непосредственно на фрезерном станке. Индентор в виде полированной сферы диаметром 6–9 мм с отклонением от округлости не более 5 мкм, заранее обезжиренной спиртом и обработанной активированным углем, размещают между поверхностью контртела, обработанного аналогичным способом, и

конической оправкой (рис. 4.6). Базирование индентора осуществляют по конической поверхности центрального отверстия. Гильзу шпинделя зажимают в бабке шпинделя. Нагружение осуществляют перемещением консоли станка вверх вдоль оси  $z$ . Силу нагружения контролируют динамометром. Измерение момента трения проводят частоте вращения шпинделя 31,5 об/мин. Малая частота вращения исключает разогрев контактной поверхности. Момент, вращающий индентор, передается через контактную поверхность «оправка-сфера», радиус которой в несколько раз больше радиуса образовавшейся на контртеле лунки.

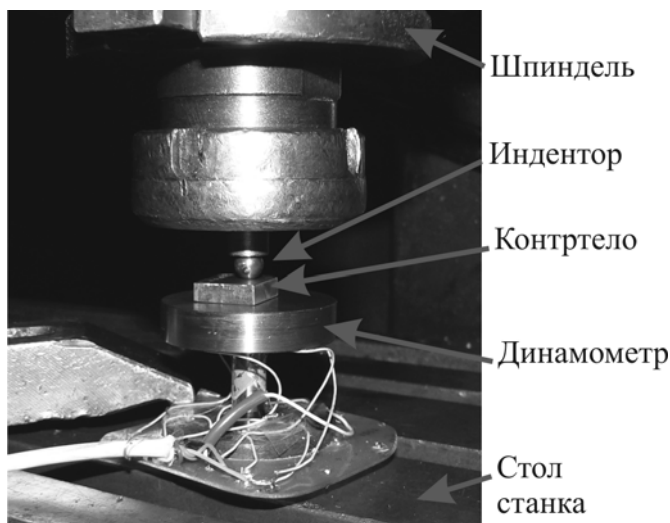


Рисунок 4.6 – Динамометр

На рис. 4.7 представлена диаграмма изменения нормальной силы и момента трения в процессе проведения испытаний. Видно, что в первое время момент трения интенсивно возрастает, а нормальная сила несколько падает из-за интенсивной деформации контактной поверхности и изменения ее микрорельефа. Далее интенсивность этих процессов замедляется и в определенный момент наступает стабилизация величины фактической площади контакта – момент трения и нормальная сила ос-



таются постоянными в пределах точности измерений. В этот момент измерения прекращают, быстро разгружая систему. Полученный отпечаток (рис. 4.8 а) и поверхность индентора без существенных налипаний (рис. 4.8 б) свидетельствуют о том, что при испытании между индентором и упрочненной поверхностью контртела имеет место внешнее трение.

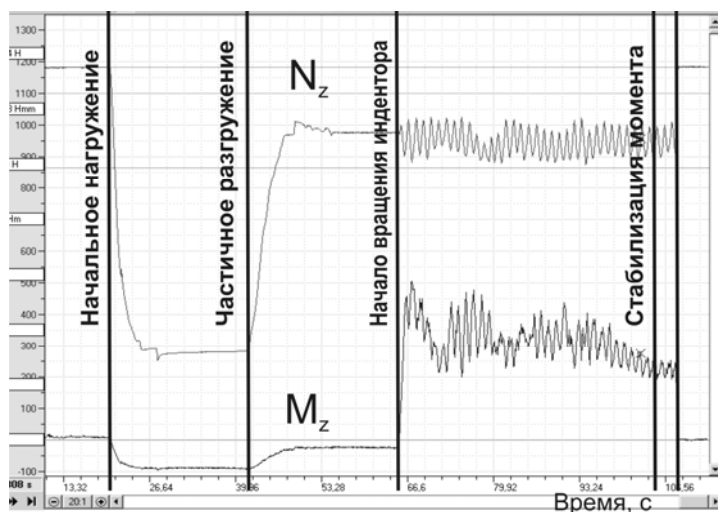


Рисунок 4.7 – Диаграмма изменения нормальной силы и момента трения в процессе испытаний

Диапазон контактного давления выбирался в соответствии с рекомендациями [49]:

$$0,02 \leq h/r_1 \leq 0,2,$$

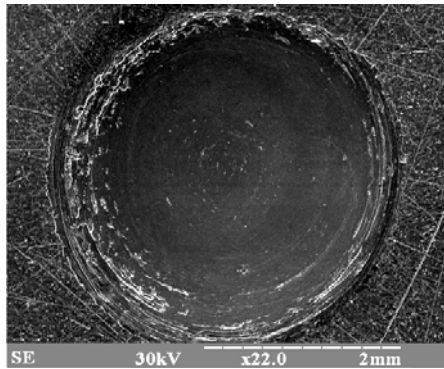
где  $h$  – глубина лунки,  $r_1$  – радиус индентора. Поисковые эксперименты показали, что наибольшая чувствительность измерений достигается при радиусе индентора около 4 мм.

Если скольжение на поверхности контакта отсутствует, то из этого предположения следует, что плоскость контакта может поворачиваться как жесткое целое относительно удаленных точек обоих тел. Тогда среднее значение касательного напряжения на поверхности отпечатка в соответствии с данными К. Джонсо-

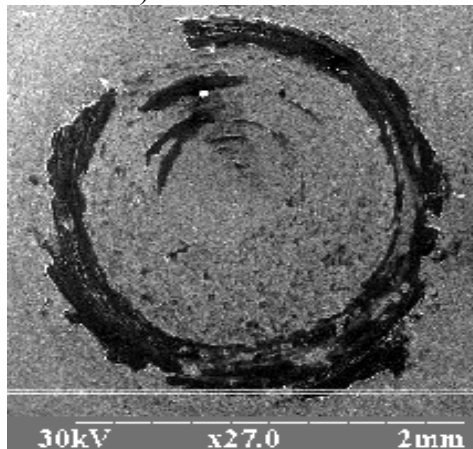
на [279] может быть задано широко используемым выражением [49, 4, 13]:

$$\tau_n = \frac{3}{4\pi} \frac{M_z}{r_{omn}^3} = 0,239 \frac{M_z}{r_{omn}^3}, \quad (4.3)$$

где  $M_z$  – момент сопротивления вращению, измеренный динамометром;  $r_{omn}$  – радиус отпечатка. Однако более точным приближением является предположение о наличии скольжения на поверхности контакта, что наблюдалось в рассмотренных испытаниях.



а) сталь 45 – ВК8



б) VT22 – ВК8

Рисунок 4.8 – Фотографии отпечатка (а) и поверхности индентора (б) после опыта по измерению момента трения

Для этого случая К. Джонсон [279, с. 266] получил выражение

$$M_z = \frac{3}{16} \pi \mu N_z r_{omn} , \quad (4.4)$$

где  $\mu$  – средний коэффициент трения на контактной поверхности.

Средние нормальные напряжения на поверхности отпечатка можно рассчитать по формуле

$$\sigma_n = \frac{N_z}{\pi r_{omn}^2} , \quad (4.5)$$

где  $N_z$  – осевая сила.

Отсюда среднее касательное напряжение на поверхности контакта равно

$$\tau_n = \frac{16}{3\pi^2} \frac{M_z}{r_{omn}^3} = 0,540 \frac{M_z}{r_{omn}^3} , \quad (4.6)$$

то есть более чем в два раза по сравнению со значениями, рассчитанными по формуле (4.3). Распределение напряжения в безразмерной форме представлено на рис. 4.9.

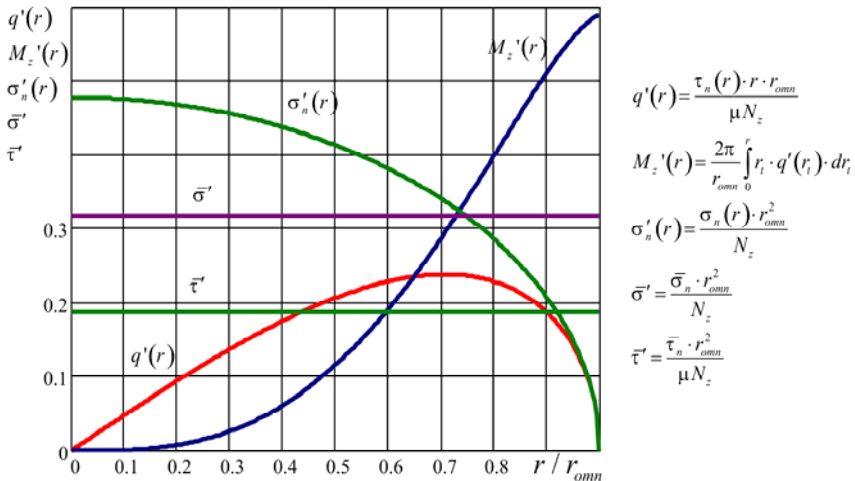


Рисунок 4.9 – Распределение безразмерного напряжения на контактной поверхности отпечатка при вращении сферического индентора (по К. Джонсону [279])

Видно, что возникновению момента сопротивления способствуют касательные напряжения, действующие в пределах от  $0,3$  до  $1 r_{omn}$ . Поэтому наблюдаемая на практике (рис. 4.10) область отсутствия скольжения практически не влияет на результат расчета среднего касательного напряжения.

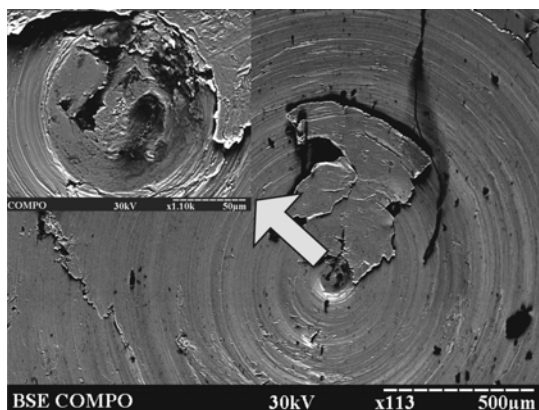


Рисунок 4.10 – Фотография отпечатка с областью отсутствия скольжения. Индентор – ШХ15. Контртело – сталь 20

Для того чтобы оценить погрешность измерений, остановимся коротко на динамометре. Динамометр представляет собой тело вращения с измерительным цилиндром и двумя опорными поверхностями. Диаметр измерительного цилиндра выбирался с учетом обеспечения чувствительности к осевой силе и крутящему моменту не менее  $0,1\%$  максимального диапазона измерений ( $N_{z\max} = 10$  Нмм). На измерительном цилиндре наклеены тензорезисторы типа КФ5Р5-5-10. Тензорезисторы образуют два полных моста. Опорное напряжение и усиление рассогласования тензомостов осуществляется с помощью тензоусилителя LTR212 крейта LTR-U-1 компании L-CARD. Испытания динамометра показали, что доверительный интервал при измерении осевой силы составляет не более  $230$  Н, что отвечает относительной погрешности по максимальному диапазону  $2,3\%$ ; доверительный интервал при измерении крутящего момента составляет  $42$  Нмм, что отвечает относительной

погрешности по максимальному диапазону 0,7%; смещение нуля (систематическая погрешность, вызванная отклонением оси тензорезисторов от оси измерительного цилиндра) при осевой силе 10кН – 340 Нмм или 5,6% максимального значения диапазона измерений крутящего момента.

#### 4.1.5.2. Методика измерения профиля микрорельефа сферического индентора

Измерение параметров микрорельефа индентора  $R_p$ ,  $t_m$ , необходимых для расчета деформационной составляющей силы сопротивления скольжению является сложной технической задачей, поскольку индентор представляет собой сферу достаточно малого радиуса. Применение традиционных профилометров в этом случае невозможно из-за невозможности создания достаточной базы для измерительной иглы.

Авторами предложен новый способ измерения параметров профиля микрорельефа поверхности методом сканирования поверхности пучком электронов в растровом электронном микроскопе с регистрацией отраженных электронов вытянутыми вдоль оси сканирования двумя сенсорами, размещенными по разные стороны от оптической оси электронного микроскопа (рис. 4.11). Известно, что угол отражения электронов пропорционален углу наклона поверхности отражения и атомному номеру химического элемента в этой поверхности. Определение разности сигналов указанных сенсоров дает возможность исключить влияние атомного номера. Полученный таким образом сигнал будет пропорционален только углу профиля поверхности (первой производной профиля поверхности), которая сканируется. Ориентация сенсоров в направлении оси сканирования обеспечивает выделение производной только в направлении сканирования. Это дает возможность восстановить профиль микрорельефа в каждой строке изображения из соотношения

$$\bar{y}_{i+1} = \left. \frac{d\bar{y}}{dx} \right|_{x_{i+1}} \Delta x + \bar{y}_i, \quad (4.7)$$

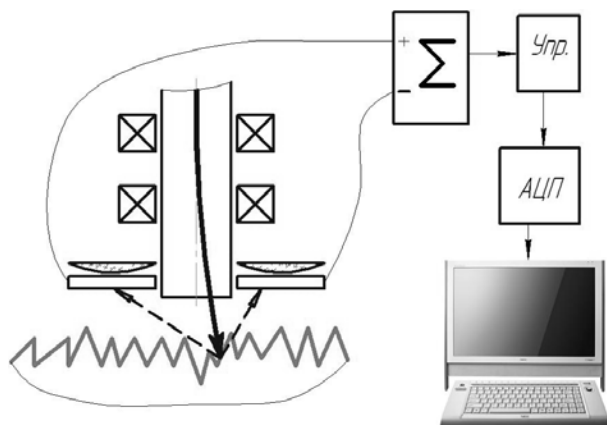


Рисунок 4.11 – Схема измерения микрорельефа в режиме отраженных электронов с помощью растрового электронного микроскопа

где  $\bar{y}_i$  – условная высота микровыступов в точке;  $\Delta x$  – размер точки изображения, определяемый заданным масштабом изображения. Абсолютная высота микровыступов может быть определена из выражения

$$y_i = k \cdot \bar{y}_i, \quad (4.8)$$

где  $k$  – масштабный коэффициент, определяемый при данных величинах контраста, токов первой, второй и третьей линз по эталону шероховатости.

Параметры микрорельефа определялись по стандартным формулам ГОСТа 2789-73. Для расчета параметров микрорельефа разработана программа в среде Matlab 6.5.

Полученный по этой методике профиль поверхности индентора представлен на рисунке 4.12.

#### 4.1.5.3. Определение величины накопленной пластической деформации в поверхности трения

Информация о микротвердости на поверхности скольжения является необходимой для оценки величины накопленной пластической деформации в поверхностном слое в результате трения.

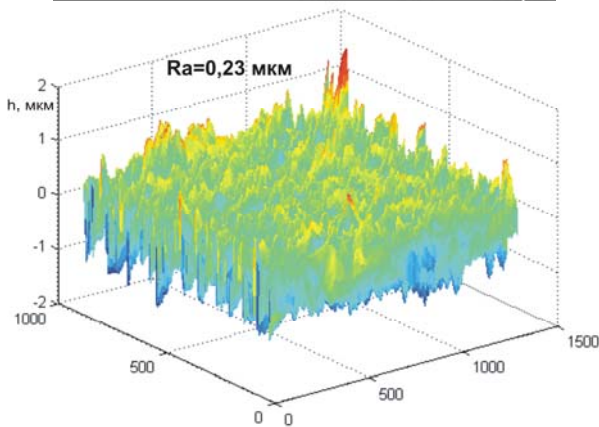
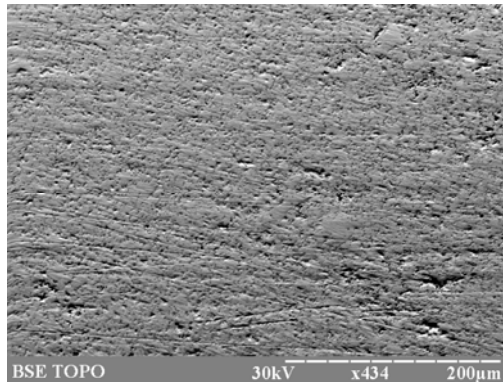


Рисунок 4.12 – Фотография индентора в отраженных электронах и его профиль

В связи с тем, что лунка является сферической поверхностью, а скольжение происходит в основном на некотором расстоянии от центра лунки, то измерение микротвердости необходимо осуществлять на сферической поверхности. Применение стандартной методики измерения микротвердости по ГОСТу 9450-76 для получения абсолютного значения микротвердости возможно лишь для лунки диаметром 2 мм при диаметре индентора 8,5 мм из-за искажения отпечатка более чем на 3% (рис. 4.13).

Накопленная пластическая деформация может быть оценена по параметру микротвердости с помощью соотношения, полученного экспериментально А. М. Розенбергом и

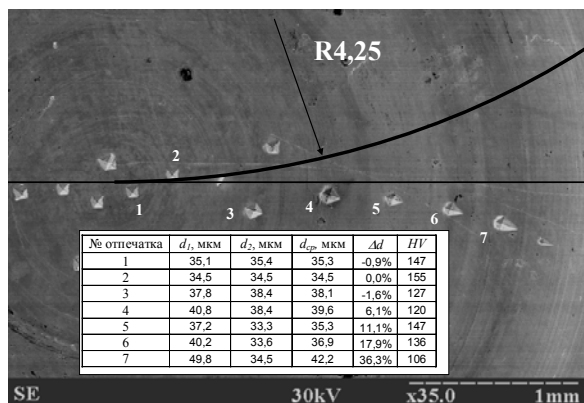


Рисунок 4.13 – Искажение размеров отпечатков на поверхности трения сферической лунки, образованной после вдавливания индентора-сферы диаметром 8,5 мм в медь. Измерение твердости четырехгранной пирамидой с  $\alpha = 136^\circ$ . Диаметр отпечатка – 6,2 мм

Л. А. Хворостухиным [280] и проверенного Г. Д. Делем [269] для материалов ШХ15, ЛС59, Ст. 3, Х18Н9Т, медь М1 (см. разд. 3).

Величина  $\sigma_i$  может быть непосредственно использована для расчета  $\tau_\delta$  в формуле (4.12). Величину пластической деформации на поверхности трения можно определить, приравнявая из условия пластичности фон Мизеса  $\sigma_i = \sigma_S$  с учетом известного определяющего уравнения по формуле (3.1):

$$A + B\varepsilon_p^n = 0,32HV \Rightarrow \varepsilon_p = \left( \frac{0,32HV - A}{B} \right)^{1/n},$$

причем  $HV \geq A / 0,32$ . (4.9)

Например, пусть микротвердость поверхности трения стали 45 (HV 180,  $A = 553$  МПа,  $B = 601$  МПа,  $n = 0,234$ ) составляет HV = 3000 МПа, тогда величина пластической деформации материала этой поверхности  $\varepsilon_p = 0,189$ . Если HV = 3500 МПа, то  $\varepsilon_p = 0,78$ . Относительная погрешность



$$\delta_{\varepsilon_p} = \frac{\Delta\varepsilon_p}{\varepsilon_p} = \frac{0,32\Delta HV}{n(0,32HV - A)} \quad (4.10)$$

тем меньше, чем больше разность  $0,32HV - A$  и показатель упрочнения  $n$ .

Необходимо также отметить, что в первом приближении величина накопленной пластической деформации в поверхности контакта может быть принята по уравнению пластичности, исходя из того, что на поверхности контакта микронеровности деформируются и разрушаются при накоплении предельной поврежденности. Тогда

$$\varepsilon_p \approx \varepsilon_u^p (\sigma^* = 0) . \quad (4.11)$$

#### 4.1.6. Методика обработки результатов

Таким образом, имея данные о суммарных нормальных и касательных контактных напряжениях на поверхности контакта, параметры микрорельефа поверхности индентора и величину накопленной пластической деформации в поверхностном контактном слое контртела, может быть вычислена деформационная составляющая силы сопротивления скольжению по методике, описанной в разд. 5.

Тогда

$$\tau_a = \tau_n - \tau_\delta . \quad (4.12)$$

По той же модели может быть вычислена фактическая площадь контакта  $\sigma_{nr}$ .

Полученные значения  $\tau_{a\delta}$  при известных  $\sigma_{nri}$  позволяют построить эмпирическую модель адгезионной составной силы сопротивления скольжению путем аппроксимации данных методом наименьших квадратов с помощью уравнения

$$\tau_{a\delta} = \tau_0 + \beta_0 \sigma_{nr} . \quad (4.13)$$

Более точным приближением является учет неравномерного распределения контактного напряжения на поверхности сферы. Для этого предположим, что упрочнение поверхности во

всех случаях испытаний одинаково, то есть  $\sigma_s = const$ . Тогда с учетом формул (см. рис. 4.9) и результатов исследований К. Джонсона [279] получаем методом наименьших квадратов:

$$F(\tau_0, \beta_0, \sigma_s) = \sum_{i=1}^N (M_z(N_{zi}, r_{omn}, \tau_0, \beta_0, \sigma_s) - M_{zi})^2 \rightarrow \min, \quad (4.14)$$

$$\text{где } M_z(N_{zi}, r_{omn}, \tau_0, \beta_0, \sigma_s) = 2\pi \int_0^{r_{omn}} r^2 \tau_n(N_{zi}, r, r_{omn}, \tau_0, \beta_0, \sigma_s) dr;$$

$$\tau_n(N_{zi}, r, \tau_0, \beta_0, \sigma_s) = \tau_\delta(N_{zi}, r, r_{omn}, \sigma_s) + \tau_a(N_{zi}, r, r_{omn}, \tau_0, \beta_0, \sigma_s);$$

$$\tau_\delta(N_{zi}, r, r_{omn}, \sigma_s) = \mu_\delta \left( \frac{\sigma_{nr}(N_{zi}, r, r_{omn}, \sigma_s)}{\sigma_s} \right) \sigma_n(N_{zi}, r, r_{omn});$$

$$\sigma_{nr}(N_{zi}, r, r_{omn}, \sigma_s) = \sigma_n(N_{zi}, r, r_{omn}) / Kr(\sigma_n(N_{zi}, r, r_{omn}) / \sigma_s);$$

$$\sigma_n(N_{zi}, r, r_{omn}) = \frac{3N_{zi}}{2\pi r_{omn}^3} \sqrt{r_{omn}^2 - r^2};$$

$$\tau_a(N_{zi}, r, r_{omn}, \tau_0, \beta_0, \sigma_s) = (\tau_0 + \beta_0 \sigma_{nr}(N_{zi}, r, r_{omn}, \sigma_s)) \times \\ \times Kr(\sigma_n(N_{zi}, r, r_{omn}) / \sigma_s);$$

где  $\mu_\delta$  – деформационный коэффициент трения, вычисляемое по формуле (4.8);  $Kr$  – отношение действительной площади контакта к номинальной, вычисляемое по формуле (4.9);  $(N_{zi}, M_{zi}, r_{omn})$  – экспериментальные данные. Методика реализована в среде MathCAD 13 и GUI MatLab 7.0.

Таким образом, предложенная модель позволяет не только учесть неравномерность распределения контактного напряжения на поверхности сферы, но и оценить величину предела текучести поверхностных слоев контртела. Погрешность расчета будет тем меньше, чем больше экспериментальных данных будет использовано для поиска решения. Если известно значение  $\sigma_s$  в каждом из опытов, точность метода будет еще выше за счет исключения одной степени свободы.

## 4.2. Адгезионные свойства некоторых материалов

Разработанная методика использовалась для исследований материалов сталь 45, 12X18H10T, ВТ22, ВТ1-0. Использовался индентор из материала ВК8 с параметрами  $d = 8,5$  мм,  $R_p = 0,4$  мкм,  $t_m = 90\%$ .

Для иллюстрации некоторые результаты опытов представлены в табл. 4.2. Результаты расчетов по упрощенной методике, полученные методом экстраполяции на нулевое давление, представлены в табл. 4.3. Результаты расчетов по уточненной методике представлены в табл. 4.4. Связь нормального напряжения с суммарным касательным напряжением, деформационной и адгезионной составляющими касательного напряжения, а также с коэффициентом трения представлены на рис. 4.14.

Исходя из представленных данных следует, что обе методики дают близкие по значениям данные об адгезионной составляющей силы сопротивления скольжению, причем чем выше адгезия, тем больше совпадают результаты обеих методик (сравните сталь 45 и ВТ-22).

Из рис. 4.14 видно, что для различных материалов роль деформационной и адгезионной составляющих разная. При увеличении адгезионной активности к твердому сплаву ВК8 исследуемые материалы по результатам испытаний можно расположить в такой последовательности: ВТ1-0, ВТ22, сталь 45, 12X18H10T. Вместе с тем по величине суммарных касательных напряжений исследованные материалы располагаются в такой последовательности: ВТ1-0, сталь 45, ВТ22, 12X18H10T. Это связано с тем, что для стали 45 величина деформационной составляющей значительно меньше, чем для стали 12X18H10T. Поэтому основная часть силы сопротивления скольжению формируется за счет адгезии.

Таблица 4.2 – Некоторые результаты измерений силы сопротивления скольжению для различных материалов с индентором ВК8

№	Результаты эксперимента			Среднее расчетное значение по результатам трех испытаний			
	$N_z$ , Н	$M_z$ , Н	$r_{\text{видб}}$ , мм	$\sigma_n$ , МПа	$\bar{\tau}_a$ , МПа	$\bar{\tau}_a$ , МПа	$\bar{\mu}$ , МПа
Сталь 45 (HB 160, E = 190 МПа, Cr = 4,2)							
1	2920	184	1,1	768	163	16	0,23
2	1684	153	0,9	662	102	11	0,17
3	1212	99	0,75	686	114	13	0,19
4	170	4	0,7	110	1	5	0,06
12X18H10T (HB160, E = 181 МПа, Cr = 2,9)							
1	3086	204	1,2	682	37	27	0,09
2	1330	154	1,15	320	6	48	0,17
3	577	38	0,9	227	3	25	0,13
4	399	38	0,6	352	8	87	0,27
BT22 (HRC41, E = 113 МПа, Cr = 3,4)							
1	3524	329	0,9	1385	306	691	0,72
2	2830	276	0,75	1601	488	939	0,89
3	1266	92	0,7	823	63	575	0,78
4	1029	55	0,55	1083	142	729	0,80
BT1-0 (HB160, E = 112 МПа, Cr = 3,4)							
1	2109	515	1,45	319	6	85	0,29
2	1454	337	1,30	274	5	78	0,30
3	701	150	1,05	202	3	67	0,35
4	492	116	1,15	118	1	40	0,35

Таблица 4.3 – Параметры модели адгезионной составляющей силы трения скольжения разных материалов с индентором ВК8 (упрощенный расчет)

Коэффициент	Материал			
	Сталь 45	12X18H10T	BT22	BT1-0
$\tau_0$ , МПа	44	0	0	9
$\beta_0$	0,44	0,55	0,74	0,28

Таблица 4.4 – Параметры модели адгезионной составляющей силы трения скольжения разных материалов с индентором ВК8 (расчеты с учетом неравномерного распределения напряжения на контактной поверхности сферы)

Коэффициент	Материал			
	Сталь	12X18H10T	ВТ22	ВТ1-0
$\bar{\sigma}_s$ , МПа	800	600	805	620
$\tau_0$ , МПа	5	0	20	30
$\beta_0$	0,46	0,47	0,32	0,13

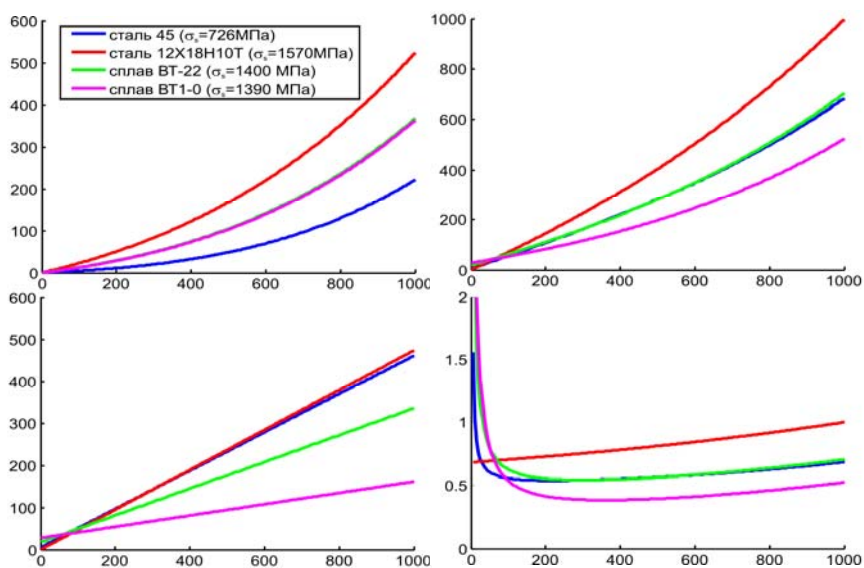


Рисунок 4.14 – Зависимость суммарного контактного напряжения (МПа) (в), деформационной (МПа) (а) и адгезионной (МПа) (б) ее частей, а также коэффициента трения (г) от нормального напряжения (МПа) для разных материалов при максимально возможных пластических деформациях контактного слоя ( $R_p = 0,4$  мкм,  $t_m = 90\%$ )

Тщательное сравнение полученных результатов с результатами данных известных исследований в настоящее время невозможно из-за неполной информации о всех материалах. Так, Л. Ш. Шустер для стали 12Х18Н10Т в паре с индентором ВК6-ОМ определил коэффициент  $\beta_0 = 0,26$  (см. [49], рис. 14), а  $\tau_0 \approx 100$  МПа (см. [49], рис. 15).

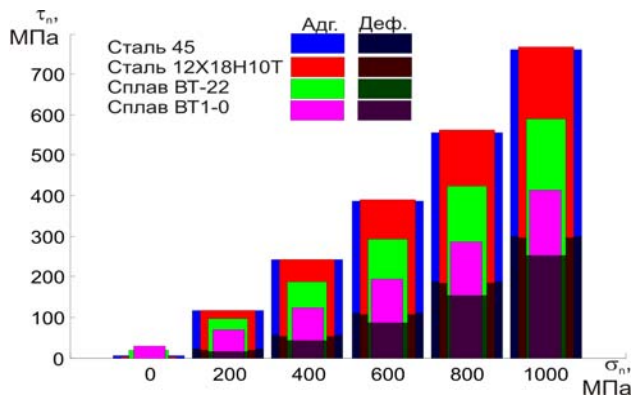


Рисунок 4.15 – Величина касательного напряжения в точке контактной поверхности, в которой эквивалентные напряжения  $\sigma_S = 300$  МПа ( $R_p = 0,4$  мкм,  $t_m = 90\%$ )

В данном исследовании эти коэффициенты для того же материала определены на уровне  $\beta_0 = 0,47$ ,  $\tau_0 \approx 0$  МПа. Таким образом, коэффициент  $\beta_0$  практически в 2 раза больше, а касательные напряжения при нулевом контактном давлении практически отсутствуют. Учитывая рис. 4.15 и сравнивая табл. 4.3 и 4.4, приходим к выводу, что такое различие обусловлено главным образом схемой нагружения, учетом деформационной составляющей силы сопротивления скольжению и более корректной расчетной формулой (4.6) вместо (4.5).

## РАЗДЕЛ 5. ДЕФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЗОНЕ ПЕРВИЧНЫХ И ВТОРИЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

### 5.1. Деформационные процессы на границе контакта лезвия со стружкой и заготовкой

#### 5.1.1. Общие представления

Авторы рассматривают процесс трения на контактных поверхностях режущего лезвия исходя из молекулярно-механической теории. В общем случае сдвиг может происходить как на границе раздела инструмента и заготовки (внешнее трение), так и на приконтактной поверхности стружки (внутреннее трение). Скорость скольжения и касательные контактные напряжения определялись из условия (2.99).

Ранее было показано (см. п. 1.2.3), что контактное взаимодействие происходит не только на границе двух контактирующих тел, но и на некоторой глубине (1–10 мкм) около поверхности менее прочного тела (в случае резания это заготовка). Этот масштабный фактор необходимо учитывать при реализации модели трения.

В зависимости от решаемой задачи и ее масштаба возможно использование одной из двух форм модели для вычисления касательных напряжений на поверхности контакта, определяющих сопротивление скольжению (см. п. 1.2.3):

$$\tau_{\max} = \min \left( m\sigma_s (\varepsilon_p, \dot{\varepsilon}_p, T), \tau_i (\sigma_n, \varepsilon_p, \nu, T) \right), \quad (5.1)$$

$$\tau_{\max} = \tau_i (\sigma_n, \varepsilon_p, \nu, T). \quad (5.2)$$

Сцепление ( $\nu = 0$ ) имеет место, когда  $|\tau| < \tau_{\max}$ , и скольжение ( $|\nu| > 0$ ) при условии  $|\tau| = \tau_{\max}$ . В случае равновесия неравенство  $|\tau| > \tau_{\max}$  недопустимо.

Следует отметить, что касательные напряжения  $\tau$ ,  $\tau_{\max}$  являются условными, поскольку предполагают, что фактическая площадь контакта равна действительной. Это несоответствие должно быть учтено за счет коррекции значений  $m$  и  $\tau_i$ .

Величину касательных напряжений на поверхности контакта  $\tau_i$  в соответствии с молекулярно-механической теорией следует представить как сумму деформационной и адгезионной составляющих:

$$\tau_i = \tau_d + \tau_a, \tag{5.3}$$

причем деформационная составляющая может быть аппроксимирована уравнением

$$\tau_d = \tau_d(\sigma_n, \varepsilon_p, \Psi), \tag{5.4}$$

а адгезионная составляющая –

$$\tau_a = \tau_0 + \beta(T, \nu)\sigma_n. \tag{5.5}$$

Обобщая сказанное выше, модель процесса трения на поверхности контакта можно условно представить в виде схемы (рис. 5.1). Механизм трения, который имеет место в той или иной точке передней поверхности, зависит от соотношения контактных касательных напряжений и предела текучести в контактном слое. Скольжение начинается там, где  $\tau_{\max}$  меньше.

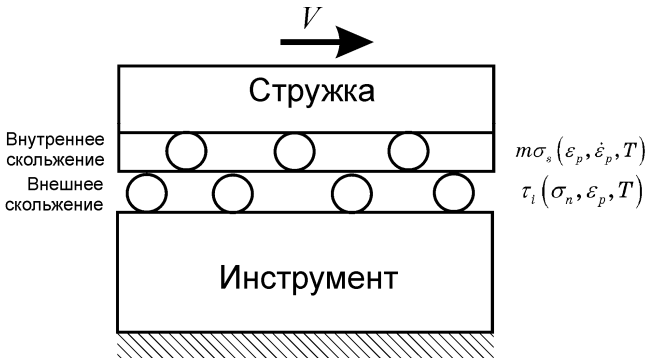


Рисунок 5.1 – Модель контактной границы. Скольжение имеет место там, где  $\tau_{\max}$  меньше



Модель трения в формуле (5.1) реализует механизм конкуренции между внешним и внутренним трением. Она может использоваться, когда поверхностный слой контактной поверхности не может быть описан достаточно подробно для реализации или идентификации сдвига внутри менее прочного тела в случае, если сила адгезии двух тел окажется больше силы сопротивления сдвигу внутри тела. Необходимость в такой модели может возникнуть, например, при моделировании МКЭ обработки сталей с размером КЭ более 5 мкм или при аналитическом моделировании (рис. 5.1).

Модель трения в формуле (5.2) реализует лишь механизм сцепления на контактной границе и может использоваться в тех случаях, когда пластическая деформация поверхностного слоя может быть достаточно точно геометрически и физически спрогнозирована (идентифицирована и реализована) в результате моделирования НДС в объеме материала. Это возможно, например, в случаях КЭ-модели, когда размер КЭ не более чем в 2 раза превышает размер контактного деформированного слоя, то есть имеет размер не более 5 мкм. Таким образом, эта модель трения, несмотря на свою большую обобщенность и информативность, требует более детальных данных о напряженно-деформированном состоянии основного материала и является более ресурсоемкой, чем модель в форме (5.1).

Пользователь в каждом случае должен выбирать между затратами вычислительных ресурсов и информативностью модели. В случае КЭ-моделей процесса резания ресурсы определяются размером КЭ и их количеством. Например, время расчета пропорционально  $N^n$ , где  $N$  – количество конечных элементов, обратно пропорциональное квадрату размера элемента;  $n$  – показатель степени, больше единицы, зависящий от алгоритма интегрирования, типа КЭ, модели материала и других условий. В случае явного интегрирования с применением четырехугольных симплекс-элементов с моделью материала Джонсона – Кука в LS-DYNA  $n \approx 1,50$  (рис. 5.2 и унок 5.3).

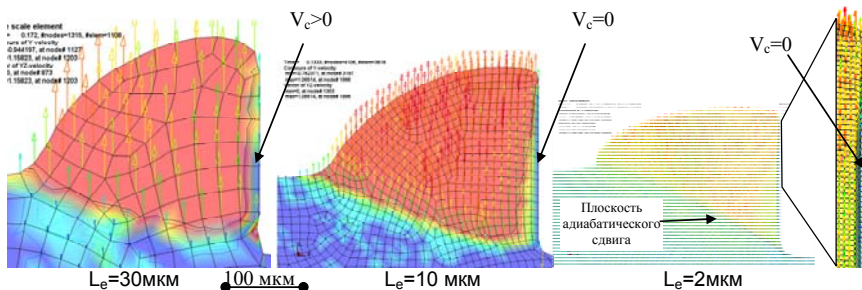


Рисунок 5.2 – Влияние размера 2D-сетки на размер зоны вторичных деформаций: сталь AISI 1045,  $\mu = 0,8$ ,  $V = 150$  м/мин,  $a = 0,1$  мм. Модель реализована LS-DYNA

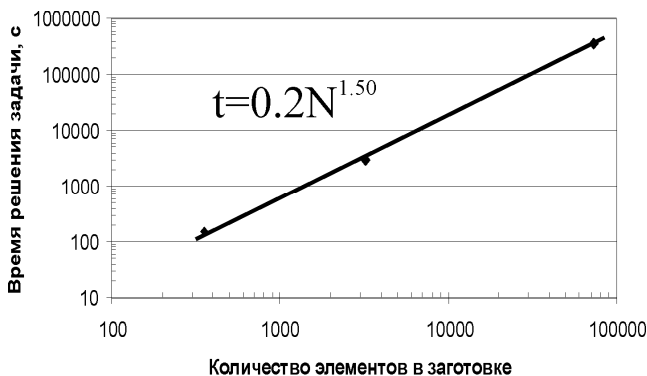


Рисунок 5.3 – Влияние количества элементов на время решения задачи, представленной на рис. 5.2

Путем моделирования процесса прямоугольного резания с применением описанного закона трения получена конечно-элементная сетка, обеспечивающая формирование при стружкообразовании застойной зоны и реализующая сдвиг в объеме стружки (рис. 5.2). Учитывая требования к ресурсоемкости и информативности модели, можно утверждать, что эффект от реализации описанного закона трения зависит от уровня детализации модели процесса резания следующим способом:

- на уровне детализации «Лезвие» – закон  $\tau_{\max} = \tau_i(\sigma_n, \varepsilon_p, V_c, T)$ , который отражает внешнее трение при  $\Upsilon \rightarrow 0$  с одновременным уменьшением размера конечных эле-

ментов до 2 мкм на контактной поверхности для моделирования внутреннего трения при  $\dot{\gamma} > 0$ ;

▪ на уровне детализации «Инструмент» – закон  $\tau_{\max} = \min\left(m\sigma_s(\varepsilon_p, \dot{\varepsilon}_p, T), \tau_i(\sigma_n, \varepsilon_p, V_c, T)\right)$ , который отражает конкуренцию внутреннего и внешнего трения без уточнения координаты  $\dot{\gamma}$  реализации сдвига.

Обзор литературы показал, что все еще не разработаны модели, для реализации которых нет необходимости проводить эксперимент по резанию в условиях, которые моделируются. Одним из главных препятствий этого является невозможность прогнозирования сил сопротивления скольжению на контактных поверхностях в условиях высоких контактных давлений и температур. Это обусловлено отсутствием математического аппарата, способного спрогнозировать деформационную составляющую сил трения и экспериментальных методов, позволяющих надежно измерять адгезионную составляющую сил трения для различных температурно-силовых условий на контактной поверхности. Соотношения молекулярно-механической теории, разработанные в работах И. В. Крагельского [48], Т. С. Н. Chils [71], К. Л. Johnson [281], Н. М. Михина [176], М. Б. Демкина и Э. В. Рыжова [179], А. Г. Сулова [178] и др., содержат в общем случае лишь качественное описание явлений, происходящих при скольжении на контактных поверхностях лезвия режущего инструмента, и, большей частью, не приемлемы для моделирования процесса резания из-за своей сложности, учет термомеханического состояния поверхностей контакта через их микротвердость и наличие эмпирических коэффициентов. Особенно это касается соотношений для прогнозирования деформационной составляющей сил сопротивления скольжению. Поэтому является актуальной разработка соотношения для прогнозирования деформационной составляющей сил сопротивления скольжению в форме, связывающей механические свойства контактирующих тел, напряженно-деформированное состояние в контактной поверхности менее твердого тела (стружки), микрогеометрию контактной поверхности более твердого тела (ин-

струмента), нормальные нагрузки на контактной поверхности с касательными напряжениями, возникающими на ней.

### 5.1.2. Расчет деформационной составляющей

В соответствии с молекулярно-механической теорией, как указано в п. 1.2.3.2, деформационное сопротивление скольжению обусловлено многократным деформированием микрообъемов поверхностного слоя внедрившимися неровностями. Поэтому зависимость деформационной составляющей зададим выражением [6, 48]:

$$\tau_d = \tau_d(\sigma_n, \Psi) \text{ или } \tau_d = \mu_d(\sigma_n, \Psi) \cdot \sigma_n. \quad (5.6)$$

Для определения влияния различных факторов на деформационную составляющую сил трения в паре «обрабатываемый-инструментальный материалы» в работе использована конечно-элементная модель системы двух тел, перемещающихся относительно друг друга с постоянной скоростью  $V$  в условиях непрерывного сжатия постоянной силой  $P$  (рис. 5.4) – мягкого режима нагружения. «Заготовка» в начальный момент времени принята абсолютно гладкой, в то время как микрорельеф «инструмента» задавался параметрами  $Ra$ ,  $t_m$ ,  $S_m$  в соответствии с такой моделью

$$y(x) = y_{\text{регуляр}}(x) + y_{\text{случайная}}(x), \quad y_{\text{регуляр}}(x) = f(Ra, t_m, S_m),$$

$$y_{\text{случайная}} = rnorm(M_s, D_s), \quad (5.7)$$

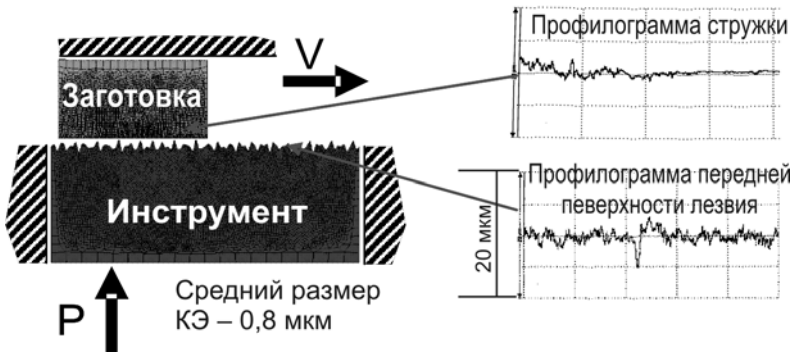


Рисунок 5.4 – Расчетная схема

где  $M_s$  – математическое ожидание случайной высоты микронеровностей;  $D_s$  – дисперсия отклонения случайной высоты микронеровностей. Исследуемый участок контактной поверхности составлял приблизительно 120 мкм. Средний размер конечного элемента – 0,8 мкм.

В зависимости от  $t_m$  функция  $y_{\text{регуляр}}(x)$  определялась следующим соотношением:

$$y_{\text{регуляр}}(x) = f(Ra, t_m, S_m) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{S_m}l\right) \text{ при } t_m \rightarrow 50\%, \\ k_{30}\left(\frac{2l'}{S_m}-1\right)^6 \text{ при } t_m \rightarrow 30\%, \\ -k_{70}\left(\frac{2l'}{S_m}-1\right)^6 \text{ при } t_m \rightarrow 70\%, \end{cases} \quad (5.8)$$

где  $l' = l - [l/S_m]S_m$ ,  $t_m$  – относительная опорная длина на высоте средней линии;  $S_m$  – шаг микронеровностей на высоте средней линии. Форма микронеровностей, рассчитанная по формуле (5.8), показана на рис. 5.5.

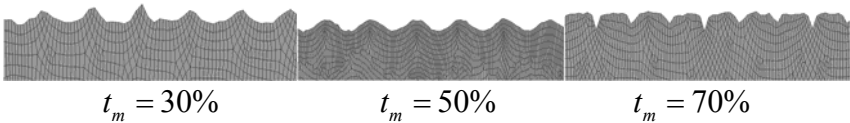


Рисунок 5.5 – Модель микрогеометрии поверхности «инструмента» при различных значениях относительной опорной длины на высоте средней линии  $t_m$

Оба тела считались деформируемыми. Определяющее уравнение заготовки соответствовало упругопластическому телу из

стали 45 твердостью 180 НВ в форме Джонсона – Кука [267], МПа, без учета скорости деформации и температуры:

$$\sigma_s = 553 + 601\epsilon_p^{0,234} . \quad (5.9)$$

Предполагалось, что разрушение поверхности заготовки возможно при накоплении в конечном элементе пластических деформаций на уровне 2,5 [36]. Разрушение реализовывалось удалением конечных элементов из КЭ-сетки.

«Инструмент» считался упругопластическим телом с бесконечной прочностью. Определяющее уравнение соответствовало твердому сплаву ВК8, МПа, и имело следующий вид [282]:

$$\sigma_s = 400 + 237000\epsilon_p .$$

Другие параметры материалов принимались следующими:  $E_{инструмента} = 560$  ГПа,  $\mu_{инструмента} = 0,25$ ,  $\mu_{заготовки} = 0,3$ .

Для исследования влияния различных факторов на коэффициент трения параметры модели изменялись в таких диапазонах:  $E_{заготовки}$  от 100 до 400 Гпа,  $\sigma_T$  – от 250 до 1000 МПа,  $Ra$  – от 0,4 до 1,6 мкм,  $t_m$  – от 30 до 70%,  $\sigma_n$  – от 85 до 850 МПа при  $S_m = 20$  мкм.

В результате расчета было установлено, что при соотношении  $\sigma_n/\sigma_s (\epsilon_p = 0) > 0,5$  форма контактной поверхности заготовки полностью меняется на первых микрометрах относительного скольжения за счет ее пластической деформации и упрочнения микронеровностями инструмента (рис. 5.6). То есть происходит адаптация поверхности заготовки к условиям скольжения. Глубина этих изменений в опытах составляла 2–5 мкм. Путь, необходимый для завершения этой адаптации, составлял около 60 мкм. Во время адаптации поверхности величина накопленных пластических деформаций постоянно увеличивается и по ее завершении достигает равновесной величины, обеспечивающей достаточную прочность поверхности для сопротивления проникновению в нее микронеровностей, находящихся на поверхности лезвия инструмента (рис. 5.7).

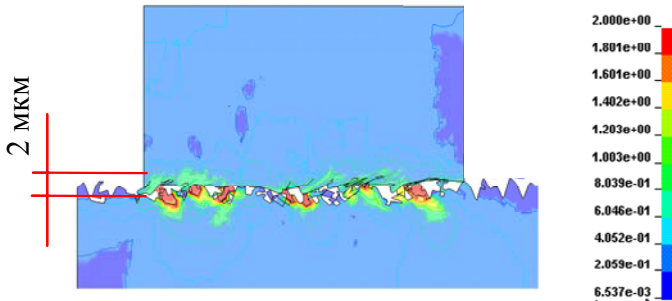


Рисунок 5.6 – Контактные поверхности заготовки и инструмента при  $\sigma_n = 550$  МПа после относительного скольжения на пути 40 мкм

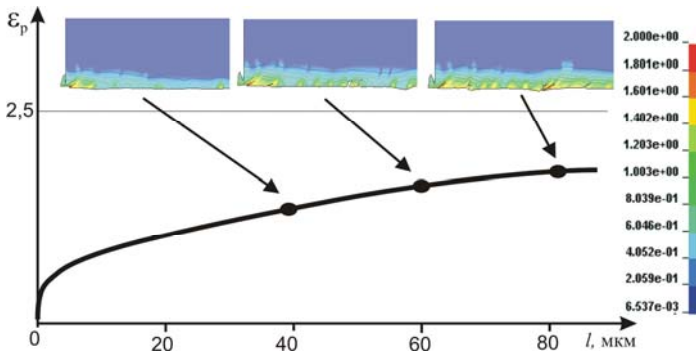


Рисунок 5.7 – Типичное изменение величины пластической деформации поверхности заготовки во время ее скольжения относительно шероховатой поверхности инструмента

Анализ влияния различных факторов показал, что существует удовлетворительная корреляция коэффициента деформационной составляющей внешнего трения  $\mu_d$  лишь с отношением фактических напряжений  $\sigma_{nr}$  на контактной поверхности к фактическому пределу текучести поверхности заготовки (рис. 5.8), что позволяет с удовлетворительной погрешностью определять  $\mu_d$  из эмпирического уравнения:

$$\mu_d = 0,150 \left( \sigma_{nr} / \sigma_S \left( \bar{\varepsilon}_p, \dot{\bar{\varepsilon}}_p, T \right) \right)^{2,3}. \quad (5.10)$$

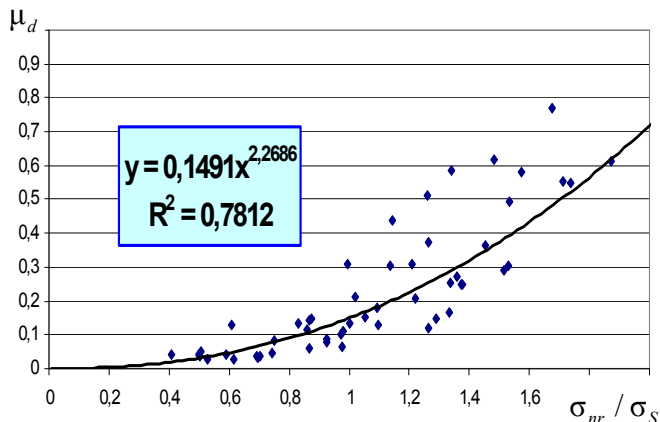


Рисунок 5.8 – Влияние отношения фактических нормальных напряжений на контактной поверхности к фактическому пределу текучести поверхности заготовки на величину деформационной составляющей коэффициента трения в пределах исследуемой области варьирования параметров модели

Известно, что фактические нормальные напряжения  $\sigma_{nr}$  определяются отношением  $K_r = A_r / A_0$ :  $\sigma_{nr} = \sigma_n / K_r$ . Проведенные исследования показали, что из всех возможных параметров контактной пары коэффициент  $K_r$  коррелирует лишь со приведенным модулем упругости

$$E^* = \left( \frac{1 - \nu_{инструмента}^2}{E_{инструмента}} + \frac{1 - \nu_{заготовки}^2}{E_{заготовки}} \right)^{-1},$$

с соотношением  $\sigma_n / \sigma_S (\bar{\varepsilon}_p, \dot{\varepsilon}_p, T)$ , наибольшей высотой выступов (глубиной сглаживания)  $R_p$  и относительной опорной длиной на высоте средней линии  $t_m$ .

Аппроксимация этих зависимостей (рис. 5.9) позволила установить соотношение для прогнозирования коэффициента  $K_r$ :

$$K_r = \frac{A_r}{A_0} \approx 1 - e^{-c_r \frac{\sigma_n}{\sigma_S}}, \quad (5.11)$$



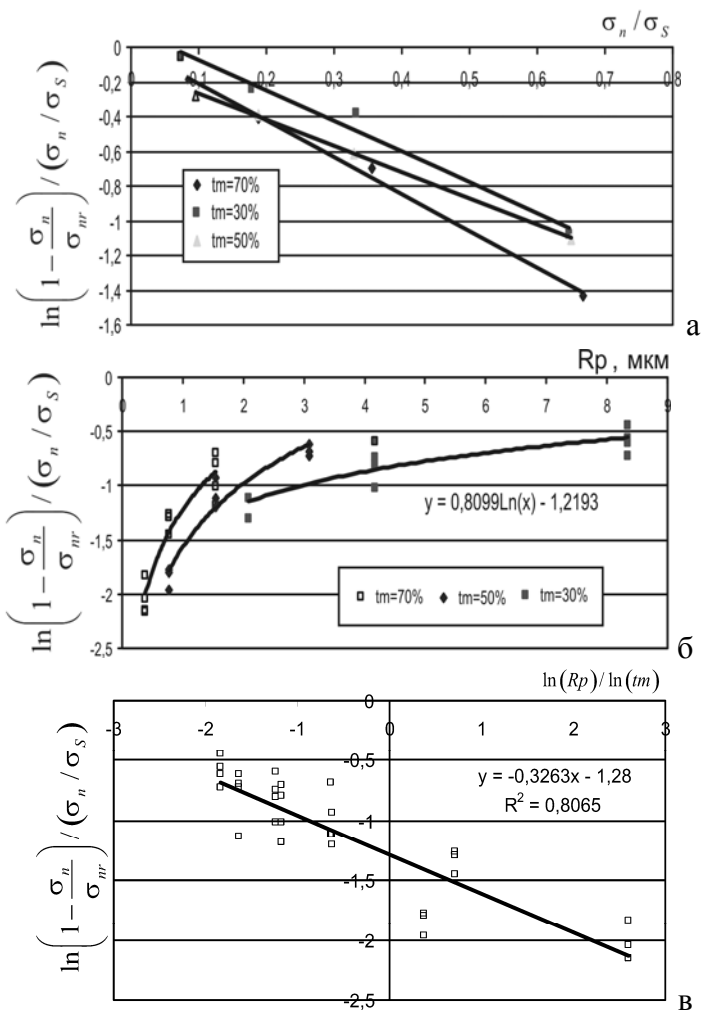


Рисунок 5.9 – Влияние нормальных напряжений (а), наибольшей высоты микровыступов (б), отношения логарифма наибольшей высоты микровыступов к логарифму опорной длины на высоте средней линии (в) и сводного модуля упругости (г) на соотношение между номинальными напряжениями и фактическими пределом текучести

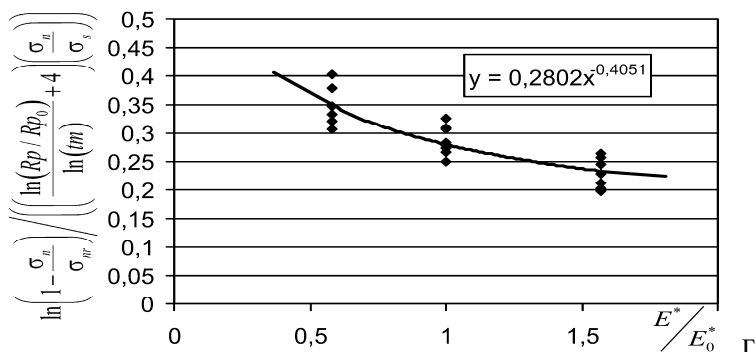


Рисунок 5.9 - Продолжение

где  $c_r = 0,33 \left(\frac{E^*}{E_0}\right)^{-0,4} \left(\frac{\ln(Rp/Rp_0)}{\ln(tm)} + 4,0\right)$  при  $Rp_0 = 1$  мкм и

$E_0^* = 163$  ГПа для исследуемых условий взаимодействия стали с твердым сплавом. Проверка формулы (5.11) показала, что среднее квадратичное отклонение прогноза  $K_r$  в диапазоне от 0,05 до 0,8 составляет 0,054, что свидетельствует о достаточной точности прогноза  $K_r$  при больших (больше 0,25) его значениях, соответствующих большим нормальным напряжениям на контактной поверхности лезвия.

### 5.1.3. Роль деформационной составляющей силы сопротивления скольжению при резании

Анализ формул (5.10) и (5.11) показывает, что с увеличением упрочнения контактной поверхности заготовки при прочих равных условиях фактическая площадь контакта будет уменьшаться, а, следовательно, будут возрастать фактические нормальные напряжения и коэффициент  $\mu_d$ . При разупрочнении следует ожидать обратный процесс. Это объясняет изменение роли деформационной составляющей в суммарной силе трения на контактной поверхности лезвия при повышении температуры резания (рис. 5.10). Рассматривая процесс стружкообразования несколько изношенным лезвием, когда высота микронеровно-

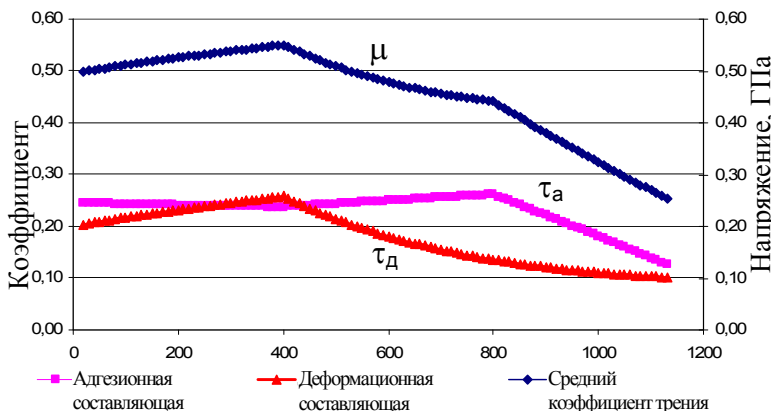


Рисунок 5.10 – Изменение соотношения между адгезионной и деформационной составляющими касательных напряжений с изменением температуры: сталь 45 – Т15К6;  $R_p = 0,8$  мкм;

$t_m = 70\%$ ;  $\tau_0 = 100$  МПа,  $\beta = 0,2$  [49];  $V = 150$  м/мин,  $a = 0,2$  мм

стей в несколько раз больше начальной, путем моделирования было установлено, что при повышении температуры резания доля деформационной составляющей касательных напряжений уменьшается, а адгезионной возрастает, что объясняет некоторое увеличение коэффициента трения с повышением скорости резания в диапазоне тех скоростей резания, при которых имеет место наростообразование (рис. 5.11). Учитывая данные раздела 4 и полученные результаты приходим к выводу, что при малых и средних температурах адгезионная и деформационная составляющие практически одинаковы, при высоких – деформационная составляющая уменьшается.

#### 5.1.4. Влияния параметров модели трения на распределение контактных напряжений

##### 5.1.4.1. Расчетная схема

Расчетная схема представляет собой твердосплавное лезвие с передним углом  $\gamma$  и задним углом  $\alpha$ , которое, перемещаясь с постоянной скоростью резания  $V$ , срезает с плоской заготовки слой

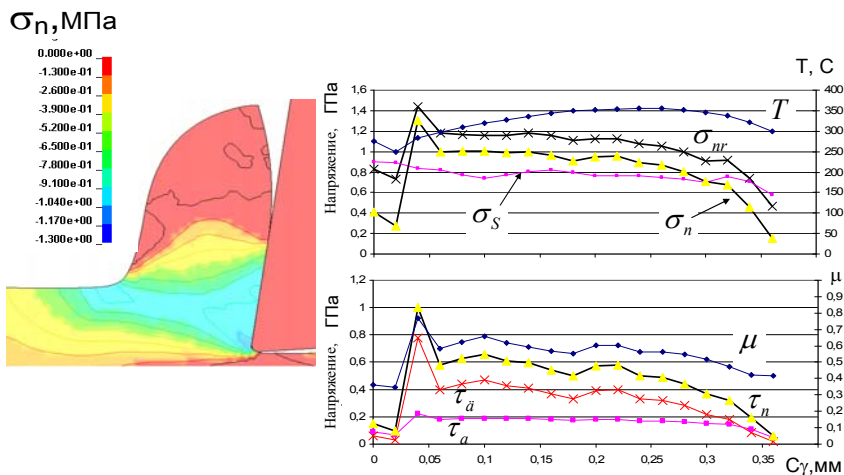


Рисунок 5.11 – Изменение соотношения между адгезионной и деформационной составляющими касательных напряжений с увеличением расстояния от режущей кромки.

Условия по рис. 5.10.

постоянной толщины  $a$ . Ширина лезвия на 20% больше ширины заготовки. Выбрана ширина заготовки выбрана 2 мм, поскольку это минимальная ширина, реализующая условия плоской деформации в плоскости симметрии модели. Обработка выполняется без СОТС. Скорость резания – 100 м/мин, толщина среза – 0,15 мм.

В рассмотренном случае приняты допущения: технологическая система принята абсолютно жесткой, лезвие – абсолютно-жестким, идеальной формы, без покрытия, заготовка представлена прямоугольным параллелепипедом из упруго-пластического материала с толщиной под поверхностью резания, равной одной толщине среза. Рассмотрен случай расчета температурного поля, сформированного в результате теплопроводности.

Граничные условия при определении напряженно-деформированного состояния реализованы жестким закреплением основания прямоугольной заготовки и ограничением перемещения лезвия в направлении оси  $Y$ . Нагрузки прикладывались к инстру-

менту его перемещением в направлении, противоположном положительному направлению оси  $X$ , со скоростью резания.

Характерный размер КЭ избран таким образом, чтобы обеспечить не менее 10 элементов по толщине срезаемого слоя. Этим обеспечивается погрешность в определении толщины стружки около 10% (удаляется 1 элемент стружки из 10 по толщине).

#### 5.1.4.2. План модельного эксперимента

Рассмотрим план модельного эксперимента (табл. 5.1). Во всех виртуальных испытаниях неизменными оставались факторы:  $V = 100$  м/мин,  $S = 0,15$  мм/об,  $b = 1$  мм,  $\gamma = 0^\circ$ ,  $\alpha = 10^\circ$ ,  $\rho = 20$  мкм. Диапазон изменения коэффициента внешнего трения  $\mu$  выбран в пределах от 0 до 1 для исследования ситуаций, в реальности пока невозможных, но которые потенциально могут представлять интерес. Величина  $\tau_{\max} = 2000$  МПа выбрана с целью исследования ситуации отсутствия внутреннего трения на контактной поверхности, поскольку при таких напряжениях условие внутреннего трения не будет выполнено в любом случае.

Таблица 5.1 – План эксперимента

№	Факторы, варьировавшиеся в испытаниях		
	$\mu$	$\tau_{\max 45}$ , МПа	$\tau_{\max 12X18H10T}$ МПа
1	0,25	106	58
2	0,25	319	176
3	0,25	2000	2000
4	0,75	106	58
5	0,75	319	176
6	0,75	2000	2000
7	1,00	106	58
8	1,00	319	176
9	1,00	2000	2000
10	0	2000	2000

Для базового режима резания рассмотрено влияние коэффициента внешнего трения и максимальных касательных напряжений в условиях резания сталей 45 и 12X18H10T. Вычисления выполнялись на ПЭВМ CELERON 1.7 ГГц с объемом оперативной памяти 512 Мб. Время вычисления одной точки плана в среднем составило 6 часов.

### 5.1.4.3. Результаты исследований и их анализ

Результаты вычислительного эксперимента показывают, что параметры  $\mu$  и  $\tau_s$  сложно, но однозначно влияют на интегральные показатели процесса резания (табл. 5.2, 5.3 и рис. 5.12 и 5.13). Как видим из рис. 5.12, при большом значении предельных касательных напряжений  $\tau_s$  по мере увеличения коэффициента внешнего трения  $\mu$  проекции силы резания и температура резания возрастают монотонно при значениях  $\mu \leq 0,75$  как для стали 45, так и для стали 12X18H10T, что обусловлено возможностью скольжения стружки по передней поверхности, что видно на рис. 5.11. При  $\mu = 0$  действительно имеет место скольжение на передней поверхности, о чем свидетельствует близкая к скорости резания величина скорости относительного скольжения (1,2 м/с при скорости резания 1,6 м/с).

При значениях  $\mu > 0,75$  монотонность нарушается вследствие того, что сила сопротивления сдвигу на поверхности контакта превышает силу, сдвигающую стружку. В зависимости от предела текучести обрабатываемого материала может либо продолжаться скольжение, либо происходить уже образование наплыва без скольжения вместо образования стружки перед передней поверхностью. Если предел текучести обрабатываемого материала существенно уменьшается по мере повышения температуры, как, например, у стали 45 ( $m = 1$  в модели материала), то скольжение вдоль передней поверхности продолжается при больших  $\mu$  из-за сдвигов, происходящих в приконтактном слое стружки, прочность которого снижается за счет повышения температуры с увеличением  $\mu$ .

Таблица 5.2 – Результаты модельного эксперимента  
по резанию стали 45

$V$ , м/мин	$S$ , мм/об	$b$ , мм	$\mu$	$\tau_s$ , МПа	$\gamma$ , $^\circ$	$\alpha$ , $^\circ$	$\rho$ , мм	$P_z$ , Н	$T$ , $^\circ\text{C}$	$P_y$ , Н	$\sigma_n$ , МПа	$\tau_n$ , МПа
100	0,15	1	0,25	106	0	10	0,02	350	370	60	1250	101
100	0,15	1	0,75	106	0	10	0,02	340	360	60	1250	100
100	0,15	1	1	106	0	10	0,02	350	370	50	1300	110
100	0,15	1	0,25	319	0	10	0,02	380	450	92	1150	200
100	0,15	1	0,75	319	0	10	0,02	380	500	120	1200	310
100	0,15	1	1	319	0	10	0,02	410	520	130	1200	315
100	0,15	1	0	2000	0	10	0,02	330	340	40	1250	0
100	0,15	1	0,25	2000	0	10	0,02	380	480	100	1150	290
100	0,15	1	0,75	2000	0	10	0,02	470	700	250	1000	600
100	0,15	1	1	2000	0	10	0,02	460	880	250	830	500

Таблица 5.3 – Результаты модельного эксперимента  
по резанию стали 12X18H10T

$V$ , м/мин	$S$ , мм/об	$b$ , мм	$\mu$	$\tau_s$ , МПа	$\gamma$ , $^\circ$	$\alpha$ , $^\circ$	$\rho$ , мм	$P_z$ , Н	$T$ , $^\circ\text{C}$	$P_y$ , Н	$\sigma_n$ , МПа	$\tau_n$ , МПа
100	0,15	1	0,25	58	0	10	0,02	350	440	60	1350	62,5
100	0,15	1	0,75	58	0	10	0,02	375	440	51	1400	50
100	0,15	1	1	58	0	10	0,02	350	445	65	1350	53
100	0,15	1	0,25	176	0	10	0,02	380	470	110	1300	130
100	0,15	1	0,75	176	0	10	0,02	385	470	92	1300	170
100	0,15	1	1	176	0	10	0,02	430	550	120	1600	170
100	0,15	1	0	2000	0	10	0,02	375	430	50	1400	-1
100	0,15	1	0,25	2000	0	10	0,02	400	525	135	1300	300
100	0,15	1	0,75	2000	0	10	0,02	550	700	345	1150	550
100	0,15	1	1	2000	0	10	0,02	740	700	375	1000	568

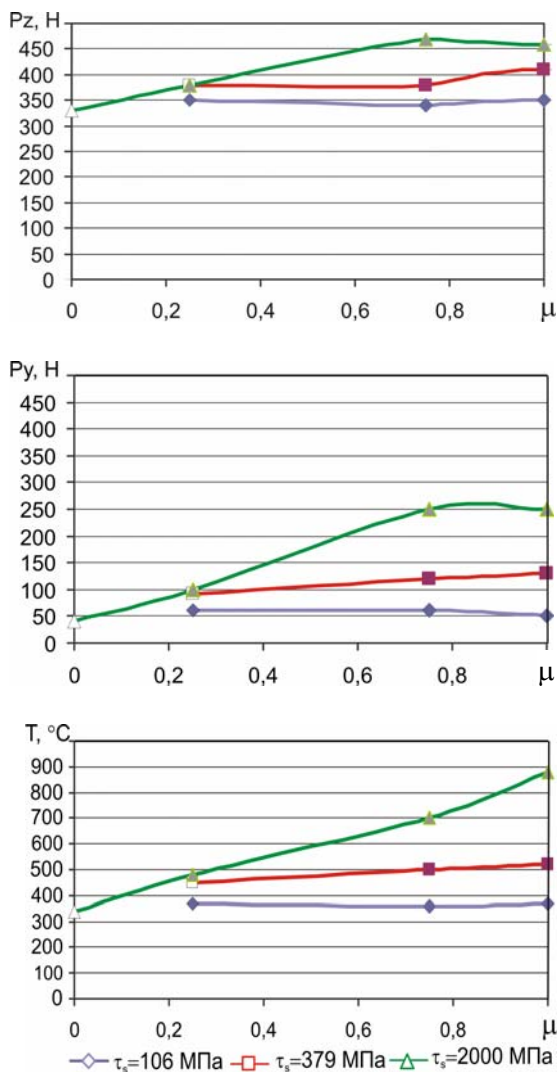


Рисунок 5.12 – Влияние параметров модели трения на интегральные показатели процесса резания стали 45



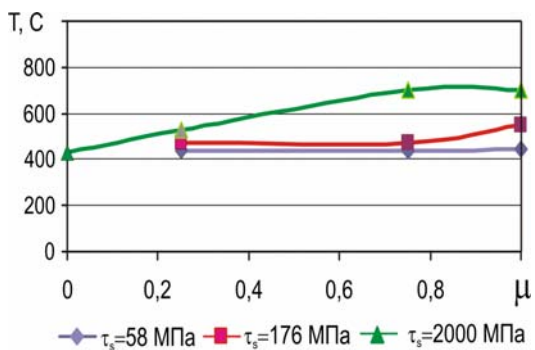
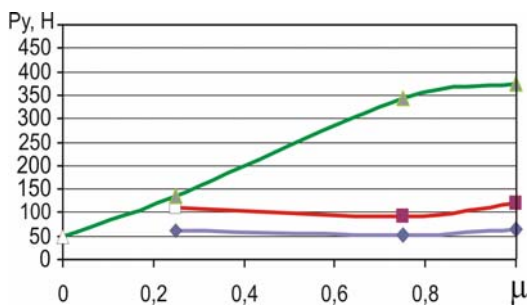
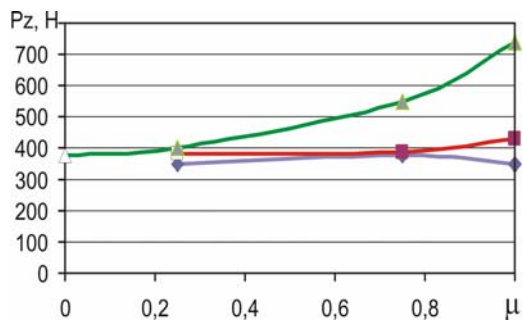


Рисунок 5.13 – Влияние параметров модели трения на интегральные показатели процесса резания стали 12Х18Н10Т

Если же предел текучести обрабатываемого материала существенно снижается с повышением температуры, как, например, у стали 12X18H10T ( $m = 0,517$  в модели материала), то энергетически легче деформироваться материалу в объеме срезаемого слоя и формирование наплыва перед режущим лезвием происходит в течение большого промежутка времени. Это хорошо видно на рис. 5.14, б, где скольжение при  $\mu = 1,0$  на поверхности контакта практически отсутствует – скорость относительного скольжения равна 0. Перемещение материала из срезаемого слоя в стружку происходит на внешней поверхности срезаемого слоя и образуется наплыв.

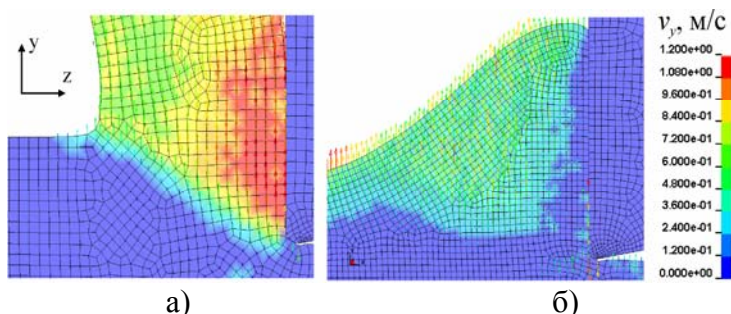


Рис. 5.14 Распределение скоростей в плоскости передней поверхности (в направлении оси  $y$ ) через 3 мм пути резания для случаев образования стружки (а) при  $\mu = 0$ ,  $\tau_s = 2000$  МПа, сталь 45 и образования наплыва (б) при  $\mu = 1,0$ ,  $\tau_s = 2000$  МПа, сталь 12X18H10T

Ситуация меняется, если предельные напряжения  $\tau_s$  конечны. Если  $\tau_s$  равны  $\sigma_s / \sqrt{3}$  (для стали 45  $\sigma_s = 553$  МПа, для 12X18H10T  $\sigma_s = 305$  МПа), то, как видно из рис. 5.13, коэффициент  $\mu$  практически перестает влиять на показатели процесса резания в связи с тем, что напряжения на большей части границы контакта определяются величиной  $\tau_s$  как для стали 45 (см. рис. 5.15), так и для стали 12X18H10T (см. рис. 5.16).

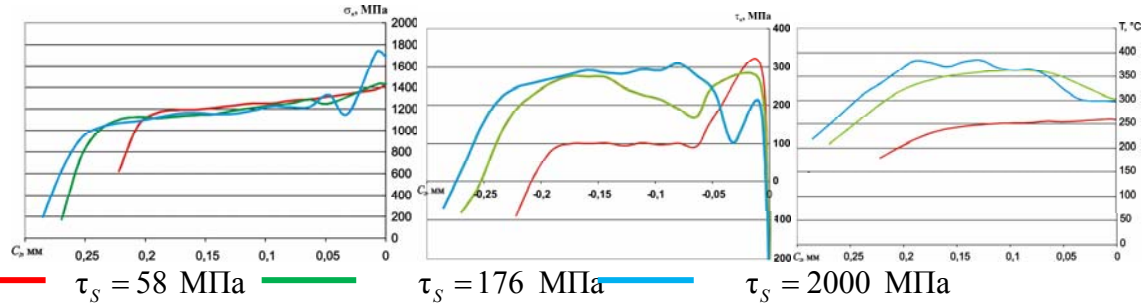


Рисунок 5.15 – Влияние величины предельных напряжений  $\tau_s$  на распределение контактных напряжений при резании стали 45 с  $\mu = 0,25$

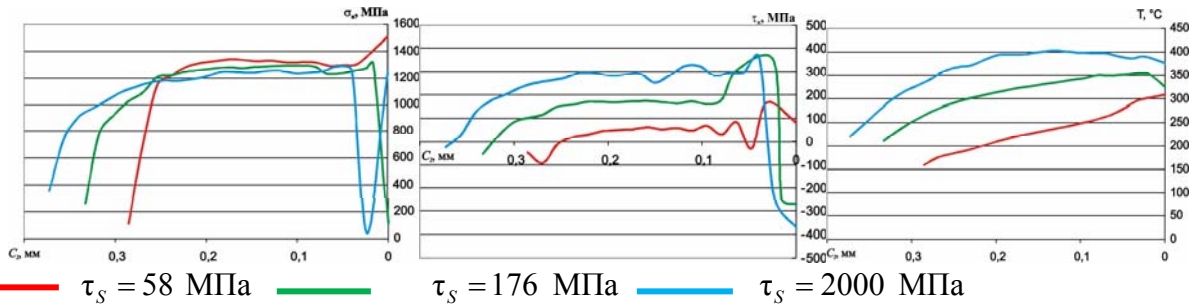


Рисунок 5.16 – Влияние величины предельных напряжений  $\tau_s$  на распределение контактных напряжений при резании стали 12X18H10T с  $\mu = 0,25$

Полученные в исследовании распределения контактных напряжений в полной мере отвечают современным представлениям о распределении напряжений на контактной границе между стружкой и инструментом (см. разд. 1). Как видно из рис. 5.15 и 5.16, нормальные напряжения всегда больше касательных напряжений. И нормальные, и касательные напряжения непрерывно увеличиваются при приближении к режущей кромке. Касательные напряжения имеют участки с распределением, близким к равномерному. Имеет место экстремальное распределение контактной температуры на передней поверхности.

Важно отметить тенденции в изменении распределения контактных напряжений с изменением параметров модели трения. Для обеих рассмотренных сталей с увеличением коэффициента  $\mu$  при  $\tau_s = 0$  наблюдается увеличение величины касательных напряжений и уменьшение нормальных напряжений (рис. 5.17 и 5.18) на поверхности контакта. Вместе с тем с увеличением  $\mu$  длина контакта на передней поверхности увеличивается, что приводит, несмотря на уменьшение нормальных напряжений, к увеличению главной проекции силы резания (см. рис. 5.12 и 5.13). Например, для стали 45 с увеличением  $\mu$  от 0 до 1 длина контакта увеличивается с 0,23 до 0,46 мм (рис. 5.17), средние нормальные напряжения  $\sigma_n$  уменьшаются с 1250 МПа до 830 МПа (см. табл. 5.2, рис. 5.17), а главная проекция силы резания увеличивается с 325 до 450 МПа (на 38%) и радиальная проекция увеличивается с 50 МПа до 250 МПа (в 5 раз). Такое значительное различие в степени увеличения главной  $P_z$  и радиальной  $P_y$  проекций силы резания объясняется тем, что при  $\gamma = 0^\circ$  и нулевой фаске износа на задней поверхности  $P_z$  определяется лишь нормальными напряжениями (уменьшаются) и площадью контакта (увеличивается), в то время как  $P_y$  определяется в основном касательными напряжениями (увеличиваются) и площадью контакта (увеличивается). В первом случае эффекты компенсируются и получаем малое увеличение  $P_z$  с увеличением  $\mu$ , а во втором – эффекты складываются и получаем большое увеличение  $P_y$ .

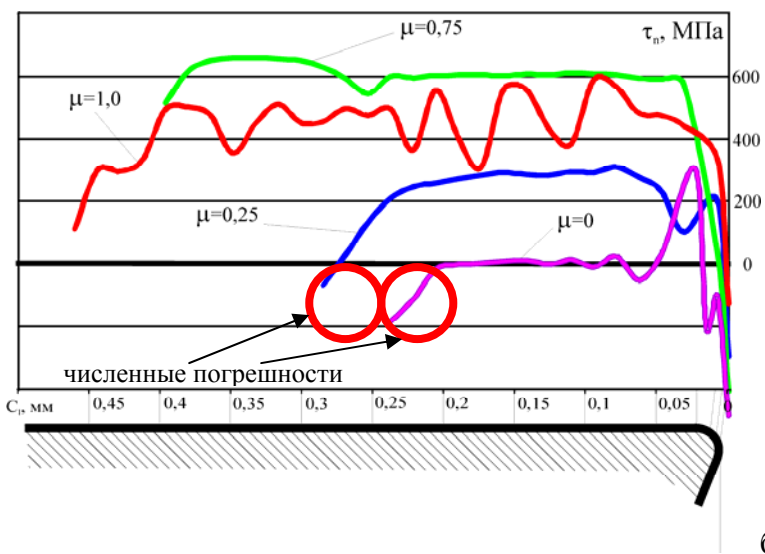
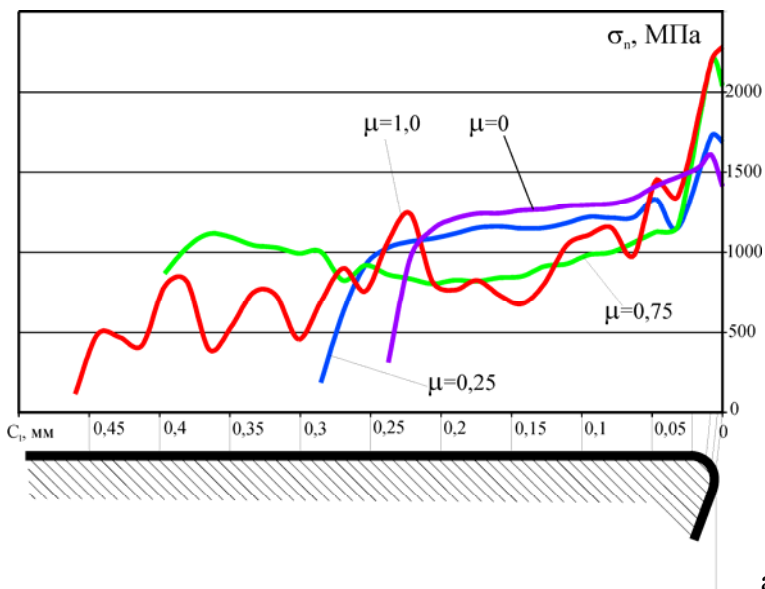


Рисунок 5.17 – Распределение нормальных и касательных напряжений при различных коэффициентах трения (при точении стали 45)

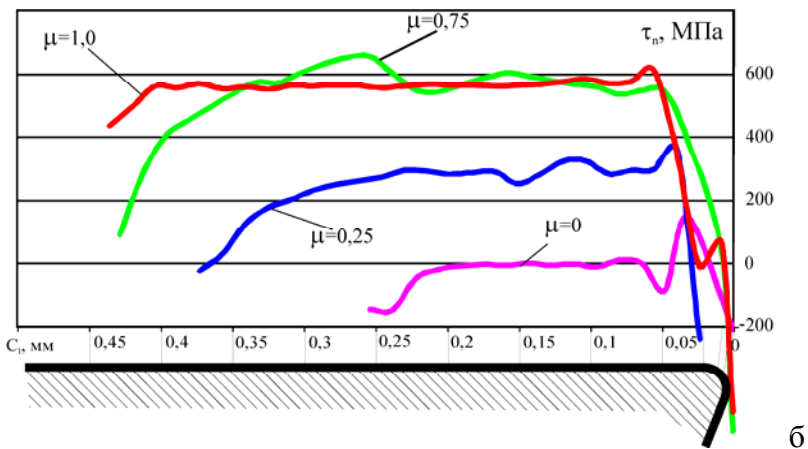
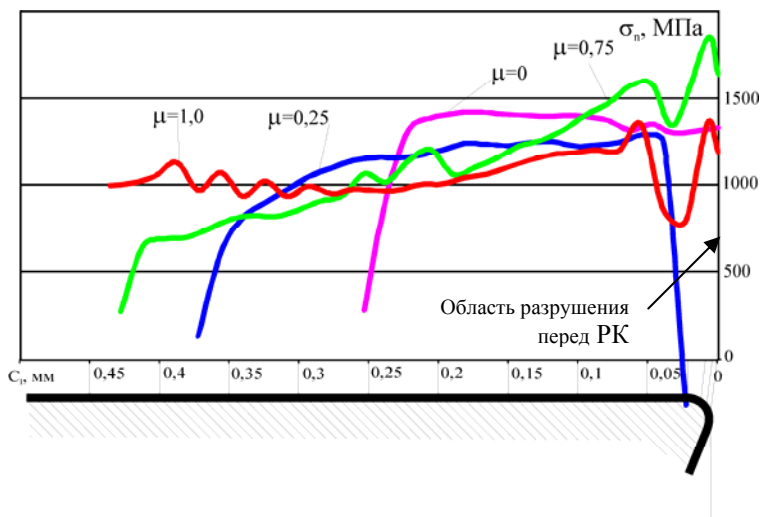


Рисунок 5.18 – Распределение нормальных и касательных напряжений при различных коэффициентах трения (при точении стали 12X18H10T)

Можно заметить, что при резании рассмотренных сталей как при  $\tau_s = \infty$ , так и при  $\tau_s \leq \sigma_s / \sqrt{3}$ , в том числе и при  $\mu \rightarrow 0$ , можно наблюдать в распределении касательных напряжений достаточно протяженный участок с близким к равномерному распределением напряжений. Вместе с тем при  $\tau_s = \infty$  эпюры распределений нормальных напряжений близки по форме к эпюрам распределений касательных напряжений, в то время как при  $\tau_s \leq \sigma_s / \sqrt{3}$  эпюры распределений нормальных напряжений независимы от распределения касательных напряжений (см. рис. 5.15 и рис. 5.17 для стали 45; см. рис. 5.16 и рис. 5.18 для стали 12X18H10T). Это свидетельствует о том, что распределение контактных касательных напряжений определяется не только наличием схватывания в зоне вторичных деформаций и пластического контакта, но и геометрической конфигурацией зоны резания. Поэтому даже при наличии скольжения и допущении о кулоновском трении возможно получить равномерные распределения касательных напряжений на передней поверхности, что не допускается классическими теориями (см. раздел 1).

Необходимо также отметить, что с увеличением  $\tau_0$  составляющей адгезионного трения даже при  $\tau_0 \rightarrow 0$  имеет место возрастание коэффициента трения на передней поверхности при удалении от режущей кромки. Это возрастание тем больше, чем больше  $\beta_0$  за счет изменения эпюры распределения нормальных и касательных напряжений, и тем больше, чем больше  $\tau_0$  за счет возрастания абсолютной величины отношения  $\tau_n / \sigma_n$  при  $\sigma_n \rightarrow 0$ . Сказанное выше объясняет известное из эксперимента увеличение коэффициента трения  $\mu$  при удалении от режущей кромки.

Интересно отметить (рис. 5.15 и 5.16), что при  $\tau_s = \infty$  максимальная контактная температура имеет место приблизительно в середине площадки контакта стружки с лезвием. В то же время с уменьшением  $\tau_s$  максимум контактной температуры уменьшается и смещается к режущей кромке. Это, очевидно, вызвано увеличением воздействия теплоты пластической деформации на темпера-

туру стружки в сравнении с теплотой трения при уменьшении  $\tau_s$ . Максимальное значение  $\bar{\mu}$  в расчетах оказалось практически одинаковым для обеих сталей и приблизительно равнялось 0,6 (рис. 5.19). Однако из-за различной величины предела текучести в реальных условиях резания средние коэффициенты трения будут разными. Причем в связи с большей способностью к упрочнению стали 12X18H10T в сравнении со сталью 45 следует ожидать в первом случае больший средний коэффициент трения (рис. 5.19).

Такое поведение контактных напряжений в связи с изменением параметров модели трения  $\mu$  и  $\tau_s$  служит причиной изменения и среднего коэффициента трения  $\bar{\mu}$ . Расчеты показывают (рис. 5.19), что средний коэффициент трения  $\bar{\mu}$  увеличивается с увеличением как  $\mu$ , так и  $\tau_s$ . Это связано как с увеличением сил сопротивления скольжению при увеличении  $\mu$ , так и с увеличением их максимально допустимой в заданных условиях величины  $\tau_s$ . Характерное постоянство  $\bar{\mu}$  в области больших  $\mu$  и  $\tau_s$  обусловлено отсутствием скольжения на передней поверхности.

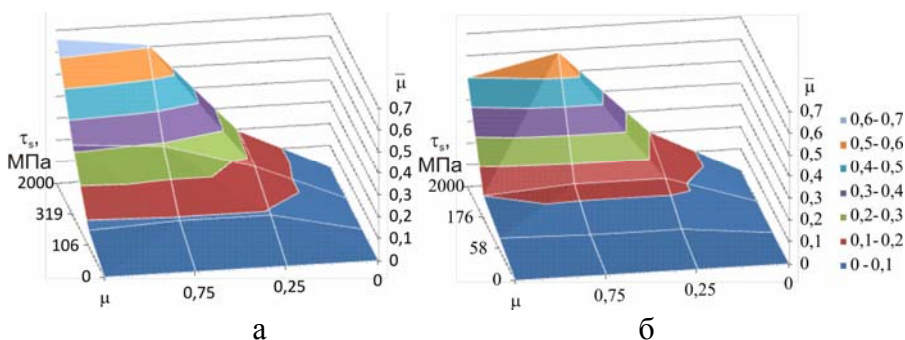


Рисунок 5.19 – Влияние параметров модели трения ( $\mu$  и  $\tau_s$ ) на средний коэффициент трения  $\bar{\mu}$  при прямоугольном резании стали 45 (а) и стали 12X18H10T (б)



## 5.2. Исследование деформации в зоне первичных деформаций при высоких скоростях резания

Для решения проблемы прогнозирования стружки адиабатического сдвига, образующейся при обработке некоторых материалов, например, титановых сплавов, были исследованы причины потери устойчивости процессом пластического деформирования. Учитывая то, что даже при скоростях 10–20 м/мин скорость деформации может составлять  $10^2 - 10^3 \text{ с}^{-1}$ , среди других причин адиабатическое повышение температуры и соответствующее разупрочнение обрабатываемого материала могут быть главными причинами потери устойчивости. Адиабатическая температура в данном конечном элементе в заданный момент времени  $\tau$  равна:

$$T_{ad} = \int_0^{\tau} \frac{\sigma_s \dot{\epsilon}_p}{C_m \rho} d\tau. \quad (5.12)$$

Вместе с тем, как показали пробные расчеты, увеличение объемной теплоемкости и теплопроводности с повышением температуры существенно увеличивают критическую для образования стружки адиабатического сдвига скорость резания. Поэтому была выдвинута гипотеза, что существует другое явление, которое способствует повышению адиабатической температуры.

В монографиях по физике и термодинамике твердых тел [120, 283, 284] показано, что количество теплоты  $\delta Q$ , необходимое для изменения температуры системы на  $dT$ , зависит от характера происходящего процесса. Поэтому и теплоемкость  $C = \delta Q/dT$  системы также зависит от условий, при которых она определяется. Поэтому классическое положение в теплофизике резания [20] о зависимости объемной теплоемкости  $C_V = C_m \rho$  лишь от температуры или ее постоянности нуждается в уточнении. При больших деформациях сжатия изменяется плотность  $\rho$  деформированного материала:

$$\rho = \rho_0 / v_r, \quad v_r = V / V_0, \quad (5.13)$$

где  $V$  и  $V_0$  – объемы некоторой части тела после и до деформирования. Исходя из того, что при обработке сталей давление в области режущей кромки может составлять 1–2 ГПа, относительное изменение объема, согласно линейной теории упругости, может равняться 0,5–1%. Учитывая нелинейные эффекты, имеющие место при больших деформациях, например, разрушение, относительное изменение объема может достигать десятков процентов уже при пластических деформациях в 20–30%.

С физической точки зрения это эквивалентно образованию пор при больших деформациях, которые описывал П. У. Бриджмен в своих работах [35]. Виртуальные эксперименты по стандартным испытаниям показали, что указанное явление объясняет деформационное разупрочнение по мере увеличения скорости деформации (рис. 5.20): с увеличением деформации увеличение объема приводит к уменьшению плотности и объемной теплоемкости, которая при высоких скоростях деформации вызывает повышение скорости, увеличение температуры и преждевременную потерю устойчивости деформирования. Поскольку описанное явление имеет место лишь при растяжении, то этого недостаточно, чтобы объяснить потерю устойчивости деформации при сдвигах в условной плоскости сдвига при резании.

Деформация приводит к увеличению дислокаций и дефектов кристаллических решеток. Отдельные исследования свидетельствуют о том, что с увеличением дефектов теплоемкость тела уменьшается. На основе такого качественного описания в работе предложено определять теплоемкость при заданной деформации, в том числе сдвиге, выражением

$$C_{V\delta}(T) = C_{V\epsilon_p=0}(T) / (1 + g \cdot \epsilon_p), \quad (5.14)$$

где  $g$  – константа, имеющая порядок 1. Виртуальные эксперименты по стандартным испытаниям показали, что указанное явление действительно способствует деформационному разупрочнению с увеличением скорости деформации даже при существовании деформаций сдвига.

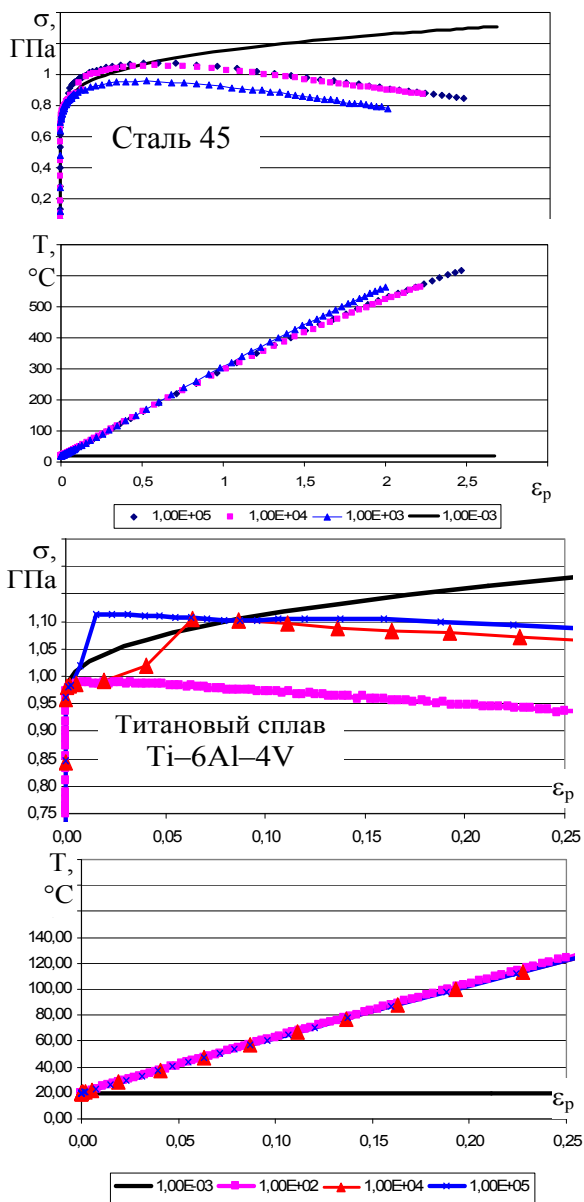


Рисунок 5.20 – Деформационное разупрочнение при высоких скоростях деформации

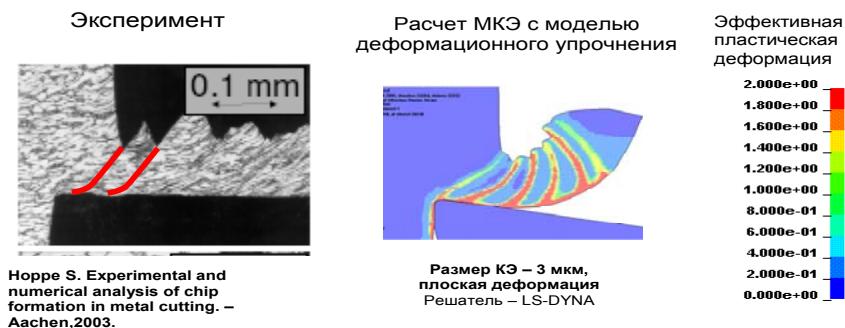


Рисунок 5.21 – Сравнение рассчитанной и экспериментально полученной стружки: титановый сплав ВТ6 (Ti-6Al-4V), точение  $V = 50$  м/мин,  $S = 0,1$  мм/об

Моделирование процесса резания титанового сплава ВТ6 (Ti-6Al-4V) с помощью программы LS-DYNA с модифицированными автором процедурами расчетов напряжений в элементе по модели Джонсона – Кука (см. п. 2.2.2 с учетом формулы (5.14)) показало, что термодинамическое явление действительно приводит к потере постоянства пластической деформации в зоне сдвига во время резания даже при небольших скоростях резания (рис. 5.21) и соответствует экспериментальным данным.

## **РАЗДЕЛ 6.**

### **ПРИНЦИПЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ**

Практическое применение прогнозирующих моделей рабочих процессов резания эффективно тогда, когда обеспечивается решение поставленной задачи исследования и/или оптимизации рабочего процесса в срок, значительно раньше срока, необходимого для проведения экспериментальных исследований. Исходя из того, что проектирование модели связано с выполнением целого ряда этапов, на каждом из которых тратится время и модель приобретает какие-то погрешности, должны быть исследованы вопросы достоверности прогнозирующей модели, причины возникновения отклонений, факторы, с помощью которых возможно контролировать эту погрешность, а также связь погрешности модели с тем временем, которое необходимо для выполнения расчетов. На основе этих исследований должны быть разработаны принципы практического применения конечно-элементных моделей для исследования и оптимизации рабочих процессов резания, обеспечивающих получение результата в кратчайшее время с приемлемой погрешностью. Именно этим вопросам посвящен данный раздел.

#### **6.1. Система критериев достоверности прогнозирующей модели процесса резания**

Одной из главных проблем реализации КЭ - моделей является достижение их достоверности. Это обусловлено как систематической погрешностью самой модели, так и вероятными отклонениями самого процесса резания и всех его параметров от номинальных величин. В современной инженерной практике погрешность прогнозирования показателей различных процессов на уровне 20% считается вполне удовлетворительной. Но это экспертная

величина. На вопрос, какими должны быть формальные критерии достоверности прогнозирующих моделей процесса резания, современная теория резания не дает ответа. Поэтому авторами разработана методика формальной оценки достоверности, основываясь на общих положениях теорий дифференциальных уравнений, регрессионного и дисперсионного анализов.

### **6.1.1. Источники погрешностей**

Как для любой математической модели, так и для прогнозирующей конечно-элементной модели рабочих процессов резания характерны следующие источники погрешностей:

- систематические погрешности математической модели;
- вероятностные погрешности исходных данных;
- систематические и вероятностные погрешности метода вычислений;
- вероятностные погрешности округления.

Систематические погрешности математической модели связаны с теми упрощениями и допущениями, которые введены в математическую модель для обеспечения ее решения, а также с тем незнанием отдельных деталей моделируемого процесса, которое всегда имеет место при описании реальных физических процессов. Комплекс допущений, описанный в разд. 2, вносит систематическую погрешность в разработанную конечно-элементную модель. Однако следует отметить, что принятые допущения с разной степенью влияют на показатели процесса резания. Например, допущение о постоянном коэффициенте трения на поверхности контакта существенным образом искривляет распределение контактных нагрузок на контактной поверхности режущего лезвия, но при правильном выборе может совсем не влиять на величину проекций силы резания. Поэтому для каждого уровня детализации (см. разд. 1) приемлемы различные допущения, дающие, возможно, существенную систематическую погрешность в показателях процесса, которые не являются предметом исследований на данном уровне детализации,

и неприемлемы другие, значительно увеличивающие отклонение значений исследуемых показателей от реальности.

Приемлемый уровень систематической погрешности определяется в зависимости от задач исследования. Если исследуются общие тенденции процесса, то от систематической погрешности требуется ее неизменность во всем исследуемом диапазоне факторов. Если же исследуются абсолютные значения прогнозируемой величины, систематическая погрешность считается приемлемой при условии, что отклонение среднего значения прогнозируемого показателя от экспериментальных данных находится в пределах погрешности эксперимента.

Вероятностные погрешности исходных данных обусловлены случайными отклонениями свойств обрабатываемого и инструментального материалов, микрорельефа контактных поверхностей лезвия, его геометрии, свойств станка и т.п. Учесть все фактические значения параметров системы резания практически невозможно. Кроме того, конечная жесткость технологической системы всегда приводит к колебаниям и отклонениям мгновенных значений показателей процесса резания от их средних величин. Поэтому между результатами прогнозирования и экспериментальными данными всегда существует случайное отклонение, предопределяющее минимальную достижимую погрешность прогнозирования. Ее количественная величина характеризуется среднеквадратическим отклонением воспроизведения эксперимента и среднеквадратическим отклонением воспроизведения результатов прогнозирования по причине случайного распределения исходных данных. Характеристики данных отклонений (табл. 6.1) рассчитаны на основе статистической обработки результатов различных испытаний и нормативных документов, регламентирующих соответствующие факторы. Влияние этих отклонений на погрешность воспроизведения результатов прогнозирования рассмотрено в п. 6.1.4.1.

Прогнозирующие модели нелинейных динамических процессов пластического деформирования базируются на фундаментальных уравнениях теории пластичности, разрушения и теплопроводности. Для их решения в общем случае применяются

Таблица 6.1 – Значения среднеквадратических отклонений исходные данных модели процесса резания на основе допущения об их нормальном распределении

Фактор	Максимальное среднеквадратическое отклонение	Примечание	
1. $V$ , м/мин	1,0	Обусловлено колебаниями частоты обращения шпинделя	
2. $a$ , мм	0,01	Обусловлено погрешностью измерения линейных размеров	
3. $\gamma$ , °	0,17	Регламент. требованиями конструкторской документации	
4. $\rho_k$ , мкм	1,0	[285]	
5. $h_z$ , мм	0,01	Обусловлено погрешностью измерения линейных размеров	
6. $\alpha$ , °	0,17	Регламент. требованиями конструкторской документации	
Параметры инструментально-го материала	7. $E$ , ГПа	1,5%	ГОСТ 25095-82
	8. $\nu$	1,5%	ГОСТ 25095-82
	9. $C_m$ , Дж/(кг·°C)	4%	[286]
	10. $\lambda$ , Вт/(м·°C)	10%	[286]
Параметры обрабатываемого материала	11. $A$ , МПа	20	См. разд. 3
	12. $B$ , МПа	20	См. разд. 3
	13. $n$	0,05	См. разд. 3
	14. $C$ , с <sup>-1</sup>	0,002	См. разд. 3
	15. $m$	0,05	См. разд. 3
	16. $E$ , ГПа	1,5	[243]
	17. $\nu$	0,01	[243]
	18. $C_m$ , Дж/(кг·°C)	4%	[286]
	19. $\lambda$ , Вт/(м·°C)	10%	[286]
$\varepsilon_{p \max}$	0,1	См. разд. 3	
$\mu$	0,05	См. разд. 3	



численные методы, которые по своей природе предусматривают наличие некоторой погрешности, обусловленной дискретизацией пространства и времени, погрешностями решения уравнений, погрешностями пренебрежения членов высоких порядков.

Погрешности, связанные с численным решением систем уравнений, обычно менее значимы, чем перечисленные выше два источника погрешностей. Но параметры алгоритмов расчета (параметры решателя) могут существенным образом влиять как на эти погрешности, так и на время вычислений. Определение эффективных параметров решателя рассмотрено в пункте 6.2.3.

Погрешности округления свойственны всем современным ПЭВМ, поскольку действительные числа представляются в памяти ПЭВМ заранее неточно. Погрешность представления значения  $a$  составляет для арифметики одинарной точности около  $10^{-7} \cdot a$ , для арифметики двойной точности – около  $10^{-16} \cdot a$ . Таким образом, понятно, что при большом количестве итераций погрешность может накапливаться. Поэтому необходимо ожидать увеличения погрешности расчетов или даже потерю устойчивости вычислительной процедуры при количестве итераций  $\rightarrow 10^7$  для арифметики с одинарной точностью и  $\rightarrow 10^{16}$  – для арифметики двойной точности. Вместе с тем для большинства задач арифметика с одинарной точностью является приемлемой. Это позволяет сократить время расчетов практически в два раза за счет меньшей вычислительной стоимости арифметики с одинарной точностью. Более детально этот вопрос рассмотрен в п. 6.2.3.1.

Исходя из сказанного выше и учитывая необходимость обеспечения достоверности модели одновременно в широком диапазоне режимов резания, авторы предлагают три критерия достоверности: 1) критерий корректности, предусматривающий доказательство наличия решения, его единственность и устойчивость; 2) критерий качественной адекватности, предусматривающий доказательство соответствия эксперимента общим тенденциям изменения исследуемых показателей процесса; 3) критерий количественной адекватности, предусматривающий доказательство количественного соответствия исследуемых показателей процесса в отдельных точках области определения модели при заданном уровне значимости.

### 6.1.2. Критерий корректности вычислительной процедуры

Для явного метода конечных элементов условие наличия решения и его единственность доказаны в теоретических работах М. Ortiz, J. O. Hallquist, Т. Belytschko [228], J. C. Simo [233] и др., посвященных этому вопросу. В то же время устойчивость решения зависит от его конкретной программной реализации – вычислительной процедуры. Условие устойчивости решения использовано в работе в виде [238, 287]:

$$\|\Delta\mathfrak{R}\| \leq M \sqrt{\sum_i \|\Delta x_i\|^2}, \quad (6.1)$$

где  $\Delta\mathfrak{R}$  – приращение исследуемого показателя;  $\Delta x$  – приращения факторов, учтенных в модели;  $M$  – некоторая константа.

Для доказательства устойчивости модели в заданной точке  $x_i^0$  области ее определения предлагается следующий алгоритм:

1. Определяют базовый комплекс условий обработки, для которых доказывают устойчивость модели, характеризующийся исходными данными;  $x_i^0$  – базовая точка.

2. Задают два малых приращения исходных данных  $\Delta x_i^1$  и  $\Delta x_i^2$  (например, 1%), причем  $\Delta x_i^2 = 0,5\Delta x_i^1$ .

3. Определяют два новых, близких к базовому, условия обработки:

$$x_i^1 = x_i^0 + \Delta x_i^1, \quad x_i^2 = x_i^0 + \Delta x_i^2.$$

4. Выполняют моделирование по модели при условиях  $x_i^0$ ,  $x_i^1$ ,  $x_i^2$  и определяют величины исследуемых показателей  $\mathfrak{R}_i^0$ ,  $\mathfrak{R}_i^1$ ,  $\mathfrak{R}_i^2$ .

5. Рассчитывают приращения исследуемых показателей  $\Delta\mathfrak{R}_i^1$  и  $\Delta\mathfrak{R}_i^2$ .

6. Рассчитывают константы  $M^1$  и  $M^2$  в формуле (6.1).

7. Проверяют условие  $M^2 / M^1 \leq 1$ , которое удовлетворяется лишь при устойчивости вычислительной процедуры.

В качестве примера разработанного алгоритма рассмотрим доказательство устойчивости вычислительной процедуры модели прямоугольного резания, исходными данными для которой является 21 фактор

$$x_i \in \{V, a, \gamma, \rho, h_z, \alpha, E_i, \nu_i, C_{Vi}, \lambda_i, A, B, n, C, m, E_S, \nu_S, C_{VS}, \lambda_S, \varepsilon_p, \mu\}.$$

Рассматривались 3 показателя процесса резания  $\mathfrak{R} \in \{P_z, P_y, T\}$ .

Результаты вычислений приведены в табл. 6.2. Полученные отношения  $M_{P_z}^2 / M_{P_z}^1 = 0,69$ ,  $M_{P_y}^2 / M_{P_y}^1 = 0,38$ ,  $M_T^2 / M_T^1 = 0,21$  доказывают устойчивость в рассмотренном случае.

### 6.1.3. Критерий качественной адекватности

Под качественной адекватностью авторы понимают соответствие тенденции изменения спрогнозированных и реальных значений показателей процесса резания с изменением условий резания. Таким образом, необходимо исследовать корреляционную связь между экспериментальными данными и данными моделирования.

К сожалению, рассчитывать на то, что количество экспериментальных исследований будет достаточно большим, нельзя. Но вполне корректно предположить, что и данные эксперимента, и данные моделирования распределены согласно нормальному закону. Для этого случая относительно хорошая степень приближения нормального распределения при малых значениях коэффициента корреляции  $|r|$  позволяет получить простой критерий проверки гипотезы  $r = 0$ , то есть гипотезы об отсутствии корреляционной связи между исследуемыми показателями процесса резания [288].

Это возможно исходя из того, что величина  $t^{(\hat{r})}(n-2) = \frac{|\hat{r}|\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\hat{r}^2}}$

при условии  $r = 0$  распределена по закону Стьюдента с  $n-2$  степенями свободы. Если выполняется условие

$$\frac{|\hat{r}|\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\hat{r}^2}} < t_\alpha(n-2), \quad (6.2)$$

Таблица 6.2 – Анализ устойчивости вычислительной процедуры модели прямоугольного резания

Фактор	Базовый вариант	Вариант № 1		Вариант № 2		
		$\Delta x_i^1$	$x_i^1$	$\Delta x_i^2$	$x_i^2$	
1. $V$ , м/мин	200	0,86	200,86	1,72	201,72	
2. $a$ , мм	0,15	0,01	0,16	0,02	0,17	
3. $\gamma$ , °	5	0,1	5,1	0,2	5,2	
4. $\rho_k$ , мкм	20	1	21	2	22	
5. $h_z$ , мм	0	10	10	20	20	
6. $\alpha$ , °	13	0,1	13,1	0,2	13,2	
Параметры инструментального материала	7. $E$ , ГПа	620	10	630	20	640
	8. $\nu$	0,2	0,01	0,21	0,02	0,22
	9. $C_m$ , Дж/(кг*°C)	153	10	163	20	173
	10. $\lambda$ , Вт/(м*°C)	54,4	1	55,4	2	56,4
Параметры обрабатываемого материала	11. $A$ , МПа	553	10	563	20	573
	12. $B$ , МПа	601	10	611	20	621
	13. $n$	0,234	0,01	0,244	0,02	0,254
	14. $C$ , с <sup>-1</sup>	0,0134	0,001	0,0144	0,002	0,0154
	15. $m$	1	0,05	1,05	0,1	1,1
	16. $E$ , ГПа	204	1	205	2	206
	17. $\nu$	0,3	0,01	0,31	0,02	0,32
	18. $C_m$ , Дж/(кг*°C)	642	10	652	20	662
	19. $\lambda$ , Вт/(м*°C)	40,2	1	41,2	2	42,2
20. $\epsilon_{p\max}$	2,75	0,1	2,85	0,2	2,95	
21. $\mu$	0,6	0,1	0,7	0,2	0,8	
Показатель процесса	$\mathfrak{R}_i^0$	$\mathfrak{R}_i^1$	$\Delta \mathfrak{R}_i^1$	$\mathfrak{R}_i^2$	$\Delta \mathfrak{R}_i^2$	
$P_z$ , Н	487,1	537,6	50,5	632,9	145,8	
$P_y$ , Н	246,6	257,2	10,6	302,4	55,8	
$T$ , Н	477,7	487,3	9,6	570,2	92,5	
Константы $M$ по формуле (6.1)	$M_1/M_2$	$M_1$		$M_2$		
	<b>0,69</b>	195		282		
	<b>0,38</b>	41		108		
	<b>0,21</b>	37		179		

где  $\alpha$  – уровень значимости;  $n$  – количество опытов;  $\hat{r}$  – выборочное значение коэффициента корреляции,

$$\hat{r} = \frac{\sum_{i=1}^n (\mathfrak{R}_i - \bar{\mathfrak{R}})(\mathfrak{R}_i^{расч} - \bar{\mathfrak{R}}_i^{расч})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\mathfrak{R}_i - \bar{\mathfrak{R}})^2 \sum_{i=1}^n (\mathfrak{R}_i^{расч} - \bar{\mathfrak{R}}_i^{расч})^2}}, \quad (6.3)$$

то гипотеза об отсутствии корреляционной связи должна быть принята. Обратное этому условию условие подтверждает наличие корреляционной связи между исследуемыми показателями процесса при небольших  $n$ .

Учитывая необходимость одинакового характера тенденции взаимного изменения экспериментальных и расчетных данных, что обеспечивается условием  $\hat{r} > 0$ , критерий качественной адекватности может быть сформулирован в виде критерия подтверждения гипотезы о значимости коэффициента корреляции:

$$\frac{|\hat{r}| \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\hat{r}^2}} > t_{\alpha}(n-2) \cap \hat{r} > 0. \quad (6.4)$$

Важно отметить, что для подтверждения качественной адекватности модели в общем случае не требуется проведение экспериментальных и расчетных исследований в абсолютно одинаковых условиях. Этот факт позволяет оценить достоверность модели, когда невозможно или экономически невыгодно проводить экспериментальные исследования в тех условиях, в которых осуществляется моделирование. Должны совпадать лишь значения параметра, влияние которого исследуется.

### 6.1.3.1. Подтверждение качественной адекватности по силе и температуре резания

Модельные исследования влияния режима резания на проекции силы резания, коэффициент утолщения стружки и температуру резания, приведенные на рис. 6.1 и 6.2, демонстрируют качественное соответствие полученных результатов современным представлениям теории резания о влиянии этих

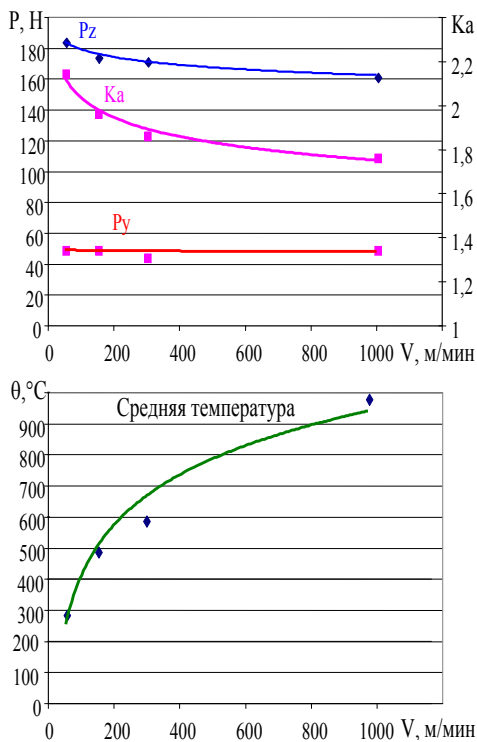


Рисунок 6.1 – Расчетное влияние скорости резания: сталь 45 – Т15К6,  $S = 0,1$  мм/об,  $\gamma = 10^\circ$ ,  $\alpha = 10^\circ$ ,  $\rho = 0,02$  мм,  $h_z = 0$  мм

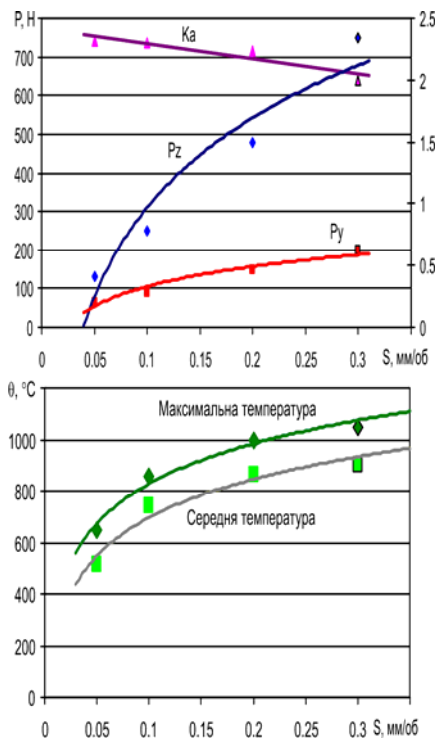


Рисунок 6.2 – Расчетное влияние подачи: сталь 45 – Т15К6,  $V = 278$  м/мин,  $\gamma = 8^\circ$ ,  $\alpha = 10^\circ$ ,  $\rho = 0,02$  мм,  $h_z = 0$  мм

факторов на показатели процесса резания: с увеличением скорости резания температура резания увеличивается, а сила резания, коэффициент утолщения уменьшаются; с увеличением подачи наблюдается увеличение силы резания и температуры резания, но уменьшение коэффициента утолщения стружки.

Таким образом, можно констатировать адекватность разработанной авторами модели эксперимента в рассматриваемых условиях. Но вместе с тем, как и в опытах других ученых, имеет

место значительная погрешность прогнозирования радиальной проекции силы резания  $P_y$  и, часто, температуры.

### 6.1.3.2. Подтверждение качественной адекватности по углу сдвига

Соответствие модели процесса прямоугольного резания критерию качественной адекватности может быть продемонстрировано, например, путем исследования влияния угла действия  $\omega$  от  $-15^\circ$  до  $20^\circ$ , переднего угла  $\gamma$  от 0 до  $50^\circ$ , скорости резания  $V$  от 1 до 600 м/мин, прочности обрабатываемого материала от 200 до 1400 МПа и относительного удлинения от 8 до 55% с последующим сравнением полученных результатов с известными результатами экспериментальных исследований. Такие надежные результаты опубликованы, например, Н. Н. Зоревым по прямоугольному резанию стали 20Х, меди и других материалов.

В качестве характеристики процесса стружкообразования Н. Н. Зорев выбрал угол сдвига  $\Phi$  (рис. 6.3). В данном примере будем измерять этот угол измерялся между поверхностью резания и срединной плоскостью, проведенной в области, в которой происходит деформирование обрабатываемого материала со скоростью не менее 10% от максимальной скорости деформации впереди режущей кромки.

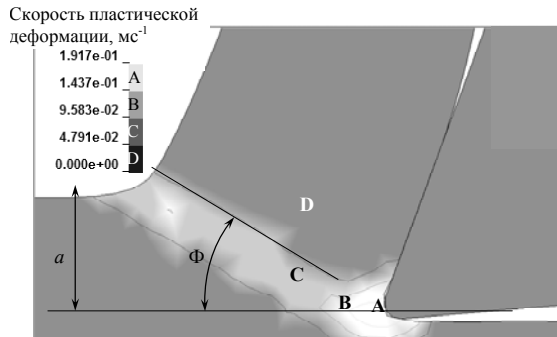


Рисунок 6.3 – Схема измерения угла сдвига, распределение скоростей деформаций

**Влияние угла действия.** Если в экспериментах Н. Н. Зорева изменение  $\omega$  обеспечивалось применением различных смазывающих жидкостей и изменением шероховатости передней поверхности инструмента, то при моделировании изменялось лишь численное значение коэффициента трения  $\mu$  стружки с передней поверхностью инструмента таким образом, чтобы выполнялась зависимость [54]:

$$\omega = \arctan(\mu) - \gamma. \quad (6.5)$$

Для сохранения необходимого угла действия в модельных экспериментах принималось, что коэффициент трения не зависит от температуры.

Анализ полученных данных показывает (рис. 6.4), что, как и в эксперименте, модель дает увеличение условного угла сдвига  $\Phi$  с увеличением угла действия  $\omega$ . Параллельность экспериментальной (1) и расчетной (2) кривых, полученных при скорости 0,7 м/мин, свидетельствует о правильном описании процессов пластического программирования, происходящих перед режущим лезвием. Расчетная кривая размещается на  $5^\circ$  выше экспериментальной. Это объясняется большим пределом прочности стали 45 по сравнению со сталью 20Х.

Необходимо обратить внимание на то, что с увеличением скорости резания  $V$  в условиях независимости коэффициента трения  $\mu$  от температуры резания  $T$  снижается чувствительность величины условного угла сдвига  $\Phi$  к углу действия  $\omega$ :

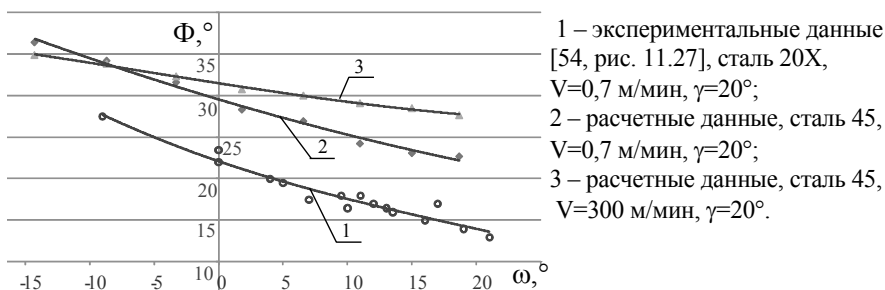


Рисунок 6.4 – Непосредственное влияние угла действия  $\omega$  на угол сдвига  $\Phi$



кривая (3), полученная при скорости резания 300 м/мин, имеет меньший наклон по сравнению с кривой (2).

**Влияние переднего угла.** Проведенные расчеты показали значительно меньшее влияние переднего угла  $\gamma$  на угол сдвига  $\Phi$  при скорости резания  $V = 0,7$  м/мин, чем наблюдаемое Н. Н. Зоревым в своих экспериментах ( $10^\circ$  против  $15^\circ$  соответственно) (рис. 6.5). Наиболее значительное изменение наблюдается при  $\gamma > 30^\circ - 40^\circ$ . При скорости резания  $V = 100$  м/мин эта тенденция сохраняется, хотя влияние переднего угла  $\gamma$  значительно возрастает (до  $20^\circ$ ). Учитывая то, что в расчетах  $\mu$  предполагалось независимым от температуры, объяснить выявленную зависимость можно локализацией деформаций с увеличением скорости резания, что способствует усилению влияния переднего угла  $\gamma$  через уменьшение угла между векторами скорости резания и скорости стружки.

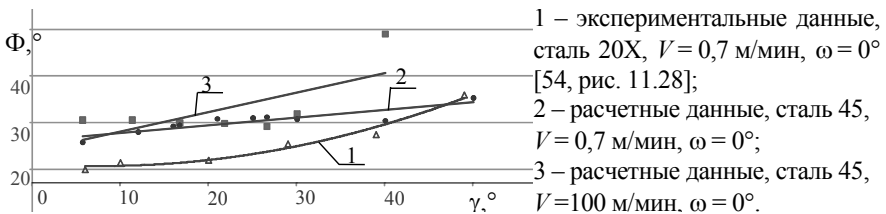


Рисунок 6.5 – Непосредственное влияние переднего угла на угол сдвига

**Влияние сопротивления сдвига обрабатываемого материала.** Анализ стандартов ГОСТа 1050-88, ГОСТа 4543-7, ГОСТа 4784-97, ГОСТа 18175-78, ГОСТа 493-79, ГОСТа 15527-70, ГОСТа 19807-91, ГОСТа 6835-80, ГОСТа 6836-80, ГОСТа 860-75 показал (рис. 6.6), что в общем существует тенденция к уменьшению относительного удлинения  $\delta$  с увеличением предела прочности  $\sigma_s$  (сопротивления сдвигу) конструкционных сталей и сплавов цветных металлов, находящихся в отожженном состоянии. В связи с этим более корректно рас-

смагивать независимо влияние предела прочности  $\sigma_{\delta}$  обрабатываемого материала при постоянном относительном удлинении  $\delta$  и относительного удлинения  $\delta$  при неизменном пределе прочности  $\sigma_{\delta}$ .

Для выявления непосредственного влияния предела прочности  $\sigma_{\delta}$  на угол сдвига  $\Phi$  моделирование выполнялось для виртуальных материалов с различными значениями предела прочности для каждого из материалов и с равным значением относительного удлинения. В качестве базы была принята модель стали 45, а новые модели получали масштабированием зависимости  $\varepsilon^p - \sigma_s$  вдоль оси ординат.

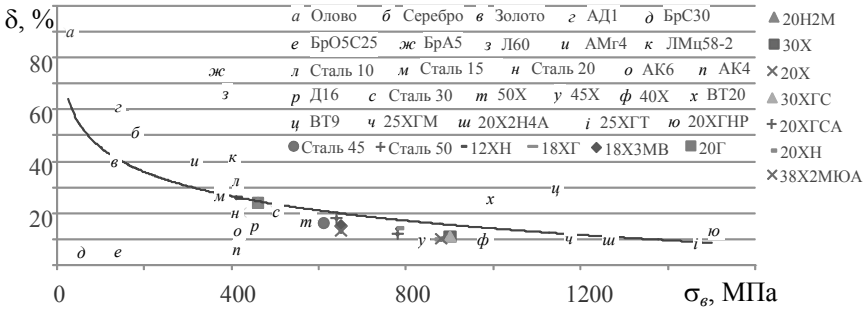


Рисунок 6.6 – Зависимость относительного удлинения от предела прочности

Полученные результаты показывают (рис. 6.7), что вычисленное влияние сопротивления сдвигу на угол сдвига  $\Phi$  меньше экспериментального, хотя и сохраняется тенденция к увеличению угла сдвига  $\Phi$  с увеличением сопротивления сдвигу обрабатываемого материала при моделировании. Непосредственное влияние на угол сдвига  $\Phi$  величины сопротивления сдвигу приблизительно такое же, как и непосредственное влияние относительного удлинения. И именно этим можно объяснить различия в экспериментальных и расчетных данных, так как в экспериментах учтено комплексное влияние обоих факторов.

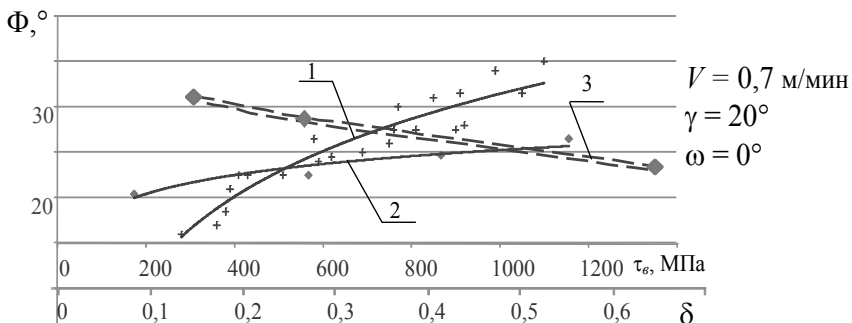


Рисунок 6.7 – Влияние свойств обрабатываемого материала на угол сдвига: 1 – влияние сопротивления сдвига обрабатываемого материала на угол сдвига (известные экспериментальные данные [54 , рис. 11.29]); 2 – непосредственное влияние сопротивления сдвига обрабатываемого материала на угол сдвига (расчетные данные); 3 – непосредственное влияние относительного удлинения обрабатываемого материала на угол сдвига

**Влияние скорости резания.** В связи с тем, что непосредственное влияние скорости резания  $V$  связано со скоростным упрочнением и запаздыванием процесса пластической деформации [54], расчеты проводились при условии постоянства угла действия  $\omega = 20^\circ 30'$  и допущения, что нарост не образуется. Полученные данные (рис. 6.8) показали, что как и в экспериментах наблюдается тенденция к увеличению угла сдвига  $\Phi$  с увеличением скорости резания  $V$ . Однако абсолютно разные характеристики скоростного упрочнения стали 45 и стали 30X не позволяют выполнить количественное сравнение.

В табл. 6.2 представлены обобщенные результаты анализа корреляционной связи между исследуемыми факторами. Видно, что по всем показателям условие (6.4) выполняется, а минимальная величина коэффициента корреляции составляет 0,87. Это свидетельствует о том, что разработанная модель качественно адекватна эксперименту и чувствительна к изменению основных факторов, которые прямо влияют на процесс стружкообразования перед режущим лезвием. Количественное расхож-

дение приведенных результатов с экспериментальными данными объясняется разными свойствами обрабатываемых материалов, использованных в эксперименте и расчетах.

Предложенная авторами технология виртуального создания обрабатываемых материалов может быть использована при оптимизации параметров процесса резания для перспективных обрабатываемых материалов и условий обработки.

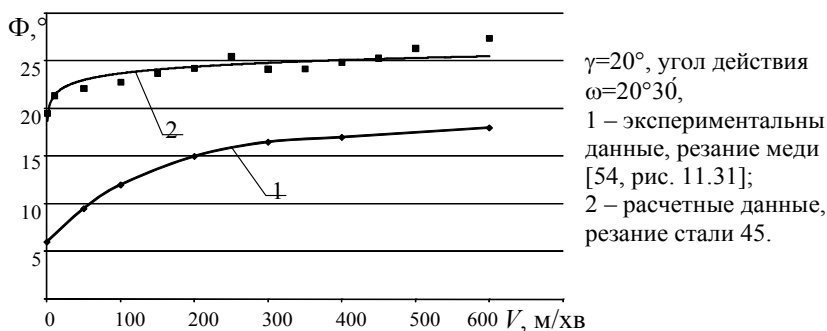


Рисунок 6.8 – Непосредственное влияние скорости резания на угол сдвига

Таблица 6.3 – Обобщение результатов анализа корреляционной связи между экспериментальными и рассчитанными данными

Исследуемый показатель	Количество опытов $n$	Выборочное значение коэффициента корреляции $\hat{r}$	Критерий Стьюдента $t_{0,05}(n-2)$	Показатель $\frac{ \hat{r} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\hat{r}^2}}$	Заключение по формуле (6.4)
Угол действия	6	0,97	2,8	8,1	Выполняется
Передний угол	6	0,90	2,8	3,1	Выполняется
Сопротивление сдвигу	4	0,97	4,3	5,9	Выполняется
Скорость резания	13	0,87	2,2	6,0	Выполняется

### 6.1.3.3. Подтверждение качественной адекватности по форме стружки

Важным показателем процесса резания является форма стружки. Качественная адекватность по этому показателю может быть оценена путем сравнения фотографий спрогнозированной и полученной из эксперимента стружки. Такое сравнение для прямоугольного резания приведено на рис. 6.9.

Определяющее уравнение для чугуна принято в виде [298]

$$\sigma_s = 100 + 5200\varepsilon_p^{0,64} \quad \text{при } E = 80 \text{ ГПа, } \mu = 0,28,$$

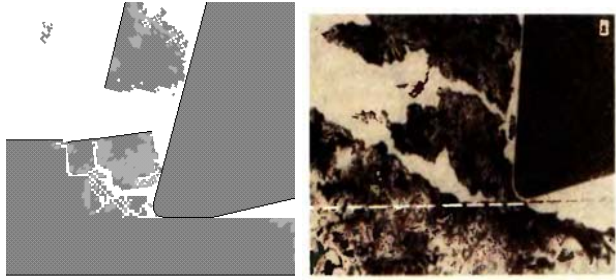
а условие разрушения

$$\sigma_1 \geq 300 \text{ МПа.}$$

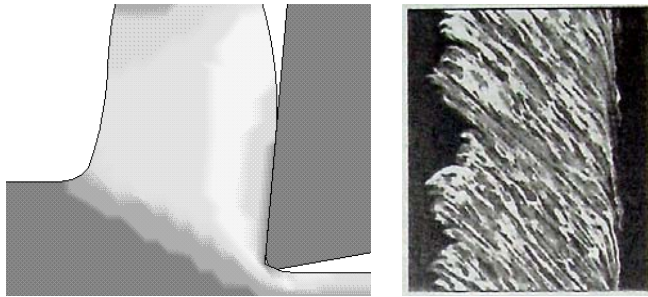
Определяющее уравнение и уравнение пластичности для стали 45 принято в соответствии с табл. 3.14.

Исходя из того, что условия контактного взаимодействия в опытах, по которым получены фотографии стружек, известны лишь частично, контактное взаимодействие рассматривалось по упрощенной модели Кулона-Амонтона. Средний коэффициент трения определялся для каждого опыта отдельно по соответствующим публикациям.

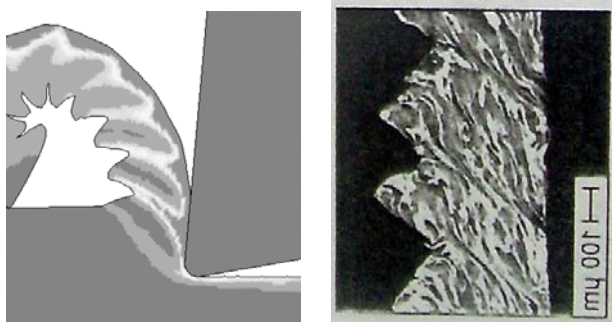
Из приведенных примеров видна способность модели прогнозировать разные типы стружек в широком диапазоне скоростей резания как для хрупких материалов, так и для материалов, которым присуще вязкое разрушение. Можно также увидеть, что тип стружки чувствителен к скорости резания. Так, с увеличением скорости резания из сливной стружки формируется элементная стружка и стружка адиабатического сдвига. Близость значений размеров элементов стружек, радиусов их кривизны и характера образования доказывают качественную адекватность модели по характеру стружкообразования и типу прогнозируемой стружки.



Чугун,  $V = 3$  м/с,  $a = 0,15$  мм ;  $\mu = 0,3$



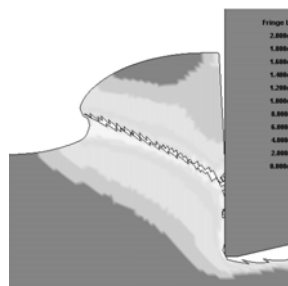
Сталь 45,  $a = 0,15$  мм  $V = 5$  м/с,  $\mu = 0,28$



Сталь 45,  $a = 0,15$  мм  $V = 50$  м/с,  $\mu = 0,1$

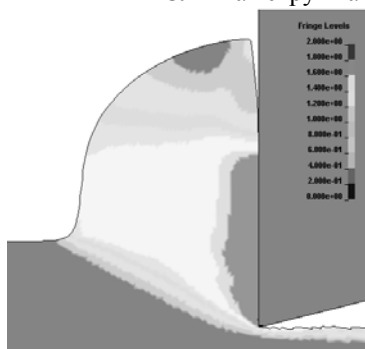
Рисунок 6.9 – Влияние скорости резания на форму стружек при прямоугольном резании. Фотографии стружек: сталь 45 взята из работы [289], чугун – из работы [6]

Элементная стружка



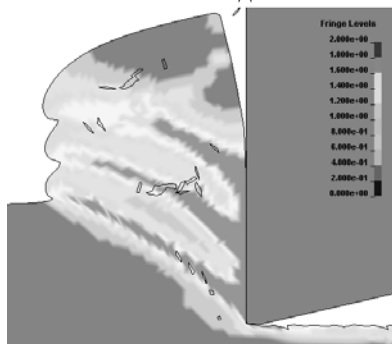
$V = 1$  м/мин

Сливная стружка



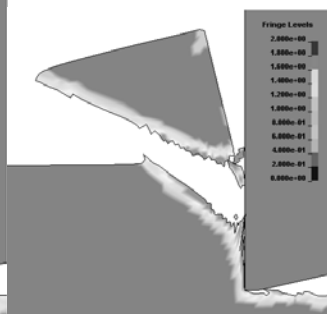
$V = 100$  м/мин

Стружка локализованного сдвига



$V = 600$  м/мин

Стружка катастрофического сдвига



$V = 6000$  м/мин

Рисунок 6.9 – Влияние скорости резания на форму стружек при прямоугольном резании (продолжение).

#### 6.1.4. Критерий количественной адекватности

Процесс резания является вероятностным, поскольку большая часть неопределенности свойственна практически каждому показателю процесса. Среди основных факторов, способствующих этому, необходимо назвать вибрации, возникающие практически при всех условиях резания, и некоторую неопределенность исходных данных. Поэтому проверку количественной

адекватности модели предложено выполнять путем доказательства по критерию Фишера гипотезы значимости остаточной дисперсии  $s_{ocm}^2$  отклонения прогнозируемых значений исследуемого показателя от его экспериментальных значений:

$$\frac{s_{ocm}^2}{\sigma_{восп}^2} \leq F(\alpha, k, n), \quad s_{ocm}^2 = \frac{r \sum_{v=1}^v (\bar{\mathfrak{R}}_v - \mathfrak{R}_v^{расч})^2}{(n-m)}. \quad (6.6)$$

Исходя из этого положения допустимую абсолютную погрешность прогнозирования можно оценить доверительным интервалом

$$\Delta_{\max} = t_p(1-\alpha, n-1) \left( \frac{\sqrt{\sigma_{восп}^2}}{\sqrt{n}} \right), \quad (6.7)$$

где  $t_p$  – функция распределения Стьюдента;  $\alpha$  – уровень значимости;  $n$  – количество повторений опыта, а относительную погрешность – отношением  $\Delta_{\max} / \bar{\mathfrak{R}}$ .

Погрешность воспроизведения зависит от двух факторов: погрешности эксперимента по определению показателей процесса резания, по которому выполняется проверка модели, и погрешности определения исходных данных в опытах по механическим испытаниям, трибологическим испытаниям и т.п. Учитывая большое количество параметров модели, которые должны быть определены как исходные данные перед началом расчетов, следует ожидать значительного влияния этой неопределенности на результат прогнозирования. Для учета этой особенности следует определять дисперсию воспроизведения как сумму дисперсий двух независимых случайных величин: дисперсии воспроизведения эксперимента  $\sigma_{\mathfrak{R} \text{ воспр}}^2$  и дисперсии воспроизведения расчета  $\sigma_{x \text{ воспр}}^2$ , что обусловлено неопределенностью исходных данных:

$$\sigma_{воспр}^2 = \sigma_{x \text{ воспр}}^2 + \sigma_{\mathfrak{R} \text{ воспр}}^2. \quad (6.8)$$

С учетом выборочного характера проведения экспериментальных исследований дисперсия воспроизведения эксперимента может быть рассчитана по формуле [290]:



$$\sigma_{\mathfrak{R} \text{ воспр}}^2 = \frac{\sum_{v=1}^k \sum_{i=1}^r (\mathfrak{R}_{vi} - \bar{\mathfrak{R}}_v)^2}{k(r-1)}, \quad (6.9)$$

где  $r$  – количество повторений каждого из  $k$  опытов.

Дисперсия воспроизведения расчетов  $\sigma_{x \text{ воспр}}^2$ , обусловленная неопределенностью исходных данных, в свою очередь, также является суммой дисперсий  $m$  независимых случайных величин, отвечающих влиянию неопределенностей каждого из исходных данных на результат прогнозирования. Таким образом, дисперсия воспроизведения расчета  $\sigma_{x \text{ воспр}}^2$  может быть определена по формуле

$$\sigma_{x \text{ воспр}}^2 = \sum_{i=1}^m \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial x_i} \sigma_i^2. \quad (6.10)$$

Модель процесса резания, реализованная методом конечных элементов, является совокупностью алгоритмов, выполняющих решение нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Таким образом, определение производных  $\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial x_i}$  может быть осуществлено лишь численно по следующему алгоритму:

1. Определяют базовый комплекс условий обработки, для которых вычисляют погрешность прогнозирования, характеризующуюся исходными данными,  $x_i^0$  – базовая точка.

2. Задается малое приращение исходных данных  $\Delta x_i$  (например, 1%).

3. Меняя условия поочередно по каждому из  $m$  исходных данных, определяют  $m$  новых условий обработки:

$$x_i^j = x_i^0 + \Delta x_j \cdot (i = j), \quad j = 1 \dots m.$$

4. Выполняют моделирование по модели при условиях  $x_i^0$  и  $x_i^j$  и определяют величины исследуемых показателей  $\mathfrak{R}_i^0$ ,  $\mathfrak{R}_i^j$ .

5. Рассчитывают приращения исследуемых показателей  $\Delta \mathfrak{R}_i^j = \mathfrak{R}_i^j - \mathfrak{R}_i^0$  и производные  $\frac{\partial \mathfrak{R}_i}{\partial x_i} = \frac{\Delta \mathfrak{R}_i^j}{\Delta x_i^j}$ .

#### 6.1.4.1. Исследование влияния различных факторов на погрешность прогнозирования показателей

Расчет дисперсий влияния неопределенности исходных данных  $\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial x_i} \sigma_i^2$  позволяет исследовать влияние этих неопределенностей на общую погрешность результата расчетов. Для исследования общей тенденции это исследование было проведено на примере прямоугольного резания. Расчеты производных  $\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial x_i}$  по 21 ранее названному фактору (см. табл. 6.1) для условий резания стали 45 с режимом резания  $V = 100$  м/мин,  $S = 0,15$  мм/об показали (рис. 6.10), что более всего влияет на погрешность прогнозирования силы и температуры резания погрешность прогнозирования показателей трения (37–47%) и радиуса округления режущей кромки (20–35%). На проекцию  $P_z$  существенное влияние оказывает также передний угол  $\gamma$  (7%), на проекцию  $P_z$  существенное влияние оказывает теплоемкость обрабатываемого материала  $C_p$  (6%), на температуру резания  $T$  влияют параметр  $A$  определяющего уравнения обрабатываемого материала (13%) и максимальная величина накопленных пластических деформаций до разрушения  $\varepsilon_p$  (14%). Такой набор факторов, существенным образом влияющих на показатели процесса резания, показывает, что значительная часть неопределенности в прогнозируемых параметрах исходит из неопределенности исходных данных, в частности из  $\mu$  и  $\rho$ .

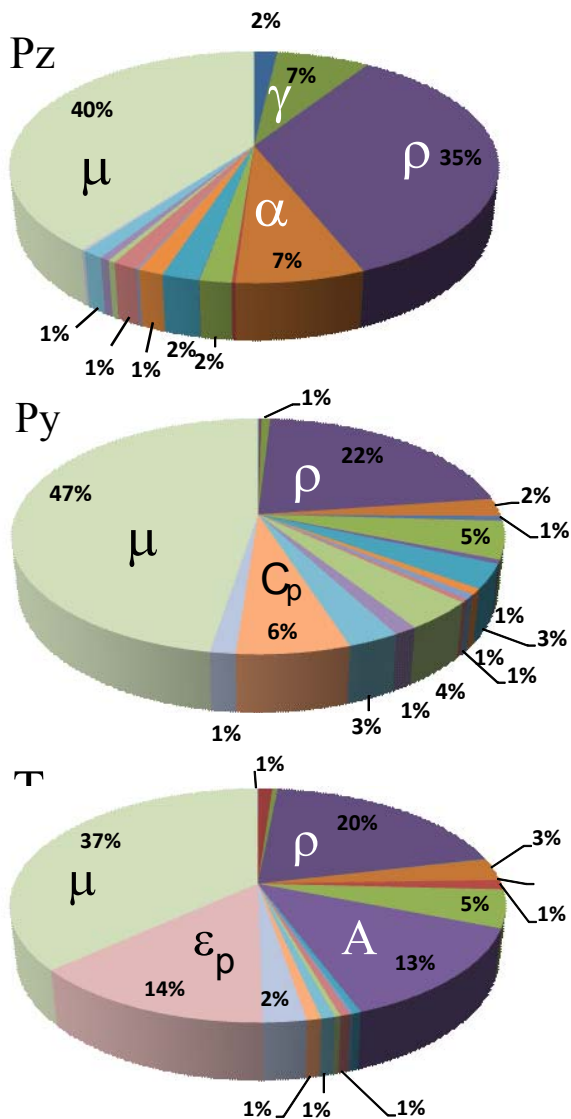


Рисунок 6.10 – Части общей погрешности воспроизведения, обусловленные погрешностями факторов процесса резания (обозначения по табл. 6.1)

### 6.1.4.2. Пример оценки количественной адекватности модели прямоугольного резания стали 45

Количественные результаты расчета показателей процесса прямоугольного резания стали 45 и их сравнение с экспериментальными данными представлены в таблице 6.4. Поля температур, интенсивности пластических деформаций, интенсивности скоростей деформации и максимальных касательных напряжений приведены на рис. 6.12. Анимация процесса образования стружки в момент врезания представлена на рис. 6.13. Видно наличие области сдвига, локализованной в узкой области. Наблюдается распространение пластических деформаций под обработанную поверхность, завивание стружки и образование заусеницы.

Следует обратить внимание на то, что вследствие дискретной модели спрогнозированная сила резания не является детерминированной, а испытывает определенные колебания в процессе перемещения лезвия (рис. 6.11).

Поэтому оценку прогноза проекции силы резания будем осуществлять по среднему значению (с черточкой вверху) и доверительному интервалу, равному  $\pm 2s$ , где  $s$  – среднее квадратичное отклонение.

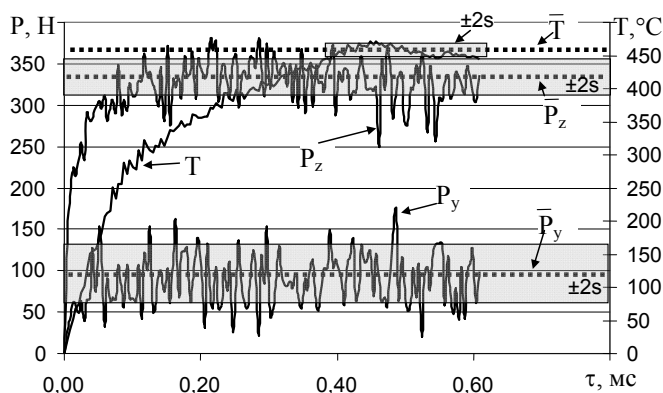


Рисунок 6.11 – Спрогнозированное изменение проекции силы резания и температуры резания при перемещении лезвия

Таблица 6.4 – Результаты расчета и их сравнение с экспериментальными данными [295]

$V$ , м/мин	$S$ , мм/об	$\gamma$ , °	$K_a$		$P_z/b$ , Н/мм			$P_y/b$ , Н/мм			$T$ , °С			
			Эксп.	КЭ	Погрешность, %	Эксп.	КЭ	Погрешность, %	Эксп.	КЭ	Погрешность, %	ТермоЭДС, мВ	Эксп.	КЭ
200	0,15	-7	<b>3,1</b>	2,9-3,0	-3	396±53	450±50	-13,6	313±71	220±40	29,7	11	560	530
	0,15	5	<b>2,6</b>	2,1-2,3	-15	356±17	340±40	4,5	237±28	<b>95±35</b>	59,9	10,5	530	470
	0,3	-7	<b>2,4</b>	2,5-2,8	10	640±33	820±30	-28,1	360±38	400±50	-13,6	12,5	655	750
	0,3	5	<b>2,2</b>	2,2-2,3	4,5	600±29	670±20	-11,7	256±38	<b>170±50</b>	43,1	12	625	630
300	0,15	-7	<b>2,5</b>	2,7-2,8	12,0	388±23	440±40	-13,4	283±38	220±40	22,3	13	685	550
	0,15	5	<b>2,2</b>	2,1-2,4	4,5	333±13	340±40	-2,1	197±28	<b>100±40</b>	49,2	13	685	500
	0,3	-7	<b>2,2</b>	2,9-3,0	34,1	651±100	900±20	-38,2	385±82	450±50	-16,9	14	750	720
	0,3	5	<b>2,05</b>	2,7	31,7	583±19	690±40	-18,4	258±32	<b>180±80</b>	30,2	13,5	720	650

Примечание.  $\rho = 20$  мкм,  $h_z = 0$  мм,  $\alpha = 10^\circ$ , геометрический критерий разрушения  $\Delta L = 0,09a$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $\tau_{\max} = 400$  МПа

Анализ результатов расчета свидетельствует (табл. 6.4), что при заданных исходных данных погрешность прогнозирования главной проекции силы резания  $\bar{P}_z$  не превышает 20%, температуры резания  $\bar{T}$  – 15%, коэффициента утолщения стружки  $K_a$  – 20%. В то же время погрешность прогнозирования радиальной проекции силы резания  $\bar{P}_y$  находится в пределах от 13 до 60%, причем радиальная силы оказывается всегда заниженной. Следует отметить, что доверительный интервал прогноза  $P_y$  достигает 40% средней величины (например, вариант 2).

Достоверность модели подтверждает чувствительность силы и температуры резания к изменению скорости резания в соответствии с современными представлениями: с увеличением скорости резания сила резания уменьшается, а температура повышается.

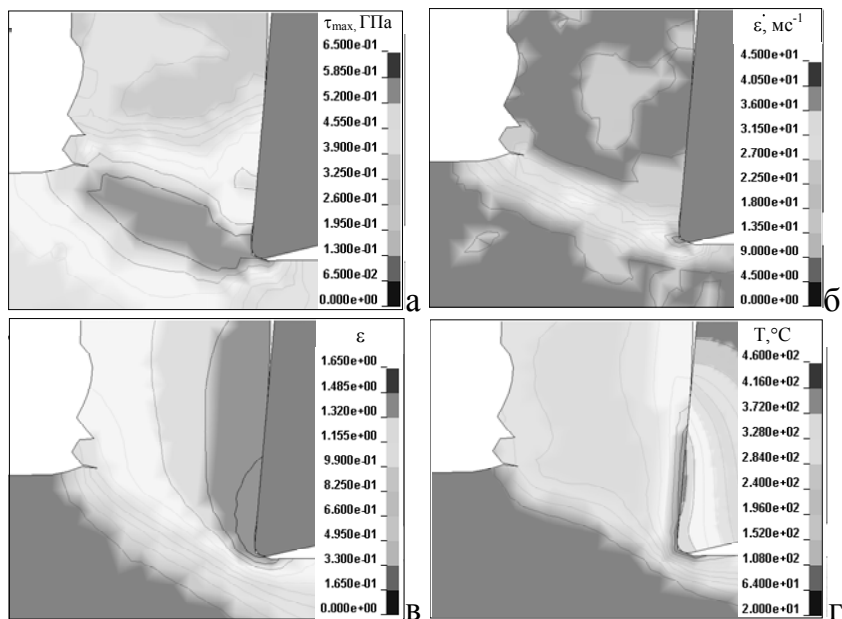


Рисунок 6.12 – Поля максимальных касательных напряжений (а), интенсивность скоростей деформаций (б), интенсивность пластической деформации (г) и температуры (д) при условиях табл. 6.4, строка 2

Анализируя представленные поля (рис. 6.12), можно выделить зоны первичной и вторичной деформаций с характерной для них ориентацией полей напряжений, скоростей деформаций и интенсивности пластической деформации. Близость к экспериментальным данным значений коэффициента укорочения стружки  $K_a$  и главной проекции силы резания  $P_z$  (пересечение доверительных интервалов) свидетельствует об адекватном количественном прогнозе процессов в зоне первичных и вторичных деформаций.

На рис. 6.12,д видно, что максимальная температура имеет место приблизительно в середине участка контакта стружки с инструментом, причем расхождение изолиний в стружке и инструменте свидетельствует об отличии максимальных температур в этих телах. Различие составляет 20–40 °С.

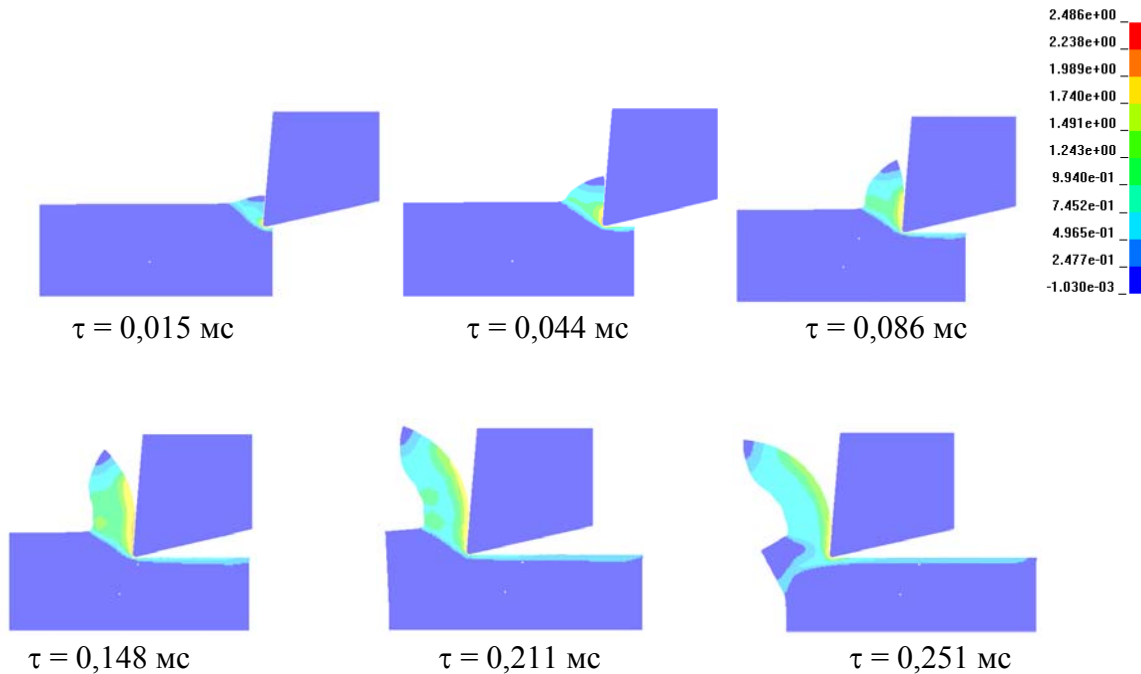


Рисунок 6.13 – Процесс образования стружки при резании стали 45 инструментом из твердого сплава со скоростью резания  $V = 300$  м/мин и толщиной среза  $a = 0,150$  мм. Параметры трения  $\mu = 0,1$ ,  $\tau_{\max} = 400$  МПа. Геометрия лезвия:  $\gamma = 5^\circ$ ,  $\alpha = 13^\circ$ ,  $\rho = 0,02$  мм

Таблица 6.5 – Показатели воспроизведения результатов расчета показателей процесса резания стали 45 ( $V = 100 - 300$  м/хв,  $S = 0,15 - 0,3$  мм/об)

Показатель	$\sigma_{\text{эксп}}^2$	$\sigma_{\text{расч}}^2$	$\sigma_{\text{эксп}}^2 + \sigma_{\text{расч}}^2$	$S_{\text{ост}}^2$	$F$	$F_{\text{табл}}(0,01;5;10)$	$\Delta_{\text{max}}$
$P_z$	927,40	824,21	1751,61	6495,0	3,71	5,64	99Н
$P_y$	3135,40	1203,17	4338,57	14716,2	3,39	5,64	156Н
$T$	1960,00	1203,17	3163,17	6195,0	1,96	5,64	133° С

Определенные для указанных условий показатели воспроизведения результатов расчета (табл. 6.5) показали, что дисперсии воспроизведения эксперимента  $\sigma_{\text{эксп}}^2$  и расчета  $\sigma_{\text{расч}}^2$  по причинам наличия погрешностей в исходных данных имеют один и тот же порядок, а для тангенциальной проекции силы резания близки по значению. Этот пример свидетельствует о том, что погрешность прогнозирования, обусловленная наличием погрешностей в исходных данных, сравнима с погрешностью воспроизведения эксперимента, которая обусловлена погрешностями метода измерения и другими случайными причинами в экспериментальных исследованиях. Поэтому достичь расхождения между экспериментальными и расчетными данными в широком диапазоне режимов резания больше, чем 15–20%, практически невозможно по причине наличия случайных погрешностей как при подготовке исходных данных, так и во время проведения проверочного эксперимента.

#### 6.1.4.3. Сравнение прогноза сил резания при точении различных материалов

Адекватность разработанной модели может быть оценена на основе данных табл. 6.6, в которой показано сравнение величин тангенциальной силы резания  $P_z$  при наружном продольном точении, определенных из эксперимента и расчета. Глубины резания и подачи выбраны достаточно большими для того, чтобы исключить влияние округления вершины лезвия и режущей кромки.



Таблица 6.6 – Сравнение прогноза тангенциальной проекции силы резания при наружном продольном точении с экспериментальными данными Н. Н. Зорева

Материал	HВ	$\sigma_{\text{в}}$ , МПа	$\varphi, ^\circ$	$\gamma, ^\circ$	$r_{\text{в}}$ , мм	ИМ	$V$ , м/мин	$S$ , мм/об	$t$ , мм	$a$ , мм	$b$ , мм	$P_z$ , Н		$\delta P_z, \%$
												Расчетная	Экспер.	
сталь 10	187	390	60	10	1	T5K10	182	0,51	4	0.44	4.62	2630	3000	-12,4
сталь 10	187	390	60	10	1	P18	47	0,51	4	0.44	4.62	2680	4150	-35,5
сталь 20	167	440	60	10	1	T5K10	190	0,51	4	0.44	4.62	2720	3150	-13,7
сталь 50	220	700	60	10	1	T5K10	72	0,85	12	0.74	13.9	21500	15850	+35,6
20X13	200	640	60	10	1	T5K10	92	0,78	4	0.68	4.62	5080	5000	+1,6
40XHM	HRC 35	1080	30	-10	0.5	BK6	40	0,55	2	0.28	4.00	3400	3000	+13,3
9XC	HRC 48	1930	30	-10	0.5	BK6	21	0,55	2	0.28	4.00	4400	4200	+4,8
СЧ21-40	200	210	60	10	1	BK8	70	0,28	4	0.24	4.62	1390	1400	-0,7

Примечание:  $\rho = 20$  мкм, фаска износа на задней поверхности – 0,1 мм,  $\alpha=13^\circ$

Анализ табл. 6.6 показывает, что отклонения среднего значения тангенциальной проекции силы резания находятся в пределах  $\pm 36\%$ , при этом 6 из 8 тестов имеют погрешность меньше 15%. Это свидетельствует об адекватности разработанной модели и алгоритмов расчетов для различных классов конструкционных сталей и чугунов.

Имеющиеся отклонения в 36% связаны с недостаточной определенностью при моделировании свойств контактного взаимодействия при обработке инструментом из быстрорежущей стали P18. Если бы были более точные данные о свойствах стали 50 (состояние, структура, механические свойства и определяющее уравнение), то погрешность в модельном эксперименте № 4 могла бы быть значительно меньше.

#### **6.1.5. Точность прогнозирования длины контакта на передней поверхности**

Длина контакта на передней поверхности – это один из сложно измеряемых показателей процесса резания, который вместе с тем является характеристикой формы стружки, трения на контактной поверхности и других процессов. Сложность экспериментального определения этого показателя обусловлена постоянным изменением длины контакта в течение процесса резания, быстротечностью процесса стружкообразования, малыми размерами зоны стружкообразования и неравномерным распределением напряжений вдоль участка контакта. Разработке аналитических моделей определения этого показателя были посвящены работы Н. Г. Абуладзе [2], М. И. Клушина [291], В. А. Красильникова [153], М. Ф. Полетики [18, 292], С. С. Силина [25], В. А. Остафьева [174], А. А. Виноградова [9], Ю. А. Розенберга, С. И. Тахмана [293], Е. N. Lee [294] и других. Вместе с тем эмпирический характер данных зависимостей и введенные допущения не позволяют применять эти зависимости для количественного прогнозирования длины контакта в широком диапазоне условий резания. Разработанная авторами модель имеет возможность прогнозирования длину контакта при раз-

личных условиях, в том числе при сложном профиле передней поверхности. Для ее практического применения необходимо доказать количественную адекватность модели процесса резания по этому показателю и оценить погрешность расчета.

Для этого выполнено исследование длины контакта при резании стали 45 в хорошо известных условиях и измерены длины контакта методами стирания покрытия и скоростной кино съемки. Метод стирания покрытия состоит в нанесении контрастного, легко стирающегося покрытия на переднюю поверхность. При образовании стружки это покрытие удаляется с передней поверхности.

По границе стертого участка возможно определить максимальную длину участка, на которой стружка приближалась к передней поверхности ближе толщины покрытия (5 мкм для краски маркера) (рис. 6.14).

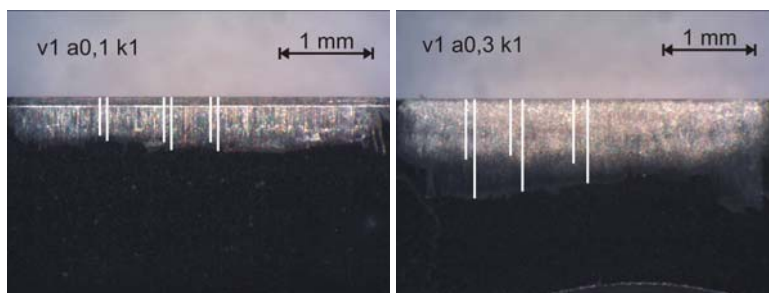
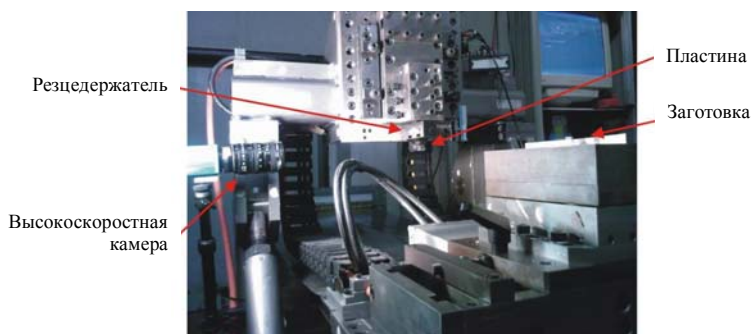
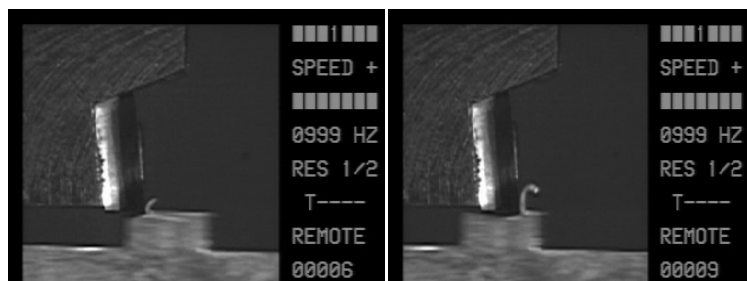


Рисунок 6.14 – Фотографии передней поверхности при обработке стали 45 со скоростью резания  $V = 1$  м/мин и толщиной среза  $a = 0,1$  мм и  $a = 0,3$  мм

Определение длины контакта методом скоростной кино съемки состоит в анализе фотографий, полученных с помощью высокоскоростной камеры (рис. 6.15) и последующем расчете длины контакта путем сопоставления изображения базового объекта с заранее известным размером и изображения участка контакта. В данном исследовании в качестве базового объекта



а



б

Рисунок 6.15 – Схема измерения (а) и примеры фотографий (б), полученных высокоскоростной камерой „Speedcam-Lite“ при обработке стали 45 со скоростью  $V = 100$  м/мин и толщиной среза  $a = 0,3$  мм

была использована пластина, размер стороны которой, обозначенный светлой линией на рис. 6.16, равен 10 мм.

Экспериментальные данные, полученные в результате сравнения длины контакта стружки с передней поверхностью, показывают значительную неопределенность этого параметра (рис. 6.17). Данные высокоскоростной киносъемки при малых толщинах среза значительно завышены по сравнению с данными метода стирания покрытия, что может быть следствием при имеющихся технических возможностях визуальной неопределенности точки отрыва стружки от передней поверхности в связи с очень большим радиусом ее кривизны. При увеличении толщины среза радиус кривизны стружки уменьшается и данные обоих методов оказываются близкими. Вместе с тем длина кон-

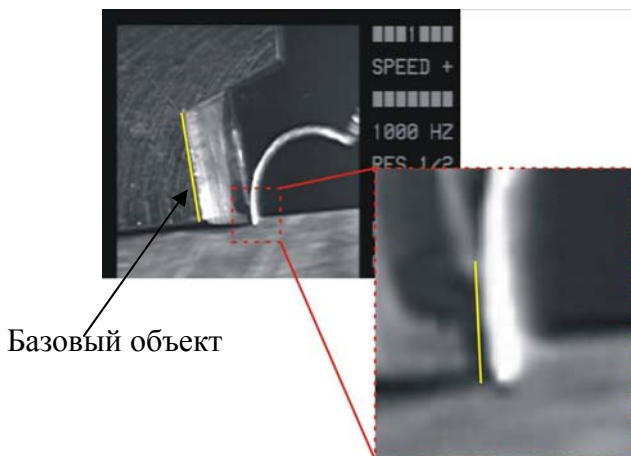


Рисунок 6.16 – Иллюстрация методики определения длины контакта по фотографиям высокоскоростной камеры „Speedcam-Lite“

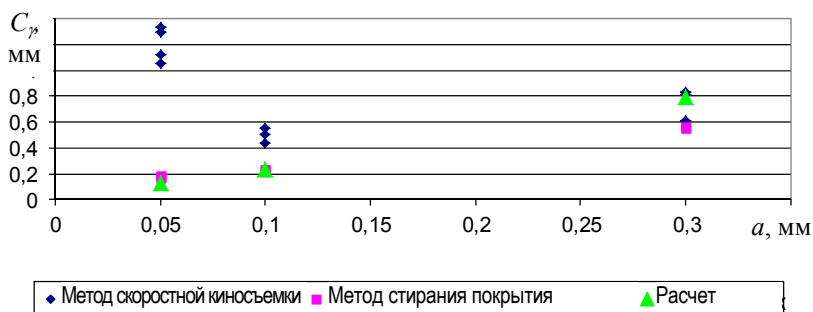


Рисунок 6.17 – Сравнение экспериментальных данных, полученных методом стирания покрытия и высокоскоростной киносъемки с результатами моделирования ( $V = 200$  м/мин)

такта на протяжении цикла резания меняется в связи с изменением контактных условий. Поэтому метод стирания покрытия дает максимальную длину контакта за цикл обработки.

Таким образом, доказательство количественной адекватности необходимо выполнять по максимально рассчитанным значениям длины контакта, сравнивая ее со значением длины контакта, которое было определено методом стирания покрытия.

Данные высокоскоростной киносъемки позволяют оценить лишь тенденции к изменению участка контакта в цикле резания

Проведенные расчеты (табл. 6.7 и рис. 6.17) показывают, что практически во всех испытаниях фактическая погрешность отклонения экспериментальных данных от расчетных не превышает допустимую, рассчитанную по формуле (6.7) с 5% уровнем значимости (слабый критерий), и в большинстве испытаний погрешность отклонения экспериментальных данных от расчетных не превышает допустимую погрешность, рассчитанную по формуле (6.7) с учетом лишь дисперсии воспроизведения эксперимента (сильный критерий). Это свидетельствует об адекватности разработанной модели и по длине контакта на передней поверхности  $S_{\gamma}$ .

## **6.2. Принципы практического применения прогнозирующих моделей процесса резания**

Применение прогнозирующих моделей ограничивается в современных условиях все еще недостаточной вычислительной способностью современных вычислительных систем. Таким образом, для получения эффекта от применения технологии прогнозирующего моделирования для исследования и оптимизации рабочих процессов резания должны быть разработаны специальные приемы, позволяющие получать результат с приемлемой погрешностью в приемлемое время. В этой работе такие приемы сформулированы в виде системы из четырех принципов:

1. принципа приемлемой погрешности прогнозирования;
2. принципа рационального упрощения;
3. принципа оптимальности параметров вычислительных процедур;
4. принципа сравнимости условий виртуального и натурального рабочих процессов.

Детально эти принципы рассмотрены ниже.

Таблица 6.7 – Результаты измерений методом стирания покрытия  
(среднее значение по результатам трех опытов) и расчета показателей прямоугольного резания стали 45  
(HB160;  $b = 4,8$  мм;  $\mu = 0,3$ ;  $\gamma = 5^\circ$ ,  $\alpha = 10^\circ$ ,  $\rho = 12$  мкм)

$V$ , м/мин	Номи- наль- $a$ , мм	Фак- тиче- ская $a$ , мм	Экспериментальные данные			Расчетные данные			Погрешность $C_\gamma$ , мм			
			$C_\gamma$ , мм	$\sigma_{C_\gamma}$ , мм	$P_z$ , Н	$C_\gamma$ , мм	$\sigma_{C_\gamma}$ , мм	$P_z$ , Н	Фактическая		Допустимая по критерию	
									абсо- лют- ная	относи- тель- ная, %	силь- ному	сла- бому
1	0,05	0,04	0,291	0,110	-	0,1	0,12	355	0,191	66	$\pm 0,306$	$\pm 0,377$
	0,1	0,11	0,502	0,047	-	0,6	0,12	-	-0,098	-20	$\pm 0,033$	$\pm 0,223$
	0,3	0,30	0,673	0,070	-	0,95	0,12	2600	-0,277	-41	$\pm 0,079$	$\pm 0,234$
10	0,05	0,05	0,320	0,002	537	0,102	0,12	315	0,218	68	$\pm 0,070$	$\pm 0,231$
	0,1	0,10	0,397	0,032	1311	0,192	0,12	360	0,205	52	$\pm 0,023$	$\pm 0,222$
	0,3	0,30	0,861	0,017	2623	0,622	0,12	1800	0,239	28	$\pm 0,031$	$\pm 0,223$
100	0,05	0,06	0,145	0,140	459	0,113	0,12	323	0,032	22	$\pm 0,005$	$\pm 0,221$
	0,1	0,10	0,340	0,064	870	0,232	0,12	576	0,108	32	$\pm 0,071$	$\pm 0,232$
	0,3	0,29	0,710	0,022	2353	0,63	0,12	1924	0,080	11	$\pm 0,040$	$\pm 0,224$
150	0,05	0,04	0,189	0,140	476	0,111	0,12	323	0,078	41	$\pm 0,106$	$\pm 0,244$
	0,1	0,10	0,222	0,000	777	0,232	0,12	585	-0,010	-4	$\pm 0,016$	$\pm 0,221$
	0,3	0,28	0,573	0,040	1814	0,62	0,12	1872	-0,047	-8	$\pm 0,053$	$\pm 0,227$
200	0,05	0,05	0,178	0,000	651	0,129	0,12	328	0,049	28	$\pm 0,013$	$\pm 0,221$
	0,1	0,09	0,224	0,000	696	0,232	0,12	620	-0,008	-3	$\pm 0,010$	$\pm 0,221$
	0,3	0,31	0,562	0,015	2031	0,79	0,12	1900	-0,228	-41	$\pm 0,014$	$\pm 0,221$

### 6.2.1. Принцип приемлемой погрешности прогнозирования

*Принцип приемлемой погрешности прогнозирования* заключается в том, что для получения достоверных результатов исследования процесса резания необходимо и достаточно обеспечить корректность, качественную (слабая достоверность) и при необходимости количественную адекватность (сильная достоверность) конечно-элементной модели процесса резания только по исследуемым показателям. При этом погрешность прогнозирования по другим показателям не имеет значения.

Действительно, решая задачу уровня детализации «Инструмента», связанную с расчетом напряжений, действующих в объеме рабочей части инструмента, распределение напряжений в лезвии этого инструмента на расстоянии менее нескольких толщин среза от режущей кромки не имеет значения. Погрешность прогнозирования контактных напряжений и температуры резания не имеет значения. Поэтому время расчета может быть существенно уменьшено за счет введения допущения о внешнем трении на контактных участках режущего лезвия, нулевом радиусе округления режущей кромки и отсутствии влияния температуры на контактные явления, при этом коэффициент внешнего трения рассматривается по модели прямоугольного резания как средняя величина коэффициента трения в исследуемых условиях. Применение принципа приемлемой погрешности прогнозирования можно показать путем сравнения 2D- и 3D-модели процесса прямоугольного резания с экспериментальными данными, например по [295].

Расчетная схема представляет собой твердосплавное лезвие с передним углом  $\gamma$  и задним углом  $\alpha$ , которое, перемещаясь с постоянной скоростью резания  $V$ , срезает с плоской заготовки слой постоянной толщины  $a$ . Ширина лезвия на 20% больше ширины заготовки. Ширина заготовки равна 2 мм, поскольку это минимальная ширина, реализующая условия плоской деформации в плоскости симметрии модели (см. п. 6.2.4). Обра-



ботка проводится без СОТС. Скорость резания – 200 м/мин, толщина среза – 0,15 мм.

В рассматриваемом случае приняты такие допущения: технологическая система – абсолютно жесткая, лезвие – абсолютно жесткое, идеальной формы, без покрытия, заготовка представляет прямоугольный параллелепипед из упруго-пластического материала с толщиной под поверхностью резания, равной одной толщине среза.

Моделирование выполнено в 2D- и 3D- пространстве. Рассмотрены случаи расчета температурных полей в результате адиабатического разогрева и теплопроводности. Для сравнения рассмотрен случай вырезания части заготовки не только по глубине и толщине, но и по ширине.

Для реализации 2D- и 3D-моделей использовался препроцессор OCFEM с внутренним генератором КЭ-сетки. Для сокращения времени моделирования в 3D-случае из заготовки условно вырезана часть, которая жестко закреплялась за основание. В 3D-постановке рассмотрено два варианта граничных условий: боковые поверхности заготовки свободны (реальный случай) и боковые поверхности закреплены по нормали к поверхности (эквивалентно вырезанию части заготовки по ее ширине).

Характерный размер КЭ в 2D- и 3D-случаях выбран таким образом, чтобы обеспечить не менее 10 элементов по толщине срезаемого слоя. Этим обеспечивается погрешность в определении толщины стружки около 10% (удаляется 1 элемент стружки из 10 по толщине). Размер элементов под поверхностью резания увеличен в 14,7 раза с целью уменьшения количества деформированных элементов. С этой же целью соотношения сторон КЭ выбрано  $h : l : b = 1 : 2 : 2$ . Параметры модели трения выбраны в соответствии с рекомендациями раздела 5 и приняты одинаковыми для 2D- и в 3D-моделей.

Результаты расчетов представлены в табл. 6.8 и приведены на рис. 6.18 и 6.19. В целом полученные результаты близки к экспериментальным данным. Наибольшая погрешность наблюдается в радиальной проекции силы резания, что вызвано недостаточной ин-

формацией о состоянии режущей кромки в эксперименте и удалением элементов поверхности резания. Необходимо обратить внимание, что спрогнозированное тепловое разупрочнение материала в обработанной поверхности, вызванное повышением температуры в результате теплопроводности из зон первичных и вторичных деформаций, повышает достоверность прогноза радиальной проекции силы резания и уменьшает тем самым погрешность прогнозирования силы резания (рис. 6.21).

Таблица 6.8 – Сводная таблица результатов расчетов (данные приведены в перерасчете на 1 мм ширины среза, экспериментальные данные по [295])

Размерность модели	Время расчета, мин*	Толщина стружки, мм		$P_z$ , Н		$P_y$ , Н		Максимальная температура	
		расчетная	экспериментальная	расчетная	экспериментальная	расчетная	экспериментальная	расчетная	экспериментальная
2D-Адиабат.	41	0,34	0,39	360	356 ±17	60	237 ±28	520	530
3D-Адиабат.	1334	0,43		230		15		550	
2D-Теплопр.	53	0,42		420		115		520	
3D-Теплопр.	1702	0,40		240		15		480	
3D-Адиабат.	384	0,20		230		20		550	

Примечания: \* – Расчеты выполнялись на ПЭВМ AMD Athlon XP 1800+ 1Гб; \*\* – ширина  $B = 0,5$  мм с одновременной реализацией ограничений на перемещение узлов боковой поверхности пластины по нормали к этой поверхности

2D, адиабатические условия

2D, условия теплопроводности

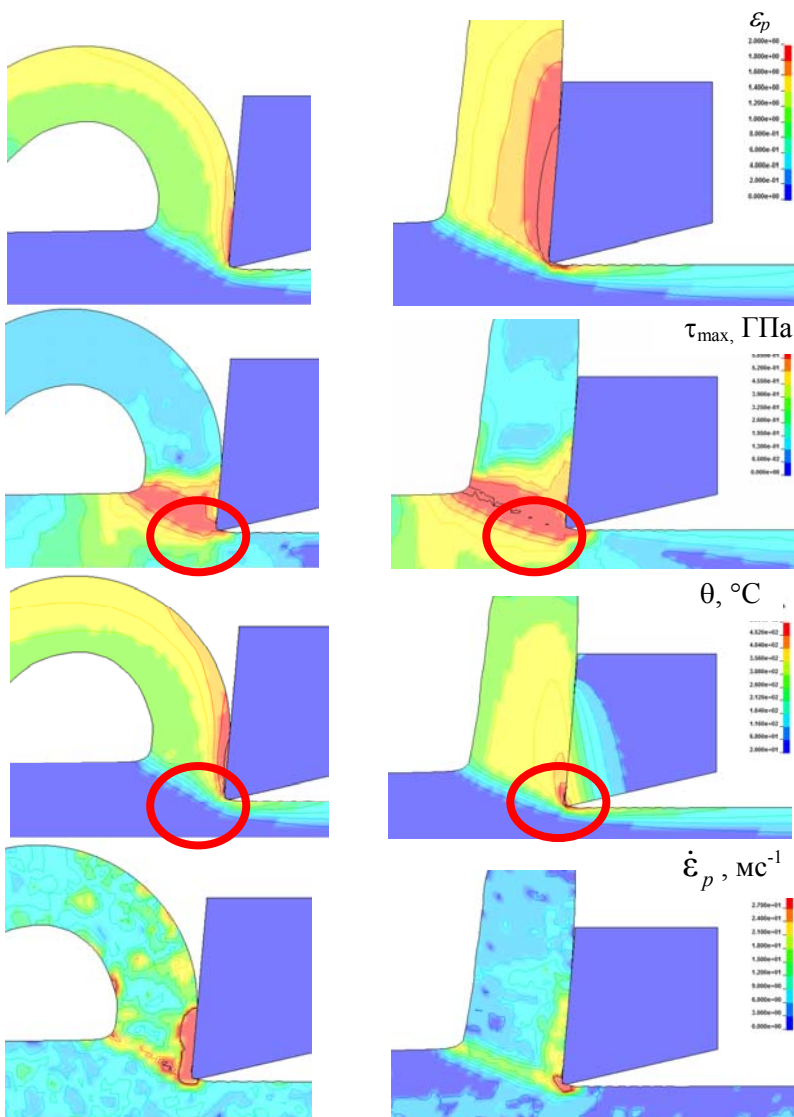


Рисунок 6.18 – Поля показателей процесса резания, полученные по 2D-модели

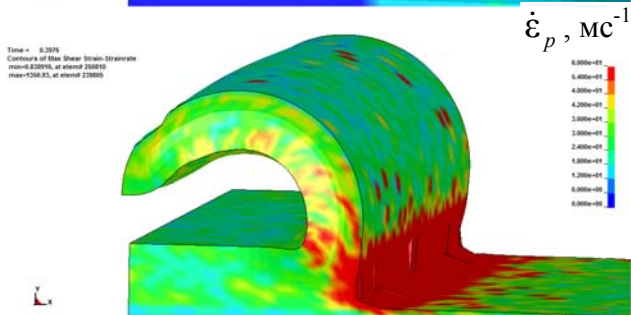
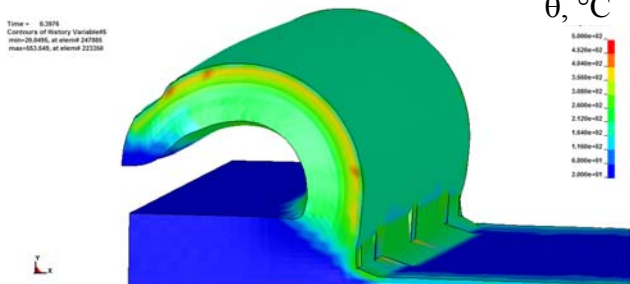
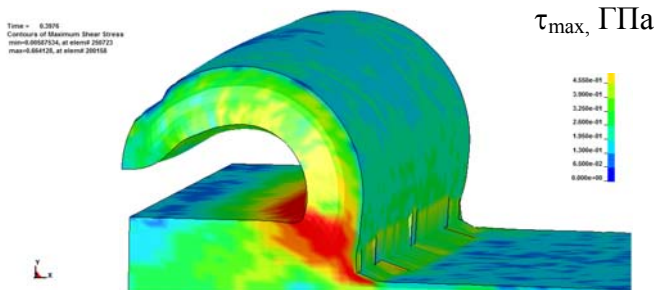
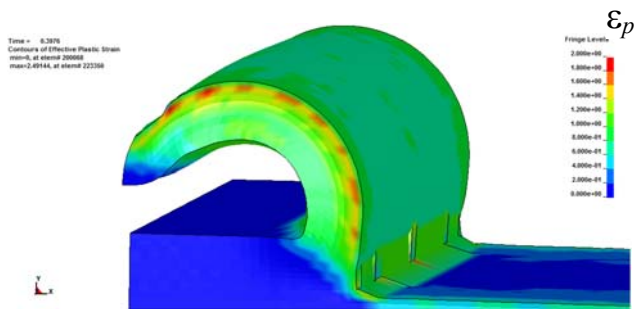


Рисунок 6.19 – Поля показателей процесса резания, полученные по 3D-модели

Как можно заметить, время вычисления моделей с тем же характерным размером КЭ возрастает с увеличением размерности задачи и сокращением принятых допущений. Так, 2D-адиабатическая задача нуждается в 41 минуте работы ПЭВМ, в то время как 3D-адиабатическая задача – в 1334 мин, что более чем в 30 раз больше времени, необходимого для расчетов 2D-задачи. Аналогичные показатели и в случае теплопроводности: 3D-термомеханическая задача также требует более чем в 30 раз (1702 мин) больше времени, чем 2D-задача, в то время как последняя дает значительно более достоверные результаты. Это вызвано приблизительно в 21 раз большим количеством деформированных элементов в 3D-модели, необходимых для моделирования резания пластины шириной 2 мм.

Время решения 3D-задачи можно сократить, идеализируя граничные условия по ширине заготовки (табл.6.7, строка 5). Введение допущения о плоской деформации (ограничение перемещения по нормали к боковой поверхности) и уменьшение ширины среза до 0,5 мм сокращает время вычисления до 192 мин, что всего в 4 раза больше времени для 2D-задачи. Однако это приводит к уменьшению толщины стружки, сохраняя при этом практически неизменной температуру резания и проекцию силы резания.

### **6.2.2. Принцип рационального упрощения**

Исходя из разработанной классификации задач прогнозирующего моделирования процессов резания (см. п. 2.1), сформулирован *принцип рационального упрощения*, состоящий в выборе такой структуры прогнозирующей модели, которая обеспечивает наименьшее время прогнозирования показателей процесса резания с приемлемой погрешностью за наименьшее время.

Подробное описание модели процесса резания требует значительных вычислительных ресурсов, которые в настоящее время еще остаются недоступными. Однако в зависимости от задачи моделирования могут быть взяты те или иные допущения. Например, при реализации модели на первом и втором уровнях детализации (см. разд. 2) систему резания можно огра-

ничить лишь двумя телами, предполагая, что жесткость технологической системы равна бесконечности. На первом уровне детализации допустимо рассматривать прямоугольное свободное резание, эквивалентное по схеме сечения системы «обрабатываемая заготовка – лезвие инструмента – стружка» – главная секущая плоскость в рассмотренной точке режущей кромки.

Например, если необходимо увеличить прочность режущей кромки лезвия, то эта задача имеет масштаб (уровень детализации) лезвия, тогда при построении модели для решения этой задачи необходимо учитывать форму округления режущей кромки, локальное распределение контактных напряжений и т.п. Таким образом, модель резания должна быть максимально подобной в главной секущей плоскости и может иметь значительные упрощения пространственной геометрии системы. С другой стороны, если ставится задача определения прогиба заготовки при обработке точением, то она уже имеет масштаб (уровень детализации) заготовки, поскольку характерным геометрическим размером является длина или диаметр заготовки. Поэтому настолько детальная информация о процессе взаимодействия лезвия с заготовкой и стружкой, как определено в предыдущем примере, в данном случае не нужна, а достаточно лишь достоверно спрогнозировать вектор силы резания и геометрически точно описать геометрию заготовки и ее граничные условия.

В настоящее время известно огромное количество рабочих процессов механической обработки резанием. При наличии условий составление моделей этих процессов имеет чаще всего экспертный характер. Вместе с тем от качества принятой расчетной схемы и допущений существенным образом зависят не только адекватность и численная устойчивость построенной модели, но и ее работоспособность вообще.

Принятые допущения зависят от задачи, решаемой при моделировании процесса, и условий реализации моделируемого процесса стружкообразования. Эти два фактора являются независимыми. Поле возможных значений первого фактора описано ранее в разд. 2. Поле возможных значений второго фактора при-

ведено в табл. 6.9 в виде классификаций условий реализации моделей рабочих процессов резания. Выделено 7 групп условий реализации процесса резания: материал, покрытие на лезвии, кинематика процесса, внешняя среда, толщина среза, скорость резания, дополнительная энергия.

Таблица 6.9 – Классификация условий реализации моделей рабочих процессов резания

Группа условий	Свойство	Вариант	Условное обозначение
Обрабатываемый материал	Однородность	Изотропный	MI
		С включением	MB
		Явно выраженная анизотропия	MA
	Пластичность	Хрупкий	MK
		Пластичный	MP
		С особыми свойствами или композиционный материал	MH
Покрытие на лезвии		Есть	PE
		Нет	PN
Кинематика процесса		2D	2D
		3D	3D
Внешняя среда	Вид и способ подачи СОЖ	Без СОЖ	VH
		С СОЖ	VP
Толщина среза		$\gg \rho$	TB
		$1 \div 5 \rho$	TC
		$\leq \rho$	TM
Скорость резания		Малая	SM
		Средняя	SS
		Высокая	SB
		Сверхвысокая	S
Дополнительная энергия		Предварительный лазерный подогрев	EL
		Ультразвуковые колебания	EU
		Другие	ED

Перечень возможных допущений следует из анализа моделей для различных комбинаций рассмотренных факторов (табл. 6.10). В нем выделены 6 объектов упрощения, компонент моделируемую систему, явлений и алгоритмов решения задачи: инструмент, заготовка, взаимодействие между объектами, технологическая система, окружающая среда, алгоритмы расчета. Условия реализации моделируемого процесса резания и возможные допущения для удобства использования закодированы. Код состоит из двух букв или буквы и цифры. Первая буква обозначает объект (группу условий), вторая буква (цифра) – конкретное свойство.

Таблица 6.10 – Возможные допущения в ходе моделирования процесса резания

КОД	Объект	Свойство	Суть допущения
ГЖ	Инструмент	Материал	Абсолютно жесткий
ГУ			Абсолютно упругий
П			Изотропный
ГА			Анизотропный
ГТ		Конфигурация	Тонкостенный
ГЛ			Лезвие имеет идеализированную форму
ГР			Размеры инструмента ограничены размерами лезвия
ГГ			Поверхность лезвия абсолютно гладкая
ГП		Покрытие	Покрытие – слой бесконечно малой толщины
ГК			Покрытие – слой конечной толщины
ЗГ	Заготовка	Материал	Изотропный
ЗА			Анизотропный
ЗН			Упруго-пластический материал с деформационным упрочнением
ЗЖ			Абсолютно жесткое или абсолютно упругое тело
ЗВ			Упруго-вязко-пластичный материал с деформационным упрочнением
ЗМ		Конфигурация	Размер КЭ сопоставим с толщиной зоны вторичных деформаций
ЗБ			Размер КЭ значительно больше толщины зоны вторичных деформаций
ЗТ			Напряжение и пластические деформации распространяются под поверхность резания на глубину не более одной толщины среза



Продолжение таблицы 6.10

КОД	Объект	Свойство	Суть допущения
ВК	Взаимодействие между объектами	Силовое	Кулоновское трение с ограничением
ВР			Коэффициент трения одинаковый на всей передней поверхности
ВТ			Температура не влияет на коэффициент трения
ВН			Трения нет
ВМ		Тепловое	Теплота трения пренебрежительно мала
ВО			Нет теплообмена между заготовкой и лезвием
ВQ	Тепловой поток от трения распределяется между инструментом и заготовкой пропорционально $\sqrt{\rho_0 C_v \lambda}$ тела		
ТЖ	Т-система	-	Т-система абсолютно жесткая
ОВ	Окружающая среда		Окружающая среда оказывает пренебрежительно малое тепловое и силовое влияние на процесс резания
ОQ			Тепловой поток в окружающую среду пропорционален разнице температур поверхности и окружающей среды
ПР	Алгоритмы расчета	Модель материала	Гипотеза о взаимной компенсации эффектов температурного разупрочнения и скоростного упрочнения
ПМ			Условие пластичности фон Мизеса
ПН			Материалы всех сред несжимаемые
ПУ			Упругие деформации значительно меньше пластических деформаций
ПП			Упругие деформации сопоставимы с пластическими деформациями
ПА		Разрушение	Разрушение заранее определено в поверхности резания
ПЕ			Разрушение реализуется удалением элементов с возможной потерей до 10% массы стружки
ПР			Разрушение реализуется перестройкой КЭ-сетки
ПН			Разрушение реализуется разделением узлов
ПК*		Интегрирование	Динамические силы при увеличении шага интегрирования в $K^*$ раз не влияют на результат
ПЗД		Размерность пространства	3D
П2Д			Плоская деформация (2D)
П2А			Плоские напряжения (2D)

\* При ссылке на этот пункт вместо К необходимо поставить число

Чем больше допущений, тем меньше времени необходимо для выполнения расчета. Но в зависимости от уровня детализации и решаемой задачи при заданных условиях реализации модели процесса резания могут быть заданы не все возможные допущения, а лишь те, которые обеспечивают получение достоверного результата. Это максимально допустимые допущения. Например, если ставится задача прогнозирования контактных напряжений при фрезеровании нержавеющей стали конечной твердосплавной фрезой с покрытием без СОЖ, максимально возможными допущениями будут:

**П2Д, ПР, ПМ, ПН, ПУ, ПР, ПЗ, ІЖ, ІЛ, ІР, ІГ, ІШ, ЗІ, ЗН, ЗМ, ЗТ, ВО, ТМ, ОВ.**

Эти допущения показывают, что достаточное количество информации о распределении контактных напряжений можно получить из 2D-модели силового взаимодействия лезвия фрезы с заготовкой в главной секущей плоскости. Такой подход позволяет обеспечить приемлемую скорость вычислений и получить результат, который будет иметь приемлемую погрешность прогноза распределения контактных нагрузок.

С другой стороны, если для этого же случая ставится задача прогнозирования формы стружки и проверки возможности ее размещения в стружечных канавках, то допущение необходимо формулировать таким образом:

**ПЗД, ПР, ПМ, ПН, ПУ, ПЕ, П10, ІЖ, ІТ, ІГ, ІШ, ЗІ, ЗН, ЗБ, ЗТ, ВК, ВО, ТМ, ОВ.**

Эти допущения требуют реализации модели процесса фрезерования уже в трехмерном пространстве, которое нуждается в значительно большем времени расчетов.

В качестве обобщения в таблице 6.11 представлен пример рекомендаций по выбору допустимых допущений для одной из задач в координатах «задача – условия ее реализации». Они позволяют получить общее решение за наименьшее время за счет максимального исключения из расчетной схемы несущественных для данной задачи деталей. Однако в каждом конкретном случае

исследователь должен самостоятельно уточнять перечень допущений в зависимости от исследуемого аспекта решаемой задачи.

Таблица 6.11 - Пример рекомендаций по выбору допустимых допущений. Код допущения - по табл.6.9, код условий – по табл.6.10.

Наименование задачи		Прогнозирование типа стружки					
		ГЖ,П, ПГ, ПП	ЗІ,ЗН,З М, ЗТ	ВК, ВО	ТЖ	ОВ	ПМ,ПУ, ПР ПН
Характеристика условий реализации модели	Обрабатываемый материал	МІ					
		МВ		-ЗІ+ЗА			
		МА		-ЗІ+ЗА			
		МХ					
		МП					
		МН					-ПН-ПМ
	Покрытие лезвия	ПЕ					
		ПН					
	Кинематика процесса	2D					+П2Д
		3D					+П3Д
	Внешняя среда	ВН					
		ВС					
	Толщина среза	ТМ					
		ТС					
		ТБ					
	Скорость резания	СМ			+ВМ +ВТ		+ПР+ПК 3
		СС					+ПК3
		СВ		-ЗН+ЗВ			+ПК1- ПР
		СО		-ЗН+ЗВ			+ПК1- ПР
	Дополнительная энергия	ЭЛ					-ОВ
ЭУ						+ПК1	
ЭД							

*Примечание:* «+» и «-» означают, соответственно, добавление и исключение допущения при изменении условий резания

Следует отдельно рассмотреть проектирование расчетной схемы. Время вычисления будет тем меньше, чем более близкой будет начальная геометрия модели системы к конечной форме этой системы, которая, собственно, на начальном этапе моделирования неизвестна, но может в той или иной степени быть оценена. Например, для решения задачи прогнозирования силы резания в установившемся процессе продольного точения можно рассматривать срезание слоя, ограниченного поверхностью резания, той же формы, что и форма режущей кромки лезвия инструмента. В то же время для прогнозирования постоянной времени стружкообразования необходимо выполнить моделирование всего процесса врезания лезвия. Рассмотрим другой пример. Для определения силы и момента резания при сверлении отверстия в толстой плите процесс врезания не имеет значения. Поэтому заготовка для моделирования может содержать уже сформированное конусное отверстие с углом, равным углу в плане цельного спирального сверла. В то же время, если задачей моделирования процесса сверления является прогнозирование заусенца при сверлении композиционных материалов, то переходной процесс врезания является очень важным, и потому процесс врезания и выхода сверла из контакта с заготовкой должен быть смоделирован в полном объеме.

### **6.2.3. Принцип оптимальности параметров вычислительных процедур**

Необходимым условием реализации эффективной конечно-элементной модели процесса резания является выполнение *принципа оптимальности параметров вычислительных процедур*, который заключается в том, что каждый решатель должен быть предварительно оптимизирован для решения именно задач резания путем подбора параметров конечных элементов, контактных алгоритмов, алгоритмов интегрирования уравнений движения таким образом, чтобы обеспечить наивысшую производительность вычислительных процедур. Возможность применения этого принципа обусловлена данными проведенных ис-

следований влияния различных факторов на точность прогнозирования проекций силы резания и производительность вычислений как для 2D-, так и для 3D-моделей.

### **6.2.3.1. Влияние различных факторов на точность прогнозирования силы резания по 2D-моделям**

Известно, что сила резания является суммой сил на передней и задней поверхностях лезвия [54]. При обработке сталей с  $\gamma \rightarrow 0$  проекция  $P_y$  может достигать  $0,5P_z$ , большая часть из которой формируется на передней поверхности. Проведенные вычислительные эксперименты показывают, что неправильное определение границы контакта инструмента с заготовкой по передней поверхности приводит часто к занижению радиальной проекции силы резания.

Современные теоретические представления, базирующиеся на результатах экспериментальных исследований, показывают, что в формировании радиальной проекции силы резания значительную роль играет сила на задней поверхности. Упругое восстановление пластически деформированной поверхности приводит к значительной величине контактных напряжений на этом участке контакта. Поскольку фаска износа на задней поверхности, по мнению Н. Н. Зорева [54], существует практически всегда, появляясь очень быстро после начала резания, то величина проекции силы резания  $P_y$  практически всегда значительна.

Деформация лезвия хоть и мала, но все-таки меняет условия контакта на задней поверхности. Именно этим объясняется увеличение величины проекции  $P_y$  силы резания во 2-й схеме граничных условий, где лезвие имеет возможность деформироваться (рис. 6.20). Когда важно точно спрогнозировать условия на задней поверхности, то расчеты должны выполняться в постановке с деформированным инструментом по второй схеме граничных условий.

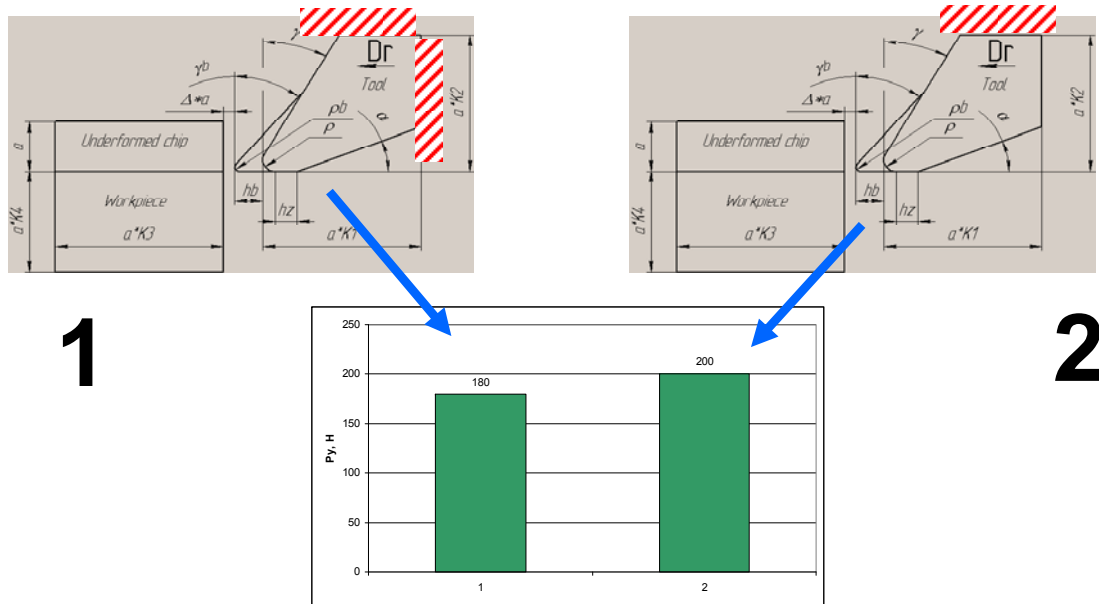


Рисунок 6.20 – Влияние способа закрепления деформированного лезвия на величину проекции  $P_y$  силы резания: сталь 45 – Т15К6;  $\alpha = 10^\circ$ ;  $\gamma = 5^\circ$ ;  $S = a = 0,3$  мм;  $V = 100$  м/мин

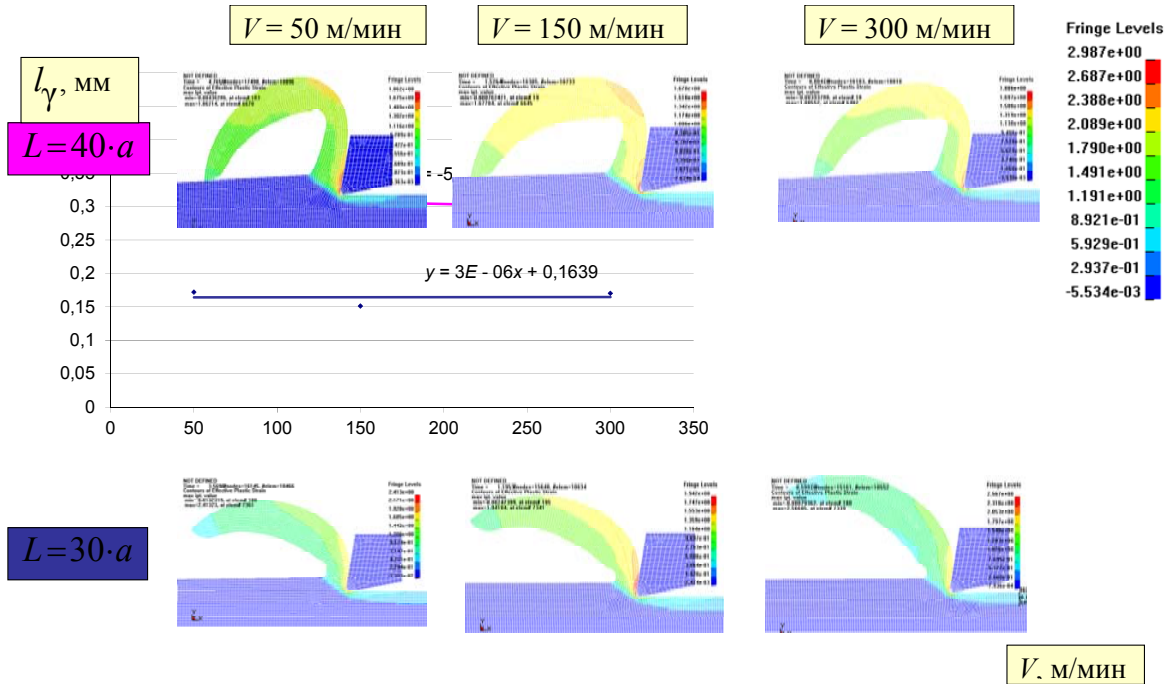


Рисунок 6.21 – Влияние контакта стружки с заготовкой на длину контакта стружки с лезвием по передней поверхности

Расчеты показали, что взаимодействие тела стружки с обрабатываемой поверхностью приводит к изменению длины контакта на передней поверхности (рис. 6.21) и, следовательно, силы резания. Этот эффект на практике вызывает колебание силы резания и поэтому его необходимо учитывать при проверке адекватности модели по силе резания.

Более того, как отмечает А. Н. Резников [42], задняя поверхность является, с одной стороны, существенным охладителем лезвия, а с другой – значительным источником теплоты, тем самым содействуя существенному изменению как характера распределения температуры в лезвии, так и собственно температуры резания.

Вместе с тем, в полученных решениях (см. табл. 6.4) граница контакта лезвия с заготовкой по задней поверхности практически отсутствует. Можно заметить, что это происходит вследствие «проваливания» конечных элементов под режущую кромку (рис. 6.23, зона В) на величину большую, величины упругого восстановления вновь образованной поверхности (около 1 мкм), образуя тем самым зазор по задней поверхности размером 2–3 мкм. На наш взгляд, это является следствием влияния двух факторов: особенностей контактного алгоритма, требующего плавного изменения угла нормали вдоль поверхности контакта [226] и дискретной структуры границы контакта инструмента с заготовкой. Дело в том, что разделение обрабатываемого материала на материал стружки и детали происходит в области перед РК, причем в том ее месте, где скорость, касательная к поверхности, формирующая РК, равна 0 (т. О на рис. 6.22). Эта точка может находиться и на некотором расстоянии перед РК в том случае, когда отделение стружки от заготовки происходит в результате трещинообразования. В связи с этим неправильное прогнозирование точки разделения стружки и заготовки приводит к погрешностям прогноза контактного взаимодействия на задней поверхности, а следовательно, и радиальной составляющей  $P_y$  силы резания, но при этом оно мало влияет на процессы в зонах первичных и вторичных деформаций, в том числе как на усадку стружки, так и на главную проекцию силы резания, особенно при  $a/\rho > 2$ .



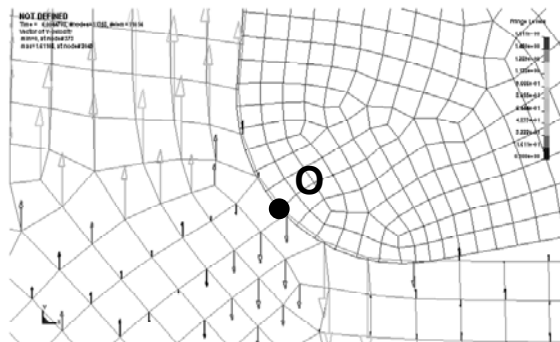


Рисунок 6.22 – Поле вертикальной проекции скоростей узлов заготовки перед РК

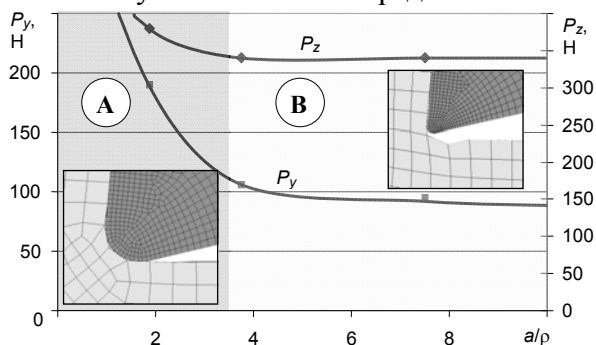


Рисунок 6.23 – Влияние отношения  $a/r$  на проекции силы резания при  $h_z = 0$ , другие условия – по табл. 6.4, строка 2

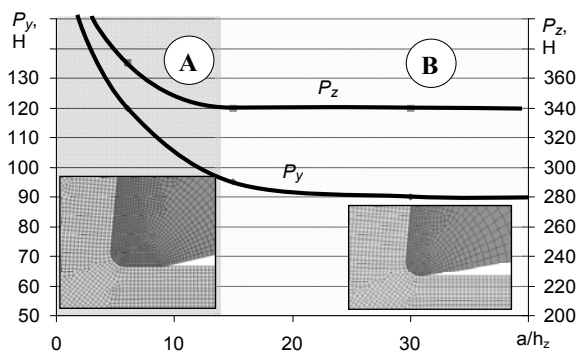


Рисунок 6.24 – Влияние отношения  $a/h_z$  на проекции силы резания при  $\rho = 40$  мкм, другие условия – по табл. 6.4, строка 2

Поскольку количество КЭ в модели не может быть бесконечным, то полностью исключить погрешность прогнозирования т. О при отделении стружки невозможно, однако за счет оптимального выбора параметров решателя можно существенным образом ее уменьшить. Среди факторов решения, имеющих некоторую неопределенность при подготовке исходных данных, можно выделить три группы: а) исходные данные; б) модели материала, трение и разрушение; в) параметры решателя.

Среди *исходных данных* о геометрии инструмента лишь радиус округления режущей  $\rho$  и величина фаски износа на задней поверхности  $h_z$  не могут быть однозначно определены перед началом расчета даже в случае, если они специально контролировались. Это происходит вследствие кратковременного (на отрезке 5–10 м пути резания при обработке конструкционных сталей твердосплавным инструментом) периода приработки инструмента, в течении которого эти параметры значительно изменяются. Изменения в процессе резания, вызванные изменением  $\rho$  и  $h_z$  приводят к изменению условий контакта по задней поверхности вплоть до потери контакта и, следовательно, к изменению величины радиальной проекции силы резания. Подобное этому явление наблюдается при резании с наростом: из-за малого  $\rho$  и  $h_z$  вершины нароста в этом случае величина фаски износа не влияет на силу резания вплоть до величины 1 мм [54].

Проведенные виртуальные эксперименты показывают (рис. 6.23 и 6.24), что с увеличением  $\rho$  и  $h_z$  возрастает сила  $P_z$  и  $P_y$ . Рассматривая полученные данные можно выделить два диапазона значения  $\rho$  и  $h_z$ . В диапазоне В эти параметры принимают малые значения, точка О (рис. 6.22) не совпадает с узлами КЭ сетки и отделение стружки происходит под РК. Поэтому изменение этих факторов мало влияет на площадь контакта по задней поверхности и, следовательно, на  $P_z$  и  $P_y$ . В тоже время в диапазоне А  $\rho$  и  $h_z$  увеличиваются настолько, что при заданном размере КЭ точка О отделения стружки от заготовки оказывается на поверхности округления РК, узлы обработанной поверхности входят в контакт с лезвием. В результате увеличиваются проек-

ции  $P_z$  и  $P_y$ . В исследованном диапазоне  $\rho \in [0; 0.2a]$  и  $h_z \in [0; 0.2a]$  проекция  $P_z$  не превышает 12%, что вызвано незначительной, по сравнению с  $a$  величиной  $\rho$  и  $h_z$ . В тоже время  $P_y$  изменяется более чем в 2 раза в зависимости от  $\rho$  и на 40% - от  $h_z$ . Это подтверждает то положение, что неопределенность в задании параметров  $\rho$  и  $h_z$  приводит к значительным ошибкам прогнозирования проекции радиальной проекции силы резания  $P_y$ .

Известно [54], что *модель материала* влияет через изменение НДС в зонах первичных и вторичных деформаций, определяет максимальную величину пластической деформации перед РК и, таким образом, нормальные напряжения на границе контакта стружки с инструментом. Н. Н. Зорев показал, что механические свойства материала определяют непосредственно лишь угол сдвига и касательные напряжения в зоне первичных деформаций. Поэтому модель материала влияет на проекцию  $P_z$  и усадку стружки. В связи с этим при удовлетворительной погрешности прогнозирования  $P_z$  и усадки стружки погрешность, внесенная моделью материала в  $P_y$ , незначительна.

*Модель трения* значительно влияет на величину  $P_y$  и в меньшей степени на величину  $P_z$  особенно при  $\gamma \rightarrow 0$  через изменение их составляющих на передней поверхности и угол сдвига. В соответствии с данными Р. J Agrazola [219] при изменении  $\mu$  от 0 до 1 изменение главной проекции силы резания представляет  $\Delta P_z = 35 - 40\%$ , а радиальной –  $\Delta P_y = 170 - 220\%$ . Форма стружки также изменяется существенно (рис. 6.25): с увеличением  $\mu$  радиус кривизны стружки увеличивается. Интересно, что температура резания с увеличением коэффициента трения достигает своего насыщения при  $\mu=0.6$ . В связи со сложностью процессов контактного взаимодействия, происходящих на передней поверхности,  $\mu$  является наиболее неопределенной величиной [13]. Поэтому само трение является тем фактором, подбирая который добиваются, как правило, минимальных погрешностей

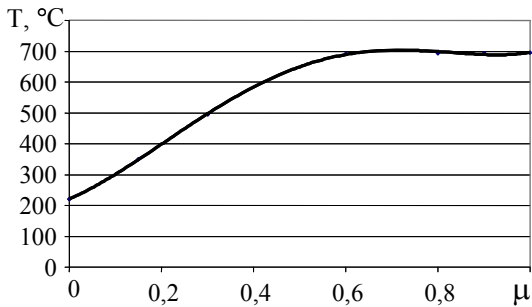
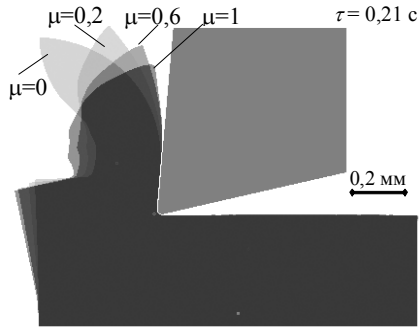


Рисунок 6.25 – Влияние коэффициента трения на форму стружки и температуру резания: сталь 45 – Т15К6,  $V = 300$  м/мин,  $S = 0,15$  мм/об,  $\gamma = 5^\circ$ ,  $\alpha = 10^\circ$ ,  $\rho = 0,02$  мм,  $h_z = 0$  мм

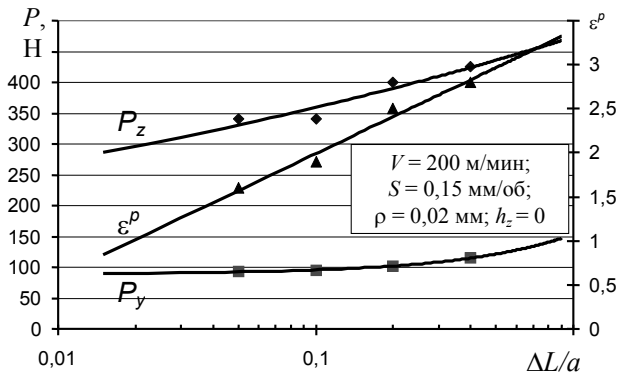


Рисунок 6.26 – Влияние шага перестроения КЭ-сетки  $L$  на проекции силы резания и величину пластических деформаций перед РК

при прогнозировании  $P_y$ . Этим объясняется большое расхождение применяемых при моделировании резания параметров трения (см. раздел 1).

*Модель разрушения*, на наш взгляд, также значительно влияет на силу резания, и в частности на  $P_y$ . Это влияние проявляется в изменении положения точки отделения стружки от заготовки и направления образования трещины. Кроме физического влияния, из-за изменения величины пластических деформаций перед РК и контактных напряжений на границе «стружка – лезвие» в зависимости от параметров критерия разрушения и алгоритма его реализации контакт по задней поверхности может иметь различный характер из-за изменения положения вершины трещины и наличия КЭ под режущей кромкой.

Виртуальные эксперименты показали, что *геометрический критерий* (перестроение КЭ-сетки через заданный путь лезвия) – (случай 1) – обеспечивает наиболее устойчивую площадку контакта на задней поверхности за счет постоянства направления трещины перед РК. Значение главной и радиальной проекций силы резания возрастают с увеличением пути перестроения КЭ-сетки (рис. 6.26) за счет увеличения максимальных пластических деформаций, при которых происходит разрушение.

*Применение физического критерия* при  $D_1 = 2,5$ ,  $D_2 = 0$ ,  $D_3 = 0$ ,  $D_4 = 0$ ,  $D_5 = 0$ , реализованного как методом удаления элементов (случай 2), так и методом разделения узлов (случай 3) при заданных его количественных параметрах вносит численную погрешность прогнозирования площадки контакта по задней поверхности и, таким образом, в прогноз радиальной силы  $P_y$  за счет распространения трещин под режущую кромку. Вместе с тем следует отметить, что указанный эффект значительно снижает среднюю силу резания лишь в случае 2. В случае 3 он проявляется лишь увеличением среднеквадратичного отклонения спрогнозированной силы за счет дальнейшего закрытия образовавшихся трещин.

К параметрам решателя необходимо отнести размер КЭ в заготовке и инструменте, шаг интегрирования, величину контактной жесткости.

Проведенные исследования показали, что на погрешность прогнозирования участка контакта по задней поверхности и, таким образом, проекции силы резания  $P_y$  влияют размеры КЭ заготовки. Влияет не столько абсолютная величина стороны КЭ  $L_e$ , сколько ее отношение к радиусу округления РК  $\rho$  (рис. 6.27). Это связано с тем, что само отношение  $\rho/L_e$  определяет количество КЭ на поверхностях, контактирующих с поверхностью округления режущей кромки. В диапазоне А –  $\rho/L_e < 2$  и нарушается физическая адекватность процесса взаимодействия округленной РК с заготовкой: РК или проникает сквозь КЭ заготовки, или КЭ заготовки отрываются от задней поверхности. Этот процесс циклический. При этом сила резания также меняется циклически с большой амплитудой. Это проявляется в большом среднеквадратичном отклонении проекций силы резания, получаемых при расчетах. В диапазоне Б –

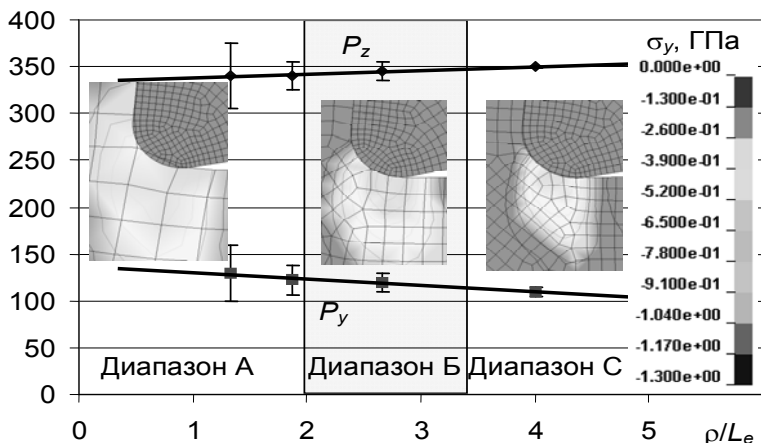


Рисунок 6.27 – Влияние размера  $L_e$  КЭ заготовки на величину проекций силы резания и распределение нормальных напряжений на задней поверхности лезвия

$2 \leq \rho/L_e \leq 3$  вдоль поверхности округления размещается достаточное для адекватного описания контакта количество КЭ. Среднеквадратическое отклонение уменьшается более чем в 3 раза в сравнении с диапазоном А, а среднее значение проекций силы резания практически не меняется. В диапазоне Б –  $\rho/L_e > 3$  еще больше уточняется граница контакта по задней поверхности. Среднеквадратическое отклонение силы уменьшается до 5 Н, а средняя величина проекций силы резания практически не меняется. Вместе с тем время решения задачи в этом диапазоне значительно возрастает. Эти затраты не оправдывает указанное (относительно небольшое) повышение точности.

Размер КЭ лезвия влияет из-за изменения геометрии РК: переднего  $\gamma$  и заднего  $\alpha$  углов. Проведенные исследования показали, что при количестве КЭ менее 4 на поверхности округления это искажение значительное и при  $a/\rho < 4$  меняет проекции силы резания более чем на 20%. Установлено, что максимальный размер КЭ, исключаяющий влияние этого фактора, равен 0,4 $\rho$ .

Шаг интегрирования также значительно влияет на точность прогнозирования силы (рис. 6.28), и, в частности, силы резания  $P_y$ . В наших опытах с увеличением шага за счет масштабирования массы возрастало среднеквадратическое отклонение  $P_y$ . При шагах  $\Delta t > 10 \cdot \Delta t_0$  результат становился неадекватным по форме стружки и силе резания. Это связано с искусственным увеличением динамических сил из-за увеличения массы системы. Рекомендованное значение коэффициента ускорения  $k_{\Delta t} = \Delta t / \Delta t_0$  при скоростях резания около 200 м/мин – 3–5.

Величина контактной жесткости в алгоритме штрафов, как известно [226], определяет глубину проникновения одного тела в другое. Контактная жесткость определяется модулем объемной упругости материала мастер тела, то есть в нашем случае лезвия. Поскольку модуль объемной упругости твердого сплава почти в 2,5 раза больше модуля объемной упругости стали, то коэффициент контактной жесткости  $f_s$  не может быть равен 0,1,

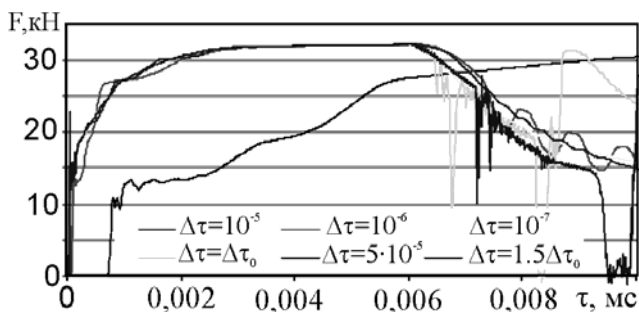


Рисунок 6.28 – Влияние шага интегрирования на диаграмму растяжения стандартного образца в виртуальном эксперименте

как это рекомендуется по умолчанию для указанного алгоритма. Проведенные нами исследования показали, что для заданной комбинации материалов лезвия и заготовки адекватный расчет площадки контакта по задней поверхности обеспечивают значения  $f_s$  в пределах от 0,005 до 0,02.

### 6.2.3.2. Влияние различных факторов на точность прогнозирования силы резания по 3D-моделям

Рассмотрим влияние параметров решателя на производительность вычислений и точность получаемых результатов при решении 3D-задач. Наиболее сложными в вычислении моделями 3D-процессов являются модели переходных этапов резания – врезания и выхода инструмента. Поэтому в данном разделе рассмотрен именно этап врезания прямоугольного резания с углом результирующего движения резания  $0,18^\circ$ , что соответствует углу результирующего движения резания, например, у вершины сверла диаметром 10 мм, работающего с подачей 0,10 мм/об.

Анализ литературы [226] и предварительные расчеты показали, что при заданной конечно-элементной сетке заготовки и инструмента наиболее существенным образом влияют такие 7 факторов: алгоритм *ihq* подавления безэнергетических форм деформации и его параметр *qm*, тип элемента *elform*, контактный алгоритм *soft* и величина контактной жесткости *sclfac*, тол-



щина виртуального покрытия  $\delta$  (*sldthk*), коэффициент увеличения шага интегрирования (ускорение вычислений)  $k_{\Delta\tau} = \Delta\tau/\Delta\tau_0$ .

Поскольку точность результата и производительность вычислений являются конкурирующими показателями вычислительной процедуры, то для выбора наилучшего варианта была использована целевая функция в форме

$$\Phi_i = D_1 \left( \frac{t_i}{t_{\min}} - 1 \right) + D_2 \left( \frac{\tau_{ci}}{\tau_{c\min}} - 1 \right) + D_3 \cdot \text{if} (e_{hsi} > 0, 1; 1; 0) + , \\ + D_4 \frac{|P_{zi} - \bar{P}_z|}{\bar{P}_z} + D_5 \frac{|\Delta\tau_{\max} - \Delta\tau_i|}{\Delta\tau_{\max}}, \quad (6.11)$$

где  $D_1, D_2, D_3, D_4, D_5$  – весовые коэффициенты, показывающие важность при реализации модели соответственно: времени работы процессора, времени от момента начала перемещения лезвия до начала образования установившейся стружки, условия обеспечения минимума энергии безэнергетических форм деформаций, условия минимального отклонения прогноза силы от ее действительной величины, минимального искажения элементов;

$t$  – время работы процессора для вычисления всей задачи;

$\tau_c$  – время от момента начала перемещения лезвия до начала образования установившейся стружки;

$E_h$  – энергия безэнергетических форм деформаций в момент окончания расчетов;

$E_e$  – внутренняя энергия заготовки в момент окончания расчетов;

$P_z$  – тангенциальная проекция силы резания в момент окончания расчетов;

$\Delta\tau$  – средний шаг интегрирования в момент окончания расчетов;

$\bar{P}_z$  – средняя по сравниваемым опытам тангенциальная проекция силы резания в момент окончания расчетов;

$t_{\min}$  – минимальное время работы процессора для вычисления всей задачи для всех сравниваемых опытов;

$\tau_{c\min}$  – минимальное время от момента начала перемещения лезвия к началу образования установившейся стружки для всех сравниваемых опытов;

$\Delta\tau_0$  – начальный шаг интегрирования;

$e_{hei} = \frac{E_{hi}}{E_{ei}}$  – относительная энергия безэнергетических форм деформации;

$e_{he\min}$  – минимальное значение из всех  $e_{hei} > 0$  для всех сравниваемых опытов.

Предположим, что в этом случае для модели важно получение приемлемого по точности прогноза силы резания за приемлемое время. Тогда коэффициенты в уравнении (6.11) можно задать следующим образом:

$$D_1 = 1, D_2 = 0,75, D_3 = 1, D_4 = 1, D_5 = 0,1,$$

что обеспечивает равноценность времени работы процессора и точности прогнозирования силы резания. При этом пренебрегают искажением элементов, но обеспечивают выполнение условия минимума энергии безэнергетических форм деформаций (не более 10%).

Элементы с одной точкой интегрирования напряжений (тип 1) искажаются при моделировании больших пластических деформаций вследствие возникновения безэнергетических форм деформации. Для их подавления используют разные алгоритмы. Анализ полученных данных о влиянии алгоритма подавления безэнергетических форм деформаций (табл. 6.12) показал, что алгоритм Фланаган-Беличко с точным интегрированием по объему элементов в жесткостной формулировке дает значительно более устойчивое решение, чем тот же алгоритм в вязкостной формулировке даже при скорости резания 5000 м/мин. Поэтому практически для всех моделей резания необходимо рекомендовать алгоритм подавления безэнергетических форм деформаций в жесткостной формулировке ( $ihq = 5$ ).

Таблица 6.12 – Влияние алгоритма подавления безэнергетических форм деформации

Вариант	ihq	qm	Время расче-та, с	% затрат времени CPU		Время на-чала струж-кообразования, мс	Энергия Hourglass $J_H$ , Дж		Внутренняя энергия $J_B$ , Дж		$J_H / J_B$ , %	Проекция силы $P_z$ , Н		Шаг интегрт-рования в момент на-чала струж-кообразова-ния $\Delta t_0 \times 10^7$ , мс
				эле-менты	кон-такт		$t_1$	$t_k$	$t_1$	$t_k$		$t_1$	$t_k$	
$V = 50$ м/мин														
V <sub>1</sub>	5	0,001	131823	70,26	27,75	1,59	0,003	0,007	0,054	0,178	3,93	12,9	17,7	7,3
V <sub>2</sub>	5	0,005	115171	79	18	1,63		0,012		0,2	6,00		19,7	8,0
V <sub>3</sub>	5	0,01	104675	77,7	20,08	1,6	0,007	0,015	0,055	0,18	8,33	15,2	19,7	8,36
V <sub>4</sub>	5	0,025	100743	79	18	1,61		0,021		0,2	10,00		21	8,6
V <sub>5</sub>	5	0,05	87512	77,67	20,12	1,6	0,011	0,024	0,059	0,199	12,06	18,8	22,6	9,79
V <sub>6</sub>	5	0,1	95221	67,45	30,61	1,6	0,015	0,03	0,056	0,21	14,29	17,9	21,7	10,8
V <sub>9</sub>	3	0,001	132675	Решения нет										
V <sub>10</sub>	3	0,01	132749	Решения нет										
V <sub>11</sub>	3	0,05	132761	Решения нет										
V <sub>12</sub>	3	0,1	114445	73,25	24,66	1,04	0,344	0,482	0,114	0,255	301,8	12,2	21,9	5,85
$V = 500$ м/мин														
V <sub>1</sub>	5	0,001	13129	74,47	23,33	0,15	0,003	0,008	0,097	0,2	4,00	19,9	19	6,51
V <sub>2</sub>	5	0,005	12565	77,77	20,24	0,153	-	0,013	-	0,21	6,19	18,5	21	7,4
V <sub>3</sub>	5	0,01	10942	77,05	20,66	0,155	0,007	0,015	0,06	0,196	7,65	15	22,4	7,55
V <sub>11</sub>	5	0,025	10685	78	19	0,158	-	0,023	-	0,225	10,22	-	23	8,0
V <sub>12</sub>	5	0,05	9320	76,69	20,95	0,16	0,018	0,026	0,106	0,205	12,68	15,3	22,8	10,1
V <sub>4</sub>	5	0,1	8579	76,28	21,04	0,16	0,023	0,031	0,11	0,208	14,90	21,1	28,1	11,2

Продолжение таблицы 6.12

Вариант	ihq	qm	Время расче-та, с	% затрат времени CPU		Время на-чала струж-кообразова-ния, мс	Энергия Hourglass $J_H$ , Дж		Внутренняя энергия $J_B$ , Дж		$J_H / J_B$ , %	Проекция силы $P_z$ , Н		Шаг интегрт-рования в момент на-чала струж-кообразова-ния $\Delta t_0 \times 10^7$ , мс
				эле-менты	кон-такт		$t_1$	$t_k$	$t_1$	$t_k$		$t_1$	$t_k$	
V <sub>9</sub>	3	0,001	35400	Решения нет										
V <sub>10</sub>	3	0,01	43200	Решения нет										
V <sub>11</sub>	3	0,05	14606	74,41	23,38	0,09	0,015	0,047	0,049	0,218	30,27	9,77	20,5	5,4
V <sub>12</sub>	3	0,1	13122	71,9	25,64	0,094	0,017	0,054	0,052	0,215	32,18	19,3	19,9	7,04
V = 5000 м/мин														
V <sub>1</sub>	5	0,001	1406	73,2	23,6	0,016	0,007	0,01	0,139	0,202	4,95	23,4	20	6,74
V <sub>3</sub>	5	0,01	1185	72,3	24,3	0,016	0,021	0,034	0,124	0,223	15,25	20,5	21	6,74
V <sub>5</sub>	5	0,05	1024	70,5	23,8	0,017	0,031	0,044	0,143	0,212	20,75	22	22,4	8,56
V <sub>6</sub>	5	0,1	854	72	24,1	0,017	0,04	0,051	0,154	0,195	26,15	22,1	24,6	9,86
V <sub>7</sub>	5	0,15	708	73,4	23,3	0,017	0,047	0,056	0,169	0,229	24,45	22,5	26	9,31
V <sub>8</sub>	5	0,2	734	73,4	23,3	0,0177	0,047	0,065	0,169	0,229	28,38	22,5	30	10,0
V <sub>9</sub>	3	0,001	19287	Решения нет										
V <sub>10</sub>	3	0,01	1457	67,7	27,5	0,016	0,047	0,073	0,128	0,209	36,33	15,2	14,8	5,75
V <sub>11</sub>	3	0,05	1252	71,2	24,1	0,017	0,076	0,107	0,125	0,182	60,96	25	31,5	6,26
V <sub>12</sub>	3	0,1	1148	72,2	22,8	0,016	0,070	0,113	0,103	0,174	68,35	25,4	25,4	6,9
V <sub>13</sub>	3	0,15	1017	74,7	22,6	0,017	0,087	0,120	0,118	0,172	73,73	26	24,3	6,58

Существенное влияние оказывает параметр алгоритма  $q_m$ . С его увеличением увеличивается относительная энергия без энергетических форм деформации. В соответствии с рекомендациями [296]  $e_{hsi}$  не должно превышать 10%. Как видим, для каждой скорости резания предельное значение  $q_m$  различное. Для удобства его определения построена диаграмма (рис. 6.29). Следует отметить, что с увеличением  $q_m$  увеличивается жесткость КЭ, поэтому увеличивается сила резания и уменьшается время расчета. Увеличение  $q_m$  до 10% увеличивает силу резания более чем на 20%, но и на столько же уменьшает время расчета для всех скоростей резания.

При решении задач, в которых погрешность в значении силы резания не имеет решающего значения, важно время расчета (например, при исследовании влияния геометрии лезвия на

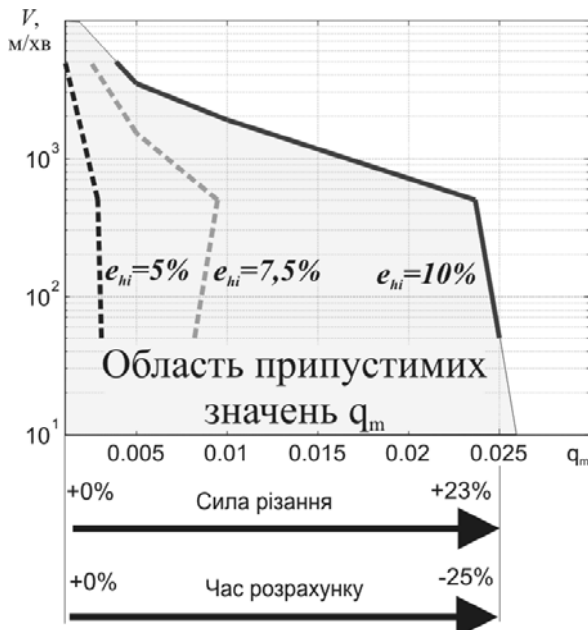


Рисунок 6.29 – Область допустимых значений параметра  $q_m$  по критерию  $e_{hsi} = 10\%$

форму стружки), которое можно существенно уменьшить за счет увеличения  $q_m$  (рис. 6.30). Вместе с тем необходимо учитывать, что  $q_m$  влияет и на форму стружки, особенно при врезании, когда размер элемента сопоставим с толщиной среза (рис. 6.31).

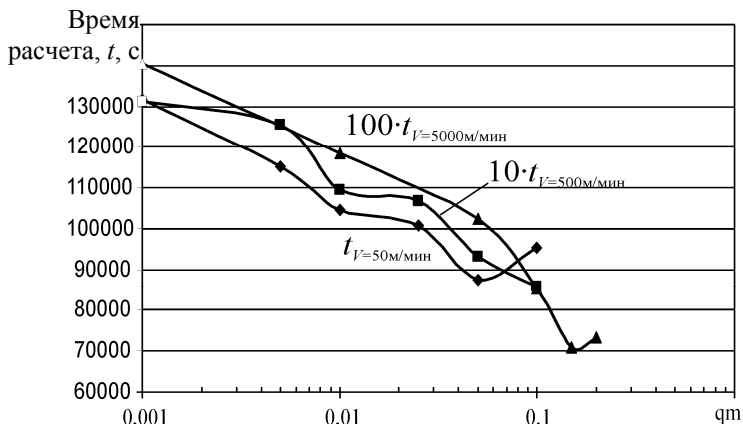


Рисунок 6.30 – Влияние параметра  $q_m$  на время расчета  $t$

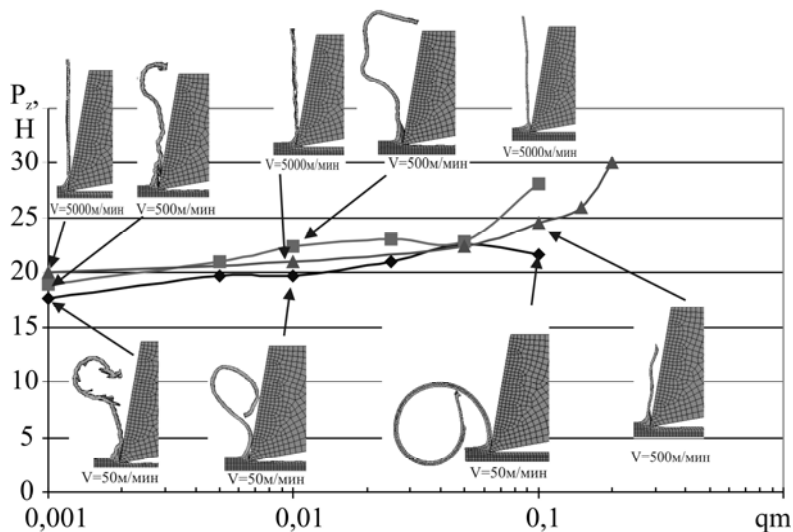


Рисунок 6.31 – Влияние параметра  $q_m$  на силу резания и форму стружки

Исключить появление безэнергетических форм деформаций возможно благодаря применению полноинтегрируемых элементов (тип 2). Вместе с тем, как показывают расчеты, этот элемент почти вдвое более ресурсоемкий, чем элемент типа 1, особенно при скоростях резания менее 500 м/мин (см.рис. 6.32, а). Более того, при использовании элемента типа 2 вследствие его повышенной жесткости при врезании постоянное стружкообразование начинается позднее (вдвое и больше), что вносит существенную погрешность при моделировании переходных процессов (см. рис.6.32, б).

Еще важными параметрами вычислительной процедуры являются контактный алгоритм и коэффициент контактной жесткости. Эти факторы практически не влияют на величину

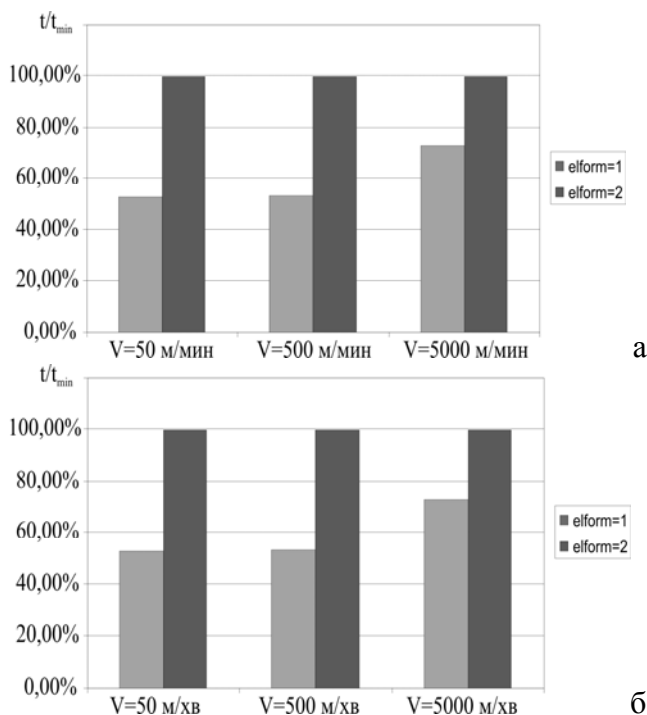


Рисунок 6.32 – Влияние типа элемента на время расчета  $t$  (а) и время начала стружкообразования  $\tau_c$  (б)

относительной энергии безэнергетических форм деформаций и силу резания, но в большей степени определяют искажение элементов и численную устойчивость вычислительного процесса. Для выбора наилучшей комбинации значений «контактный алгоритм (*soft*) – коэффициент контактной жесткости (*slsfac*)» исследовано влияние этих факторов на величину целевой функции при различных скоростях резания. Контактные алгоритмы *soft* = 0 и *soft* = 1 показывают практически одинаковые результаты между собой, в то время как контактный алгоритм *soft* = 2 существенным образом отличается. Алгоритм *soft* = 1 показывает величину целевой функции на 5–7% меньше, причем *soft* = 0. Алгоритмы *soft* = 0 и 1 хорошо работают как при малых скоростях резания, так и при больших, в то время как алгоритм *soft* = 2 оказывается применимым только при скоростях 500 м/мин и более. Наилучшие результаты он показывает при скорости 5000 м/мин. Причиной этого является значительное время расчетов с помощью этого алгоритма (табл. 6.13).

Следует обратить внимание на выполнение граничных условий в области режущей кромки при использовании различных алгоритмов. Как видим из рис. 6.33, при использовании алгоритма *soft* = 1 узел на вершине лезвия внедряется в элемент заготовки перед ней, в то время как ни один из узлов заготовки не внедряется в лезвие. Тем самым в элементах, моделирующих трещину, создаются напряжения растяжения, что существенным образом отличается от реальных условий перед режущей кромкой. Это отличие будет тем больше, чем больше размер конечных элементов, моделирующих разрушение.

В то же время при использовании алгоритма *soft* = 2 проникновение узлов лезвия в заготовку не наблюдается, чем реализуются достоверные граничные условия в области режущей кромки. Однако, учитывая значительные затраты вычислительных ресурсов, необходимых для реализации алгоритма *soft* = 2, на практике необходимо его использовать лишь в случае



Таблица 6.13 – Влияние контактного алгоритма *soft* и коэффициента контактной жесткости *sfsfac*

Вариант	soft	sfs/sfm	Время расчета, с	% затрат времени CPU		Время начала стружкообразования, мс	Энергия Hourglass $J_H$ , Дж		Внутренняя энергия $J_B$ , Дж		$J_H / J_B$ , %	Проекция силы $P_z$ , Н		Шаг интегрирования в момент начала постоянного стружкообразования $\Delta t_0 \times 10^7$ , мс	Целевая функция $\Phi$
				элемент	контакт		$t_1$	$t_k$	$t_1$	$t_k$		$t_1$	$t_k$		
<b>V = 50 м/мин</b>															
V <sub>15</sub>	0	0,05	100740	77,86	19,92	0,99	0,006	0,014	0,048	0,171	8,19	19,1	19,7	7,2	0,13
V <sub>3</sub>	0	0,5	104675	77,7	20,08	0,94	0,007	0,015	0,055	0,180	8,33	15,2	19,7	8,4	0,11
V <sub>16</sub>	0	5	191823	78,51	19,41	0,88	0,007	0,016	0,057	0,190	8,42	16,7	18,9	4,3	1,04
V <sub>17</sub>	1	0,05	98519	77,39	20,45	0,99	0,006	0,014	0,049	0,175	8,00	19,0	19,7	7,0	0,11
V <sub>18</sub>	1	0,5	101177	77,48	20,35	0,94	0,007	0,015	0,055	0,178	8,43	14,6	19,7	8,4	0,08
V <sub>19</sub>	1	5	Решения нет												3,00
V <sub>20</sub>	2(SS)	0,05	101591	77,65	20,13	0,99	0,007	0,014	0,049	0,171	8,19	17,9	20,6	7,4	0,18
V <sub>21</sub>	2(SS)	0,5	Решения нет												3,00
V <sub>22</sub>	2(SS)	5	Решения нет												3,00
<b>V = 500 м/мин</b>															
V <sub>15</sub>	0	0,05	10129	77,62	20,15	0,097	0,006	0,014	0,053	0,185	7,57	15,3	18,2	7,3	1,90
V <sub>3</sub>	0	0,5	10942	77,05	20,66	0,095	0,007	0,015	0,060	0,196	7,65	15,0	22,4	7,6	1,74
V <sub>16</sub>	0	5	18800	78,48	19,42	0,087	0,007	0,016	0,058	0,206	7,77	15,6	22,7	4,3	2,35
V <sub>17</sub>	1	0,05	10808	77,24	20,43	0,096	0,006	0,014	0,053	0,183	7,65	15,3	18,2	7,4	1,94
V <sub>18</sub>	1	0,5	11105	76,95	20,7	0,091	0,007	0,016	0,102	0,192	8,33	15,5	22,9	7,7	1,64

Продолжение таблицы 6.13

Вариант	soft	sfs/sfm	Время расчета, с	% затрат времени CPU		Время начала стружкообразования, мс	Энергия Hourglass $J_H$ , Дж		Внутренняя энергия $J_B$ , Дж		$J_H / J_B$ , %	Проекция силы $P_z$ , Н		Шаг интегрирования в момент начала постоянно-го стружкообразования $\Delta t_0 \times 10^7$ , мс	Целевая функция $\Phi$
				элемент	контакт		$t_1$	$t_k$	$t_1$	$t_k$		$t_1$	$t_k$		
V <sub>19</sub>	1	5	18513	78,48	19,47	0,087	0,007	0,016	0,059	0,204	7,84	16,6	22,4	4,3	2,33
V <sub>20</sub>	2(SS)	0,05	Решения нет												3,00
V <sub>21</sub>	2(SS)	0,5	33977	24,85	74,43	0,04	0,008	0,034	0,083	0,412	8,25	27,1	29,3	7,3	2,87
V <sub>22</sub>	2(SS)	5	29515	25,6	72,7	0,030	0,006	0,049	0,055	0,459	10,68	22,4	29,7	7,6	2,19
V = 5000 м/мин															
V <sub>15</sub>	0	0,05	Решения нет												3,00
V <sub>3</sub>	0	0,5	1185	1,09	24,3	0,016	0,021	0,034	0,124	0,223	15,25	20,5	21	6,74	1,09
V <sub>16</sub>	0	5	1976	2,37	22,83	0,016	0,028	0,037	0,165	0,253	14,62	8,3	7,4	4,3	2,37
V <sub>17</sub>	1	0,05	Решения нет												3,00
V <sub>18</sub>	1	0,5	1182	1,00	24,63	0,016	0,023	0,034	0,136	0,223	15,25	24,5	23,2	7,4	1,00
V <sub>19</sub>	1	5	2034	2,71	22,81	0,016	0,028	0,037	0,158	0,253	14,62	1,7	0,8	4,3	2,71
V <sub>20</sub>	2(SS)	0,05	Решения нет												3,00
V <sub>21</sub>	2(SS)	0,5	2254	1,27	62,91	0,007	0,024	0,113	0,084	0,418	27,03	23,3	30,6	7,6	1,27
V <sub>22</sub>	2(SS)	5	2501	0,91	59,6	0,000	0,003	0,121	0,015	0,630	19,21	9,5	35,4	10,8	0,91

действительной необходимости обеспечения достоверных граничных условий в области режущей кромки.

Наилучшая величина коэффициента контактной жесткости *slsfac* для всех алгоритмов близка к 0,5 при всех скоростях резания, однако существует тенденция увеличения наилучшего значения этого фактора по мере увеличения скорости резания. Особенно это характерно для алгоритма *soft* = 2. Рассмотрим влияние размеров конечных элементов, образующих контактные поверхности, на наиболее выгодное значение коэффициента контактной жесткости *slsfac*.

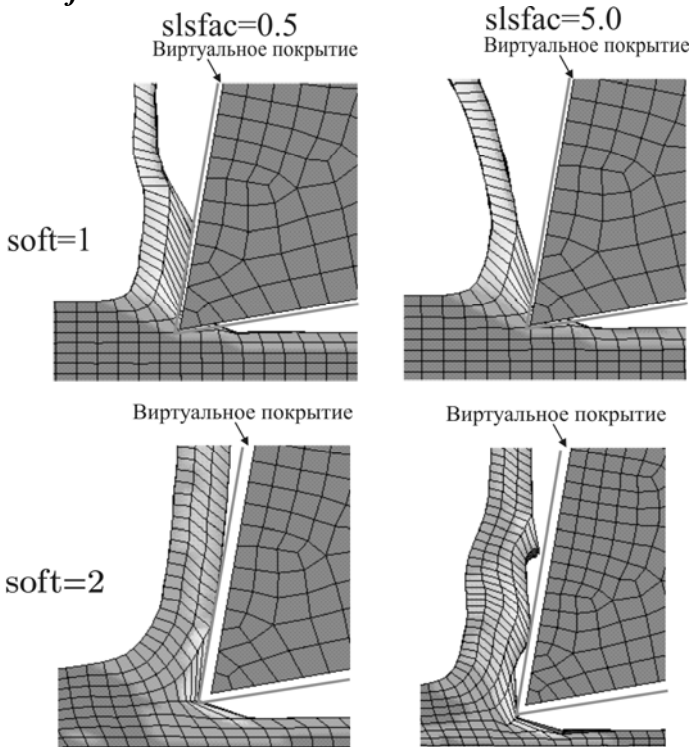


Рисунок 6.33 – Влияние алгоритма и коэффициента жесткости контакта на величину целевой функции (а) и форму стружки для различных контактных алгоритмов (б) при скорости резания 500 м/мин

Пусть инструмент и заготовка описаны конечными элементами в виде прямоугольных параллелепипедов со сторонами  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , причем стороны  $a$  и  $b$  образуют контактный сегмент, а сторона  $c$  перпендикулярна к нему. Тогда контактная жесткость может быть вычислена по формуле с учетом (2.93):

$$k_i = \frac{slsfac \cdot K \cdot A}{V} = \frac{slsfac \cdot K \cdot a^2 \cdot b^2}{a \cdot b \cdot c} = \frac{slsfac \cdot K \cdot (a \cdot b)}{c}. \quad (6.12)$$

Пусть существует наиболее выгодное значение контактной жесткости  $k_{i\,opt}$ , которое не зависит от размеров и формы элементов, а определяется лишь свойствами материалов системы. Тогда выбором величины коэффициента *slsfac* необходимо обеспечить величину  $k_{i\,opt}$  при решении задачи с конкретной КЭ-сеткой. Если переписать выражение (6.12) в виде

$$slsfac = \frac{k_i}{K} \frac{c}{(a \cdot b)}, \text{ то есть } slsfac \sim \frac{c}{(a \cdot b)}, \quad (6.13)$$

то становится очевидным, что коэффициент *slsfac* прямо пропорционален размеру  $c$  элемента (его «глубине») и обратно пропорционален площади контактного сегмента (произведения длин сторон  $a \cdot b$ ). Поэтому если размеры КЭ при решении конкретной задачи будут существенным образом (более чем в 4 раза) отличаться от тех, что применялись в данном исследовании (16 мкм для заготовки и 35 мкм для лезвия), то величина коэффициента контактной жесткости *slsfac* должна быть скорректирована в соответствии с формулой (6.13). Например, если размер КЭ лезвия составляет около 1 мм, то коэффициент *slsfac* необходимо уменьшить до величины

$$0,5 \frac{0,035 \cdot 0,035}{1,0 \cdot 1,0} \frac{1,0}{0,035} = 0,017.$$

Как показали исследования, повысить численную устойчивость контактного алгоритма при моделировании врезания абсолютно острым лезвием возможно введением виртуального покрытия толщиной  $\delta$ , обеспечивающего достоверное определение направления нормали к контактной поверхности в области режущей кромки, имеющей острый угол заострения. Оптимальное значение параметра  $\delta$  составляет около 0,01 мм во всем исследованном диапазоне скоростей резания (рис. 6.34).

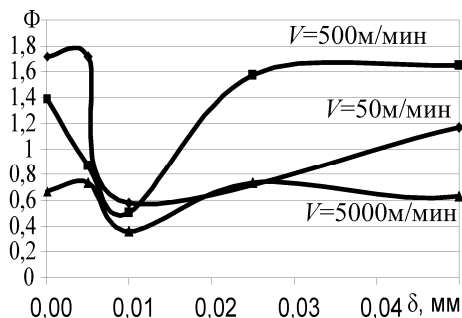


Рисунок 6.34 – Влияние толщины  $\delta$  виртуального покрытия на величину целевой функции (6.11)

Существенным резервом увеличения производительности расчетов является увеличение шага интегрирования за счет масштабирования массы заготовки. Это особенно важно для моделирования резания со средними и малыми скоростями резания (до 500 м/мин). Исследования показывают, что с увеличением коэффициента ускорения  $k_{\Delta\tau} = \Delta\tau/\Delta\tau_0$  время расчетов квадратично уменьшается (рис. 6.35, б). Однако увеличение массы вносит в систему дополнительные нереалистичные динамические силы, которые при некоторых значениях  $k_{\Delta\tau}$  проявляются, внося значительную погрешность в результаты расчетов. Предложено оценить допустимое значение  $k_{\Delta\tau}$  при условии непревышения относительной энергией безэнергетических форм деформации величины 10%. Зависимость предельной кривой  $k_{\Delta\tau}$  от скорости

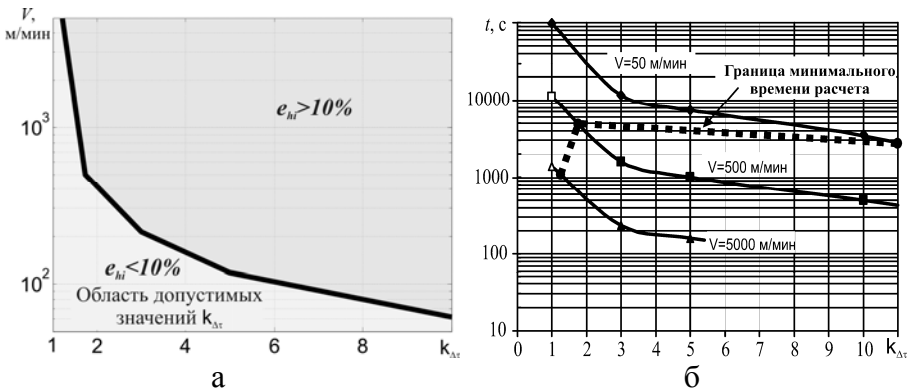


Рисунок 6.35 – Область допустимых значений коэффициента ускорения вычислений  $k_{\Delta\tau} = \Delta\tau/\Delta\tau_0$

резания  $V$  изображена на рис. 6.35. Как видно, чем меньше скорость резания в моделируемом процессе, тем больший коэффициент ускорения можно использовать. Это положение позволяет ожидать, что минимальное время расчетов 3D-моделей рабочих процессов резания с одинаковым количеством элементов со скоростями резания в диапазоне от 50 до 500 м/мин будет практически одинаковым (пунктирная кривая на рис. 6.38, б) и резко убывать в случае реализации моделей со скоростями резания более 500 м/мин.

#### 6.2.4. Принцип сравнимости условий виртуального и натурального рабочих процессов

Еще одним важным принципом практической реализации конечно-элементных моделей процессов резания является *принцип сравнимости условий виртуального и натурального рабочих процессов*, который состоит в необходимости обеспечения геометрического сходства, сходства между граничными и начальными условиями конечно-элементной модели и реальным процессом. В частности, исследования показали важность соответствия ширины среза в натурном эксперименте граничным условиям в виртуальном.

Ширина среза, которая выбиралась для проведения опытов по резанию, существенным образом влияет на форму стружки [11]. Поэтому для адекватного сравнения результатов расчетов и натуральных экспериментов необходимо выбрать такое минимальное значение этого параметра, которое обеспечит реализацию условий плоской деформации.

Исследования проводились методом прогнозирующего моделирования процесса прямоугольного резания стали 45 инструментом с режущей частью с Т15К6 с помощью программы LS-DYNA методом явного интегрирования уравнений движения упруго-пластического тела. КЭ-сетка заготовки и инструмента создавались с помощью специально разработанных процедур.

Экспериментальные исследования проводились на стенде, воспроизводящем процесс прямоугольного свободного резания со скоростью резания до 150 м/мин [297] (см. пп. 3.4.2). Измерение стружки выполнялось с помощью оптического инструментального микроскопа, обеспечивающего точность измерения до 0,01 мм. Моделирование процесса резания выполнялось на ПЭВМ с процессором Pentium IV с 4Гб оперативной памяти.

Учитывая возможности экспериментального оборудования, в качестве базового был выбран следующий режим резания:  $V = 150$  м/мин;  $a = 0,1$  мм; ширина среза варьировалась в диапазоне от 0,25 до 4 мм. Геометрические параметры режущей части (лезвия) инструмента:  $\gamma = 10^0$ ,  $\alpha = 12^0$ ,  $\rho = 20$  мкм.

Степень деформированности стружки оценивалась коэффициентами утолщения  $K_a$ , расширения  $K_b$  и укорочения  $K_L$ . Определение этих коэффициентов выполнялось в соответствии со стандартом ГОСТа 25762-83. Вместе с тем неидеальная форма стружки, возникающая при малой ширине среза, требует дополнительных пояснений.

На рис. 6.36 и 6.37 показаны геометрические характеристики стружки, которые принимались во внимание при определении рассмотренных коэффициентов. Для вычисления  $K_a$  использовалась самая большая толщина стружки  $a_c$  в ее сечении, то есть

Таблица 6.14 – Влияние ширины заготовки на показатели процесса резания

Ширина срезаемого слоя $b$ , мм	Ширина стружки $b_c$ , мм	Ширина обработанной поверхности с заусеницей $b_3$ , мм	Коэффициент расширения $K_b$	Сила $P_z/b$ , Н/мм		Толщина стружки $a_c$ , мм	Коэффициент утолщения $K_a$	Длина стружки по передней стороне $L_p$ , мм	Длина стружки по внешней стороне $L_c$ , мм	Длина заготовки $L_3$ , мм	$K_{Lp}$	$K_{Lc}$	Количество элементов в заготовке	Время расчета, мин
				моделирование	эксперимент									
0,25	0,38	0,36	1,52	140		0,09	0,9	0,75	0,32	1,01	1,35	3,15	15808	145
0,5	0,62	0,59	1,24	152		0,126	1,26	1,025	0,46	1,325	1,30	2,88	40000	837
1,0	1,16	1,07	1,16	160		0,137	1,37	0,904	0,387	0,961	1,06	2,48	62000	987
2,0	2,16	2,09	1,08	165		0,137	1,37	1,100	0,450	1,073	0,98	2,38	122816	1392
4,0	4,15	4,07	1,04	170	193	0,136	1,36	1,070	0,420	1,000	0,93	2,38	246848	2820

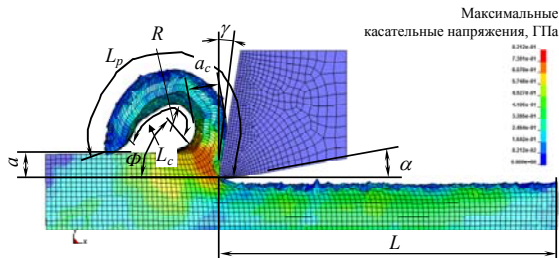


Рисунок 6.36 – Параметры стружки и срезаемого слоя

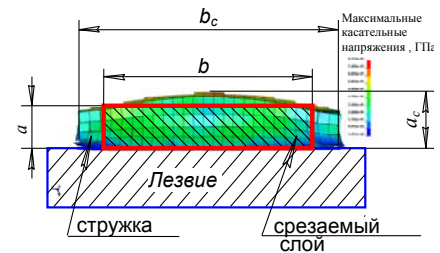


Рисунок 6.37 – Сравнение формы стружки и срезаемого слоя при  $b = 0,5$  мм и толщине среза  $a = 0,1$  мм



$$K_a = \frac{a_c}{a}.$$

Для вычисления коэффициента уширения стружки измерялась ширина стружки в ее наименьшем продольном сечении  $b_c$ . Тогда коэффициент уширения равняется

$$K_b = \frac{b_c}{b}.$$

Для вычисления коэффициента укорочения стружки вследствие малого радиуса кривизны рассматривались ее длины вдоль свободной поверхности  $L_c$  по точкам с самой большой толщиной стружки и вдоль прирезцово́й поверхности  $L_p$ . Тогда имеют смысл два коэффициента укорочения стружки: по свободной поверхности и по прирезцово́й поверхности:

$$K_{L_c} = \frac{L}{L_c}, \quad K_{L_p} = \frac{L}{L_p}.$$

Чем больше радиус кривизны стружки, тем меньше различие между этими коэффициентами. Предполагая радиус кривизны постоянным, можно найти соотношение между этими коэффициентами (рис. 6.36):

$$L_p = \frac{L_c}{R} \cdot (R + a_c);$$

$$K_{L_p} = \frac{L}{L_p} = \frac{L}{L_c / R \cdot (R + a_c)} = \frac{LR}{L_c (R + a_c)} = K_{L_c} \frac{R}{(R + a_c)}. \quad (6.14)$$

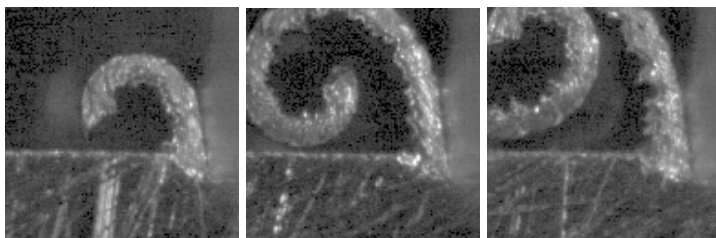
Получаем

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \left( \left| K_{L_p} - K_{L_c} \right| \right) = \lim_{R \rightarrow \infty} \left( K_{L_c} - K_{L_c} \frac{R}{(R + a_c)} \right) \rightarrow 0. \quad (6.15)$$

В реальных условиях стружка практически всегда имеет конечную кривизну. Если допустить ошибку  $\Delta K \leq 5\%$  в определении коэффициента укорочения стружки, уже при радиусе кривизны

$R \geq \frac{1-\Delta K}{\Delta K} a_c = 19a_c$ . В проведенных расчетных исследованиях кривизна стружки  $R$  представляла величину, приблизительно равную толщине среза  $a_c$ , непрерывно увеличиваясь по мере перемещения инструмента вследствие деформации стружки силой ее взаимодействия с обрабатываемой поверхностью. Такой характер формирования стружки подтверждается киносъемкой процесса при помощи высокоскоростной камеры (рис. 6.38). Однако вследствие значительного времени вычислений при прогнозирующем моделировании, как правило, достаточно ограничиться начальным участком врезания лезвия в заготовку.

Длина этого участка в расчетных исследованиях редко превышает  $30a$ , что недостаточно для формирования стружки с большой кривизной. Вследствие этого при сравнении экспериментальных данных и данных прогнозирующего моделирования, как правило, имеет место значительная погрешность в значении коэффициента укорочения.



$\tau = 0,4$  мс (10а)     $\tau = 1,2$  мс (30а)     $\tau = 2,2$  мс (50а)

Рисунок 6.38 – Кадры высокоскоростной киносъемки процесса формирования стружки при обработке стали 45:

$$V = 400 \text{ м/мин, } a = 0,3 \text{ мм [207]}$$

Результаты исследований представлены в таблице 6.14 и на рис. 6.39. Прежде чем проанализировать эти данные, рассмотрим форму стружки и сравним ее с экспериментальными данными.

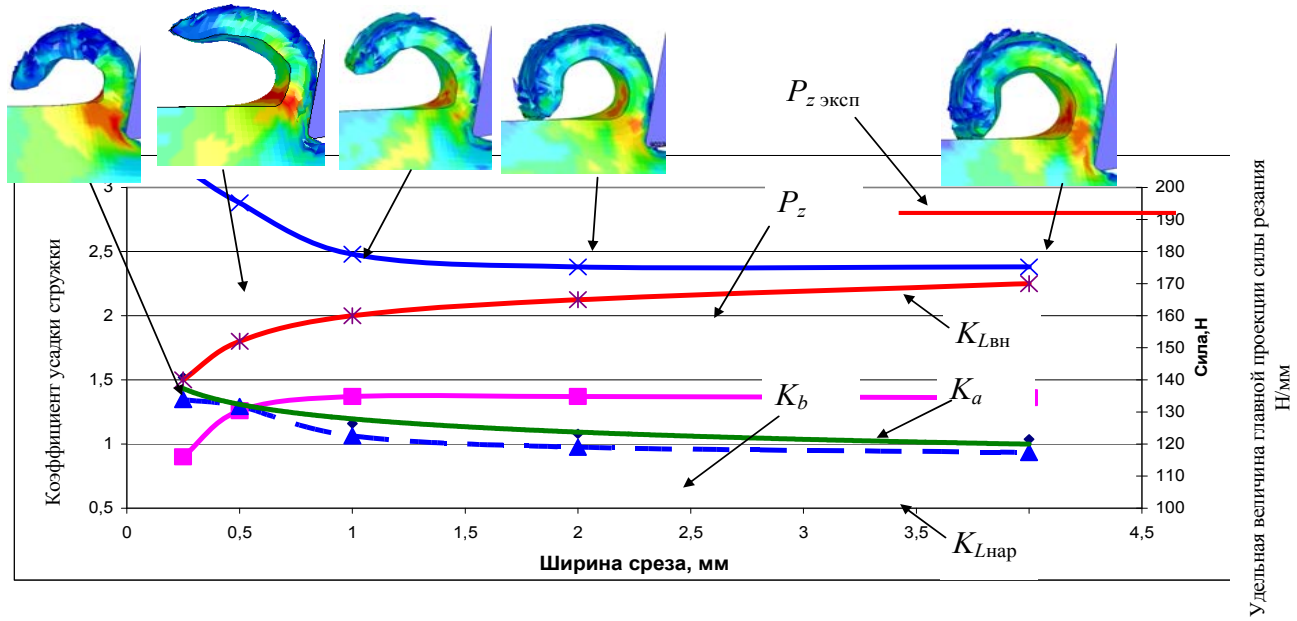


Рисунок 6.39 – Влияние ширины заготовки на показатели процесса прямоугольного резания

В результате варьирования шириной среза установлено, что в общем случае форма стружки в ее поперечном сечении не является прямоугольной (рис. 6.37). Чем меньше ее ширина, тем больше кривизна свободной поверхности. При увеличении ширины стружки возникает плоский участок. В этом случае по бокам стружки имеют место краевые эффекты, проявляющиеся в уменьшении ее толщины возле краев. Вместе с тем при ширине среза меньше  $3a$  кривизна свободной поверхности стружки исчезает вследствие наложения краевых эффектов.

Из-за изменения кривизны стружки в ее поперечном сечении ширина среза влияет на форму стружки и в продольном сечении (рис. 6.39). При очень малой ширине среза (меньше  $3a$ ) стружка имеет малый радиус кривизны вследствие своей равномерной толщины в поперечном сечении. При ширине среза около  $5a$  возникшая выпуклость свободной поверхности стружки, будучи своеобразным ребром жесткости, вызывает увеличение радиуса кривизны стружки. При дальнейшем увеличении ширины среза происходит выравнивание формы стружки в поперечном сечении и радиус кривизны стружки уменьшается.

Необходимо обратить внимание на увеличение ширины стружки относительно ширины среза. С увеличением ширины среза абсолютная величина увеличения ширины стружки остается практически одинаковой, в то время как коэффициент уширения уменьшается. Поэтому при ширине стружки больше  $10a$  коэффициент уширения стружки меняется с увеличением ширины среза не более чем на 5%, то есть остается практически постоянным.

Краевые эффекты проявляются также и в продольных сечениях стружки и срезаемого слоя (рис. 6.40). В частности, свободная боковая поверхность срезаемого слоя начинает деформироваться за (приблизительно)  $6a$  до выхода инструмента из контакта с ним. Хотя эта величина и зависит от механических свойств обрабатываемого материала, однако значение  $6a$  может быть принято за базовое при выборе длины заготовки для прогнозирующего моделирования.

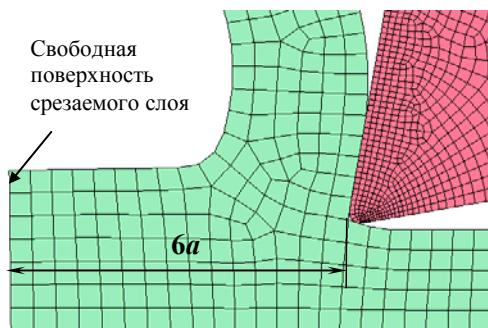


Рисунок 6.40 – Деформация свободной поверхности срезаемого слоя

Сопоставляя форму стружки с изменением коэффициентов ее утолщения, уширения и укорочения, можно заметить, что, несмотря на идеальную форму стружки, при ширине среза меньше  $3a$  деформация стружки оказывается значительно меньше ее реальной величины (см. табл. 6.14 и рис. 6.36).

Вследствие этого сила резания также оказывается значительно меньше. При значениях ширины среза  $10a$  усадка стружки и сила резания достигают своих номинальных значений, которые они имеют при ширине среза, стремящегося к бесконечности. Вместе с тем радиус кривизны стружки при такой ее ширине все-таки немного больше. Своего номинального значения он достигает при ширине среза более чем  $20a$ . Таким образом, для корректного сопоставления данных экспериментальных исследований и прогнозирующего моделирования необходимо выполнять опыты в одинаковых условиях как по длине заготовки, так и по ширине среза. Минимальная ширина среза, при которой краевые эффекты не вносят существенной (более 5%) погрешности, составляет  $b_{\min} = 10a$ , то есть данные экспериментальных исследований и прогнозирующего моделирования будут адекватно сравнимы при любой ширине больше чем  $b_{\min} = 10a$ . В том случае, когда наибольший интерес представляет форма стружки, ширина среза не должна быть меньше чем  $b_{\min} = 10a$ .

Сравнение стружек, полученных расчетом и в натурном эксперименте, показывает их хорошее совпадение при толщине около 0,1 мм (рис. 6.41, а) и их некоторое отличие при толщине среза 0,5 мм (рис. 6.41, б).

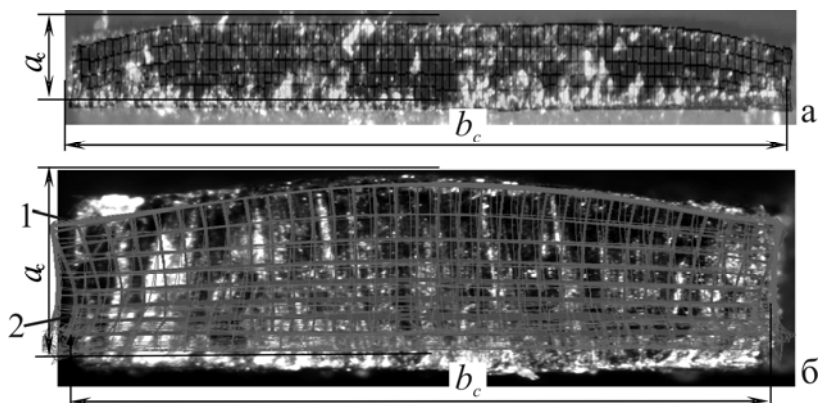


Рисунок 6.41 – Сравнение измеренной и спрогнозированной стружки: а)  $b = 2$  мм,  $a = 0,1$  мм; б)  $b = 2$  мм,  $a = 0,5$  мм, (контур 1 – при  $\mu = 0,8$ , контур 2 – при  $\mu = 0,3$ )

Расчеты в обоих случаях проводились при количестве КЭ по толщине срезаемого слоя, равной 5. В результате размер элемента во втором случае оказался равным 0,1 мм. На наш взгляд, именно этот факт является причиной возникшей при большой толщине среза погрешности, поскольку КЭ в прирезцовом слое стружки были удалены в результате разрушения из объема стружки. Увеличить толщину стружки не удалось даже за счет увеличения коэффициента внешнего трения.

Необходимо обратить внимание на некоторую вогнутость боковых поверхностей стружки, полученную в расчете. Этот эффект становится тем более заметным, чем больше толщина среза (рис. 6.41, б). На практике такой эффект не наблюдался. Наблюдаемое расхождение составляло 0,05 мм, что составляет меньше размера 1 конечного элемента. Наиболее возможной причиной этого эффекта является грубая дискретизация срезаемого слоя.

## **РАЗДЕЛ 7.**

### **ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОЛОГИИ ПРОГНОЗИРУЮЩЕГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ**

#### **7.1. Повышение эффективности точения путем выбора режима резания, обеспечивающего наибольший ресурс лезвия**

Рассмотрим пример повышения эффективности точения путем выбора режима резания, обеспечивающего наибольший ресурс лезвия. Известно [47, 57], что максимальный путь резания (ресурс инструмента) будет обеспечен, если в процессе обработки температура резания будет равна характерной для заданной пары «обрабатываемый-инструментальный» материал величине – оптимальной температуре резания. Достаточно объемные исследования оптимальной температуры резания и весьма большое количество экспериментальных данных относительно величины оптимальной температуры для разных пар «обрабатываемый-инструментальный» материал (например [57, 47]), дают возможность прогнозирования оптимального режима резания для заданной операции даже на стадии проектирования режущего инструмента сравнением рассчитанной и оптимальной температуры резания. Определение оптимальных режимов резания инструментами со сложной геометрической формой с помощью известных аналитических моделей и методов практически невозможно без значительных допущений, а проведение экспериментальных исследований связано с большими затратами времени. В этих условиях решение задачи прогнозирования оптимального режима резания может быть выполнено путем моделирования рабочего процесса методом конечных элементов.

Алгоритм определения оптимального режима резания по оптимальной температуре резания состоит в следующем:

1. Выполняют серию модельных экспериментов исследуемого процесса в исследуемых условиях (инструмент, заготовка, кинематика и т.п.) в практически возможном диапазоне скоростей резания и рассчитываются максимальные температуры резания. Для уменьшения погрешности модельные эксперименты выполняют по плану многофакторного эксперимента [318].

2. По результатам виртуальных экспериментов рассчитывают уравнение регрессии относительно режимов резания и других возможных параметров процесса, например, переднего угла, в форме

$$T = C_T V^x S^y f(\text{другие параметры}). \quad (7.1)$$

3. Пользуясь справочной литературой, например [57, 47], определяют оптимальную температуру резания  $T_0$  в исследуемых условиях или диапазон оптимальных температур.

4. Путем решения уравнения

$$F(V, S) = T_0 - C_T V^x S^y f(\text{другие параметры}) = 0 \quad (7.2)$$

определяют кривую наибольшего ресурса инструмента в координатах  $S$ – $V$  и определяют оптимальные значения  $V$  и  $S$ , учитывая ограничения, накладываемые технологическими требованиями к операции (например, шероховатостью, остаточными напряжениями, возможностями станка и т.п.).

В качестве примера решения такой задачи определим кривую наибольшего ресурса инструмента для точения стали 45 (HB160) резцом из твердого сплава Т15К6. Геометрия резца  $\varphi = 45^\circ$ ,  $\alpha = 10^\circ$ . Радиус при вершине  $r_g = 0,4$  мм. Глубина резания 6 мм.

Малый радиус при вершине и малая толщина среза по сравнению с глубиной резания дают возможность получить для этого случая достоверный прогноз температуры по 2D-модели (см. разд. 5).

Результаты таких модельных экспериментов, проведенных по ортогональному полнофакторному плану второго порядка для трех факторов, приведены в табл. 7.1. По полученным данным в диапазоне скоростей от 50 до 300 м/мин определено уравнение регрессии для максимальной температуры. С учетом значимости коэффициентов это уравнение имеет вид



Таблица 7.1 – План и результаты модельного эксперимента по точению стали 45

$V$ , м/мин	$S$ , мм/об	$\gamma$ , °	$X_1$	$X_2$	$X_3$	Максимальная температура, °С	Средняя температура, °С
278	0,40	8	1	1	1	900	685
278	0,40	-8	1	1	-1	965	790
278	0,17	8	1	-1	1	650	540
278	0,17	-8	1	-1	-1	785	683
72	0,40	8	-1	1	1	545	475
72	0,40	-8	-1	1	-1	645	580
72	0,17	8	-1	-1	1	450	405
72	0,17	-8	-1	-1	-1	515	475
300	0,28	0	1,215	0	0	940	700
50	0,28	0	-1,215	0	0	485	440
175	0,42	0	0	1,215	0	860	695
175	0,14	0	0	-1,215	0	560	485
175	0,28	10	0	0	1,215	630	540
175	0,28	-10	0	0	-1,215	765	660
175	0,28	0	0	0	0	685	585

$$T = e^{(5,37-0,01\gamma)} V^{0,33} S^{0,29} . \quad (7.3)$$

Аналогично получено уравнение регрессии для средней температуры

$$T = e^{(5,53-0,01\gamma)} V^{0,25} S^{0,24} . \quad (7.4)$$

Учитывая дисперсию воспроизведения расчетов на уровне  $\sigma_{x \text{ вост}}^2 = 1200 \text{ (}^\circ\text{C)}^2$  (см. п. 5.1.4), доверительный интервал по этим зависимостям при 5% уровне значимости составляет  $\pm 120 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Как видно из формул (7.3) и (7.4), на максимальную и среднюю температуру более всего влияет скорость резания  $V$ . Несколько меньшее влияние оказывает подача, особенно на среднюю температуру. Наименьшее влияние оказывает передний угол. Названные тенденции совпадают с данными экспериментальных исследований других авторов. Так, А. Д. Макаров [47] для случая обработ-

ки стали 45 (НВ180) с  $\gamma = 8^\circ$ ,  $\varphi = 45^\circ$ ,  $r_g = 1$  мм,  $h_s = 0$  мм экспериментально с помощью естественной термопары получил зависимость

$$T = 352V^{0,22}S^{0,08}t^{0,05}. \quad (7.5)$$

Эта зависимость дает большие температуры, чем представленные выражения. Если сравнивать вычисленные по ней данные о максимальной температурой с данными, рассчитанными по зависимости (7.3), то превышение температуры составляет 25–30%, а со средней по зависимости (7.4) – 35–45%. На наш взгляд, это обусловлено как систематической погрешностью, которая вносится предположением о плоской деформации (около 10–15%), так и в значительной мере неопределенностью метода естественной термопары.

Показатели степени при скорости резания в зависимостях (7.4) и (7.5) очень близки по величине. Однако показатель степени при подаче в модельном эксперименте получен в 3 раза меньше. На наш взгляд, это обусловлено отличием условий натурального эксперимента от модельного, особенно в области малых подач из-за того, что фактический радиус округления режущей кромки, с которой были проведены экспериментальные исследования, является неизвестным. Вместе с тем необходимо констатировать, что тенденции, выявленные в модельном эксперименте, совпадают с экспериментальными данными. Это свидетельствует о достоверности зависимостей (7.3) и (7.4) и возможности их использования для анализа процесса резания.

Исследования П. У. Бриджмена, Ф. Дж. Блата [327], А. Н. Резникова [74], С. В. Васильева [328] и других исследователей показали, что тарировочные характеристики термопар, полученные при атмосферном давлении без относительного перемещения металлов, дают значительную погрешность в определении средней температуры на контактной поверхности лезвия. Повышенное давление на границе соединения железа и его сплавов с другими металлами и относительное скольжение контактирующих тел дополнительно активизируют выход электронов и повышают значение термоЭДС. В результате определенная температура окажется завышенной. Это делает невозмож-

ным непосредственное сравнение рассчитанной и измеренной методом естественной термопары температур.

Для того, чтобы обеспечить сравнимость данных об оптимальной температуре, полученных методом естественной термопары, с данными расчетов, определим коэффициент приведения  $K_T$  данных как отношение экспериментального значения оптимальной температуры к прогнозируемому значению температуры при одних режимах резания и условиях обработки. По данным С. С. Силина, оптимальная температура для точения стали 45 инструментом Т15К6 составляет  $T_0 = 1000$  °С (табл. 16, стр. 99, [57]). Исходя из зависимости (7.5) эта температура достигается при использовании режима резания  $V = 200$  м/мин и подаче  $S = 0,2$  м/мин. Предполагая, что показатели естественной термопары коррелируют со средней температурой на контактной границе лезвия, коэффициент  $K_T$  определен сравнением оптимальной температуры со средней спрогнозированной. Для заданных режимов резания рассчитанная по формуле (7.4) средняя температура составляет 560 °С. Поэтому коэффициент  $K_T = 1000 / 560 = 1,785$ .

Решая уравнение (7.2) с учетом (7.4), умноженного на  $K_T$ , рассчитываем кривую прогноза наибольшего ресурса инструмента при заданных скорости резания и подаче (рис. 7.1). Аналогично строим кривую наибольшего ресурса по экспериментальным данным (7.5). Анализ рис. 7.1 показывает, что экспериментальная и спрогнозированная кривые во всем исследуемом диапазоне находятся в пределах доверительного интервала. В области подач более 0,15 мм/об они находятся достаточно близко одна от другой, изменяются с практически одинаковым градиентом. В области подач менее 0,15 мм/об спрогнозированная скорость резания стремительно возрастает по сравнению с экспериментальными данными. Это еще раз свидетельствует о неопределенности прогнозной зависимости в области малых подач (толщин среза), где существенное влияние имеет округление режущего лезвия.

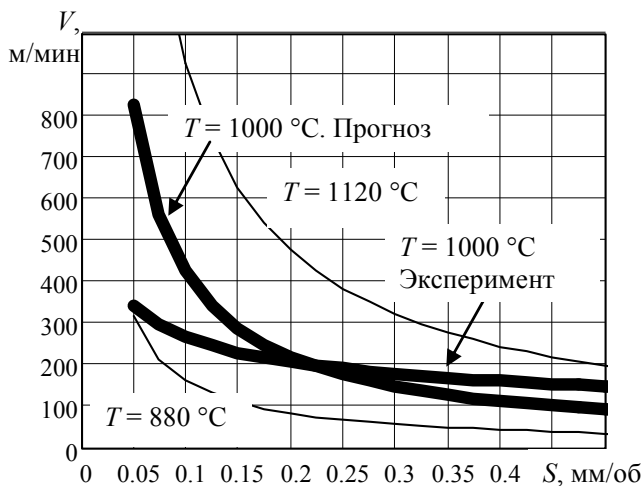


Рисунок 7.1 – Сравнение кривых наибольшего ресурса инструмента при точении стали 45 инструментом с Т15К6 при  $\varphi = 45^{\circ}$ ,  $\alpha = 10^{\circ}$ ,  $\gamma = 8^{\circ}$ , рассчитанных по критерию оптимальной температуры по формулам (7.4) и (7.5) с учетом поправки  $K_T$ . Тонкими линиями обозначен доверительный интервал расчета.

Совпадение прогнозной и рассчитанной зависимостей в достаточно широком диапазоне условий обработки свидетельствует о работоспособности методики и возможности ее применения для решения практических задач.

## 7.2. Повышение эффективности рабочих процессов резания путем определения оптимальных параметров режущих инструментов

### 7.2.1. Общая концепция

Все направления использования прогнозирующего моделирования обобщает предлагаемая концепция оценки работоспособности инструмента на стадии его проектирования (рис.7.2). Поскольку разработанные прогнозирующие модели



Рисунок 7.2 – Концепция оценки работоспособности инструмента на стадии его проектирования на примере концевой фрезы

являются отображением реального процесса с известными допущениями и упрощениями, то взаимосвязи между интегральными параметрами процесса резания являются скрытыми. Их использование дает возможность реализовать лишь проверенный расчет, эквивалентный в определенной степени натурному испытанию, раскрывающий значительно больше показателей процесса резания, чем натурный эксперимент. Поэтому применение прогнозирующих моделей для проектирования режущих инструментов возможно путем последовательного испытания с их помощью вариантов режущего инструмента и отбором наилучшего в соответствии со сформулированным критерием.

Каждый вариант проектируемого режущего инструмента проверяется моделированием по основным видам отказов: интенсивности изнашивания, напряжениям в лезвии, которые могут приводить к выкрашиванию режущей кромки, напряжениям в рабочей части инструмента, устойчивости обработки. Каждое исследование выполняют в два этапа: 2D-моделирование на уровне детализации «Лезвие» и 3D-моделирование на уровне детализации «Инструмент». После совершения расчетов, используя известные критерии, определяют степень работоспособности инструмента заданной конструкции.

Первый и второй этапы взаимосвязаны. На первом этапе получают распределение контактных напряжений и температур, напряжение в лезвии, удельные проекции силы резания и постоянную времени стружкообразования, а также средний коэффициент трения в заданных условиях для расчетов на втором этапе. На втором этапе определяют напряжение в рабочей части инструмента и прочность лезвия, последовательно моделируя стружкообразование, силы на режущих кромках инструмента и напряженно-деформированное состояние.

Такой подход позволяет отобрать лишь несколько наиболее рациональных решений относительно конструкции инструмента, и, выполнив их экспериментальную проверку, получить оптимальную конструкцию режущего инструмента без изготовления большого количества исследовательских образцов.

Реализация концепции в ее общем виде требует решения вопросов прогнозирования изнашивания и разрушения, которые не являются предметом исследований в данной работе. Поэтому реализацию приведенной концепции рассмотрим на примере определения оптимального радиуса округления режущей кромки фрезы при фрезеровании нержавеющей стали 12X18H10T.

### **7.2.2. Определение оптимального радиуса округления режущих лезвий конечных фрез при обработке нержавеющей стали 12X18H10T**

Известно, что худшим случаем фрезерования с точки зрения работоспособности лезвия является встречное фрезерование. Поэтому в работе рассмотрен именно этот случай, в котором толщина среза меняется от 0 до максимального значения  $a$ .

Для конкретности исследований рассмотрим фрезерование боковой поверхности с глубиной фрезерования  $t = 0,5d$  (наиболее динамично неблагоприятный случай) фрезой с  $z = 4$  диаметром 16 мм. Материал фрезы – твердый сплав DK460UF компании Guehring (Германия). Рекомендуемая подача  $S_z = 0,04$  мм/зуб при скорости резания  $V = 50$  м/мин [329]. В этом случае максимальная толщина среза составляет 0,04 мм, длина пути резания –  $0,25 \cdot \pi \cdot 16 = 12,6$  мм (рис. 7.3).

Известно [330], что для получения качественного поля напряжений при радиусе округления лезвия около 5 мкм размер конечно-элементной (КЭ) сетки должен составлять не более  $5\text{мкм}/2,5 = 2\text{мкм}$ . Поэтому количество элементов в модели заготовки с указанными размерами будет около 400 000. Для решения такой высоконелинейной задачи пластической деформации с таким количеством элементов при применении современных компьютерных средств понадобится более 100 часов вычислений [330]. Для сокращения времени расчета, основываясь на предположении об адиабатичности процесса деформирования, авторы предлагают разбить цикл резания на участки длиной около 3 мм, на каждом из которых выполняют вычисление сначала с КЭ сеткой размером

около 10 мкм. На основе этих данных в необходимые моменты времени «измерения» напряжений результаты расчета уточняют по КЭ-модели с сеткой 1 мкм (рис. 7.3). Это позволяет сократить время расчетов одного варианта приблизительно до 4 часов.

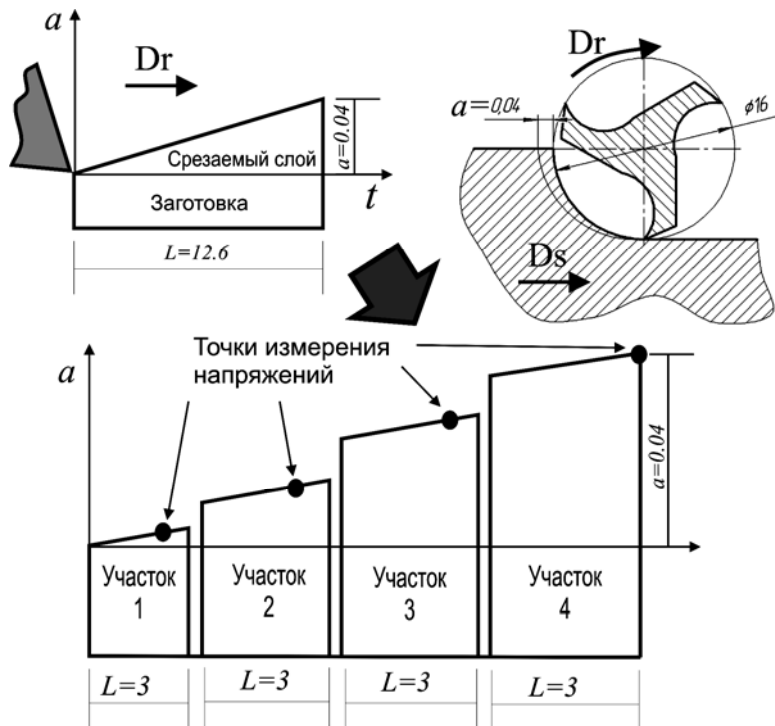


Рисунок 7.3 – Схема процесса фрезерования и ее упрощение

Граничные условия при решении механической задачи реализованы жестким закреплением основания четырехугольной заготовки с наклоненной под углом возрастания толщины среза верхней границы и ограничением перемещения лезвия в направлении оси  $y$  (рис. 7.3). Нагрузки прикладывались к инструменту его перемещением в направлении, противоположном положительному направлению оси  $z$ , со скоростью резания. Начальные условия для вычисления адиабатической температуры – постоянная комнатная температура по всему объему инструмента и заготовки.



### 7.2.3. План модельного эксперимента

Для определения значения радиуса округления режущих кромок фрез  $\rho$ , который обеспечивает наименьшее значение напряжений, возникающих в режущем лезвии в процессе фрезерования, рассмотрены варианты резания стали 12Х18Н10Т лезвиями с радиусами округления 5, 10, 20 и 40 мкм, передним углом  $10^\circ$ , задним углом  $10^\circ$  и лентой со стороны режущей кромки 10 мкм.

Вычисления напряжений выполнялись во всех элементах лезвия, но контролировались только в 3 опасных точках.

План модельного эксперимента приведен в табл. 7.2. Он предполагает последовательное вычисление напряжений для разных значений радиуса округления режущей кромки лезвия в контрольных точках цикла резания. Исходя из того, что при повышенных температурах, имеющих место в режущем лезвии, твердые сплавы допускают значительное пластическое деформирование, в первом приближении сравнение режущих лезвий выполнялось по эквивалентным напряжениям фон Мизеса. Это эквивалентно недопущению пластической деформации и накоплению разрушений, что вполне приемлемо в данном примере для демонстрации возможностей прогнозирующих моделей.

Таблица 7.2 – План модельного эксперимента

$\rho$ , мм	$V$ , м/ мин	$S$ , мм/ зуб	$\alpha$ , $^\circ$	$\gamma$ , $^\circ$	Участок заготовки							
					1		2		3		4	
					$a_{\min}$ , мм	$a_{\max}$ , мм	$a_{\min}$ , мм	$a_{\max}$ , мм	$a_{\min}$ , мм	$a_{\max}$ , мм	$a_{\min}$ , мм	$a_{\max}$ , мм
0,00	50	0,05	10	10	0,011	0,0136	0,0228	0,027	0,034	0,0406	0,042	0,05
0,01	50	0,05	10	10	0,011	0,0136	0,0228	0,027	0,034	0,0406	0,042	0,05
0,02	50	0,05	10	10	0,011	0,0136	0,0228	0,027	0,034	0,0406	0,042	0,05
0,04	50	0,05	10	10	0,011	0,0136	0,0228	0,027	0,034	0,0406	0,042	0,05

## 7.2.4. Результаты исследований

### 7.2.4.1. Изменение напряжений в течение цикла резания зуба фрезы

Вычисления показали, что объем зоны первичных деформаций при резании стали 12X18H10T довольно значительный (рис. 7.4) и возрастает с увеличением толщины среза в цикле резания. Учитывая, что большая часть цикла резания имеет толщину среза меньше радиуса округления режущей кромки, влияние округления лезвия на стружкообразование имеет первостепенное значение. С другой стороны, от величины радиуса округления режущей кромки зависит поле напряжений в лезвии. Эти два фактора определяют изменения напряжений в лезвии, полученных в исследованиях (рис. 7.5). Наибольшие эквивалентные

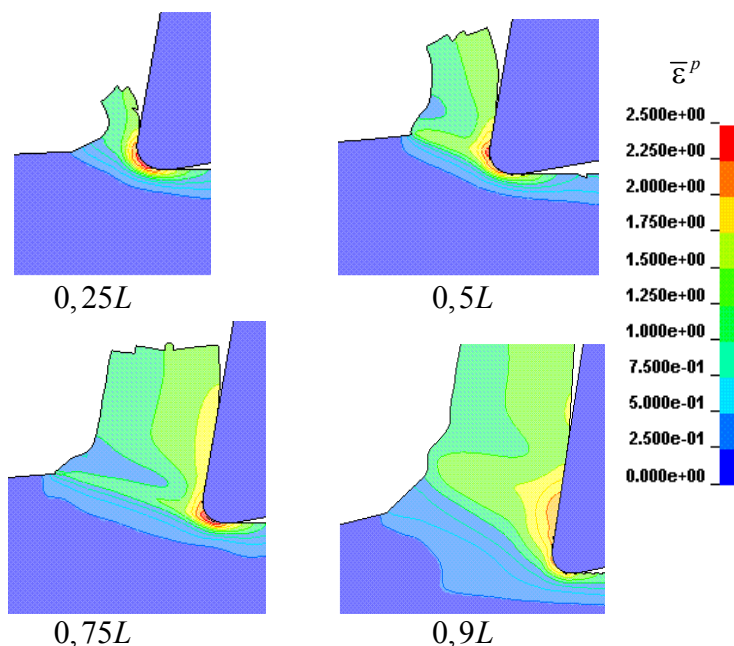


Рисунок 7.4 – Анимация стружкообразования на протяжении цикла резания лезвием с  $\rho = 0,02\text{мм}$

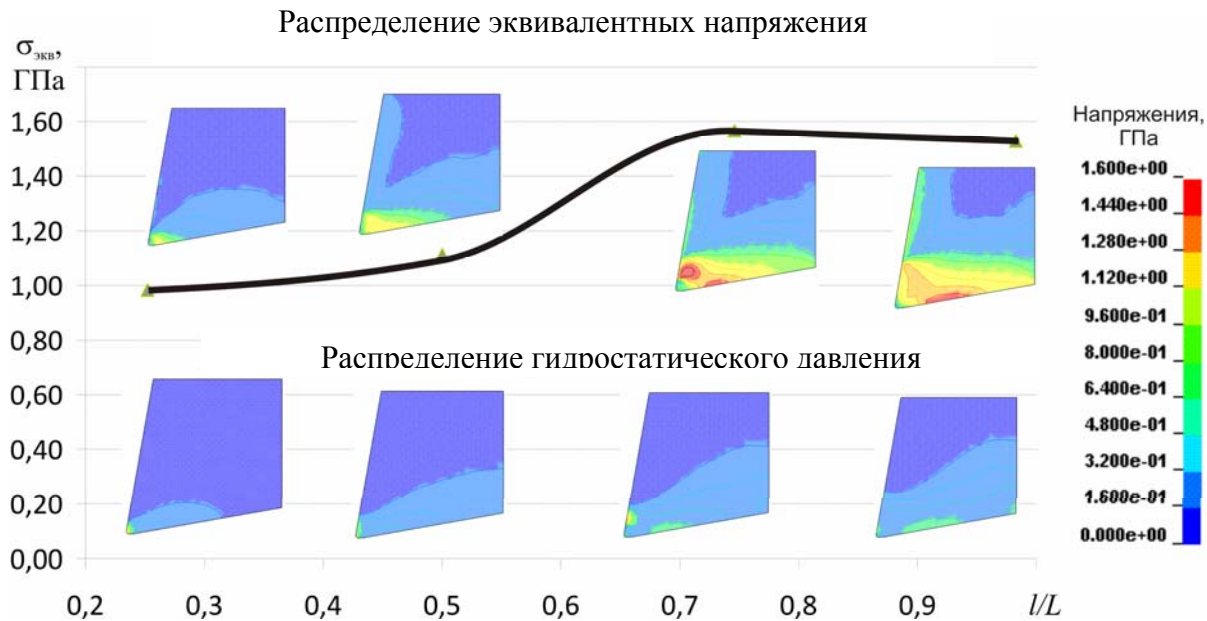


Рисунок 7.5 – Изменение напряжений в цикле резания лезвия с  $\rho = 5$  мкм

напряжения наблюдаются не на передней поверхности лезвия, а на некоторой глубине от нее в области центра радиуса округления лезвия. Область максимальных напряжений ориентирована в направлении задней поверхности лезвия и выходит на нее на некотором расстоянии от режущей кромки.

В отличие от эквивалентных напряжений максимальное гидростатическое давление сосредоточено на передней поверхности лезвия. Его максимальная величина почти на 30% больше максимальных эквивалентных напряжений. Это свидетельствует о том, что контактный поверхностный слой лезвия значительно нагружен сжимающими напряжениями.

Полученные результаты свидетельствуют о том (рис. 7.6), что общей тенденцией для лезвий со всеми значениями радиусов округления режущей кромки является возрастание эквивалентных напряжений на протяжении цикла резания с увеличением толщины среза. Это возрастание стабилизируется в последней четверти цикла резания, очевидно, из-за смещения равнодействующей силы от режущей кромки. На это указывает смещение максимума гидростатического давления на передней поверхности лезвия.

Таким образом, максимальные напряжения возникают не при самой большой толщине среза, а в случае приблизительно  $\frac{3}{4}$  максимальной толщины среза

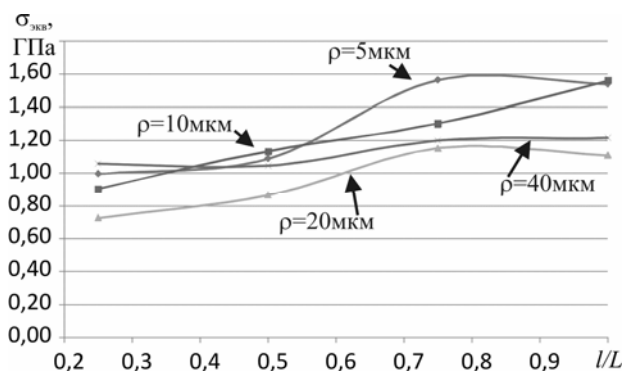


Рисунок 7.6 – Изменения напряжения в лезвии при резании с различными радиусами округления режущей кромки

### 7.2.4.2. Влияние радиуса округления на напряжения в режущей кромке лезвия

Как показали исследования, влияние радиуса округления режущей кромки на максимальные эквивалентные напряжения экстремально (рис. 7.7). Наименьшее значение напряжений наблюдается при  $\rho$  около 20 мкм. В этой области, видимо, существует баланс между прочностью лезвия и действующей на него нагрузкой. При меньших значениях  $\rho$  нагрузка на лезвие уменьшается, о чем свидетельствует уменьшение гидростатического давления (рис. 7.5). Но вместе с тем уменьшается сечение лезвия и напряжения в нем возрастают.

При больших значениях  $\rho$  существенным образом возрастает нагрузка на лезвие, о чем свидетельствует возрастание гидростатического давления. Это приводит также к увеличению максимальных напряжений, даже несмотря на увеличение сечения режущей кромки.

Таким образом, для фрез, применяемых для обработки стали 12Х18Н10Т, следует рекомендовать радиус округления режущей кромки  $\rho \approx 20$  мкм и стараться поддерживать его в процессе обработки как можно дольше.

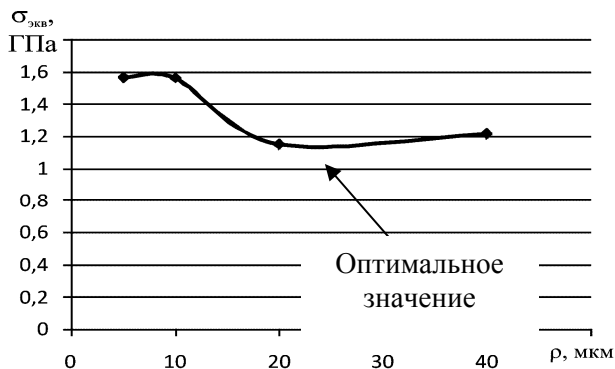


Рисунок 7.7 – Зависимость максимальных эквивалентных напряжений в лезвии от радиуса округления режущей кромки

### **7.3. Повышение эффективности рабочих процессов резания путем определения устойчивых режимов обработки на этапе проектирования технологического процесса**

#### **7.3.1. Общая концепция**

В последние годы все больше внимания как отечественные, так и зарубежные специалисты уделяют возможности прогнозирования областей безвибрационных режимов резания (устойчивого процесса резания) для различных видов механической обработки, в частности, точения, сверления, фрезерования и др. Поэтому обобщение и создание универсальной модели, позволяющей спрогнозировать область режимов устойчивого процесса резания, является актуальной задачей.

Одним из направлений исследований в этой области является изучение динамики изменения силы резания при изменении толщины среза. Известно [331], что сила резания меняется в результате изменения толщины среза с некоторым отставанием. Отставание (запаздывание) силы резания от изменения толщины среза считают главным фактором среди прочих, поддерживающих автоколебательный процесс в технологической системе (ТС), особенно при больших частотах обращения шпинделя [331, 332, 333, 334, 335, 336, 245, 337]. Величина отставания во времени изменения силы резания от изменения толщины среза (фазовая характеристика силы резания) при обработке твердосплавными и быстрорежущими инструментами на традиционных скоростях резания составляет 3–5 мс, что сравнимо с периодом автоколебаний 2–100 мс (100–800 Гц) при резании в этих условиях [332].

Разработанная методология прогнозирующего моделирования является едва ли не единственным методом исследования влияния различных факторов на отставание во времени изменения силы резания от изменения толщины среза.

### 7.3.2. Постановка задачи исследований

Для формализации процесса отставания составляющей силы резания  $P_z$  от изменения толщины среза  $a$ , определяющей динамику изменения силы резания в нестационарных процессах, В. А. Кудинов [331] предложил переходной процесс при постоянном переднем угле  $\gamma$  описывать аperiодическим звеном первого порядка с помощью выражения в операторной форме

$$P \approx P_0(a) \frac{1}{1 + T_p \cdot s}, \quad (7.6)$$

где  $s$  – оператор Лапласа. Параметр  $T_p$  называют постоянной времени стружкообразования. Обобщая экспериментальные исследования, В. А. Кудинов доказал, что  $T_p$  прямо пропорциональна толщине стружки и обратно пропорциональна скорости резания  $V$ :

$$T_p = \frac{m}{n} \cdot \frac{a \cdot K_a}{V}, \quad (7.7)$$

где  $m/n$  – коэффициент, учитывающий свойства обрабатываемого материала.

Экспериментальное изучение динамики изменения силы резания и ее отставаний от изменения толщины среза достаточно сложно, а часто практически и невозможно, в связи с необходимостью одновременной регистрации изменения, силы и перемещения вершины лезвия во времени в миллисекундном масштабе с минимальным влиянием свойств технологической системы. Часто в экспериментальных исследованиях не учитывается демпфирующая способность измерительного оборудования и инструмента, например, держателя резца при точении [245]. Это приводит к значительному разбросу значений постоянной времени стружкообразования  $T_p$ , полученных в результате исследований, проведенных для приблизительно одинаковых условий в различных лабораториях и в разное время (табл.7.3). Видно, что

числовые величины  $T_p$  могут отличаться более чем в 10 раз. Анализ показывает, что в указанных работах исследовалось влияние на  $T_p$  лишь скорости резания, толщины среза, переднего угла и марки обрабатываемого материала, зачастую при толщинах среза более 0,15 мм. Этот ограниченный перечень влияющих факторов и относительно большая толщина среза свидетельствуют о все еще ограниченных возможностях экспериментальных методов, обеспечивающих довольно высокую точность определения  $T_p$ .

Таблица 7.3 – Экспериментальные данные о величине показателя  $T_p$  при обработке: сталь 45;  $V = 60$  м/мин;  $\gamma = 0^\circ$ ,  $\alpha = 12^\circ$ ; \* малоуглеродистая сталь;  $V = 60$  м/мин;  $\gamma = 0^\circ$ ; \*\* AL7050,  $V = 100$  м/мин

Автор	$a$ , мм	Характеристика переходного процесса		$T_p$ , мс
		Название по оригиналу работы	Значения	
*S. Doi & S. Kato [336]	0,05	Запаздывание силы резания	0,02 мс	0,02
В. А. Кудинов [331]	0,05	Постоянная времени стружкообразования	0,06 мс	0,06
М. Е. Эльясберг [333]	0,05	Запаздывание силы резания	0,13 мс	0,03
И. Г. Жарков [332]	0,15	Фазовая характеристика силы резания	2,0 мс	2,0
С. С. Кедров [334]	0,5	Постоянная времени стружкообразования	0,18 мс	0,18
** С. Brecher [245]	0,1	Сдвиг фаз	$\left[ \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3} \right]$	0,4–0,8

Задача исследования влияния на динамику изменения силы резания таких факторов, как радиус округления режущей кромки  $r$ , свойства инструментальных материалов, в том числе и износостойких покрытий на режущем лезвии, фаски износа  $h_z$ , условия трения на контактных поверхностях лезвия при толщинах среза менее 0,15 мм, имеющих место во многих реальных



процессах, например, при фрезеровании, может быть решена с помощью прогнозирующего моделирования процесса резания, например, методом конечных элементов. Такой подход, по нашему мнению, позволяет получить максимальный объем информации об исследуемом процессе с минимальными затратами средств и времени, исключив при этом влияние на исследуемый процесс всех посторонних факторов.

### 7.3.3. Методика исследований

Нижеследующие исследования выполнены с помощью КЭ-модели процесса прямоугольного свободного резания твердосплавным инструментом, описанной в п. 5.2.

Динамика изменения силы резания при переходных процессах в данной работе рассматривалась с точки зрения формализации В. А. Кудинова (см. п. 7.3.2). В качестве меры отставания силы резания из-за толщины среза использовалась постоянная времени образования  $T_p$  относительно проекции силы резания  $P_z$ . Для ее определения рассматривали процесс со скачкообразным изменением толщины среза – процесс врезания лезвия при прямоугольном свободном резании в абсолютно жесткой технологической системе.

Закон изменения силы резания в этом случае (при неизменных других параметрах процесса) содержит две константы:  $P_{z0}$  и  $T_p$ . Найти эти неизвестные константы можно путем аппроксимации методом наименьших квадратов диаграммы изменения силы резания при врезании, полученной в результате прогнозирующего моделирования рассмотренного процесса резания (рис. 7.8). В работе эта процедура выполнялась с помощью средств, предоставляемых пакетом MatLAB.

В работе рассмотрены пять обрабатываемых материалов: сталь 45 ГОСТ 1050-88, сталь 3 ГОСТ 380-94, сталь 40Х ГОСТ 4543-71, сталь 20Х13 ГОСТ 5632-72, сталь 12Х18Н10Т ГОСТ 5632-72.

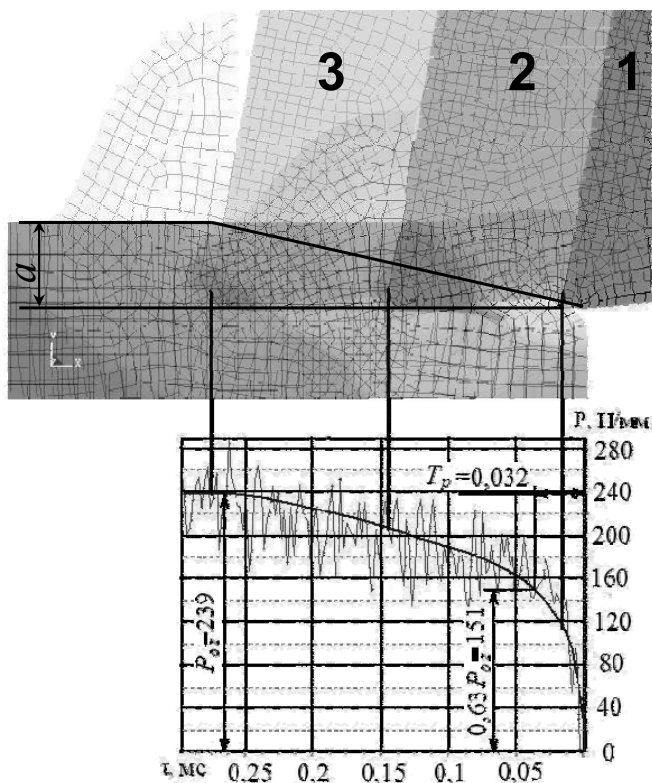


Рисунок 7.8 – Три последовательных положения лезвия при врезании и соответствующая диаграмма изменения силы резания

Этот перечень материалов сформирован таким образом, чтобы обеспечить изменение предела текучести  $\sigma_e$  при приблизительно постоянном относительном удлинении  $\delta$  и изменение относительного удлинения  $\delta$  при приблизительно постоянном пределе прочности  $\sigma_e$  (рис. 7.9).

Для учета механических свойств были экспериментально определены по методикам, описанным в разделе 3, зависимости истинных напряжений  $\sigma_s$  от величины пластических деформаций  $\epsilon_p$  при одноосном растяжении при нормальной температуре и коэффициенты влияния температуры на

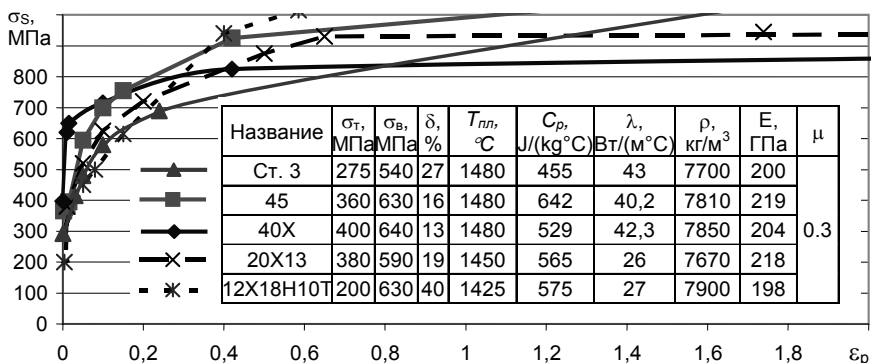


Рисунок 7.9 – Диаграмма растягивания в истинных напряжениях и физико-механические свойства обрабатываемых материалов

указанную зависимость. Параметры модели Купера-Саймонда влияния скорости деформации на указанную зависимость брали по данным, опубликованным в работе [8].

В качестве инструментального материала был использован твердый сплав Т15К6. Поскольку его модуль упругости более чем в два раза больше модуля упругости обрабатываемого материала, то резец был принят абсолютно жестким. Термомеханические свойства инструментального материала были приняты следующими:  $E = 580$  ГПа,  $\mu = 0.3$ ,  $\rho = 11200$  кг/м<sup>3</sup>,  $C_p = 242$  J/(kg·°C),  $\lambda = 27,2$  Вт/(м·°C). Модель реализована на основе геометрического критерия разрушения, равного во всех случаях  $\Delta L = 0,1a$ , и физического критерия –  $\varepsilon = 2,3$  [20]. Исследования проводились при длине резания  $20a$ .

### 7.3.4. Результаты исследования

Результаты исследования с помощью разработанной прогнозирующей модели влияния различных факторов на постоянную времени стружкообразования приведены на рис. 7.10. Исследования с помощью прогнозирующего моделирования выполнялись методом однофакторного эксперимента варьированием одного исследуемого фактора при постоянных других факто-

рах для всех пяти материалов. Анализ полученных данных показывает, что свойства материала больше влияют на абсолютную величину показателя, чем на характер зависимости. Сопоставляя полученные зависимости со свойствами исследованных обрабатываемых материалов (рис. 7.9), можно заметить, что основное влияние на  $T_p$  оказывает относительное удлинение  $\delta$ , характеризующее склонность материалов к деформационному упрочнению, в то время, как граница прочности на величину  $T_p$  практически не влияет. Например, относительное удлинение стали 12X18H10T  $\delta = 40\%$ , а стали 40X  $\delta = 13\%$  при приблизительно одинаковой их прочности. В то же время постоянные времени стружкообразования для этих сталей при  $V = 100$  м/мин соответственно составляют  $T_p = 0,08$  с<sup>-1</sup> и  $T_p = 0,01$  с<sup>-1</sup>, то есть отличаются в 8 раз (см. рис. 7.10,а). Подобная картина характерна для всего диапазона рассмотренных условий: чем больше относительное удлинение материала, тем больше его постоянная времени стружкообразования.

### 7.3.4.1. Влияние режимов резания

Основными параметрами режима резания, влияющими на  $T_p$  при прямоугольном свободном резании, являются скорость резания и толщина среза, причем скорость резания влияет в большей степени (рис. 7.10, а). С увеличением скорости резания  $T_p$  уменьшается, причем наиболее интенсивно в диапазоне изменения скоростей резания от 50 до 200 м/мин. Такой характер зависимости можно объяснить двумя факторами: во-первых, уменьшением времени прохождения лезвием пути, необходимого для стабилизации процесса стружкообразования, с увеличением скорости резания; во-вторых – скоростным упрочнением обрабатываемого материала. Последний вывод подтверждается тем, что для сталей, более склонных к деформационному упрочнению (например, для нержавеющей стали 12X18H10T) показатель степени при  $V$  больше по абсолютной величине

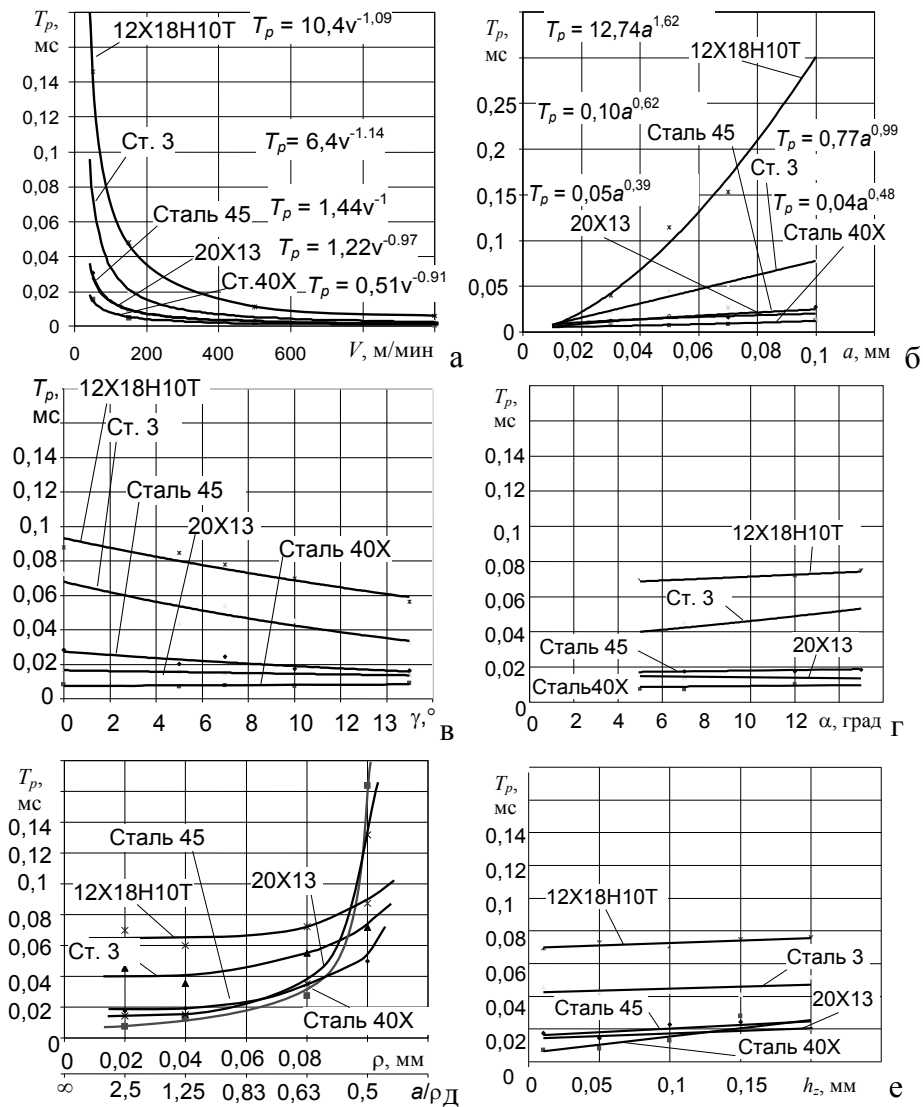


Рисунок 7.10 – Влияние различных факторов на постоянную времени стружкообразования:  $V = 100$  м/мин,  $a = 0,05$  мм,  $\gamma = 10^\circ$ ,  $\alpha = 7^\circ$ ,  $h_z = 0,01$  мм,  $\rho = 0,02$  мм,  $\mu = 0,28$

по крайней мере на 10% по сравнению со сталями, не предрасположенных к деформационному упрочнению (например, для углеродистой стали 40X).

Толщина среза  $a$  также существенным образом влияет на  $T_p$  (рис. 7.10, б), причем эта зависимость существенным образом определяется величиной относительного удлинения обрабатываемого материала  $\delta$ . Чем больше величина относительного удлинения  $\delta$ , тем больше влияние толщины среза и больше абсолютная величина  $T_p$ . Например, увеличение толщины среза при обработке стали 40X (при прочих равных условиях) с 0,02 до 0,1 мм (то есть в 5 раз) приводит к увеличению  $T_p$  с 0,007 до 0,012 мс (то есть только в 1,7 раза), в то время как при обработке стали 12X18Н10Т при таком же изменении толщины среза  $T_p$  увеличивается с 0,025 до 0,3 мс (то есть в 12 раз). Об этом свидетельствует и уменьшение показателя степени в степенных линиях тренда: 1,62 – для стали 12X18Н10Т и 0,48 – для стали 40X. Такая ситуация связана как с увеличением относительного удлинения обрабатываемого материала, так и с увеличением объема материала, подвергающегося деформации в зоне стружкообразования в текущий момент времени с увеличением толщины среза, а также ухудшением условий прогрева стружки, которое способствует уменьшению прочности ее материала (рис. 7.11).

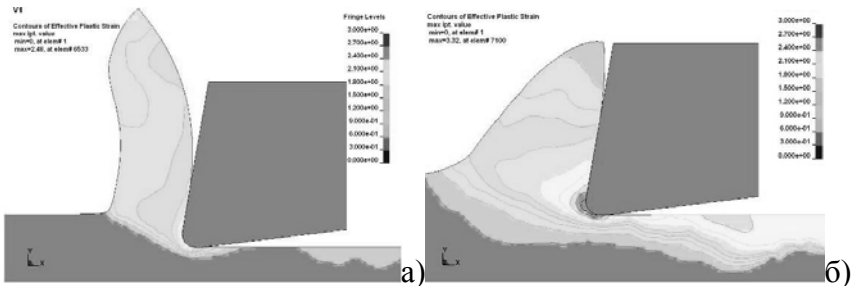


Рисунок 7.11 – Форма зоны стружкообразования в момент времени  $\tau = 0,0012$  с при обработке стали 40X (а) и стали 12X18Н10Т (б) с режимами  $V = 100$  м/мин,  $a = 0,05$  мм,  $\gamma = 10^\circ$ ,  $\alpha = 7^\circ$ ,  $h_z = 0,01$  мм,  $\rho = 0,02$  мм,  $\mu = 0,28$

### 7.3.4.2. Влияние геометрии лезвия

Влияние геометрии режущего лезвия также усиливается по мере увеличения относительного удлинения обрабатываемого материала.

С увеличением переднего угла  $\gamma$  постоянная времени стружкообразования уменьшается (рис. 7.10, в). Но если для стали 40X увеличение  $\gamma$  с  $0^\circ$  до  $14^\circ$  приводит к уменьшению  $T_p$  не более чем на 5%, то для стали 12X18Н10Т это уменьшение составляет уже 66%. Это еще раз подтверждает тот факт, что уменьшение объема деформированного материала в зоне стружкообразования способствует уменьшению  $T_p$ .

Вместе с тем следует отметить, что при малых передних углах возрастает различие между значениями  $T_p$  для сталей 45 и 20X13. Известно [86], что при обработке нержавеющей сталей средний коэффициент трения возрастает. Поэтому именно изменением условий контактного взаимодействия и можно объяснить указанный факт.

Заметно влияние радиуса округления режущей кромки  $\rho$  (рис. 7.10, д). При прочих равных условиях к существенному увеличению  $T_p$  приводит увеличение радиуса округления режущей кромки при соотношениях  $a/\rho$  меньше 1, причем наиболее существенное увеличение  $T_p$  происходит при уменьшении соотношения  $a/\rho$  менее 0,63. Это критическое значение тем меньше, чем больше относительное удлинение обрабатываемого материала  $\delta$ . Так, для стали 40X критическое значение  $a/\rho$  составляет 0,63 (рис. 7.10, д), а для стали 12X18Н10Т, имеющей большее относительное удлинение, – 0,5 мм. Наблюдаемое явление связано с ухудшением условий стружкообразования, а также с увеличением доли проскальзывания (то есть перемещения инструмента в контакте с заготовкой без образования стружки) и, таким образом, с увеличением времени, необходимого для стабилизации процесса.

Существенное влияние заднего угла  $\alpha$  (рис. 7.10, г) и фаски износа на задней поверхности  $h_z$  выявлено не было (рис. 7.10, е), и наблюдаемые изменения (максимально на 20% для стали 3) явным образом связаны с незначительным влиянием на силу резания сил, действующих на задней поверхности лезвия. Это можно считать недостатками принятой модели. Принимая во внимание то, что на практике  $\alpha$  и  $h_z$  все-таки влияют на силу резания, их воздействие на  $T_p$  необходимо в будущем исследовать более детально с помощью модели, способной прогнозировать силы на задней поверхности с минимальной погрешностью.

### 7.3.4.3. Влияние коэффициента трения

Интересно влияние среднего коэффициента трения  $\mu$  на  $T_p$  (рис. 7.12). Общая тенденция показывает увеличение  $T_p$  при возрастании коэффициента трения  $\mu$ .

Влияние  $\mu$  тем больше, чем больше его величина. Однако для сталей с большим относительным удлинением  $\delta$  при определенных значениях  $\mu$  наблюдается стабилизация в изменении  $T_p$ . Например, максимальное значение  $T_p$  для стали 3 наступает при  $\mu = 0,7$ , а для стали 12X18H10T – при  $\mu = 0,25$ .

Это связано с увеличением объема пластических деформаций в зоне стружкообразования с увеличением относительного

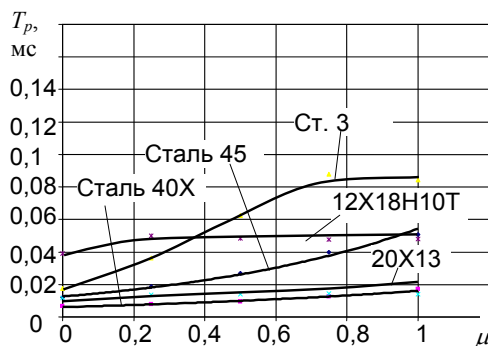


Рисунок 7.12 – Влияние среднего коэффициента трения на  $T_p$



удлинения  $\delta$  обрабатываемого материала, то есть с увеличением его пластичности и, соответственно, коэффициента внутреннего трения на участке контакта стружки с передней поверхностью, и, таким образом, с его насыщением при указанных критических значениях  $\mu$ . Причем это насыщение наступает при тем меньших  $\mu$ , чем больше относительное удлинение  $\delta$ .

#### 7.3.4.4. Сравнение с экспериментальными данными

Количество экспериментальных данных о величине  $T_p$  весьма ограничено, что связано со сложностью измерения этого показателя процесса. Поэтому известные данные получены при реза-

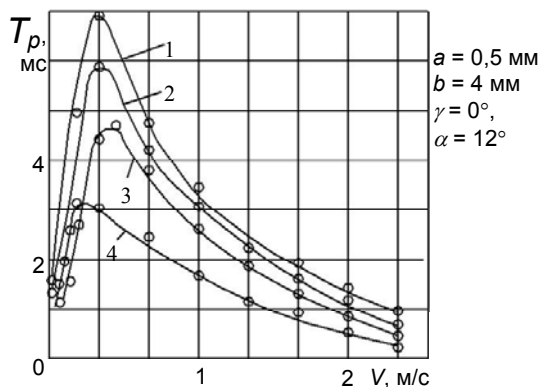


Рисунок 7.13 – Влияние скорости резания на постоянную времени стружкообразования [332]:

- 1 – сталь 08X15H5Д2Т,
- 2 – сталь 12X18H9Т,
- 3 – сталь 45,
- 4 – сплав ВТ9

нии со значительными толщинами среза (как правило, свыше 0,15 мм), относительно малых скоростях резания (до 120 м/мин) с ограниченным перечнем обрабатываемых материалов. Вместе с тем сравнение даже этих известных экспериментальных данных (табл. 7.3 и рис. 7.13) с данными, полученными в результате прогнозирующего моделирования, убеждает в достоверности

полученных модельных результатов как по абсолютной величине ( $T_p$  имеет порядок 0,01–0,1 мс для приблизительно одинаковых толщин среза (табл. 7.3)), так и по характеру полученных зависимостей (например, с увеличением скорости резания  $T_p$  уменьшается как в эксперименте, так и при по данным расчета (рис. 7.10)) в исследованном диапазоне скоростей резания.

Экспериментально подтверждается и увеличение  $T_p$  с увеличением толщины среза. Например, И. Г. Жарков установил, что при обработке жаропрочных и нержавеющей сталей при увеличении толщины среза от 0,15 до 0,6 мм  $T_p$  увеличивается более чем в 2 раза, что полностью согласуется с полученными данными выполненного прогнозирующего моделирования.

## **7.4. Повышение эффективности рабочих процессов резания путем определения рационального режущего инструмента**

### **7.4.1. Общая концепция**

Интенсивное развитие машиностроения создало основу для развития инструментальной отрасли. В настоящее время десятки фирм-производителей инструментов создали и предлагают потребителю режущий инструмент разных конструкций, форм и размеров практически для любой сферы применения. Несмотря на сильнейшую конкурентную борьбу, стоимость режущего инструмента остается довольно высокой, особенно импортируемого. В этой ситуации потребители – машиностроительные предприятия, которые считают необходимым внедрять современный режущий инструмент в свое производство, должны каждый раз делать выбор конкретных конструкций режущего инструмента из многих предложений фирм-производителей.

Наиболее существенным основанием для выбора режущего инструмента, наиболее эффективного для определенных ус-

ловий, являются данные о его ресурсе, качестве стружкодробления, силе резания, а также другая информация, полученная в результате производственных испытаний этого режущего инструмента. Однако высокая стоимость и значительный (1–3 месяца) срок поставки конкретного режущего инструмента в условиях рынка Украины, а также значительные временные и материальные затраты на проведение производственных испытаний не позволяют оперативно получить необходимые данные, выполнить сравнение и утвердить решение о выборе наиболее эффективного режущего инструмента.

Одним из перспективных направлений в решении этой проблемы является, по нашему мнению, применение технологии прогнозирующего моделирования рабочих процессов резания. Значительные успехи в этой области, достигнутые наукой о резании материалов в последние годы (см., например, [1]), позволяют реализовать технологию виртуальной проверки работоспособности инструментов путем прогнозирующего моделирования рабочего процесса без проведения каких-нибудь натуральных экспериментов непосредственно по резанию этими инструментами. В результате выполненных расчетов может быть получена информация о силе резания, его температуре, форме стружки и других показателях процесса, которые возможно использовать для оценки эффективности инструмента в конкретных условиях.

## **7.4.2. Пример определения рациональных токарных пластин для заданных условий обработки**

### **7.4.2.1. Общая методика**

Для иллюстрации этого подхода рассмотрим пример исследования канавочных (отрезных) и резьбонарезных резцов с механическим креплением сменных неперетачиваемых пластин различных производителей при обработке конструкционной стали. С точки зрения работоспособности и эффективности этих инструментов форма и размеры стружки играют первостепенную роль, поскольку качество и надежность удаления стружки

из зоны резания определяют надежность работы режущего инструмента в целом, его ресурс и качество обработанных поверхностей.

Для процесса точения радиальных канавок, особенно с глубиной  $10b$  и больше ( $b$  – ширина среза) или отрезания наиболее опасным явлением является пакетирование стружки в формирующейся канавке, что приводит к существенному и, как правило, непредвиденному увеличению силы резания, а, следовательно, к непредвиденной поломке режущей кромки канавочной пластины или всего резца в целом.

Процесс точения резьбы является процессом несвободного резания, поскольку в работе принимают участие две режущие кромки (резьба с треугольным профилем, например, метрическая) и более режущих кромок (например, для трапецеидальных резьб – три). «Столкновение» встречных потоков стружки, перемещающихся одновременно со стороны каждой кромки, приводит к дополнительной деформации стружки и увеличению работы сил резания, способствующей повышению температуры резания, снижению ресурса режущего инструмента, а также непредвиденному изменению силы резания, а, следовательно, случайной поломке пластины, часто имеющей место при обработке нежестких деталей.

Управление формой и размерами стружки может быть реализовано путем изменения коэффициента трения выбором инструментального материала и покрытия, введением в зону резания дополнительных источников энергии, например, вибраций, подбором режима резания и другими способами. Одним из наиболее эффективных способов является создание на передней поверхности режущего инструмента специальных элементов (выступов или впадин определенной формы), что способствует приданию стружке необходимой формы для ее эффективного отвода из зоны резания и измельчения. Практически все современные режущие пластины оснащены такими элементами, однако, эффективность их работы в каждом конкретном случае (в зависимости от условий обработки, свойств обрабатываемого материала и др.) разная. Именно этим во многом и

определяется эффективность всего инструмента в конкретных производственных условиях.

В данном исследовании изучался процесс стружкообразования при точении стали 45 (HB180). Точение канавок изучалось для случая обработки канавки шириной 4 мм и глубиной 0,16 мм (врезание) и 40 мм резцами с пластинами: 13532 по ГОСТу 17163-90, ISCAR TAG N4J, WIDIA M4 1235 67 440, круглая R4 1235 67 605, Sandvik N 151.400-40-45, Kennametal A4CO405L06CF02, Taegutec TDJ4. Режим резания для всех инструментов был выбран одинаковым:  $S = 0,16$  мм/об,  $V = 300$  м/мин. Этот режим резания входит в область режимов резания, рекомендуемых для всех рассмотренных канавочных пластин.

Точение резьбы изучалось на завершающей стадии обработки резьбы M100×4 резцами с пластинами: ГОСТ 22398-82 11150, MITSUBISI MMT22ERN60, Taegutec 22ERN60, Kennametal LT22ERNISOCB, Sandvik R166.0 G-22VMO1-400, R166.0 G-22VMO1C400, LMT B22ER4.0ISO. Режим резания для всех инструментов был выбран одинаковым:  $t_1 = 0,05$  мм,  $V = 300$  м/мин. Этот режим резания входит в область режимов резания, рекомендуемых для всех рассмотренных пластин для нарезания резьбы. Угол подкладной пластины этих резцов был выбран в соответствии с рекомендациями соответствующих каталогов.

Геометрия режущих пластин была восстановлена по данным каталогов [2, 3, 4, 5, 6, 7], справочников [8, 9]. Для того чтобы выделить эффект, получаемый только от стружколомающих элементов на режущих пластинах, были приняты такие условия: материал всех пластин – BK8 и средний коэффициент трения на контактной границе «стружка-лезвие» – 0,28. Пластина принималась абсолютно жесткой.

Расчеты выполнялись методом конечных элементов в среде LS-DYNA. Геометрическая модель была ограничена теми частями режущей пластины и держателя, которые потенциально могут контактировать со стружкой и заготовкой в процессе резания. Ориентация контактных поверхностей пластины выполнена с учетом углов ее установки в державку. Длина заготовки составляла 40 мм.

Диаметр заготовки принимался значительно больше чем ширина паза. Общее количество конечных элементов в каждой модели составляло от 50 000 до 98 000 элементов в зависимости от геометрической сложности пластины. Расчет выполнялся явным методом с допущениями об абсолютной жесткости технологической системы и адиабатичности процесса деформирования. Разрушение моделировалось удалением конечных элементов, в которых достигалось предельное значение накопленного повреждения по В. Л. Колмогорову. Свойства обрабатываемого материала описаны в разделе 3.




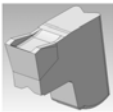


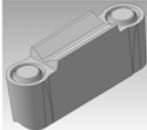

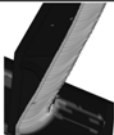
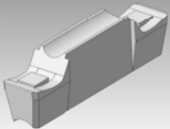

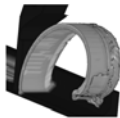
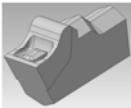


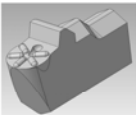

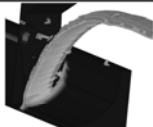
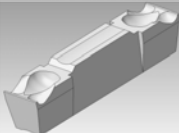


Общее машинное время расчетов всех вариантов составляло около 960 часов, среднее время вычислений одного варианта – 60 часов на ЭВМ с процессором Intel Xeon 5405 2,00 ГГц с использованием 2 ядер на 1 задачу. Суммарное календарное время проведения всех расчетов в рамках данного исследования составляло около 240 часов или 10 суток непрерывной работы ЭВМ.

#### **7.4.2.2. Определение рациональной канавочной пластины**

Сначала рассмотрим результаты исследований процесса точения канавок (отрезание) (табл. 7.4). Расчеты показали, что каждая пластина формирует стружку, отличающуюся от стружек, образующихся при обработке другими пластинами. Наличие впадин и выступов на передней поверхности пластин способствует завиванию стружки, что видно при сравнении видов стружек при резании разными пластинами: пластины № 2, 4, 5, 7 характеризуются образованием стружки с относительно меньшим радиусом кривизны, чем при резании пластинами № 1, 3, 6 (сравните стружку пластины № 1 со стружками других пластин). Меньший радиус кривизны стружки способствует ее более плотной упаковке. Поэтому пластины № 2, 4, 5, 7 с этой точки зрения имеют преимущество. Вместе с тем с точки зрения безопасности работы пластины № 1 и № 3 не являются наилучшими.

Надежность удаления стружки при точении канавки (отрезании) существенным образом зависит и от ее ширины. С этой

Таблица 7.4 – Форма стружки при точении канавок различными пластинами

Пластина	Геометрическая модель пластины	Форма стружки при врезании *	Форма стружки при точении канавок глубиной 40 мм *
1. ГОСТ 17163-90 Код 13532			
2. ISCAR Код TAG N4J			
3. Sandvik Код N 151.2-400-40-45			
4. Kennametal Код A4CO405L06CF02			
5. WIDIA Код M4 1235 67 440			
6. WIDIA Код R4 1235 67 605			
7. TaeguTec Код TDJ4			

Примечание: \*Показана половина стружки, отделенная плоскостью симметрии, незначительные элементы заготовки условно не показаны

точки зрения пластина № 1 не может использоваться для точения глубоких канавок, поскольку ширина ее стружки приблизительно на 0,1–0,2 мм больше ширины канавки (рис. 7.14) и при точении глубокой канавки дополнительно деформируется по ширине стенками канавки (табл. 7.4). Это способствует повышенному тепловыделению и силе резания, а также увеличивает вероятность пакетирования стружки.

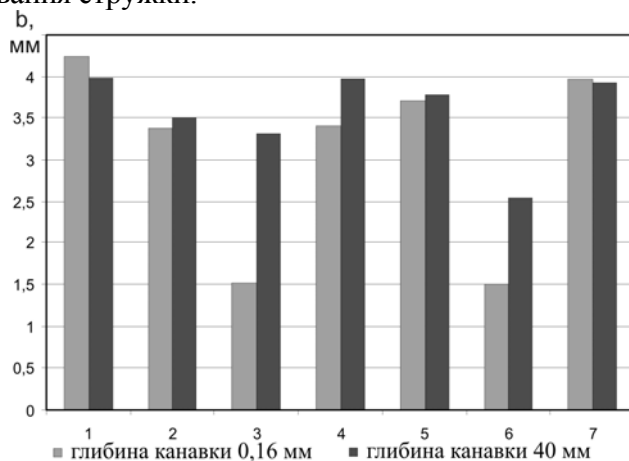


Рисунок 7.14 – Ширина стружки при точении различными канавочными пластинами

Все другие пластины обеспечивают формирование стружки, по крайней мере, на 0,01 мм уже, чем ширина обрабатываемой канавки. Пластины № 2 и № 4 не дают существенного сужения стружки. Пластины № 5 и № 7 обеспечивают сужение стружки на 0,11–0,23 мм по сравнению с шириной сформированного паза. Круглые пластины № 3 и № 6 обеспечивают наименьшую ширину стружки с толщиной более 0,04 мм (толщина конечного элемента в основной части стружки). Вместе с тем полученные расчетные данные не позволили установить фактические границы стружки из-за того, что ее толщина для круглых пластин неограниченно уменьшается при приближении к стенкам паза и становится меньшей толщиной принятого конечного элемента. Таким образом, с



точки зрения ширины образующейся стружки (меньше ширины паза), пластины № 3, № 5, № 6, № 7 имеют преимущество.

Для комплексного сравнения канавочных пластин с точки зрения эффективности стружкообразования предложена система критериев (табл. 7.5), отражающая необходимые требования к условиям реализации процесса резания.

По критериям *а)–г)* оценка производилась по 3-балльной шкале, по критерию *д)* – по 2-балльной. Баллы по критерию *а)* назначались исходя из формы стружки: плоская – 0 баллов, поскольку она не способствует сужению стружки и плотной ее упаковке; вогнутая – 1 балл, потому что она незначительно способствует сужению стружки; выпуклая – 2 балла, потому что она способствует и сужению стружки и ее упаковке. Баллы по критерию *б)* назначались по величине радиуса кривизны стружки: чем меньше радиус кривизны, тем лучше упаковка стружки (без пакетирования) и вероятность ее поломки, а следовательно, выше балл. Баллы по критерию *в)* назначались по ширине стружки: чем меньше ширина стружки, тем меньше вероятность ее пакетирования и, таким образом, выше балл. Баллы по критерию *г)* назначались по величине силы резания: чем меньше сила резания, тем легче, при прочих равных условиях, происходит процесс формирования стружки, а следовательно, выше балл. В конце концов, при рассмотрении критерия *д)* учитывалось то, что постоянная ширина среза по длине режущей кромки обеспечивает более благоприятные условия стружкообразования, а следовательно, более высокий балл.

Анализ табл. 7.5 показывает, что для рассмотренных условий наиболее эффективной является пластина № 2, набравшая 9 баллов из 9 возможных. На втором месте оказались пластины № 4, № 5 и № 7, главным образом из-за того, что они недостаточно способствуют сужению стружки и реализуют несколько большую силу резания. Круглые пластины № 3 и № 6 набрали всего по 3 балла и оказались на четвертом месте из-за того, что при их использовании имеют место как наибольшая из

Таблица 7.5 – Сравнение канавочных пластин  
с точки зрения эффективности стружкообразования

Характеристика	Пластина						
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6	№ 7
Обозначение	13532	TAG N4J	N 151.2-400-40-45	A4CO405L 06CF02	M4 1235 67 440	R4 1235 67 605	TDJ4
Производитель	ГОСТ 17163-90	ISCAR	SANDVIK	Kennametal	WIDIA	WIDIA	TaeguTec
а) форма стружки в поперечном сечении	плоская/ <b>0</b>	выпуклая/ <b>2</b>	плоская/ <b>1</b>	вогнутая /1	выпуклая/ <b>2</b>	плоская/ <b>0</b>	вогнутая/ <b>1</b>
б) радиус кривизны стружки, мм	26/ <b>0</b>	5,4/ <b>2</b>	43/ <b>0</b>	5,5/ <b>2</b>	5,8/ <b>2</b>	10,9/ <b>1</b>	5,6/ <b>2</b>
в) ширина стружки, мм	4,0/ <b>0</b>	3,5/ <b>2</b>	3,3/ <b>2</b>	3,95/ <b>0</b>	3,8/ <b>1</b>	2,5/ <b>2</b>	3,92/ <b>1</b>
г) тангенциальная сила резания, н	1909/ <b>2</b>	1968/ <b>2</b>	2532/ <b>0</b>	2116/ <b>2</b>	2427/ <b>1</b>	2747/ <b>0</b>	2115/ <b>2</b>
д) постоянная толщина среза вдоль режущей кромки	да/ <b>1</b>	да/ <b>1</b>	нет/ <b>0</b>	да/ <b>1</b>	да/ <b>1</b>	нет/ <b>0</b>	да/ <b>1</b>
<b>Суммарное количество баллов</b>	<b>3</b>	<b>9</b>	<b>3</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>6</b>

Примечание. После знака «/» указана балльная оценка пластины по соответствующему критерию

всех пластин сила резания, так и неблагоприятные условия работы режущей кромки из-за переменной толщины среза.

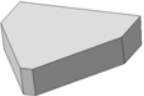

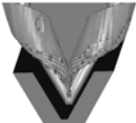
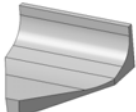


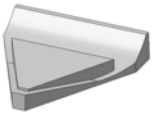
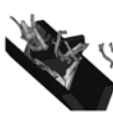

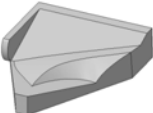
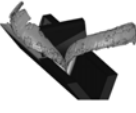

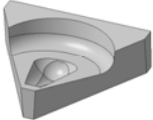


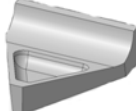


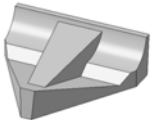
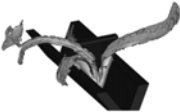

На последнем месте оказалась пластина № 1. Таким образом, на основании проведенных исследований для рассмотренных условий могут быть рекомендованы пластины ISCAR TAG N4J (первое место) и WIDIA M4 1235 67 440, Taegutec TDJ4 и Kennametal A4CO405L06CF02 (второе место), реализующие точение с образованием стружки наименьшей ширины при приемлемой силе резания, что обеспечивает надежный отвод стружки, надежность и производительность обработки.

#### **7.4.2.3. Определение рациональной пластины для нарезания резьбы**

Далее рассмотрим стружкообразование при точении резьбы. Выполненные расчеты позволили определить форму и размеры стружек, формирующихся при использовании исследуемых резьбовых пластин (табл. 7.6). Анализ показывает, что наличие выступов и впадин на передней поверхности лезвий способствует делению потоков стружки от работающих режущих кромок, стружкозавиванию и/или ломанию стружки. Пластины № 1 и № 2 формируют очень завитую стружку, образующуюся в результате столкновения двух потоков. Однако эти пластины обеспечивают практически минимальную силу резания. Пластина № 3 имеет выступ вдоль всего контура режущей кромки, и это обеспечивает эффективное стружколомание и формирование частей стружек относительно небольшого размера, при этом сила резания также близка к минимальной.

Пластины № 4 и № 5 имеют такие выступы на передней поверхности, которые разделяют стружки, образующиеся на режущих кромках, на потоки, направленные в разные стороны. Однако за счет этого немного увеличивается сила резания. Пластины № 6 и № 7 разделяют стружку на 3 потока: от двух боковых режущих кромок и от соединяющей их кромки. Однако сила резания при обработке этими пластинами более чем в 2 раза больше по сравнению с силой резания, имеющей место при резании пластинами № 1 и № 3.

Таблица 7.6 – Форма стружки при точении резьбы M100x4  
разными пластинами

Пластина	Геометрическая модель режущей части пластины	Форма стружки при нарезании резьбы	
1. ГОСТ 22398-82 Код 11150			
2. MITSUBISHI Код MMT 22ERN60			
3. TaeguTec Код 22ERN60			
4. Kennametal Код LT22ERNISOCB			
5. Sandvik Код R 166.0G-22VM01C400			
6. Sandvik Код R 166.0G-22VM01-400			
7. LMT Код B22ER4.0ISO			

Для комплексного сравнения резьбонарезных пластин с точки зрения эффективности стружкообразования предложена система из четырех критериев (табл. 7.7), отражающая необходимые требования к условиям реализации процесса резьбонарезания. Оценка для всех критериев ( $a-z$ ) производилась по 3-балльной шкале. Баллы по критерию  $a$ ) предложено назначать исходя из формы стружки: плоская – 0 баллов, потому что такая

Таблица 7.7 – Сравнение резьбонарезных пластин с точки зрения эффективности стружкообразования

Характеристика	Пластина						
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6	№ 7
Обозначение	11150	MMT2 2ERN6 0	22ERN 60	LT22E RNISO CB	R166.0 G- 22VM O1C40 0	R166.0 G- 22VM O1-400	B22ER 4.0ISO
Производитель	ГОСТ 22398- 82	MITSU BISHI	Taegu Tec	Kenna- metal	SAND- VIK	SAND- VIK	LMT
а) форма стружки в поперечном сечении	плоская/ 0	плоская/ 0	плоская/ 0	выпуклая/ 2	выпуклая/ 2	выпуклая/ 2	выпуклая/ 2
б) форма в продольном сечении	спираль/ 1	спираль/ 1	короткие элементы/2	лента/ 0	лента / 0	лента / 0	лента / 0
в) распределение потоков стружки от режущих кромок	нет/ 0	нет/ 0	На 3/ 2	На 2/ 1	На 2/ 1	На 3/ 2	На 3/ 2
г) тангенциальная сила резания, н	490/ 2	700/ 1	500/ 2	650/ 1	580/ 2	1210/ 0	1050/ 0
<b>Суммарное количество баллов</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>4</b>

Примечание. После знака «/» указана балльная оценка пластины по соответствующему критерию.

форма не способствует плотной упаковке стружки; вогнутая – 1 балл, потому что такая форма незначительно способствует упаковке стружки; выпуклая – 2 балла, потому что такая форма существенно способствует упаковке стружки. Баллы по критерию б) назначались исходя из степени деформации стружки: чем больше деформирована стружка и меньше ее элементы, тем больше балл. Баллы по критерию в) назначались исходя из степени деления потоков: чем сильнее разделены потоки, тем легче происходит стружкообразование, а, следовательно, выше балл. Баллы по критерию г) назначались исходя из величины силы резания: чем меньше сила резания, тем, при прочих равных условиях, легче происходит процесс формирования стружки, а, следовательно, выше балл.

Анализ полученных результатов (табл. 7.7) показывает, что первое и второе места по суммарному количеству баллов заняли пластины № 3 и № 5 за счет формирования соответственно стружки из мелких элементов и стружки, способной к относительно неплохой упаковке. Еще одним преимуществом этих пластин является малая сила резания. Следует отметить, что в данном рейтинге пластина № 2 заняла последнее место, оказавшись даже хуже пластины № 1 из-за формирования спиральной стружки при довольно большой силе резания. Другие пластины обеспечивают приблизительно одинаковое качество стружкообразования. Таким образом, для рассмотренных условий нарезания резьбы могут быть рекомендованы пластины № 3 (TaeguTec 22ERN60) и № 5 (SANDVIK R166.0 G-22VMO1C400).

Таким образом, представленная методика позволяет методами прогнозирующего моделирования из всех существующих на рынке предложений отобрать для заданных условий наилучшие варианты режущего инструмента без проведения натурных экспериментов, что существенно снижает затраты на подготовку и освоение производства. Приведенные примеры свидетельствуют об эффективности описанного подхода и являются основанием для его широкого внедрения в производство.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги работы необходимо отметить, что представленная общая методология позволяет создавать термомеханические модели рабочих процессов резания, которые способны прогнозировать: вид, форму и размеры стружки; силу и мощность резания; показатели пластической деформации; напряженно-деформированное и тепловое состояние в объеме и на контактных границах заготовки, стружки и лезвия.

Решение определяющей системы уравнений методом конечных элементов с учетом температурно-скоростных эффектов и реализацией конкуренции внутреннего и внешнего механизмов трения по заданным граничным условиям обеспечивает возможность получения адекватных прогнозов показателей процесса резания лишь по данным стандартных испытаний на основе фундаментальных характеристик механических и трибологических свойств обрабатываемого и инструментального материалов.

В качестве примера в монографии представлены 2D- и 3D-модели прямоугольного резания инструментами с произвольной формой передней поверхности. В них учтены температурно-скоростные эффекты путем применения итерационных алгоритмов расчетов напряжений с использованием определяющего уравнения Джонсона–Кука, реализовано прогнозирование момента и характера разрушения перед режущей кромкой, с одновременной проверкой условий вязкого и хрупкого разрушения по критериям, соответственно, накопленных повреждений и максимальных главных напряжений в каждом цикле расчета с одновременным перестроением конечно-элементной сетки, определение сил сопротивления скольжению на контактных поверхностях с учетом нормального давления, температуры и фактического значения предела текучести обрабатываемого материала в контактной поверхности стружки.

Важным результатом, полученным с помощью этих моделей, является определение количественного влияния 21 фактора на погрешность прогнозирования показателей процесса резания. Доказано, что в наибольшей степени она обусловлена неопределенностью предела текучести обрабатываемого материала, коэффициента его теплоемкости, параметров трения, радиуса округления режущей кромки, переднего угла и формы задней поверхности. Снижение погрешности именно этих параметров процесса резания снижает погрешность модели в целом. Вследствие значительной погрешности исходных данных в уже известных экспериментах, выполненных различными исследователями, дисперсия воспроизведения результатов расчета составляет около 10% прогнозируемого показателя и сравнима по величине с дисперсией воспроизведения эксперимента. Это свидетельствует о практической невозможности в общем случае получить расхождение прогноза показателей процесса резания с экспериментом менее 15–20%.

Уменьшение неопределенности механических свойств обрабатываемого материала может быть достигнуто путем идентификации законов упрочнения и вязкого разрушения металлов из стандартных испытаний. Получение достоверных определяющих уравнений и уравнений пластичности возможно аппроксимацией комплекса данных испытаний на квазистатическое растяжение и сжатие при нормальных и повышенных температурах, а также прямоугольное резание. Достоверность полученных уравнений при больших пластических деформациях, температурах и скоростях деформации, имеющих место при резании, обеспечивается учетом во время расчета коэффициентов истинных величин напряжений и деформаций в областях ее локализации в специальных образцах во время испытаний, что апробировано и доказано на практике для четырех обрабатываемых материалов различных групп обрабатываемости.

Доказано, что определение адгезионной составляющей силы сопротивления скольжению при больших контактных давлениях возможно на основе испытаний по вдавливанию сфериче-



ского вращающегося индентора в полупространство. Представленная в работе методика реализует более близкие к резанию условия испытаний, чем известные методики, благодаря обеспечению стабилизации микрорельефа и величины упрочнения контактных поверхностей при жесткой схеме нагружения индентора при значительном (10–30 оборотов индентора) пути трения с малой относительной скоростью скольжения. Учет действительного распределения контактных напряжений и величины деформационной составляющей силы сопротивления скольжению позволил обеспечить возможность определения линейной модели именно адгезионной составляющей коэффициента трения. Для четырех материалов различных групп экспериментально определены коэффициенты линейной модели адгезионной составляющей трения.

Невозможность экспериментального разделения силы сопротивления скольжению при внешнем трении на адгезионную и деформационную составляющие в работе была преодолена благодаря применению модельного эксперимента по относительному скольжению шероховатого упругого тела относительно упругопластического тела в широком диапазоне давлений, механических свойств материалов и параметров микрорельефа поверхности индентора. Полученные в результате испытаний зависимости для определения деформационной составляющей коэффициента внешнего трения и фактической площади контакта позволили в модельных экспериментах по прямоугольному резанию установить наличие в силе сопротивления скольжению на участке внешнего трения в области больших нормальных напряжений значительной части деформационной составляющей. С уменьшением нормальных напряжений увеличивается роль адгезии, предопределяющей возрастание коэффициента трения при удалении от режущей кромки.

Проблему прогнозирования образования стружек различных видов предложено решать путем применения комплексного критерия разрушения одновременно по критериям вязкого (накопленных повреждений) и хрупкого (максимальных главных

напряжений) разрушения с обеспечением возможности адиабатического разупрочнения и потери устойчивости процессом пластического деформирования. Доказано, что образование стружки локализованного сдвига при малой скорости резания в процессе обработке некоторых материалов, например, титановых сплавов, обусловлено деформационным разупрочнением при высокой скорости деформации. Физическим объяснением этого явления является дополнительное повышение скорости возрастания адиабатической температуры и вызванное этим разупрочнение вследствие уменьшения объемной теплоемкости в связи с образованием дефектов в деформируемом объеме.

Показано, что к основным проблемам реализации прогнозирующих моделей процесса резания на практике можно отнести: выбор нерациональной структуры модели, неуправляемость погрешностью прогнозирования исследуемых показателей, низкая устойчивость вычислительного процесса. Решение этих проблем в работе предложено обеспечивать путем:

- разработки и внедрения основных принципов практической реализации прогнозирующих моделей, предусматривающих прогнозирование допустимой погрешности расчета показателей процесса резания с учетом неопределенности исходных данных;
- осуществления рационального упрощения расчетной схемы решаемой задачи;
- определения рациональных параметров решателя и сравнения результатов расчетов с результатами натурального эксперимента в эквивалентных условиях.

Авторы надеются, что представленные в монографии результаты исследований создадут основу для активного внедрения технологий моделирования рабочих процессов механической обработки методом конечных элементов в реальные научно-исследовательские работы, обеспечив дальнейшее активное развитие теории резания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Артамонов Е. В. Исследование напряжений, деформаций и прочности сменных режущих пластин методом конечных элементов / Е. В. Артамонов, Т. Е. Помигалова, М. Х. Утешев. – Тюмень : ТГНУ, 2002. – 140 с.
2. Бобров Б. Ф. Основы теории резания металлов / Б. Ф. Бобров. – М. : Машиностроение, 1975. – 344 с.
3. Васин С. А. Резание материалов: Термомеханический подход к системе взаимосвязей при резании / С. А. Васин, А. С. Верещака, В. С. Кушнер. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. – 448 с.
4. Внуков Ю. Н. Повышение износостойкости быстрорежущих инструментов на основе исследования условий их трения с обрабатываемыми материалами и реализация новых технологических возможностей : автореф. дисс. на соискание учен. степени доктора техн. наук : спец. 05.03.01 «Процессы механической обработки, станки и инструменты» / Ю. Н. Внуков. – М. : МВТУ им. Н. Э. Баумана. – М., 1992. – 45 с.
5. Грабченко А. И. Научные основы алмазного шлифования сверхтвердых поликристаллических материалов : дисс. ... доктора техн. наук : 05.03.01 / Грабченко Анатолий Иванович. – Х., 1995. – 125 с.
6. Грановский Г. И. Резание металлов : учебник для машиностр. и приборостр. спец. вузов / Г. И. Грановский, В. Г. Грановский. – М. : Высшая школа, 1985. – 304 с.
7. Залого В. А. Разработка научных основ и принципов практического применения нестационарных видов обработки резанием на базе попутного тангенциального течения : автореф. дисс. на соискание учен. степени докт. техн. наук : спец. 05.03.01 «Процессы механической обработки, станки и инструменты» / В. А. Залого. – Х., 2000. – 33 с.
8. Зорев Н. Н. Вопросы механики процесса резания / Н. Н. Зорев. – М. : Машгиз, 1956. – 368 с.

9. Клименко С. А. Сверхтвердые материалы. Получение и применение : в 6 т. / С. А. Клименко. – К. : ИСМ им. В. Н. Бакуля, 2006. – Т. 5 : Обработка материалов лезвийным инструментом. – 316 с.
10. Кушнер В. С. Термомеханика резания и обрабатываемость пластичных металлов при точении : автореф. дисс. на соискание учен. степени докт. техн. наук : спец. 05.03.01 «Процессы механической обработки, станки и инструменты» / В. С. Кушнер. – Тбилиси, 1986. – 31 с.
11. Лоладзе Т. Н. Стружкообразование при резании металлов / Т. Н. Лоладзе. – М. : Машгиз, 1952. – 200 с.
12. Основи теорії різання матеріалів: підручник / Н. П. Мазур та ін. – Львів : Новий світ, 2010. – 422 с.
13. Макаров А. Д. Оптимизация процессов резания / А. Д. Макаров. – М. : Машиностроение, 1976. – 278 с.
14. Винников Н. П. Лезвийный инструмент из сверхтвердых материалов : справочник / Н. П. Винников, А. И. Грабченко, Э. И. Гриценко ; под ред. Н. В. Новиков. – К. : Техника, 1988. – 118 с.
15. Оборский Г. А. Интенсификация процессов механической обработки / Г. А. Оборский, А. В. Усов, Е. М. Морозов // Современные технологии в машиностроении. – 2009. – С. 63–68.
16. Остафьев В. А. Физические основы процессов резания металлов / В. А. Остафьев. – К. : Высшая школа, 1976. – 136 с.
17. Подураев В. Н. Резание труднообрабатываемых материалов / В. Н. Подураев. – М. : Высшая школа, 1974. – 587 с.
18. Полетика М. Ф. Контактные нагрузки на режущих поверхностях инструмента / М. Ф. Полетика. – М. : Машиностроение, 1969. – 150 с.
19. Равська Н. С. Теоретичні дослідження впливу параметрів процесу різання на силу різання при відрізанні фрезами / Н. С. Равська, В. Г. Панчук, О. В. Рублюк // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». – 2009. – № 57. – С. 5–10.
20. Резников А. Н. Теплофизика резания / А. Н. Резников. – М. : Машиностроение, 1969. – 288 с.

21. Розенберг А. М. Элементы теории процесса резания металлов / А. М. Розенберг, А. Н. Еремин. – М. : Машгиз, 1956. – 319 с.
22. Розенберг А. М. Механика пластического деформирования в процессах резания и деформирующего протягивания / А. М. Розенберг, О. А. Розенберг. – К. : Наукова думка, 1990. – 320 с.
23. Розенберг Ю. А. Резание материалов / Ю. А. Розенберг. – Курган : Полиграфический комбинат "Зауралье", 2007. – 294 с.
24. Семко М. Ф. Электроалмазное шлифование инструментальных материалов / М. Ф. Семко, А. И. Грабченко, Н. В. Левченко, А. Ф. Раб. – К. : Вища школа, 1974. – 120 с.
25. Силин С. С. Метод подобия при резании материалов / С. С. Силин. – М. : Машиностроение, 1979. – 152 с.
26. Талантов Н. В. Физические основы процесса резания, изнашивания и разрушения инструмента / Н. В. Талантов. – М. : Машиностроение, 1992. – 240 с.
27. Armarego E. J. A generic mechanics of cutting approach to predictive technological performance modelling of the wide spectrum of machining operations / E. J. Armarego // *Machining Science and Technology*. – 1998. – Vol. 2. – P. 191–211.
28. Oxley P. L. Mechanics of machining: An analytical approach to assessing machinability / P. L. Oxley. – Ellis Horwood Limited, 1989. – 242 p.
29. Трент Э. М. Резание металлов / Э. М. Трент. – М. : Машиностроение, 1980. – 263 с.
30. Мазур Н. П. Разработка теоретических основ и практическое использование термомеханической модели обработки пластических материалов : дисс. ... докт. техн. наук : 05.03.01 / Мазур Николай Петрович. – К., 1999. – 309 с.
31. Кабалдин Ю. Г. Синергетический анализ причин возмущения вибраций при резании / Ю. Г. Кабалдин, А. М. Шпилев, А. А. Просолович // *Вестник машиностроения*. – 1997. – № 10. – С. 21–29.

32. Кушнер В. С. Интенсификация резания пластических материалов на основе термомеханического похода : автореф. дисс. на соискание учен. степени докт. техн. наук : 05.03.01 «Процессы механической обработки, станки и инструменты» / В. С. Кушнер. – М., 1994. – 37 с.
33. Криворучко Д. В. Підвищення ефективності процесів чистової обробки на основі аналітичного моделювання силової взаємодії леза з заготовкою : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : 05.03.01 «Процеси механічної обробки, верстати і інструменти» / Д. В. Криворучко. – К., 2002. – 20 с.
34. Куфарев Г. Л. Сружкообразование и качество обработанной поверхности при несвободном резании / Г. Л. Куфарев. – Фрунзе : Мектеп, 1970. – 169 с.
35. Bridgman P. W. Studies in large plastic flow and fracture / P. W. Bridgman. – New York : McGraw-Hill Book Company, 1952. – 362 p.
36. Колмогоров В. Л. Напряжение, деформация, разрушение / В. Л. Колмогоров. – Л. : Metallurgiya, 1970. – 229 с.
37. Розенберг Ю. А. О процессе стружкообразования при резании / Ю. А. Розенберг // Известия Томского политехнического университета. – Томск : Томский политехнический институт, 2002. – Вып. 1. – Т. 305. – С. 51–53.
38. Швец С. В. Системный анализ теории резания / С. В. Швец. – Сумы : Изд-во СумГУ, 2009. – 212 с.
39. Полетика М. Ф. Контактные условия как управляющий фактор при элементном стружкообразовании / М. Ф. Полетика // Прогрессивные технологические процессы в машиностроении. – Томск : Томский политехнический университет, 1997. – С. 6–13.
40. Козлов А. А. Интенсификация процессов резания на основе анализа эффектов неизотермической неустойчивости упругопластической деформации в зоне стружкообразования и контактных явлений : автореф. дисс. на соискание учен. степени докт. техн. наук : спец. 05.03.01 «Процессы меха-

- нической обработки, станки и инструменты» / А. А. Козлов. – М., 1997. – 54 с.
41. Проблемы эффективного внедрения процессов высокоскоростного резания / Ю. Н. Внуков, И. Н. Павлюченко, К. О. Папашев, А. Г. Саржинская // Современные технологии в машиностроении. – Х. : НТУ „ХПР”, 2006. – Т. 1. – С. 43–56.
  42. Резников А. Н. Тепловые процессы в технологических системах / А. Н. Резников, Л. А. Резников. – М. : Машиностроение, 1990. – 288 с.
  43. Hoppe S. Experimental and numerical analysis of chip formation in metal cutting / S. Hoppe : Ph.D. dissertation. – Aachen : University of Aachen, 2003. – 207 p.
  44. Calamaz M. A new material model for 2D numerical simulation of serrated chip formation when machining titanium alloy Ti–6Al–4V / M. Calamaz, D. Coupard, F. Girot // Int. J. of Machine tools & Manufacture. – 2008. – Vol. 48. – P. 275–288.
  45. Baker M. A finite element model of high speed metal cutting with adiabatic shearing / M. Baker, J. Rosler, C. Siemers // Computers and Structures. – 2002. – Т. 5. – С. 495–513.
  46. Kassner M. E. Large-strain softening of aluminium in shear at elevated temperature / M. E. Kassner, M. Z. Wang, M. T. Perez-Prado // Metallurgical and Materials Transactions. – 2002. – Vol. 33. – P. 3145–3153.
  47. Rhim S. H. Prediction of serrated chip formation in metal cutting process with new flow stress model for AISI 1045 steel / S. H Rhim, S. I. Oh // Journal of Material Processing Technology. – 2006. – Vol. 171. – P. 417–422.
  48. Крагельский И. В. Трение, изнашивание и смазка : справочник : в 2 т. / И. В. Крагельский. – М. : Машиностроение, 1978. – Т. 1. – 400 с.
  49. Шустер Л. Ш. Адгезионное взаимодействие режущего инструмента с обрабатываемым материалом / Л. Ш. Шустер. – М. : Машиностроение, 1988. – 96 с.
  50. Grzesik W. Advanced machining processes of metallic materials / W. Grzesik. – Oxford : Elsevier, 2008. – 447 p.

51. Аркулис Г. Э. Теория пластичности / Г. Э. Аркулис, В. Г. Дорогобид. – М. : Metallurgizdat, 1987. – 352 с.
52. Полетика М. Ф. Математическое моделирование процесса резания / М. Ф. Полетика, М. Г. Гольдшмидт, Ю. П. Стефанов // Вопросы механики и физики процессов резания и холодного пластического деформирования : сб. науч. трудов Института сверхтвердых материалов им. В. Н. Бакуля НАН Украины. Серия Г : Процессы механической обработки, станки и инструменты. – К., 2002. – С. 33–43.
53. Marusich T. D. Modelling and Simulation of High-Speed Machining / T. D. Marusich // Int. J. Num. Meth. Eng. – 1995. – Vol. 38. – P. 3675–3694.
54. Зорев Н. Н. Развитие науки о резании металлов / Н. Н. Зорев, Г. И. Грановский, М. Н. Ларин. – М. : Машиностроение, 1967. – 415 с.
55. Ozel T. Determination of workpiece flow stress and friction at the chip-tool contact for high-speed cutting / T. Ozel, T. Altan // Int. J. of Machine tools & Manufacture. – 2000. – Vol. 40. – P. 133–152.
56. Freitag A. Simulation of Burr Formation / A. Freitag, C. Sohrmann, J. Leopold // Proceedings of the 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2005. – P. 641–650.
57. Klocke F. 2D-fem simulation of the orthogonal high speed cutting process / F. Klocke, H. Raedt, S. Hoppe // Machining Science and Technology. – 2001. – № 5. – P. 323–340.
58. Аршинов В. А. Резание металлов и режущий инструмент / В. А. Аршинов, Г. А. Алексеев. – 3-е изд., доп. – М. : Машиностроение, 1976. – 440 с.
59. Sohner J. Beitrag zur Simulation zerspanungstechnologischer Vorgänge mit Hilfe der Finite-Element-Methode: Doktors der Ingenieurwissenschaften / J. Sohner. – Karlsruhe : Universitat Karlsruhe, 2003. – 162 p.
60. Золоторевский В. С. Механические свойства металлов : учебник для вузов / В. С. Золоторевский. – М. : Metallurgia, 1983. – 352 с.



61. El-Magd E. Mechanical behaviour of AA7075, Ck45N and TiAl6V4 at high strain rates [Electronic recourse] / E. El-Magd, C. Treppman // *Materialsweek*. – 2000. – Access mode : [http://www.proceedings.materialsweek.org/proceed/mw2000\\_786.pdf](http://www.proceedings.materialsweek.org/proceed/mw2000_786.pdf).
62. Microstructure-Mechanics Interactions in Modeling Chip Segmentation during Titanium Machining / R. Shivpuri, J. Hua, P. Mittal, A. K. Srivastava // *Annals of the CIRP : Manufacturing Technology*. –Vol. 51. – № 1. – 2002. – P. 71–74.
63. Meyer L. W. Determination of material data and development of constitutive equations for numerical simulations of high speed cutting processes / L. W. Meyer, T. Halle, N. Herzig // *Proceedings of 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations*. – Chemnitz, 2005. – P. 131–138.
64. Kalhori V. Modeling and simulation of mechanical cutting : doctoral thesis. / V. Kalhori. – Lulea : Lulea university of technology, 2001. – 103 p.
65. Warnecke J. A new Thermo-viscoplastic Material Model for Finite-Element-Analysis of the Chip Formation Process / J. Warnecke, J. Oh // *Annals of the CIRP*. – 2002.–Vol. 51/1. – P. 79–82.
66. Johnson G. R. A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain Rates and High Temperatures / G. R. Johnson, W. H. Cook // *Proceedings of the 7th int. Symp. on Ballistics*. – 1983. – P. 541–547.
67. Ee K. C. An Analysis of the Effects of Chip-groove Geometry on Residual Stress Formation in Machining Using Finite Element Methods / K. C. Ee, O. W. Dillon, I. S. Jawahir // *Proceedings of the 7th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations*. – 2004. – P. 264–267.
68. Alder J. F. The effect of strain rate and temperature on the resistance of aluminium, copper, and steel to compression / J. F. Alder, V. A. Phillips // *J. Inst.Metals*. – 1954. – № 83. – P. 80–85.

69. Ludwik P. Elemente der technologischen Mechanik / P. Ludwik. – Berlin : Springer Verlag, 1909. – 158 p.
70. Lubarda V. A. Strain-rate effects in rheological models of inelastic response / V. A. Lubarda, D. J. Benson, M. A. Meyer // Int. J. of Plasticity. – 2003. – № 19. – P. 1097–1118.
71. Metal Machining theory and applications / T. H. Childs, K. Maekawa, T. Obikawa, Y. Yamane. – London : Arhold, 2000. – 403 p.
72. FE-analysis of burr formation and edge break out in cutting / F. Klocke, P. Frank, K. Risse, S. Hoppe // Proceedings of the 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – Chemnitz, 2005. – P. 621–631.
73. Lundblad M. Prediction of Contact Behavior at Chip – Insert Interface in Machining / M. Lundblad, V. Kalhori // Proceedings of the 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – Chemnitz, 2005. – P. 485–494.
74. Wu J. Thermo-Viscoplastic Modeling of Machining Process Using Mixed Finite Element Method / J. Wu, O.W. Dillon, W. Lu // ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering. – 1996. – P. 470–482.
75. Altan T. Modeling of metal cutting using fem: Brief progress report/ T. Altan , E. Yen // Proceedings of the 6th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – Paris, 2003.
76. Altan T. Material database for machining simulation [Electronic recourse] / T. Altan. – Ohio : Ohio state university, 2000. – 1 p. – Access mode : <http://nsm.eng.ohio-state.edu/madams>.
77. Залогова В. А. Обзор способов экспериментального определения параметров уравнения состояния пластических материалов для моделирования методом конечных элементов их механической обработки / В. А. Залогова, Д. В. Криворучко // Резание и инструмент в технологических системах. – 2005. – № 69. – С. 193–202.
78. Childs T. H. Modelling Requirements for Computer Simulation of Metal Machining / T. H. Childs, M. H. Dirikolu // Turk. J. Engin. Environ. Sci. – 2000. –Vol. 24. – P. 81–93.

79. Adibi-Sedeh A. H. Investigation of the Effect of Using Different Material Models on Finite Element Simulations of Machining / A. H. Adibi-Sedeh, M. Vaziri, V. Pednekar // Proceedings of the 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2005. – P. 215–224.
80. Piendl S. 3D Finite-Element Simulation of Chip Formation in Turning / S. Piendl, J. C. Aurich, M. Steinicke // Proceedings of the 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – Chemnitz, 2005. – P. 225–233.
81. Sartkulvanich P. Effects Of Flow Stress And Friction Models In Finite Element Simulation Of Orthogonal Cutting – A Sensitivity Analysis / P. Sartkulvanich, T. Altan, A. Göcmen // Machining Science and Technology. – 2005. – № 9. – P. 1–26.
82. Otieno A. Flow Stress Behavior Of Mild Steels And Its Influence On Machinability / A. Otieno // Proceedings of IL/IN Sectional Conference. – DeKalb, 2005. – Режим доступа до статті: [http://www.ceet.niu.edu/ASEE\\_ILIN/P156.pdf](http://www.ceet.niu.edu/ASEE_ILIN/P156.pdf).
83. Determination of Chip Geometry and Cutting Forces in Gear Hobbing by a FEM-based Simulation of the Cutting Process / K. Bouzakis, O. Friderikos, I. Miridis, I. Tsiafis // Proceedings of the 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2005. – P. 49–57.
84. Астафьев В. И. Нелинейная механика разрушения / В. И. Астафьев, Ю. Н. Радаев, Л. В. Степанова. – Самара : Издательство "Самарский университет", 2001. – 534 с.
85. Iwata K. Process modeling of orthogonal cutting by the rigidplastic finite element method / K. Iwata, K. Osakada, Y. Terasaka // Trans. ASME J. Manuf. Sci. and Eng. – 1984. – № 106. – P. 132–138.
86. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М. : Мир, 1975. – 525 с.
87. Strenkowski J. S. A finite element model of orthogonal metal cutting / J. S. Strenkowski, J. T. Carroll // Journal of Engineering for Industry : Trans. of ASME. – 1985. – Vol. 107. – P. 349–354.
88. Yang X. Adaptive 2D finite element simulation of metal forming process / X. Yang, M. Heinstejn, A. J. Shih // Int. J. for Numerical Method in Engineering. – 1989. – Vol. 28. – P. 1409–1428.

89. Klamecki B. E. 'Incipient Chip Formation in Metal Cutting – A Three Dimension Finite Element Analysis / B. E. Klamecki – PhD dissertation. – Urbana : University of Illinois, 1973.
90. Lajczok M. R. A study of some aspects of metal machining using finite element method : PhD Dissertation / M. R. Lajczok. – North Carolina State University, 1980.
91. Perzyna P. Fundamental problems in viscoplasticity / P. Perzyna // *Adv. Appl. Mech.* – 1966. – Vol. 9. – P. 243–377.
92. Shih A. J. Experimental and finite element simulation methods for rate-dependent metal forming processes/ A. J. Shih, H. Yang // *Int. J. for Numerical Method in Engineering.* – 1991. – Vol. 31. – P. 345–367.
93. Strenkowski J. S. Finite element prediction of chip geometry and tool/workpiece temperature distributions in orthogonal metal cutting / J. S. Strenkowski, K. J. Moon // *Journal of Engineering for Industry : Trans. of ASME.* – 1990. – Vol. 112. – P. 313–318.
94. Sellars C. M. Hot workability / C. M. Sellars, W. J. Tegart // *Int. Met. Rev.* – 1972. – Vol. 17. – P. 1–24.
95. Litonski J. Plastic flow of a tube under adiabatic torsion / J. Litonski // *Bulletin de L'Academie Polonaise des Sciences.* – 1977. – Vol. 25. – P. 1–8.
96. Vinh T. Fast fracture of some usual metals at combined high strain and high strain rate / T. Vinh, M. Afzali, A. Roche // *Proceedings of ICM3.* – 1979. – Vol. 2. – P. 633–642.
97. Baker M. Some Aspects of High Speed Chip Formation / M. Baker // *Proceedings of the 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations.* – 2005. – P. 101–105.
98. Madhavan V. Machining as a Wedge Indentation / V. Madhavan, S. Chandrasekar, T. N. Farris // *Journal of Applied Mechanics : Trans. ASME.* – 2000. – V. 67. – P. 128–139.
99. Masillamani D. P. Determination of optimal cutting conditions in orthogonal metal cutting using LS-DYNA with design experiments approach / D. P. Masillamani, J. Chessa // *Proceedings of the 8th international LS-DYNA users conference.* – 2004. – V. 9. – P. 27–36.

100. Raczy A. An Eulerian Finite Element Model of the Metal Cutting Process / A. Raczy, W. J. Altenhof, A. T. Alpas // Proceedings of the 8th International LS-DYNA Users Conference. – 2005. – P. 11–26.
101. Belhadi S. Experimental and numerical study of chip formation during straight turning of hardened AISI 4340 steel / S. Belhadi, T. Mabrouki, J. Rigal // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. – 2005. – Vol. 219, № 7. – P. 515–524.
102. Wince J. N. Modeling chip formation in orthogonal metal cutting using finite element analysis / J. N. Wince : A Thesis for the Degree of Master of Science. – Mississippi : Mississippi State University, 2002. – 104 p.
103. Usui E. Study on chip segmentation in machining titanium alloy / E. Usui, T. Obikawa, T. Shirakashi // Proc. 5th Int. Conf. on Production Engineering 9–11 July. – Tokio, 1984. – P. 235–239.
104. Maekawa K. Effects of flow stress and friction characteristics on the machinability of free cutting steels / K. Maekawa, T. Kitagawa, T. H. Childs // Proc. 2nd Int. Conf. on Behaviour of Materials in Machining. – Inst. Metals London Book, 1991. – P. 132–145.
105. Klopp R. W. Pressure-shear impact and the dynamic viscoplastic response of metals / R. W. Klopp, R. J. Clifton, T. G. Shawki // Mechanics of Materials. – 1985. – Vol. 4. – P. 375–385.
106. Zerilli F. J. Dislocation-mechanics-based constitutive relation for material dynamics calculations / F. J. Zerilli, R. W. Armstrong // Journal of Applied Physics. – 1987. – Vol. 61. – P. 1816–1825.
107. Follansbee P. S. A constitutive description of the deformation of copper based on the use of mechanical threshold stress as an internal state variable / P. S. Follansbee, U. F. Kocks // Acta Metall. – 1988. – Vol. 36. – P. 81–93.
108. Hochrainer T. An integrated approach to the modeling of size-effects in machining with geometrically defined cutting edges / T. Hochrainer // Proceedings of the 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – Chemnitz, 2005. – P. 123–130.

109. Xie L. Estimation Of Two-dimension Tool Wear Based On Finite Element Method. – Karlsruhe / L. Xie : Universitet Karlsruhe, 2004. –143 p.
110. Technologie der Metallformung – Eisenund Nichteisenwerkstoffe / A. Hensel, W. Lehnert, T. Spittel, M. Spittel // Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie. – Leipzig, 1990. – S. 19–64.
111. Kumbera T. G. Numerical simulation of ductile machining of silicon nitride / T. G. Kumbera, J. A. Patten, H. P. Cherukuri // Proc. of the 16th ASPE Annual Meeting. – 2001. – P. 98–101.
112. El-Magd E. Dehnratenabhängige Beschreibung der Flieakurven für erhehte Temperaturen / E. El-Magd, C. Treppman // Zeitschrift für Metallkunde. – 2001. – Vol. 92. – P. 888–893.
113. El-Magd E. Constitutive Modelling of CK45N, AlZnMgCu1.5 and Ti-6Al-4V in a wide range of Strain Rate and Temperature / E. El-Magd, M. Korteuer, C. Treppman // Int. J. Phys. IV France. – 2003. – Vol. 110. – P. 141–146.
114. Jaspers S. P. Material behavior in conditions similar to metal cutting: flow stress in the primary shear zone / S. P. Jaspers, J. H. Dautzenberg // Journal of Material Processing Technology. – 2002. – Vol. 122. – P. 322–330.
115. Ozel T. A Methodology to Determine Work Material Flow Stress and Tool-Chip Interfacial Friction Properties by Using Analysis of Machining / T. Ozel, E. Zeren // J. of Manuf. Science and Engineering: Trans. of ASME. – 2004. – Issue 128. – Vol. 1. – P. 119–129.
116. Fang N. An Analytical Predictive Model and Experimental Validation for Machining with Grooved Tools Incorporating the Effects of Strains, Strain-rates, and Temperatures / N. Fang, I. S. Jawahir // CIRP Annals. – 2002. – Vol. 1. – P. 83–86.
117. Lohe D. An integrated approach to the modeling of size-effects in machining with geometrically defined cutting edges / D. Lohe, J. Fleischer, P. Gumsch // The 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – Chemnitz, 2005. – P. 123–129.

118. Curran B. R. Dynamic failure of solids / B. R. Curran, L. Seaman, D. A. Shockey // *Physics reports (Review Section of Physics Letters)*. – 1987. – Vol. 147, № 5. – P. 253–388.
119. Поль Б. Макроскопические критерии пластического течения и хрупкого разрушения: Математические основы теории разрушения / Б. Поль // *Разрушение*. – М. : Мир, 1975. – Т. 2. – С. 338–520.
120. Полухин П. И. Физические основы пластической деформации / П. И. Полухин, С. С. Горелик, В. К. Воронцов. – М. : *Металлургия*, 1982.–584 с.
121. Astakhov V. P. Metal cutting mechnics / V. P. Astakhov. – London : CRC Press LLC, 1999.–297 p.
122. Molinari A. Adiabatic shear banding in high speed machining of Ti–6Al–4V: experiments and modeling / A. Molinari, C. Musquar, G. Sutter // *Int. J. of Plasticity*. – 2002. – Issue. 18.–P. 443 – 459.
123. Lierath F. Ausgewahlte Aspecte des Hochgeschwindigkeitsfrasen / F. Lierath , Н. Knoche : Сб. науч. трудов Института свехтвердых материалов им. В.Н. Бакуля НАН Украины. Серия Г : Процессы механической обработки, станки и инструменты. – 2002. – С. 103–118.
124. Золоторевский В. С. Механические свойства метал лов / В. С. Золоторевский. – 2 изд. – М. : *Металлургия*, 1983.–352 с.
125. Johnson G. R. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures/ G. R. Johnson, W. H. Cook // *Engng Fracture Mechanics*. – 1985. – P. 31–48.
126. Смирнов-Аляев Г. А. Теория пластических деформаций металлов/ Г. А. Смирнов-Аляев, В. М. Розенберг. – М. : *Машгиз*, 1956. – 143 с.
127. Полухин, П. И. Физические основы пластической деформации / П. И. Полухин, С. С. Горелик, В. К. Воронцов. – М. : *Металлургия*, 1982. – 584с.
128. Нотт Д. Ф. Основы механики разрушения / Д. Ф. Нотт. – М. : *Металлургия*, 1978. – 256 с.

129. Varas J. M. Continuous and discontinuous modelling of ductile fracture / J. M. Varas. – Eindhoven: Technische Universitet Eindhoven, 2005. – 164 p.
130. Stein E. Encyclopedia of Computational Mechanics/ E. Stein , B. R. De, T. J. Hughes: In 2 vol. – Chichester: John Wiley & Sons Inc, 2004. – Vol. 2 : Solids and Structures. – 798 p.
131. Huang J. M. An Evaluation of Chip Separation Criteria for the FEM Simulation of Machining / J. M. Huang, J. T. Black// of Manuf. Science and Engineering: Trans. of ASME. – 1996. – Vol. 118, № 4. – P. 545–554.
132. Zaghbani I. A thermo-mechanical coupled f.e.m model for orthogonal cutting / I. Zaghbani, W. Bouzud, K. SaI // Proceedings of the 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2005. – P. 139–145.
133. Simulation numérique de la coupe orthogonale. Influence de paramètres numériques / M. Barge, J. Rech, H. Hamdi, J.Bergheau // 7ème colloque national en calcul des structures. – 2005. – P. 1–7. – Access mode : <http://www.utc.fr/lrm/giens05/CDROM/CDROM/40.pdf>
134. Морозов Е. М. Метод конечных элементов в механике разрушения / Е. М. Морозов, Г. П. Никишков. – М. : ЛКИ, 2008. – 256 с.
135. Pijaudier-Cabot G. Nonlocal Damage Theory / G. Pijaudier-Cabot , Z. P. Bazant // Journal of Engineering Mechanics. – 1987. – Vol. 113, № 10. – P. 1512–1533.
136. Westhoff B. Modellierungsgrundlagen zur FE-Analyse von HSC-Prozessen / B. Westhoff. – Hamburg : Universität der Bundeswehr, 2001. – 149 s.
137. Cause Analysis of Errors in FE Prediction Orthogonal Cutting Performances/ U. Heisel , D. V. Krivoruchko, V. A. Zaloha, M. Storchak //Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – Calabria, 2007. – P. 141–148.
138. Bil H. 2D Finite Element Modeling of Machining: A Comparison of Different Approaches with Experiments [Electronic resource] / H. Bil , A. E.Tekkaya, E. S.Kılıç // Proceed-



- ings of the 7th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2004. – Access mode: <http://congress.cimne.com/complas05/admin/Files/FilePaper/p176.pdf>
139. Ambati R. Simulation and Analysis of Orthogonal Cutting and Drilling Processes using LS-DYNA / R. Ambati : Dissertation for the degree of Master of Science. – Stuttgart : University of Stuttgart, 2008. – 79 p.
  140. Ng E. G. Modelling of hard part machining/ E. G. Ng, D. K. Aspinwall // Journal of Material Processing Technology. – 2002. – Issue 127. – P. 222–229.
  141. Aurich J. C. 3D Finite Element Modelling of Segmented Chip Formation/ J. C. Aurich, H. Bil // Annals of CIRP. – 2006. – Vol. 55, № 1. – P. 47–50.
  142. Guo Y. B. 3D FEA Modeling of Hard Turning/ Y. B. Guo, C. R. Liu // J. of Manuf. Science and Engineering: Trans. of ASME. – 2002. – Vol. 124. – P. 189–199.
  143. Hovel S. Finite Elemente Simulation von Zerspanvorgängen mit geometrisch bestimmter Schneide / S. Hovel. – Kaiserslautern : Technischen Universität Kaiserslautern, 2007. – 142 s.
  144. Lee S. Direct Measurement of Large Strain Deformation Field in Machining / S. Lee, M. R. Shankar, J. B. Mann // Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 223–228.
  145. Arsecularatne J. A. On Tool-Chip Interface Stress Distributions, Ploughing Force and Size Effect in Machining / J. A. Arsecularatne // Int. J. of Machine tools & Manufacture. – 1997. – Issue 7. – Vol. 37. – P. 885–899.
  146. Bagchi A. Stress analysis in machining with the use of sapphire tools / A. Bagchi , P. E. Wright // Proc. R. Soc. – London, 1987. – P. 99 – 113.
  147. Buryta D. Stress distribution on the rake face during orthogonal machining / D. Buryta, R. Sowerby, I. Yellowley // Int. J. of Machine tools & Manufacture. – 1994. – Issue 5. – Vol. 34. – P. 721–739.

148. Childs T. H. C. On the stress distribution between the chip and tool during metal turning / T. H. C. Childs, M. I. Mahdi // *Annals of CIRP*. – 1989. – Issue 1. – Vol. 38. – P. 55–58.
149. Бобров В. Ф. Определение напряжений в режущей части металлорежущих инструментов / В. Ф. Бобров // *Высокопроизводительное резание в машиностроении*. -М. : Наука, 1966.
150. Kato S. Stress distribution at the interface between tool and chip in machining / S. Kato, K. Yamaguchi, M. Yamada // *Journal of Engineering for Industry : Trans. of ASME*. – 1972. – Issue 2. – Vol. 94. – P. 683–689.
151. Shirakashi T. Friction Characteristics on Tool Face in Metal Machining / T. Shirakashi, E. Usui // *J. Jap. Soc. Praxis. Eng.* – 1973. – Issue 3. – Vol. 39. – P. 966–972.
152. Childs T. H. C. Computer-aided simulation and experimental studies of chip flow and tool wear in the turning of low alloy steels by cemented carbide tools / T. H. Childs, K. Maekawa // *Wear*. – 1990. – Vol. 139. – P. 235–250.
153. Красильников В. А. Исследование контактных напряжений на передней поверхности резца при высоких скоростях резания: дисс. ... канд. техн. наук : 05.03.01 / В. А. Красильников – Томск, 1973. – 175 с.
154. Childs T. H. C. Experiments on and Finite Element Modeling of turning free-cutting steels at cutting speeds up to 250 m/min / T. H. Childs, M. H. Dirikolu, M. D. Sammons // *Proceedings of 1st French and German Conference on High Speed Machining*. – 1997. – P. 325–331.
155. Determination of rake face stress distribution in orthogonal machining / G. Barrow, W. Graham, T. Kurimoto, Y. F. Leong // *Int. J. Mach. Tool Des. and Res.* – 1982. – Vol. 22, № 1. – P. 75–85.
156. Chandrasekaran H. Photoelastic analysis of tool/chip interface stresses / H. Chandrasekaran, S. G. Kapoor // *Trans. ASME J. Manuf. Sci. and Eng.* – 1965. – Issue 11. – Vol. 87. – P. 495–502.

157. Ziebel F. Mechanische und thermische Belastung von Zerspanwerkzeugen / F. Ziebel : Ph.D. Dissertation. – Hannover : IFW, 1995.
158. Usui E. A photoelastic analysis of machining stresses / E. Usui, H. Takeyama // ASME Journal of Engineering for Industry. – 1960. – Vol. 82. – P. 303–308.
159. Amini E. Photoelastic analysis of stresses and forces in steady state cutting / E. Amini // Journal of Strain Analysis. – 1968. – Issue 3. – Vol. 3. – P. 206–213.
160. Ben-Amor R. Thermomechanische Wirkmechanismen und Spanbildung bei der Hochgeschwindigkeitszerspannung / R. Ben-Amor. – Hannover : IFW, 2003. – 122 s.
161. Кузнецов В. А. Особенности процесса стружкообразования при резании предварительно деформированного слоя / В. А. Кузнецов // Резание и инструмент в технологических системах : Межд. научн. техн. сборник. – 1986. -Вып. 36. – С. 74–77.
162. Chandrasekaran H. Photoelastic analysis of tool/chip interface stresses / H.Chandrasekaran, S. G. Kapoor // Trans. ASME J. Manuf. Sci. and Eng. – 1965. – Issue 11. – Vol. 87. – P. 495–502.
163. Андреев Г. С. Исследование напряжений в рабочей части резца на порязризационно-оптической установке с применением киносъемок / Г. С. Андреев // Вестник машиностроения. – 1958. – № 5. – С. 70–73.
164. Wallace P. W. Tool forces and tool-chip friction in orthogonal machining/ P. W. Wallace, G. Boothroyd // Journal mechanical engineering science. – 1964. – Issue 1. – Vol. 6. – P. 74–87.
165. Roth R. N. A slipline field analysis for orthogonal machining based on experimental flow fields / R. N. Roth, P. L. Oxley // Journal of Mechanical Engineering. – 1972. – Vol. 14. – P. 85–97.
166. Мелихов С. Г. Метод расчета напряженного и деформированного состояния металла в процессе резания на основе теории пластического течения неоднородного тела / С. Г. Мелихов : дисс. ... канд. техн. наук : 05.03.01. – М., 1971. – 159 с.

167. Грудев А. П. Трение и смазка при обработке металлов давлением / А. П. Грудев, Ю. В. Зильберг, В. Т. Тилик. – М. : Металлургия, 1982. – 312 с.
168. Jivishov V. Mikrogeometrische Einflüsse beim Weich- und Hartspanen / V. Jivishov. – Hannover : Universität Hannover, 2008. – 152 s.
169. Якубов Ф. Я. Структурно-энергетические аспекты упрочнения и повышения стойкости режущего инструмента / Ф. Я. Якубов, В. А. Ким. – Симферополь : Крымское учебно-педагогическое государственное издательство, 2005. – 300 с.
170. Astakhov V. P. Modeling of the Contact Stress Distribution at the Tool-Chip Interface / V. P. Astakhov, J. C. Outeiro // *Machining Science and Technology*. – 2005. – Vol. 9. – P. 85–99.
171. Lee L. C. Determination of stress distribution on the tool rake face using a composite tool / L. C. Lee, X. Liu, K. Y. Lam // *Int. J. of Machine tools & Manufacture*. – 1995. – Issue 3. – Vol. 35. – P. 373–382.
172. Кузнецов В. Д. Физика резания и трения металлов и кристаллов / В. Д. Кузнецов. – М. : Наука, 1977. – 310 с.
173. Резников А. Н. Теплофизика процессов механической обработки / А. Н. Резников. – М. : Машиностроение, 1981. – 279 с.
174. Остафьев В. А. Расчет динамической прочности режущего инструмента / В. А. Остафьев. – М. : Машиностроение, 1979. – 168 с.
175. Bowden F. P. The Friction and Lubrication of Solids / F. P. Bowden, D. Tabor. – Oxford : Clarendon Press, 1964. – P. 362–369.
176. Захаренко П. В. Технологические особенности механической обработки инструментом из поликристаллических сверхтвердых материалов / П. В. Захаренко, В. М. Волкогон, А. В. Бочко. – К. : Наукова думка, 1991. – 288 с.
177. Habak M. Effect of the Microstructure on the Tool / Chip Tribological Contact in Hard Turning of 100Cr6 Bearing Steel / M. Habak, J. L. Leburn, D. Badie-Levet // *Proceedings of the*

- 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 365–372.
178. Суслов, А. Г. Качество поверхностного слоя деталей машин / А. Г. Суслов. – М.: Машиностроение, 2000. – 156 с.
  179. Демкин, Н. Б. Качество поверхности и контактирование деталей машин / Н. Б. Демкин, Э. В. Рыжов. – М.: Машиностроение, 1981. – 224 с.
  180. Ben-Dor G. Localized interaction models with non-constant friction for rigid penetrating impactors / G. Ben-Dor, A. Dubinsky, T. Elperin // *International Journal of Solids and Structures*. – 2007. – Vol. 44. – P. 2593–2607.
  181. Ogawa K. Impact friction test method by applying stress wave / K. Ogawa // *Experimental Mechanics*. – 1997. – Vol. 37. – P. 398–402.
  182. Rajagopalan S. Novel experimental techniques for investigating time resolved high speed friction / S. Rajagopalan, M. A. Irfan, V. Prakash // *Wear*. – 1999. – P. 225–229.
  183. Rajagopalan S. A Modified Torsional Kolsky Bar for Investigating Dynamic Friction / S. Rajagopalan, V. Prakash // *Experimental Mechanics*. – 1999. – № 39. – P. 295–303.
  184. Espinosa H. D. A novel dynamic friction experiment using a modified Kolsky bar apparatus / H.D. Espinosa, A. Patanella, M. Fischer // *Experimental Mechanics*. – 2000. – Vol. 40. P. 138–153.
  185. Espinosa H. D. Dynamic friction measurements at sliding velocities representative of high-speed machining processes / H. D. Espinosa, A. Patanella, M. Fischer // *ASME Journal of Tribology*. – 2000. – Vol. 122. – P. 834–848.
  186. Bowden F. P. The friction of solids at very high speeds. – I : Metal on metal. – II : Metal on diamond. / F. P. Bowden, E. H. Freitag // *Proc. R. Soc. A* 248. – 1958. – P. 350–367.
  187. Bowden F. P. Deformation, heating and melting on solids at high-speed friction / F. P. Bowden, P. A. Persson // *Proc. R. Soc. A* 260. – 1961. – P. 433–458.
  188. Prakash V. Time resolved dynamic friction measurements in pressure shear / V. Prakash, R. J. Clifton // *Experimental Techniques in the*

- Dynamics of Deformable Bodies, AMD, 165. ASME. – 1993. – P. 33–48.
189. Prakash V. Friction response of sliding interfaces subjected to time varying normal pressures / V. Prakash // *Journal of Tribology*. – 1998. – Vol. 120. – P. 97–102.
  190. Philippon S. An experimental study of friction at high sliding velocities / S. Philippon, G. Sutter, A. Molinari // *Wear*. – 2004. – Vol. 257. – P. 777–784.
  191. Lim S. C. The effect of sliding conditions on the dry friction of metals / S. C. Lim, M. F. Ashby, J. H. Brunton // *Acta Metall.* – 1989. – P. 767–772.
  192. Prakash V. A pressure-shear plate impact experiment for investigating transient friction / V. Prakash // *Experimental Mechanics*. – 1995. – № 35. – P. 329–336.
  193. Bo L. C. The friction-speed relation and its influence on the critical velocity of stick-slip motion / L. C. Bo, D. Pavelescu // *Wear*. – 1982. – Т. 82. – P. 277–289.
  194. Banerjee, A. K. Influence of kinetic friction on the critical velocity of stick-slip motion / A. K. Banerjee // *Wear*. – 1968. – Vol. 12. – P. 107–116.
  195. Molinari A. Dependence of the coefficient of friction on the sliding conditions in the high velocity range / A. Molinari, Y. Estrin, S. Mercier // *Journal of Tribology*. – 1999. – P. 35–41.
  196. Krafft J. M. Surface friction in ballistic penetration / J.M. Krafft // *Journal of Applied Physics*. – 1955. – Vol. 26. – P. 1248–1253.
  197. Montgomery, R. S. Friction and wear at high sliding speeds / R. S. Montgomery // *Wear*. – 1976. – Vol. 36. – P. 275–298.
  198. Балакин В. А. Трение и износ при высоких скоростях скольжения / В. А. Балакин. – М. : Машиностроение, 1980. – 272 с.
  199. Klepaczko J. R. Surface layer thermodynamics of steel penetrators at high and very high sliding velocities / J. R. Klepaczko // : Rep. AFRL-MN-EG-TR-2001-7076. – Eglin : Air Force Res. Lab., 2001. – 78 с.
  200. Полосаткин Г. Д. Резание и шлифование при ультра высоких скоростях / Г. Д. Полосаткин // *Известия вузов : Физика*. – 1967. – Вып. 10. – № 10. – С. 93–101.

201. Gente A. Gente Spanbildung von TiAl6V4 und Ck45N bei sehr hohen Schnittgeschwindigkeiten / A. Gente. – Essen : Braunschweig technische universität, 2003 – 152 s.
202. Грудев А. П. Трение и смазка при обработке металлов давлением / А. П. Грудев, Ю. В. Зильберг, В. Т. Тилик. – М. : Metallurgiya, 1982. – 312 с.
203. Shaw M. C. Metal Cutting Principles / M. C. Shaw. – Oxford : Clarendon Press, 1984. – 651 p.
204. Childs T. H. C. Friction modelling in metal cutting / T. H. Childs // Wear. – 2006. – Vol. 260(3). – P. 310–318.
205. Stribeck R. Die wesentlichen Eigenschaften der Gleitund Rollenlager – the key qualities of sliding and roller bearings / R. Stribeck // Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure. – 1902. – Vol. 46. – P. 1342–1348.
206. Rizzutti S. Modelling and Validation of Tool Wear During Hard Machining of AISI H13 Tool Steel / S. Rizzutti, D. Umbrello, R. M'Saoubi, J. C. Outeiro // Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 293–300.
207. Ivester R. W. Measuring Chip Segmentation by High-Speed Microvideography and Comparison to Finite-Element Modeling Simulations / R. W. Ivester, E. Whinton, J. Heigel // Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 37–44.
208. Fischer C. Runtime and Accuracy Issues in Three Dimensional Finite Element Simulation of Machining / C. Fischer // Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 45–50.
209. Marusich T. D. Finite Element Modeling of Drilling Processes with Solid and Indexable Tooling in Metals and Stack-ups / T. D. Marusich, S. Usui, D. A. Stephenson // Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 51–58.
210. Denkena B. FEM-Simulation of High-Performance-Milling / B. Denkena, L. de Leon Garcia, J. Kehler // Proceedings of the

- 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 149–156.
211. Dix M. Investigations on the influence of local material properties of Burr Formation / M. Dix, J. Leopold, R. Neugebauer // Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 133–140.
  212. Salonitis K. Finite Element Modeling of Grind Hardening Process / K. Salonitis, P. Stavropoulos, A. Stournaras, G. Chryssolouris // Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 117–124.
  213. Modeling Capabilities for Part Distortion Management for Machined Components / T. D. Marusich, D. A. Stephenson, S. Usui, S. Lankalapalli // Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 309–316.
  214. Klocke F. Scaling Effects of the Cutting Edge Rounding on the Minimum Uncut Chip Thickness and 3D FE Modeling in Drilling / F. Klocke, D. Lung, K. Gerschwiler, M. Abouridouane // Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 197–208.
  215. Brecher C. Simulation of the Process Stability of HPC Milling Operations under Consideration of the nonlinear Behaviour of the Machine Tool and the Cutting Process / C. Brecher, S. Witt, M. Esser // Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 345–342.
  216. D. Comprehension of Chip Formation in Laser Assisted Machining / G. Germain, P. Dal\_Santo, J. L. Lebrun, D. Bellett // Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 567–572.
  217. Крижановський С. А. Прогнозування параметрів процесу контурної обробки кінцевими фрезами на основі моделювання процесу різання та точності обробки : дисс. ... канд. техн. наук : 05.03.01 / С. А. Крижановський – Хмельницький, 2005. – 225 с.



218. Makarov V. F. Research of Influence of Process of Plastic Formation of Burrs on Destruction of the Hard-Alloy Broaches / V. F. Makarov, N. E. Chigodaev, D. I. Tokarev // Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 97–102.
219. Leopold J. A finite element study of the effect of friction on chip- and burr-formation in orthogonal metal cutting / J. Leopold // Proceedings of the 7th CIRP International Workshop on modeling of Machining operations May 4-5, 2004. – 2004. – P. 54–61.
220. Liu C. R. Finite element analysis of the effect of sequential cuts and tool-chip friction on residual stresses in a machined layer / C. R. Liu, Y. B. Guo // Int. J. of Mechanical Science. – 2000. – Vol. 42. – P. 1069–1086.
221. Shi B. Simulation of the Machining Process, Considering the Thermal Constriction Resistance of Multi-layer Coated Tools / B. Shi, H. Attia, T. Wang // Proceedings of the 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – Chemnitz, 2005. – P. 551–558.
222. Sartkulvanich P. Determination of flow stress for metal cutting simulation – a progress report / P. Sartkulvanich, F. Koppka, T. Altan // Journal of Material Processing Technology. – 2004. – Vol. 146. – P. 61–71.
223. Strenkowski J. S. A partially constained Eulerian orthogonal cutting model for chip control tools / J. S. Strenkowski, S. M. Athavale // J. of Manuf. Science and Engineering : Trans. of ASME. – 1997. – Vol. 119. – P. 681–688.
224. Kwiatkowska E. FEM Simulation and Experimental Verification of Chip Breaking Performance for Coated Grooved Inserts / E. Kwiatkowska // Proceedings of the 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2005. – P. 269–476.
225. Needs of turbo jet engines industry in term of virtual machining / C. L. Calvez, J. Vigneau, V. Zerrouki, A. Martinez // Proceedings of 7th CIRP workshop of modeling in metal cutting. – Cluny : ENSAM, 2004. – P. 19–26.

226. Hallquist J. O. LS-DYNA Theoretical manual / J. O. Hallquist – Livermore : LSTC, 1998. – 498 p.
227. Lee E. H. Elastic-plastic deformation at finite strains / E. H. Lee // Journal of Applied Mechanics: Trans. ASME. – 1969. – № 36. – P. 1–6.
228. Belytschko T. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures / T. Belytschko. – John Wiley & Sons Inc, 2000. – 327 p.
229. Bathe K. J. Finite Element procedures / K. J. Bathe. – Prentice Hall, 1986. – 528 p.
230. Cardoso J. A. Logaritmos de Matrices / J. A. Cardoso. – Coimbra : Departamento de Matemática Universidade de Coimbra, 2003. – 218 p.
231. Jog C. S. The Explicit Determination of the Logarithm of a Tensor and Its Derivatives / C. S. Jog // Journal of Elasticity. – 2008. – № 93. – P. 141–148.
232. Periec D. On adaptive strategies for large deformations of elastoplastic solids at finite strains: computational issues and industrial applications / D. Periec, M. Vaz, D. R. Owen // Comp.Meth. Applied Mech. and Eng. – 1999. – Issue 176. – P. 279–312.
233. Simo J. C. Computational inelasticity / J. C. Simo, T. J. Hughes. – Stanford : Springer, 1998. – 392 p.
234. Contribution of Computational Mechanics in Numerical Simulation of Machining and Blanking : State-of-the-Art / P. Lorong, J. Yvonnet, G. Coffignal, S. Cohen // Arch. Comput. Meth. Engng. – 2006. – Vol. 13. – P. 45–90.
235. Ачеркан Н. С. Справочник машиностроителя : в 6 т. / Н. С. Ачеркан. – 2 изд., доп. – М. : Машгиз, 1956. – Т. 1. – 567 с.
236. Остафьев В. А. Прочность и износостойкость режущего инструмента / В. А. Остафьев. – К. : Высшая школа, 1978. – 41 с.
237. Sekhon G. S. Numerical simulation of continuous chip formation during non-steady orthogonal cutting / G. S. Sekhon, J. L. Chenot // Engng Computations. – 1993. – Issue 10. – P. 31–48.
238. Калитки, Н. Н. Численные методы / Н. Н.Калиткин. – М. : Наука, 1978. – 508 с.

239. Ruppert J. A Delaunay Refinement Algorithm for Quality 2-Dimensional Mesh Generation / J. Ruppert // *Journal of Algorithms*. – 1994.
240. Advancing Front Quadrilateral Meshing Using Triangle Transformations / S. J. Owen, M. L. Staten, S. A. Canann, S. Saigal // *Proceedings of the 7th International Meshing Roundtable*. – 1998. – P. 409–428.
241. Canann S. A. An Approach to Combined Laplacian and Optimization-Based Smoothing for Triangular, Quadrilateral, and Quad-Dominant Meshes / S. A. Canann, J. R. Tristano, M. L. Staten // *7th International Meshing Roundtable*. – 1998. – P. 479 – 494.
242. Сковпень А. В. Усовершенствованный алгоритм построения нерегулярных четырехугольных сеток / А. В. Сковпень // *РФЯЦ-ВНИИТФ*. – Снежинск, 2004. – С. 1 – 31.
243. Сорокин В. Г. Марочник сталей и сплавов / В. Г. Сорокин – М. : Машиностроение, 1989. – 635 с.
244. Review of experimental techniques for high rate deformation and shock studies / J. E. Field, W. G. Proud, S. M. Walley, H. T. Goldrein // *Trends in Mechanics of Materials: New Experimental Methods in Material Dynamics and Impact*. – Warsaw, 2001. – Vol. 3. – P. 47–76.
245. Марковец М. П. Определение механических свойств металлов по твердости / М. П. Марковец. – М. : Машиностроение, 1979. – 191 с.
246. Development of a methodology to determine the flow stress from instrumented indentation testing using inverse analysis : Report No. HPM/ERC/NSM-04-R-23 / C. Moradi, H. Cho, M. Walter, T. Altan. – Ohio : Ohio state university, 2004. – 53 p.
247. Freitag A. Simulation of Burr Formation / A. Freitag, C. Sohrmann, J. Leopold // *Proceedings of the 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations*. – 2005. – P. 641–650.
248. Armarego E. J. Predictive modelling of machining operations – a mean of bridging the gap between theory and practice / E. J. Armarego // *CSME Forum*. – Hamilton, 1996. – P. 18–27.

249. Vijayaraghavan, A. Challenges in Modeling Machining of Multilayer Materials [Electronic resource] / A. Vijayaraghavan, D. Dornfeld. – 2006. – Access mode : <http://escholarship.org/uc/item/60k6x64r>.
250. Grzesik W. Comparative Assessment of the Tool Temperature Prediction using Analytical and Simulation Models / W. Grzesik, P. Nieslony, M. Bartoszek // Proceedings of the 8th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – Chemnitz, 2005. – P. 659–666.
251. Tounsi N. From the basic mechanics of orthogonal metal cutting toward the identification of the constitutive equation / N. Tounsi, J. Vincenti, A. Otho // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2002. – Vol. 42. – P. 1373–1383.
252. Hamann J. C. Machinability improvement of steels at high cutting speeds – study of tool/work material interaction / J. C. Hamann, V. Grolleau, F. Le Maitre // Annals of the CIRP. – 1996. – Vol. 45. – P. 87–92.
253. Adibi-Sedeh A. H. Effect of some modifications to Oxley's machining theory and the applicability of different material models / A. H. Adibi-Sedeh, V. Madhavan // Machining Science and Technology. – 2002. – Vol. 6, № 3. – P. 379–395.
254. Adibi-Sedeh A. H. Extension of Oxley's analysis of machining to use different material models / A. H. Adibi-Sedeh, V. Madhavan, B. Bahr // ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering. – 2003. – Vol. 125. – P. 656–666.
255. Lei S. Material Constitutive Modeling Under High Strain Rates and Temperatures Through Orthogonal Machining Tests / S. Lei, Y. C. Shin, F.P. Incropera // Journal of Manufacturing Science and Engineering. – 1999. – Vol. 121. – P. 577–585.
256. Kopac J. Determinion of flow stress properties of machinable materials with help of simple compression and orthogonal machining test / J. Kopac, M. Korosec, K. Kuzman // Int. J. Mach.Tool Manuf. – 2001. – Vol. 41. – P. 1275–1282.
257. Ozel T. Process simulation using finite element method – prediction of cutting forces, tool stresses and temperatures in

- highspeed flat end milling / T. Ozel, T. Altan // Int. J. of Machine tools & Manufacture. – 2000. – Vol. 40. – P. 713–738.
258. Shatla M. Process modeling in machining. Part I : determination of flow stress data / M. Shatla, C. Kerk, T. Altan // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2001. – Vol. 41. – P. 151–153.
259. Chandrasekaran H. Modelling of material flow stress in chip formation process from orthogonal milling tests / H. Chandrasekaran, R. M. Saoubi // Proceedings of the 7th CIRP Int. Workshop on Modelling Machining Operations. – Cluny, 2004. – P. 234–243.
260. Kolsky H. An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading // H. Kolsky / Proc. Phys. Soc. – London, 1949. – Vol. 62. – P. 676–700.
261. Fournier J. Generation of Shock Waves by High-Energy Pulsed Laser: Ph.D Thesis, Ecole Polytechnique / J. Fournier. – France, 1989. – 156 p.
262. Ozel T. Modeling of high speed machining processes for predicting tool forces, stresses and temperatures using fem simulations / T. Ozel, T. Altan // Proceedings of the CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – Atlanta : Ohio state university, 1998. – P. 225–234.
263. Shatla M. Prediction of Forces, Stresses, Temperatures and Tool Wear in Metal Cutting / M. Shatla // : Ph. D. Dissertation. – Ohio, 1999. – P. 124–131.
264. Jaspers S. P. Metal Cutting Mechanics and Material Behaviour / S. P. Jaspers. – Eindhoven : Technische Universiteit Eindhoven, 1999. – 173 p.
265. Залого В. А. Имитационная модель прямоугольного свободного резания / В. А. Залого, Д. В. Криворучко, С. Н. Хвостик // Вестник СумГУ. – 2005. – № 11. – С. 113–122.
266. Криворучко Д. В. О выборе уравнения состояния обрабатываемого материала для моделирования процесса резания методом конечных элементов / Д. В. Криворучко, В. А. Залого, С. Н. Хвостик // Вестник СумГУ. – 2006. – № 56. – С. 3–10.

267. Криворучко Д. В. Скінченноелементна модель процесу різання. Підтвердження її адекватності експерименту / Д. В. Криворучко, В. А. Залога, С. С. Некрасов // Процеси механічної обробки в машинобудуванні: збірник наукових праць. – Житомир : Житомирський технічний університет, 2007. – Т. 1. – С. 60–71.
268. Дель Г. Д. Определение напряжений в пластической области по распределению твердости / Г. Д. Дель. – М. : Машиностроение, 1971. – 200 с.
269. Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – 2-е изд., доп. – К. : Наукова думка, 1988. – 736 с.
270. Ozel T. Determination of work material flow stress and friction for FEA of machining using orthogonal cutting test / T. Ozel, E. Zeren // Journal of Material Processing Technology. – 2004. – Vol. 153. – P. 1019–1025.
271. Dubar L. Friction and wear phenomena in cold metal forming / L. Dubar, A. Dubois, L. Dubar // J. Engineering Manufacture : an integrated approach. – 2006. – Vol. 220. – P. 1–10.
272. Hong S. Y. Ex-perimental evaluation of friction coefficient and liquid nitrogen lubrication effect in cryogenic machining / S. Y. Hong, Y. Ding, J. Jeong // Machining Science and Technology. – 2002. – Vol. 6, № 2. – P. 235–250.
273. Autenrieth H. Influence of friction and process parameters on the specific cutting force and surface characteristics in micro cutting / H. Autenrieth, M. Weber, J. Kotschenreuther // Proceedings of the 10th CIRP International Workshop on Modeling of Machining Operations. – 2007. – P. 539–548.
274. Tao Z. Evaluation of Interfacial Friction in Material Removal Processes : Determining the Role of Workpiece Properties and Contact Geometry / Z. Tao, M. Lovell, J. Yang // Wear. – 2004. – Vol. 256. – P. 664–670.
275. Dynamic friction coefficient measurements: device and uncertainty analysis / T. L. Schmitz, J. E. Action, J. C. Ziegert, W. G. Sawyer // Proceedings of the 18th ASPE Annual Meeting. – 2003. – P. 9–14.

276. Raedt J. W. Grundlagen für das schmiermittelreduzierte Tribosystem bei der Kaltumformung des Einsatzstahles 16MnCr5 / J. W. Raedt. – Aachen : RWTH Aachen, 2002. – 163 p.
277. Loveday M. S. Consideration of High Temperature Friction Measurement Uncertainty [Electronic resource] / M. S. Loveday, M. Brooks // CMMT(MN)070. – 2000. – Access mode : [http://resource.npl.co.uk/cgi-bin/download.pl?area=npl\\_publications&path\\_name=/npl\\_web/pdf/cmmt\\_mn70.pdf](http://resource.npl.co.uk/cgi-bin/download.pl?area=npl_publications&path_name=/npl_web/pdf/cmmt_mn70.pdf).
278. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М. : Мир, 1989. – 510 с.
279. Розенберг А. М. Твердость и напряжение в пластически деформированном теле / А. М. Розенберг, Л. А. Хворостухин // Журнал технической физики. – 1955. – Вып. 2. – Т. 25. – С. 47–54.
280. Johnson K. L. Contact mechanics / K. L. Johnson. – Cambridge : University of Cambridge, 1985. – 506 p.
281. Баженов М. Ф. Твердые сплавы : справочник / М. Ф. Баженов, С. Г. Байчман, Д. Г. Карпачев. – М. : Металлургия, 1978. – 184 с.
282. Барьяхтара В. Г. Физика твердого тела: Энциклопедический словарь : в 2 т. / В. Г. Барьяхтара. – К. : Наукова думка, 1996. – Т. 2. – 652 с.
283. Екобори Т. Физика и механика разрушения и прочности твердых тел. / Т. Екобори. – М : Металлургия, 1971. – 268 с.
284. Rodriguez C. Cutting edge preparation of precision cutting tools by applying micro-abrasive jet machining and brushing / C. Rodriguez. – Kassel : Kassel university press, 2009. – 205p.
285. Кац М. Д. Погрешности и условия применения импульсных методов определения теплофизических характеристик материалов : автореф. дисс. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук : 01.04.14 / М. Д. Кац. – Томск, 2009. – 23 с.
286. Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельников. – М. : Наука, 1975. – 632 с.
287. Айвазян С. А. Прикладная статистика / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. – М. : Финансы и статистика, 1975. – 487 с.

288. Tönshoff H. K. Hochgeschwindigkeitsspanen metallischer Werkstoffe / H. K. Tönshoff, C. Hollmann. : WILEY-VCH, 2004. – 519 p.
289. Бондарь А. Г. Планирование эксперимента в химической технологии / А. Г. Бондарь, Г. А. Статюха. – К. : Высшая школа, 1976. – 184 с.
290. Клушин, М. И. Основы процесса резания металлов / М. И. Клушин. – М. : Машгиз, 1949. – 454 с.
291. Полетика М. Ф. К вопросу об измерении длины контакта стружки с инструментом / М. Ф. Полетика, В. Н. Батурин // Прогрессивные технологические процессы в машиностроении. – Томск : Томский политехнический университет, 1997. – С. 28–33.
292. Розенберг Ю. А. Развитие теоретических методов расчета сил резания / Ю. А. Розенберг, С. И. Тахман // Прогрессивные технологические процессы в машиностроении. – Томск, 1997. – С. 50–55.
293. Lee E. N. Plastic-Flow Problem Arising in Theory of Discontinuous Machining / E. N. Lee // Trans. ASME. – 1954. – Vol. 76. – P 110 – 121.
294. Ivester R. W. Assessment of Machining Models: Progress Report [Electronic resource] / R. W. Ivester, M. Kennedy, M. A. Davies. – Gaithersburg : US National Institute of Standart and Technology, 2000. – Access mode : [www.mel.nist.gov/div822/amm](http://www.mel.nist.gov/div822/amm).
295. Муйземнек А. Ю. Описание поведения материалов в системах автоматизированного инженерного анализа / А. Ю. Муйземнек. – Пенза : ИЦ ПГУ, 2005. – 152 с.
296. Heisel U. Simulation Tool for Modeling of Interaction Process by Orthogonal Cutting / U. Heisel, M. Storchak // Резание и инструмент. – 2007. – Vol. 43. – P. 335–341.
297. Рогельберг И. Л. Сплавы для термпар / И. Л. Рогельберг, В. М. Бейлин. – М. : Metallurgia, 1983. – 360 с.
298. Васильев С. В. ЭДС и температура резания / С. В. Васильев // Станки и инструмент. – 1980. – № 10. – С. 20–22.
299. Fräswerkzeuge Guehring / F. D. A. – Alshtat : Guehring, 2007. – 148 p.



300. Разработка научных основ оптимизации процессов резания на основе их компьютерного 3D-моделирования методом конечных элементов / Отчёт о НИР (окончательный) // СумГУ. – ОЦО 0106U001932. – Сумы, 2008. – 379 с.
301. Кудинов В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. – М. : Машиностроение, 1967. – 367 с.
302. Жарков И. Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом / И. Г. Жарков. – Л. : Машиностроение, 1986. – 184 с.
303. Эльясберг М. Е. Автоколебания металлорежущих станков : Теория и практика / М. Е. Эльясберг. – СПб : ОКБС, 1993. – 180 с.
304. Кедров С. С. Колебания металлорежущих станков / С. С. Кедров. – М. : Машиностроение, 1978. – 198 с.
305. Афолина Н. А. Повышение виброустойчивости процесса токарной обработки на основе управляемых колебаний скорости резания : дисс. ... канд. техн. наук : 05.03.01 / Н. А. Афолина – Тула, 2004. – 156 с.
306. Doi S. Chatter vibration of lathe tools / S. Doi, S. Kato // Trans. ASME. – 1956. – № 78. – P. 1127–1134.
307. Wiercigroch B. M. Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting / B. M. Wiercigroch, E. Budak // The Royal Society. – 2001. – № 359. – P. 663–693.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А. ПРОЦЕДУРЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ

### А.1. Процедура вычисления напряжений в упруго-пластических телах с большими пластическими деформациями (инкрементальный подход)

```
C=====
C  ДЛЯ LS-DYNA 971 V4.2 2D ПЛОСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ
C=====
  SUBROUTINE UMAT43T (CM, EPS, SIG, EPSP, HISV, DT1, CAPA, ETYPE, TT,
1    TEMPER, FAILEL, CRV, ROH, DF, SEINC)

  IMPLICIT NONE

  INCLUDE 'IOUNITS.INC'
  INCLUDE 'NLQPARM'

  REAL EPSP, DT1, CAPA, TT, TEMPER
  CHARACTER*5 ETYPE
  REAL:: CM(19)
  REAL:: EPS(6), SIG(6)
  REAL, DIMENSION(7) :: HISV
  REAL, DIMENSION(101,2,*) :: CRV
  LOGICAL FAILEL
  REAL IDMMY, IADDP, IFIL, MAXSIZ, NCYCLE
  REAL, DIMENSION(2,30) :: TIMEP
  REAL, INTENT(IN) :: ROH, DF
  REAL, INTENT(INOUT) :: SEINC
  COMMON/BK06/ IDMMY, IADDP, IFIL, MAXSIZ, NCYCLE, TIMEP

C=====
C  ОПИСАНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ
C  ПАРАМЕТРЫ
C  CM(1)=МОДУЛЬ ЮНГА
C  CM(2)=КОЭФФИЦИЕНТ ПУАССОНА
C  CM(3)=МОДУЛЬ СДВИГА
C  CM(4)=A
C  CM(5)=B
C  CM(6)=N
C  CM(7)=МОДУЛЬ ОБЪЕМНОЙ УПРУГОСТИ
C  CM(8)=C
C  CM(9)=EPS0
C  CM(10)=EPSPMAX
C  CM(11)=CP
C  CM(12)=M
C  CM(13)=НОРМАЛЬНАЯ ТЕМПЕРАТУРА
C  CM(14)=ТЕМПЕРАТУРА ПЛАВЛЕНИЯ
C  CM(15)=D1
```

```

C      CM(16)=D2
C      CM(17)=D3
C      CM(18)=D4
C      CM(19)=D5
C      ПЕРЕМЕННЫЕ ИСТОРИИ
C      HISV(1)=АДИАБАТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА
C      HISV(2)=ДАВЛЕНИЕ
C      HISV(3)= 0 - АКТИВНЫЙ ЭЛЕМЕНТ; 1 - ЭЛЕМЕНТ, КОТОРЫЙ ПОТЕРЯЛ
СОПРОТИВЛЕНИЕ СДВИГУ
C      HISV(4)=ПОВРЕЖДЕННОСТЬ
C      HISV(5)=ПАРАМЕТР ПОВРЕЖДЕННОСТИ
C      HISV(6)=СКОРОСТЬ ДЕФОРМАЦИИ
C      HISV(7)=ПРЕДУДУЩИЙ ША ИНТЕГРИРОВАНИЯ
C      ПЕРЕМЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ
C      EPS(1)= ЛОКАЛЬНОЕ ПРИРАЩЕНИЕ X ДЕФОРМАЦИЙ
C      EPS(2)= ЛОКАЛЬНОЕ ПРИРАЩЕНИЕ Y ДЕФОРМАЦИЙ
C      EPS(3)= ЛОКАЛЬНОЕ ПРИРАЩЕНИЕ Z ДЕФОРМАЦИЙ
C      EPS(4)= ЛОКАЛЬНОЕ ПРИРАЩЕНИЕ XY ДЕФОРМАЦИЙ
C      EPS(5)= ЛОКАЛЬНОЕ ПРИРАЩЕНИЕ YZ ДЕФОРМАЦИЙ
C      EPS(6)= ЛОКАЛЬНОЕ ПРИРАЩЕНИЕ ZX ДЕФОРМАЦИЙ
C      SIG(1)= ЛОКАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ X
C      SIG(2)= ЛОКАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ Y
C      SIG(3)= ЛОКАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ Z
C      SIG(4)= ЛОКАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ XY
C      SIG(5)= ЛОКАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ YZ
C      SIG(6)= ЛОКАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ZX
C      EPSP=НАКОПЛЕННАЯ ПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ
C      YIELDFUNCDERIVATIVE=ТЕКУЩИЙ МОДУЛЬ УПРОЧНЕНИЯ
C      YIELDCRIT =ТЕКЕЩЕЕ ЗНАЧЕНИЯ ПРЕДЕЛА ТЕКУЧЕСТИ
C      Q1-6=КОМПОНЕНТЫ ДЕВИАТОРА НАПРЯЖЕНИЙ
C      YIELDFUNCTION=ФУНКЦИЯ ТЕКУЧЕСТИ
C      DLUMBDA=ПРИРАЩЕНИЕ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ
C      VONMISES=НАПРЯЖЕНИЯ ПО ФОН МИЗЕСУ
C      DT1=ТЕКУЩИЙ ШАГ ИНТЕГРИРОВАНИЯ
C      SARAF=КОЭФФИЦИЕНТ РАЗУПРОЧНЕНИЯ
C      ETYPE:
C      EQ."SOLID" - ОБЪЕМНЫЙ ЭЛЕМЕНТ
C      EQ."SHELL" - ПЛОСКИЙ ЭЛЕМЕНТ
C      TT=ТЕКУЩЕЕ ВРЕМЯ.
C      TEMPER=ТЕКУЩАЯ ТЕМПЕРАТУРА
C      FAILLEL=ФЛАГ УДАЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ
C      ЛОКАЛЬНЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ
REAL K, G, G2, DAVG, P, QH, YMULT, D1D, D2D, D3D, D4D, D5D, D6D, DS, EFFS
REAL Q1, Q2, Q3, Q4, Q5, Q6, TMULT, DLUMBDA, FAC3, DEPI
REAL TRATE, EPSLIM, POWP, BAS, DEPI_MIN, EPSP_TRIAL
REAL TMULTF, STOL, DLUMBDA_P, PP
REAL YIELDCRIT, VONMISES, YIELDFUNCTION, YIELDFUNCDERIVATIVE
REAL
DEPI_RATE, C1, DEPSNORMAL, DEPS SHEAR, CORRECTSTRESSCOEFFICIENT, FD
REAL JCMODEL, CALCMINIMUMDLUMBDA
INTEGER I, ITER, MAX_ITER
DATA MAX_ITER/40/

```

```

C=====
C      НАЧАЛО АЛГОРИТМА
C=====
C      COMPUTE SHEAR MODULUS, G
      MAINCYCLE: IF (NCYCLE.EQ.0) THEN
          HISV(1)=CM(13)
C INITIAL PLASTIC GUESS VALUE
          DO I=1,6
              SIG(I)=0
          END DO
          EPSP=0
          ELSE
              G2 =CM(1)/(1.+CM(2))
              G  =.5*G2
              K  = CM(1)/(1.-2.0*CM(2))/3.0
C PLAIN STRAIN MAIN CONDITION
          EPS(3)=0
          EPS(5)=0
          EPS(6)=0
C COMPUTE PRESSURE THOUGH EOS
          IF (DF==0.0) THEN
              WRITE ( *,170) ETYPE
              WRITE ( IOHSP,170) ETYPE
              WRITE ( IOMSG,170) ETYPE
              CALL ADIOS(2)
          ENDIF
C
C 170 FORMAT (/
      1 ' *** WARNING M! **** ZERO ELEMENT VOLUME!'
      2 ' IN ELEMENT ',A)
      CALL GETPRESSURE(-K,DF,P,DAVG)
      PP=-HISV(2)
C ADD VOMETRIC PART OF INTERNAL ENERGY
      SEINC=SEINC-0.5*(PP-P)*(DF-1)
C COMPUTING TOTAL HYDROSTATIC STRESS
      HISV(2)=-P
C      P - ABSOLUTE PRESSURE
C COMPUTING TRIAL STRESS
      DAVG=(-EPS(1)-EPS(2))/3.

      SIG(1)=SIG(1)+P-PP+G2*(EPS(1)+DAVG)
      SIG(2)=SIG(2)+P-PP+G2*(EPS(2)+DAVG)
      SIG(3)=SIG(3)+P-PP+G2*(EPS(3)+DAVG)
      SIG(4)=SIG(4)+G*EPS(4)
      SIG(5)=SIG(5)+G*EPS(5)
      SIG(6)=SIG(6)+G*EPS(6)
C=====
C      ИТЕРАЦИОННАЯ ПРОЦЕДУРА
C=====
C      ВЫЧИСЛИТЬ КОМПОНЕНТЫ ДЕВИАТОРА НАПРЯЖЕНИЙ
      Q1=SIG(1)-P
      Q2=SIG(2)-P
      Q3=SIG(3)-P
      Q4=SIG(4)

```

```

Q5=SIG(5)
Q6=SIG(6)
C      TEMPERATURE EFFECT - FIRST APPROXIMATION
      TMULT=1-((HISV(1)-CM(13))/(CM(14)-CM(13)))**CM(12)
C ПРОВЕРИТЬ УСЛОВИЯ ТЕКУЧЕСТИ
33      YIELDCRIT=JCMODEL(CM,EPSP,CM(9),TMULT)
C ПРЕДПОЛОЖИМ, ЧТО ПЛАСТИЧНОСТЬ НЕ НАСТУПИЛА
      VONMISES=SQRT(3*(Q4*Q4+Q5*Q5+Q6*Q6+(Q1*Q1+Q2*Q2+Q3*Q3)*0.5))
C ВЫЧИСЛИТЬ ФУНКЦИЮ ТЕКУЧЕСТИ
      YIELDFUNCTION=VONMISES-YIELDCRIT
C ПРОВЕРИТЬ НА УПРУГОСТЬ
      ITER=0
C ТОЧНОСТЬ СРАВНЕНИЯ
      STOL=VONMISES*1E-6
      IF (YIELDFUNCTION<STOL) THEN
          GOTO 80 ! NO PLASTIC INCRIMENTS
      ENDIF
C ВЫЧИСЛИТЬ ПРИРАЩЕНИЕ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ
      DEPI_MIN=CALCMINIMUMDLUMBDA(CM(8),DT1)
      YIELDCRIT=JCMODEL(CM,(EPSP+5*DEPI_MIN),5*DEPI_MIN/DT1,TMULT)
      FAC3=3.0*G
      DLUMBDA=5*DEPI_MIN
C ПРОВЕРИТЬ МИНИМАЛЬНОЕ ПРИРАЩЕНИЕ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ
      YIELDFUNCTION=VONMISES-FAC3*DLUMBDA-YIELDCRIT
      IF (YIELDFUNCTION<STOL) THEN
          GOTO 75 ! ПЛАСТИЧЕСКИЕ ДЕФОРМАЦИИ НЕЗНАЧИТЕЛЬНЫ
      ENDIF
      DLUMBDA=MAX(DLUMBDA,HISV(7))!ПЕРВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ LUMBDA
      NEWTON_CYCLE: DO ITER=1,MAX_ITER
C СУММАРНЫЕ ПЛАСТИЧЕСКИЕ ДЕФОРМАЦИИ
      EPSP_TRIAL=EPSP+DLUMBDA
C МОДУЛЬ УПРОЧНЕНИЯ
      DEPI_RATE=DLUMBDA/DT1
C УТОЧНИТЬ ПРЕДЕЛ ТЕКУЧЕСТИ И ЕГО ПРОИЗВОДНУЮ
      CALL JCMODEL_DER(CM,EPSP_TRIAL,DEPI_RATE,TMULT,DLUMBDA,
1 YIELDCRIT,YIELDFUNCDERIVATIVE)
C ВЫЧИСЛИТЬ ФУНКЦИЮ ТЕКУЧЕСТИ
      YIELDFUNCTION=VONMISES-FAC3*DLUMBDA-YIELDCRIT
C ПРОВЕРИТЬ УСЛОВИЕ ТЕКУЧЕСТИ
      IF (ABS(YIELDFUNCTION)<=STOL) THEN
          GOTO 60!НАДО ВЕРНУТЬСЯ НА ПОВЕРХНОСТЬ ТЕКУЧЕСТИ
      ENDIF
C ВЫЧИСЛИТЬ ПРИРАЩЕНИЕ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ
      DLUMBDA_P=DLUMBDA
      DLUMBDA=DLUMBDA+YIELDFUNCTION/(FAC3+YIELDFUNCDERIVATIVE)
C CHECK DLUMBDA TO BE GREATER THAN SMALL POSITIVE VALUE
      IF (DLUMBDA<DEPI_MIN) THEN
          DLUMBDA=0.5*(DLUMBDA_P+DEPI_MIN)
      ENDIF
      ENDDO NEWTON_CYCLE
C ТОЧКА ВЫХОДА ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЫ
60 CONTINUE
      IF (ITER.GT.MAX_ITER) THEN
          WRITE (*,70) ETYPE

```

```

WRITE (IOHSP,70) ETYPE
WRITE (IOMSG,70) ETYPE

ENDIF
70 FORMAT (/
1 ' *** WARNING M! **** ITERATION ALGORITHM DID NOT CONVERGED '
2 ' IN ELEMENT ',A)
C ВЫЧИСЛИТЬ СУМАРНУЮ ПЛАСТИЧЕСКУЮ ДЕФОРМАЦИЮ
75 EPSP=EPSP+DLUMBDA
HISV(6)=DLUMBDA/DT1
HISV(7)=DLUMBDA
C ВЫЧИСЛИТЬ АДИАБАТИЧЕСКУЮ ТЕМПЕРАТУРУ
TRATE=0.9*YIELDCRIT*DLUMBDA/(ROH*CM(11))
HISV(1)=HISV(1)+TRATE
C ВЫЧИСЛИТЬ ПОВРЕЖДЕННОСТЬ ПО ДЖОНСОНУ-КУКУ
C TMLTFF=1-(HISV(1)-CM(13))/(CM(14)-CM(13))
C EPSLIM=(CM(15)+CM(16)*EXP(HISV(2)*CM(17)/YIELDCRIT))*
C 1(1+CM(18)*LOG(DLUMBDA/DT1))*(1+CM(19)*TMLTFF)
C HISV(4)=HISV(4)+DLUMBDA/(EPSLIM+1E-14)
C HISV(5)=HISV(2)/YIELDCRIT
C РАССЧИТАТЬ СТЕПЕНЬ ПОВРЕЖДЕННОСТИ
FD=EPSP-HISV(5)
! IF (FD>=0) THEN HISV(5)=EPSP; ENDIF ! ELSE NO CHANGE
HISV(5)=EPSP*(-(FD>=0))
C ОБНОВИТЬ СОСТОЯНИЕ ЭЛЕМЕНТА
HISV(4)=CALCDAMAGEVARIABLE(HISV(5),CM(10))
C УТОЧНИТЬ НАПРЯЖЕНИЯ
CORRECTSTRESSCOEFFICIENT=1-HISV(4)
C ВЫЧИСЛИТЬ НАПРЯЖЕНИЯ
C1=DLUMBDA*FAC3/VONMISES
DEPSNORMAL=(1-C1)*CORRECTSTRESSCOEFFICIENT
DEPSSHEAR=(1-C1)*CORRECTSTRESSCOEFFICIENT
SIG(1)=Q1*DEPSNORMAL+P
SIG(2)=Q2*DEPSNORMAL+P
SIG(3)=Q3*DEPSNORMAL+P
SIG(4)=Q4*DEPSSHEAR
SIG(5)=Q5*DEPSSHEAR
SIG(6)=Q6*DEPSSHEAR
80 CONTINUE
ENDIF MAINCYCLE
RETURN
CONTAINS
C*****
C| ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРИРАЩЕНИЯ ПОВРЕЖДЕННОСТИ |
C*****
REAL FUNCTION CALCDAMAGEVARIABLE(K, CRIT)
REAL K, CRIT
C IF K=PLASTIC STRAIN THEN
CALCDAMAGEVARIABLE=-1.0*(K>=CRIT)
RETURN
END FUNCTION CALCDAMAGEVARIABLE
C*****
END SUBROUTINE UMAT43T

```

```

C*****
C| JOHNSON-COOK SUBROUTINE |
C*****
REAL FUNCTION JCMODEL(CM,EPSP,EPSP_RATE,TMULT)
IMPLICIT NONE
REAL EPSP,EPSP_RATE,TMULT
REAL, DIMENSION(*) :: CM
REAL KEPS,KEPS_RATE

      KEPS=CM(4)+CM(5)*EPSP**CM(6)

      IF (CM(9)==0) THEN
        KEPS_RATE=1
      ELSE
C IF EPSP_RATE/CM(9)<1 THEN KEPS_RATE=1
        IF (EPSP_RATE>=CM(9)) THEN
          KEPS_RATE=1+CM(8)*LOG(EPSP_RATE/CM(9))
        ELSE
          KEPS_RATE=1
        ENDIF
      ENDIF

      JCMODEL=KEPS*KEPS_RATE*TMULT

RETURN
END FUNCTION
C*****
C| JOHNSON-COOK MODEL + ITS DERIVATIVE SUBROUTINE |
C*****
SUBROUTINE JCMODEL_DER(CM,EPSP,EPSP_RATE,TMULT,DL,JC,DJC_DLUM)
IMPLICIT NONE
REAL EPSP,EPSP_RATE,TMULT,DL
REAL JC,DJC_DLUM
REAL, DIMENSION(*) :: CM
REAL KEPS,KEPS_RATE,QH,C
      KEPS=CM(4)+CM(5)*EPSP**CM(6)
      IF (CM(9)==0) THEN
C TURN OFF RATE EFFECT
        KEPS_RATE=1
        C=0
      ELSE
C IF EPSP_RATE/CM(9)<1 THEN KEPS_RATE=1
        IF (EPSP_RATE>=CM(9)) THEN
          KEPS_RATE=1+CM(8)*LOG(EPSP_RATE/CM(9))
          C=CM(8)
        ELSE
          KEPS_RATE=1
          C=0
        ENDIF
      ENDIF

      JC=KEPS*KEPS_RATE*TMULT
      QH=CM(6)*CM(5)*EPSP**(CM(6)-1)*KEPS_RATE
1  +C/DL*KEPS
      DJC_DLUM=QH*TMULT
RETURN
END SUBROUTINE

```

```

C*****
C|   ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРИРАЩЕНИЯ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ   |
C*****
REAL FUNCTION CALCMINIMUMDLUMBDA (C, DT)
REAL C, DT
IF (C==0) THEN
    CALCMINIMUMDLUMBDA=0.1*DT
ELSE
    CALCMINIMUMDLUMBDA=0.1*DT*EXP(1.0E-4/C)
ENDIF
RETURN
END FUNCTION CALCMINIMUMDLUMBDA
C*****
C РАСЧЕТ ДАВЛЕНИЯ ПРИ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЯХ
C*****
SUBROUTINE GETPRESSURE (K, DF, P, EE)
C***  ПЕРЕМЕННЫЕ
C      IFLAG ----- =0 РАСЧИТЫВАТЬ МОДУЛЬ ОБЪЕМНОЙ УПРУГОСТИ
C                      =1 ОБНОВЛЯТЬ ДАВЛЕНИЕ И ЭНЕРГИЮ
C      СВ ----- МОДУЛЬ ОБЪЕМНОЙ УПРУГОСТИ
C      PNEW ----- НОВОЕ ДАВЛЕНИЕ
C      HIST ----- ПЕРЕМЕННЫЕ ИСТОРИИ
C      RHO0 ----- НАЧАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ
C      EOSP ----- КОНСТАНТЫ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ
C      SPESEN ---- УДЕЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ
C      DF ----- ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ ОБЪЕМ V/V0 = RHO0/RHO
C      DVOL ----- ИЗМЕНЕНИЕ ОБЪЕМА ЗА ОДИН ШАГ
C      V0 ----- НАЧАЛЬНЫЙ ОБЪЕМ
C      PC ----- ПРЕДЕЛЬНОЕ ДАВЛЕНИЕ
C      DT ----- ШАГ ИНТЕГРИРОВАНИЯ
C      TT ----- ТЕКУЩЕЕ ВРЕМЯ
C      CRV ----- МАССИВ КРИВЫХ
C      FIRST ----- LOGICAL .TRUE. ЕСЛИ ПЕРВЫЙ ЦИКЛ РАСЧЕТА
REAL, INTENT (IN) :: K, DF
REAL, INTENT (OUT) :: P, EE
REAL XMU
C***  ОБНОВИТЬ ДАВЛЕНИЕ И ВНУТРЕНнюю ЭНЕРГИЮ
      XMU=1.0/DF-1.
      P=K*XMU
      EE=DF-1

RETURN
END SUBROUTINE GETPRESSURE

```



## A.2. Процедура вычисления напряжений в упруго-пластических телах с большими деформациями (на основе градиента движения)

```

C=====
C ДЛЯ LS-DYNA 971 V4.2 2D ПЛОСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ
C=====
C ОПИСАНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ СМ. ПРИЛОЖЕНИЕ А.1
C=====
      SUBROUTINE UMAT44T (CM, EPS, SIG, EPSP, HISV, DT1, CAPA, ETYPE, TT,
1      TEMPER, FAILEL, CRV, ROH, SEINC)
      IMPLICIT NONE
      INCLUDE 'IOUNITS.INC'
      INCLUDE 'NLQPARM'
      REAL EPSP, DT1, CAPA, TT, TEMPER
      CHARACTER*5 ETYPE
      REAL:: CM(19)
      REAL:: EPS(6), SIG(6)
      REAL, DIMENSION(25) :: HISV
      REAL, DIMENSION(101,2,*) :: CRV
      LOGICAL FAILEL
      REAL IDMMY, IADDP, IFIL, MAXSIZ, NCYCLE
      REAL, DIMENSION(2,30) :: TIMEP
      REAL, INTENT(IN) :: ROH
      REAL, INTENT(INOUT) :: SEINC
      COMMON/BK06/ IDMMY, IADDP, IFIL, MAXSIZ, NCYCLE, TIMEP
      REAL G, G2, K
      REAL INVJ, INVJP, INVJRE, J, JP, INVJ2
      REAL DAVG, P, QH, YMULT, D1D, D2D, D3D, D4D, D5D, D6D, DS, EFFS
      REAL Q1, Q2, Q3, Q4, Q5, Q6, TMULT, DLUMBDA, FAC3, DEPI
      REAL TRATE, EPSLIM, POWP, BAS, DEPI_MIN, EPSP_TRIAL
      REAL TMULTF, STOL, DLUMBDA_P
      REAL YELDCRIT, VONMISES, YELDFUNCTION, YELDFUNCDERIVATIVE
      REAL DEPI_RATE, C1, DEPSNORMAL, DEPSHEAR,
      REAL CORRECTSTRESSCOEFFICIENT, FD
      REAL JCMODEL, CALCMINIMUMDLUMBDA, CALCDAMAGEVARIABLE
      REAL, DIMENSION(3,3) :: MATI
      INTEGER I, ITER
      INTEGER, PARAMETER::MAX_ITER=40, NO_HSV=16
C МАТРИЦА ГРАДИЕНТА ДВИЖЕНИЯ
      REAL:: TMP(9), F(1:3,1:3), FP(1:3,1:3), FE(1:3,1:3)
      REAL:: FP_1(1:3,1:3), F_1(1:3,1:3), RE_1(1:3,1:3)
      REAL:: RE(1:3,1:3), UE(1:3,1:3), N(1:3,1:3)
      REAL:: MEPS(1:3,1:3)
      REAL:: SIGT(1:3,1:3), LUE(3), SIGS(1:3,1:3)
C=====
СНАЧАЛО ПРОЦЕДУРЫ
C=====
      MAINCYCLE: IF (NCYCLE.EQ.0) THEN

```

```

        HISV(1)=CM(13)
        EPSP=0
C   INITIALIZATION OF DEFORMATION GRADIENT IS PERFORMED AT LINE 220 OF
FILE DYN21.F
C   ИНИЦИАЛИЗАЦИЯ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ ГРАДИЕНТА ДВИЖЕНИЯ
        HISV((/8,12,16/))=1.0
ELSE
        TMP(1:9)=HISV(NO_HSV+1:NO_HSV+I+1)
        TMP((/3,6,7,8/))=0
        TMP(9)=1
        F=RESHAPE(TMP,SHAPE=(/3,3/))
        TMP(1:9)=HISV(NO_HSV-8:NO_HSV)
C   УСТАНОВИТЬ УСЛОВИЯ ПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ
C       TMP((/3,6,7,8/))=0
C       TMP(9)=1
        FP=RESHAPE(TMP,SHAPE=(/3,3/))
        G2 = CM(1)/(1.+CM(2))
        G  = .5*G2
        K  = CM(1)/(1.-2.0*CM(2))/3.0
        FAC3=3.0*G
CALL DETERMINANT(F, J)
        INVJ=1.0/J
CALL DETERMINANT(FP, JP)
        INVJP=1.0/JP
C   JP ВСЕГДА ДОЛЖЕН БЫТЬ РАВЕН 1
CALL GETPRESSURE(-K, J, P, DAVG)
C       (K, DF, P, XMU)
C   ВЫЧИСЛИТЬ ОБЪЕМНУЮ ЧАСТЬ ВНУТРЕННЕЙ ЭНЕРГИИ
        SEINC=SEINC-0.5*(HISV(2)-P)*(J-1)
        HISV(2)=-P
C   ВЫЧИСЛИТЬ ЕПРУГУЮ ЧАСТЬ ГРАДИЕНТА ДВИЖЕНИЯ
CALL MATINV3X3(FP, FP_1)
        FE=MATMUL(F, FP_1)
C   ВЫПОЛНИТЬ ПОЛЯННУЮ ДЕКОМПОЗИЦИЮ ДЛЯ ОПРЕДЕЛНИ МАТРИЦ RE AND UE
CALL POLARDECOMPOSITION(FE, RE, UE, LUE)
C   СОРАТИТЬ МАТРИЦУ RE
CALL MATINV3X3(RE, RE_1)
C   ВЫЧИСЛИТЬ ЕЕ ЛОГОРИФМ
CALL MLOG(UE, LUE, MEPS)
        EPS(1)=MEPS(1,1)
        EPS(2)=MEPS(2,2)
        EPS(3)=MEPS(3,3)
        EPS(4)=2*MEPS(1,2)
        EPS(5)=2*MEPS(2,3)
        EPS(6)=2*MEPS(3,1)
C   ВЫЧИСЛИТЬ ПЕРВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ТЕНЗОРА НАПРЯЖЕНИЙ
        DAVG=(-EPS(1)-EPS(2)-EPS(3))/3.
C   ВЫЧИСЛИТЬ ПЕРВОЕ НАПРЯЖЕНИЕ ДЕВИАТОРА НАПРЯЖЕНИЙ
        Q1=G2*(EPS(1)+DAVG)
        Q2=G2*(EPS(2)+DAVG)
        Q3=G2*(EPS(3)+DAVG)
        Q4=G*EPS(4)
        Q5=G*EPS(5)
        Q6=G*EPS(6)

```

```

C=====
C      ИТЕРАЦИОННАЯ ПРОЦЕДУРА
C=====
C      TEMPERATURE EFFECT - FIRST APPROXIMATION
      TMULT=1-((HISV(1)-CM(13))/(CM(14)-CM(13)))*CM(12)
33      YIELDCRIT=JCMODEL(CM,EPSP,CM(9),TMULT)
      VONMISES=SQRT(3*(Q4*Q4+Q5*Q5+Q6*Q6+(Q1*Q1+Q2*Q2+Q3*Q3)*0.5))
      YIELDFUNCTION=VONMISES-YIELDCRIT
      ITER=0
      STOL=VONMISES*1E-6
      IF (YIELDFUNCTION<STOL) THEN
          GOTO 80 ! NO PLASTIC INCRIMENTS
      ENDIF
      DEPI_MIN=CALCMINIMUMDLUMBDA(CM(8),DT1)
      YIELDCRIT=JCMODEL(CM,(EPSP+5*DEPI_MIN),5*DEPI_MIN/DT1,TMULT)
      DLUMBDA=5*DEPI_MIN
      YIELDFUNCTION=VONMISES-FAC3*DLUMBDA-YIELDCRIT
      IF (YIELDFUNCTION<STOL) THEN
          GOTO 75
      ENDIF
      DLUMBDA=MAX(DLUMBDA,HISV(7))!STARTING GUESS OF LUMBDA
      NEWTON_CYCLE: DO ITER=1,MAX_ITER
          EPSP_TRIAL=EPSP+DLUMBDA
          DEPI_RATE=DLUMBDA/DT1
          CALL JCMODEL_DER(CM,EPSP_TRIAL,DEPI_RATE,TMULT,DLUMBDA,
1  YIELDCRIT,YIELDFUNCDERIVATIVE)
          YIELDFUNCTION=VONMISES-FAC3*DLUMBDA-YIELDCRIT
          IF (ABS(YIELDFUNCTION)<=STOL) THEN
              GOTO 60 ! HAVE RETURNED TO YIELD SURFACE
          ENDIF
          DLUMBDA_P=DLUMBDA
          DLUMBDA=DLUMBDA+YIELDFUNCTION/(FAC3+YIELDFUNCDERIVATIVE)
          IF (DLUMBDA<DEPI_MIN) THEN
              DLUMBDA=0.5*(DLUMBDA_P+DEPI_MIN)
          ENDIF
      ENDDO NEWTON_CYCLE
60  CONTINUE
      IF (ITER.GT.MAX_ITER) THEN
          WRITE (*,70) ETYPE
!          GOTO 33
          WRITE (IOHSP,70) ETYPE
          WRITE (IOMSG,70) ETYPE
          CALL ADIOS(2)
      ENDIF
70  FORMAT(/
      1 ' *** WARNING M! **** ITERATION ALGORITHM DID NOT CONVERGED '
      2 ' IN ELEMENT ',A)
75  EPSP=EPSP+DLUMBDA
      HISV(6)=DLUMBDA/DT1
      HISV(7)=DLUMBDA
      TRATE=0.9*YIELDCRIT*DLUMBDA/(ROH*CM(11))
      HISV(1)=HISV(1)+TRATE
C  ВЫЧИСЛИТЬ ДЕВИАТОР НАПРЯЖЕНИЙ
      INVJ2=1.5/YIELDCRIT

```

```

C1=DLUMBDA*G2*INVJ2
DEPSNORMAL=1.0/(1+C1)
DEPSSHEAR=1.0/(1+C1)
    Q1=Q1*DEPSNORMAL
    Q2=Q2*DEPSNORMAL
    Q3=Q3*DEPSNORMAL
    Q4=Q4*DEPSSHEAR
    Q5=Q5*DEPSSHEAR
    Q6=Q6*DEPSSHEAR
C ВЫЧИСЛИТЬ ПЛАСТИЧЕСКУЮ ЧАСТЬ ГРАДИЕНТА ДВИЖЕНИЯ
N(1,1)=Q1
N(2,2)=Q2
N(3,3)=Q3
N(1,2)=Q4
N(1,3)=Q6
N(2,1)=Q4
N(2,3)=Q5
N(3,1)=Q6
N(3,2)=Q5
INVJ2=SQRT(1.5)/YIELDCRIT
N=N*INVJ2
N=DLUMBDA*N
CALL MEXP(N,SIGS)
FP=MATMUL(SIGS,FP)
TMP=RESHAPE(FP,SHAPE=(/9/))
HISV(NO_HSV-8:NO_HSV)=TMP(1:9)
80 CONTINUE
C ВЫЧИСЛИТЬ НАПРЯЖЕНИЯ КОШИ
    SIGT(1,1)=Q1+P;
    SIGT(2,1)=Q4
    SIGT(3,1)=Q6
    SIGT(1,2)=Q4
    SIGT(2,2)=Q2+P;
    SIGT(3,2)=Q5
    SIGT(3,1)=Q6
    SIGT(3,2)=Q5
    SIGT(3,3)=Q3+P;
SIGS=MATMUL(TRANSPPOSE(RE_1),SIGT)
SIGS=MATMUL(SIGS,RE_1)
    SIG(1)=SIGS(1,1)*INVJ
    SIG(2)=SIGS(2,2)*INVJ
    SIG(3)=SIGS(3,3)*INVJ
    SIG(4)=SIGS(1,2)*INVJ
    SIG(5)=SIGS(2,3)*INVJ
    SIG(6)=SIGS(3,1)*INVJ
C
C
C
C
C
C
C
C
ENDIF MAINCYCLE
RETURN
END

```

### А.3. Процедура полярного разложения

```

C*****
C| ПРОЦЕДУРА ПОЛЯРНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ |
C*****
C* ИТЕРАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ.
C*****
  SUBROUTINE POLARDECOMPOSITION (FE, RE, UE, LUE)
  IMPLICIT NONE

  REAL, DIMENSION (3, 3), INTENT (IN) :: FE
  REAL, DIMENSION (3, 3), INTENT (OUT) :: RE, UE
  REAL, DIMENSION (3), INTENT (INOUT) :: LUE
  REAL, DIMENSION (3, 3) :: C, Q, TM
  REAL :: I1, I2, I3, B, CC, N, M, T, UI1, UI2, UI3, D
  REAL, PARAMETER :: TOL=1E-6, PI=3.141592653589
  REAL, DIMENSION (1:3, 1:3) :: MI, INVUE
  INTEGER I
  MI=0
  MI (1, 1)=1
  MI (2, 2)=1
  MI (3, 3)=1
C РАСЧЕТ ГЛАВНЫХ УДЛИНЕНИЙ
  C=MATMUL (TRANSPPOSE (FE), FE)
  CALL EIGENQLV (C, LUE, Q)
C РАСЧЕТ ТЕНЗОРА УДЛИНЕНИЙ
C   UI1=SUM (LUE)
C   UI2=LUE (1) *LUE (2) +LUE (2) *LUE (3) +LUE (1) *LUE (3)
C   UI3=LUE (1) *LUE (2) *LUE (3)
C   D=UI1*UI2-UI3
C   UE= (-MATMUL (C, C) + (UI1*UI1-UI2) *C+UI1*UI3*MI) /D
C   INVUE= (C-UI1*UE+UI2*MI) /UI3
  TM=0
  TM (1, 1) = (LUE (1) )
  TM (2, 2) = (LUE (2) )
  TM (3, 3) = (LUE (3) )
  UE=MATMUL (C, Q) -MATMUL (Q, TM)
  TM (1, 1) =SQRT (LUE (1) )
  TM (2, 2) =SQRT (LUE (2) )
  TM (3, 3) =SQRT (LUE (3) )
  UE=MATMUL (TRANSPPOSE (Q), TM)
  UE=MATMUL (UE, Q)
C РАСЧЕТ ТЕНЗОРА ВРАЖЕНИЯ
  CALL MATINV3X3 (UE, INVUE)
  RE=MATMUL (FE, INVUE)
  RETURN
  END

```

```

C*****
C| РАСЧЕТ EXP МАТРИЦЫ |
C*****
C УПРОЩЕННЫЙ ВАРИАНТ
C*****
  SUBROUTINE MEXP(A,B)
  IMPLICIT NONE

  REAL,DIMENSION(1:3,1:3)::A,B
  REAL,DIMENSION(1:3,1:3)::I,T

  I=0
  I(1,1)=1
  I(2,2)=1
  I(3,3)=1
  T=TRANSPOSE(A)

  B=I+A+MATMUL(A,T)*0.5

  RETURN
  END SUBROUTINE
C*****

C*****
C| РАСЧЕТ LOG МАТРИЦЫ |
C*****
C УПРОЩЕННЫЙ
C*****
  SUBROUTINE MLOG(A,L,B)
  IMPLICIT NONE

  REAL,DIMENSION(3,3)::A,B
  REAL::L(3)
  REAL,DIMENSION(1:3,1:3)::I,T

  I=0
  I(1,1)=1
  I(2,2)=1
  I(3,3)=1
  T=I-A
  B=-T-MATMUL(T,T)*0.5

  RETURN
  END SUBROUTINE

```

```

C *****
C ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ МАТРИЦЫ 3X3
C *****

SUBROUTINE DETERMINANT(MAT, DET)
IMPLICIT NONE
REAL, DIMENSION(3,3), INTENT(IN)::MAT
REAL DET

DET = MAT(1,1)*MAT(2,2)*MAT(3,3) - MAT(1,1)*MAT(2,3)*MAT(3,2) -
1 MAT(1,2)*MAT(2,1)*MAT(3,3) + MAT(1,2)*MAT(2,3)*MAT(3,1) +
2 MAT(1,3)*MAT(2,1)*MAT(3,2) - MAT(1,3)*MAT(2,2)*MAT(3,1)

RETURN
END SUBROUTINE

```

```

C *****
C ВЫЧИСЛЕНИЕ ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ 3X3
C *****
SUBROUTINE MATINV3X3(MAT, INVMAT)
IMPLICIT NONE
REAL, DIMENSION(3,3), INTENT(IN)::MAT
REAL, DIMENSION(3,3), INTENT(OUT)::INVMAT
REAL DETMAT
INVMAT(1,1) = MAT(2,2)*MAT(3,3) - MAT(2,3)*MAT(3,2)
INVMAT(1,2) = MAT(1,3)*MAT(3,2) - MAT(1,2)*MAT(3,3)
INVMAT(1,3) = MAT(1,2)*MAT(2,3) - MAT(1,3)*MAT(2,2)
INVMAT(2,1) = MAT(2,3)*MAT(3,1) - MAT(2,1)*MAT(3,3)
INVMAT(2,2) = MAT(1,1)*MAT(3,3) - MAT(1,3)*MAT(3,1)
INVMAT(2,3) = MAT(1,3)*MAT(2,1) - MAT(1,1)*MAT(2,3)
INVMAT(3,1) = MAT(2,1)*MAT(3,2) - MAT(2,2)*MAT(3,1)
INVMAT(3,2) = MAT(1,2)*MAT(3,1) - MAT(1,1)*MAT(3,2)
INVMAT(3,3) = MAT(1,1)*MAT(2,2) - MAT(1,2)*MAT(2,1)
CALL DETERMINANT(MAT, DETMAT)
INVMAT = INVMAT/DETMAT
RETURN
END SUBROUTINE

```

```

C *****
C ВЫЧИСЛЕНИЕ ЕДИНИЧНОЙ МАТРИЦЫ 3X3
C *****
SUBROUTINE MATI3X3(MI)
IMPLICIT NONE
REAL, DIMENSION(3,3)::MI

MI=0
MI(1,1)=1
MI(2,2)=1
MI(3,3)=1

RETURN
END SUBROUTINE

```

```

C *****
C ВЪИЧИСЛЕНИЕ СОБСТВЕННОГО ВЕКТОРА МАТРИЦЫ 3X3
C *****
SUBROUTINE EIGENQLV(A_IN, W, Q)
* ПАРУМЕНТЫ
REAL, INTENT (IN) :: A_IN(3,3)
REAL, INTENT (OUT) :: W(3), Q(3,3)
* ПАРАМЕТРЫ
INTEGER          N
PARAMETER        ( N = 3 )
* ЛОКАЛЬНЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ
REAL A(3,3)
REAL E(3)
REAL G, R, P, F, B, S, C, T
INTEGER          NITER
INTEGER          L, M, I, J, K
A=A_IN
CALL DSYTRD3(A, Q, W, E)
DO 10 L = 1, N-1
  NITER = 0
  DO 11 I = 1, 50
    DO 20 M = L, N-1
      G = ABS(W(M)) + ABS(W(M+1))
      IF (ABS(E(M)) + G .EQ. G) THEN
        GO TO 30
      END IF
20    CONTINUE
30    IF (M .EQ. L) THEN
      GO TO 10
    END IF
    NITER = NITER + 1
    IF (NITER >= 30) THEN
      PRINT *, 'DSYEVQ3: NO CONVERGENCE.'
      RETURN
    END IF
    G = (W(L+1) - W(L)) / (2.0 * E(L))
    R = SQRT(1.0 + G**2)
    IF (G .GE. 0.0) THEN
      G = W(M) - W(L) + E(L) / (G + R)
    ELSE
      G = W(M) - W(L) + E(L) / (G - R)
    END IF
    S = 1.0
    C = 1.0
    P = 0.0
    DO 40 J = M - 1, L, -1
      F = S * E(J)
      B = C * E(J)
      IF (ABS(F) .GT. ABS(G)) THEN
        C = G / F
        R = SQRT(1.0 + C**2)
        E(J+1) = F * R
        S = 1.0 / R
        C = C * S
      END IF
    END DO
  END DO
END SUBROUTINE

```



```

ELSE
    S      = F / G
    R      = SQRT(1.0 + S**2)
    E(J+1) = G * R
    C      = 1.0 / R
    S      = S * C
END IF
G      = W(J+1) - P
R      = (W(J) - G) * S + 2.0 * C * B
P      = S * R
W(J+1) = G + P
G      = C * R - B
DO 50 K = 1, N
    T      = Q(K, J+1)
    Q(K, J+1) = S * Q(K, J) + C * T
    Q(K, J)  = C * Q(K, J) - S * T
50 CONTINUE
40 CONTINUE
W(L) = W(L) - P
E(L) = G
E(M) = 0.0
11 CONTINUE
10 CONTINUE
END SUBROUTINE
C ВСПОМОГАТЕЛЬНАЯ ПРОЦЕДУРА
SUBROUTINE DSYTRD3(A, Q, D, E)
REAL A(3,3)
REAL Q(3,3)
REAL D(3)
REAL E(2)
INTEGER N
PARAMETER ( N = 3 )
REAL U(N), P(N)
REAL OMEGA, F
REAL K, H, G
INTEGER I, J
DO 10 I = 1, N
    Q(I,I) = 1.0
    DO 11, J = 1, I-1
        Q(I, J) = 0.0
        Q(J, I) = 0.0
11 CONTINUE
10 CONTINUE
H = A(1,2)**2 + A(1,3)**2
IF (A(1,2) .GT. 0.0) THEN
    G = -SQRT(H)
ELSE
    G = SQRT(H)
END IF
E(1) = G
F      = G * A(1,2)
U(2)  = A(1,2) - G
U(3)  = A(1,3)

```

```

OMEGA = H - F
IF (OMEGA > 0.0) THEN
  OMEGA = 1.0 / OMEGA
  K     = 0.0
  DO 20 I = 2, N
    F   = A(2,I)*U(2) + A(I,3)*U(3)
    P(I) = OMEGA * F
    K   = K + U(I) * F
20  CONTINUE
    K = 0.5 * K * OMEGA**2
  DO 30 I = 2, N
    P(I) = P(I) - K * U(I)
30  CONTINUE
    D(1) = A(1,1)
    D(2) = A(2,2) - 2.0 * P(2) * U(2)
    D(3) = A(3,3) - 2.0 * P(3) * U(3)
  DO 40, J = 2, N
    F = OMEGA * U(J)
    DO 41 I = 2, N
      Q(I,J) = Q(I,J) - F * U(I)
41  CONTINUE
40  CONTINUE
    E(2) = A(2, 3) - P(2) * U(3) - U(2) * P(3)
ELSE
  DO 50 I = 1, N
    D(I) = A(I, I)
50  CONTINUE
    E(2) = A(2, 3)
END IF

END SUBROUTINE
* END OF SUBROUTINE DSYTRD3

```