

Сумський державний університет

На правах рукопису

Жигилій Дмитро Олексійович

УДК 539.3

Конструкційна міцність комбінованих балонів високого тиску

05.02.09 Динаміка та міцність машин

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Науковий керівник
Верещака Сергій Михайлович, д.т.н, доц.

Суми – 2010

ЗМІСТ

ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД І КРИТИЧНИЙ АНАЛІЗ КОНСТРУКТИВНО-ТЕХНОЛОГІЧНИХ РІШЕНЬ БАЛОНІВ ВИСОКОГО ТИСКУ	11
1.1. Сучасне газобалонне устаткування. Основні вимоги	11
1.1.1. Циліндричні газові балони	13
1.1.2. Існуючі методики розрахунку балонів шаруватої структури	22
1.2. Розрахункові моделі тонкостінних конструкцій із анізотропних матеріалів	27
1.3. Чисельне моделювання напруженого стану і експериментальні дослідження шаруватих конструкцій	35
1.4. Розрахунки на міцність конструкцій з композиційних матеріалів	40
1.5. Висновки по першому розділу	43
РОЗДІЛ 2 ДОСЛІДЖЕННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНО – СТРУКТУРНОЇ ТЕОРІЇ ШАРУВАТИХ ОБОЛОНОК І ПЛАСТИН З ДЕФЕКТАМИ СТРУКТУРИ	45
2.1. Осесиметрична деформація тонкостінних конструкцій шаруватої структури з ідеальним контактом шарів	46
2.1.1. Спосіб обчислення геометричних параметрів оболонок обертання	46
2.1.2. Приведені пружні характеристики багат шарового анізотропного матеріалу	48
2.1.3. Узагальнена жорсткість багат шарового анізотропного пакета шарів за теорією С.П. Тимошенка	56

2.1.4. Лінеаризація розв'язувальної системи звичайних диференціальних рівнянь	60
2.2. Осесиметрична деформація багат шарових оболонок обертання з послабленим контактом між шарами	61
2.3. Розв'язання лінійної крайової задачі методом ортогональної прогонки	69
2.4. Аналіз напружено-деформованого стану багат шарових пластин і оболонок	75
2.5. Дослідження крайових ефектів тонкостінних шаруватих елементів з дефектами структури	79
2.6. Неосесиметрична деформація багат шарових оболонок обертання	89
2.7. Висновки по другому розділу	91

РОЗДІЛ 3 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ

ІЗ СКЛОПЛАСТИКА

3.1. Технологія виготовлення та технічні характеристики зразків із склопластика	94
3.1.1. Матеріал і структура зразків	94
3.1.2. Способи виготовлення зразків	96
3.1.3. Початкові дефекти структури зразків типу локальних ділянок непроклею	97
3.1.4. Технічні характеристики склопластиків	98
3.2. Навантаження зразків	100
3.2.1. Створення рівномірного тиску на поверхню пластини з склопластика	100
3.2.2. Навантаження тонкостінного циліндра внутрішнім гідростатичним тиском	103
3.3. Вимір і реєстрація деформацій і напружень	106

	4
3.4. Згинання пластин рівномірним тиском	108
3.5. Експериментальні дослідження багатошарових циліндрів на дію внутрішнього гідростатичного тиску	112
3.6. Висновки по третьому розділу	116
РОЗДІЛ 4 РОЗРАХУНОК НА МІЦНІСТЬ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ШАРУВАТОЇ СТРУКТУРИ	
118	
4.1. Матриця жорсткості анізотропного елемента оболонки з ідеальним і послабленим міжшаровим контактом	119
4.2. Побудова системи розв’язувальних рівнянь на основі методу переміщень	122
4.3. Модифікований критерій міцності композиту шаруватої структури з концентраторами напружень на межі розділу шарів	124
4.4. Методика розрахунку на міцність комбінованого газового балона	131
4.4.1. Постановка задачі та знаходження напружено- деформованого стану комбінованого газового баллона	131
4.4.2. Розрахунки на міцність двох варіантів розрахункових моделей і порівняння оптимальності конструкцій газового балона	136
4.5. Висновки по четвертому розділу	139
ВИСНОВКИ	142
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	144
ДОДАТОК А	167

ВСТУП

Внаслідок обмеженості більшої частини доступних джерел нафти світові виробники транспортних засобів завжди виявляли і виявляють цікавість до досліджень з використання нетрадиційних моторних палив – природний газ, біопаливо, водень і т. д.

Найбільшими споживачами газових балонів є компанії, що оперують на ринку природного газу, виробники і продавці промислових газів. Нині у світі використовують понад 8 млн балонів для зберігання природного газу: з них близько 7 млн – металеві балони, 1 млн – композитні. Європейські компанії наповнюють, зберігають і транспортують приблизно 40 млн балонів, обслуговуючи потреби ринку технічних газів. За оцінками «Worthington Cylinders GmbH» до 2011 р. місткість першого сегмента зросте на 4,44 млн. шт., а другого – на 5,575 млн. шт. Найбільший попит на балони очікуватиметься, передусім, в автомобілебудуванні, на ринках дихальних апаратів, харчової промисловості, електроніки, устаткування для пожежогашіння і т.д.

Широке використання природного газу обумовлене тим, що його виробництво не вимагає глибокої хімічної переробки первинної сировини, а підготовку до застосування проводять фізичними методами, такими, як стиснення або зріджування. Завдяки цьому в більшості країн світу вартість газових моторних палив для споживачів нижча за вартість рідинних. Перехід на газове паливо не вимагає конструктивної переробки двигуна: досить поставити газобалонне устаткування (ГБУ). Підвищується надійність паливної системи автомобіля, оскільки газова установка дублює оригінальну бензинову. Газ – це екологічно чистіше паливо, у вихлопі при роботі на газі міститься менше шкідливих речовин, у тому числі в 2–6 разів менше CO₂. Газ має вище октанове число 103–105 (тоді як у найкращого бензину – 98), тому в жодному режимі роботи двигуна не виникають детонації.

Україна також зацікавлена в переобладнанні автомобілів для роботи на

природному газі. Цьому сприяє розвинена газотранспортна система, наявність ресурсів природного газу і шахтного метану, мережа діючих автомобільних газонаповнювальних компресорних станцій (АГНКС). За кількістю працюючих на стиснутому природному газі автомобілів Україна посідає дев'яте місце у світі і є лідером серед країн СНД у використанні альтернативних видів палива. Наприклад, об'єми продажів стиснутого газу як транспортного палива у нас втричі більше, ніж в Росії.

Жодна з країн, що розвиваються, де газифікація вже почалася, не має технології виробництва композитних посудин. Тому актуальним є питання створення нових ефективних конструкцій газових балонів і надійних методик їх розрахунку. При постачанні газу в посудинах високого тиску об'єм палива, що поставляється, обмежений вантажопідйомністю транспортного засобу. Застосування легших металокомпозитних балонів дозволить збільшити об'єм газу, що перевозиться, і як наслідок, зменшує вартість транспортування газу.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дослідження, що проводяться в дисертації, тісно пов'язані з науковими програмами Сумського державного університету, які виконувалися у рамках держбюджетної тематики: "Розробка методів оцінки надійності роботи конструкцій хімічного машинобудування з сучасних композиційних матеріалів"(2002–2005 рр., держреєстрація № 0103U000768).

Мета і завдання дослідження. Мета роботи – дослідження конструкційної міцності і несучої здатності комбінованих газових балонів високого тиску. На основі проведених досліджень розробити методику розрахунку на міцність, жорсткість і несучу здатність внутрішньої оболонки балона, виконаної з композиційних матеріалів, і зовнішньої металевої обшивки за умови їх спільної роботи.

Для досягнення поставленої мети в дисертації вирішені такі завдання:

– розроблено методику розв'язання геометрично нелінійних контактних задач на основі дискретно-структурної теорії багат шарових пластин і оболонок, коли на одній частині міжфазної границі виконуються умови

ідеального контакту, а на іншій мають місце ділянки з неідеальним контактом (непроклей, розшарування, проковзування);

- експериментально перевірено достовірність числових результатів, отриманих на основі трьох варіантів розрахункових моделей багатошарових оболонок і пластин;

- розроблено методику оцінки конструкційної міцності й несучої здатності нової конструкції комбінованого балона високого тиску.

Об'єкт дослідження – конструкційна міцність і несуча здатність тонкостінних елементів конструкцій шаруватої структури.

Предмет дослідження – комбінований газовий балон, внутрішня несуча оболонка якого виконана з композиційного матеріалу шаруватої структури, а із зовнішнього боку захищена металевую оболонкою.

Методи дослідження. Для розв'язання геометрично нелінійної контактної задачі застосовуються такі методи: штрафних функцій, Фур'є, скінченних різниць, переміщень, ортогональної прогонки. На основі методу переміщень складені алгоритм і програма розрахунку на міцність багатошарових оболонок обертання складної форми. Для оцінки достовірності отриманих теоретичних і експериментальних даних застосовувалися методи математичного моделювання, був поставлений і проведений фізичний експеримент.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в такому:

- уперше на основі методу штрафних функцій отримано числовий розв'язок задачі міцності і несучої здатності тонкостінних елементів шаруватої структури з неідеальним міжшаровим контактом; виявлені основні закономірності зміни напруженого стану і контактного тиску в зоні локальних ділянок непроклею і розшарувань;

- запропоновано експериментальну методику і проведено перевірку теоретичних результатів, отриманих на основі пропонованих варіантів розрахункових моделей багатошарових конструкцій;

- на основі методу переміщень розроблено методику розрахунку

конструкційної міцності і несучої здатності оболонок обертання шаруватої структури матеріалу;

– досліджено вплив різних типів структури матеріалу на величину несучої здатності комбінованих газових балонів.

Практичне значення отриманих результатів. Результати досліджень використовувалися при розробленні нових конструкцій і виробів з композиційних матеріалів для хімічного машинобудування. Проведено оцінку конструкційної міцності нової конструкції комбінованого балона високого тиску. Подано аналіз несучої здатності і техніко-економічних показників комбінованого балона.

Теоретичні і числові результати дисертаційної роботи впроваджені при проектуванні тонкостінних конструкцій з композиційних матеріалів для зберігання і транспортування стиснутого природного газу на підприємстві ВАТ «Сумське НВО ім. М.В. Фрунзе», а також використовуються при проведенні навчального процесу кафедри опору матеріалів та машинознавства Сумського державного університету.

Достовірність отриманих результатів забезпечується використанням апробованих методів розв'язання крайових задач, фізично обґрунтованих моделей конструкцій і матеріалів, доброю кореляцією теоретичних результатів як з отриманими в роботі, так і наведеними в літературних джерелах експериментальними і теоретичними даними.

Особистий внесок здобувача. Дисертаційна робота є закінченим науковим дослідженням, яке виконане під керівництвом доцента С.М. Верещаки на кафедрі опору матеріалів і машинознавства Сумського державного університету. У публікаціях, виданих у співавторстві, здобувачеві належать такі наукові результати:

[96, 97] – розроблена методика математичного моделювання нової конструкції комбінованого балона, виявлені особливості зміни напруженого стану і контактного тиску по спряжених поверхнях склопластикової несучої оболонки та металевої оболонки;

[98, 99, 100, 101] – модернізована експериментальна установка для визначення напружено-деформованого стану пластин із композиційних матеріалів; проведені експериментальні і теоретичні дослідження напружено-деформованого стану круглих у плані трансверсально-ізотропних пластин;

[102, 103] – розроблена і виготовлена експериментальна установка для визначення напружено-деформованого стану циліндричних оболонок із композиційних матеріалів при дії внутрішнього тиску, а також проведений аналіз експериментальних і теоретичних результатів задач міцності та несучої здатності тонкостінних елементів шаруватої структури з неідеальним міжшаровим контактом;

[104, 106] – розроблена методика оцінки конструкційної міцності і несучої здатності нової конструкції комбінованого балона високого тиску.

Апробація результатів дисертації. Зміст основних розділів і окремі результати роботи доповідалися на: XIII Міжнародній науково-технічній конференції «Компресорна техніка і пневматика в XXI столітті» (Суми, 2004), XI Міжнародній науково-технічній конференції «Герметичність, вібронадійність і екологічна безпека насосного і компресорного устаткування» (Суми, 2005), Міжнародній науковій конференції «Математичні проблеми технічної механіки – 2006» (Дніпропетровськ, Дніпродзержинськ, 2006), Міжнародній науково-технічній конференції «Інтегровані комп'ютерні технології в машинобудуванні» (Харків, 2006), X Міжнародній науково-технічній конференції «Прогресивна техніка і технологія» (Київ – Севастополь, 2009), Міжнародній науково-технічній конференції «Динаміка, надійність і довговічність механічних і біомеханічних систем і елементів їх конструкцій» (Севастополь, 2010), науково-технічних конференціях викладачів, співробітників і студентів Сумського державного університету (Суми, 2005 – 2010).

Публікації. За темою дисертації опубліковано 9 наукових робіт, із них 7 статей у спеціалізованих журналах, які включені до переліку, затвердженого ВАК України, 2 публікації у матеріалах праць конференцій і тез доповідей на

наукових конференціях.

Структура і обсяг дисертаційної роботи. Робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, додатка і списку використаних джерел. Дисертація обсягом 143 сторінки машинописного тексту містить 44 рисунки і 15 таблиць. Список використаної літератури містить 219 джерел і розміщений на 23 сторінках. Додатки розміщені на 2 сторінках.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД І КРИТИЧНИЙ АНАЛІЗ КОНСТРУКТИВНО - ТЕХНОЛОГІЧНИХ РІШЕНЬ БАЛОНІВ ВИСОКОГО ТИСКУ

Основна мета даної роботи передбачає розв'язання наступних задач:

- 1) вибір математичної моделі тонкостінних конструкцій з композиційних матеріалів з урахуванням дефектів структури матеріалу, які виникають при їхньому виготовленні й експлуатації;
- 2) експериментальна перевірка теоретичних результатів;
- 3) створення прикладної методики розрахунків комбінованих балонів високого тиску з урахуванням впливу структурних недосконалостей композиційних матеріалів на їхню конструкційну міцність і несучу здатність.

Отримані результати можуть використовуватися при розробці нових конструкцій або виробів з композиційних матеріалів для хімічного машинобудування. Запропонована методика практичних розрахунків дозволить значно скоротити час проектування, прогнозувати строк і надійність роботи таких конструкцій.

Огляд публікацій за темою дисертаційної роботи й основні результати досліджень наведені в роботах [96–106].

1.1. Сучасне газобалонне встаткування. Основні вимоги

Технологічні процеси вимагають транспортування промислових газів у рідкому або стиснутому газоподібному стані.

Балони – це металеві, композитні й металокомпозитні посудини, призначені для зберігання та перевезення стиснутих, зріджених і розчинених газів під тиском вище атмосферного. Розрізняють балони низького та високого тисків.

Класифікацію циліндричних балонів високого тиску для зберігання природного газу дає міжнародний стандарт ISO 11439–2003 [204] і ГОСТ Р 51753–2001 [33]:

Таблиця 1.1

Класифікація балонів високого тиску для зберігання природного газу

СПГ–1 (стиснутий природний газ)	CNG–1 (compressed natural gas)	Суцільнометалеві без застосування зварювання, виготовлені з легованої або ауглецевої сталі безшовні балони
СПГ–2	CNG–2	Металопластикові балони, які складаються з металевого лейнера та зовнішньої несучої циліндричної оболонки з композиційного матеріалу
СПГ–3	CNG–3	Металопластикові балони, які складаються з металевого лейнера та зовнішньої несучої оболонки з композиційного матеріалу по всій поверхні лейнера
СПГ–4	CNG–4	Балони з композиційних матеріалів

Характеристики балонів визначають сфери їх застосування. Виробництво композитного балона є технологічним і трудомістким, що обґрунтовує його застосування саме для зберігання стиснених газів під високим тиском в експлуатаційних умовах, що припускають часте переміщення балона. У світі композитні балони можуть замінити суцільнометалеві практично у всіх сферах, де припускається зберігання газу під високим тиском.

Вибір типу балона споживачем визначається не тільки ціновими міркуваннями, але й обмеженнями по масі балонів, стійкістю до ударів, газонепроникністю, циклічною довговічністю і т.д. Додатково вводяться обмеження, що враховують сумісність матеріалу посудини із технічним газом, що його заповнює. Такі застереження містяться в міжнародних стандартах: з

металами – в EN ISO 11114–1, з композиційними матеріалами – в EN ISO 11114–2 і EN ISO 11114–3 [216].

Основна перевага балонів, що виготовлені із застосуванням композиційних матеріалів, – менша маса. Питома вага балона 2-го типу в порівнянні з питомою вагою суцільнометалевого балона знижується в 2–3 рази [151]. Однак через високу вартість склопластику й трудомісткої технології виготовлення вартість таких балонів вище, а термін служби менше у зв'язку зі зменшенням згодом конструктивної міцності обплетення.

Порівняльні характеристики балонів ємністю 50 л різних типів наведені на рис. 1.1.

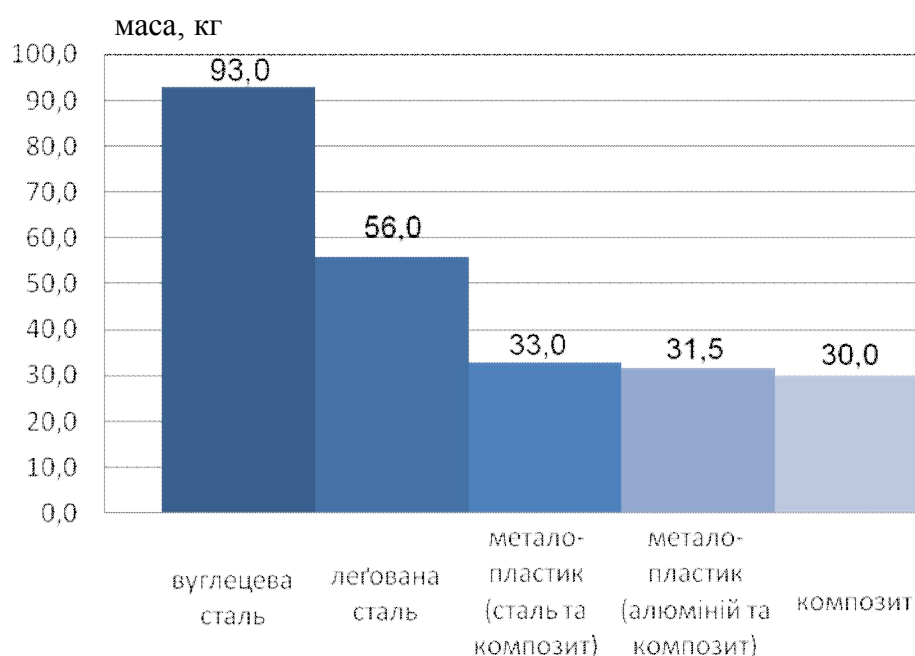


Рис. 1.1. Діаграма мас балонів ємністю 50 л різних типів

1.1.1. Циліндричні газові балони. За даними інформаційного бюлетеня Національної газомоторної асоціації Росії [110] частка циліндричних металопластикових балонів з армованою оболонкою по всій поверхні порівняно невелика й, як правило, припадає на ринки технологічно розвинених країн. Також слід звернути увагу на співвідношення питомої маси й ціни за літр: металопластикові балони з армованою оболонкою по всій поверхні мають майже оптимальне співвідношення ціна-якість (табл. 1.2, 1.3).

Сталеві безшовні циліндричні газові балони (СПГ–1), що домінують в існуючому газобалонному парку, виготовляються згідно з [34].

Таблиця 1.2

Балони високого тиску

Тип балона*	Питома маса, кг/л	Ціна, US \$/л	Частка на ринку, %
СПГ–1, суцільнометалеві	0,9	3 – 5	90
СПГ–2, металопластикові	0,7 – 0,9	5 – 7	4
СПГ–3, металопластикові	0,6 – 0,9	9 – 14	1
СПГ–4, балони з композиційних матеріалів	0,3 – 0,5	11 – 18	3

* – опис за ISO 11439–2003

Таблиця 1.3

Застосування різних типів балонів країнами

Країна	СПГ–1 (сталь)	СПГ–2	СПГ–3	СПГ–4
Австралія	87 %	12 %		1 %
Аргентина	100%			
Бразилія	99%	1 %		
Італія	80%	20%		
США	23%	50%	15%	12%
Японія	80%		15%	5%

Відомі три основні технології виробництва сталевих балонів високого тиску: холодною глибокою витяжкою з листового металу, суцільнотягнені із бруса-заготовки (білети) і виготовлені з труби [178]. Нерівномірність товщин тонкостінних труб з високоміцних сталей обмежують можливості виробництва з них легких балонів. У днищних частинах при заочуванні з'являються потовщення, що додатково збільшує масу виробу.

У світі існує незначна кількість визнаних виробників суцільнометалевих посудин першого типу виробництва, наприклад «Faber Industries» (Італія). Ширше за все застосовуються балони, що виготовляються з білет (технологією штампування із сортового прокату: гарні масові показники балонів досягаються за рахунок високої потужності й точності пресового встаткування, спеціального режиму термічної обробки й характеристик використовуваної сталі) «Worthington» (Австрія), «Vitkovice» (Чеська Республіка) і труб «Dalmine» (Італія), Inflex-argentoil (Аргентина).

Суцільнотягнені балони, зроблені з білети, мають кращі експлуатаційні характеристики, ніж балони, виготовлені із труби. Можливість виготовлення суцільнотягненого балона з більш тонким дном, а отже й з меншою масою, зменшує ризик негерметичності, пористості й тріщин у центральній зоні днища балона, що зазвичай виявляється в процесі гідровипробувань. Розрахунки на міцність балонів високого тиску першого типу проводяться згідно з [187].

Дослідження форм і відносних геометричних параметрів посудин тиску проведено в [12]. Зменшення маси посудини і її габаритів відбувається за рахунок зниження рівня напружень у днищі. Однак форма днища задана складними рівняннями й незручна з погляду виготовлювачів, тому що потребує складного й дорого технологічного оснащення.

Приклади оптимізації конструктивних елементів балонів високого тиску наведені в [6, 9].

Суцільнометалевий балон італійської фірми FABER Industries S.p.a. виготовляється холодним штампуванням з однієї пласкої сталеві заготовки та містить у собі плавно з'єднані горловину, корпус у вигляді циліндричної обичайки й сфероїдальне днище зі стінкою практично сталої по перерізу товщини. Такі балони зручні в монтажі й експлуатації як на засобах транспорту, особливо на автомобілях, так і у стаціонарних касетах.

Однак холодна деформація пласких заготовок – досить повільний, енергоємний (через високу міцність сталі) і пов'язаний із втратами металу під час штампування технологічний процес. Він можливий лише при використанні

високопластичних сталей, але й у цьому випадку не виключені розриви окремих заготовок при витяжці днища й, особливо, циліндричної обичайки, а для розкочування горловини потрібне нагрівання металу для підвищення пластичності. Крім того, внаслідок застосування низьколегованих сталей питома маса відомих балонів залишається досить великою (0,9–1,0 кг/л).

Газовий балон [10] з меншою питомою масою пропонується виготовляти з безшовних трубчастих заготовок з ковальським зварюванням днища. Такий балон з коефіцієнтом запасу міцності понад 2,6 має питому масу не більше 0,8 кг/л. Рекомендації з подальшого вдосконалювання посудин високого тиску запропоновані в [16].

Конструкція балона [3] складається зі сталевого корпусу у вигляді зварених між собою без посилення швів циліндричної обичайки й опуклих (сферичних або еліптичних) днищ. Зовнішня оболонка виконана у вигляді кільцевих витків сталевого дроту, які огортають обичайку. При багаторазових навантаженнях внутрішнім тиском оболонка може розпушуватися, а витки дроту сповзати з циліндричної частини.

З метою усунення недоліків розглянутої вище конструкції запропонований патент [4]. Цей балон має металевий корпус у вигляді зварених між собою циліндричної бічної поверхні й опуклих днищ і зовнішньої оболонки у вигляді кільцевих витків довгомірного матеріалу компактного поперечного перерізу. Оболонкою охоплена вся циліндрична частина корпусу й прилеглі до неї ділянки опуклостей днищ шириною до 0,2 діаметра. На прилеглих до опуклостей ділянках шириною до 1,5 діаметра виконане потовщення оболонки на 5 – 50 %.

Під дією внутрішнього тиску в балоні виникають розтягувальні напруження, найбільшими з яких є колові в циліндричній частині. На кінцях циліндричної частини балона додатково виникають згинальні моменти (крайовий ефект). Зовнішня оболонка сприймає на себе частину навантаження від дії внутрішнього тиску, чим зменшує колові напруження в корпусі тим сильніше, чим більша її товщина. Дія на корпус згинальних моментів

компенсується місцевими потовщеннями оболонки на крайніх ділянках його циліндричної частини. Коефіцієнт вагової досконалості такого балона складає біля 0,88 кг/л.

Внаслідок того, що для постачання паливом одного двигуна внутрішнього згоряння потрібно від 2 – 3 балонів для легкових автомобілів і понад 10 для вантажних автомобілів, тракторів або тепловозів. Габарити існуючих транспортних засобів обмежують розміри балонів. Крім того, газові балони помітно знижують вантажопідйомність автомобілів і вимагають тим більших витрат палива на власне перевезення, чим вони масивніші. При цьому вони працюють в умовах циклічних термомеханічних навантажень.

У зв'язку з цим створення нових конструкцій газових балонів простими й високотехнологічними способами із сучасних матеріалів, як і раніше, залишається актуальним завданням. Найбільш очевидний шлях удосконалювання – зменшення кількості металу в конструкції балона шляхом заміни його альтернативними матеріалами із кращими конструктивними характеристиками.

Металопластикові балони високого тиску з армованою оболонкою по циліндричній частині – наступний крок до вирішення проблеми виробництва економічних, простих у виготовленні й надійних посудин високого тиску. Така проблема вирішується шляхом застосування комбінованих балонів, у яких герметична металева оболонка поєднується із силовою оболонкою з композиційних матеріалів. Крім того, у конструкцію балона можуть вводитися додаткові шари, що виконують захисну й інші функції. Таким чином, балон утворюється з'єднанням шарів з різним функціональним призначенням. Ці шари, виконуючи кожний свою специфічну функцію, спільно надають балону необхідний комплекс властивостей (рис. 1.2).

Фірма FABER Industrie (Італія) протягом багатьох років виготовляє сталеві й металопластикові балони. Остання розробка фірми – балони другого типу з використанням вуглецевих волокон. Заміна склопластику на вуглепластик дозволила знизити масу балона в середньому на 16% [186].

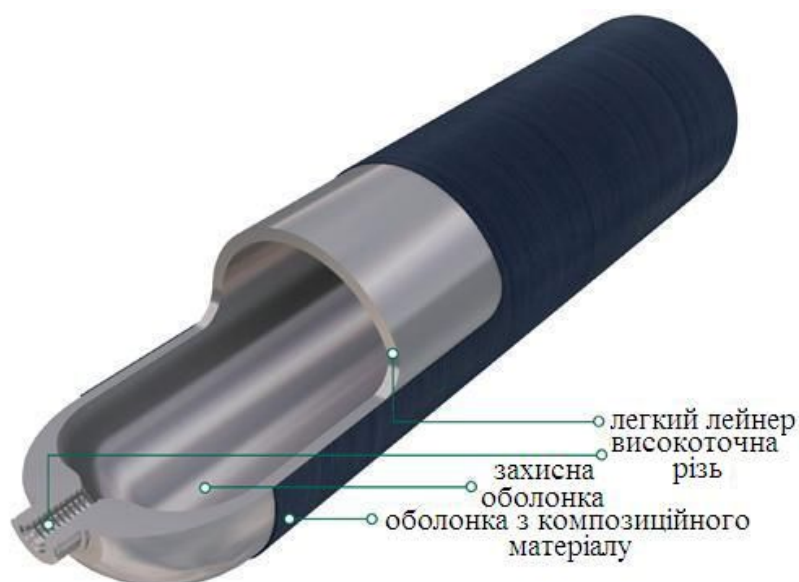


Рис. 1.2. Типова конструкція металопластикового балона високого тиску з армованою по циліндричній частині оболонкою (СПГ–2)

Комбінований балон [44, 120] складається із внутрішньої металевої герметичної оболонки, яка посилена шарами армованого матеріалу з поздовжнім і кільцевим розташуванням волокон. Недоліком такої конструкції балона є значні труднощі при його виготовленні. В основному це проблеми, які виникають при формуванні напівсферичних частин днищ балона. Крім того, можливе руйнування або часткове ушкодження зовнішнього кільцевого шару при експлуатації балона зі зниженням несучої здатності балона в цілому. Його конструкція удосконалюється в [2] тим, що в багатошаровому балоні, який включає герметичну металеву оболонку й посилюючу оболонку з композиційного матеріалу на основі скляних волокон (склопластикова оболонка), металева оболонка виготовляється із циліндричної труби. При цьому закінчення днищ мають підвищену товщину. Склопластикова оболонка включає шари, армовані волокнами в кільцевому напрямку по циліндричній частині балона. При цьому передбачається нанесення зверху армованої оболонки захисного шару пластику.

Така конструкція балона виключає необхідність у поздовжньому армуванні склопластикової оболонки. Осьове навантаження від поздовжніх

зусиль сприймається циліндричною частиною металевої оболонки. Радіальні ж зусилля від тиску газу сприймаються кільцевою арматурою композитного матеріалу.

Існує ряд пропозицій щодо раціоналізації конструкцій балонів високого тиску з підсилюючими шарами, нанесеними по циліндричній частині. До них відносяться [5, 7, 8, 11, 12, 13, 15, 17, 18], що відрізняються різними варіантами виконання гільз-оболонок і особливостями підсилюючих шарів з композиційних матеріалів або металевих стрічок і дротів.

Виробництвом балонів високого тиску 2-го типу також займаються фірми: MCS Cylinder Systems (Німеччина); Орський машинобудівний завод (Росія); Компанія ЛЕМ (Росія); Котласький електромеханічний завод (Росія); Pressed Steel Tank (США); SCI (NGV Systems) (США); Luxfer Gas Cylinders (США).

Фірма DYNETEC Industries (Канада) – відомий виробник металопластикових балонів, конструкція яких включає лейнер з алюмінієвого сплаву й оболонку з вуглепластику по всій поверхні (тип СПГ–3) (рис. 1.3). Алюмінієвий лейнер виготовляється із трубної заготовки. Максимальний діаметр балонів, що випускаються фірмою, до останнього часу становив 406 мм. Останнім часом фірмою розроблений балон діаметром 520 мм [186]. У новій конструкції балона реалізовані такі нововведення:

- освоєне виробництво алюмінієвого лейнера з листового прокату й змінений режим його термічної обробки;
- використане спеціально розроблене фірмою Mitsubishi високомодульне вуглецеве волокно;
- застосована система заходів щодо захисту поверхні балона від ударів.

У результаті вдалося значно збільшити запас статичної й циклічної міцності балонів. При освоєнні серійного виробництва балонів очікується зниження їх вартості.



Рис. 1.3. Типова конструкція металопластикового балона високого тиску з армуючою оболонкою всієї поверхні (СПГ–3)

Виробництвом балонів високого тиску 3-го типу також займаються фірми: Raufoss (Норвегія); НПФ Шторм (Росія); SCI (NGV Systems) (США); Luxfer Gas Cylinders (США); Kokan Drum / Dyneteck (Японія).

Нова конструкція балона третього типу запропонована в [14]. Комбінований балон тиску містить внутрішню поліетиленову оболонку, несучу склопластикову оболонку, циліндрична частина якої виконана у вигляді набору тороїдальних сегментів. У торцевих ділянках несучої склопластикової оболонки розташовані формуючі деталі сферичних днищ. Тороїдальні сегменти посилені в місцях їх стику шпангоутами. Крім того, несуча склопластикові оболонка захищена з внутрішньої сторони поліетиленовою оболонкою, а із зовнішньої – металевою оболонкою, яка складається із кругової циліндричної оболонки й сферичних днищ, що контактують зі сферичними днищами несучої склопластикової оболонки.

Фірма Lincoln Composites (США) є світовим лідером у виробництві композитних балонів 4 типу (СПГ– 4). Фірма активно рекламує конструкцію балонів (рис. 1.4), основними елементами якої є:

- лейнер з поліетилена високої густини;

- силова оболонка з гібридного композиційного матеріалу на основі скляних волокон і вуглецевих волокон з високою міцністю й середнім рівнем модуля пружності;
- закладний елемент із алюмінієвого сплаву для приєднання запірної арматури;
- покриття з пінополіуретану для захисту сферичних поверхонь від ударів;
- зовнішнє покриття зі склопластику для захисту від абразивного зношування;
- поліуретанове покриття зовнішньої поверхні, що нанесено в декоративно-косметичних цілях [186].

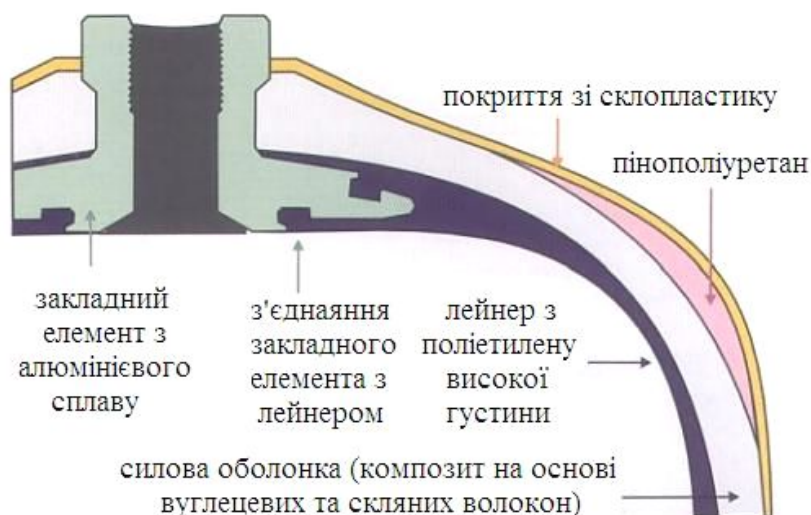


Рис. 1.4. Конструкція композитного балона високого тиску (СПГ–4) фірми Lincoln Composites (торговельна марка TUFFSHELL)

Виробництвом балонів високого тиску 4-го типу також займаються фірми: дочірнє відкрите акціонерне товариство «Оргэнеергогаз» (Росія); дослідне конструкторське бюро «Союз» (Росія); Quantum Technology (США); Ulitt (Франція); Composite Aquitaine (Франція).

Суцільнометалеві балони першого типу російського виробництва з вуглецевої сталі майже у два рази важче балонів, що випускаються в Європі й Південній Америці. Балони третього й четвертого типів також важче

закордонних аналогів через використання скляних волокон, тоді як у комбінації з легким лейнером з алюмінію або полімерного матеріалу доцільно використовувати органо- або вуглепластики.

Відповідно до вимог міжнародного стандарту ISO 11439–2003 [204], розрахунковий тиск руйнування балонів, що виготовляються з використанням полімерних композиційних матеріалів, повинний визначатися на підставі аналізу напружень, що діють у волокні. Вимога щодо запасу міцності балонів зростає в ряді: вуглецеве волокно, органічне волокно, скляне волокно (рис. 1.5).

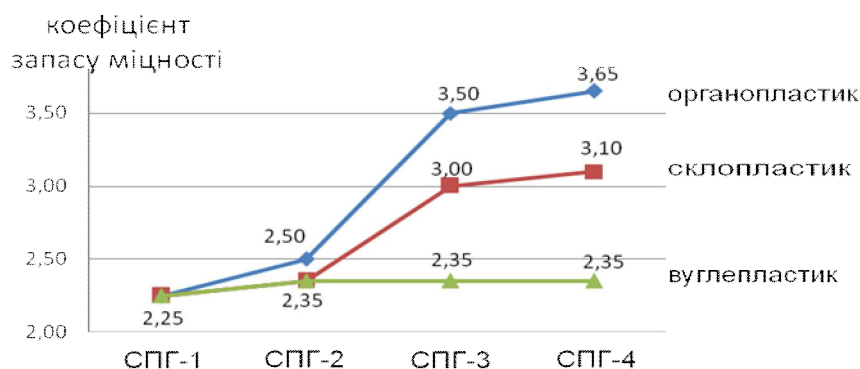


Рис. 1.5. Вимога щодо запасу міцності балонів згідно з ISO 11439–2003

Для балонів на основі органічних і скляних волокон вимога щодо запасу міцності зростає в міру збільшення частки композита в конструкції. Тільки для балонів на основі вуглецевих волокон вимога щодо запасу міцності практично стала для всіх типів конструкцій, виключаючи суцільнометалеві балони.

Таким чином, одним зі шляхів підвищення конкурентоспроможності вітчизняних балонів є оптимізація їх характеристик за рахунок рівномірної роботи вуглецевих волокон у конструкціях третього й четвертого типів, а також освоєння виробництва суцільнометалевих балонів з легованої сталі.

1.1.2. Існуючі методики розрахунків балонів шаруватої структури.

Розрахунки балонів з композиційних матеріалів нерозривно пов'язані з конструктивними схемами й схемами армування, у яких композит працює тільки в напрямку розташування волокон, це дозволяє щонайкраще реалізувати питомі характеристики матеріалів, а відступ від оптимальних параметрів суттєво знижує несучу здатність. Особливістю проектування є неможливість

суворого визначення конструктивної форми й геометричних параметрів оболонки при заданих механічних характеристиках матеріалу, внаслідок залежності властивостей матеріалу від структурних параметрів (кутів армування, співвідношення шарів і т.д.). Крім того, армований матеріал утворюється в процесі виготовлення самого балона й, отже, його властивості залежать від параметрів технологічного процесу. Метод безперервного намотування джгутом або стрічкою композита накладає обмеження на схеми армування, тобто в процесі проектування потрібно врахувати технологічність виготовлення.

Для проектування й розрахунків балонів тиску з композиційних матеріалів на практиці застосовуються два підходи.

Згідно з першим підходом, волокна композиційного матеріалу розподілені деяким заданим чином, а полімерна матриця подається однорідним матеріалом з ізотропними властивостями. Виходячи з передумови малості діаметра окремого волокна в порівнянні з товщиною конструктивного елемента, як елемент структури застосовується, наприклад, смужка-препрег [49, 93] у вигляді склострічки, просякнutoї з'єднувачем, за допомогою якої й проводиться намотування виробу. Далі визначаються середні пружні сталі шарів матеріалу в залежності від пружних сталих волокон і з'єднувача, їх об'ємного вмісту в матеріалі й схем армування.

Розрахункові моделі тонкостінних конструкцій балонів багат шарової структури з анізотропних матеріалів за першим підходом викладено в підрозділі 1.2.

Другий підхід моделює оболонку з композиційного матеріалу пружними нитками, які при натяганні сприймають усе зовнішнє навантаження. Рівноважний стан розглянутої конструкції для заданих навантажень забезпечується рівновагою кожної окремо взятої нитки. З'єднувач вважається пружно податливим і служить для створення монолітності структури матеріалу, а його несуча здатність не враховується. Цей метод розрахунків оболонок

називається «сітчастим аналізом». Зазвичай він застосовується для оцінювальних розрахунків на початковому етапі проектування.

Вважається, що перший підхід дає більш точні результати. Слід зазначити, що при 10 – 20%-му навантаженні від її руйнуючого значення в односпрямованому композиційному матеріалі починається розтріскування з'єднувача [50, 94, 176]. Момент розтріскування на кривій у термінах деформація-напруження характеризується точкою перегину, після чого пружні сталі й узагальнені характеристики жорсткості матеріалу змінюються. В результаті впливу залишкових напружень, що спричиняються близько розташованими волокнами, границя міцності односпрямованого композиційного матеріалу поперек волокон значно зменшується [95, 139]. Внаслідок цього руйнування з'єднувача настає вже при початковому етапі навантаження й далі зовнішнє навантаження сприймається переважно волокнами. Цими міркуваннями обґрунтовується проектування конструкції на основі «сітчастого аналізу» [148].

На підставі другого підходу запропоновані такі методики проектування оптимальних за масою конструкцій, у яких розрахункове навантаження спричиняє безмоментний напружений стан оболонки й сприймається в основному волокнами. Тут критерієм оптимальності вважається умова рівнонапруженості всіх ниток [148].

«Сітчастий аналіз» при проектуванні оболонок обертантя мінімальної маси зводиться до розв'язання задачі про рівнонапружену конструкцію з однаково розтягнутими в кожній точці поверхні гнучкими нитками. Такі оболонки вважаються оптимальними. Кожна рівнонапружена конструкція є конструкцією мінімальної маси [108, 148, 173].

У роботах І.Ф. Образцова, В.В. Васильєва й А.М. Єлпатьєвського [50, 93, 149] розглянуті циліндричні оболонки із днищами, утворені намотуванням однією сім'єю ниток, покладених уздовж геодезичних ліній. Тут показано, що при внутрішньому тиску форма деформованої посудини геометрично подібна до форми недеформованої й у ній відсутні напруження від згинання [50, 93,

149]. При розгляді оболонки обертання загального вигляду, в [22] доведено, що у випадку, коли оболонка утворена системою рівномірно розподілених волокон і навантажена внутрішнім тиском, рівнонапруженими будуть тільки нитки, які покладені уздовж геодезичних ліній поверхні. Умова укладання волокон уздовж геодезичних ліній є наслідком вимоги рівнонапруженості ниток.

Напружено-деформований стан комбінованих балонів другого й третього типів значно відрізняється від роботи посудин тиску четвертого типу. Під дією внутрішнього тиску напруження розтягання в металевій герметизуючій оболонці можуть перевищувати границю пружності, переводячи деформації металу в зону текучості. При циклічному навантаженні після скидання тиску у внутрішній металевій оболонці під впливом стискальних зусиль у силовій оболонці з композиційних матеріалів з'являються значні стискувальні напруження, що призводить до руйнування герметизуючої оболонки й розгерметизації балона при повторювальних циклах навантаження [44].

Отже, при проектуванні комбінованої посудини тиску слід розв'язати задачу вибору оптимального співвідношення товщин металу й композиційного матеріалу, а також вибору форми балона [117, 119].

В [44] досліджувалося утворення складок на тонкому металевому шарі, приклеєному до внутрішньої стінки бака. Під час випробувань внутрішнім тиском циклічне навантаження здійснювалося при швидкості зміни тиску півциклу на хвилину до руйнування. Проведені випробування зразків зі склопластику із приклеєною металевою фольгою показали, що приклеєний герметизуючий шар може витримувати 2–3 сотні циклів без руйнування.

Експериментально перевірено, що при внесенні виправлення на якість приклеювання металевому шару довговічність склала 113–115 циклів до руйнування. Під час експерименту шар нержавіючої сталі, що пружно деформується тільки при деформаціях 0,3 – 0,5%, сприймав навантаження разом з композиційним матеріалом (максимальна міцність реалізується при деформаціях 1,5 – 2,5%) [44]. Проблема втрати стійкості й утворення складок у

внутрішньому металевому шарі вирішується потовщенням металеві оболонки або зниженням напружень у композиційному матеріалі.

Поліпшення спільної роботи металевого й композиційного шарів забезпечується застосуванням армуючих елементів з високими модулями пружності з граничними значеннями міцності при менших робочих деформаціях. Наприклад, вуглецеві волокна мають деформації при руйнуванні близько 0,6 – 1,2% [117]. Отже, герметизуючий металевий шар буде менш деформований несучими шарами з вуглепластику після розвантаження балона, ніж у випадку склопластикової оболонки.

Вимоги до деформаційної здатності клею, необхідного для того, щоб запобігти втраті стійкості герметизуючого шару в конструкції, значно зменшується. Клейовий шар повинен мати мінімальну товщину, яку може забезпечити технологія його виготовлення. Конструкція комбінованого балона з тонкого металевого шару й оболонки з вуглепластику вийде майже такою ж ефективною, як і балон, повністю виготовлений з композиційного матеріалу.

У роботі [117] показано, що використання герметизуючої внутрішньої оболонки з алюмінієвого сплаву товщиною 0,5 мм у композиції з вуглепластиком могло б забезпечити зменшення маси балонів циліндричної форми на 50%.

Окремо слід зазначити третій підхід при проектуванні посудин високого тиску, де руйнування склопластикових оболонок через слабкий опір поперечному відриву й міжшаровому зсуву відбувається задовго до досягнення напруженнями граничних значень. При дії навантаження, через особливості технологічного характеру й фізико-механічні властивості армованих пластиків, на границях контакту сполучених шарів відбувається утворення тонких неоднорідних міжфазних прошарків, різного роду недосконалостей, наприклад ділянок відшарування або непроклею. У цьому випадку припущення про неперервність переміщень і напружень при переході через границю контакту може виявитися суттєво порушеним. Третій підхід полягає в моделюванні ділянок неідеального контакту на міжфазних границях на основі дискретно-

структурної теорії тонких пластин і оболонок. Розв'язок контактної задачі сполучення твердих анізотропних шарів подано двома розрахунковими моделями. Згідно з першою моделлю [36] контакт твердих шарів здійснюється за допомогою клейового прошарку ненульової товщини. При цьому допускається, що на деякій локальній ділянці оболонки клейовий прошарок відсутній, тому в цій області враховується однобічний контакт між твердими шарами. Для другої моделі [113] характерне виконання статичних умов контакту поверхнею сполучення окремих шарів. Вважається, що напруження поперечного зсуву й обтискання на границі контакту рівні між собою. При цьому допускається пружне проковзування поверхнею контакту суміжних шарів. Додатково проводиться оцінка вірогідності результатів розрахунків двох моделей за допомогою безперервно-структурної моделі теорії пластин і оболонок (перший підхід). Тут кусково-неоднорідна за товщиною шарувата пластина або оболонка розглядаються як квазіоднорідна зі зведеними пружними характеристиками. При цьому вважається, що виконується припущення про ідеальний твердий контакт суміжних шарів.

1.2. Розрахункові моделі тонкостінних конструкцій з анізотропних матеріалів

Теорія тонкостінних конструкцій з композиційних матеріалів є одним з важливих розділів сучасної механіки деформівного твердого тіла. Велика кількість публікацій з питань міцності й стійкості шаруватих тонкостінних конструкцій, насамперед, викликана запитамі техніки, необхідністю створення нових наукомістких технологій виробництва композиційних матеріалів. Як і раніше, важливими залишаються завдання створення достовірних математичних моделей і розробка надійних і високоефективних методів розрахунків багатошарових конструкцій.

Аналіз цілого ряду оглядів [23, 25, 30, 31, 36, 71, 81, 85, 87, 92, 114, 124, 135, 136, 193] показує, що всі дослідження з питань механіки тонкостінних армованих елементів проводяться в трьох основних напрямках.

Перший пов'язаний з вибором математичних моделей тонкостінних елементів конструкцій. Прийнята математична модель порівнюється з її класичним аналогом за рівнем урахування тих або інших внутрішніх силових факторів, адекватності постановки крайових задач неоднорідної структури композиційного матеріалу. Для другого напрямку характерне обґрунтування запропонованих моделей, установлення зв'язків між ними й просторовими задачами теорії пружності. В третьому напрямі проводиться аналіз методів розв'язання різних класів задач і дослідження впливу геометричних і механічних параметрів та навантажень на поля напружень і переміщень, пропонуються варіанти використання отриманих результатів розрахунків при проектуванні тонкостінних елементів конструкцій різного призначення.

Основи класичної теорії анізотропних оболонок одержали детальне відбиття в монографіях С.О. Амбарцумяна [26, 27], Я.М. Григоренка [75], В.І. Корольова [121] і С.Г. Лехницького [128]. Докладна бібліографія з класичної теорії анізотропних пластин і оболонок є в огляді Е.І. Григолюка й Ф.А. Когана [73]. Підкреслюється, що ця теорія «являється коректною для тонких изотропных и слабо анизотропных оболочек, у которых жёсткости слоёв одного порядка (расчётные схемы слоёв эквивалентны)».

Як відомо, втрата несучої здатності шаруватих систем при дії стискаючого навантаження через слабкий опір поперечному відриву й міжшаровому зсуву відбувається задовго до досягнення напруженнями граничних значень. Тому при розрахунках на міцність і стійкість неоднородних пластин і оболонок із трансверсально ізотропного матеріалу або з матеріалу, у якому присутні шари зниженої жорсткості, класична теорія виявляється неприйнятною. Зазначені невідповідності класичної моделі та реальних умов деформування матеріалу шаруватих конструкцій стали основною причиною створення уточнених теорій анізотропних пластин і оболонок, які враховують

поперечні деформації зсуву й обтискання. Аналіз підходів до побудови математичних моделей на основі уточненої теорії шаруватих тонкостінних конструкцій міститься в оглядовій роботі [160].

Перший варіант уточненої неklasичної теорії належить С.П. Тимошенку [194]. При розв'язанні задачі згинальних коливань балки він вводить додатковий кут повороту поперечного переріза, що виникає через деформації поперечного зсуву. Модель, запропонована С.П. Тимошенком, одержала широке узагальнення в теорії однорідних і анізотропних пластин і оболонок. Відзначимо у зв'язку з цим огляди Е.І. Григолюка, І.Т. Селезова [71] і А.К. Галиньша [64].

Неklasична теорія пластин уперше побудована Е. Рейсснером [215]. При її побудові як вихідні гіпотези взяті основні розрахункові напруження – тангенціальні компоненти тензора напружень. Для них прийнятий лінійний закон, який відповідає припущенню про лінійну зміну тангенціальних переміщень – гіпотеза прямої лінії. Отримана система із двох рівнянь. Перше рівняння четвертого порядку характеризує згинання пластини. Друге рівняння другого порядку описує напружений стан, який носить місцевий характер і швидко загасає при віддаленні від краю пластини. О.Л. Гольденвейзер [67] запропонував називати цей стан «крайовим ефектом Рейсснера», підкреслюючи якісну відмінність від крайового ефекту в оболонках. У цій статті також відзначено, що в крайовій зоні теорія Е. Рейсснера може давати результати, далекі від дійсності. А.П. Прусаков на основі енергоасимптотичного методу [164] підтвердив цю думку, показавши, що напруження в затисненні пластини середньої товщини значно перевершують ті, які дає теорія Е. Рейсснера. У роботі [165] були отримані показники змінюваності крайового ефекту Рейсснера, а також потенційного й вихрового примежових шарів, що знаходяться відповідно до точного розв'язку А. І. Лур'є [130].

Неklasична теорія оболонок і пластин набула розвитку в працях: С.О. Амбарцумяна [26, 27, 28, 29], В.В. Васильєва [49], Б.Ф. Власова [61], І.І. Воровича, [62], Я.М. Григоренка, А.Т. Василенка [74, 76, 78],

Е.І. Григолюка, І. Т. Селезова [71], О. М. Гузя, І. Ю. Бабича, Я.М. Григоренка [86], Л.Г. Доннелла [90], Х.М. Муштарі, А.Г. Терегулова [140, 192], П.М. Нагді [208], Б.Л. Пелеха [154], А.П. Прусакова [163], О.Ф. Рябова [179] та інших учених. Особливо ефективними при побудові уточнених теорій пластин і оболонок виявилися методи, в основу яких покладені узагальнені варіаційні принципи теорії пружності [19, 46, 63, 138, 172].

Аналізу й зіставленню моделей пластин типу Тимошенка та Рейсснера присвячена робота В.В. Васильєва [218] і В.Г. Піскунова, О.О. Расказова [160]. Відзначається, що в розглянутих варіантах неперервно-структурних моделей теорії шаруватих пластин і оболонок видно наступність неklasичних теорій однорідних конструкцій. Зберігається загальне протиріччя, властиве цим теоріям: невідповідність між геометричною моделлю, що враховує викривлення нормалі, і системою внутрішніх зусиль, яка відповідає гіпотезі прямої. Це протиріччя, як показано в роботі [159], вносить похибку у результати розв'язку й скорочує область застосування теорії. Подальший розвиток теорії даний в [42, 168, 169]. Узагальнення розглянутої теорії міститься в монографії [167].

Статичні варіанти даної теорії, що враховують дії також і тангенціальних навантажень, її розвиток з урахуванням фізичної нелінійності [57, 59], узагальнені в монографіях [158, 170].

Узагальнення моделі Тимошенка для розрахунків багатошарових анізотропних (армованих) оболонок виконане Е.І. Григолюком і Г.М. Куліковим [70]. Тут, зокрема, розроблений енергетичний критерій визначення коефіцієнта зсуву для шаруватої структури. У роботах В.В. Пікуля [155, 156, 157] пропонується варіант фізично коректної прикладної уточненої теорії оболонок, де на основі методу мінімізації нев'язок врахована підвищена піддатливість оболонки в поперечних напрямках. Метод зважених нев'язок використовується при побудові уточненої теорії анізотропних оболонок в [174, 175].

Останнім часом активно розвиваються неklasичні теорії пластин і оболонок. Так, в [159, 170, 201] показано, що вектор переміщень і відповідно тензори деформацій і напружень повинні включати доданки, які враховують поперечне обтискання від безпосереднього прикладання зовнішніх навантажень.

Є класи задач механіки деформівного твердого тіла, у яких врахування поперечного обтискання впливає на результат. Це задачі контакту пластин і оболонок із твердими тілами (штампами), а також задачі взаємного контакту оболонок. Для таких задач, як показано в [113], врахування поперечного обтискання необхідне для того, щоб установити реальну картину розподілу напружень в області контакту, тобто контактних напружень. Проблема врахування напружень і деформацій поперечного обтискання проаналізована в [88].

Обґрунтування припущень неklasичних моделей неоднорідних оболонок здійснюється, як правило, двома різними способами. Один з них полягає в співставленні отриманих на їхній основі значень напружень і переміщень із даними точних або досить точних розв'язків окремих класів задач тривимірної теорії пружності [61, 75, 82, 142]. Останній огляд з аналітичних методів розв'язання тривимірних задач статичної анізотропних тіл поданий у роботі Ю.М. Неміша [143]. Для другого підходу характерно, що відповідне обґрунтування проводиться асимптотичними методами [52, 68, 74, 130, 140, 153, 164]. Ці методи побудови двовимірних моделей пружного деформування тонкостінних тіл, що враховують вплив поперечних деформацій, ґрунтуються на розкладанні в ряди по системах функцій деякого малого параметра переміщень і напружень. Як правило, передбачається, що товщина оболонки значно менше інших характерних геометричних розмірів оболонки. Аналіз з асимптотичних методів приведення тривимірних задач теорії пружності до двовимірних моделей міститься в роботах [72, 78, 143].

Так, наприклад, комплекс досліджень Я.М. Григоренка, А. Т. Василенка, Н.Д. Панкратової в області точних тривимірних розв'язків і неklasичної теорії

шаруватих оболонок і пластин, у тому числі змінної жорсткості, знайшов відображення в монографіях [74, 75, 78, 82]. Чисельному аналізу та результатам у цьому напрямі присвячені роботи [83, 84] та ін. Крім того, в [47] дане порівняння результатів дослідження напруженого стану анізотропних композитних оболонок у різних постановках, точних і наближених.

Некласичні задачі теорії оболонок на основі методу І.Н. Векуа відображені в книзі [87], де некласична теорія знайшла застосування для розв'язання ряду інженерних задач. В.К. Чибіряков розвив цей метод [199] для розрахунків товстих пластин, у тому числі шаруватих, побудувавши чисельно-аналітичні процедури їх розрахунків. І.Ю. Хома [197] узагальнив метод І.Н. Векуа для анізотропних оболонок і пластин, зобразивши перехід від тривимірних рівнянь до двовимірних розкладанням переміщень за товщиною в поліномах Лежандра. Для розрахунків багат шарових пластин цей метод застосований у роботі [129].

У книзі Л. П. Хорошуна [147] для побудови двовимірних рівнянь неоднорідних оболонок і пластин використане подання про однорідний напружено-деформований стан тонкостінного шаруватого елемента. Отримані рівняння є більш загальними, ніж ті, що ґрунтуються на моделі Тимошенка.

А.С. Сахаровим і його співавторами [133] запропонована математична модель деформування багат шарових композитних оболонкових систем, що є узагальненням моделі Тимошенка. Переміщення мають два ступені апроксимації. Перший ґрунтується на гіпотезі прямої лінії, а другий вводить цю гіпотезу пошарово, тобто гіпотезу ламаної для пакета шарів. Перевага моделі полягає в простоті реалізації, тому що система розв'язувальних рівнянь включає тільки диференціальні оператори другого порядку.

Розвитком даного напрямку є ітераційно-аналітична процедура побудови розв'язувальних співвідношень теорії шаруватих систем, викладена в монографії [141]. В основі процедури лежить принцип стаціонарності повної енергії деформації. Тут також набуло розвитку моделювання процесів руйнування (розшарування) багат шарових композитних оболонок.

Співвідношення пружності розглянутих вище варіантів уточнених теорій анізотропних тонкостінних конструкцій включають інтегральні (зведені) жорсткісні характеристики, що не дозволяє в досить повній мері оцінювати вплив неоднорідності механічних параметрів за товщиною. Звичайно в теорії тонких багатошарових пластин і оболонок з ідеальним зчепленням між шарами застосовуються два різні підходи до побудови уточнених двовимірних теорій [73], які зараз часто називаються феноменологічним і дискретно-структурним.

При феноменологічному підході кусково-неоднорідна за товщиною шарувата пластина або оболонка розглядаються як квазіоднорідні зі зведеними пружними характеристиками. Порядок рівнянь, що отримуються при цьому, не залежить від числа шарів. При дискретно-структурному підході враховується неоднорідність будови оболонки введенням кінематичних або статичних (або кінематичних і статичних) гіпотез для кожного окремого шару. Порядок рівнянь, що отримуються при цьому, залежить від числа шарів, але ці рівняння дозволяють урахувати локальні ефекти на границях контакту шарів. Тому саме дискретно-структурний підхід виявився придатним, зокрема, для розрахунків багатошарових конструкцій з різного роду недосконаlostями поверхонь контакту шарів.

Окремо слід виділити клас завдань, пов'язаних з розрахунками тришарових пластин і оболонок [20, 109, 189]. Такі конструкції містять у собі два несучі шари та заповнювач, що забезпечує їхню спільну роботу. Для виводу рівнянь тришарових конструкцій кінематичні гіпотези застосовуються для кожного окремого шару. У зв'язку з цим порядок таких рівнянь буде визначатися кількістю шарів. Огляд результатів чисельних досліджень напружено-деформованого стану, стійкості й коливань тришарових оболонок і пластин можна знайти в роботах Е. І. Григолюка, Ф. А. Когана [73], Л. М. Куршина [124], Л. Лібреску, Т. Хаузе [205], А. Нура [211].

Моделі тришарових конструкцій із заповнювачем одержали узагальнення для багатошарових систем. В [73] зазначено, що вперше застосування кінематичних гіпотез для кожного окремого шару при побудові рівнянь

шаруватих систем з довільним числом шарів запропоноване П. П. Чулковим. Цей підхід, який сформулював загальну дискретно-структурну теорію шаруватих систем, розвинений в [32, 200].

Рівняння багатошарових пластин з довільною кількістю шарів були побудовані В. В. Болотіним [39, 40, 41] стосовно до армованих шаруватих середовищ. Тут багатошарові пластини подані як системи з твердих і м'яких шарів, що чергуються. М'які шари визначаються властивостями з'єднувача й сприймають поперечні дотичні напруження. Для твердих шарів правдива гіпотеза прямої нормалі. У випадку багатошарової пластини регулярної структури виводяться наближені розв'язувальні рівняння, які описують напружено-деформований стан деякої пластини, енергетично еквівалентної до заданої. Шарувате середовище замінюється квазіоднорідним анізотропним середовищем, що має мікроструктурні властивості заданої системи. Теорія такого роду одержала назву «мікроструктурної». Розвиток цього підходу узагальнений в монографії В. В. Болотіна і Ю. Н. Новічкова [36]. Тут подана модель багатошарових середовищ із довільного числа шарів при широких припущеннях про їхні властивості. Розвинені методи розрахунків систем регулярної структури, що містять число шарів як параметр. Як граничний варіант загальної моделі запропонована теорія шаруватих композиційних матеріалів дрібношаруватої структури. Найдокладніше розглядаються системи з чергованими несучими шарами високоміцних, високомодульних матеріалів і шарами зниженої жорсткості.

Слід зазначити, що при постановці, яка враховує тривимірний характер роботи кожного шару і пошарове задовільняння умов на торцях, дискретно-структурна теорія дозволяє з високим ступенем точності описати як загальний напружено-деформований стан, так і локальні ефекти в шарах, наприклад, локальну втрату стійкості. До загальних протиріч дискретно-структурної теорії належить порушення умов контакту шарів для поперечних дотичних напружень. Залежність числа й порядку рівнянь від кількості шарів породжує труднощі реалізації.

У цьому зв'язку заслуговує на увагу підхід, запропонований Я.М. Григоренком й А.Т. Василенком [134]. В основу виводу рівнянь шаруватих оболонок довільної будови за товщиною покладене припущення про наявність у кожному шарі місцевих кутів повороту, зумовлених деформаціями поперечного зсуву (гіпотеза ламаної лінії), при задоволенні умов неперервності переміщень і дотичних напружень на поверхні контакту шарів. При цьому переміщення й кути повороту кожного з шарів виражено через величини одного з них, а неперервність дотичних напружень забезпечується припущенням, що кути зсуву суміжних шарів обернено пропорційні модулям зсуву. Загальне число незалежних кінематичних параметрів становить п'ять, як у випадку, якщо введена гіпотеза прямої для пакета шарів у цілому. Порядок системи розв'язувальних рівнянь не залежить від числа шарів. У цьому сенсі даний підхід еквівалентний другому з відзначених напрямів теорії моделювання шаруватих систем.

Не зупиняючись на відмінностях в постановках і методах розв'язання перерахованих вище задач, треба відзначити, що при розрахунках шаруватих оболонок часто доводиться враховувати різного роду недосконалості, тобто початкові прогини серединної поверхні несучих шарів, непростоклії і т.д. Тому кращою виявляється дискретно-структурна теорія багатошарових оболонок, вихідна математична модель якої враховує специфіку роботи кожного окремого шару. Трудомісткість задач значно зростає, якщо на ділянці розшарування враховується контакт шарів.

1.3. Чисельне моделювання напруженого стану й експериментальні дослідження шаруватих конструкцій

Найбільш ефективний і універсальний чисельний метод механіки деформівного твердого тіла – метод скінченних елементів (МСЕ). В [170] прийнята така класифікація скінченних елементів (СЕ) кусково-неоднорідної (шаруватої) структури: просторові або тривимірні; спеціалізовані двовимірні

для розрахунків тришарових конструкцій; двовимірні для розрахунків шаруватих систем з довільною кількістю шарів.

Застосування тривимірних СЕ приводить до систем рівнянь високих порядків, оскільки у випадку порівняно тонких шарів виникає необхідність у нанесенні густої сітки елементів поверхнею оболонки або плити. Для зменшення числа невідомих вводять додаткові допущення, наприклад припущення про сталість прогинів за товщиною.

У зв'язку із зазначеною особливістю доцільна побудова двовимірних СЕ, що ґрунтуються на більш загальних варіантах неklasичної теорії шаруватих конструкцій, які враховують нелінійний або кусково-лінійний закон зміни тангенціальних і нормальних переміщень по товщині пакета шарів, і в окремому випадку, приводять до моделі класичної теорії. Описи СЕ такого типу й відомості про їхню реалізацію містяться в [158, 166, 171].

Неперервно-структурні неklasичні моделі шаруватих пологих оболонок і пластин, покладені в основу цих СЕ, дозволяють розглядати шаруваті системи з довільною будовою пакета по товщині. Ця особливість розширює можливості для побудови чисельно стійких алгоритмів розрахунків неоднорідних систем типу оболонок і пластин на основі МСЕ. Вона приводить до дискретно-континуальної схеми розрахунків (ДКС МСЕ), коли дискретизація здійснюється тільки поверхнею системи, а по товщині кожна її частина (СЕ) є неоднорідним (шаруватим) континуумом. Зазначені типи СЕ характеризуються незалежністю числа ступенів свободи у вузлах від кількості шарів.

Чисельне дослідження збіжності результатів розрахунків по ДКС МСЕ на основі зсувної моделі проведене в [171], де також подано порівняння теоретичних результатів розрахунків за МСЕ з експериментальними даними. Швидкість збіжності результатів, отриманих за неklasичною моделлю така ж, як і за класичною моделлю. Однак при ідентичних апроксимаціях СЕ неklasичної моделі дає відносну похибку менше, ніж СЕ класичної моделі.

Комбінація дискретних і аналітичних процедур є досить характерним для сучасного етапу розвитку теорії розрахунків конструкцій і дозволяє суттєво

зменшити обсяг обчислень. В [141, 181] такі процедури будуються на основі моментної схеми скінченних елементів (МССЕ). Відзначимо, що МССЕ, як і ДКС МСЕ, досить ефективні в моделюванні напружено-деформованого стану шаруватих систем, тому що порядок розв'язувальних рівнянь не залежить від числа шарів, а можливість включення до складу пакета шарів з «нульовими» параметрами жорсткості дозволяє моделювати дефекти типу розшарувань і інших особливостей недосконалої в контактні шарів.

Інший напрям чисельно-аналітичних підходів покладений рядом робіт Я.М. Григоренка і його співавторами [74, 75, 76, 77], де за допомогою різних аналітичних способів співвідношення розглянутої математичної моделі оболонки або пластини приводяться до системи диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами. Крайові задачі при цьому вирішуються стійким чисельним методом, як правило, методом дискретної ортогоналізації Годунова [65].

Наявність локальних і крайових ефектів, які викликані неоднорідною структурою нових конструкційних матеріалів, високою змінюваністю зовнішнього навантаження, способом закріплення країв конструкції, накладає певні умови розв'язності крайових задач і обумовлює нестійкість обчислення в процесі чисельної реалізації задачі. Останнім часом для таких задач широко використовується математичний апарат сплайн-функцій [141], перевага якого полягає у високій стійкості сплайнових апроксимацій щодо різного роду локальних збурювань, швидкої збіжності, простоти й зручності реалізації алгоритмів. Огляд робіт з теорії пластин і оболонок з використанням методу сплайнової апроксимації міститься в [80]. До чисельно-аналітичних підходів також слід віднести методи, у яких на основі гібридного підходу використовується комбінація методів скінченних різниць і граничних елементів, а також методу рядів Фур'є й методу граничних елементів.

Для наукового обґрунтування теорії шаруватих систем був виконаний ряд експериментальних досліджень, мета яких полягала у виявленні особливостей деформування цих систем і обґрунтування положень теорії. Дані про

експериментальні роботи порівняно нечисленні [21, 24, 35, 43, 111, 122, 150, 162, 167, 169, 184, 190]. Спочатку експериментів зазнали тришарові конструкції.

Дані випробувань на згинання тришарових елементів конструкцій містяться в роботах А.Я. Александрова, Л.Е. Брюккера, Л.М. Куршина [21], Л.Є. Брюккера [43], В.І. Корольова [122], Е.С. Остерніка [150]. Експериментальні зразки [21, 43, 122] являли собою пластини прямокутної форми із зовнішніми алюмінієвими шарами й пінопластовим заповнювачем. Досліджувався вплив величини модуля зсуву заповнювача, умов закріплення торців, геометричних розмірів пластини й співвідношень товщини заповнювача до товщини зовнішніх шарів на напружено-деформований стан тришарових конструкцій. В [150] експериментально на прикладі згинання тришарової балки був підтверджений нелінійний закон розподілу висотою балки тангенціальних переміщень, що підтверджує обґрунтованість неklasичної теорії.

Експериментальні дані для пластин симетричної структури із числом шарів більше трьох наведені в роботах [167, 169, 190].

В [167, 169] випробувані на згинання прямокутні в плані пластини, а також визначені частоти власних коливань таких пластин. Несучі шари пластини виконувалися з металевих або склопластикових аркушів, а як заповнювач використовувався пінопласт. При складанні пластин несучі шари й шари заповнювача склеювалися смолою холодного отвердіння ЕД–20 і витримувалися під тиском протягом доби. Теоретичні результати з неklasичної теорії в [167] отримані для шарнірно закріплених пластин розв'язком у тригонометричних рядах, а для інших випадків закріплення – чисельно МСЕ. Дані експерименту добре узгоджуються з теоретичними результатами.

Експериментально вивчений і теоретично доведений вплив поперечного зсуву на прогин і несучу здатність при згинанні вільно опертих квадратних пластин зі склопластику в роботі [190]. Крім того, тут на прикладі згинання багатошарових вільно опертих балок, навантажених двома зосередженими

силами, експериментально й теоретично досліджується викривлення поперечних перерізів.

Несуча здатність склопластикових трубчастих зразків при осьовому розтяганні залежно від величини кута укладання шарів перехресно армованого композита теоретично й експериментально вивчалася авторами роботи [24].

Випробування тонкостінних труб зі склопластику [111, 184, 162] проводилися на розтягання й кручення, внутрішній і зовнішній тиск, також був вивчений напружено-деформований стан зразків при дії на них різного роду комбінацій зазначених видів навантаження. Усі зразки труб випробовувалися до руйнування. Експериментальна перевірка найпоширеніших критеріїв міцності Мізеса-Хілла, Фішера, Прагера, Веррена, Норріса, Ашкеназі для композиційних матеріалів проведена в [162]. Аналіз теоретично й експериментально визначених величин критичного зовнішнього тиску циліндричних оболонок [162] показав, що пружні характеристики й характеристики міцності склопластику залежать не тільки від схем армування, але й від відносного вмісту армуючого матеріалу.

Методика визначення масштабних коефіцієнтів подібності фізико-механічних характеристик конструкцій зі склопластику запропонована в роботі [35]. Для експериментальної перевірки цієї методики зі склопластику різних розмірів були виготовлені зразки у вигляді пластинок, призм і кілець. Результати випробувань серії великомасштабних і дрібномасштабних зразків показали, що існує проста подібність в статистичному сенсі в межах 12%.

Зразки [152], отримані спіральним намотуванням просякненого смолою базальтового джгута на циліндричну металеву оправку, випробовувалися на розрив і зсув пластикового шару до його руйнування. Розриву пластикового шару при розтяганні передувало руйнування на поверхні розділу метал – пластиковий шар внаслідок поширення міжфазної тріщини.

1.4. Розрахунки на міцність конструкцій з композиційних матеріалів

Різні сторони сучасної механіки композитів відображені в монографіях [37, 45, 49, 85, 120, 132, 135, 161, 202] і оглядах Х. Альтенбаха [25], А. Нура, В. Бартона [209, 210], Дж. Редді [212, 213, 214]. Дослідження в області теорії шаруватих композитних систем показали, що при впливі на них силових полів, змінюваність яких описується довжинами хвиль, що суттєво перевищують розміри структурних елементів, композит можна розглядати як однорідний анізотропний матеріал. Специфіка полягає тільки в тому, що коефіцієнти рівнянь стану еквівалентного анізотропного матеріалу будуть залежати від властивостей компонентів, котрі складають композит.

У цей час достатньо повно розроблені й обґрунтовані методи визначення ефективних характеристик композита, якщо його поведінка описується узагальненим законом Гука [41, 45], і значно меншою мірою, якщо він деформується нелінійно або пружно-пластично [51, 120]. Такий підхід дозволяє здійснювати розрахунки конструкцій з композитів методами теорії пружності анізотропного тіла [26, 76, 83, 121, 137, 145, 180].

Однак слід визнати, що модель композита як анізотропного тіла є наближеною, тому що вона не враховує ефектів мікромеханічного характеру [45, 85]. Все-таки вона виявилася досить обґрунтованою при визначенні таких інтегральних характеристик, як переміщення, зусилля й моменти, критичні навантаження й частоти коливань оболонок.

Експериментально й теоретично показано [51, 148, 177], що шаруваті композиційні матеріали через високу анізотропію властивостей міцності елементарних шарів, починаючи з деякого рівня навантаження, проявляють властивості непружності. Шари, для яких критерії міцності виконуються раніше при рості навантаження, перестають сприймати додаткове навантаження. Відбувається перерозподіл навантаження на незруйновані шари. У цілому шаруватий пакет зберігає несучу здатність, однак його жорсткість змінюється в процесі навантаження. Прояв непружності волокнистих

композитів на макрорівні може бути також наслідком стійкого процесу нагромадження або розвитку мікротріщин у структурі матеріалу.

У роботі [45] запропоновані методи визначення ефективних характеристик матеріалу при наявності тріщин на границі волокно – з'єднувач. Ці методи можна використовувати для визначення модулів матеріалу на кожному етапі навантаження, якщо відомі розміри тріщин при досягнутому рівні навантаження.

Різні критерії міцності з'єднання шарів при наявності розшарувань, види й моделі руйнування, а також експериментальні методи визначення опору композитів розшаруванню розглядаються в [107, 116, 123, 182, 191].

Для гарантії безпечної й ефективної роботи будь-якого матеріалу конструкційного призначення проектування повинне містити співставлення напружено-деформованого стану із критерієм міцності матеріалу. Критерії міцності або граничного стану можуть записуватися для максимальних напружень або деформацій, а також враховувати взаємодію напружень (наприклад, критерій, що ґрунтується на енергії формозміни). Вони не обов'язково відповідають стану повного руйнування матеріалу. Критерії граничного стану зазвичай характеризують початкові прояви процесу руйнування, як то плинність, що передує повному руйнуванню [123].

Прогнозування характеристик міцності композиційного матеріалу методами структурного моделювання в ряді випадків призводить до невірних результатів не тільки в кількісному, але й у якісному відношенні. Це пояснюється тим, що руйнування композита є багатофакторним фізично неоднорідним процесом [144], де фізико-механічні характеристики елементів композиції відіграють важливу, але не визначальну роль. Процесу макроруйнування композита, який звичайно приводить до повної втрати його функціональних якостей як конструкційного матеріалу, передує більш-менш тривалий період зародження, взаємодії й розвитку в об'ємі композита різних мікродефектів, про що свідчать дані сейсмоакустичних, рентгеноструктурних та інших методів дослідження [69, 188].

На міцність конструкції з композиційного матеріалу істотний вплив чинять її розміри, форма й характер навантаження (швидкість навантаження, вид навантаження, що прикладається, взаємодія різних видів навантаження між собою й такі супутні фактори, як температура, вологість, радіація й т.п.) [118, 188, 196]. Крім того, руйнування композиційного матеріалу є стохастичним процесом [38, 144, 188].

Структурний підхід до оцінки макроміцності композита полягає у визначенні залежності характеристик макроруйнування композита, так званих характерних міцностей [131, 132], від характеристик міцності структурних елементів і параметрів макроструктури композита. При цьому характеристики міцності структурного елемента визначаються експериментально або теоретично в результаті розрахунків його спільної роботи структури й вихідних елементів.

У випадку, якщо втрата несучої здатності конструкції з композита пов'язана з початковими стадіями процесу руйнування конструкційного матеріалу або руйнування конструкції розглядається процес, що розвивається в часі, то враховуються стани окремих структурних елементів, а на мікрорівні – вихідних елементів композиції. Така група критеріїв, що задають умови досягнення відповідних граничних станів композита називається критеріями початкового руйнування.

Критерії початкового руйнування, що описують умови виникнення дефектів структури композита, запропоновані в роботах А.М. Скудри й Ф.Я. Булавса [183, 185].

Для композитів із пластичною матрицею початок руйнування пов'язують із виникненням у з'єднувачу пластичних деформацій. Як критерій початкового руйнування для таких матеріалів вибирається одна з умов пластичності (плинності) [132], при цьому поверхня початкового руйнування композита буде збігатися з поверхнею плинності матеріалу з'єднувача.

У випадках, коли ранні стадії руйнування конструкційного матеріалу за умовами експлуатації конструкції припустимі або руйнування матеріалу

розглядається на більш високих структурних рівнях, початок руйнування композита пов'язують із руйнуванням окремих структурних елементів відповідного порядку. Так для шаруватих композитів застосовується пошаровий аналіз руйнування [60, 112, 177, 198].

Ідея пошарового аналізу руйнування шаруватого композита полягає в оцінці несучої здатності кожного монослоя пакета з наступним виключенням з розгляду зруйнованих і перерахуванні напружено-деформованого стану. Процедура припиняється після виконання критерію макроруйнування шаруватого пакета. Такий підхід узагальнюється на випадок довільного структурного елемента композита, деформативні характеристики й характеристики міцності якого відомі.

1.5. Висновки по першому розділу

Узагальнюючи викладене, відзначимо таке. Дотепер виконане значне число робіт, присвячених створенню методів розрахунків на міцність оболонок з композиційних матеріалів шаруватої структури, але жодна з існуючих розробок не містить досить ефективного методу розрахунків багатошарових комбінованих балонів високого тиску з урахуванням шаруватої структури пакета, анізотропії пружних властивостей матеріалу, схеми армування, характерних конструктивних факторів, особливостей спільної роботи й умов контакту шарів.

Слід зазначити, що більша частина розрахунків на міцність анізотропних оболонок і пластин відповідно до допущень макропідходу проводиться в геометрично й фізично лінійній постановці. Хоча, як показали розрахунки на міцність посудин високого тиску зі склопластиків [24], уже при навантаженнях, що дорівнюють 15 – 20% від руйнівних, значення напружень в окремих шарах оболонки вище границь міцності односпрямованого матеріалу.

Актуальними, як і раніше, залишаються питання експериментальної перевірки різних моделей, що враховують дефекти структури композиційного

матеріалу, розробка пакетів прикладних програм розрахунків тонкостінних конструкцій на міцність із розшаруваннями й геометричними недосконаlostями, створення науково обґрунтованих методик нормування припустимих дефектів.

РОЗДІЛ 2

ДОСЛІДЖЕННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНО-СТРУКТУРНОЇ ТЕОРІЇ ШАРУВАТИХ ОБОЛОНОК І ПЛАСТИН З ДЕФЕКТАМИ СТРУКТУРИ

Розв'язок двовимірних крайових задач на основі дискретно-структурної теорії багат шарових оболонок обертання й пластин пов'язаний з великими труднощами обчислювального плану. Високий порядок системи розв'язувальних диференціальних рівнянь у частинних похідних, різноманітність геометричних форм, відмінність типів граничних умов, змінюваність зовнішнього навантаження, нелінійність геометричних і фізичних співвідношень є основними причинами створення різного роду наближених підходів до розв'язання такого класу задач. Одне з найбільш ефективних і часто використовуваних припущень – зниження розмірності розв'язувальних рівнянь вихідної крайової задачі методом розділення змінних і зведення їх до системи звичайних диференціальних рівнянь.

Окремо слід виділити клас задач теорії оболонок і пластин, розв'язок яких уже в початковій постановці зводиться до системи звичайних диференціальних рівнянь. Це, як правило, задачі статички осесиметрично навантажених оболонок обертання й пластин круглої в плані форми. Для розглянутого класу задач в [83, 81, 115, 134] розроблений ефективний алгоритм числового розв'язку, що використовує для інтегрування двоточкових крайових задач стійкий метод дискретної ортогоналізації С.К. Годунова [65]. Такий метод використаний при розв'язанні задач статички оболонок і пластин з композиційних матеріалів з послабленим контактом між окремими шарами в [53–57, 96–106, 219].

Для неосесиметрично навантажених оболонок обертання зі сталими в коловому напрямку фізико-механічними параметрами в [81, 83, 115, 134] використовується умова періодичності, й шуканий розв'язок подається у вигляді рядів Фур'є. Це дозволяє вихідну задачу в частинних похідних звести

до розв'язання системи звичайних диференціальних рівнянь. Аналогічний підхід застосовується для розв'язання задач про напружено-деформований стан відкритих оболонок обертання й пластин. Чисельно-аналітичний розв'язок задач статки теорії оболонок і пластин із застосуванням сплайн-апроксимацій у напрямку однієї координати й чисельному інтегруванні в напрямку іншої поданий в роботах [31, 79]. Крім зазначених підходів, для зниження розмірності задач застосовуються добре відомі чисельні методи: скінченних елементів, скінченних різниць, інтегральних рівнянь.

2.1. Осесиметрична деформація тонкостінних конструкцій шаруватої структури з ідеальним контактом шарів

2.1.1. Спосіб обчислення геометричних параметрів оболонок обертання. Відомо, що поверхня оболонок обертання утворюється обертанням кривої лінії, що лежить у площині YOZ, навколо осі OZ (рис. 2.1 а)).

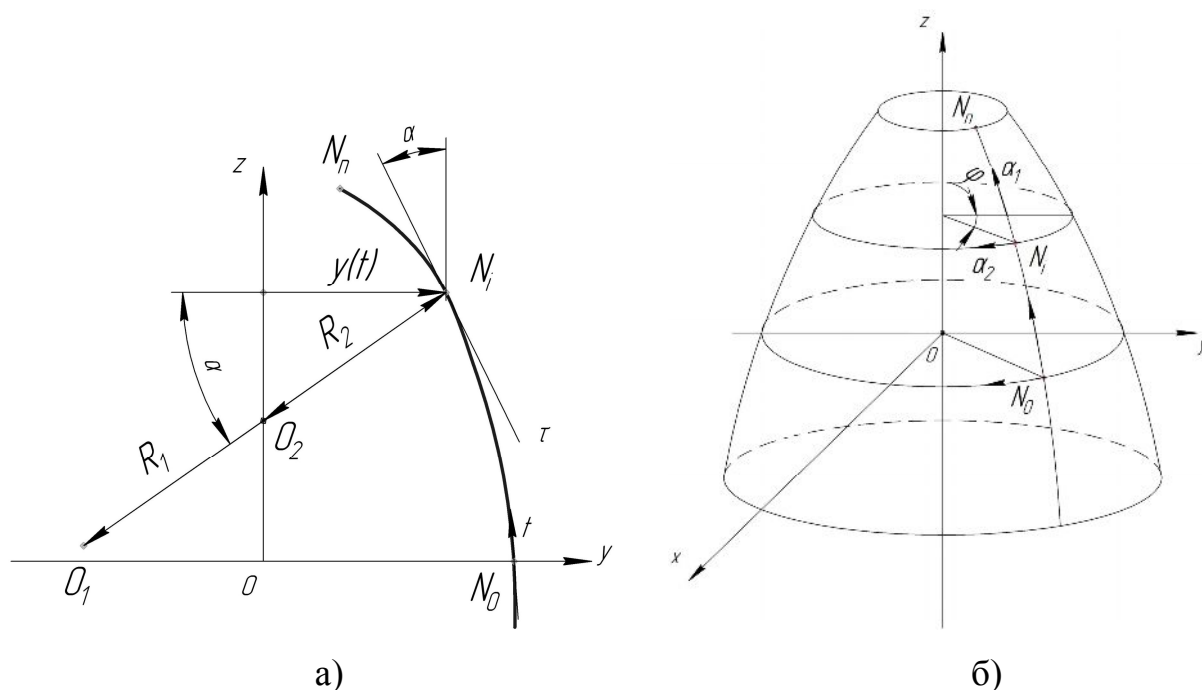


Рис. 2.1. Поверхня оболонки обертання

Положення точки N_i на поверхні оболонки обертання визначається за

допомогою криволінійних координат α_1, α_2 , які збігаються з лініями головних кривизн [68]. При цьому компонента тензора другої квадратичної форми поверхні, що характеризує кручення поверхні, дорівнює нулю.

Для оболонок обертання характерні такі геометричні параметри, які входять у геометричні співвідношення й рівняння рівноваги: коефіцієнти Ламе A й B , головні кривизни $k_1 = 1/R_1$, $k_2 = 1/R_2$ і додаткові параметри –

$$\rho_1 = -\frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha_1}, \quad \rho_2 = -\frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \alpha_2},$$

що входять у систему розв'язувальних звичайних диференціальних рівнянь.

Через те, що коефіцієнт Ламе A не залежить від координати α_2 , додатковий параметр $\rho_2 = 0$.

Криву N_0N_n (рис. 2.1 б)) називають меридіаном. Нехай рівняння меридіана задане в параметричній формі – $z = z(t)$, $y = y(t)$, де t – дугова координата, яка відраховується від початкової точки N_0 до кінцевої точки N_n .

Використовуючи відомі співвідношення кривизн для дуги N_0N_n у точці N_i – $k_1 = \frac{d\alpha}{dt}$ і похідні від функцій $z = z(t)$, $y = y(t)$ (рис. 2.1 а))

$$\begin{aligned} z'_t &= \frac{dz}{dt} = \cos \alpha, & y'_t &= \frac{dy}{dt} = \sin \alpha, \\ z''_t &= \frac{d^2z}{dt^2} = -k_1 \sin \alpha, & y''_t &= \frac{d^2y}{dt^2} = k_1 \cos \alpha, \end{aligned}$$

нескладно одержати таку формулу кривизни меридіана:

$$k_1 = z'_t y''_t - y'_t z''_t. \quad (2.1)$$

Квадрат довжини поверхневого лінійного елемента, кінці якого розташовані в точках $N(t, \varphi)$ і $N'(t + dt, \varphi + d\varphi)$, запишеться

$$ds^2 = (dt)^2 + (y d\varphi)^2, \quad (2.2)$$

де φ – кут циліндричної системи координат ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$).

Таким чином, для обчислення параметрів Ламе можна записати вирази

$$A = 1, \quad B = y(t) \quad (2.3)$$

Кривизна перерізу, нормального до меридіана оболонки обертання, визначається виразом (рис. 2.1 а))

$$k_2 = \cos \alpha / y = z'_1 / y. \quad (2.4)$$

Додатковий параметр ρ_1 набуває вигляду

$$\rho_1 = -\frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha_1} = -\frac{1}{AB} \frac{dB}{dt} = -y'_1 / y. \quad (2.5)$$

Коли оболонка обертання має складну форму поверхні, меридіан такої поверхні зручно апроксимувати у вигляді В-сплайнів, заданих у вигляді параметричних функцій $(z(t), y(t))$ на рівномірній сітці

$$z_i = (i-1)\Delta t, \quad y_i = (i-1)\Delta t, \quad i = 1, \dots, n.$$

В основу процедури покладені алгоритми [89] реалізації В-сплайн апроксимацій. Задача апроксимації вирішується як відома задача найменших квадратів для заданих граничних умов. За допомогою В-сплайнов

$$z(t) = \sum_{j=1}^k C_j B_j(t), \quad y(t) = \sum_{j=1}^k C'_j B_j(t),$$

де C_j, C'_j – коефіцієнти, k – порядок сплайн-функції, нескладно знайти значення геометричних параметрів (2.1) – (2.5).

2.1.2. Зведені пружні характеристики багатошарового анізотропного матеріалу. Відомо, що елементи тонкостінних конструкцій з композитів, як правило, складаються з комбінації по-різному орієнтованих односпрямованих шарів. Властивості міцності шаруватих композитів, на відміну від ізотропних матеріалів, мають чітко виражену анізотропію. При цьому руйнування більш «слабкого» шару при статичному навантаженні може відбуватися раніше, ніж настане момент граничного стану композита в цілому.

Властивості матеріалів, проєктованих конструкцій з композита й можливі варіанти схем армування досить різноманітні. Тому теоретична задача визначення деформаційних і міцнісних властивостей композиційного матеріалу при мінімальних витратах на експеримент стає актуальною.

У композиційному матеріалі з регулярною структурою, як правило, присутні повторювані елементи у вигляді односпрямованих шарів. Зневажаючи

на неоднорідність структури на мікрорівні кожного шару, можна знайти ефективні характеристики окремих шарів на макрорівні. При цьому деформаційна модель матеріалу має квазіоднорідну структуру, складену з різних шарів.

Визначення деформаційних характеристик композиційних матеріалів за властивостями компонентів (армуючий матеріал, матриця) і характеру їх розташування в матеріалі являє собою одну з основних задач теорії армування.

Аналіз різних підходів [24, 36, 45, 132, 184, 190] до розрахунків пружних характеристик композиційного матеріалу показує, що коректну оцінку впливу схем укладання арматури на фізико-механічні характеристики матеріалу можна одержати, вирішуючи граничні задачі теорії пружності для багатозв'язної області. Однак такі розрахунки не виключають похибок, обумовлених відхиленням реальної структури матеріалу від її ідеалізованої моделі. Для врахування зазначених відхилень використовуються статистичні методи й визначаються кореляційні функції констант матеріалу. Як правило, зазначений підхід пов'язаний із трудомістким чисельним аналізом.

В основу наближених розрахунків за Фойгтом і Рейссом пружних характеристик композиційних матеріалів покладений принцип підсумовування повторюваних елементарних шарів. Пружні характеристики елементарного шару визначаються у два етапи [24, 36, 132]. Спочатку знаходяться характеристики зведеної матриці за рахунок усереднення пружних властивостей волокон ортогонально-армованого матеріалу шару. Вважається, що компоненти матеріалу (волокно й матриця) ізотропні, лінійно пружні й працюють спільно на всіх етапах деформування. Крім того, прийняті припущення, згідно з якими: не враховуються напруження, перпендикулярні до волокон при дії нормального навантаження уздовж волокон; поперечні деформації при розтяганні – стисканні кожної компоненти пропорційні її об'ємному змісту в матеріалі; на границі волокно-матриця виключається розгляд концентрації напружень. На другому етапі здійснюються розрахунки

характеристик шару, виходячи із пружних властивостей волокон і модифікованої матриці.

Експериментальні дані [184] добре збігаються зі значеннями пружних характеристик композиційних матеріалів, обчислених на основі методів [24, 36, 132]. Для ортотропного матеріалу розрахункові залежності пружних характеристик армованого високомодульними волокнами шару мають вигляд

$$\begin{aligned}
 E_1^{(k)} &= \psi_1^{(k)} E_B + \frac{(1 + \psi_1^{(k)})(1 + \psi_3^{(k)})}{1 - \psi_1^{(k)}} E_M, & E_2^{(k)} &= \frac{(1 + \psi_1^{(k)})(1 + \psi_3^{(k)})}{(1 - \psi_1^{(k)})(1 - \psi_3^{(k)})(1 - \nu_B^2)} E_M, \\
 E_3^{(k)} &= \psi_3^{(k)} E_B + \frac{(1 + \psi_1^{(k)})(1 + \psi_3^{(k)})}{(1 - \psi_1^{(k)})(1 - \nu_B^2)} E_M, & \nu_{12}^{(k)} &= \frac{\nu_B(1 + \psi_3^{(k)})(1 + \psi_1^{(k)})}{\psi_1^{(k)}(1 - \psi_3^{(k)})(1 - \psi_1^{(k)})(1 - \nu_B^2)} E_M, \\
 \nu_{13}^{(k)} &= \nu_B \psi_3^{(k)} + (1 - \psi_3^{(k)}) \nu_M, & \nu_{23}^{(k)} &= \nu_B \psi_3^{(k)} + (1 - \psi_3^{(k)}) \nu_M, \\
 G_{12}^{(k)} &= \frac{1 + \psi_1^{(k)}}{(1 - \psi_1^{(k)})(1 + \psi_3^{(k)})} G_M, & G_{23}^{(k)} &= \frac{1 + \psi_3^{(k)}}{(1 - \psi_3^{(k)})(1 - \psi_1^{(k)})} G_M, \\
 G_{13}^{(k)} &= \frac{(1 + \psi_1^{(k)})(1 + \psi_3^{(k)})}{(1 - \psi_1^{(k)})(1 - \psi_3^{(k)})} G_M, & &
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

де індекс «в» ставиться до арматур (волокон), «м» – до з'єднувача (матриці); $\psi_1^{(k)}$, $\psi_3^{(k)}$ – відносний об'ємний вміст арматур шару в напрямку осей 1 і 3 (рис. 2.2 а);

$$g = E_B / E_M, \quad G_B = \frac{E_B}{2(1 + \nu_B)}, \quad G_M = \frac{E_M}{2(1 + \nu_M)}, \tag{2.7}$$

де ν_B , ν_M – коефіцієнти Пуассона.

Коефіцієнт армування $\psi_1^{(k)}$, що характеризує відносний об'ємний вміст волокон, можна визначити за формулою

$$\psi_1^{(k)} = \frac{\pi(d_B^{(k)})^2}{4h^{(k)}} i_B^{(k)}, \tag{2.8}$$

де $h^{(k)}$ – товщина армованого шару; $d_B^{(k)}$ – діаметр волокон; $i_B^{(k)}$ – частота армування. Геометрія однонаправлено армованого шару показана на рис. 2.2, а). Усі величини з індексом k відносимо до k-го шару оболонки.

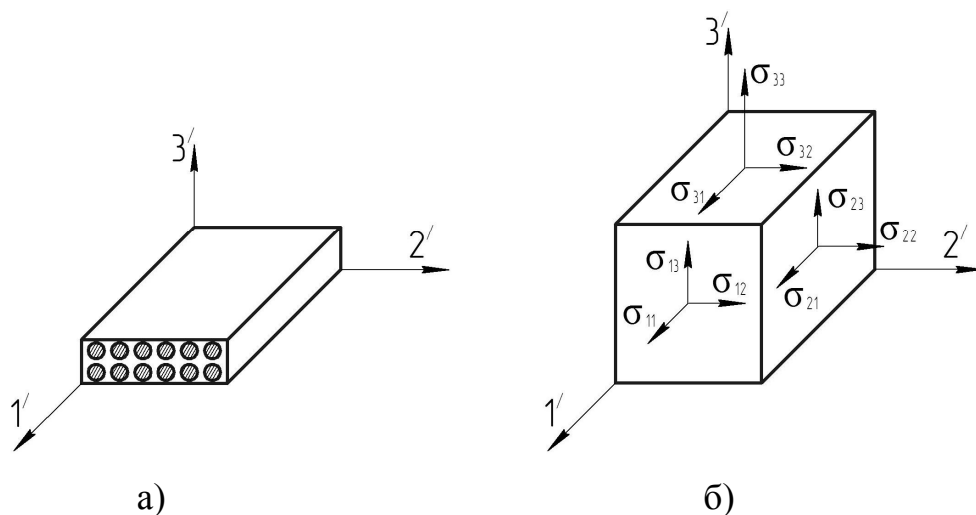


Рис. 2.2. Однонаправлено армований шар: а) геометрія; б) напруження

Співвідношення пружності для ортотропного однонаправлено армованого шару в його осях симетрії $1'$, $2'$ з урахуванням фізико-технічних сталих (2.6) – (2.8) у матричній формі мають вигляд

$$\sigma_{(k)}' = a_{(k)}' \varepsilon_{(k)}'; \varepsilon_{(k)}' = b_{(k)}' \sigma_{(k)}', \quad (2.9)$$

де $\sigma_{(k)}' = [\sigma_{1'1'}^{(k)}, \sigma_{2'2'}^{(k)}, \sigma_{3'3'}^{(k)}, \sigma_{2'3'}^{(k)}, \sigma_{1'3'}^{(k)}, \sigma_{1'2'}^{(k)}]^T$, $\varepsilon_{(k)}' = [\varepsilon_{1'1'}^{(k)z}, \varepsilon_{2'2'}^{(k)z}, \varepsilon_{3'3'}^{(k)z}, \varepsilon_{2'3'}^{(k)z}, \varepsilon_{1'3'}^{(k)z}, \varepsilon_{1'2'}^{(k)z}]^T$ – матриці-стовпці напружень і деформацій шару в напрямку осей симетрії $1'$, $2'$ (рис. 2.2 б));

$$a_{(k)} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(k)} & a_{12}^{(k)} & a_{13}^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}^{(k)} & a_{22}^{(k)} & a_{23}^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}^{(k)} & a_{32}^{(k)} & a_{33}^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44}^{(k)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55}^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66}^{(k)} \end{bmatrix},$$

$$b_{(k)} = \begin{bmatrix} b_{11}^{(k)} & b_{12}^{(k)} & b_{13}^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ b_{21}^{(k)} & b_{22}^{(k)} & b_{23}^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ b_{31}^{(k)} & b_{32}^{(k)} & b_{33}^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{44}^{(k)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{55}^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{66}^{(k)} \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

– матриці жорсткості та піддатливості k -го ортотропного шару в напрямку осей симетрії $1'$, $2'$ відповідно.

Якщо тонкостінний елемент складається з однонаправлено армованих шарів, осі локальних систем координат яких не збігаються з осями глобальної системи координат, що має місце, наприклад, у перехресно армованих оболонках, тоді з'являється можливість варіювати властивостями матеріалу за рахунок кута армування.

Нехай β – кут між осями симетрії k -го шару оболонки $\alpha_1^{(k)\beta}$, $\alpha_2^{(k)\beta}$ і напрямками координатних ліній $\alpha_1^{(k)}$, $\alpha_2^{(k)}$, тобто кут армування. Можна бачити, що в повернених осях $\alpha_1^{(k)\beta}$, $\alpha_2^{(k)\beta}$, з армований шар має анізотропні властивості й одну площину пружної симетрії. Тоді стають слухними співвідношення пружності

$$\sigma_{(k)} = a_{(k)}^{\beta} \varepsilon_{(k)}, \quad (2.11)$$

де

$$a_{(k)}^{\beta} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(k)\beta} & a_{12}^{(k)\beta} & a_{13}^{(k)\beta} & 0 & 0 & a_{16}^{(k)\beta} \\ a_{21}^{(k)\beta} & a_{22}^{(k)\beta} & a_{23}^{(k)\beta} & 0 & 0 & a_{26}^{(k)\beta} \\ a_{31}^{(k)\beta} & a_{32}^{(k)\beta} & a_{33}^{(k)\beta} & 0 & 0 & a_{36}^{(k)\beta} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44}^{(k)\beta} & a_{45}^{(k)\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54}^{(k)\beta} & a_{55}^{(k)\beta} & 0 \\ a_{61}^{(k)\beta} & a_{62}^{(k)\beta} & a_{63}^{(k)\beta} & 0 & 0 & a_{66}^{(k)\beta} \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

– матриця коефіцієнтів жорсткості k -го анізотропного шару в напрямку головних координатних ліній α_1, α_2 ; $\sigma_{(k)} = [\sigma_{11}^{(k)}, \sigma_{22}^{(k)}, \sigma_{33}^{(k)}, \sigma_{23}^{(k)}, \sigma_{13}^{(k)}, \sigma_{12}^{(k)}]^T$, $\varepsilon_{(k)} = [\varepsilon_{11}^{(k)}, \varepsilon_{22}^{(k)}, \varepsilon_{33}^{(k)}, \varepsilon_{23}^{(k)}, \varepsilon_{13}^{(k)}, \varepsilon_{12}^{(k)}]^T$ – матриці - стовпці напружень і деформацій шару в напрямку головних координатних ліній α_1, α_2 .

Для подальшого викладу матеріалу систему рівнянь (2.11) зручно подати у вигляді

$$\sigma_{(k)}^{\alpha} = a_{(k)\alpha}^{\beta} \varepsilon_{(k)}^{\alpha}; \quad \sigma_{(k)}^{\alpha 3} = a_{(k)\alpha 3}^{\beta} \varepsilon_{(k)}^{\alpha 3}, \quad (2.13)$$

де в (2.13) введені позначення:

$$\begin{aligned}
\sigma_{(k)}^\alpha &= [\sigma_{11}^{(k)}, \sigma_{22}^{(k)}, \sigma_{33}^{(k)}, \sigma_{12}^{(k)}]^T; \quad \sigma_{(k)}^{\alpha 3} = [\sigma_{23}^{(k)}, \sigma_{13}^{(k)}]^T; \\
\varepsilon_{(k)}^\alpha &= [\varepsilon_{11}^{(k)}, \varepsilon_{22}^{(k)}, \varepsilon_{33}^{(k)}, \varepsilon_{12}^{(k)}]^T; \quad \varepsilon_{(k)}^{\alpha 3} = [\varepsilon_{23}^{(k)}, \varepsilon_{13}^{(k)}]^T; \\
\mathbf{a}_{(k)\alpha}^\beta &= \begin{bmatrix} a_{11}^{(k)\beta} & a_{12}^{(k)\beta} & a_{13}^{(k)\beta} & a_{16}^{(k)\beta} \\ a_{21}^{(k)\beta} & a_{22}^{(k)\beta} & a_{23}^{(k)\beta} & a_{26}^{(k)\beta} \\ a_{31}^{(k)\beta} & a_{32}^{(k)\beta} & a_{33}^{(k)\beta} & a_{36}^{(k)\beta} \\ a_{61}^{(k)\beta} & a_{62}^{(k)\beta} & a_{63}^{(k)\beta} & a_{66}^{(k)\beta} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{a}_{(k)\alpha 3}^\beta = \begin{bmatrix} a_{44}^{(k)\beta} & a_{45}^{(k)\beta} \\ a_{54}^{(k)\beta} & a_{55}^{(k)\beta} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{2.14}$$

У випадку, коли композит являє собою набір n різноорієнтованих шарів односпрямованого матеріалу, зведені пружні характеристики розглянутого пакета шарів знаходять із співвідношень

$$\sigma^\alpha = \mathbf{a}_\alpha^\beta \varepsilon^\alpha; \quad \sigma^{\alpha 3} = \mathbf{a}_{\alpha 3}^\beta \varepsilon^{\alpha 3}, \tag{2.15}$$

де $\mathbf{a}_{ij}^\beta = \sum_{k=1}^n \mathbf{a}_{ij}^{(k)\beta} h_{(k)}'$, $h_{(k)}' = h_{(k)}/h$ – відносна товщина k -го шару.

Технічні пружні сталі багатошарового контуру при розтяганні можна одержати, перетворивши систему рівнянь (2.15) до вигляду

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} &= a_{11}^\beta \varepsilon_{11} + a_{12}^\beta \varepsilon_{22} + a_{13}^\beta \varepsilon_{33} + a_{16}^\beta \varepsilon_{12}, \\
0 &= a_{21}^\beta \varepsilon_{11} + a_{22}^\beta \varepsilon_{22} + a_{23}^\beta \varepsilon_{33} + a_{26}^\beta \varepsilon_{12}, \\
0 &= a_{31}^\beta \varepsilon_{11} + a_{32}^\beta \varepsilon_{22} + a_{33}^\beta \varepsilon_{33} + a_{36}^\beta \varepsilon_{12}, \\
0 &= a_{61}^\beta \varepsilon_{11} + a_{62}^\beta \varepsilon_{22} + a_{63}^\beta \varepsilon_{33} + a_{66}^\beta \varepsilon_{12}.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Підставивши вираз $E_1 = \frac{\sigma_{11}}{\varepsilon_{11}}$ в перше рівняння системи рівнянь (2.16) і

попередньо виразивши деформації ε_{22} , ε_{33} , ε_{12} через ε_{11} , за допомогою трьох рівнянь (2.16), що залишилися, нескладно знайти значення E_1

$$E_1 = \frac{\det \mathbf{a}_\alpha^\beta}{M_{11}}. \tag{2.17}$$

У формулі (2.17) M_{11} – мінор елемента a_{11}^β матриці \mathbf{a}_α^β . Аналогічним шляхом знаходять інші значення технічних сталей:

$$E_2 = \frac{\det \mathbf{a}_\alpha^\beta}{M_{22}}; \quad E_3 = \frac{\det \mathbf{a}_\alpha^\beta}{M_{33}}, \tag{2.18}$$

де E_2 , E_3 – модулі пружності першого роду;

$$G_{12} = \frac{\det a_{\alpha}^{\beta}}{M_{44}}; G_{13} = a_{55}^{\beta} - \frac{(a_{45}^{\beta})^2}{a_{44}^{\beta}}; G_{23} = a_{44}^{\beta} - \frac{(a_{45}^{\beta})^2}{a_{55}^{\beta}}, \quad (2.19)$$

де G_{12} , G_{13} , G_{23} – модулі зсуву;

$$\nu_{12} = \frac{M_{12}}{M_{11}}; \nu_{13} = \frac{M_{13}}{M_{11}}; \nu_{23} = \frac{M_{23}}{M_{22}}. \quad (2.20)$$

ν_{12} , ν_{13} , ν_{23} – коефіцієнти Пуассона. Інші три значення коефіцієнтів Пуассона ν_{21} , ν_{31} , ν_{32} знаходять за допомогою співвідношень

$$\nu_{ij}E_j = \nu_{ji}E_i \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (2.21)$$

Тут перший індекс коефіцієнта Пуассона вказує на напрямок прикладання навантаження, а другий – напрямок поперечної деформації, викликаной цією силою.

Як приклад розрахунків пружних характеристик перехресно армованого матеріалу розглядається вуглепластик [125, 126], який складається з 31 шару з кодом $[0_2^{\circ}/90^{\circ}/0_2^{\circ}/\pm 45^{\circ}/(0_2^{\circ}/90)_2/\pm 45^{\circ}/\bar{0}^{\circ}]_s$, і склопластик з подовжньо – поперечною схемою укладання 19 моношарів $[(0^{\circ}/90^{\circ})_s/\bar{0}^{\circ}]_s$.

Властивості складових композицій:

1. Вуглепластик. Згідно з паспортними даними модулі пружності E_v , зсуву G_v і коефіцієнт Пуассона ν_v вуглецевого волокна ЛУ–03 відповідно дорівнюють 235000 МПа, 90400 МПа й 0,3. Механічні характеристики сполучного вуглепластику (блок співполімер епокситрифенольної і аніліноформальдегідної смол): $E_m=3500$ МПа, $G_m=1320$ МПа, $\nu_m= 0,32$. У кожному моношарі товщиною 0,171 мм об'єм, що займається волокнами, становить 55 % загального об'єму.

2. Склопластик. Як матриця склопластику використовувався епоксидний полімер 5–211Б з такими параметрами пружності: $E_m= 4200$ МПа, $G_m=1500$ МПа, $\nu_m= 0,4$. Армуючим елементом композиції є тканина сатинової структури Т–10–80. Товщина тканини дорівнює 0,25 мм. Цупкість тканини по основі становить 36 ниток/см, по утоку – 20 ниток/см. Тканина виготовлена шляхом переплетення алюмоборосилікатних ниток БС6–26×1×1 (Е-скло).

Діаметр волокна становить $6 \cdot 10^{-3}$ мм. Механічні характеристики волокна: $E_B = 74800$ МПа, $G_B = 31000$ МПа, $\nu_B = 0,2$. Кількість волокон в одній нитці досягає 800 шт. У результаті проведених авторами робіт [125] обчислень було показано, що модуль пружності нитки дорівнює 74506 МПа, модуль зсуву й коефіцієнт Пуассона нитки можуть бути прийняті такими ж, як і для волокна.

Технічні сталі пружності розглянутих багатошарових композитів, отримані на основі поданих залежностей (2.6) – (2.21) наведено в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

Пружні характеристики вугле- і склопластиків

Матеріал	Вид результату	E_{ij} , МПа	G_{ij} , МПа	ν_{ij}	ν_{ji}
Вуглепластик	Експериментально-теоретичний [125]	$E_{11} = 91000$ $E_{22} = 38700$ $E_{33} = 8590$	$G_{12} = 11540$ $G_{13} = 2750$ $G_{23} = 1070$	$\nu_{12} = 0,26$ $\nu_{13} = 0,30$ $\nu_{23} = 0,30$	$\nu_{21} = 0,110$ $\nu_{31} = 0,028$ $\nu_{32} = 0,067$
	Результати розрахунків	$E_{11} = 84457$ $E_{22} = 42026$ $E_{33} = 14703$	$G_{12} = 12410$ $G_{13} = 4287$ $G_{23} = 3677$	$\nu_{12} = 0,21$ $\nu_{13} = 0,28$ $\nu_{23} = 0,3$	$\nu_{21} = 0,11$ $\nu_{31} = 0,049$ $\nu_{32} = 0,1$
Склопластик	Експериментально-теоретичний [125]	$E_{11} = 26600$ $E_{22} = 23300$ $E_{33} = 10760$	$G_{12} = 5030$ $G_{13} = 1140$ $G_{23} = 950$	$\nu_{12} = 0,17$ $\nu_{13} = 0,52$ $\nu_{23} = 0,53$	$\nu_{21} = 0,150$ $\nu_{31} = 0,062$ $\nu_{32} = 0,245$
	Результати розрахунків	$E_{11} = 24260$ $E_{22} = 24260$ $E_{33} = 9989$	$G_{12} = 4254$ $G_{13} = 2947$ $G_{23} = 2947$	$\nu_{12} = 0,15$ $\nu_{13} = 0,42$ $\nu_{23} = 0,42$	$\nu_{21} = 0,15$ $\nu_{31} = 0,17$ $\nu_{32} = 0,17$

При цьому вважалось, що склопластик являє собою трансверсально ізотропний матеріал і складається з 19 односпрямованих армованих 30 нитками/см шарів товщиною 0,25 мм. Кількість ниток у шарі визначалася в

результаті розрахунків і відповідала експериментальному значенню модуля пружності E_{11}^e . Відносний об'ємний вміст арматур шару в напрямку осі 3 приймався $\psi_3^{(k)} = 0,05\psi_1^{(k)}$.

Порівняння результатів, наведених у таблиці 2.1, підтверджує коректність запропонованої методики визначення усереднених технічних параметрів багат шарового композита. Виключення склали фізико-механічні характеристики трансверсального зсуву й обтиснення – G_{13} , G_{23} , E_{33} , ν_{13} , ν_{23} . Проведені чисельні дослідження показали, що при малому значенні $\psi_3^{(k)}$ ($\psi_3^{(k)} \leq 0,025$), порівняно з щільністю укладання волокон у двох інших напрямках, зміна цього параметра позначається тільки на величинах модулів зсуву й обтиснення в площинах 13 і 23 і то незначно.

На закінчення можна навести формулу, за допомогою якої легко визначати зусилля в армуючих волокнах k -го шару оболонки із прийнятною для інженерних розрахунків точністю

$$N_B^{(k)} = \frac{\pi(d_B^{(k)})^2}{4} E_B \varepsilon_{1'r}^{(k)}(z),$$

де z – поперечна координата серединної поверхні k -го шару.

2.1.3. Узагальнена жорсткість багат шарового анізотропного пакета за теорією С.П. Тимошенка. Нехай багат шарова оболонка складається з n тонких анізотропних шарів (рис. 2.3). Кожний шар недеформованої оболонки віднесений до ортогональної криволінійної системи координат α^i ($i=1,2$), $z^{(k)}$. Координата $z^{(k)}$ спрямована по спільній нормалі $\vec{m}^{(k)}$ до серединної поверхні $S^{(k)}$ й еквідистантної поверхні $S_z^{(k)}$; k – номер шару. Індекс “ z ” при введенні інших символів означає, що відповідні величини належать до точки $(\alpha^1, \alpha^2, z^{(k)})$ еквідистантної поверхні $S_z^{(k)}$.

Уводячи декартову систему координат 123 таким чином, що площина 102 збігається із серединною площиною багат шарового елемента симетричної структури по товщині, закон деформування всього пакета шарів за теорією С.П. Тимошенка визначається співвідношеннями

$$T = A \varepsilon, \quad (2.22)$$

$$\begin{bmatrix} M \\ L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & K \\ K & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \psi \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

$$\begin{bmatrix} Q^\gamma \\ L^\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & R \\ R & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^\gamma \\ \psi^\gamma \end{bmatrix}, \quad (2.24)$$

де $T = [T^{11}, T^{22}, Q^3, T^{12}]^T$, $M = [M^{11}, M^{22}, M^{12}]^T$, $L = [L^{11}, L^{22}, L^{12}]^T$, $Q^\gamma = [Q^2, Q^1]^T$, $L^\gamma = [L^{23}, L^{13}]^T$ – віднесені до одиниці довжини координатних ліній недеформованої серединної поверхні багат шарового елемента контраваріантні компоненти тензорів тангенціальних зусиль T^{ij} , згинальних і крутних моментів M^{ij} , додаткового згинального й крутного моментів L^{ij} , поперечних сил деформацій зсуву й обтиснення Q^1, Q^3 ; $\varepsilon = [\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \varepsilon_{12}]^T$, $\chi = [\chi_{11}^\gamma, \chi_{22}^\gamma, \chi_{12}^\gamma]^T$, $\psi = [\psi_{11}, \psi_{22}, \psi_{12}]^T$, $\varepsilon^\gamma = [\varepsilon_{23}^\gamma, \varepsilon_{13}^\gamma]^T$, $\psi^\gamma = [\psi_2, \psi_1]^T$ – відповідно компоненти тензорів тангенціальних деформацій ε_{ij} і зміни кривизн $\chi_{ij}^\gamma, \psi_{ij}$ серединної поверхні шаруватого матеріалу, а також деформацій поперечного зсуву $\varepsilon_{i3}^\gamma, \psi_{i3}$ й обтиснення ε_{33} .

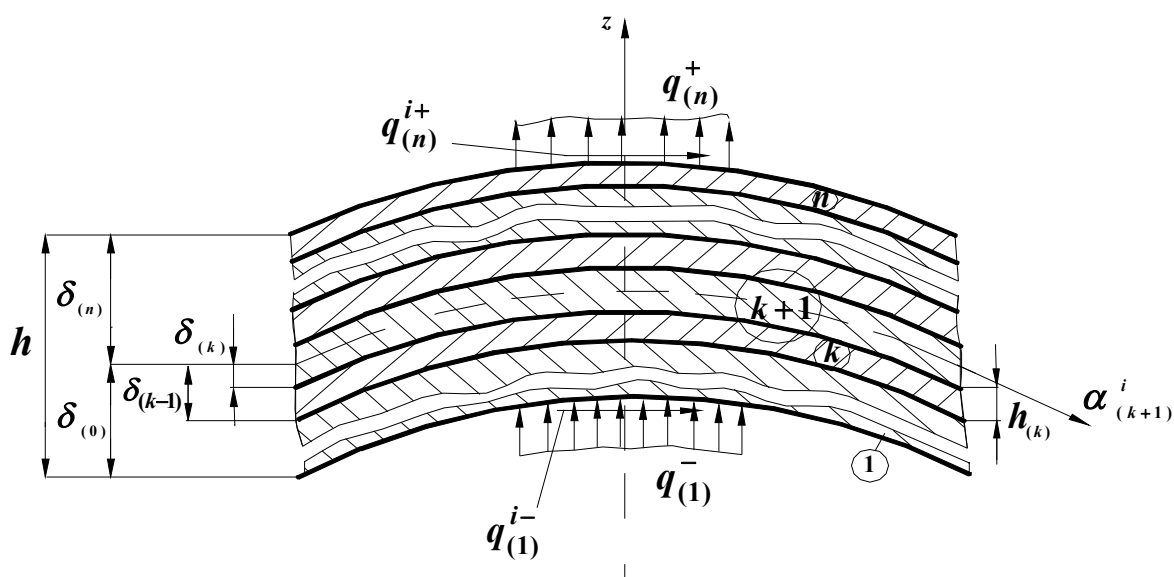


Рис. 2.3. Розрахункова схема багат шарового елемента

Компоненти матриць жорсткості A, D, K, F, C, R, G обчислюються в результаті підсумовування інтегрованих за товщиною оболонки відповідних жорсткостей шару:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n \int_{\delta_{k-1}}^{\delta_k} a_{ij}^{(k)} dz \quad (i, j = 1, 2, 3, 6),$$

$$(D_{ij}, K_{ij}, F_{ij}) = \sum_{k=1}^n \int_{\delta_{k-1}}^{\delta_k} (z^2, z\varphi(z), \varphi^2(z)) a_{ij}^{(k)} dz \quad (i, j = 1, 2, 6),$$

$$(C_{ij}, R_{ij}, G_{ij}) = \sum_{k=1}^n \int_{\delta_{k-1}}^{\delta_k} a_{ij}^{(k)} [1, 0,5\varphi'(z), (0,25\varphi'(z))^2] dz \quad (i, j = 4, 5), \quad (2.25)$$

де $a_{ij}^{(k)}$ – сталі параметри жорсткості k -го шару, n – кількість шарів, $\varphi(z)$ – функція, яка визначає нелінійний характер розподілу тангенціальних переміщень по товщині багатошарового пакета.

Можна подати функцію $\varphi(z)$ у вигляді

$$\varphi(z) = zf(z) = \frac{z[-2z^2 + 3(\delta_0 - \delta_N)z - 6\delta_0\delta_N]}{h^3}, \quad (2.26)$$

де $f(z) = [-2z^2 + 3(\delta_0 - \delta_N)z - 6\delta_0\delta_N]/h^3$ – функція, що характеризує параболічний закон розподілу поперечних дотичних напружень за товщиною пакета h . Функція $f(z)$ задовольняє умову нормування, тобто $\sum_{k=1}^n \int_{\delta_{k-1}}^{\delta_k} f(z) dz = 1$.

Припускаючи, що механічні характеристики в межах кожного шару оболонки не залежать від поперечної координати, вирази для матриць жорсткості (2.25) переписуться в спрощеній формі

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\delta_k - \delta_{k-1}) a_{ij}^{(k)} \quad (i, j = 1, 2, 3, 6),$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\delta_k^3 - \delta_{k-1}^3) a_{ij}^{(k)} \quad (i, j = 1, 2, 6),$$

$$K_{ij} = \sum_{k=1}^n [\lambda_1(\delta_k) - \lambda_1(\delta_{k-1})] a_{ij}^{(k)} \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

$$F_{ij} = \sum_{k=1}^n [\lambda_2(\delta_k) - \lambda_2(\delta_{k-1})] a_{ij}^{(k)} \quad (i, j = 1, 2, 6), \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned}
C_{ij} &= \sum_{k=1}^n (\delta_k - \delta_{k-1}) a_{ij}^{(k)} \quad (i, j = 4, 5), \\
R_{ij} &= \sum_{k=1}^n [\lambda_3(\delta_k) - \lambda_3(\delta_{k-1})] a_{ij}^{(k)} \quad (i, j = 4, 5) \\
G_{ij} &= \sum_{k=1}^n [\lambda_4(\delta_k) - \lambda_4(\delta_{k-1})] a_{ij}^{(k)} \quad (i, j = 4, 5).
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Тут введені позначення:

$$\begin{aligned}
\lambda_1(z) &= \frac{6z^3[-z^2/15 + (\delta_0 + \delta_N)z/8 - \delta_0\delta_N/3]}{h^3}, \\
\lambda_2(z) &= 36z^3[z^4/63 - (\delta_0 + \delta_N)z^3/18 + 3(\delta_0 + \delta_N)^2z^2/60 + \\
&+ 8\delta_0\delta_Nz^2/60 - \delta_0\delta_N(\delta_0 + \delta_N)z/4 + (\delta_0\delta_N)^2/3]/h^6, \\
\lambda_3(z) &= \frac{0,5z[-2z^2 + 3(\delta_0 + \delta_N)z - 6\delta_0\delta_N/3]}{h^3}, \\
\lambda_4(z) &= 9z^3[z^2/5 - (\delta_0 + \delta_N)z/2 + (\delta_0 + \delta_N)^2/3 + 2\delta_0\delta_N/3 - \\
&- 9z^2\delta_0\delta_N(\delta_0 + \delta_N) + 9z(\delta_0\delta_N)^2]/h^6.
\end{aligned}$$

Можна одержати залежності, що зв'язують деформації й зусилля, які виникають в елементах шаруватої структури при навантаженні

$$\varepsilon = \mathbf{bT}, \quad \begin{bmatrix} \chi_{(k)} \\ \Psi_{(k)} \end{bmatrix} = \mathbf{d} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{(k)} \\ \mathbf{L}_{(k)} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_{(k)}^\gamma \\ \Psi_{(k)}^\gamma \end{bmatrix} = \mathbf{g} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{(k)}^\gamma \\ \mathbf{L}_{(k)}^\gamma \end{bmatrix}, \tag{2.28}$$

де \mathbf{b} , \mathbf{d} , \mathbf{g} – матриці піддатливості. Після перетворень матриці піддатливості набувають вигляду

$$\begin{aligned}
(\mathbf{b}_{ij}) &= (\mathbf{A}_{ij})^{-1} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 4), \quad (\mathbf{d}_{ij}) = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{K} \\ \mathbf{K} & \mathbf{F} \end{bmatrix}^{-1} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6), \\
(\mathbf{g}_{ij}^{(k)}) &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{(k)} & \mathbf{R}_{(k)} \\ \mathbf{R}_{(k)} & \mathbf{G}_{(k)} \end{bmatrix}^{-1} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 4).
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Використовуючи інтеграл додаткової роботи деформації $F_p^{(k)}$ функціонала Рейсснера, можна одержати уточнені залежності фізичних співвідношень (2.28), (2.29) для всього пакета шарів у цілому.

Розподіл напружень поперечного зсуву й обтиснення σ_{i3} , σ_{33} ($i = 1, 2$) за товщиною пакета шарів відповідає припущенням про зміну деформацій $\varepsilon_{i3}^{(k)z}$, $\varepsilon_{33}^{(k)z}$ залежно від координати z для k -го шару, а також фізичним співвідношенням узагальненого закону Гука

$$\sigma_{i3} = a^{45} \varepsilon_{23}^y + a^{55} \varepsilon_{13}^y + \frac{1}{2} \varphi'_{(z)} (a^{45} \psi_2 + a^{55} \psi_1), \quad (1 \leftrightarrow 2, 4 \leftrightarrow 5), \quad (2.30)$$

$$\sigma_{33} = a^{31} \varepsilon_{11} + a^{32} \varepsilon_{22} + a^{33} \varepsilon_{33}. \quad (2.31)$$

Статичні умови контакту на лицьових поверхнях першого й n -го шару анізотропної оболонки можуть містити ненульові значення горизонтальних або вертикальних складових зовнішнього навантаження $q_{(1)}^{(-)i}$, $q_{(n)}^{(+i)}$, $q_{(1)}^{(-)}$, $q_n^{(+)}$. Наявність в умовах контакту сталих величин, які не залежать від координати z , не дозволяє тільки за допомогою функції (2.26) точно задовольнити граничні умови на поверхнях оболонки $z = \delta_0$, $z = \delta_N$ (рис. 2.3).

2.1.4. Лінеаризація розв'язувальної системи звичайних диференціальних рівнянь. Згідно [70], розв'язок геометрично нелінійної задачі нескладно одержати на основі ітераційного методу Ньютона-Канторовича. Можна подати систему диференційно-алгебраїчних співвідношень у вигляді

$$\Phi(\vec{Y}) = 0, \quad (2.32)$$

де Φ – диференційно-алгебраїчний оператор. Тоді відповідно до методу Ньютона-Канторовича система (2.32) перепишеться

$$\Phi(\vec{Y} + \Delta\vec{Y}) = \Phi(\vec{Y}) + \Phi'_y(\vec{Y})\Delta\vec{Y} = 0. \quad (2.33)$$

Тут $\Delta\vec{Y}$ – мале збільшення вектор-функції \vec{Y} .

Задаючи два послідовні наближення у вигляді

$$\vec{Y}^{(i+1)} = \vec{Y}^{(i)} + \Delta\vec{Y},$$

систему (2.35) можна переписати

$$\Phi(\vec{Y}^{(i)}) + \Phi'_y(\vec{Y}^{(i)}) (\vec{Y}^{(i+1)} - \vec{Y}^{(i)}) = 0. \quad (2.34)$$

Оператор $\Phi(\vec{Y})$ (2.32) слід подати у формі

$$\Phi(\vec{Y}) = \Phi^l(\vec{Y}) + \Phi^n(\vec{Y}) = 0, \quad (2.35)$$

де $\Phi^l(\vec{Y})$, $\Phi^n(\vec{Y})$ – лінійний і нелінійний оператори. Тоді, враховуючи співвідношення $\Phi_Y^l(\vec{Y}^{(i)})\vec{Y}^{(i)} = \Phi^l(\vec{Y}^{(i)})$, $\Phi_Y^l(\vec{Y}^{(i)})\vec{Y}^{(i+1)} = \Phi^l(\vec{Y}^{(i+1)})$, складемо замість системи (2.36) ітераційну схему методу Ньютона-Канторовича

$$\Phi^l(\vec{Y}^{(i+1)}) + \Phi_Y^n(\vec{Y}^{(i)})\vec{Y}^{(i+1)} + \Phi^n(\vec{Y}^{(i)}) - \Phi_Y^l(\vec{Y}^{(i)})\vec{Y}^{(i)} = 0. \quad (2.36)$$

Таким чином, на $(i+1)$ -й ітерації методу Ньютона-Канторовича система зберігає той же вигляд, крім нелінійних доданків.

Ітераційний процес закінчується, коли розбіжність двох останніх розв'язків виявляється меншою за задану величину ε . Як перше наближення рекомендується використовувати розв'язок лінійної крайової задачі.

2.2. Осесиметрична деформація багат шарових оболонок обертання з послабленим контактом між шарами

Тут на основі залежностей геометрично нелінійної дискретно-структурної теорії шаруватих елементів конструкцій досліджений напружено-деформований стан анізотропних пластин і оболонок. Сполучення жорстких анізотропних шарів на міжшарових границях моделюються трьома розрахунковими моделями [56], у яких ураховуються умови їх ідеального й послабленого контакту.

Для першої моделі характерне виконання статичних умов контакту поверхнею сполучення окремих шарів. Вважається, що напруження поперечного зсуву й обтиснення на границі контакту рівні між собою. При цьому допускається пружне проковзування поверхнею контакту суміжних шарів.

Згідно із другою моделлю контакт жорстких шарів здійснюється за допомогою клейового прошарку ненульової товщини. При цьому допускається,

що на деякій локальній ділянці оболонки клейовий прошарок відсутній, тому в цій області враховується однобічний контакт між жорсткими шарами.

Оцінка достовірності результатів, отриманих по перших двох моделях, здійснювалася із залученням безперервно-структурної моделі теорії пластин і оболонок (третя модель). Третя модель добре відома й часто використовується при розрахунках анізотропних тонкостінних елементів, коли кусково-неоднорідна по товщині шарувата пластина або оболонка розглядаються як квазіоднорідна зі зведеними пружними характеристиками. При цьому вважається, що виконується припущення про ідеальний жорсткий контакт суміжних шарів.

Нехай оболонка обертання шаруватої структури є осесиметричною конструкцією щодо механічних, геометричних параметрів у напрямку колової координати, яка знаходиться під дією осесиметричного зовнішнього навантаження. Таким чином, якщо не розглядати можливість переходу від осесиметричної форми рівноваги до неосесиметричних форм, усі величини, що характеризують напружено-деформований стан таких конструкцій, не залежать від координати α_2 і є функціями лише однієї координати α_1 .

З урахуванням введених припущень система рівнянь запишеться

$$\frac{d\vec{Y}^{(k)}}{A_{(k)}d\alpha_1} = F(\alpha_1, \vec{Y}^{(k)}, \vec{f}^{(k)}), \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \text{Тут } \vec{Y}^{(k)} &= \{\vec{Y}_1^{(k)}, \vec{Y}_2^{(k)}, \dots, \vec{Y}_{14}^{(k)}\}^T = \\ &= \{\Gamma_{11}^{(k)}, \Gamma_{12}^{(k)}, R_{13}^{(k)}, M_{11}^{(k)}, M_{12}^{(k)}, L_{11}^{(k)}, L_{12}^{(k)}, u_1^{(k)}, u_2^{(k)}, w^{(k)}, \gamma_1^{(k)}, \gamma_2^{(k)}, \psi_1^{(k)}, \psi_2^{(k)}\}^T \quad - \text{ вектор} \end{aligned}$$

розв'язків; компоненти вектора правих частин F у розгорнутій формі мають вигляд

$$\begin{aligned} F_1^{(k)} &= \rho_1^{(k)} Y_1^{(k)} - \rho_1^{(k)} T_{22}^{(k)} - k_1^{(k)} Y_3^{(k)} - X_1^{(k)}; \\ F_2^{(k)} &= 2\rho_1^{(k)} Y_2^{(k)} - k_2^{(k)} R_{23}^{(k)} - X_2^{(k)}; \\ F_3^{(k)} &= k_1^{(k)} Y_1^{(k)} + \rho_1^{(k)} Y_3^{(k)} + k_2^{(k)} T_{22}^{(k)} - X_3^{(k)}; \\ F_4^{(k)} &= \rho_1^{(k)} Y_4^{(k)} - \rho_1^{(k)} M_{22}^{(k)} + Q_1^{(k)} - \frac{h_{(k)}}{2} X_1^{(k)}; \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned}
F_5^{(k)} &= 2\rho_1^{(k)}Y_5^{(k)} + Q_2^{(k)} - \frac{h^{(k)}}{2}X_2^{(k)}; \\
F_6^{(k)} &= \rho_1^{(k)}Y_6^{(k)} - \rho_1^{(k)}L_{22}^{(k)} + L_{13}^{(k)} - \Phi_{(k)}\left(\frac{h^{(k)}}{2}\right)X_1^{(k)}; \\
F_7^{(k)} &= 2\rho_1^{(k)}Y_7^{(k)} + L_{23}^{(k)} - \Phi_{(k)}\left(\frac{h^{(k)}}{2}\right)X_2^{(k)}; \\
F_8^{(k)} &= \varepsilon_{11}^{(k)} - k_1^{(k)}Y_{10}^{(k)} - \frac{1}{2}\left(2\varepsilon_{13}^{(k)\gamma} - Y_{11}^{(k)}\right)^2; \\
F_9^{(k)} &= \varepsilon_{12}^{(k)} - \rho_1^{(k)}Y_9^{(k)} + k_2^{(k)}Y_9^{(k)}\left(2\varepsilon_{13}^{(k)\gamma} - Y_{11}^{(k)}\right); \\
F_{10}^{(k)} &= 2\varepsilon_{13}^{(k)\gamma} - Y_{11}^{(k)} + k_1^{(k)}Y_8^{(k)}; \quad F_{11}^{(k)} = \chi_{11}^{(k)\gamma}; \\
F_{12}^{(k)} &= 2\chi_{12}^{(k)\gamma} - \rho_1^{(k)}Y_{12}^{(k)}; \quad F_{13}^{(k)} = \psi_{11}^{(k)}; \quad F_{14}^{(k)} = 2\psi_{12}^{(k)} - \rho_1^{(k)}Y_{14}^{(k)},
\end{aligned} \tag{2.38}$$

$$\text{де } \rho_1 = -\frac{\partial B^{(k)}}{A^{(k)}B^{(k)}\partial\alpha_1}.$$

Усі невідомі, які входять у праву частину системи рівнянь (2.37), необхідно виразити через компоненти вектора розв'язків $\vec{Y}^{(k)}$. Ці залежності, якщо знехтувати нелінійними, що мають більш високий порядок малості й увести припущення

$$C_{55}^{(k)} + 2Y_1^{(k)} \approx C_{55}^{(k)}, \tag{2.39}$$

можна одержати

$$\begin{aligned}
M_{22}^{(k)} &= m_1^{(k)}Y_4^{(k)} - m_2^{(k)}Y_5^{(k)} + m_3^{(k)}Y_6^{(k)} - m_4^{(k)}Y_7^{(k)} + m_5^{(k)}\rho_1^{(k)}Y_{11}^{(k)} + m_6^{(k)}\rho_1^{(k)}Y_{13}^{(k)}; \\
L_{22}^{(k)} &= l_1^{(k)}Y_4^{(k)} - l_2^{(k)}Y_5^{(k)} + l_3^{(k)}Y_6^{(k)} - l_4^{(k)}Y_7^{(k)} + l_5^{(k)}\rho_1^{(k)}Y_{11}^{(k)} + l_6^{(k)}\rho_1^{(k)}Y_{13}^{(k)}; \\
T_{22}^{(k)} &= t_1^{(k)}Y_1^{(k)} + t_2^{(k)}Y_2^{(k)} + t_3^{(k)}Y_4^{(k)} - t_4^{(k)}Y_5^{(k)} + t_5^{(k)}Y_6^{(k)} - \\
&\quad - t_6^{(k)}Y_7^{(k)} - t_7^{(k)}Y_8^{(k)} - t_8^{(k)}\left(Y_9^{(k)}\right)^2 + t_9^{(k)}Y_{10}^{(k)} + t_{10}^{(k)}Y_{11}^{(k)} + t_{11}^{(k)}Y_{13}^{(k)}; \\
Q_2^{(k)} &= \frac{C_{44}^{(k)}}{2}\left(-k_2^{(k)}Y_9^{(k)} + Y_{12}^{(k)}\right) + \frac{C_{45}^{(k)}}{C_{55}^{(k)}}\left(Y_3^{(k)} + \frac{1}{2}C_{54}^{(k)}k_2^{(k)}Y_9^{(k)} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2}C_{54}^{(k)}Y_{12}^{(k)} - R_{55}^{(k)}Y_{13}^{(k)} - R_{54}^{(k)}Y_{14}^{(k)} + Y_1^{(k)}Y_{11}^{(k)}\right) + R_{44}^{(k)}Y_{14}^{(k)} + R_{45}^{(k)}Y_{13}^{(k)}; \\
Q_1^{(k)} &= Y_3^{(k)} + Y_1^{(k)}Y_{11}^{(k)};
\end{aligned} \tag{2.40}$$

$$\begin{aligned}
L_{23}^{(k)} &= \frac{R_{44}^{(k)}}{2} \left(-k_2^{(k)} Y_9^{(k)} + Y_{12}^{(k)} \right) + \frac{C_{45}^{(k)}}{C_{55}^{(k)}} \left(Y_3^{(k)} + \frac{1}{2} C_{54}^{(k)} k_2^{(k)} Y_9^{(k)} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} C_{54}^{(k)} Y_{12}^{(k)} - R_{55}^{(k)} Y_{13}^{(k)} - R_{54}^{(k)} Y_{14}^{(k)} + Y_1^{(k)} Y_{11}^{(k)} \right) + G_{44}^{(k)} Y_{14}^{(k)} + G_{45}^{(k)} Y_{13}^{(k)}; \\
L_{13}^{(k)} &= \frac{R_{54}^{(k)}}{2} \left(-k_2^{(k)} Y_9^{(k)} + Y_{12}^{(k)} \right) + \frac{R_{55}^{(k)}}{C_{55}^{(k)}} \left(Y_3^{(k)} + \frac{1}{2} C_{54}^{(k)} k_2^{(k)} Y_9^{(k)} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} C_{54}^{(k)} Y_{12}^{(k)} - R_{55}^{(k)} Y_{13}^{(k)} - R_{54}^{(k)} Y_{14}^{(k)} + Y_1^{(k)} Y_{11}^{(k)} \right) + G_{54}^{(k)} Y_{14}^{(k)} + G_{55}^{(k)} Y_{13}^{(k)}; \\
R_{23}^{(k)} &= Q_2^{(k)} - \frac{Y_2^{(k)}}{C_{55}^{(k)}} \left(C_{54}^{(k)} Y_{12}^{(k)} + 2R_{55}^{(k)} Y_{13}^{(k)} + 2R_{54}^{(k)} Y_{14}^{(k)} \right) - Y_2^{(k)} Y_{11}^{(k)}. \tag{2.40}
\end{aligned}$$

Відповідно до припущень першого варіанта моделі дискретно-структурної теорії шаруватих пластин і оболонок передбачається пружне проковзування жорстких шарів один відносно одного, тобто вздовж лицьових сполучених поверхонь виконуються тільки статичні умови контакту. Статичні умови контакту по сполучених лицьових поверхнях k -го шару враховуються за допомогою методу штрафних функцій [56].

Введення припущення про те, що розглянутий напружено-деформований стан оболонки буде симетричним щодо осі обертання, суттєво спрощує алгоритм розв'язку. Враховуючи геометричну нелінійність у квадратичному наближенні, вихідну крайову задачу можна звести до розв'язання системи $14 \times k$ звичайних диференціальних рівнянь (2.37) відносно вектор-функції $\vec{Y}^{(k)}$. Систему диференціальних рівнянь (2.37) слід доповнити граничними умовами – по сім на кожному торцю жорсткого шару оболонки обертання. З урахуванням уведених позначень вони мають вигляд

$$\begin{aligned}
Y_j^{(k)}(\alpha_1^0) l_j + Y_{j+6}^{(k)}(\alpha_1^0) (1 - l_j) &= 0; \\
Y_j^{(k)}(\alpha_1^z) l_{j+6} + Y_{j+6}^{(k)}(\alpha_1^z) (1 - l_{j+6}) &= 0. \tag{2.41}
\end{aligned}$$

Параметри l_j , l_{j+6} ($j=1,2,\dots,7$) задовольняють значення 0, 1 і визначають однорідні як статичні, так і кінематичні граничні умови на торцях жорстких шарів оболонки $\alpha_1 = \alpha_1^0$, $\alpha_1 = \alpha_1^z$.

Розв'язок геометрично нелінійної крайової задачі (2.37) – (2.41) можна одержати на основі ітераційного методу Ньютона-Канторовича, алгоритм якого (2.32) – (2.36) наведено в підрозділі 2.1.4, і стійкого методу дискретної ортогоналізації С. К. Годунова [65].

У даному підрозділі також розглядається осесиметрична деформація багатошарової анізотропної оболонки обертання на основі моделі, що складається з декількох жорстких анізотропних шарів. Контакт шарів здійснюється за допомогою клейового прошарку ненульової товщини. Допускається, що на деякій локальній ділянці оболонки клейовий прошарок відсутній, тому в цій області враховується однобічний контакт між жорсткими шарами. Задача розв'язується на основі геометрично нелінійної теорії оболонок з урахуванням деформацій поперечного зсуву.

Введення припущення про те, що розглянутий напружено-деформований стан оболонки буде симетричним щодо осі обертання, суттєво спрощує алгоритм розв'язку. Враховуючи геометричну нелінійність у квадратичному наближенні, задачу можна звести до розв'язку системи $14 \times k$ звичайних диференціальних рівнянь

$$\frac{d\vec{Y}^{(k)}}{A_{(k)}d\alpha_1} = F(\alpha_1, \alpha_2, \vec{Y}^{(k)}, \vec{f}^{(k)}), \quad k = 1, 2, \dots, n;$$

$$\frac{d\vec{Y}^{(k)}}{A_{(k)}d\alpha_1} = F(\alpha_1, \vec{Y}^{(k)}, \vec{f}^{(k)}), \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (2.42)$$

Тут $\vec{Y}^{(k)} = \{\vec{Y}_1^{(k)}, \vec{Y}_2^{(k)}, \dots, \vec{Y}_{14}^{(k)}\}^T = \{T_{11}^{(k)}, T_{12}^{(k)}, R_{13}^{(k)} + \frac{h_{(k)} + h_{[k]}}{2h_{[k]}}(Q_1^{[k]} + Q_1^{[k-1]}),$

$M_{11}^{(k)}, M_{12}^{(k)}, L_{11}^{(k)}, L_{12}^{(k)}, u_1^{(k)}, u_2^{(k)}, w^{(k)}, \gamma_1^{(k)}, \gamma_2^{(k)}, \psi_1^{(k)}, \psi_2^{(k)}\}^T$ – вектор розв'язків;

компоненти вектора правих частин F у розгорнутій формі мають вигляд

$$F_1^{(k)} = \rho_1^{(k)}Y_1^{(k)} - \rho_1^{(k)}T_{22}^{(k)} - k_1^{(k)}Y_3^{(k)} - \frac{1}{h_{[k]}}(Q_1^{[k]} - Q_1^{[k-1]}) - X_1^{(k)};$$

$$F_2^{(k)} = 2\rho_1^{(k)}Y_2^{(k)} - k_2^{(k)}R_{23}^{(k)} - X_2^{(k)}; \quad (2.43)$$

$$F_3^{(k)} = k_1^{(k)} Y_1^{(k)} + \rho_1^{(k)} Y_3^{(k)} + k_2^{(k)} T_{22}^{(k)} + \frac{1}{h_{[k]}} (N^{[k]} - N^{[k-1]}) - X_3^{(k)};$$

$$F_4^{(k)} = \rho_1^{(k)} Y_4^{(k)} - \rho_1^{(k)} M_{22}^{(k)} + Q_1^{(k)} - \frac{h_{(k)}}{2} X_1^{(k)};$$

$$F_5^{(k)} = 2\rho_1^{(k)} Y_5^{(k)} + Q_2^{(k)} - \frac{h_{(k)}}{2} X_2^{(k)};$$

$$F_6^{(k)} = \rho_1^{(k)} Y_6^{(k)} - \rho_1^{(k)} L_{22}^{(k)} + L_{13}^{(k)} - \varphi_{(k)} \left(\frac{h_{(k)}}{2} \right) X_1^{(k)};$$

$$F_7^{(k)} = 2\rho_1^{(k)} Y_7^{(k)} + L_{23}^{(k)} - \varphi_{(k)} \left(\frac{h_{(k)}}{2} \right) X_2^{(k)};$$

$$F_8^{(k)} = \varepsilon_{11}^{(k)} - k_1^{(k)} Y_{10}^{(k)} - \frac{1}{2} (2\varepsilon_{13}^{(k)\gamma} - Y_{11}^{(k)})^2;$$

$$F_9^{(k)} = \varepsilon_{12}^{(k)} - \rho_1^{(k)} Y_9^{(k)} + k_2^{(k)} Y_9^{(k)} (2\varepsilon_{13}^{(k)\gamma} - Y_{11}^{(k)});$$

$$F_{10}^{(k)} = 2\varepsilon_{13}^{(k)\gamma} - Y_{11}^{(k)} + k_1^{(k)} Y_8^{(k)};$$

$$F_{11}^{(k)} = \chi_{11}^{(k)\gamma}; \quad F_{12}^{(k)} = 2\chi_{12}^{(k)\gamma} - \rho_1^{(k)} Y_{12}^{(k)}; \quad F_{13}^{(k)} = \psi_{11}^{(k)}; \quad F_{14}^{(k)} = 2\psi_{12}^{(k)} - \rho_1^{(k)} Y_{14}^{(k)}, \quad (2.43)$$

$$\text{де } \rho_1 = -\frac{1}{A^{(k)} B^{(k)}} \frac{\partial B^{(k)}}{\partial \alpha_1}.$$

Систему рівнянь (2.42) – (2.43) можна значно спростити, якщо вектор повного переміщення $\vec{u}_z^{(k)}$ точки k-го жорсткого шару згідно з уточненою теорією оболонок Тимошенка подати у вигляді

$$\vec{u}_z^{(k)} = \vec{u}^{(k)} + z^{(k)} \vec{\omega}^{(k)} + \mathbf{g}(z) \psi^{(k)},$$

де $\vec{\omega}^{(k)}$ – вектор кута повороту нормалі, який вводиться замість вектор-функції кутів повороту волокон $\vec{\gamma}^{(k)}$. Тоді систему рівнянь (2.42) – (2.43) можна звести до системи $12 \times k$ звичайних диференціальних рівнянь

$$\frac{1}{A} \frac{d\vec{Y}^{(k)}}{d\alpha_1} = f(\alpha_1, \vec{Y}^{(k)}) \quad (2.44)$$

відносно вектор-функції

$$\vec{Y}_{(k)} = [T_{11}^{(k)}, T_{12}^{(k)} + 2k_2^{(k)}M_{12}^{(k)}, Q_1^{(k)} + \frac{h_{(k)} + h_{[k]}}{2h_{[k]}}(Q_1^{[k]} + Q_1^{[k-1]}), M_{11}^{(k)}, L_{11}^{(k)}, L_{12}^{(k)}, u_1^{(k)}, u_2^{(k)}, w^{(k)}, \omega_1^{(k)}, \psi_1^{(k)}, \psi_2^{(k)}]^T.$$

Права частина системи (2.44) запишеться

$$\begin{aligned} f_1 &= \rho_1^{(k)}(T_{22}^{(k)} - Y_1^{(k)}) - k_1^{(k)}Y_3^{(k)} - \frac{1}{h_{[k]}}(Q_1^{[k]} - Q_1^{[k-1]}) - X_1^{(k)}; \\ f_2 &= -2\rho_1^{(k)}Y_2^{(k)} + k_2^{(k)}(T_{22}^{(k)}\omega_2^{(k)} + T_{12}^{(k)}Y_{10}^{(k)}); \\ f_3 &= k_1^{(k)}Y_1^{(k)} + \rho_1^{(k)}Y_3^{(k)} + k_2^{(k)}T_{22}^{(k)} + \frac{1}{h_{[k]}}(N^{[k]} - N^{[k-1]}) - X_3^{(k)}; \\ f_4 &= -\rho_1^{(k)}(M_{22}^{(k)} - Y_4^{(k)}) + Y_3^{(k)} + Y_1^{(k)}Y_{10}^{(k)} + T_{12}^{(k)}\omega_2^{(k)}; \\ f_5 &= \rho_1^{(k)}(L_{22}^{(k)} - Y_5^{(k)}) + L_{13}^{(k)}; f_6 = 2\rho_1^{(k)}Y_6^{(k)} + L_{23}^{(k)}; \\ f_7 &= \varepsilon_{11}^{(k)} - k_1^{(k)}Y_9^{(k)} - \frac{1}{2}Y_{10}^{(k)}Y_{10}^{(k)}; f_8 = \varepsilon_{12}^{(k)} - \rho_1^{(k)}Y_8^{(k)} - Y_{10}^{(k)}\omega_2^{(k)}; \\ f_9 &= k_1^{(k)}Y_7^{(k)} - Y_{10}^{(k)}; f_{10} = \chi_{11}^{(k)}; f_{11} = \psi_{11}^{(k)}; f_{12} = 2\psi_{12}^{(k)} - \rho_1^{(k)}Y_{12}^{(k)}. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Коли клейовий прошарок між жорсткими шарами відсутній, у правій частині (2.45) слід вилучити підкреслені доданки, а в f_3 додатково ввести функцію [113] –

$$\pm q_{(k)}\chi_{(k)}, \quad (2.46)$$

яка дозволяє врахувати нормальну складову контактного тиску $q_{(k)}$. Крім того, вважається, що на шар з індексом k контактний тиск діє зі знаком плюс, а на шар з індексом $k+1$ – зі знаком мінус. При цьому контактний тиск пропорційний трансверсальному обтисненню в зоні контакту жорстких шарів оболонки

$$q_{(k)} = c_{(k)} \frac{E_{(k)}^z}{h_{(k)}} (w_{(k)} - h_{[k]} - w_{(k+1)}), \quad (2.47)$$

де $E_{(k)}^z$ – модуль пружності k -го шару оболонки в напрямку нормалі, $c_{(k)}$ – коефіцієнт зниження жорсткості обтиснення k -го шару оболонки. Конструктивна нелінійність, пов'язана з появою зони контакту між шарами оболонки при дії зовнішнього навантаження, ураховується за допомогою множника

$$\chi = [1 + \text{sign}(w_{(k)} - h_{[k]} - w_{(k+1)})]/2. \quad (2.48)$$

Тут $h_{[k]}$ – величина зазору між жорсткими шарами.

Систему диференціальних рівнянь (2.47) – (2.48) слід доповнити граничними умовами – по шість на кожному торцю жорсткого шару оболонки обертання. З урахуванням уведених позначень вони мають вигляд

$$\begin{aligned} Y_j^{(k)}(\alpha_1^0)1_j + Y_{j+6}^{(k)}(\alpha_1^0)(1-1_j) &= 0; \\ Y_j^{(k)}(\alpha_1^z)1_{j+6} + Y_{j+6}^{(k)}(\alpha_1^z)(1-1_{j+6}) &= 0. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Параметри $1_j, 1_{j+6}$ ($j=1,2,\dots,6$) задовольняють значення 0, 1 і визначають однорідні як статичні, так і кінематичні граничні умови на торцях жорстких шарів оболонки $\alpha_1 = \alpha_1^0, \alpha_1 = \alpha_1^z$.

При побудові системи рівнянь (2.44) – (2.45) застосовувалися такі геометричні співвідношення для k -го жорсткого шару

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}^{(k)} &= \varepsilon_1^{(k)} + \frac{1}{2} \omega_1^{(k)} \omega_1^{(k)}; \quad \varepsilon_{22}^{(k)} = \varepsilon_2^{(k)} + \frac{1}{2} \omega_2^{(k)} \omega_2^{(k)}; \quad \varepsilon_{12}^{(k)} = \omega^{(k)} + \omega_1^{(k)} \omega_2^{(k)}; \\ \chi_{11}^{(k)} &= \frac{1}{A^{(k)}} \frac{d\omega_1^{(k)}}{d\alpha_1}; \quad \chi_{22}^{(k)} = -\rho_1^{(k)} \omega_1^{(k)}, \quad \chi_{12}^{(k)} = \frac{k_2^{(k)}}{A^{(k)}} \frac{du_2^{(k)}}{d\alpha_1} + k_2^{(k)} \rho_1^{(k)} u_2^{(k)}; \\ \psi_{11}^{(k)} &= \frac{1}{A^{(k)}} \frac{d\psi_1^{(k)}}{d\alpha_1}; \quad \psi_{22}^{(k)} = -\rho_1^{(k)} \psi_1^{(k)}; \quad \psi_{12}^{(k)} = \frac{1}{A^{(k)}} \frac{d\psi_2^{(k)}}{d\alpha_1} + \rho_1^{(k)} \psi_2^{(k)}, \end{aligned} \quad (2.50)$$

де

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^{(k)} &= \frac{1}{A^{(k)}} \frac{du_1^{(k)}}{d\alpha_1} + k_1^{(k)} w^{(k)}; \quad \varepsilon_2^{(k)} = k_2^{(k)} w^{(k)} - \rho_1^{(k)} u_1^{(k)}; \\ \omega^{(k)} &= \frac{1}{A^{(k)}} \frac{du_2^{(k)}}{d\alpha_1} + \rho_1^{(k)} u_2^{(k)}; \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\omega_1^{(k)} = k_1^{(k)} u_1^{(k)} - \frac{1}{A^{(k)}} \frac{dw^{(k)}}{d\alpha_1}; \quad \omega_2^{(k)} = k_2^{(k)} u_2^{(k)}; \quad \rho_1^{(k)} = \frac{1}{A^{(k)} B^{(k)}} \frac{dB^{(k)}}{d\alpha_1}. \quad (2.51)$$

Для клейового прошарку компонента деформацій поперечного зсуву й обтиснення мають вигляд

$$e_{13}^{[k]} = \frac{h_{[k]} + h_{(k)}}{h_{[k]}} \left[\frac{1}{A^{(k)}} \frac{d}{d\alpha_1} (w^{(k+1)} + w^{(k)}) \right] + \\ + \frac{1}{2h_{[k]}} (u_1^{(k+1)} - u_1^{(k)}) - \frac{1}{4h_{[k]}} (h_{(k+1)} \omega_1^{(k+1)} + h_{(k)} \omega_1^{(k)}), \quad (1 \leftrightarrow 2); \quad (2.52)$$

$$e_{33}^{[k]} = \frac{1}{h_{[k]}} (w^{(k+1)} - w^{(k)}). \quad (2.53)$$

Вирази для трансверсальних зусиль і зусиль зсуву у м'яких шарах запишуться:

$$N^{[k]} = E_z^{[k]} (w^{(k+1)} - w^{(k)}); \\ Q_1^{[k]} = G^{[k]} \left[\frac{h_{(k)} + h_{[k]}}{2} \frac{1}{A^{(k)}} \frac{d}{d\alpha_1} (w^{(k+1)} + w^{(k)}) + u_1^{(k+1)} - u_1^{(k)} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (h_{(k+1)} \omega_1^{(k+1)} + h_{(k)} \omega_1^{(k)}) \right] \quad (1 \leftrightarrow 2). \quad (2.54)$$

У співвідношеннях (2.44) – (2.54) прийняті допущення

$$A^{[k]} \approx A^{(k)} \approx A^{[k+1]} \approx A^{(k+1)}; \quad 1 \pm (h_{(k)} + h_{[k]}) k_1^{(k)} \approx 1.$$

На основі поданих вище залежностей геометрично нелінійної дискретно-структурної теорії шаруватих елементів конструкцій досліджений напружено-деформований стан анізотропних пластин і оболонок. Сполучення жорстких анізотропних шарів на міжшарових границях моделюються трьома розрахунковими моделями, у яких ураховуються умови їх ідеального й послабленого контакту.

2.3. Розв'язок лінійної крайової задачі методом ортогональної прогонки

Задача про визначення напружено-деформованого стану багатошарових оболонок обертання загалом зводиться до розв'язку або послідовності

розв'язків крайових задач для системи лінійних неоднорідних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку (2.44):

$$\frac{d\vec{Y}}{d\alpha} = [A(\alpha)]\vec{Y} + \vec{b}(\alpha). \quad (2.55)$$

Граничні умови на кінцях відрізка інтегрування (2.49) мають вигляд

$$\begin{aligned} [C_0] \vec{Y} &= [C_0] \vec{Y}^{(0)}; \\ [C_k] \vec{Y} &= [C_k] \vec{Y}^{(L)}, \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$\text{де } [C_i] = \begin{bmatrix} \gamma_{1+i} & 0 & \cdots & 0 & 1-\gamma_{1+i} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \gamma_{2+i} & \cdots & 0 & 0 & 1-\gamma_{2+i} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \gamma_{k+i} & 0 & 0 & \cdots & 1-\gamma_{k+i} \end{bmatrix}, \quad (i = 0, k).$$

Тут $k = \frac{n}{2}$; γ_j ($j = 1, \dots, k$) – параметри граничних умов у точці $\alpha = \alpha_0$; γ_j ($j = k+1, \dots, n$) параметри граничних умов у точці $\alpha = \alpha_L$.

Розв'язання крайової задачі (2.55) – (2.56) може бути здійснений за допомогою методу ортогональної прогонки, запропонованого С. К. Годуновим [65]. Він розроблений як метод розв'язання двоточкових крайових задач для систем лінійних звичайних диференціальних рівнянь. У ньому для подолання проблеми сингулярності матриці системи алгебраїчних рівнянь, що виникає при пошуку довільних сталих, вводиться механізм ортогоналізації компонент розв'язку в дискретному наборі точок інтервалу розв'язку.

Розіб'ємо відрізок інтегрування $[\alpha_0; \alpha_L]$ точками s на m відрізків

$$\alpha_s = \alpha_0 + s \frac{\alpha_L - \alpha_0}{m}, \quad (s = 0, 1, \dots, m). \quad (2.57)$$

Загальний розв'язок крайової задачі (2.55 – 2.56) у початковій точці α_0 шукаємо у вигляді

$$\vec{Y}(\alpha_0) = [X(\alpha_0)]\vec{\beta}^{(0)}, \quad (2.58)$$

де $[X(\alpha_0)] = [\vec{y}_1(\alpha_0) \vec{y}_2(\alpha_0) \dots \vec{y}_k(\alpha_0) \vec{y}_0(\alpha_0)]$; $\vec{\beta}^{(0)} = [\vec{\beta}_1^{(0)} \vec{\beta}_2^{(0)} \dots \vec{\beta}_k^{(0)} 1]^T$.

Систему лінійно незалежних векторів $\bar{y}_j(\alpha_0)$ ($j=1, \dots, k$) виберемо в такий спосіб:

$$\bar{y}_0(\alpha_0) = \begin{Bmatrix} y_1^{(0)}\gamma_1 \\ y_2^{(0)}\gamma_2 \\ \dots \\ y_{k+1}^{(0)}(1-\gamma_1) \\ y_{k+2}^{(0)}(1-\gamma_2) \\ \dots \\ y_n^{(0)}(1-\gamma_n) \end{Bmatrix}, \bar{y}_1(\alpha_0) = \begin{Bmatrix} 1-\gamma_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ \gamma_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{Bmatrix}, \dots, \bar{y}_k(\alpha_0) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1-\gamma_k \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ \gamma_k \end{Bmatrix}.$$

Загальний розв'язок крайової задачі (2.55) – (2.56) на відрізку $[\alpha_0; \alpha_1]$ подається у вигляді

$$\bar{Y}(\alpha) = [X(\alpha)]\bar{\beta}^{(0)}, \quad (2.59)$$

де $[X(\alpha)] = [\bar{y}_1(\alpha)\bar{y}_2(\alpha)\dots\bar{y}_k(\alpha)\bar{y}_0(\alpha)]$. Тут $\bar{Y}_0(\alpha)$ – розв'язок системи неоднорідних диференціальних рівнянь

$$\frac{d\bar{Y}_0(\alpha)}{d\alpha} = [A(\alpha)]\bar{Y}_0(\alpha) + \bar{b}(\alpha), \quad (2.60)$$

з початковими умовами $\bar{Y}_0(\alpha) = \bar{Y}_0(\alpha_0)$, а \bar{Y}_j ($j=1, \dots, k$) – розв'язок системи однорідних диференціальних рівнянь

$$\frac{d\bar{Y}_j(\alpha)}{d\alpha} = [A(\alpha)]\bar{Y}_j(\alpha), \quad (2.61)$$

з початковими умовами $\bar{Y}_j(\alpha) = \bar{Y}_j(\alpha_0)$.

У кінцевій точці α_1 відрізка $[\alpha_0; \alpha_1]$ загальний розв'язок (2.59) крайової задачі (2.49) – (2.50) запишеться у вигляді

$$\bar{Y}(\alpha_1) = [X(\alpha_1)]\bar{\beta}^{(0)}, \quad (2.62)$$

У результаті ортонормування й ортогоналізації векторів $\bar{y}_1(\alpha_0)$, $\bar{y}_j(\alpha_0)$ ($j=1, \dots, k$) у точці α_1 по формулах

$$\omega_{11}^{(1)} = \sqrt{(\bar{y}_1, \bar{y}_1)}, \bar{z}_1^{(1)} = \frac{1}{\omega_{11}^{(1)}} \bar{y}_1; \quad (2.63)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\omega_{i1}^{(1)} = (\bar{y}_i, \bar{z}_1^{(1)}), \dots, \omega_{i,i-1}^{(1)} = (\bar{y}_i, \bar{z}_{i-1}^{(1)}); \omega_{ii}^{(1)} = \sqrt{(\bar{y}_i, \bar{y}_i) - \sum_{j=1}^{i-1} (\omega_{ij}^{(1)})^2};$$

$$\bar{z}_i^{(1)} = \frac{1}{\omega_{i1}^{(1)}} \left(\bar{y}_i - \sum_{j=1}^{i-1} \omega_{ij}^{(1)} \bar{z}_j^{(1)} \right) \quad (2 \leq i \leq k);$$

$$\omega_{0i}^{(1)} = (\bar{y}_0, \bar{z}_i^{(1)}), \bar{z}_0^{(1)} = \bar{y}_0^{(1)} - \sum_{j=1}^k \omega_{0j}^{(1)} \bar{z}_j^{(1)} \quad (i = 1, \dots, k). \quad (2.63)$$

Утворюється матриця

$$[Z^{(1)}] = [\bar{z}_1^{(1)} \bar{z}_2^{(1)} \dots \bar{z}_k^{(1)} \bar{z}_0^{(1)}],$$

стовпцями якої є лінійно незалежні вектори $\bar{z}_0^{(1)}, \bar{z}_j^{(1)}$ ($j=1, \dots, k$) і трикутна матриця

$$[\Omega^{(1)}] = \begin{bmatrix} \omega_{11}^{(1)} & \omega_{21}^{(1)} & \dots & \omega_{k1}^{(1)} & \omega_{01}^{(1)} \\ 0 & \omega_{22}^{(1)} & \dots & \omega_{k2}^{(1)} & \omega_{02}^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_{kk}^{(1)} & \omega_{0k}^{(1)} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.64)$$

Ортонормування й ортогоналізація векторів $\bar{y}_0(\alpha_1), \bar{y}_j(\alpha_1)$ ($j=1, \dots, k$) еквівалентні такому перетворенню:

$$[Z^{(1)}] = [X(\alpha_1)] [\Omega^{(1)}]^{-1}, \quad (2.65)$$

Розв'язок на відрізку $[\alpha_1; \alpha_2]$ подається у вигляді

$$\bar{Y}(\alpha) = [X(\alpha)] \bar{\beta}^{(1)},$$

де $\bar{y}_0(\alpha)$ – результат розв'язку задачі Коші для системи неоднорідних диференціальних рівнянь (2.60) з початковими умовами $\bar{y}_0(\alpha_1) = \bar{z}_0^{(1)}$, а $\bar{y}_j(\alpha)$ – результат розв'язку задачі Коші для системи однорідних диференціальних рівнянь (2.61) з початковими умовами $\bar{y}_j(\alpha_1) = \bar{z}_j^{(1)}$.

Розв'язок у точці α_1 можна подати як у формі (2.62), так і у формі

$$\bar{Y}(\alpha_1) = [Z^{(1)}] \bar{\beta}^{(1)},$$

що, з урахуванням (2.65), приводить до виразу

$$\bar{Y}(\alpha_1) = [X(\alpha_1)] [\Omega^{(1)}]^{-1} \bar{\beta}^{(1)}. \quad (2.66)$$

Порівнюючи (2.62) з (2.66), одержуємо залежність між сталими $\bar{\beta}^{(0)}$ на відрізку $[\alpha_0; \alpha_1]$ й сталими $\bar{\beta}^{(1)}$ на відрізку $[\alpha_1; \alpha_2]$:

$$\bar{\beta}^{(1)} = [\Omega^{(1)}] \bar{\beta}^{(0)}.$$

Розглянутий процес триває до кінцевої точки інтегрування $\alpha_m = \alpha_L$. Отримана в кінцевій точці система векторів $\bar{y}_0(\alpha_m), \bar{y}_j(\alpha_m) (j=1, \dots, k)$ також ортонормується й ортогоналізується за формулами (2.63). Розв'язок у точці α_m подаємо у вигляді

$$\bar{Y}(\alpha_m) = [Z^{(m)}] \bar{\beta}^{(m)}. \quad (2.67)$$

Підставляючи цей розв'язок у граничні умови (2.57) крайової задачі (2.55) – (2.56), одержуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення сталих $\bar{\beta}^{(m)}$

$$[C_k] [Z^{(m)}] \bar{\beta}^{(m)} = [C_k] \bar{Y}^{(1)}.$$

Після визначення сталих $\bar{\beta}^{(m)}$ відсутні компоненти розв'язку в точці α_m визначаються за формулою (2.67).

Сталі $\bar{\beta}^{(s)}$ ($s = m-1, m-2, \dots, 0$) на відрізку $[\alpha_s; \alpha_{s+1}]$ визначаються з рекурентних співвідношень

$$\bar{\beta}^{(s)} = [\Omega^{(s+1)}]^{-1} \bar{\beta}^{(s+1)},$$

у яких матриця $[\Omega^{(s+1)}]$ має вигляд (2.64) і знаходиться у процесі прямої прогонки.

Розв'язок у точках ортогоналізації α_s ($s = 1, \dots, m-1$) будується за формулою

$$\bar{Y}(\alpha_s) = [Z^{(s)}] \bar{\beta}^{(s)},$$

а розв'язок у початковій точці α_0 – за формулою (2.58). Розв'язок у проміжних точках $\alpha_s \leq \alpha \leq \alpha_{s+1}$ ($s = 1, \dots, m-1$) дістається із розв'язку задачі Коші для

системи звичайних диференціальних рівнянь (2.55) з початковими умовами

$$\vec{Y}(\alpha) = \vec{Y}(\alpha_s).$$

Викладений процес розв'язання крайової задачі (2.55) – (2.56) при достатньому числі точок ортогоналізації є стійким до помилок округлювання й дозволяє з високою точністю одержати розв'язок цієї крайової задачі.

Інша важлива процедура – чисельне інтегрування задач Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь

$$\frac{d\vec{Y}}{d\alpha} = f(\alpha, \vec{Y})$$

з початковими умовами

$$\vec{Y}(\alpha_0) = \vec{Y}^{(0)}$$

При розрахунках напружено-деформованого стану багатошарових оболонок обертання широко використовується однокроковий метод Кутта-Мерсона четвертого порядку точності. При цьому розв'язок у точці $\alpha_0 + \Delta\alpha_0$ виражається через розв'язок у точці α_0 в такий спосіб:

$$\vec{Y}(\alpha_0 + \Delta\alpha_0) = \vec{Y}(\alpha_0) + \frac{1}{2}(\vec{k}_1 + 4\vec{k}_4 + \vec{k}_5) + O(\Delta\alpha)^5,$$

$$\text{де } \vec{k}_1 = \frac{1}{3}\Delta\alpha f(\alpha_0, \vec{Y}(\alpha_0)), \vec{k}_2 = \frac{1}{3}\Delta\alpha f\left(\alpha_0 + \frac{1}{3}\Delta\alpha, \vec{Y}(\alpha_0) + \vec{k}_1\right),$$

$$\vec{k}_3 = \frac{1}{3}\Delta\alpha f\left(\alpha_0 + \frac{1}{3}\Delta\alpha, \vec{Y}(\alpha_0) + \frac{1}{2}(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)\right),$$

$$\vec{k}_4 = \frac{1}{3}\Delta\alpha f\left(\alpha_0 + \frac{1}{2}\Delta\alpha, \vec{Y}(\alpha_0) + \frac{3}{8}(\vec{k}_1 + 3\vec{k}_3)\right),$$

$$\vec{k}_5 = \frac{1}{3}\Delta\alpha f\left(\alpha_0 + \frac{1}{2}\Delta\alpha, \vec{Y}(\alpha_0) + \frac{3}{2}(\vec{k}_1 - 3\vec{k}_3 + 4\vec{k}_4)\right).$$

У зв'язку з вищевикладеним на рис. 2.4 наведений алгоритм розв'язку лінійної крайової задачі методом ортогональної прогонки.

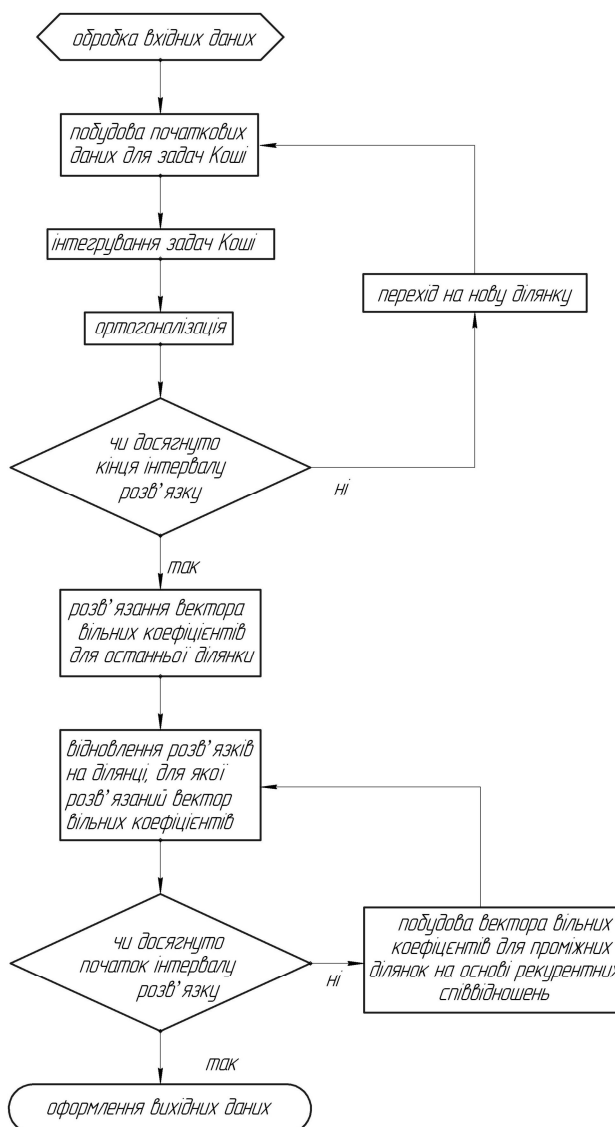


Рис. 2.4. Алгоритм розв'язку лінійної крайової задачі методом ортогональної прогонки

2.4. Аналіз напружено-деформованого стану багатошарових пластин і оболонок

Розглянуті пластини зі склопластику круглої в плані форми діаметром 0,17 м і товщиною 0,002 м, виконані з 4 шарів склотканини TG 430 – С (100) (виробник – Латвія). Як з'єднувач використовувалася поліестерна ортофталева смола зі зниженою емісією стиролу Cristic 2 – 446 PA (виробник – Великобританія). Фізико-механічні характеристики пластинок зі склопластику визначалися в такій послідовності. Спочатку, відповідно

до ГОСТ 25.601 – 80, визначалися модуль пружності й коефіцієнт Пуассона при розтяганні зразків зі склопластику. Проведені механічні випробування дозволяють стверджувати, що матеріал розглянутих пластинок можна класифікувати як трансверсально ізотропний ($E_{11}=E_{22}=1,5 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_{12}=\nu_{21}=0,12$). Інші фізико-механічні характеристики склопластику визначалися інтегрально для всього пакета шарів пластини на основі залежностей підрозділів 2.1.2 – 2.1.3, коли модулі пружності 1-го роду, коефіцієнти Пуассона волокон і матриці відповідно: $E_B=7,0 \cdot 10^4$ МПа, $E_M=3,5 \cdot 10^3$ МПа, $\nu_B=0,22$, $\nu_M=0,35$. Пластини, контур яких жорстко затиснено, зазнають дії рівномірного тиску інтенсивністю $q=0,025$ МПа.

Перша й друга модель являє собою двошарову пластину із двох жорстких трансверсально ізотропних шарів товщиною $h_{(1)} = h_{(2)} = 1,0 \cdot 10^{-3}$ м. При цьому для другої моделі вводиться тонкий клейовий прошарок товщиною $h_{(0)} = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м. Перша модель має такі ж геометричні параметри, як і друга, але при цьому вплив клейового прошарку на напружений стан пластини не розглядається, допускається пружне проковзування поверхнею контакту суміжних шарів і вважається, що напруження поперечного зсуву й обтиснення на границі контакту рівні між собою. Третя модель – трансверсально ізотропна пластинка товщиною $h = 2,0 \cdot 10^{-3}$ м. Задача розв'язувалася на основі методу ортогональної прогонки С. К. Годунова в геометрично нелінійній постановці.

Залежності радіальних напружень σ_r по лицьових поверхнях пластини від координати r подані на рис. 2.5. Аналіз теоретичних результатів і порівняння їх з експериментальними даними показує, що найбільш адекватно реальну роботу пластини відображує перша модель. При цьому врахування геометричної нелінійності суттєво уточнює величину радіальних напружень σ_r , особливо у зоні стискання по центру пластини. Слід зазначити, що відносна похибка теоретичного значення прогину в центрі пластини (перша модель) порівняно з експериментальними даними склала менше 3%: $w_3 = 0,2 \cdot 10^{-2}$ м –

для жорстко затисненого контуру; $w_c = 0,45 \cdot 10^{-2}$ м – для вільно обпертого контуру.

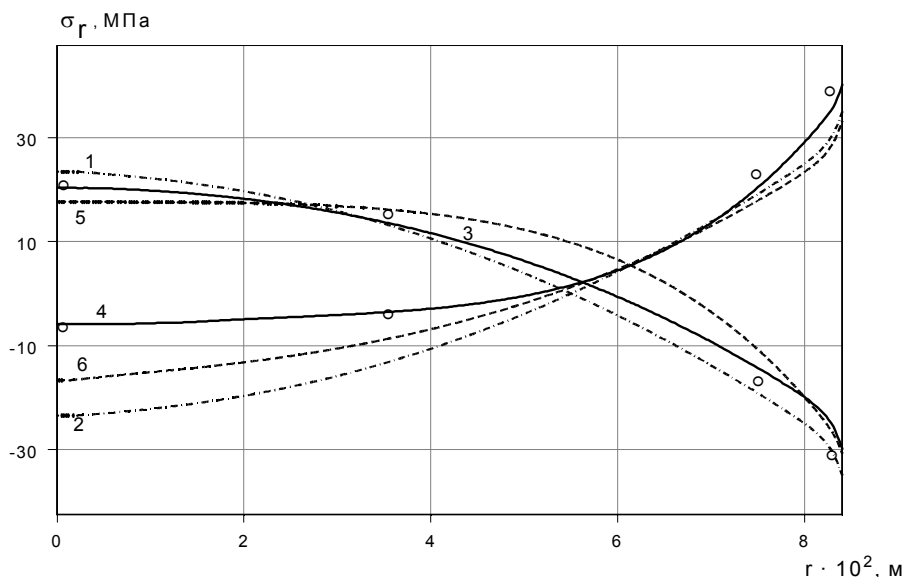


Рис. 2.5. Залежність радіальних напружень σ_r по лицьових поверхнях пластин 1-го типу від координати r (1, 2 – одношарова пластина (третя модель, геометрично лінійна постановка); 5, 6 – одношарова пластина (третя модель); 3, 4 – двошарова пластина без клейового прошарку (перша модель); \circ – результати експерименту)

Оцінка достовірності запропонованої першої моделі дискретно-структурної теорії проведена на такому прикладі. Розглянута робота двошарової перехресно армованої циліндричної оболонки, що знаходиться під дією розподіленого навантаження $q = -q_0 \cdot \sin^8(\pi x/l)$. Розв'язок цієї задачі в тривимірній постановці анізотропної теорії пружності поданий в роботі Василенко А.Т. і Панкратовой Н.Д. [48]. Шари оболонки виготовлені з ортотропного матеріалу з укладанням волокон відносно координатних ліній під кутом $+\varphi$ у внутрішньому шарі й $-\varphi$ у зовнішньому. Фізико-механічні характеристики матеріалу шарів дані в роботі [48]

$$b_{11} = E_0^{-1}/5,7; \quad b_{22} = b_{33} = E_0^{-1}/1,4; \quad b_{44} = E_0^{-1}/0,5;$$

$$b_{55} = b_{66} = E_0^{-1}/0,575; \quad b_{12} = b_{13} = -0,068E_0^{-1}/1,4; \quad b_{23} = -0,4E_0^{-1}/1,4.$$

Геометричні параметри оболонки: внутрішній радіус дорівнює r_0 , зовнішній – $r_n = 1,1r_0$, товщини шарів рівні між собою; довжина оболонки $L = 0,2$ м. Граничні умови на торцях оболонки $x = 0,0$ і $x = 0,2$ м, прийняті в роботі [48], найбільше повно відповідають умовам жорсткого затиснення.

На рис. 2.6, 2.7 показані графіки зміни напружень σ_{11} , σ_{13} на зовнішній і серединній поверхні відповідно по довжині анізотропного циліндра.

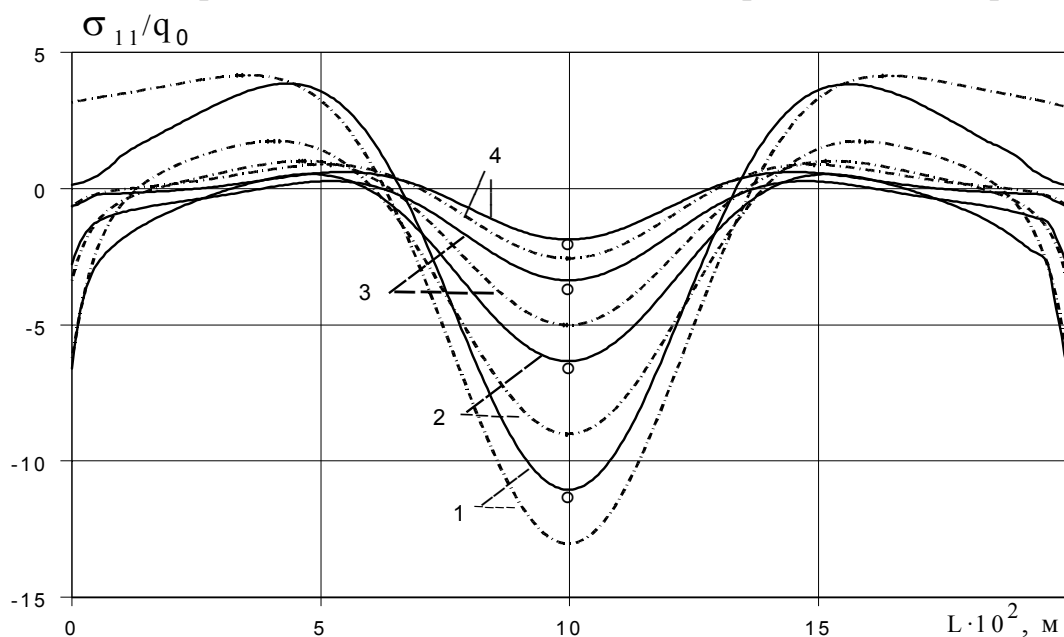


Рис. 2.6. Розподіл нормальних напружень σ_{11} по довжині циліндра (1 – $\varphi = 0$; 2 – $\varphi = \pi/4$; 3 – $\varphi = \pi/3$; 4 – $\varphi = \pi/2$; ° – результати роботи [48])

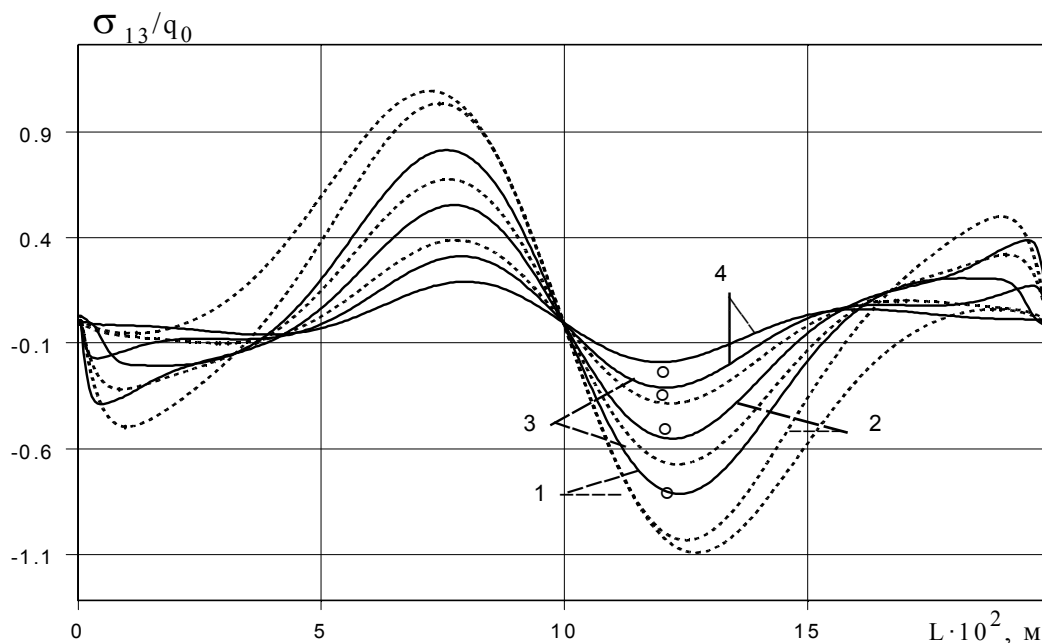


Рис. 2.7. Розподіл напружень поперечного зсуву σ_{13} по довжині циліндра (1 – $\varphi = 0$; 2 – $\varphi = \pi/4$; 3 – $\varphi = \pi/3$; 4 – $\varphi = \pi/2$; ° – результати роботи [48])

Тут суцільна лінія відповідає двошаровому циліндру (перша модель); штрих пунктирна – одношаровому циліндру (третя модель); цифрами позначені графіки з різними кутами укладання волокон.

Слід зазначити, що врахування дискретного розташування шарів з різними кутами укладання волокон помітно уточнює результати розрахунків. Так, наприклад, розбіжність результатів по першій і третій моделях напружень σ_{11} при куті укладання волокон $\varphi = \pm\pi/4$ склало 21 %.

Порівняння величини прогину w зовнішньої поверхні оболонки при $x = 0,5l$, який був отриманий на основі запропонованої вище першої розрахункової моделі, з аналогічними даними роботи [48] показало їхню задовільну відповідність. Відносна похибка склала менше одного відсотка.

Таким чином, у даному підрозділі на основі геометрично нелінійної дискретно-структурної теорії шаруватих елементів конструкцій проведено дослідження напружено-деформованого стану анізотропних циліндричних оболонок. Сполучення жорстких анізотропних шарів на міжшарових границях моделюються трьома розрахунковими моделями, у яких враховуються умови їх ідеального та послабленого контакту.

2.5. Дослідження крайових ефектів тонкостінних шаруватих елементів з дефектами структури

У даному підрозділі досліджений вплив на напружений стан пластин і оболонок початкових дефектів у вигляді ділянок непроклею або розшарувань. Можливий контактний тиск між шарами визначається коефіцієнтом зниження жорсткості обтиснення й різницею нормальних переміщень суміжних шарів. Величина зони контакту розраховується за допомогою методу простих ітерацій. Так, наприклад, для пластини зі склопластику, розглянутої в підрозділі 2.2, по центру передбачається ділянка непроклею круглої форми в плані діаметром 0,15 м, яка розташована між другим і третім шаром пластинки. Ділянки непроклею створені в момент виготовлення зразків за допомогою

тонкої поліетиленової плівки. Результати залежності радіальних напружень σ_r по лицьових поверхнях пластини з дефектом від координати r наведені на рис. 2.8.

Пластини, контур яких жорстко затиснений, знаходились під дію рівномірного тиску інтенсивністю $q=0,025$ МПа.

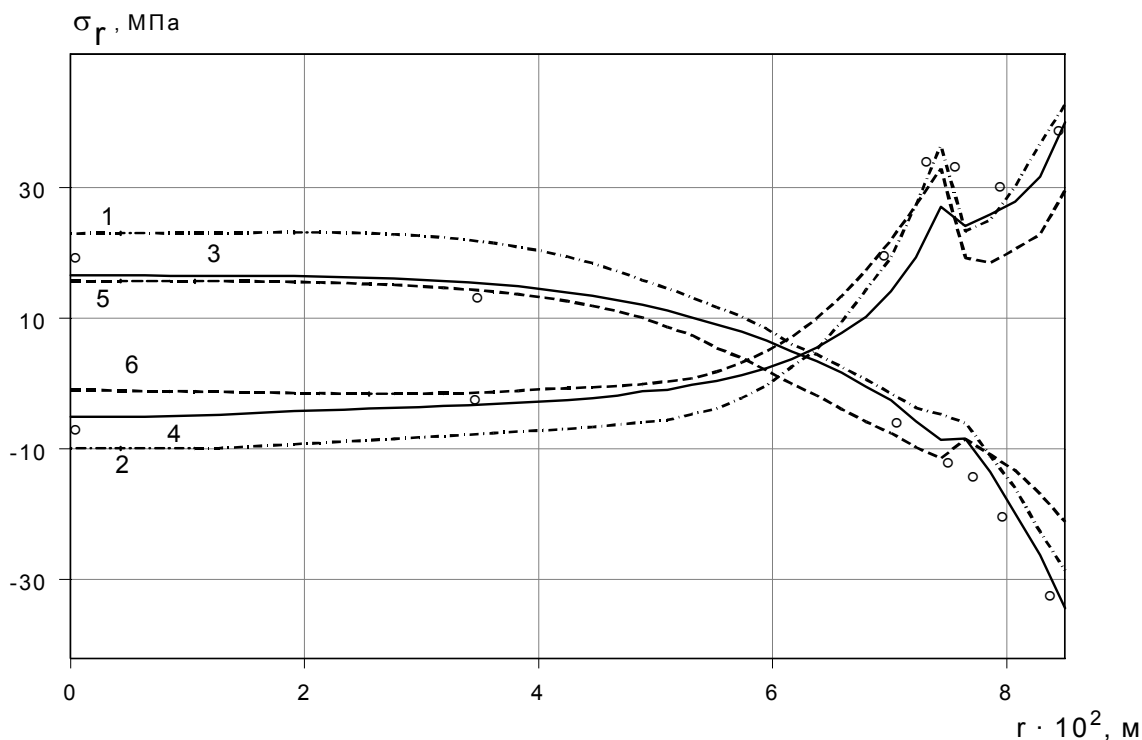


Рис. 2.8. Залежність радіальних напружень σ_r по лицьових поверхнях пластин 2-го типу від координати r (1, 2 – двошарова пластина із клейовим прошарком (друга модель); 5, 6 – двошарова пластина із клейовим прошарком (результати розрахунків у тривимірній постановці на основі програми ANSYS 8.0); 3, 4 – двошарова пластина без клейового прошарку (перша модель); \circ – результати експерименту)

Для перевірки запропонованих варіантів моделі розрахунок пластини також був проведений у просторовій осесиметричній постановці на основі методу скінченних елементів (комплекс MCE ANSYS 8.0). Модель подано 3400 прямокутними 8 вузловими елементами. Дефект моделювався локальною ділянкою несклею з урахуванням контакту жорстких шарів (друга модель). Використаний двовимірний 8 вузловий елемент PLANE 183. Властивості

матеріалу жорсткого шару зі склопластику: $E_r=1,5 \cdot 10^4$ МПа; $E_z=4,188 \cdot 10^3$ МПа; $E_\theta=1,5 \cdot 10^4$ МПа; $\nu_{rz}=0,242$; $\nu_{r\theta}=0,12$; $\nu_{z\theta}=0,12$; $G_{rz}=1,715 \cdot 10^3$ МПа; $G_{\theta z}=1,715 \cdot 10^3$ МПа; $G_{\theta r}=6,039 \cdot 10^3$ МПа. Клей вважався ізотропним матеріалом: $E=3,5 \cdot 10^3$ МПа; $\nu=0,35$.

Порівнюючи результати досліджень, можна стверджувати, що найбільш адекватно роботу пластин шаруватої структури відображує перша модель. Крім того, на границі непроклею має місце яскраво виражений локальний крайовий ефект.

Також тут проведені дослідження напруженого стану затисненої циліндричної оболонки при дії внутрішнього тиску $q=4$ МПа. Оболонка виготовлена з бороєпоксидного композиційного матеріалу й складається із двох перехресно армованих шарів. Фізичні характеристики борних волокон: $E_v=4,2 \cdot 10^5$ МПа, $\nu_v=0,21$, епоксидного з'єднувача: $E_m=E_{(k)}^z=3,5 \cdot 10^3$ МПа, $\nu_m=0,33$. Об'ємний коефіцієнт армування, кути укладання волокон у кожному шарі, геометричні розміри оболонки відповідно: $\psi=0,5$, $\varphi^{(1)}=-30^\circ$, $\varphi^{(2)}=30^\circ$, $h=5 \cdot 10^{-3}$ м, $l=R=0,1$ м. Розглянута друга модель циліндра являє собою двошарову оболонку з товщиною жорстких шарів $h_{(1)}=h_{(2)}=2,25 \cdot 10^{-3}$ м і клейового прошарку $h_{[1]}=0,5 \cdot 10^{-3}$ м. На ділянках, де клейовий прошарок відсутній (ділянка непроклею) зазор між шарами $h_{[1]}=0,5 \cdot 10^{-3}$ м. Коефіцієнт зниження жорсткості обтиснення вважається таким: $k=0,001$.

Для порівняння була розглянута одношарова циліндрична оболонка без клейового прошарку з аналогічними фізико-механічними характеристиками. Через симетрію закріплення оболонки відносно середини досить було розглянути тільки одну її половину. Графіки зміни напружень σ_{11} у напрямку поздовжньої координати x наведено на рис. 2.9. Тут «1», «2» – вказує на внутрішню й зовнішню поверхні оболонки (перша модель); «3», «4» – на внутрішню й зовнішню поверхні одношарової оболонки (третя модель). На рис. 2.10 наведені криві зміни нормальних напружень σ_{11} двошарової оболонки (друга модель) у напрямку поздовжньої координати x . При цьому

вважалося, що по довжині оболонки при $0,045 \text{ м} < x < 0,055 \text{ м}$ («1» – зовнішня поверхня, «2» – внутрішня поверхня) і при $0,03 \text{ м} < x < 0,07 \text{ м}$ («3» – зовнішня поверхня, «4» – внутрішня поверхня) знаходиться ділянка непроклею. Коли довжина непроклею $l_2 = 0,04 \text{ м}$, між жорсткими шарами оболонки виникає однобічний контакт. Аналіз кривих 3, 4 доводить наявність крайового ефекту в зоні непроклею.

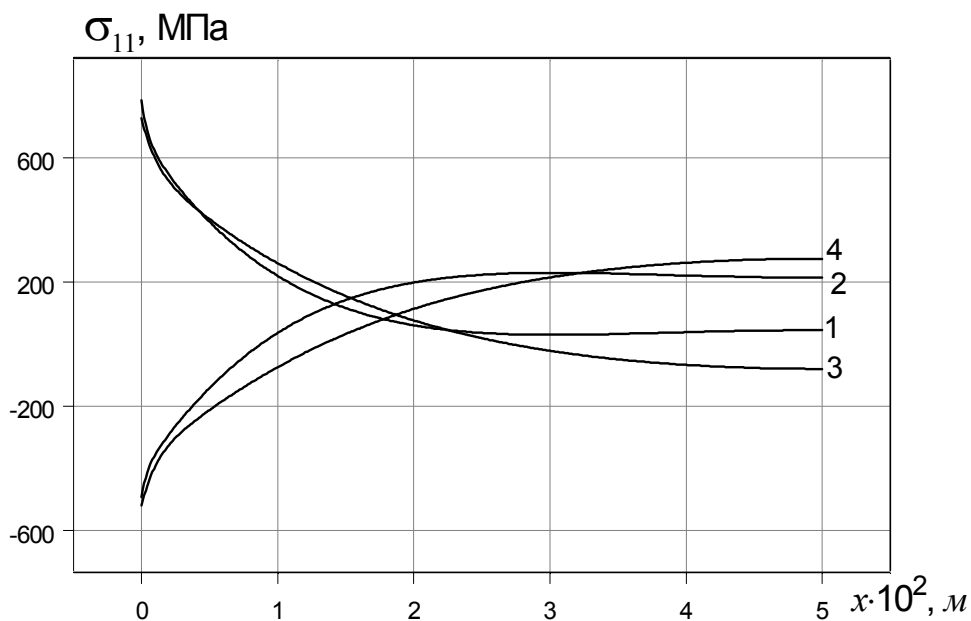


Рис. 2.9. Розподіл нормальних напружень σ_{11} по довжині оболонки без ділянок непроклею

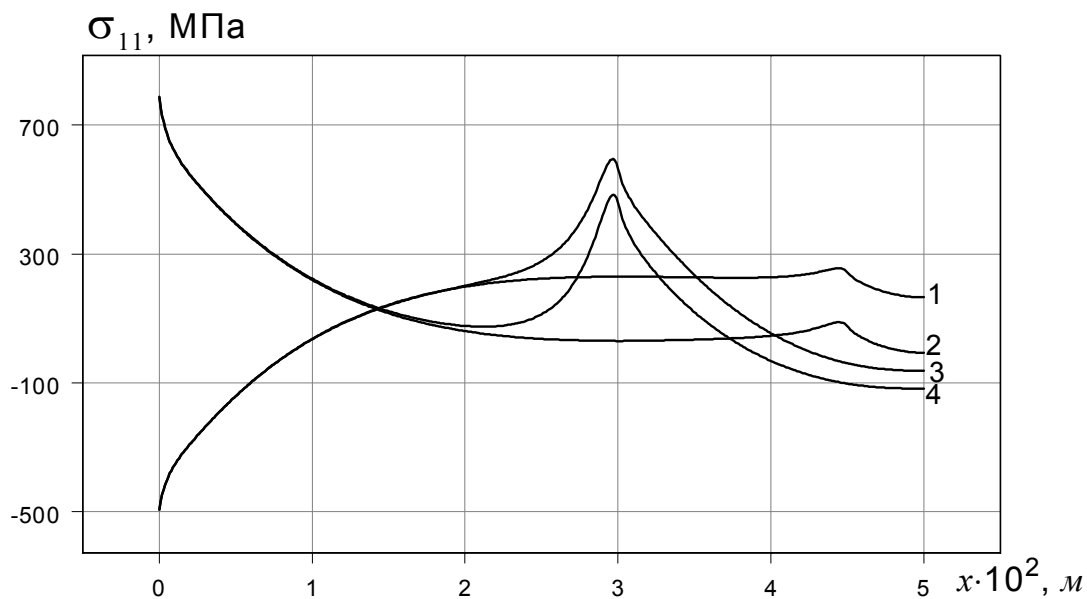


Рис. 2.10. Розподіл нормальних напружень σ_{11} по довжині оболонки з локальними ділянками непроклею

Характер зміни напружень трансверсального обтиснення σ_{33} по довжині клейового шару двошарової оболонки показаний на рис. 2.11 («1» – без ділянок непроклею по довжині оболонки; «2» – по довжині оболонки при $0,03 \text{ м} < x < 0,07 \text{ м}$ є ділянка непроклею).

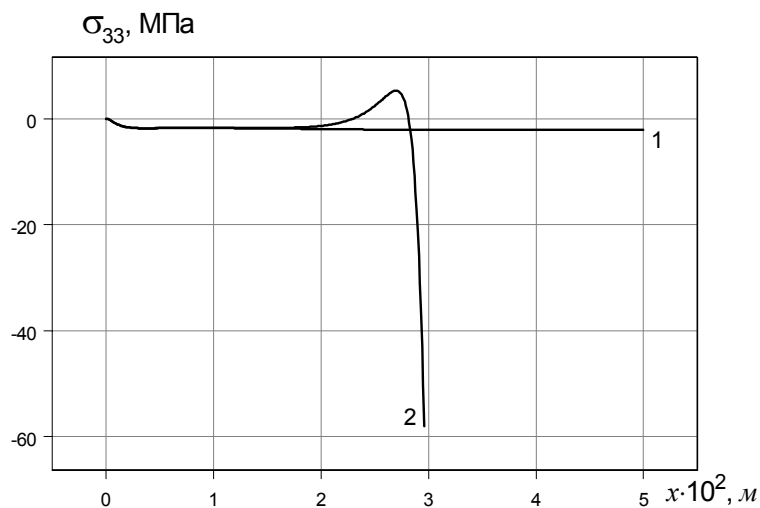


Рис. 2.11. Розподіл напружень поперечного обтиснення σ_{33} по довжині оболонки

На границі ділянки непроклею (крива 2) спостерігається ріст напружень трансверсального обтиснення σ_{33} . Досліджений характер розподілу напружень поперечного зсуву σ_{13} (рис. 2.12) по товщині двошарової оболонки (друга модель).

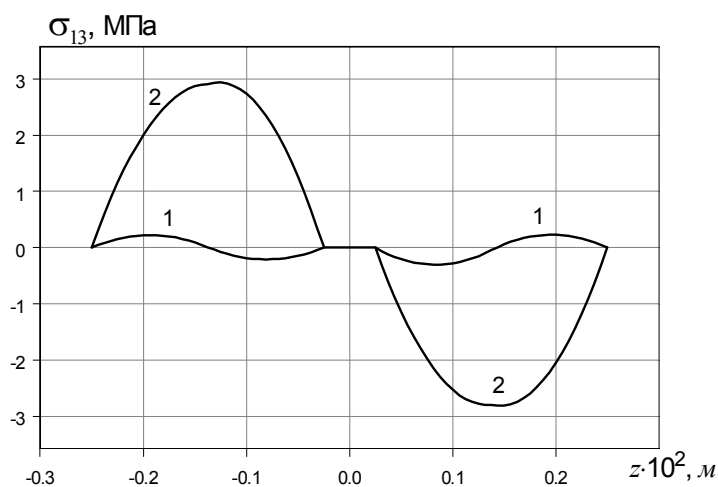


Рис. 2.12. Розподіл напружень поперечного зсуву σ_{13} по товщині оболонки

Напруження σ_{13} рівномірно розподілені по товщині клейового шару, що впливає з раніше введених припущень, і майже на порядок більше максимальних напружень поперечного зсуву жорстких шарів оболонки. Цей результат додатково підтверджує адекватність першої моделі.

Таким чином, математична модель багатошарових оболонок, коли контакт між жорсткими шарами здійснюється за допомогою м'якого клейового прошарку або допускається пружне проковзування сполучених шарів один відносно одного, дозволяє враховувати вплив дефектів структури матеріалу у вигляді ділянок непроклею. Важливо відзначити, що на границі ділянки непроклею має місце крайовий ефект. При цьому довжина зони крайового ефекту не перевищує двох товщин оболонки.

Становить інтерес розв'язок задачі однобічного контакту двох співосних оболонок у формі півтора (рис. 2.13). Відстань від осі обертання до осі півтора становить $R = 0,3$ м, радіуси першої й другої оболонки $r_1 = 9,8625 \cdot 10^{-2}$ м, $r_2 = 10,1375 \cdot 10^{-2}$ м.

Внутрішня оболонка навантажена рівномірним тиском $q = 4$ МПа, і кожна з них складається із двох перехресно армованих шарів товщиною $h = 2,25 \cdot 10^{-3}$ м з кутами армування на екваторі $\varphi^{(1)} = -60^\circ$, $\varphi^{(2)} = 60^\circ$. Вважається, що на екваторі виконуються умови симетрії, а переріз оболонки з координатою $t_k = \frac{\pi\Gamma}{2}$ жорстко затиснений.

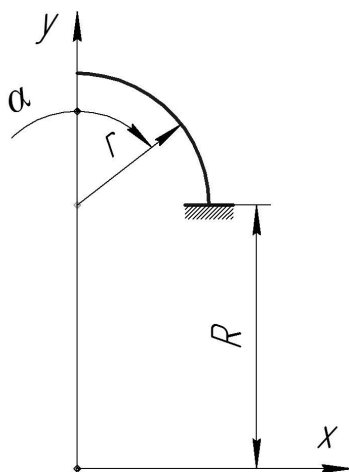


Рис. 2.13. Розрахункова схема оболонки обертання у формі півтора

Оболонка виготовлена з боропоксидного композиційного матеріалу й складається із двох перехресно армованих шарів. Фізичні характеристики борних волокон, епоксидного з'єднувача, об'ємний коефіцієнт армування для кожного шару відповідають даним попереднього прикладу.

Перша модель півтора являє собою двошарову оболонку з товщиною жорстких шарів $h_{(1)} = h_{(2)} = 2,25 \cdot 10^{-3}$ м. Вважається, що між шарами відсутній кінематичний зв'язок і зазор між ними – $h_{[1]} = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м. Коефіцієнт зниження жорсткості обтиснення приймався таким: $k_1 = 0,05$ і $k_2 = 0,005$. Напружено-деформований стан оболонки визначався методом скінченних різниць. Нелінійна крайова задача зводилася до розв'язання послідовності лінійних крайових задач за допомогою узагальненого методу Ньютона. На рис. 2.14 наведені графіки зміни величини контактної тиску q у напрямку поздовжньої координати t («1», «2» – відповідає коефіцієнтам зниження жорсткості обтиснення $k_1 = 0,05$ і $k_2 = 0,005$).

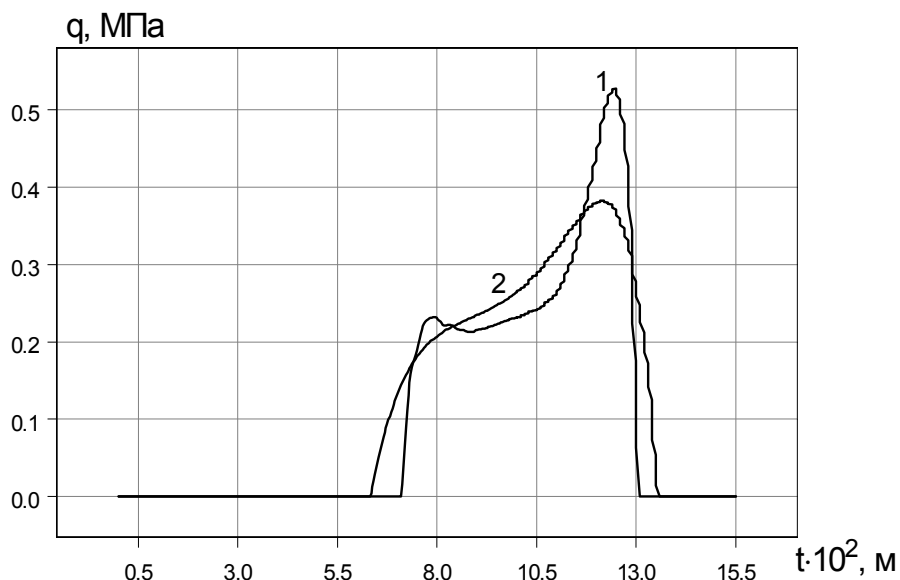


Рис. 2.14. Зміна контактної тиску q у напрямку поздовжньої координати t для різних значень коефіцієнта k

Проведений чисельний експеримент показує, що при збільшенні значення коефіцієнта k зона контакту між шарами зменшується, а максимальне значення контактної тиску збільшується. При цьому спостерігається ріст контактної

тиску в краю зони контакту, що відповідає результатам [113], отриманим при розв'язанні контактної задачі для двох співосних ізотропних циліндричних оболонок.

На рис. 2.15 наведені криві зміни нормальних напружень σ_{11} розглянутого пакета співосних тороїдальних оболонок у напрямку координати t для різних значень коефіцієнта k . Криві «1», «2» показують зміну напружень σ_{11} на внутрішній поверхні першої оболонки при відповідних значеннях коефіцієнтів k_1 і k_2 . Аналогічно криві «3», «4» характеризують зміну напружень σ_{11} на зовнішній поверхні другої оболонки при відповідних значеннях коефіцієнтів k_1 і k_2 . Аналіз кривих «1» – «4» свідчить про незначний вплив коефіцієнта зниження жорсткості обтиснення на напружений стан розглянутих оболонок.

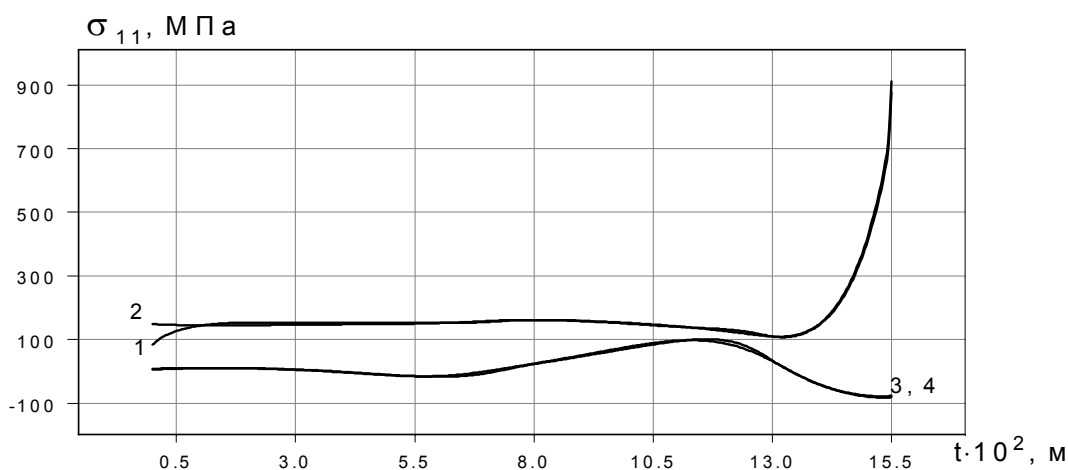


Рис. 2.15. Криві зміни нормальних напружень σ_{11} у напрямку поздовжньої координати t для різних значень коефіцієнта k

Як оболонка складної форми з ділянками непроклею розглядався півтор. Вихідна поверхня такої оболонки утворена обертанням кола радіуса $r = 0,2$ м відносно осі обертання. Відстань від осі обертання до осі тора становить $R = 0,4$ м. Розглянута оболонка навантажена рівномірним внутрішнім тиском $q = 2$ МПа. Вона виконана із двох перехресно армованих шарів товщиною $h = 5 \cdot 10^{-3}$ м й кутами армування на екваторі $\varphi^{(1)} = -60^\circ$, $\varphi^{(2)} = 60^\circ$. Матеріал тора і його фізичні характеристики приймалися такими ж, як і для оболонки з

попереднього прикладу. Вважається, що на екваторі виконуються умови симетрії, а переріз оболонки з координатою $t_k = \frac{\pi r}{2}$ жорстко затиснений.

Напружено-деформований стан півтора визначався за двома математичними моделями. Розглядалася двошарова оболонка із клейовим прошарком і анізотропна оболонка без клейового прошарку. Результати розрахунків наведені на рис. 2.16, 2.17 у вигляді графіків зміни нормального прогину w («1», «2» – анізотропної та двошарової оболонки відповідно) і нормальних напружень σ_{11} у напрямку координати t («1», «2» – у внутрішньому та зовнішньому шарах анізотропної оболонки; «3», «4» – у внутрішньому й зовнішньому шарах двошарової оболонки).

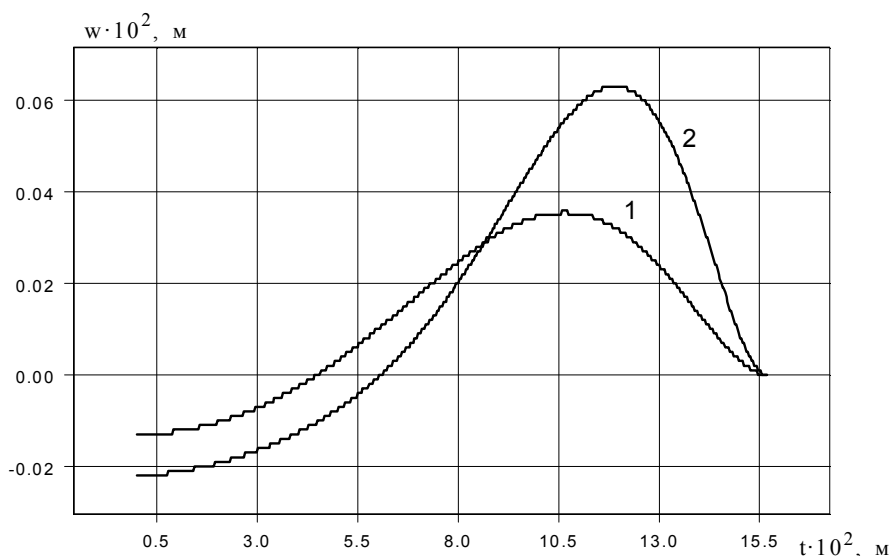


Рис. 2.16. Графіки прогинів w по довжині оболонки у формі півтора

На рис. 2.18 а), б) наводяться криві зміни нормальних напружень σ_{11} двошарової оболонки в напрямку поздовжньої координати t , коли внутрішній тиск $q = 3$ МПа. При цьому вважається, що по довжині оболонки при $0,085 \text{ м} < t < 0,14 \text{ м}$ («3» – внутрішня поверхня, «4» – зовнішня поверхня) є ділянки непроклею.

При цьому між жорсткими шарами оболонки виникає однобічний контакт. Для порівняння на рис. 2.18 показані криві зміни нормальних напружень σ_{11} двошарової оболонки без ділянок непроклею («1» – внутрішня

поверхня, «2» – зовнішня поверхня). Аналіз кривих 3, 4 доводить наявність крайового ефекту в зоні непроклею.

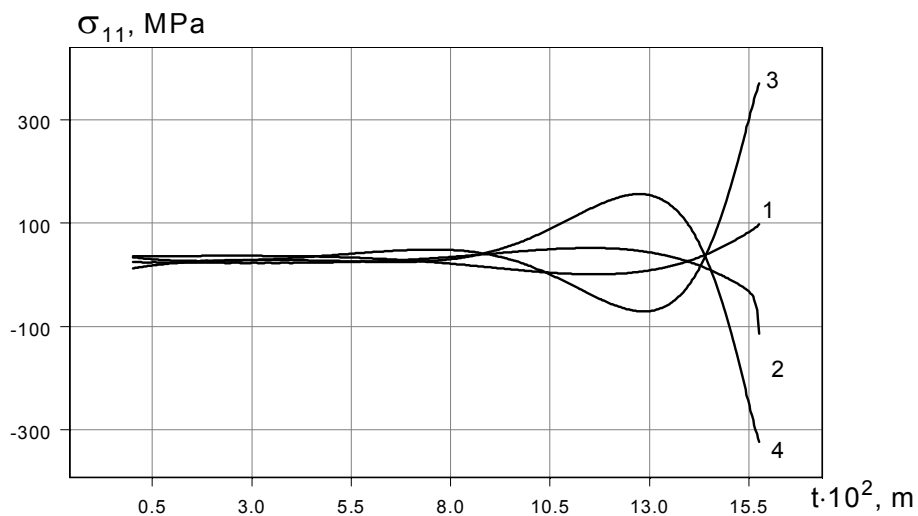


Рис. 2.17. Графіки нормальних напружень σ_{11} на лицьових поверхнях оболонки у формі півтора

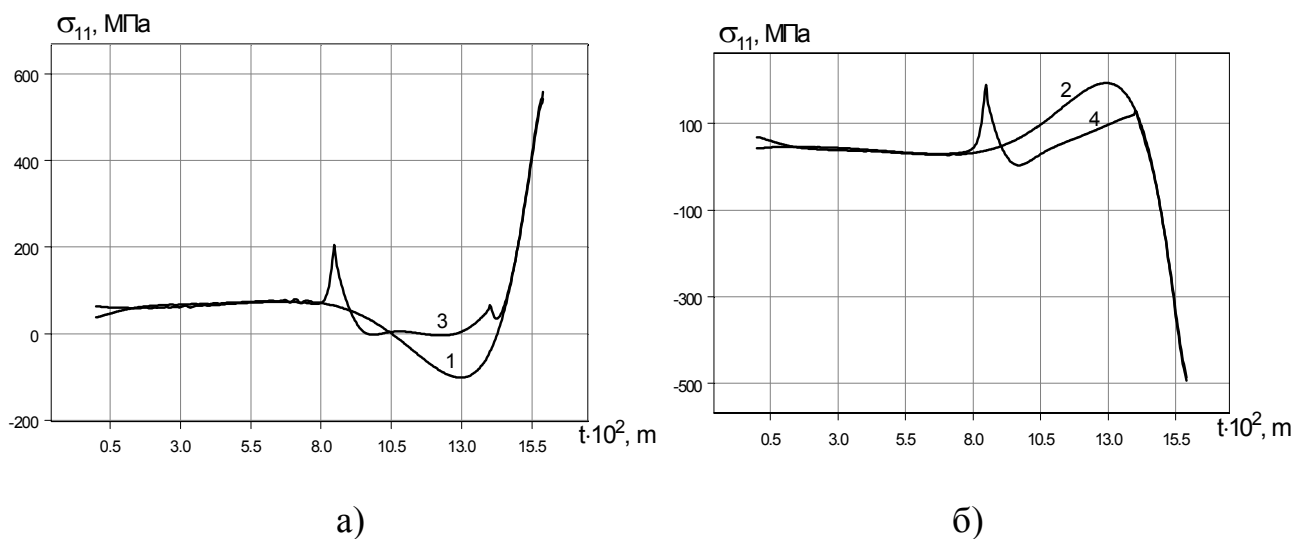


Рис. 2.18. Графіки нормальних напружень σ_{11} на лицьових поверхнях оболонки у формі тора з кільцевими ділянками непроклею

2.6. Неосесиметрична деформація багат шарових оболонок обертання

В [56] для неосесиметрично навантажених багат шарових оболонок побудована розв'язувальна система диференціальних рівнянь у частинних похідних і сформульовані граничні умови на граничних контурах оболонки. Нехай розглянута конструкція являє собою замкнену оболонку обертання зі сталими в коловому напрямку фізико-механічними параметрами. З урахуванням умов періодичності неосесиметричне навантаження, що діє на оболонку, зобразимо у вигляді рядів Фур'є

$$\begin{aligned} X_1^{(k)} &= X_1^{(k)0} + \sum_{n=1}^{\infty} (X_{1,n}^{(k)} \cos n\alpha_2 + X_{1,-n}^{(k)} \sin n\alpha_2), \\ X_2^{(k)} &= X_2^{(k)0} + \sum_{n=1}^{\infty} (X_{2,n}^{(k)} \sin n\alpha_2 + X_{2,-n}^{(k)} \cos n\alpha_2), \\ X_3^{(k)} &= X_3^{(k)0} + \sum_{n=1}^{\infty} (X_{3,n}^{(k)} \cos n\alpha_2 + X_{3,-n}^{(k)} \sin n\alpha_2). \end{aligned} \quad (2.68)$$

Розв'язок крайової задачі будемо шукати в аналогічній формі

$$\begin{aligned} \vec{\Phi}_1^{(k)} &= \vec{\Phi}_1^{(k)0} + \sum_{n=1}^{\infty} (\vec{\Phi}_{1,n}^{(k)} \cos n\alpha_2 + \vec{\Phi}_{1,-n}^{(k)} \sin n\alpha_2), \\ \vec{\Phi}_2^{(k)} &= \vec{\Phi}_2^{(k)0} + \sum_{n=1}^{\infty} (\vec{\Phi}_{2,n}^{(k)} \sin n\alpha_2 + \vec{\Phi}_{2,-n}^{(k)} \cos n\alpha_2), \end{aligned} \quad (2.69)$$

де $\vec{\Phi}_1^{(k)} = [T_{11}^{(k)}, T_{22}^{(k)}, R_{13}^{(k)}, Q_1^{(k)}, M_{11}^{(k)}, M_{22}^{(k)}, L_{11}^{(k)}, L_{22}^{(k)}, Q_3^{(k)}, u_1^{(k)}, w^{(k)}, \gamma_1^{(k)}, \psi_1^{(k)}, \varepsilon_{11}^{(k)}, \varepsilon_{22}^{(k)}, \varepsilon_{33}^{(k)z}, \chi_{11}^{(k)}, \chi_{22}^{(k)}, \psi_{11}^{(k)}, \psi_{22}^{(k)}]^T$,

$$\begin{aligned} \vec{\Phi}_2^{(k)} &= [T_{12}^{(k)}, R_{23}^{(k)}, Q_2^{(k)}, M_{12}^{(k)}, L_{12}^{(k)}, L_{13}^{(k)}, L_{23}^{(k)}, \\ &u_2^{(k)}, \psi_2^{(k)}, \gamma_2^{(k)}, \varepsilon_{12}^{(k)}, \chi_{12}^{(k)}, \psi_{12}^{(k)}]^T. \end{aligned} \quad (2.70)$$

У результаті підстановки (2.68) – (2.70) у систему диференціальних рівнянь у частинних похідних [56] отримуємо три незв'язані між собою системи звичайних диференціальних рівнянь. Перша система, що визначає основний осесиметричний стан, наведена в підрозділі 2.2.

Друга система звичайних диференціальних рівнянь –

$$\frac{d\vec{Y}_n^{(k)}}{A_{(k)}d\alpha_1} = F_n^{(k)}(\alpha_1, \alpha_2, \vec{Y}_n^{(k)}, f_n^{(k)}), \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2.71)$$

дозволяє визначити функції неосиметричного складового розв'язку $\Phi_{1,n}$ й $\Phi_{2,n}$.

$$\begin{aligned} \text{Тут } \vec{Y}_n^{(k)} &= \{\vec{Y}_{1,n}^{(k)}, \vec{Y}_{2,n}^{(k)}, \dots, \vec{Y}_{14,n}^{(k)}\}^T = \\ &= \{\Gamma_{11,n}^{(k)}, \Gamma_{12,n}^{(k)}, R_{13,n}^{(k)}, M_{11,n}^{(k)}, M_{12,n}^{(k)}, L_{11,n}^{(k)}, L_{12,n}^{(k)}, u_{1,n}^{(k)}, u_{2,n}^{(k)}, w_n^{(k)}, \gamma_{1,n}^{(k)}, \gamma_{2,n}^{(k)}, \psi_{1,n}^{(k)}, \psi_{2,n}^{(k)}\}^T \end{aligned} \quad -$$

вектор розв'язків. Така система для k -го шару оболонки має чотирнадцятий порядок і для кожного номера n ряду (2.69) права частина системи (2.71) запишеться (надалі індекс « n » опускається)

$$\begin{aligned} F_1^{(k)} &= \rho_1^{(k)}Y_1^{(k)} + 2\rho_2^{(k)}Y_2^{(k)} - \rho_1^{(k)}\Gamma_{22}^{(k)} - k_1^{(k)}Y_3^{(k)} - nY_2^{(k)} - X_1^{(k)}; \\ F_2^{(k)} &= -\rho_2^{(k)}Y_1^{(k)} + 2\rho_1^{(k)}Y_2^{(k)} + \rho_2^{(k)}\Gamma_{22}^{(k)} - k_2^{(k)}R_{23}^{(k)} + n\Gamma_{22}^{(k)} - X_2^{(k)}, \\ F_3^{(k)} &= k_1^{(k)}Y_1^{(k)} + \rho_1^{(k)}Y_3^{(k)} + k_2^{(k)}\Gamma_{22}^{(k)} + \rho_2^{(k)}R_{23}^{(k)} - nR_{23}^{(k)} - X_3^{(k)}, \\ F_4^{(k)} &= \rho_1^{(k)}Y_4^{(k)} + 2\rho_2^{(k)}Y_5^{(k)} - \rho_1^{(k)}M_{22}^{(k)} + Q_1^{(k)} - nY_5^{(k)} - \frac{h^{(k)}}{2}X_1^{(k)}, \\ F_5^{(k)} &= -\rho_2^{(k)}Y_4^{(k)} + 2\rho_1^{(k)}Y_5^{(k)} + \rho_2^{(k)}M_{22}^{(k)} + Q_2^{(k)} + nM_{22}^{(k)} - \frac{h^{(k)}}{2}X_2^{(k)}, \\ F_6^{(k)} &= \rho_1^{(k)}Y_6^{(k)} + 2\rho_2^{(k)}Y_7^{(k)} - \rho_1^{(k)}L_{22}^{(k)} + L_{13}^{(k)} - nY_7^{(k)} - \varphi_{(k)}\left(\frac{h^{(k)}}{2}\right)X_1^{(k)}, \\ F_7^{(k)} &= -\rho_2^{(k)}Y_6^{(k)} + 2\rho_1^{(k)}Y_7^{(k)} + \rho_2^{(k)}L_{22}^{(k)} + L_{23}^{(k)} + nL_{22}^{(k)} - \varphi_{(k)}\left(\frac{h^{(k)}}{2}\right)X_2^{(k)}, \\ F_8^{(k)} &= \varepsilon_{11}^{(k)} + \rho_2^{(k)}Y_9^{(k)} - k_1^{(k)}Y_{10}^{(k)} - \frac{1}{2}(2\varepsilon_{13}^{(k)\gamma} - Y_{11}^{(k)})^2, \\ F_9^{(k)} &= \varepsilon_{12}^{(k)} - \rho_2^{(k)}Y_8^{(k)} - \rho_1^{(k)}Y_9^{(k)} + \\ &+ (2\varepsilon_{13}^{(k)\gamma} - Y_{11}^{(k)})(nY_{10}^{(k)} + k_2^{(k)}Y_9^{(k)}) + nY_8^{(k)}, \\ F_{10}^{(k)} &= 2\varepsilon_{13}^{(k)\gamma} - Y_{11}^{(k)} + k_1^{(k)}Y_8^{(k)}, \quad F_{11}^{(k)} = \chi_{11}^{(k)\gamma} + \rho_2^{(k)}Y_{12}^{(k)}, \\ F_{12}^{(k)} &= 2\chi_{12}^{(k)\gamma} - \rho_2^{(k)}Y_{11}^{(k)} - \rho_1^{(k)}Y_{12}^{(k)} + nY_{11}^{(k)}, \quad F_{13}^{(k)} = \psi_{11}^{(k)} + \rho_2^{(k)}Y_{14}^{(k)}, \end{aligned} \quad (2.72)$$

$$F_{14}^{(k)} = 2\psi_{12}^{(k)} - \rho_2^{(k)} Y_{13}^{(k)} - \rho_1^{(k)} Y_{14}^{(k)} + n Y_{13}^{(k)}, \text{ де } \rho_1 = -\frac{\partial B^{(k)}}{A^{(k)} B^{(k)} \partial \alpha_1}. \quad (2.72)$$

Усі невідомі, які входять до правої частини системи рівнянь (2.71) – (2.72), необхідно виразити через компоненти вектора розв’язків $\vec{Y}^{(k)}$.

Аналогічний вигляд має й третя система, яка складається для визначення складових розв’язку $\Phi_{1,-n}$ й $\Phi_{2,-n}$. Третя система знаходиться з системи (2.72) заміною $+n$ на $-n$ і окремо не виписується.

Запропонований варіант постановки неосесиметричних задач дозволяє використовувати стійкий чисельний метод дискретної ортогоналізації [65].

2.7. Висновки по другому розділу

На основі залежностей геометрично нелінійної дискретно-структурної теорії шаруватих елементів конструкцій досліджений напружено-деформований стан анізотропних пластин і оболонок. Умови контакту по сполучених лицьових поверхнях жорстких анізотропних шарів моделюються за допомогою трьох розрахункових моделей. Показана схема лінеаризації розв’язувальних нелінійних диференціальних рівнянь на основі ітераційного методу Ньютона-Канторовича.

Аналіз отриманих теоретичних і експериментальних результатів показує, що найбільш адекватно реальну роботу двошарових пластин і оболонок відображує варіант дискретно-структурної теорії, що припускає пружне проковзування сполучених шарів один відносно одного. Відносна похибка теоретичного значення прогину в центрі пластини при порівнянні з експериментальними даними склала менше 3%. При цьому врахування геометричної нелінійності деформацій суттєво уточнює величину радіальних напружень σ_r , особливо у стиснутій зоні центра пластини.

Запропонований варіант дискретно-структурної теорії й розроблена на її основі методика розрахунків дозволили провести оцінку впливу дефектів структури матеріалу у вигляді ділянок непоклею на напружено-деформований

стан багатошарових пластин і оболонок. Відзначено, що на границі ділянки непроклею має місце крайовий ефект, довжина зони якого не перевищує двох товщин пластинки. Величина зміни нормальних напружень у жорстких шарах оболонки на границі ділянки непроклею значною мірою визначається довжиною ділянки непроклею. Крім того, на границі непроклею в клейовому шарі виникають значні напруження трансверсального обтиснення.

РОЗДІЛ 3

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ЗІ СКЛОПЛАСТИКУ

Сучасні волокнисті композиційні матеріали з односпрямованим, шаруватим і просторовим укладанням арматур є неоднорідними матеріалами. Анізотропія властивостей і особливості будови армованих пластиків породжують ряд принципових труднощів. Це, насамперед, встановлення числа характеристик міцності та пружних характеристик, необхідних для досить повної інженерної паспортизації матеріалу. Число обумовлених характеристик залежить від типу анізотропії. Принциповим стає вибір схем навантаження, при яких характеристики матеріалу найбільш просто пов'язані з величинами, визначеними в експерименті, вибір аналітичного апарата для обробки експерименту й оцінка області придатності розрахункових залежностей.

Першими композиційними матеріалами, які знайшли широке застосування в різних галузях сучасного машинобудування, були склопластики. Конструкційні переваги орієнтованих склопластиків загальновідомі. У першу чергу – це висока питома міцність у напрямі армування. Однак реалізація цієї основної переваги зіткнулася з рядом труднощів, пов'язаних з порівняно низькою жорсткістю склопластиків при поперечному зсуві й трансверсальному відриві. Опір міжшаровому зсуву й поперечному відриву склопластиків $\tau_{xz}^{\pm} = 25 \div 50$ МПа, $G_{xz} = 2000 \div 2500$ МПа й $\sigma_z^{\pm} = 20 \div 55$ МПа.

Втрата несучої здатності склопластикових пластин і оболонок при дії стискаючого навантаження через слабкий опір поперечному відриву й міжшаровому зсуву відбувається задовго до досягнення напруженнями граничних значень. Зазначені недоліки особливо помітні, якщо композиційний матеріал має різного роду дефекти структури.

3.1. Технологія виготовлення й технічні характеристики зразків зі склопластику

Як арматура при виготовленні конструкцій зі склопластику використовуються високомодульне скловолокно або алюмоборосилікатне волокно. Міцність моноволокна знаходиться в межах від 3,4 до 4,5 ГПа. Стандартне відхилення становить приблизно $\pm 10\%$. Основною причиною такого широкого розкиду є наявність дефектів у волокнах і вплив на них атмосферної вологи.

Результати випробувань на розтягання пучків або стренг волокон приблизно на 20% нижче, ніж середні значення для моноволокна. Це пояснюється тим, що після розриву окремих волокон у пучку відбувається істотне перевантаження інших волокон. Одним з недоліків, який обмежує застосування ровингів зі скловолокна, є невелике значення модуля пружності. Максимальне значення модуля пружності для односпрямованих композитів знаходиться в межах 41,0 – 55,2 ГПа.

Як з'єднувач широко застосовуються епоксидні смоли марки ЕД–20, а також поліефірні смоли. Знаходять застосування й інші типи епоксидних смол: бромовані – з підвищеним опором займанню; еластичні епоксидні смоли з підвищеним коефіцієнтом ударної в'язкості й пластичності. У складі композицій з епоксидною смолою додатково застосовуються різного роду затверджувачі й пластифікатори. Найбільш широко застосовувані затверджувачі — метилнадикангідрид і триетаноламін. Як пластифікатор можна застосовувати дибутилфталат. Міцність на розрив виливків з епоксидної смоли знаходиться в межах 55 – 130 МПа, модуль пружності при розтяганні 2,8 – 4,2 ГПа, границя міцності при згинанні 120 МПа.

3.1.1. Матеріал і структура зразків. Результати досліджень, які викладені в цьому розділі, отримані для двох типів зразків – пластин і тонкостінних циліндрів.

Для проведення першого етапу експериментальних досліджень були

виготовлені пластини розміром $0,25 \times 0,25$ м регулярної структури методом укладання із трьох марок склотканин (таблиця 3.1).

Таблиця 3.1

Структура пластин зі склопластику

№ серії	Кількість зразків	Кількість шарів	Марка тканини	Товщина тканини, м	Цупкість тканини, ниток/см		Розривне навантаження, Н		Товщина зразка, мм
					по основі	по утоку	по основі	по утоку	
1	5	18	ЕЗ-125П ГОСТ 19907-83	0,125	16	16	784	784	$3,0 \pm 0,2$
2	5	16	Т-13 ГОСТ 19170-73	0,3	16	10	1764	1176	$5,0 \pm 0,4$
3	5	4	TG 430 – С (виробництво Латвія)	0,4	19	11	1557	856	$2,0 \pm 0,2$

Тканини марки ЕЗ-125П и Т-13 виготовлені шляхом переплетення алюмоборосилікатних ниток БС7-22×1×2 (Е скло) і БС7-22×1×2 (Е скло) відповідно. Структура нитки тканини марки TG 430 – С аналогічна до нитки склоткани Т-13. Механічні характеристики нитки наведені в ГОСТ 19907 – 83, ГОСТ 19170 – 73: $E_B=74500$ МПа, $G_B=31000$ МПа, $\nu_B=0,2$.

Як полімерна матриця зразків серій №1 і №2 використовували епоксидну смолу Е – 20 з такими параметрами пружності: $E_M=4200$ МПа, $G_M=1500$ МПа, $\nu_M=0,4$. Матриця серії №3 становила собою поліестерну ортофталеву смолу зі зниженою емісією стиролу Cristic 2 – 446 РА (виробництво – Великобританія) і механічними характеристиками: $E_M=3400$ МПа, $G_M=1215$ МПа, $\nu_M=0,4$.

3.1.2. Способи виготовлення зразків. Сполучна композиція перших двох серій зразків включала 100 масових частин (мас. ч.) епоксидної смоли Е – 20, попередньо прогрітої до температури 70 °С. У приготовлений об'єм епоксидної смоли додавали 10 мас. ч. пластифікатора ДЕГ – 1 і 16 мас. ч. затверджувача ТЕАТ – 1 і перемішували до одержання однорідної суміші.

Після прожарювання склотканина (таблиця 3.1) просочувалася розігрітим з'єднувачем і методом послідовного укладання шарів формувалися зразки перших двох серій. Полімеризацію виробів проводили з витримкою зразків у термошафі при температурі 100 °С не менше трьох годин.

Окремо слід зазначити, що шари укладалися під кутом 0° і 90° при цьому по черзі мінялися напрямки шарів по основі й по утоку.

Для зразків третьої серії як з'єднувач використовувалася поліестерна ортофталева смола зі зниженою емісією стиролу Cistic 2 – 446 PA (виробництво – Великобританія). Час затвердіння цієї смоли 24 години при температурі 24 °С. Виготовлення зразків третьої серії здійснювалася методом укладання шарів з наступною полімеризацією при температурі 24 °С не менше 36 годин.

Зразки другого типу, що являють собою тонкостінні циліндри із внутрішнім діаметром $D_B = 90,0 \pm 0,5$ мм, виготовлялися методом укладання. Укладання шарів проводили на нерозбірну циліндричну оправку довжиною 1 м. Як армуючий матеріал й з'єднувач застосовувалися склотканина марки TG 430 – С (таблиця 3.1) і поліестерна ортофталева смола зі зниженою емісією стиролу Cistic 2 – 446 PA.

Після намотування необхідної кількості шарів проводилася полімеризація зразків при температурі 24 °С не менше 48 годин. Після полімеризації труби розрізали на зразки з необхідними геометричними розмірами.

Було виготовлено чотири серії зразків, які відрізнялися один від іншого кількістю шарів і довжиною (таблиця 3.2).

Структура тонкостінних циліндрів зі склопластику

№ серії	Кількість зразків	Кількість шарів	Марка тканини	Товщина тканини, мм	Цупкість тканини, ниток/см		Довжина зразка, мм	Товщина зразка, мм
					по основі	по утоку		
1	10	4	TG 430 – С	0,4	19	11	100	2,0± 0,2
2	10	4	TG 430 – С	0,4	19	11	200	2,0± 0,2
3	10	2	TG 430 – С	0,4	19	11	100	1,0± 0,1
4	10	2	TG 430 – С	0,4	19	11	200	1,0± 0,1

3.1.3. Початкові дефекти структури зразків типу локальних ділянок непроклею. Початкові дефекти, у вигляді ділянок непроклею круглої форми по центру пластини, створювалися під час виготовлення зразків (таблиця 3.3) за допомогою тонкої поліетиленової плівки товщиною 0,1 мм між другим і третім шаром.

Циліндричні зразки мали кільцеву форму ділянок непроклею між другим і третім шаром, які створювалися по середині довжини труби. Розміри ділянки непроклею для кожної серії зразків зазначено в таблиці 3.4.

Таблиця 3.3

Пластини зі склопластику з міжшаровими дефектами структури матеріалу

№ серії	Кількість зразків	Кількість шарів	Марка тканини	Товщина тканини, мм	Діаметр непроклею, мм	Форма	Розміри пластини, мм	Товщина зразка, мм
1	2	4	TG 430 – С	0,4	150	коло	250×250	2,0± 0,2
2	2	4	TG 430 – С	0,4	100	коло	250×250	2,0± 0,2
3	2	4	TG 430 – С	0,4	70	коло	250×250	2,0± 0,2
4	2	4	TG 430 – С	0,4	50	коло	250×250	2,0± 0,2

**Тонкостінні циліндри зі склопластику з міжшаровими дефектами
структури матеріалу**

№ серії	Кількість зразків	Кількість шарів	Марка тканини	Товщина тканини, мм	Довжина непроклею, мм	Довжина зразка, мм	Товщина зразка, мм
1	2	4	TG 430 – С	0,4	50,0± 1,0	100	2,0± 0,2
2	2	4	TG 430 – С	0,4	80,0± 1,0	100	2,0± 0,2
3	2	4	TG 430 – С	0,4	160,0± 1,0	200	1,0± 0,1

3.1.4. Технічні характеристики склопластику. Для визначення технічних сталих склопластику пропонується така теоретико-експериментальна методика. Спочатку, відповідно до ГОСТ 25.601–80, визначається модуль пружності й коефіцієнт Пуассона при розтяганні зразків зі склопластику. Проведені механічні випробування дозволяють стверджувати, що матеріал розглянутих пластинок можна класифікувати як трансверсально ізотропний.

На розтягання випробовувалися пласкі зразки, які вирізалися з пластин (таблиця 3.1) у напрямку головних осей ортотропії й мали такі розміри: перша серія – $l=200$ мм, $b=20,0\pm 0,2$ мм, $h=3,0\pm 0,2$ мм; друга серія – $l=200$ мм, $b=20,0\pm 0,4$ мм, $h=5,0\pm 0,4$ мм; третя серія – $l=200$ мм, $b=20,0\pm 0,2$ мм, $h=2,0\pm 0,2$ мм. Кожна партія включала 5 зразків.

Якість пласких зразків, підготовка й проведення випробувань відповідали вимогам ГОСТ 25.601–80. Визначення деформацій двох партій зразків першої й другої серій проводилася методом тензометрування за допомогою розривної машини в сертифікованій лабораторії Сумського державного університету.

Для виміру деформацій використовувалися тензорезистори КФ4П1–3–200. Середнє значення коефіцієнта тензочутливості $K=2,0\cdot 10^{-6}$. Наклейка тензорезисторів здійснювалася згідно з інструкцією з наклейки АЖВ2.782.001 ТО. Для виміру вихідних сигналів тензорезисторів і подання звітів у цифровому вигляді використовувалася вимірювальна система «СИИТ–3».

Третя партія плоских зразків пластин третьої серії випробовувалася в сертифікованій лабораторії механічних випробувань Національного технічного університету України «КПІ». За допомогою універсальної випробувальної машини TIRATEST–2151 були отримані механічні характеристики зразків при розтяганні (ГОСТ 25.601–80), стисканні (ГОСТ 25.602–80) і згинанні (ГОСТ 25.604–82).

За результатами вимірів були отримані усереднені значення напружень і деформацій, а також довірчі інтервали на основі критерію Стьюдента із заданою ймовірністю $1-\alpha=0,95$. При цьому похибка апроксимації s експериментальної прямої: $\varepsilon_1 = \sigma_{11}/E_1$ при розтяганні склопластику й значення модулів пружності склопластику кожної серії (таблиця 3.1) наведено в таблиці 3.5.

Таблиця 3.5

**Експериментально–теоретичні значення пружних характеристик
склопластиків**

№ серії	Результати експерименту		Експериментально-теоретичні значення			
	E_{11} , МПа	S , %	E_{ij} , МПа	G_{ij} , МПа	ν_{ij}	ν_{ji}
1	11500	0,85	$E_{11} = 11400$ $E_{22} = 11400$ $E_{33} = 5160$	$G_{12} = 2120$ $G_{13} = 2100$ $G_{23} = 2100$	$\nu_{12} = 0,12$ $\nu_{13} = 0,4$ $\nu_{23} = 0,4$	$\nu_{21} = 0,12$ $\nu_{31} = 0,166$ $\nu_{32} = 0,166$
2	12200	0,72	$E_{11} = 12100$ $E_{22} = 12100$ $E_{33} = 6331$	$G_{12} = 2176$ $G_{13} = 2060$ $G_{23} = 2060$	$\nu_{12} = 0,13$ $\nu_{13} = 0,41$ $\nu_{23} = 0,41$	$\nu_{21} = 0,15$ $\nu_{31} = 0,21$ $\nu_{32} = 0,21$
3	15000	0,97	$E_{11} = 15000$ $E_{22} = 15000$ $E_{33} = 7689$	$G_{12} = 2554$ $G_{13} = 2187$ $G_{23} = 2187$	$\nu_{12} = 0,12$ $\nu_{13} = 0,41$ $\nu_{23} = 0,41$	$\nu_{21} = 0,12$ $\nu_{31} = 0,21$ $\nu_{32} = 0,21$

Інші механічні характеристики склопластику (таблиця 3.5) визначалися інтегрально для всього пакета шарів пластинки за методикою, викладеною в розділі 2, за допомогою залежностей (2.6) – (2.21).

Для визначення граничних напружень зразки кожної серії доводили до руйнування при випробуванні на розтягання (ГОСТ 25.601 – 80), стискання (ГОСТ 25.602–80) і згинання (ГОСТ 25.604–82). Вважаючи, що певні значення граничних напружень являють собою нормально розподілену генеральну сукупність параметрів, у таблиці 3.6 наведені довірчі інтервали середнього значення граничних напружень $\pm a_{\sigma_{\text{сеп}}}$ при довірчій імовірності $1-\alpha=0,95$.

Таблиця 3.6

Експериментальні значення граничних напружень склопластиків

№ серії	$\sigma_{11}^+ = \sigma_{22}^+$, МПа	$\pm a_{\sigma_{\text{сеп}}}$, МПа	$\sigma_{11}^- = \sigma_{22}^-$, МПа	$\pm a_{\sigma_{\text{сеп}}}$, МПа	$\sigma_{11}^{3r} = \sigma_{22}^{3r}$, МПа	$\pm a_{\sigma_{\text{сеп}}}$, МПа
1	180	6	180	7	150	5
2	180	8	180	6	150	4
3	200	7	180	8	160	4

Як відзначається в роботі [126], розкид експериментальних значень граничних руйнівних напружень поперечного зсуву й обтиснення досить великий, що в першу чергу пов'язано з особливістю будови армованих пластиків, трудомісткістю й складністю проведення експерименту. Тому для проведення подальших досліджень були прийняті середні значення $\sigma_{33}^- = 90\text{МПа}$, $\sigma_{33}^+ = 16\text{МПа}$, $\sigma_{13}^- = \sigma_{13}^+ = \sigma_{23}^- = \sigma_{23}^+ = 30\text{МПа}$, $\sigma_{12}^- = \sigma_{12}^+ = 50\text{МПа}$ на основі експериментальних даних, які були наведені в роботі [120] для склопластиків схожої структури.

3.2. Навантаження зразків

3.2.1. Створення рівномірного тиску на поверхню пластини зі склопластику. Для проведення експериментальних досліджень була

розроблена й виготовлена установка, схема якої показана на рис. 3.1. Установка дозволяє випробовувати пластинки круглої й прямокутної форми в плані при дії рівномірного тиску до 1 МПа.

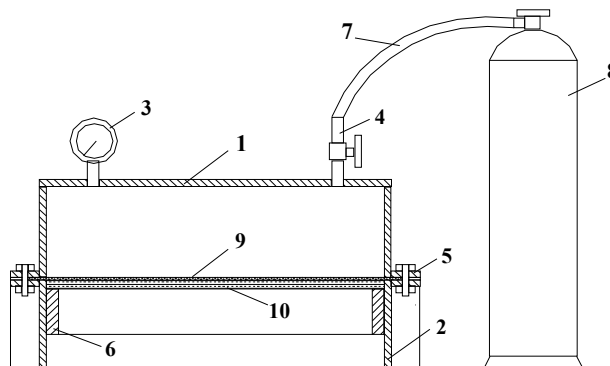


Рис. 3.1. Випробувальна установка для експериментальних досліджень згинання пластин з композиційних матеріалів під дією рівномірно розподіленого навантаження: 1 – кришка, 2 – підставка, 3 – манометр, 4 – перехідний кран, 5– фланці, 6 – опорний столик, 7– сполучний шланг, 8 – балон, 9 – еластична прокладка, 10– досліджувана пластина

Прогини пластини вимірюються за допомогою індикаторів годинникового типу з точністю до 0,005 мм. Синхронно з фіксацією навантажень методом тензометрування реєструються відносні лінійні деформації.

Дослідження пластин проводиться в умовах двоосьового (плаского) напруженого стану при статичному навантаженні (швидкість навантаження склопластиків змінюється від 15 до 100 МПа/хв). Температурний діапазон проведення випробувань 273–233 К).

Тривимірна схема й загальний вигляд установки подані на рис. 3.2 і 3.3 відповідно. Корпус експериментального стенда складається з опорного столика, приєднаного до підставки, яка у свою чергу з'єднується із кришкою фланцем. Опорний столик передбачено змінним, що дозволяє досліджувати пластини різної форми в плані, накладаючи обмеження лише на габарити, а саме прямокутна пластина має бути розмірами 300×250 мм.

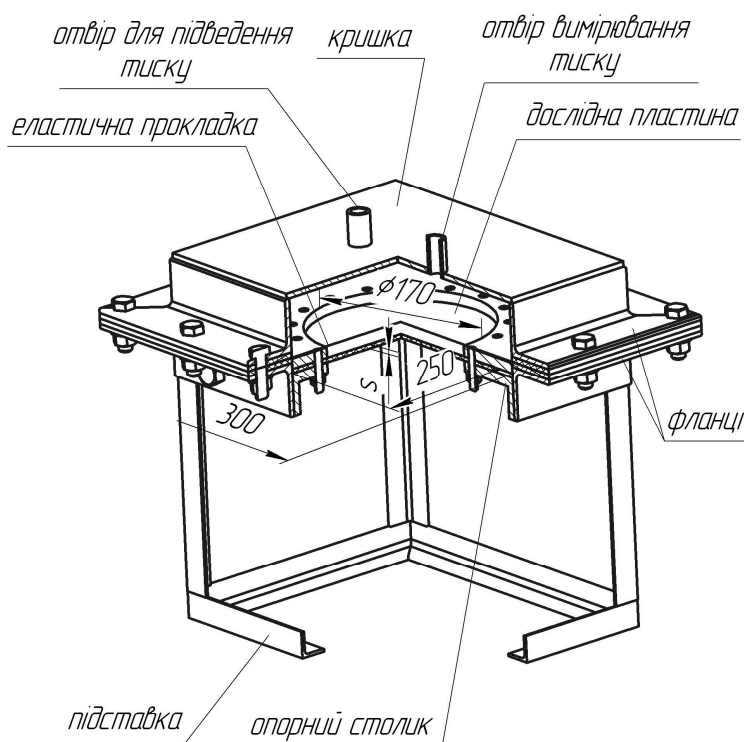


Рис. 3.2. Схема експериментальної установки для випробування пластин



Рис. 3.3. Загальний вигляд експериментальної установки для випробування пластин

Підготовка зразка до випробувань починається з розташування його на опорному столику. Для реалізації граничних умов, наближених до вільного опирання, зразок – прямокутна пластина розмірами 300×250 мм – вільно спирається на поверхню столика. Щоб уникнути випадкових зсувів пластини при монтажі пластини, вона фіксується на рівних відстанях по периметру зразка трьома паперовими стрічками, скріпленими канцелярським клеєм з

поверхнею зразка й столиком. Закріплення, близьке до жорсткого затиснення, реалізується за допомогою накладної пластини. Для цього типу закріплення зразок розташовується на поверхні столика й у ньому висвердлюються комплементарні отвори, розташовані на сталій відстані від периметра поверхні, що навантажується. У накладну пластину вгвинчуються шпильки, і вона розташовується поверх столика з лежачою на ньому пластиною. В опорному столику присутні співосні шпилькам отвори. Шпильки фіксуються гайками, таким чином, накладна пластини й випробувана пластини притискаються до опорного столика.

Зібраний опорний столик кріпиться до підставки болтовими з'єднаннями. Потім фланці опорного столика в зборі покриваються єдиною тонкою поліетиленовою плівкою – мембраною. Поверх розташовується кришка і фланці стягаються болтами. У кришці присутні трубка з різьбою для підключення через трійник манометра й трубка для подачі газу під тиском.

Принцип дії установки полягає в тому, що поданий під тиском газ через поліетиленову плівку-мембрану навантажує випробувану пластини рівномірно розподіленим навантаженням. Фланцеве з'єднання перешкоджає витоку газу. Раніше описане кріпильне встаткування дозволяє реалізувати різні види закріплення. Форма отвору в столику й відповідної йому накладної пластини дозволяє випробовувати пластини різних форм у плані. На рис. 3.2 зображена установка для дослідження круглих у плані пластин.

Конструкція експериментальної установки дозволяє робити виміри прогинів пластин, оскільки висота підставки дає можливість розмістити під досліджуваною пластиною штатив із закріпленням на ньому індикатором годинникового типу.

Конструкція експериментального стенда дозволяє реєструвати показання тензодатчиків, наклеєних як на ненавантаженому, так і на навантаженому поверхні пластини.

3.2.2. Навантаження тонкостінного циліндра внутрішнім гідростатичним тиском. Схеми випробувальної установки для дослідження

круглих циліндрів під дією рівномірно розподіленого внутрішнього навантаження показана на рис. 3.4. Тривимірна схема й загальний вид установки наведені на рис. 3.5 і 3.6.

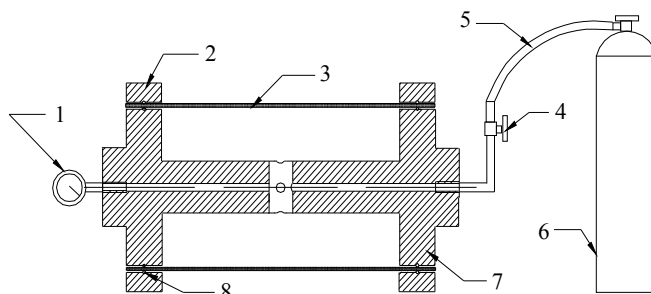


Рис. 3.4. Випробувальна установка для дослідження напружено-деформованого стану тонкостінних циліндрів при дії внутрішнього тиску: 1 – манометр, 2 – хомут, 3 – експериментальний зразок, 4 – перехідний кран, 5 – шланг, 6 – балон, 7 – два диски зі штангою, 8 – еластичне кільце ущільнення

хомут для моделювання вільного опирання *експериментальний зразок* *хомут для моделювання жорсткого затиснення*

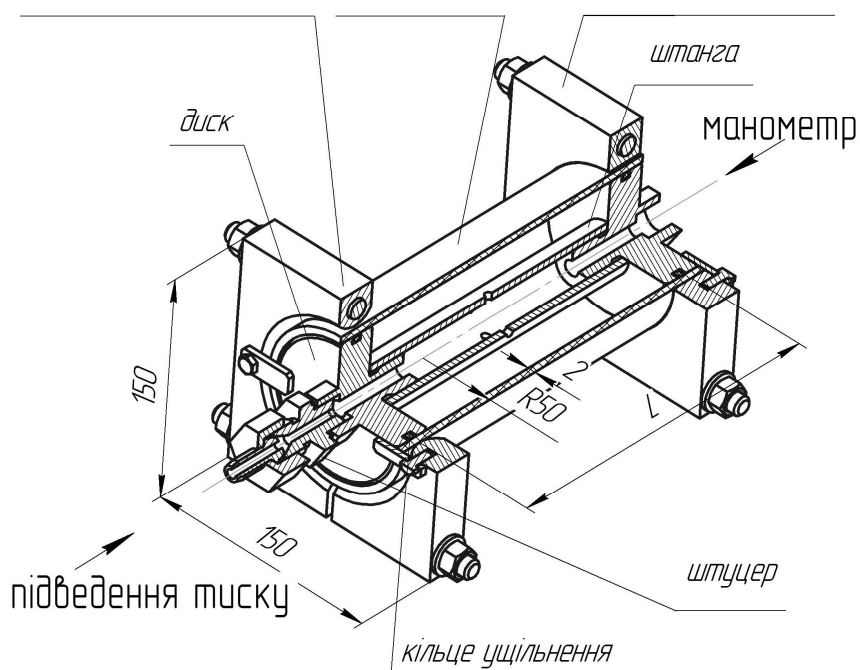


Рис. 3.5. Схема експериментальної установки для випробування циліндрів

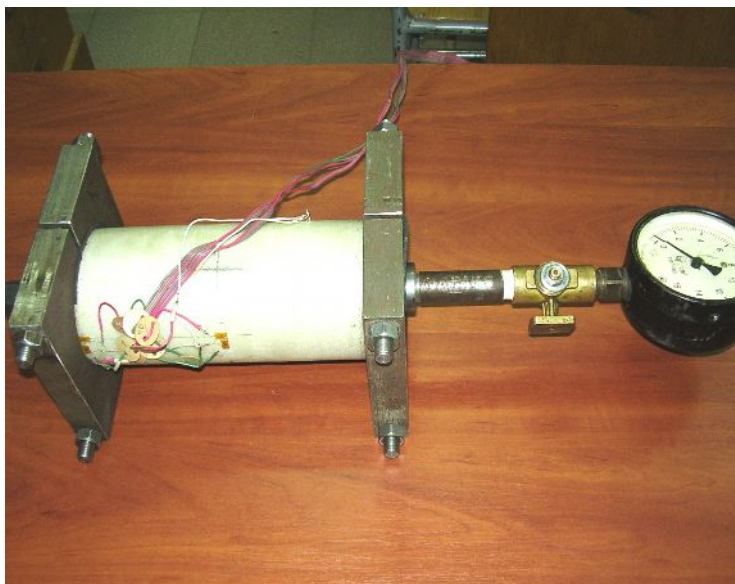


Рис. 3.6. Загальний вигляд експериментальної установки для випробування циліндрів

Установка складається зі штанги із пригвинченими двома дисками. На кожному диску закріплені кільця ущільнення, через які здійснюється контакт дисків і внутрішньої поверхні тонкостінного циліндра. Зовнішньою поверхнею циліндр уздовж лінії прилягання ущільнювальних кілець стягується хомутами, що складаються із двох половинок, які з'єднуються разом довгими шпильками.

Підготовка зразка до випробувань починається з нагвинчування вибраної довжини штанги на один з дисків. Змінні штанги дозволяють випробовувати зразки різної довжини. Випробуваний циліндр надівається на штангу з диском у зборі, а другий диск накручується на неї, приймаючи робоче положення відносно циліндра.

Диски взаємозамінні, у них нарізана внутрішня різь, що дозволяє приєднати манометр на один з них. До другого диска через перехідний штуцер приєднується ніпель, що фіксується накидною гайкою. До ніпеля приєднується шланг підведення внутрішнього тиску.

Граничні умови, близькі до шарнірного опирання й жорсткого затиснення, моделюються накладенням відповідних хомутів і герметичних прокладок.

Запропонована конструкція допускає вимірювання радіальних переміщень циліндра й відносних деформацій методом тензометрування.

3.3. Вимірювання і реєстрація деформацій і напружень

Для вимірювання деформацій використовувалися тензорезистори КФ4П1–3–200 з базою 3 мм. Розетки склалися із двох тензодатчиків. Точки наклеювання тензорезисторів для випробування пластин показані на рис. 3.7 і 3.8. Середнє значення коефіцієнта тензочутливості $K = 2 \cdot 10^{-6}$.

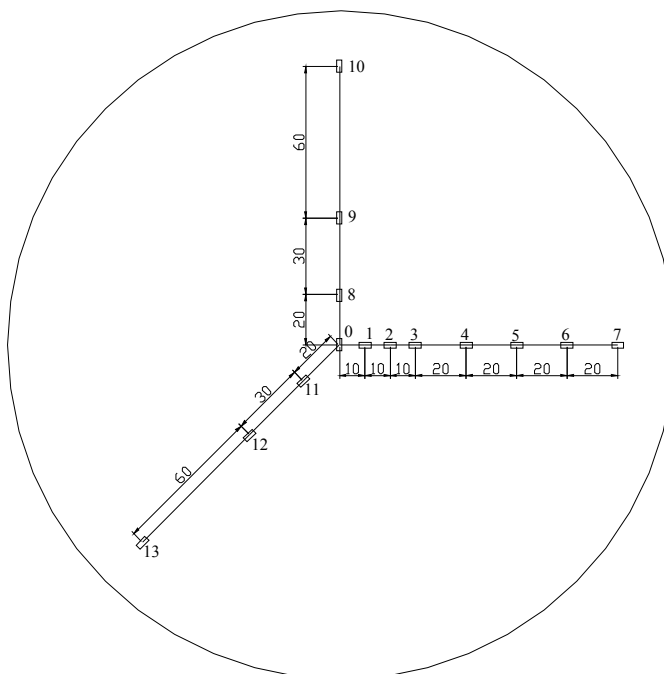


Рис. 3.7. Точки наклеювання тензорезисторів на круглій пластині без ділянок непроклею

Наклейка тензорезисторів здійснювалася згідно з інструкцією по наклейці АЖВ2.782.001 ТЕ. Для вимірювання вихідних сигналів тензорезисторів і подання звітів у цифровому вигляді використовувалася вимірювальна система «СИИТ–3» (порадник з експлуатації 4Т2.739.004 РЭ). Загальний вид пластинки з ділянкою непроклею круглої форми показаний на рис. 3.9.

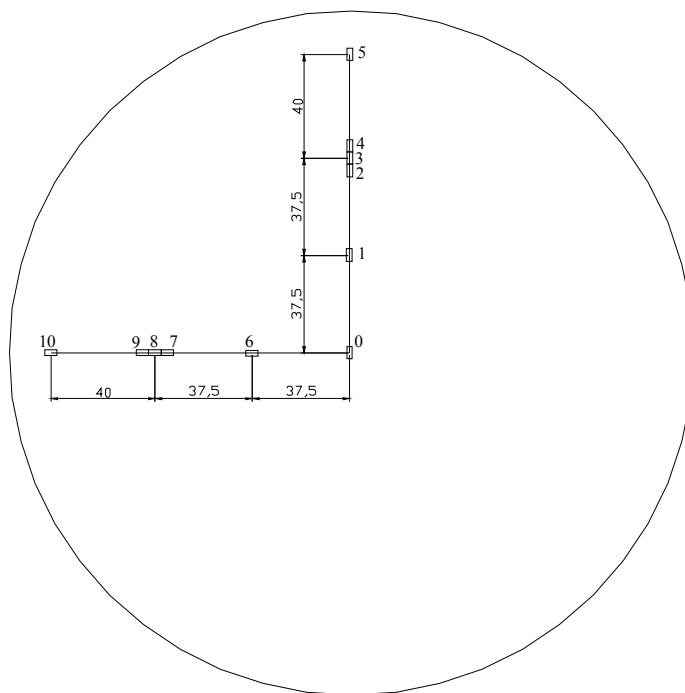


Рис. 3.8. Варіант наклейки тензорезисторів на круглій пластині (1-а серія) з ділянкою непроклею



Рис. 3.9. Точки наклеювання тензорезисторів

До випробувань було підготовлено по чотири зразки кожної серії. Як експериментальний результат приймалася середня величина чотирьох вимірюваних значень.

Схема наклейки тензорезисторів на циліндричні зразки показана на рис. 3.10. Тензорезистори, методика їх наклейки й вимірювання деформацій прийняті такі ж, як і для випробуваних пластин.

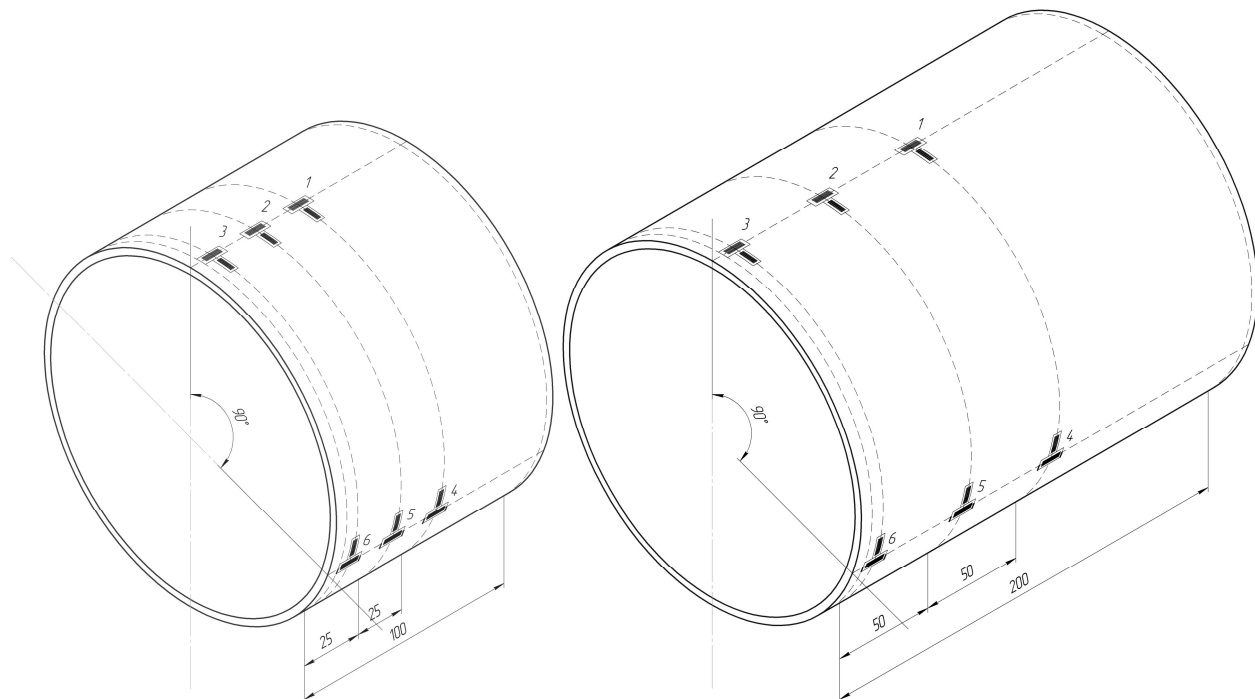


Рис. 3.10. Крапки наклейки тензорезисторів на циліндричні зразки

3.4. Згинання пластин рівномірним тиском

Дані випробувань на згинання (прогини w й нормальні напруження σ_r в радіальному напрямку пластини круглої форми діаметром $d=0,24$ м) приведені нижче у вигляді таблиць для рівномірно розподіленого навантаження інтенсивністю q . При цьому результати отримані як для жорстко затиснених, так і вільно опертих пластин по контуру. Відомо, що при рівномірному тиску в центрі трансверсально ізотропних пластин напруження в радіальному напрямку σ_r дорівнюють напруженням, які діють в коловому напрямку σ_θ .

Порівняння експериментальних даних з теоретичними результатами для пластинок круглої форми (таблиця 3.1) наведено в таблицях 3.7 і 3.8, тому що, незважаючи на конкретність наведених результатів, така подача матеріалу

займає багато місця. Тому результати проведених досліджень інших трьох типів пластин будуть подані в обмеженому обсязі. Не набагато дозволяє заощаджувати місце подача матеріалу у формі графіків – рис. 3.11 – 3.12.

Таблиця 3.7

Експериментальні й теоретичні значення прогину w по центру пластин (таблиця 3.1) для двох варіантів граничних умов на контурі

№ серії	Кількість зразків	$q, \text{МПа}$	$w \cdot 10^2, \text{м}$						
			Експеримент	Лінійна теорія (третя модель)	$\Delta, \%$	Перша модель	$\Delta, \%$	Третя модель	$\Delta, \%$
Вільно опертий контур									
1	4	0,1	1,05	0,91	15	1,08	3	0,81	30
2	4	0,1	0,76	0,61	25	0,80	5	0,60	27
3	4	0,0025	0,43	0,36	19	0,45	4	0,34	26
Жорстко затиснений контур									
1	4	0,1	0,89	0,72	24	0,92	4	0,61	46
2	4	0,1	0,33	0,23	43	0,35	6	0,23	43
3	4	0,0025	0,19	0,13	46	0,20	5	0,13	46

На рис. 3.11 – 3.12 наводяться графіки зміни радіальних напружень уздовж радіуса пластин. Досліджувалися жорстко затиснені по контуру пластини при дії зовнішнього тиску $q=0,0025 \text{ МПа}$ й $q=0,005 \text{ МПа}$.

Частково порівняльний аналіз теоретичних результатів і експериментальних даних, отриманих при випробуванні пластин діаметром $d = 17,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ без непроклею й з ділянками непроклею круглої форми в плані, подано в підрозділах 2.2 і 2.3.

**Експериментальні й теоретичні значення радіальних напружень σ_r
на лицьовій ненавантаженій поверхні пластин (таблиця 3.1) для двох
варіантів граничних умов на контурі**

№ серії	Кількість зразків	q , МПа	σ_r , МПа						
			експеримент	Лінійна теорія (третя модель)	Δ , %	Перша модель	Δ , %	Третя модель	Δ , %
Точка № 0 (рис. 3.7)									
Вільно опертий контур									
1	4	0,1	29,8	55,4	86	27,8	7	41,8	40
2	4	0,1	29,6	51,8	75	32,4	9	44,1	49
3	4	0,0025	18,5	16,7	11	20,0	8	13,2	40
Жорстко затиснений контур									
1	4	0,1	22,8	34,0	52	20,5	11	28,4	25
2	4	0,1	22,4	32,5	45	23,1	3	28,3	26
3	4	0,0025	5,9	8,1	37	6,0	2	6,3	7
Точка № 7 (рис. 3.7)									
Вільно опертий контур									
1	4	0,1	21,5	27,2	27	23,0	7	26,0	17
2	4	0,1	14,1	15,6	11	14,8	5	13,4	5
3	4	0,0025	3,0	2,7	11	3,1	3	2,6	13
Жорстко затиснений контур									
1	4	0,1	-30,0	-37,0	23	-31,3	4	-34,4	15
2	4	0,1	-23,8	-27,9	17	-24,3	2	-27,5	15
3	4	0,0025	-3,0	-3,9	30	-2,87	4	-3,5	17

Теоретичні результати отримані згідно з дискретно структурною теорією по першій моделі для двошарових пластин.

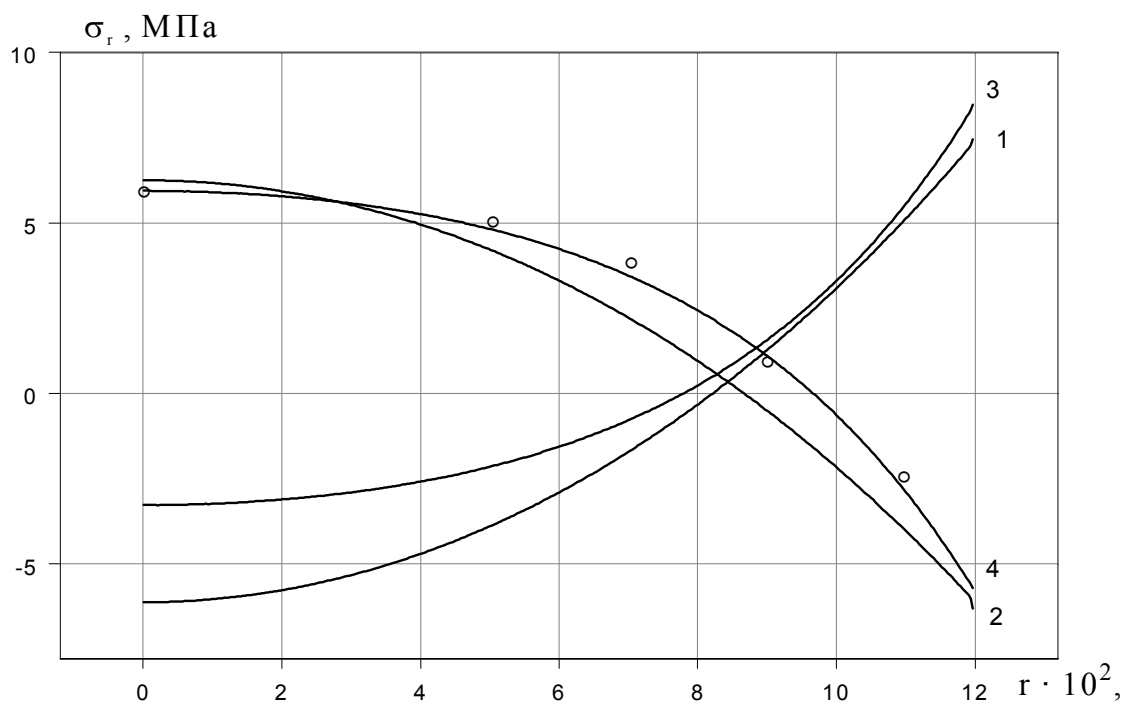


Рис. 3.11. Радіальні напруження на лицьових поверхнях пластинок 3-ї серії при жорсткому закисненні контуру (1, 2 – третя модель; 3, 4 – перша модель; \circ – дані експерименту; $q = 0,0025$ МПа)

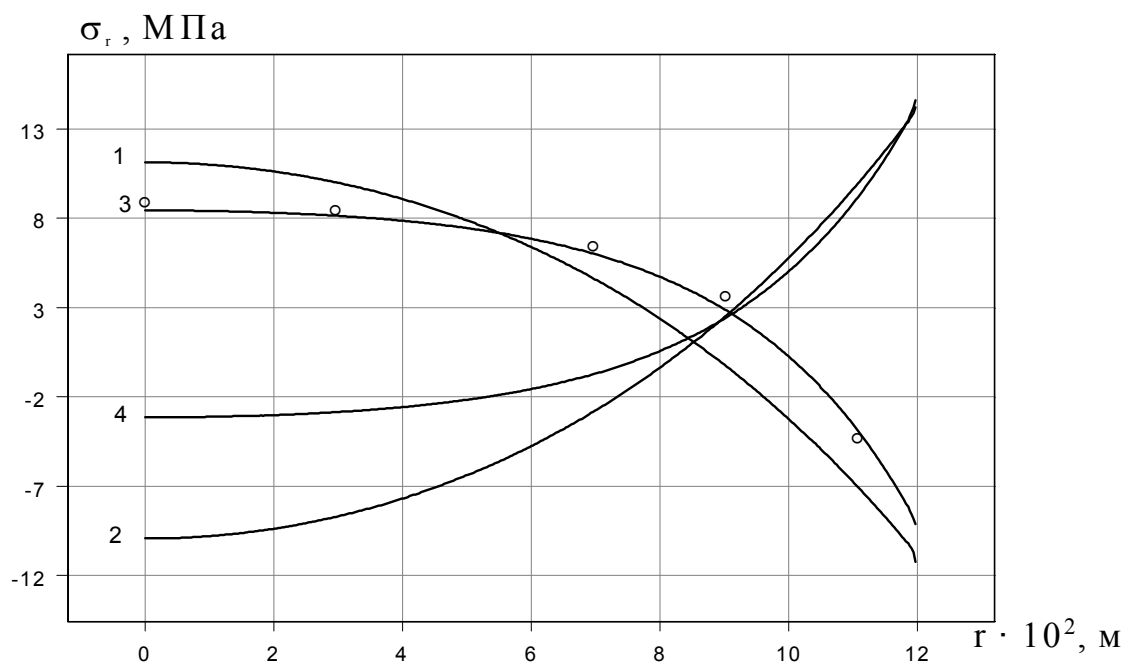


Рис. 3.12. Радіальні напруження на лицьових поверхнях пластинок 3 – ї серії при жорсткому затисненні контуру (1, 2 – третя модель; 3, 4 – перша модель; \circ – дані експерименту; $q = 0,005$ МПа)

Незважаючи на обмежену кількість наведених результатів, стає очевидним, що в результаті порівняно низької жорсткості склопластиків на згинання і слабкого опору поперечному зсуву застосування традиційної неперервно-структурної моделі при розрахунках такого роду конструкцій навіть у початковій стадії навантаження призводить до значних похибок. Крім того, при поперечному згинанні тонких пластин, коли прогин порівнянний з товщиною пластини, необхідно використовувати в розрахунках геометрично нелінійні деформаційні співвідношення.

3.5. Експериментальні дослідження багат шарових циліндрів на дію внутрішнього гідростатичного тиску

Досліджувався напружений стан циліндричних зразків зі склопластику довжиною 0,1– 0,2 м, діаметром 0,09 м і товщиною 0,002 м. Циліндри були виконані з чотирьох шарів склотканини TG 430 – С (100) (таблиця 3.2). Як з'єднувач використовувалася поліестерна ортофталева смола зі зниженою емісією стиrolу Cristic 2 – 446 PA . Частина зразків мали початкові дефекти у вигляді ділянок непроклею кільцевої форми по центру циліндра між другим і третім шаром. Ділянки непроклею були створені в момент виготовлення зразків за допомогою тонкої поліетиленової плівки (таблиця 3.4).

Теоретичні й експериментальні результати отримані для жорстко затиснених по торцях циліндричних зразків. При дії внутрішнього гідростатичного тиску інтенсивністю q визначалися величини нормальних напружень σ_z , σ_θ у поздовжньому й коловому напрямках відповідно, а також напруження поперечного зсуву – σ_{rz} .

На рис. 3.13 – 3.17 наводяться графіки зміни напружень і прогинів у поздовжньому напрямку зразків 1 – й серії (довжина $L = 0,1$ м). Досліджувалися жорстко затиснені по торцях циліндри при дії внутрішнього тиску $q = 1,5$ МПа й $q = 2,5$ МПа

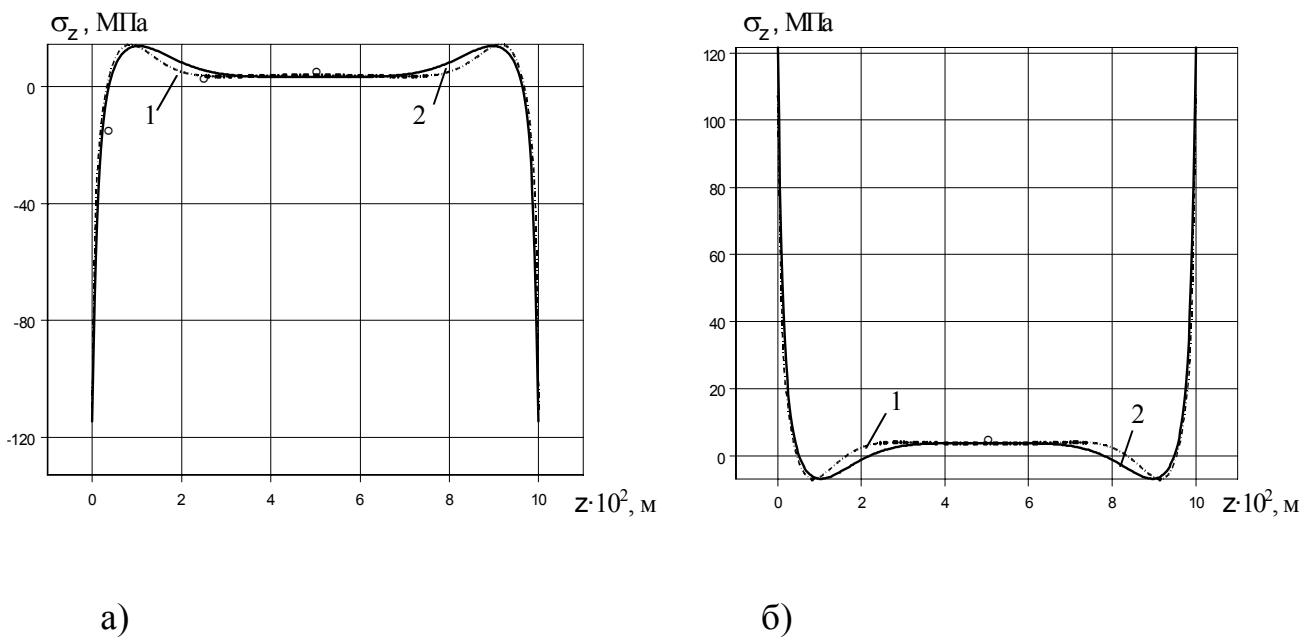


Рис. 3.13. Зміна напружень σ_z уздовж лицьових поверхонь циліндрів (таблиця 3.2, 1 – я серія) при жорсткому затисненні торців (1 – перша модель; 2 – третя модель; $^{\circ}$ – дані експерименту; $q = 1,5$ МПа)

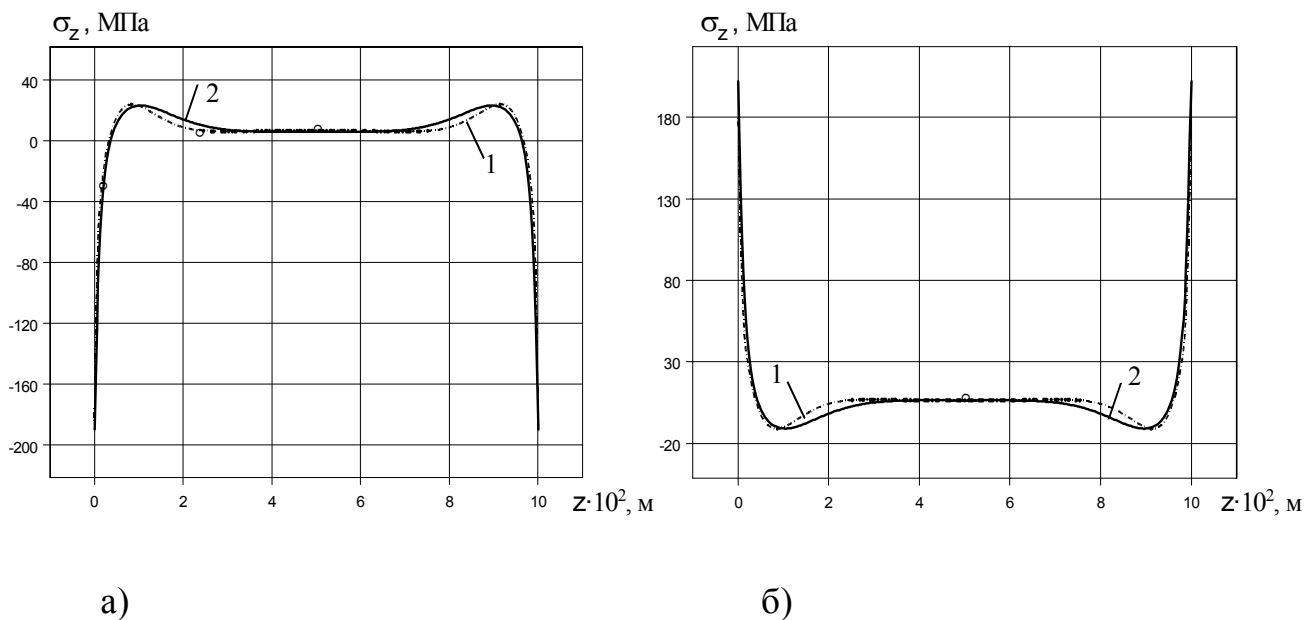


Рис. 3.14. Зміна напружень σ_z уздовж лицьових поверхонь циліндрів (таблиця 3.2, 1 – я серія) при жорсткому затисненні торців (1 – перша модель; 2 – третя модель; $^{\circ}$ – дані експерименту; $q = 2,5$ МПа)

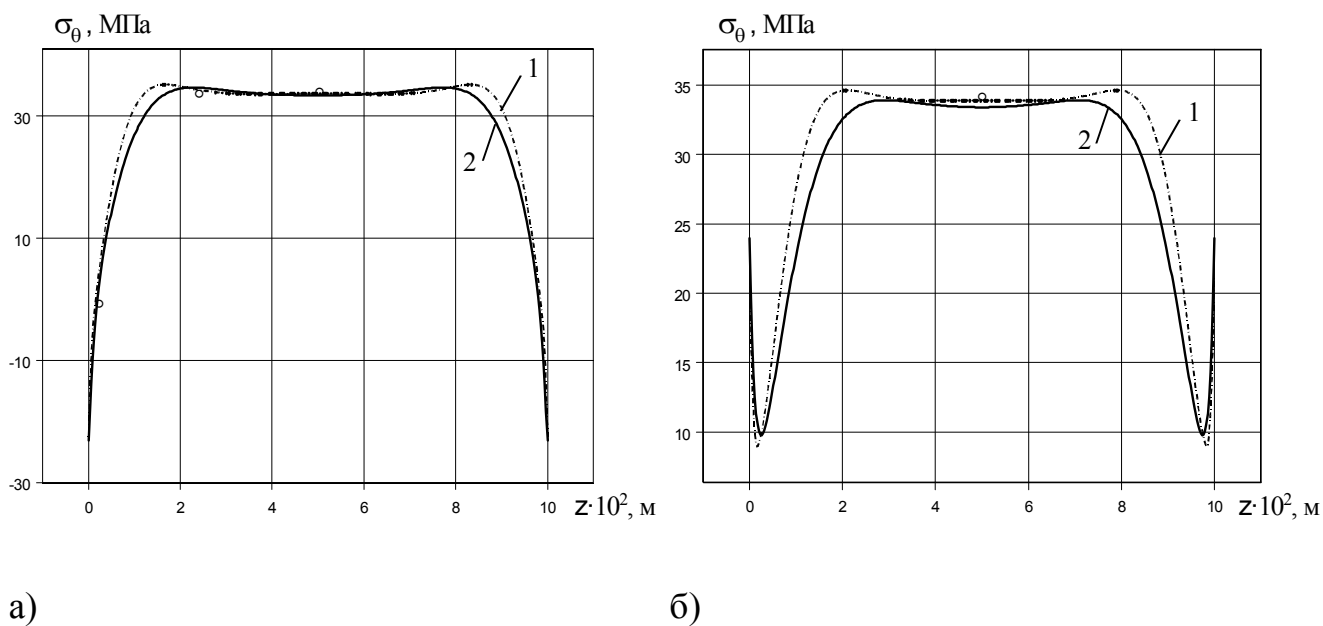


Рис. 3.15. Зміна напружень σ_θ уздовж лицьових поверхонь циліндрів (таблиці 3.2, 1-а серія) при жорсткому затисненні торців (1 – перша модель; 2 – третя модель; \circ – дані експерименту; $q = 1,5$ МПа)

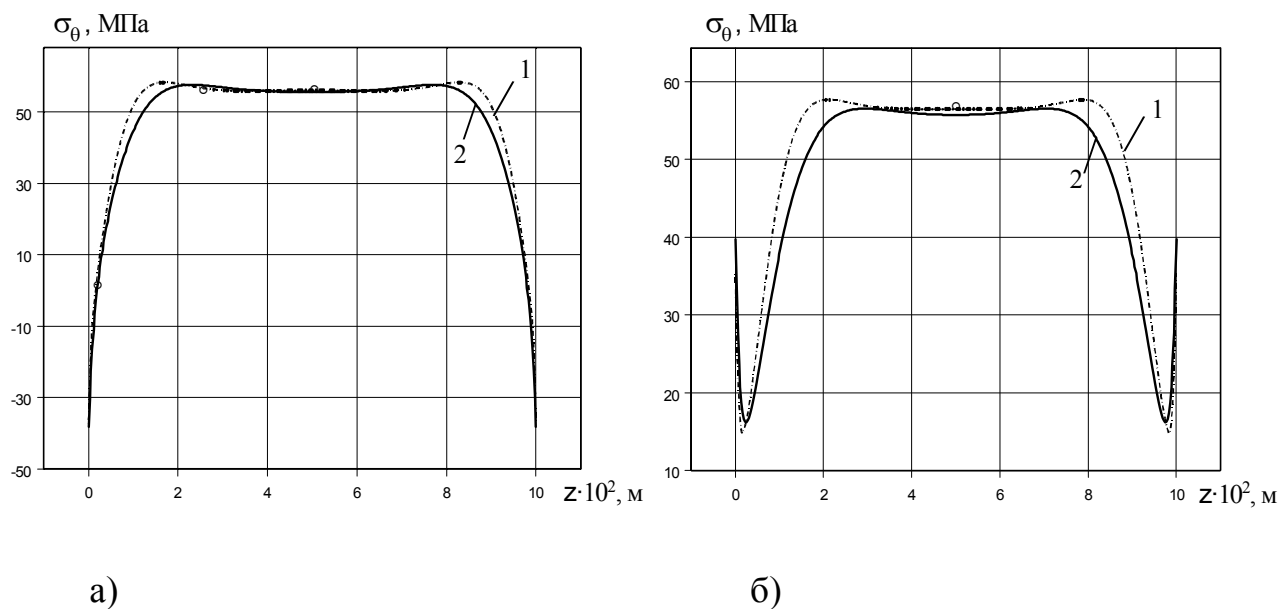


Рис. 3.16. Зміна напружень σ_θ уздовж лицьових поверхонь циліндрів (таблиця 3.2, 1-а серія) при жорсткому затисненні торців (1 – перша модель; 2 – третя модель; \circ – дані експерименту; $q = 2,5$ МПа)

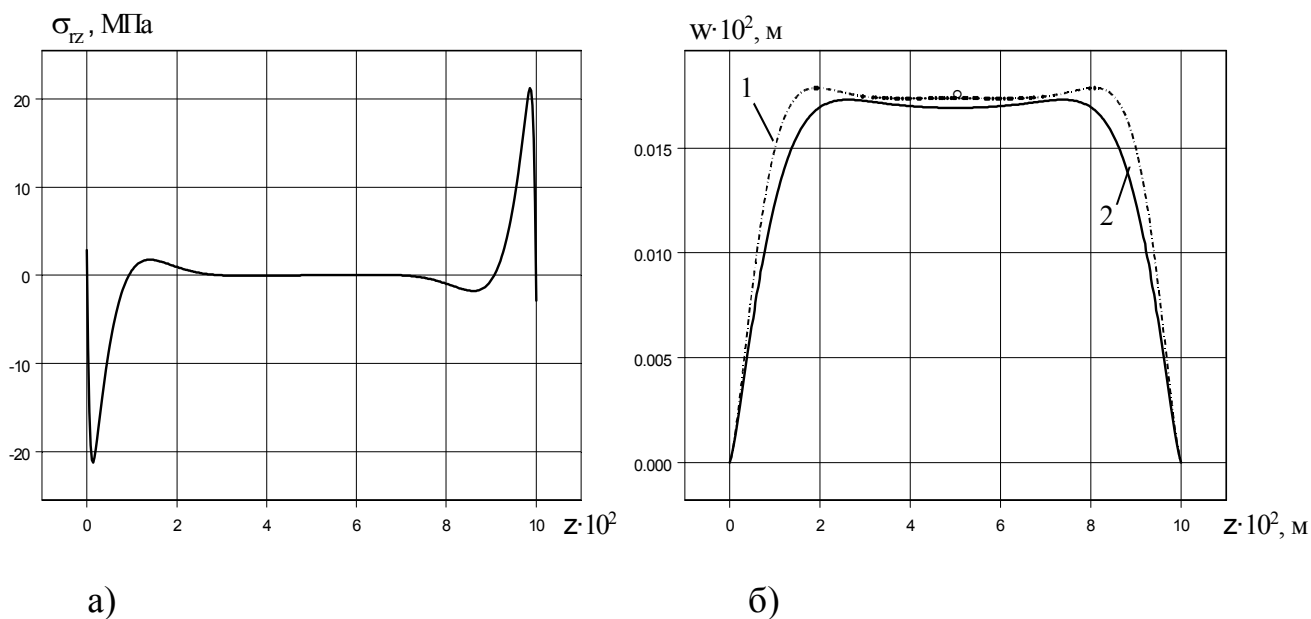


Рис. 3.17, а) Зміна напружень σ_{zz} по серединній поверхні циліндра (таблиця 3.2, 1-а серія) при жорсткому закрисненні торців і $q = 2,5$ МПа

Рис. 3.17, б) Зміна прогину w по довжині циліндра (таблиця 3.2, 1 – я серія) при жорсткому закрисненні торців (1 – перша модель; 2 – третя модель; $^\circ$ – дані експерименту; $q = 2,5$ МПа)

Фізико-механічні характеристики досліджуваних зразків зі склопластику наведено в таблицях 3.5 і 3.6. Навантаження оболонок внутрішнім тиском проводилося повітрям за допомогою спеціальної установки, схема якої й загальний вигляд показані на рис. 3.4 – 3.6, і контролювалося зразковим манометром класу 0,5.

Результати для зразків довжиною $L = 0,2$ м не показані, тому що за величиною і якісною картиною епюри розглянутих параметрів вони практично ідентичні.

При експериментальному визначенні напруженого стану склопластиків, як відомо, має місце розкид результатів. В основному причини, які викликають цей розкид даних експерименту, не пов'язані з методикою випробування, а викликані недосконалою технологією виготовлення зразків. Проте запропонована тут методика експерименту, висока якість виготовлення зразків

дозволила одержати досить точні результати (відносна похибка результатів теорії й експерименту не перевищує 5%).

Окремо слід зазначити, що у випадку безмоментного плаского напруженого стану (при внутрішньому тиску $q = 2,5$ МПа (рис. 3.17, а) величина прогину w не перевищує $0,18 \cdot 10^{-3}$ м) перша й третя розрахункова моделі багат шарової трансверсально ізотропної оболонки дають практично однаковий результат, який досить точно збігається з величиною колових напружень, отриманих за формулою $\sigma_{\theta} = \frac{qr}{h}$. Основна відмінність результатів по цих двом моделях спостерігається в області жорстко затиснених торців оболонки.

Як показано на рис. 3.17, а), на відстані товщини оболонки від його торця мають місце значні дотичні напруження σ_{rz} , що в комбінації з нормальними напруженнями σ_z призводить до руйнування зразків при усередненому значенні інтенсивності внутрішнього тиску $q^* = 2,65$ МПа.

3.6. Висновки по третьому розділу

У третьому розділі розроблена експериментальна методика для перевірки достовірності теоретичних результатів і оцінки похибок, які вносять різного роду припущення в розрахунки на міцність тонкостінних елементів з міжшаровими дефектами.

Наведені фізико-механічні характеристики основних компонентів склопластику – скловолокна, конструкційних склотканин і в'язких матеріалів (епоксидна або поліестерна ортофталева смоли), дана коротка характеристика технології виготовлення зразків.

На основі методів математичної статистики визначені довірчі інтервали експериментально отриманих середніх значень модуля пружності й границі міцності склопластику при розтяганні й стисканні, границі міцності склопластику при згинанні.

Створено дві експериментальні установки, які були розроблені й виготовлені для проведення випробувань пластин і циліндрів зі склопластику на дію рівномірно розподіленого тиску. Розроблена методика проведення експериментальних досліджень. Граничні умови закріплення контурів пластин і торців циліндра можуть варіюватися від умов вільного опирання до жорсткого затиснення.

Конструкції експериментальних установок дозволяють робити виміри прогинів пластин і нормальних переміщень циліндрів за допомогою індикаторів годинникового типу з точністю вимірів до $0,5 \cdot 10^{-5}$ м. Вимірювання відносних деформацій проводиться методом тензометрування.

Порівняння експериментальних даних з теоретичними результатами дозволило зробити висновки про те, що в результаті порівняно низької жорсткості склопластиків на згинання і слабкого опору поперечному зсуву, застосування традиційної неперервно-структурної моделі при розрахунках тонкостінних армованих елементів конструкцій навіть на початковій стадії навантаження призводить до значних похибок. Крім того, при поперечному згинанні тонких пластин, коли прогин порівнянний з товщиною пластини, необхідно використовувати в розрахунках геометрично нелінійні деформаційні співвідношення.

Встановлено, що у випадку безмоментного плаского напруженого стану багатошарової трансверсально ізотропної оболонки при дії внутрішнього тиску дискретно-структурна й неперервно-структурна теорії дають практично однаковий результат. Основна відмінність результатів по цих двом моделях спостерігається на ділянках, що прилягають до жорстко затиснених торців оболонки. На відстані порядку товщини оболонки від його торця мають місце значні дотичні напруження σ_{rz} , що в комбінації з нормальними напруженнями σ_z призводить до руйнування зразків при усередненому значенні інтенсивності внутрішнього тиску $q^* = 2,65$ МПа.

РОЗДІЛ 4

РОЗРАХУНКИ НА МІЦНІСТЬ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ШАРУВАТОЇ СТРУКТУРИ

Розв'язок питань надійності й технологічності виготовлення балонів високого тиску для різних галузей машинобудування, зниження їх питомої маси й габаритів, як і раніше, залишається актуальною задачею [30, 96, 97, 104 – 106]. Один з підходів до її розв'язання – застосування комбінованих балонів. Поєднання жорсткої металевої оболонки й оболонки, виготовленої методом намотування високоміцних волокон (скляні, борні, вуглецеві), просочених епоксидним з'єднувачем, дозволяє знизити питому масу комбінованих балонів у порівнянні зі сталевими балонами приблизно на 50%.

При роботі комбінованих балонів через істотну відмінність модулів пружності матеріалу одні шари оболонки, як правило, виявляються перевантаженими, інші – недовантаженими. Крім того, склопластикові частини балона повинні бути покриті додатковим захисним шаром з високоміцного пластику або металу. Зазначені причини знижують надійність таких конструкцій, збільшують питому масу балонів і ускладнюють технологію їх виготовлення. Тому при створенні конструкцій полегшених газових балонів особлива увага приділяється вибору їх оптимальної геометричної форми, що дозволяє в комбінації із застосуванням нових композиційних матеріалів виключити можливість появи значних згинальних деформацій стінок балона й забезпечує умову їх рівномірності.

Запропонований алгоритм розрахунків на міцність осесиметричних тонкостінних конструкцій складної форми на основі методу переміщень. Методом ортогональної прогонки для заданих граничних умов розв'язується крайова задача й складається матриця жорсткості оболонкового елемента конструкції, за її допомогою встановлюється залежність між узагальненими векторами зусиль і переміщень по вузлових лініях. Уведення невеликого числа вузлових ліній замість вузлових точок стандартного методу переміщень

призводить до значного зниження порядку розв'язувальної системи алгебраїчних рівнянь.

4.1. Матриця жорсткості анізотропного елемента оболонки з ідеальним і неідеальним міжшаровими контактами

Напружений стан елемента оболонки осесиметрично навантаженої багатошарової конструкції визначається на $(i+1)$ -м наближенні методу Ньютона-Канторовича за допомогою системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку (2.37) – (2.38). При цьому замість граничних умов (2.41) виконуються умови зв'язку з пов'язаними з даним елементом частинами конструкції.

Дотримуючись відомих алгоритмів методу переміщень, можна встановити однозначну залежність між крайовими зусиллями на торцях s -го оболонкового елемента й крайовими переміщеннями цих торців. Така залежність у загальному випадку для двошарової оболонки має вигляд

$$\vec{N}^s = K^s \vec{W}^s + \vec{N}_0^s, \quad (4.1)$$

де

$$\vec{N}^s = K^s \vec{W}^s + \vec{N}_0^s, \quad \vec{N}^s = \begin{Bmatrix} \vec{N}_m^s \\ \vec{N}_\ell^s \end{Bmatrix}; \quad \vec{W}^s = \begin{Bmatrix} \vec{W}_m^s \\ \vec{W}_\ell^s \end{Bmatrix}; \quad \vec{N}_0^s = \begin{Bmatrix} \vec{N}_{om}^s \\ \vec{N}_{o\ell}^s \end{Bmatrix};$$

$$K^s = \begin{bmatrix} K_{11}^s & K_{12}^s \\ K_{21}^s & K_{22}^s \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Тут $\vec{N}_m^s = [Y_1^{(1)}, Y_2^{(1)}, \dots, Y_{n/2}^{(1)}, Y_1^{(2)}, Y_2^{(2)}, \dots, Y_{n/2}^{(2)}]^T$ – вектор зусиль в m -м вузлі s -го двошарового оболонкового елемента; $[K]$ – матриця жорсткості s -го елемента розмірністю $2n \times 2n$ (n – порядок системи розв'язувальних рівнянь (2.37) для k -го шару оболонки); \vec{N}_0^s – вектор крайових узагальнених зусиль на торцях s -го розглянутого елемента, викликаних дією зовнішнього навантаження на цей елемент при нульових зміщеннях його торців;

$$\vec{W}_m^S = \left[Y_{n/2+1}^{(1)}, \dots, Y_n^{(1)}, Y_{n/2+1}^{(2)}, \dots, Y_n^{(2)} \right]^T, \quad \vec{W}_\ell^S = \left[Y_{n/2+1}^{(1)}, \dots, Y_n^{(1)}, Y_{n/2+1}^{(2)}, \dots, Y_n^{(2)} \right]^T \quad - \text{ вектори}$$

переміщень в m -му і l -му вузлах оболонкового елемента.

Нехай розв'язувальна система $2n$ лінійних звичайних диференціальних рівнянь для двошарового оболонкового елемента має вигляд

$$\frac{d\vec{Y}}{dz} = B\vec{Y} + \vec{f} \quad (4.3)$$

на інтервалі інтегрування $[z_0, z_f]$. Тоді стовпці матриці жорсткості K (4.2) являють собою підвектори \vec{N}_{z_0} , \vec{N}_{z_f} у точках z_0 і z_f , отримані при розв'язанні крайової задачі для однорідної системи

$$\frac{d\vec{Y}}{dz} = B\vec{Y}, \quad (4.4)$$

при одиничних значеннях однієї з компонентів підвекторів \vec{N}_{z_0} , \vec{N}_{z_f} і нульових значеннях інших компонентів цих підвекторів, а також нульових значеннях компонентів підвекторів \vec{W}_{z_0} , \vec{W}_{z_f} у цих точках.

Вирішуючи крайову задачу (4.4) методом ортогональної прогонки С.К. Годунова із граничними умовами

$$Y_{n/2+1}^{(1)}(z_0) = 1; \quad Y_{n/2+i}^{(1)}(z_0) = 0, \quad (i = 2, \dots, n/2); \quad Y_{n/2+i}^{(2)}(z_0) = 0, \quad (i = 1, \dots, n/2);$$

$$Y_{n/2+i}^{(1)}(z_f) = 0; \quad Y_{n/2+i}^{(2)}(z_f) = 0, \quad (i = 1, \dots, n/2),$$

можна знайти значення коефіцієнтів першого стовпця матриці жорсткості K . Аналогічно знаходяться значення інших стовпців матриці K двошарового оболонкового елемента. При цьому необхідно розв'язати $2n$ крайових задач вигляду (4.4).

Вектор \vec{N}_0 (4.2) складається із двох підвекторів \vec{N}_{0,z_0} і \vec{N}_{0,z_f} в точках z_0, z_f , компоненти яких визначаються шляхом розв'язку неоднорідної крайової задачі (4.3) з однорідними граничними умовами

$$Y_{n/2+i}^{(1)}(z_0) = Y_{n/2+i}^{(2)}(z_0) = 0, \quad (i = 1, \dots, n/2);$$

$$Y_{n/2+i}^{(1)}(z_f) = Y_{n/2+i}^{(2)}(z_f) = 0, \quad (i = 1, \dots, n/2).$$

Між узагальненими переміщеннями границь першого й другого шару s -го двошарового оболонкового елемента, що примикають до m -го й L -го вузлів, і узагальненими переміщеннями серединних ліній цих вузлів існують такі залежності:

$$\begin{aligned}\vec{W}_m^{(1)S} &= [\varphi_m^{(1)S}]^T \vec{\Delta}_m^{(1)}; \quad \vec{W}_m^{(2)S} = [\varphi_m^{(2)S}]^T \vec{\Delta}_m^{(2)}; \quad \vec{W}_L^{(1)S} = [\varphi_L^{(1)S}]^T \vec{\Delta}_L^{(1)}; \\ \vec{W}_L^{(2)S} &= [\varphi_L^{(2)S}]^T \vec{\Delta}_L^{(2)},\end{aligned}\tag{4.5}$$

де $[\varphi_m^{(1)S}]$, $[\varphi_m^{(2)S}]$, $[\varphi_L^{(1)S}]$, $[\varphi_L^{(2)S}]$ – матриці перетворення; $\Delta_m^{(1)}$, $\Delta_m^{(2)}$, $\Delta_L^{(1)}$, $\Delta_L^{(2)}$ – узагальнені переміщення серединних ліній шарів двошарових вузлових елементів m і L відповідно.

Підставивши співвідношення (4.5) в (4.1) – (4.2), складемо вираз:

$$\begin{aligned}\vec{N}_m^{(1)S} &= [K_{11}^{(1)S}] [\varphi_m^{(1)S}]^T \vec{\Delta}_m^{(1)} + [K_{12}^{(2)S}] [\varphi_m^{(2)S}] \vec{\Delta}_m^{(2)} + \\ &+ [K_{13}^{(1)S}] [\varphi_L^{(1)S}]^T \vec{\Delta}_L^{(1)} + [K_{14}^{(2)S}] [\varphi_L^{(2)S}]^T \vec{\Delta}_L^{(2)} + \vec{N}_{0m}^{(1)S}; \\ \vec{N}_m^{(2)S} &= [K_{21}^{(1)S}] [\varphi_m^{(1)S}]^T \vec{\Delta}_m^{(1)} + [K_{22}^{(2)S}] [\varphi_m^{(2)S}] \vec{\Delta}_m^{(2)} + \\ &+ [K_{23}^{(1)S}] [\varphi_L^{(1)S}]^T \vec{\Delta}_L^{(1)} + [K_{24}^{(2)S}] [\varphi_L^{(2)S}]^T \vec{\Delta}_L^{(2)} + \vec{N}_{0m}^{(2)S}; \\ \vec{N}_1^{(1)S} &= [K_{31}^{(1)S}] [\varphi_m^{(1)S}]^T \vec{\Delta}_m^{(1)} + [K_{32}^{(2)S}] [\varphi_m^{(2)S}] \vec{\Delta}_m^{(2)} + \\ &+ [K_{33}^{(1)S}] [\varphi_L^{(1)S}]^T \vec{\Delta}_L^{(1)} + [K_{34}^{(2)S}] [\varphi_L^{(2)S}]^T \vec{\Delta}_L^{(2)} + \vec{N}_{0L}^{(1)S}; \\ \vec{N}_1^{(2)S} &= [K_{41}^{(1)S}] [\varphi_m^{(1)S}]^T \vec{\Delta}_m^{(1)} + [K_{42}^{(2)S}] [\varphi_m^{(2)S}] \vec{\Delta}_m^{(2)} + \\ &+ [K_{43}^{(1)S}] [\varphi_L^{(1)S}]^T \vec{\Delta}_L^{(1)} + [K_{44}^{(2)S}] [\varphi_L^{(2)S}]^T \vec{\Delta}_L^{(2)} + \vec{N}_{0L}^{(2)S},\end{aligned}\tag{4.6}$$

що зв'язує крайові зусилля на торцях першого й другого шарів s -го двошарового елемента оболонки й переміщення m -го й L -го вузлових елементів.

Порівнюючи вираз (4.1) – (4.2) і (4.6), можна встановити такі залежності:

$$\begin{aligned}\vec{N}_m^S &= \begin{Bmatrix} \vec{N}_m^{(1)S} \\ \vec{N}_m^{(2)S} \end{Bmatrix}; \quad \vec{N}_L^S = \begin{Bmatrix} \vec{N}_L^{(1)S} \\ \vec{N}_L^{(2)S} \end{Bmatrix}; \quad \vec{N}_{0mL}^S = \begin{Bmatrix} \vec{N}_{0m}^{(1)S} \\ \vec{N}_{0m}^{(2)S} \end{Bmatrix}; \quad \vec{N}_{0L}^S = \begin{Bmatrix} \vec{N}_{0L}^{(1)S} \\ \vec{N}_{0L}^{(2)S} \end{Bmatrix}; \\ \vec{W}_m^S &= \begin{Bmatrix} \vec{W}_m^{(1)S} \\ \vec{W}_m^{(2)S} \end{Bmatrix}; \quad \vec{W}_L^S = \begin{Bmatrix} \vec{W}_L^{(1)S} \\ \vec{W}_L^{(2)S} \end{Bmatrix}; \quad \vec{\Delta}_m = \begin{Bmatrix} \vec{\Delta}_m^{(1)} \\ \vec{\Delta}_m^{(2)} \end{Bmatrix}; \quad \vec{\Delta}_L = \begin{Bmatrix} \vec{\Delta}_L^{(1)} \\ \vec{\Delta}_L^{(2)} \end{Bmatrix};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\mathbf{K}_{11}^S] &= \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)S} & \mathbf{K}_{12}^{(2)S} \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)S} & \mathbf{K}_{22}^{(2)S} \end{bmatrix}; [\mathbf{K}_{12}^S] = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{13}^{(1)S} & \mathbf{K}_{14}^{(2)S} \\ \mathbf{K}_{23}^{(1)S} & \mathbf{K}_{24}^{(2)S} \end{bmatrix}; \\ [\mathbf{K}_{21}^S] &= \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{31}^{(1)S} & \mathbf{K}_{32}^{(2)S} \\ \mathbf{K}_{41}^{(1)S} & \mathbf{K}_{42}^{(2)S} \end{bmatrix}; [\mathbf{K}_{22}^S] = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{33}^{(1)S} & \mathbf{K}_{34}^{(2)S} \\ \mathbf{K}_{43}^{(1)S} & \mathbf{K}_{44}^{(2)S} \end{bmatrix}; \\ [\Phi_m^S] &= \begin{bmatrix} \Phi_m^{(1)S} & 0 \\ 0 & \Phi_m^{(2)S} \end{bmatrix}; [\Phi_L^S] = \begin{bmatrix} \Phi_L^{(1)S} & 0 \\ 0 & \Phi_L^{(2)S} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

4.2. Побудова системи розв'язувальних рівнянь на основі методу переміщень

Використовуючи алгоритм методу переміщень, тобто складаючи рівняння рівноваги для кожного вузлового елемента, можна одержати систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно узагальнених переміщень вузлів двохшарової оболочечної конструкції у формі

$$\mathbf{T} \bar{\Delta} = \bar{\mathbf{P}}, \quad (4.7)$$

де

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} & \dots & \mathbf{T}_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{T}_{N1} & \dots & \mathbf{T}_{NN} \end{bmatrix}; \bar{\mathbf{P}} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_1 \\ \dots \\ \bar{\mathbf{P}}_N \end{Bmatrix}; \bar{\Delta} = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_1 \\ \dots \\ \bar{\Delta}_N \end{Bmatrix}.$$

Тут N – кількість вузлових елементів. В (4.1) – (4.2) прийняті позначення

$$\bar{\mathbf{P}}_i = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_i^{(1)} \\ \bar{\mathbf{P}}_i^{(2)} \end{Bmatrix}; \bar{\Delta}_i = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_i^{(1)} \\ \bar{\Delta}_i^{(2)} \end{Bmatrix}, \quad (i = 1, \dots, N).$$

Підматриці $[\mathbf{T}_{m1}]$ матриці \mathbf{T} задаються в такий спосіб:

$$\begin{aligned} [\mathbf{T}_{mL}] &= [\mathbf{R}_{12}^{mL}], \quad (m < 1); \\ [\mathbf{T}_{mm}] &= [\mathbf{G}_{mm}] + \sum_{j=1}^{m-1} [\mathbf{R}_{22}^{jm}] + \sum_{j=m+1}^N [\mathbf{R}_{11}^{mj}]; \\ [\mathbf{T}_{mL}] &= [\mathbf{R}_{21}^{mL}], \quad (m > 1), \end{aligned} \quad (4.8)$$

де

$$[G_m] = \begin{bmatrix} G_m^{(1)} & 0 \\ 0 & G_m^{(2)} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

– зведена матриця жорсткості двошарового m -го кільцевого вузлового елемента,

$$[R_{tq}^{m1}] = -\sum_{S=1}^{N_r} \xi_{mL}^S [\varphi_m^S] [K_{tq}^S] [\varphi_L^S]^T, \quad (t, q = 1, 2), \quad \xi_{mL}^S = \text{sign}(m - L), \quad (4.10)$$

N_r – кількість оболонкових елементів.

Підвектори \vec{P}_m вектора \vec{P} мають вигляд

$$\vec{P}_m = \vec{g}_m + \sum_{S=1}^{N_r} \vec{N}_{0m}^S, \quad (4.11)$$

де \vec{g}_m – вектор зосередженого зовнішнього навантаження у вузлі m

$$\vec{N}_{0m}^S = \xi_{mL}^S [\varphi_m^S] \vec{N}_{0m}^S. \quad (4.12)$$

Слід зазначити, що підсумовування в (4.8) – (4.12) проводиться за допомогою заданих умов сполучення оболонкових елементів. У випадку відсутності m -го вузлового кільцевого елемента матриця $[G_m]$ буде дорівнювати нулю.

Отримана розв'язувальна система лінійних алгебраїчних рівнянь (4.7) відносно переміщень вузлів двошарової осесиметричної тонкостінної конструкції дозволяє визначити узагальнені переміщення вузлів на $(s+1)$ -м наближенні методу Ньютона-Канторовича. Коли вектор переміщень вузлів конструкції $\vec{\Delta}$ відомий, тоді крайові зсуви оболонкового елемента можна знайти за допомогою залежностей (4.5).

Розв'язок крайової задачі (4.3) з відомими граничними переміщеннями дозволить визначити всі компоненти напружено-деформованого стану вектора \vec{Y} кожного оболонкового елемента.

4.3. Модифікований критерій міцності композита шаруватої структури з концентраторами напружень на границі розділення шарів

Для дослідження міцності композиційних матеріалів шаруватої структури використовуються концентраційні критерії макроруйнування, найпростішим різновидом яких є критерій поелементного (пошарового) аналізу руйнування композита: $M_p \geq M^*$, де M_p – загальне число зруйнованих структурних елементів композита, а M^* – задане число, $1 \leq M^* \leq M$.

Іншу групу критеріїв макроруйнування становлять феноменологічні критерії, що являють собою, як правило, часткові реалізації тензорного поліноміального критерію.

В області поведінки ізотропних матеріалів накопичений великий досвід застосування критеріїв граничних станів. Одними з найбільш загальних критеріїв є критерії Мізеса й Треска. Установити критерії міцності для загального випадку анізотропного тіла дуже складно як щодо їхнього фізичного обґрунтування, так і математичного формулювання. Тому більшість критеріїв запропоновані тільки для найпростіших видів анізотропії, зазвичай для випадків, коли головні осі анізотропії (осі анізотропії властивостей) і головні осі тензора напружень збігаються.

Припущення про існування пластичного потенціалу для ізотропних середовищ Мізес [207] поширив на анізотропні середовища, вважаючи при цьому, що матеріал не зміцнюється й не змінює свій об'єм у процесі деформування. Нехтуючи впливом кульового тензора, Мізес одержав вираз для еквівалентної функції, яку можна вважати умовою плинності.

У просторі параметрів напружено-деформованого стану композита будь-який фізично припустимий критерій граничного стану визначає замкнену опуклу поверхню [91]. Цей тензорно-поліноміальний критерій виражається в такому вигляді [24]:

$$\left(R_{ij} \sigma_{ij}\right)^2 + \left(R_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl}\right)^{\beta} + \left(R_{ijklmn} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \sigma_{mn}\right)^{\gamma} + \dots = 1, \quad (4.13)$$

де $\sigma_1 = \sigma_{11}, \sigma_2 = \sigma_{22}, \sigma_3 = \sigma_{33}, \sigma_4 = \sigma_{23}, \sigma_5 = \sigma_{13}, \sigma_6 = \sigma_{12}$; $R_{ij}, R_{ijkl}, R_{ijklmn}$ – матричні позначення тензорів поверхні міцності другого, четвертого, шостого й наступних парних рангів. Коефіцієнти R_{ijk}, R_{ij}, R_{ijk} і показники степенів α, β, γ визначаються з умови найкращого опису експериментальних даних. Тут R_i являє собою тензор другого рангу: $R_i \sigma_i = \tilde{R}_{ik} \sigma_{ik}$, – має шість незалежних компонентів. Аналогічно $R_{ij} \sigma_i \sigma_j = \tilde{R}_{ijk} \sigma_{ik} \sigma_{jk}$ містить 21 незалежну компоненту. Усі тензори вищих порядків мають найбільш загальний вигляд. За допомогою показників степенів не досягається ніяке посилення узагальнення; практично завжди вважається $\alpha = \beta = \gamma = 1$. Тензори R_{ijk}, R_{ij}, R_{ijk} спрощуються з умов симетрії композиційного матеріалу.

Окремі випадки тензорно-поліноміального критерію запропоновані різними авторами в роботах М. Фішера [195], Д. Друкера й В. Прагера [203], С.В. Цай і Е.М. Ву [217], І. Марина [206], А.І. Боткіна, І.Н. Миролубова, К.В. Захарова і Ю.І. Ягна [127]. Найбільш загальним критерієм граничного стану анізотропних середовищ, які мають в усіх напрямках різні характеристики міцності при розтяганні й стисканні, а також різний опір зсуву залежно від знака (напрямку) дотичних напружень, є критерій, запропонований І.І. Гольденблатом і В.А. Копновім [66].

Існують також більш прості критерії граничного стану, що не мають загальності тензорного поліноміального, але мають деякі переваги. Це критерії максимальних напружень і максимальних деформацій [123]. Ці критерії мають практичне значення тільки для одновимірних станів, і необхідно проявляти обережність при їхньому використанні для багатовимірних напруженого або деформованого станів.

На відміну від структурних теорій, феноменологічні критерії міцності не виводяться аналітично, а, як правило, постулюються, й у результаті узагальнення даних числених експериментів пропонуються емпіричні залежності для описання міцності композиційного матеріалу. Найбільш

загальне формулювання критерію міцності анізотропних тіл має вигляд (4.13) згідно з [24].

Аналіз тих або інших обмежень критеріїв міцності, а також описання процесів руйнування різних композиційних матеріалів міститься в фундаментальних роботах [24, 107, 123, 124].

В інженерній практиці більш зручним у плані практичного застосування виявився критерій міцності такої тензорно-поліноміальної форми:

$$R_{ij}\sigma_{ij} + R_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl} + R_{ijklmn}\sigma_{ij}\sigma_{kl}\sigma_{mn} + \dots = 1, \quad (i, j, k, m, L, n = 1, 2, 3), \quad (4.14)$$

який легко одержати з (4.13), приймаючи $\alpha, \beta, \gamma, \dots = 1$. Більшість відомих поліноміальних критеріїв міцності є, як правило, частинним випадком критерію (4.14).

Використовуючи критерій міцності (4.14) у формі

$$R_{ij}\sigma_{ij} + R_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl} + R_{ijklmn}\sigma_{ij}\sigma_{kl}\sigma_{mn} = 1, \quad (i, j, k, m, L, n = 1, 2, 3), \quad (4.15)$$

можна розглянути умови руйнування шаруватого композита в цілому. Припущення про незалежність шляху навантаження, про лінійно пружну поведінку матеріалу й відсутність міжшарових взаємодій дозволило зменшити число тензорів міцності в рівнянні (4.15) для ортотропного композита при пласкому напруженому стані до десяти. Критерій міцності шаруватого композита (4.15), для практичного застосування виявився досить складним, тому що вимагає проведення складних експериментів для знаходження коефіцієнтів тензорів поверхні міцності.

У більшості випадків руйнування шаруватого композита починається з руйнування одного шару або зв'язків між ними. Тому при побудові граничних поверхонь вважається, що руйнування локалізоване в одному шарі й критерій міцності слід визначати саме для цього шару.

Апроксимація граничної поверхні міцності ортотропного шару поліномом другого степеня розглянута в [132]. Рівняння (4.15) приводиться до вигляду

$$R_{ij}\sigma_{ij} + R_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl} = 1, \quad (i, j, k, L = 1, 2, 3), \quad (4.16)$$

де R_{ij} , R_{ijkl} – тензори поверхні міцності шару другого й четвертого порядків.

У випадку плаского напруженого стану рівняння (4.16) зображує граничну поверхню (еліпсоїд) у тривимірному просторі напружень

$$R_{11}\sigma_{11} + R_{22}\sigma_{22} + 2R_{12}\sigma_{12} + R_{1111}\sigma_{11}^2 + R_{2222}\sigma_{22}^2 + 4R_{1212}\sigma_{12}^2 + 2R_{1122}\sigma_{11}\sigma_{22} + 4R_{1112}\sigma_{11}\sigma_{12} + 4R_{2212}\sigma_{22}\sigma_{12} = 1. \quad (4.17)$$

Коефіцієнти рівняння (4.17) визначаються з використанням експериментально встановлених граничних характеристик міцності σ_{ij}^+ , σ_{ij}^- ($i, j = 1, 2$). Індекс «+» означає, що даний компонент – граничне напруження при розтяганні, індексом «-» позначене граничне напруження при стисканні. Для компонентів тензорів поверхні міцності (4.17) в [132] запропоновані такі співвідношення:

$$R_{11} = \frac{\sigma_{11}^- - \sigma_{11}^+}{\sigma_{11}^- \sigma_{11}^+}; \quad R_{22} = \frac{\sigma_{22}^- - \sigma_{22}^+}{\sigma_{22}^- \sigma_{22}^+}; \quad R_{12} = \frac{\sigma_{12}^- - \sigma_{12}^+}{\sigma_{12}^- \sigma_{12}^+}; \quad R_{1111} = \frac{1}{\sigma_{11}^- \sigma_{11}^+};$$

$$R_{2222} = \frac{1}{\sigma_{22}^- \sigma_{22}^+}; \quad 4R_{1212} = \frac{1}{\sigma_{12}^- \sigma_{12}^+}; \quad 2R_{1122} = \frac{R_{11} - R_{22}}{\sigma_{12}^-} + R_{1111} + R_{2222} + \frac{1}{(\sigma_{12}^-)^2}. \quad (4.18)$$

В (4.17) – (4.18) тензори міцності враховують можливу відмінність характеристик міцності матеріалу при розтяганні й стисканні.

Слід зазначити, що міцність матеріалу не залежить від знака граничних значень дотичних напружень, тобто $\sigma_{12}^- = \sigma_{12}^+$. Крім того, для ортотропного матеріалу в осях симетрії слушна тотожність – $R_{1112} = R_{2212} = 0$. Наявних експериментальних значень σ_{ij}^+ , σ_{ij}^- ($i, j = 1, 2$) недостатньо для визначення компонентів тензорів міцності типу R_{1122} , тому виникає необхідність у проведенні ретельно планованих експериментів для одержання й обґрунтування емпіричних залежностей для R_{1122} .

Як правило, більша частина методів побудови граничних поверхонь ґрунтується на поданні армованого матеріалу як набору анізотропних шарів, що, у свою чергу, обумовлює вивчення властивостей окремих шарів при навантаженні. За допомогою теорії шаруватих середовищ можна перейти від

усереднених напружень і деформацій композита до локальних напружень і деформацій у будь-якому шарі. Слід зазначити, що, крім одиничних робіт, у всіх підходах не враховуються напруження й деформації поперечного зсуву σ_{i3}^- , σ_{i3}^+ ($i=1,2$) й трансверсального відривання або стискання σ_{33}^+ , σ_{33}^- .

Значна відмінність граничних характеристик несучих шарів і властивостей проміжних міжфазних шарів обумовлює вибір тієї або іншої моделі дискретно-структурної теорії пластин і оболонок. Стає очевидним, що розшарування слід розглядати не як окремий вид руйнування, а як фактор, що визначає вид дискретно-структурної моделі багатошарової конструкції.

Таким чином, для оцінки впливу неідеального міжфазного контакту шарів критерій (4.16) слід записувати в модифікованому вигляді:

$$\begin{aligned} R_{11}\sigma_{11} + R_{22}\sigma_{22} + R_{33}\sigma_{33} + R_{1111}\sigma_{11}^2 + R_{2222}\sigma_{22}^2 + R_{3333}\sigma_{33}^2 + 4R_{1212}\sigma_{12}^2 + \\ + 4R_{1313}\sigma_{13}^2 + 4R_{2323}\sigma_{23}^2 + 2R_{1122}\sigma_{11}\sigma_{22} + 2R_{1133}\sigma_{11}\sigma_{33} + 2R_{2233}\sigma_{22}\sigma_{33} = 1, \end{aligned} \quad (4.19)$$

де до тензорів поверхні міцності (4.18) слід за аналогією додати додаткові компоненти

$$\begin{aligned} R_{33} = \frac{\sigma_{33}^- - \sigma_{33}^+}{\sigma_{33}^- \sigma_{33}^+}; \quad R_{3333} = \frac{1}{\sigma_{33}^- \sigma_{33}^+}; \quad 4R_{1313} = \frac{1}{\sigma_{13}^- \sigma_{13}^+}; \quad 4R_{2323} = \frac{1}{\sigma_{23}^- \sigma_{23}^+}; \\ 2R_{1133} = \frac{R_{11} - R_{33}}{\sigma_{13}^-} + R_{1111} + R_{3333} + \frac{1}{(\sigma_{13}^-)^2}; \\ 2R_{2233} = \frac{R_{22} - R_{33}}{\sigma_{23}^-} + R_{2222} + R_{3333} + \frac{1}{(\sigma_{23}^-)^2}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

При цьому вважається, що міжшарова міцність матеріалу на зсув не залежить від знака поперечних дотичних напружень, тобто $\sigma_{13}^+ = \sigma_{13}^-$; $\sigma_{23}^+ = \sigma_{23}^-$.

Для використання модифікованого критерію (4.19) необхідно експериментально визначити граничні характеристики шару на поперечний зсув й трансверсальне стискання або відривання.

Концентрація міжшарових нормальних і дотичних напружень поблизу тріщин на границі суміжних шарів ініціюють розшарування в прилеглих областях. Особливо «ефективно» ініціюють розшарування нормальні

розтягувальні напруження, коли навантаження на зразок міняє знак на протилежний. Прогнозування моменту початку розшарування здійснюється, як правило, шляхом визначення всіх компонентів тривимірного напруженого стану в розглянутій області шаруватого композита й підстановкою отриманих величин у відповідні критерії міцності. При реалізації зазначеного підходу виникають значні труднощі, як у теоретичному, так і в обчислювальному планах, оскільки область розшарування при кроковому додатку навантаження може міняти свої розміри.

Для більш точної оцінки процесу тріщиноутворення й розшарування по міжфазних границях несучих шарів слід скористатися трьома розрахунковими моделями багатошарових пластин і оболонок, побудованих на основі уточненої теорії С.П. Тимошенка в другому розділі, а також модифікованим критерієм міцності (4.19). Пропонується така послідовність вибору тієї або іншої розрахункової моделі:

1) на першому етапі використовується третя розрахункова модель анізотропних оболонок і алгоритм послідовних навантажень. Використовуючи кусково-лінійну апроксимацію діаграми деформування шару при навантаженні й теорію шаруватих середовищ, на кожному n -му кроці навантаження середні напруження в композиті збільшуються на величину кроку по навантаженню $\Delta[\sigma]_n = [\Delta\sigma_{11}, \Delta\sigma_{22}, \Delta\sigma_{12}]_n^T$. Збільшення напружень $\Delta\sigma_{33}$, $\Delta\sigma_{13}$, $\Delta\sigma_{23}$ визначається згідно з уточненою теорією С.П. Тимошенка. Далі знаходяться збільшення середніх деформацій пакета шарів, відповідні до даного кроку навантаження

$$\Delta[\varepsilon]_n = b_\alpha^\beta \cdot \Delta[\sigma]_n,$$

$$\text{де } b_\alpha^\beta = a_\alpha^{\beta-1} = \begin{bmatrix} a_{11}^\beta & a_{12}^\beta & a_{16}^\beta \\ a_{21}^\beta & a_{22}^\beta & a_{26}^\beta \\ a_{61}^\beta & a_{62}^\beta & a_{66}^\beta \end{bmatrix}^{-1} \text{ – матриця піддатливості композита.}$$

Повні середні деформації пакета шарів після n -го кроку навантаження: $[\varepsilon]_n = [\varepsilon]_{n-1} + \Delta[\varepsilon]_n$. Відповідні до деформацій $[\varepsilon]_n$ деформації окремих шарів у

координатах, пов'язаних з напрямком армування, наприклад, для k -го шару $[\varepsilon]_n^{(k)} = T^{(k)}[\varepsilon]_n$, де

$$T^{(k)} = \begin{bmatrix} \cos^2 \beta^{(k)}; & \sin^2 \beta^{(k)}; & \cos \beta^{(k)} \sin \beta^{(k)} \\ \sin^2 \beta^{(k)}; & \cos^2 \beta^{(k)}; & -\cos \beta^{(k)} \sin \beta^{(k)} \\ -2 \sin \beta^{(k)} \cos \beta^{(k)}; & 2 \sin \beta^{(k)} \cos \beta^{(k)}; & \cos^2 \beta^{(k)} - \sin^2 \beta^{(k)} \end{bmatrix} \quad - \quad \text{матриця}$$

перетворення координат. Визначивши збільшення напружень і повні напруження в шарах $-\Delta[\sigma]_n^{(k)} = a_{\alpha}^{\beta^{(k)}} \cdot \Delta[\varepsilon]_n^{(k)}$, $[\sigma]_n^{(k)} = [\sigma]_{n-1}^{(k)} + \Delta[\sigma]_n^{(k)}$, здійснюється перевірка за критерієм міцності (4.19). При цьому враховуються напруження поперечного зсуву $\sigma_{33}^{(k)}$, знайдені за уточненою теорією С.П. Тимошенка. Розраховані деформації шару використовуються для визначення поточних значень пружних констант по діаграмах деформування матеріалу шару. Далі використовується теорія шаруватих середовищ для обчислення матриці піддатливості композита на n - м кроці навантаження. Процедура повторюється доти, поки в одному з несучих або міжфазних шарів не виконається умова міцності (4.19);

2) на другому етапі, після того як порушені кінематичні умови контакту, слід застосувати першу модель дискретно структурної теорії оболонок. Розглянута конструкція включає два сполучені по лицьових поверхнях тонкостінні елементи, кожний з яких являє собою шаруватий пакет. Вважається, що по лицьових поверхнях сполучення цих двох елементів виконуються тільки статичні умови контакту. Таким чином, сумарна згинальна жорсткість розглянутої конструкції за першою моделлю значно менше за згинальну жорсткість цього елемента згідно з третьою моделлю. Використовуючи процедуру послідовного навантаження й запропонований алгоритм перевірки міцності першого етапу, остаточно визначається момент руйнування конструкції.

4.4. Методика розрахунків на міцність комбінованого газового балона

4.4.1. Постановка задачі й знаходження напружено-деформованого стану комбінованого газового балона. Як об'єкт дослідження обраний комбінований газовий балон.

Спочатку була розглянута склопластикова оболонка, яка складається із циліндричної частини довжиною $L = 2,163\text{ м}$ й радіуса $R = 0,188\text{ м}$, а також днищ, виконаних у вигляді півсфер. Корисний об'єм балона $V = 0,2\text{ м}^3$. Оболонка виготовляється методом намотування односпрямованої склострічки з такими характеристиками: $E_1 = 5,486 \cdot 10^4\text{ МПа}$, $E_2 = 1,252 \cdot 10^4\text{ МПа}$, $E_3 = 1,431 \cdot 10^4\text{ МПа}$, $\nu_{12} = 0,058$, $\nu_{13} = 0,394$, $\nu_{23} = 0,394$, $G_{12} = 3,925 \cdot 10^3\text{ МПа}$, $G_{23} = 2,683 \cdot 10^3\text{ МПа}$, $G_{13} = 4,293 \cdot 10^3\text{ МПа}$. У цілому такий балон включає двадцять односпрямованих шарів, дванадцять із яких намотуються в кільцевому напрямку й вісім – перехресно армованих спіральних шару. Кут намотування спіральних шарів становить $\pm 24^\circ$. Товщина шару становить $\delta = 0,0005\text{ м}$. За допомогою методики [57] визначалися технічні сталі всього пакета шарів склопластику як композиційного матеріалу з однієї площиною пружної симетрії: $E_1 = 2,358 \cdot 10^4\text{ МПа}$, $E_2 = 3,747 \cdot 10^4\text{ МПа}$, $E_3 = 1,55 \cdot 10^4\text{ МПа}$, $\nu_{12} = 0,092$, $\nu_{13} = 0,367$, $\nu_{23} = 0,352$, $G_{12} = 6,702 \cdot 10^3\text{ МПа}$, $G_{23} = 3,756 \cdot 10^3\text{ МПа}$, $G_{13} = 3,22 \cdot 10^3\text{ МПа}$.

Напружений стан точок внутрішньої поверхні балона при інтенсивності внутрішнього тиску $q = 20\text{ МПа}$ показаний на рис. 4.1. Слід зазначити, що на границі з'єднання сферичних днищ і циліндричної оболонки має місце крайовий ефект. Спостерігається значне збільшення дотичних напружень поперечного зсуву σ_{13} в точках серединної поверхні балона (рис. 4.2).

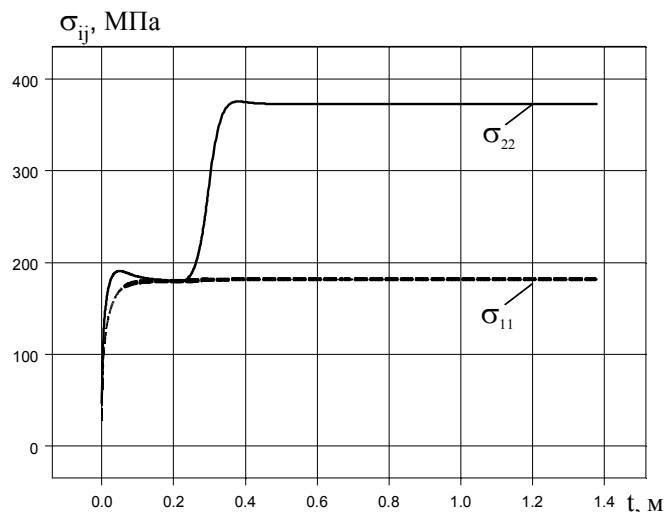


Рис. 4.1. Зміна меридіональних σ_{11} і колових σ_{22} напружень по довжині склопластикової оболонки

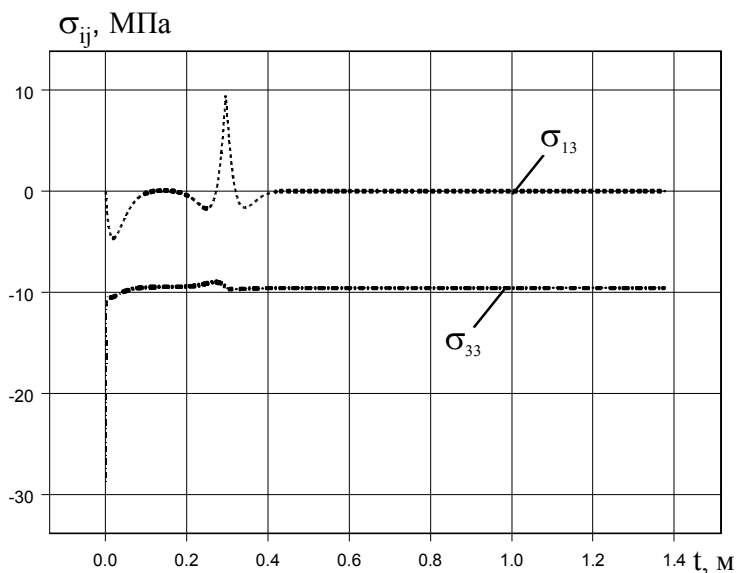


Рис. 4.2. Зміна напружень поперечного зсуву σ_{13} й трансверсального обтиснення σ_{33} по довжині склопластикової оболонки

При дослідженні несучої здатності балона розглядалося два етапи руйнування армованої оболонки. На першому етапі визначалася величина тиску, коли відбувається руйнування з'єднувача. Для цього використовувався модифікований поліноміальний критерій міцності (4.19), що включає поперечні дотичні σ_{i3} ($i=1,2$) і трансверсальні напруження σ_{33} .

Для розглянутої структури склопластику були прийняті такі значення граничних характеристик міцності матеріалу: $\sigma_{11}^+ = 290$ МПа, $\sigma_{22}^+ = 490$ МПа, $\sigma_{11}^- = 200$ МПа, $\sigma_{22}^- = 290$ МПа, $\sigma_{33}^+ = 50$ МПа, $\sigma_{33}^- = 100$ МПа, $\sigma_{12}^+ = 110$ МПа, $\sigma_{13}^+ = \sigma_{23}^+ = 35$ МПа. Руйнування з'єднувача відбувалося в точках серединної поверхні при тиску $q_1^* = 16$ МПа (рис. 4.2). Подальші розрахунки несучої здатності проводилися на основі другої розрахункової моделі оболонки. На другому етапі фіксувався граничний тиск $q_2^* = 23$ МПа, при якому відбувалося руйнування склопластику в точках внутрішньої поверхні циліндричної оболонки. При цьому замість (4.19) використовувався критерій міцності для випадку плоского напруженого стану в точці (4.17).

Розрахункова модель комбінованого балона високого тиску показана на рис. 4.3. Розглядається пружне тіло, що перебуває під дією внутрішнього тиску інтенсивністю $q = 20$ МПа. У цілому балон складається із двох частин: внутрішня частина – зі склопластику, зовнішня – металева. Внутрішня несуча частина балона абсолютно ідентична розглянутій раніше склопластиковій оболонці. Металева частина виконана з дюралюмінію В-95: $E = 70000$ МПа, $\nu = 0,3$, $\sigma_B = 500$ МПа. Завдання вирішується в осесиметричній постановці. Балон розглядається як оболонка обертання.

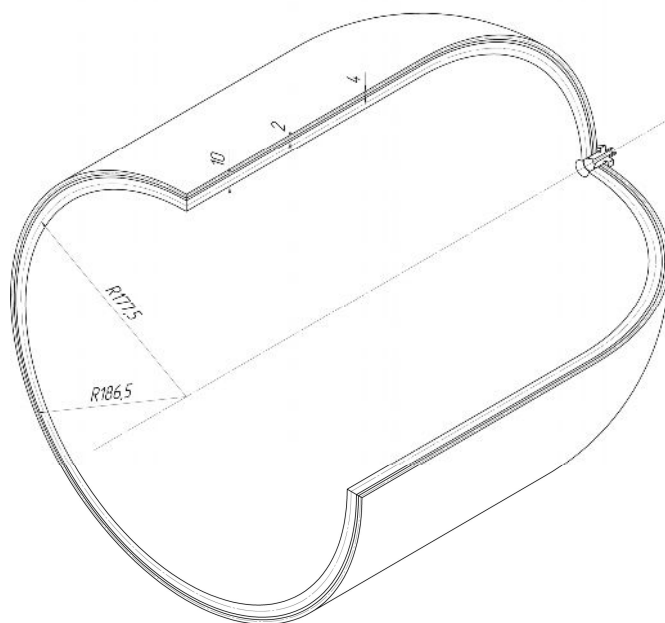


Рис. 4.3. Розрахункова схема комбінованого балона високого тиску

Для виключення контакту склопластикової оболонки з зовнішньою металевою передбачений зазор з мінімальним розміром $h_3 = 0,002$ м, який заповнюється ізотропним м'яким матеріалом низької густини, наприклад, піновінілпластом з такими технічними параметрами: $E = 83$ МПа, $\nu = 0,33$.

Напруження в точках внутрішньої й зовнішньої поверхонь комбінованого балона, отримані на основі першої розрахункової моделі, показані на рис. 4.4 – 4.5.

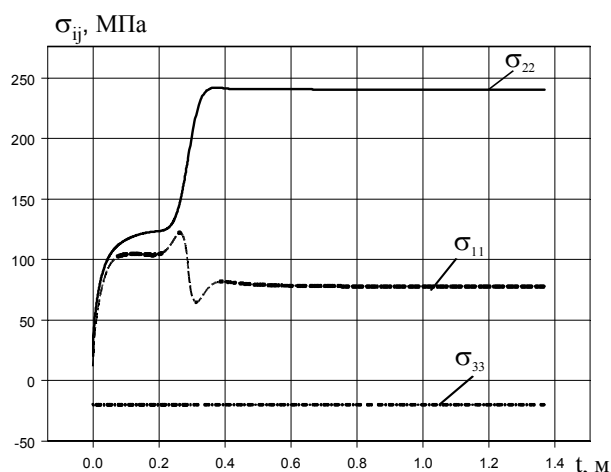


Рис. 4.4. Зміна меридіональних σ_{11} , колових σ_{22} напружень і напружень трансверсального обтиснення σ_{33} по довжині склопластикової оболонки (внутрішня поверхня)

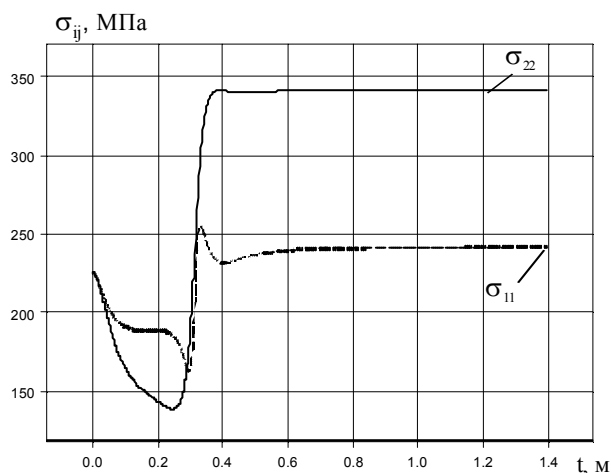


Рис. 4.5. Зміна меридіональних σ_{11} і колових σ_{22} напружень по довжині металевої оболонки (зовнішня поверхня)

Деформативність несучої склопластикової оболонки в поздовжньому напрямку знижується: якщо абсолютне подовження склопластикової оболонки Δl в поздовжньому напрямку при тиску $q = 20$ МПа складало $1,9 \cdot 10^{-2}$ м, то абсолютне подовження комбінованого балона $0,8 \cdot 10^{-2}$ м. Зниження максимальних колових напружень склопластикової оболонки комбінованого балона в порівнянні з першим варіантом склало 40%.

Зі збільшенням інтенсивності внутрішнього тиску до $q = 30$ МПа внутрішня склопластикова оболонка практично повністю передає навантаження на більш жорстку зовнішню металеву оболонку. Початок руйнування розглянутого варіанта комбінованого балона відбувався в зоні крайового ефекту металеві оболонки при тиску $q^* = 33$ МПа.

Для вибору оптимальної конструкції досліджується два типи балонів з композиційних матеріалів (таблиця 4.1).

Розрахункова модель комбінованого балона високого тиску наведена на рис. 4.6. У цілому балон складається із двох частин: внутрішня частина – зі склопластику, зовнішня – металеві. Комбіновані балони взаємно еквівалентні один одному по масі (№4 – №7, таблиця 4.1).

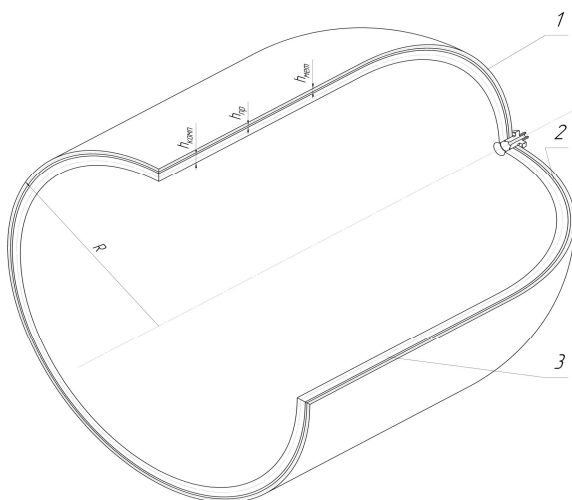


Рис. 4.6. Розрахункова схема комбінованого балона високого тиску: 1 – захисна металеві оболонка (матеріал дюралюміній В-95); 2 – регулюючий піддатливий прошарок; 3 – несуча склопластикова оболонка

Конструкції двох типів балонів з композиційних матеріалів

№ типорозміру	Довжина циліндричної частини, м	Зовнішній радіус циліндра й сфери R, м	Товщина оболонки зі склопластику h_c , м	Товщина зазору h_3 , м	Товщина захисної металеві оболонки балона h_m , м	Маса виробу, кг
1	2,163	0,188	0,0275	0	0	160
2	2,163	0,188	0,033	0	0	188
3 ^{*)}	0,886	0,257	0,041	0	0	175
4	2,163	0,188	0,02	0,002	0,004	154,5
5	2,163	0,188	0,02	0,004	0,004	160
6	0,886	0,257	0,035	0,004	0,004	180
7	0,886	0,257	0,03	0,004	0,006	165

^{*)} – продукція ВАТ Казанське дослідне конструкторське бюро «СОЮЗ»

(Сертифікат відповідності вимогам ISO 9001–2001 № 00107/RU від 19.01.04р)

Товщина склопластикових оболонок $h_1 = 0,0275$ м; $h_2 = 0,033$ м для першого типорозміру й $h_3 = 0,041$ м для другого. Технічні сталі всього пакета шарів склопластику, як композиційного матеріалу з однієї площиною пружної симетрії, а також матеріали металеві частини й заповнювача зазору – попередні. Як і раніше, задача вирішується у осесиметричній постановці. Балон розглядається як оболонка обертання.

4.4.2. Розрахунки на міцність двох варіантів розрахункових моделей і порівняння оптимальності конструкцій газового балона. При дослідженні несучої здатності балона розглядалося два етапи руйнування армованої оболонки. На першому визначалася величина тиску, коли відбувається руйнування з'єднувача. Для цього використовувався модифікований поліноміальний критерій міцності, що включає поперечні дотичні σ_{i3} ($i = 1, 2$) й трансверсальні напруження σ_{33} (4.19).

Коефіцієнти рівняння (4.19) визначаються з використанням експериментально встановлених граничних характеристик міцності σ_{ij}^+ , σ_{ij}^- ($i, j = 1, 2, 3$). Індекс «+» означає, що даний компонент – граничне напруження при розтяганні, індексом «-» позначена граничне напруження при стисканні. Для компонентів тензорів поверхні міцності (4.19) мають місце співвідношення (4.18) і (4.20).

При цьому вважається, що міцність матеріалу на зсув не залежить від знака граничних значень дотичних напружень $\sigma_{12}^- = \sigma_{12}^+$ і поперечних дотичних напружень, тобто $\sigma_{13}^+ = \sigma_{13}^-$, $\sigma_{23}^+ = \sigma_{23}^-$.

Для розглянутої структури склопластику були прийняті такі значення граничних характеристик міцності матеріалу: $\sigma_{11}^+ = 290$ МПа, $\sigma_{22}^+ = 490$ МПа, $\sigma_{11}^- = 250$ МПа, $\sigma_{22}^- = 390$ МПа, $\sigma_{33}^+ = 50$ МПа, $\sigma_{33}^- = 150$ МПа, $\sigma_{12}^+ = 110$ МПа, $\sigma_{13}^+ = \sigma_{23}^+ = 55$ МПа. Подальші розрахунки несучої здатності проводилися на основі другої розрахункової моделі оболонки. На другому етапі фіксувався граничний тиск, при якому відбувалося руйнування склопластику в точках внутрішньої поверхні циліндричної оболонки. При цьому замість (4.19) використовувався критерій міцності для випадку плаского напруженого стану в точці (4.17).

Слід зазначити, що міцність матеріалу не залежить від знака граничних значень дотичних напружень, тобто $\sigma_{12}^- = \sigma_{12}^+$. Крім того, для ортотропного матеріалу в осях симетрії слушна тотожність $R_{112} = R_{212} = 0$.

Розрахункові значення внутрішнього тиску, при якому на першому етапі відбувається руйнування з'єднувача склопластикової оболонки, а на другому руйнування конструкції в цілому, наведено в таблиці 4.2.

Варіюючи жорсткістю склопластикової оболонки, а також вводячи м'який заповнювач між внутрішньою частиною й зовнішньою металевою, вдається досягти умов рівномірної роботи матеріалу такої конструкції (комбінований балон). Деформативність несучої склопластикової оболонки в

поздовжньому напрямку усувається досить жорсткою уздовж осі балона металевою захисною оболонкою.

Величини осьового подовження розглянутих типів балонів дано в таблиці 4.3.

Таблиця 4.2

Розрахункові значення внутрішнього тиску двох етапів руйнування

№ типорозміру	Тиск руйнування сполучного склопластику p_1 , МПа	Тиск руйнування волокон склопластику p_2 , МПа	Тиск руйнування металевої оболонки по III теорії міцності p_{III} , МПа	Тиск руйнування металевої оболонки по IV теорії міцності p_{IV} , МПа
1	27,90±0,05	58,32±0,005	–	–
2	29,45±0,05	61,93±0,005	–	–
3	28,60±0,05	64,03±0,005	–	–
4	28,10±0,05	58,70±0,005	42,50±0,05	52,00±0,05
5	27,80±0,05	55,36±0,005	54,80±0,05	58,00±0,05
6	29,10±0,05	65,85±0,005	58,05±0,05	62,50±0,05
7	28,60±0,05	62,07±0,005	58,65±0,05	62,55±0,05

Таблиця 4.3

Осьове подовження балонів

№ типо-розміру	Осьове подовження балона, $\times 10^{-3}$ м	
	при робочому тиску 20 МПа	при тиску руйнування з'єднувача склопластику p_1 , МПа
1	5,96262	8,33476
2	4,83020	7,12792
3	3,30364	4,72836
4	4,80960	6,77318
5	4,65378	6,48584
6	2,71664	3,95952
7	2,60558	3,73440

Зі збільшенням інтенсивності тиску внутрішня склопластикова оболонка (модуль пружності склопластику в три рази нижче модуля пружності дюралюмінію) практично передає більшу частину навантаження на більш жорстку зовнішню металеву оболонку. Початок руйнування розглянутого варіанта комбінованого балона відбувався в зоні крайового ефекту металеві оболонки. Теоретичне значення тиску, при якому відбувалося руйнування металеві оболонки, визначалося на основі третьої (гіпотеза найбільших дотичних напружень) і четвертої (гіпотеза Губера-Мізеса) теорій міцності.

Таким чином, порівняння склопластикових і комбінованих балонів (таблиці 4.2, 4.3) за їхньою несучою здатністю показало, що останні мають ряд переваг – вони менш деформативні, більш надійні в експлуатації та виграють у плані теплоізоляційних властивостей. Вводячи м'який заповнювач між внутрішньою частиною й металеву захисну оболонку, вдається досягти умов рівномірної роботи матеріалу такої конструкції (комбінований балон).

4.5. Висновки по четвертому розділу

У четвертому розділі на основі методу переміщень розроблений алгоритм розв'язку задач міцності й несучої здатності тонкостінних осесиметричних конструкцій складної геометрії уздовж меридіана. Вивчений напружено-деформований стан нової конструкції комбінованого балона високого тиску й проведені розрахунки на міцність і несучу здатність з урахуванням контактної взаємодії внутрішньої склопластикові оболонки й зовнішньої металеві.

Комбінований балон тиску містить внутрішню захисну поліетиленову оболонку та несучу циліндричну склопластикову оболонку. На торцевих ділянках несучої склопластикові оболонки розташовані формуючі деталі сферичних днищ. Крім того, несуча склопластикова оболонка із зовнішньої сторони захищена металеву оболонку, яка складається із кругові

циліндричної оболонки й сферичних днищ, що контактують зі сферичними днищами несучої склопластикової оболонки.

За допомогою методу переміщень побудована матриця жорсткості, що встановлює залежність між крайовими зусиллями на торцях s -го тонкостінного елемента оболонки обертання й крайовими переміщеннями цих торців. При цьому замість граничних умов виконуються умови зв'язку з пов'язаними з даним елементом частинами конструкції. Розроблений алгоритм, згідно з яким рівняння рівноваги складаються для кожного вузлового елемента і потім відбувається їх компоновка в систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно узагальнених переміщень вузлів оболонки шаруватої структури. На основі запропонованих розрахункових моделей, а також розглянутих раніше алгоритмів розрахунків такого класу завдань мовою програмування ФОРТРАН створений пакет прикладних програм.

Як об'єкт дослідження обраний комбінований газовий балон. Для вибору оптимальної форми й структури досліджується напружений стан чотирьох варіантів конструкцій газового балона.

Аналіз напруженого стану балона в районі сферичних днищ, розрахунки якого проведені з урахуванням контактної взаємодії оболонок з різномодульного матеріалу, дозволяє зробити висновок, що внутрішня склопластикована оболонка (модуль пружності склопластику в три рази нижче модуля пружності дюралюмінію) практично передає більшу частину навантаження на більш жорстку зовнішню металеву оболонку.

Варіюючи жорсткістю склопластикової оболонки, а також вводячи м'який заповнювач між внутрішньою частиною й металевою оболонкою, вдається досягти умов рівномірної роботи матеріалу такої конструкції. Деформативність несучої склопластикової оболонки в поздовжньому напрямку усувається досить жорсткою вздовж осі балона металевою захисною оболонкою. Таким чином, запропонований варіант конструкції балона дозволяє помітно зменшити величину колових і поздовжніх напружень порівняно з його аналогами, що мають традиційну циліндричну форму.

Для оцінки несучої здатності комбінованого балона високого тиску запропонована нова методика розрахунків його конструкційної міцності. Застосовуючи алгоритм покрокового навантаження й модифікований тензорно-поліноміальний критерій міцності, який включає напруження поперечного зсуву σ_{i3}^- , σ_{i3}^+ ($i=1,2$) й трансверсального відривання або стискання σ_{33}^+ , σ_{33}^- , нескладно знайти момент руйнування з'єднувача й порушення статичних і кінематичних умов контакту між шарами.

Значна відмінність граничних характеристик несучих шарів і властивостей проміжних міжфазних шарів обумовлює вибір тієї або іншої моделі дискретно-структурної теорії пластин і оболонок.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розроблений єдиний підхід до розв'язання завдань конструкційної міцності і несучої здатності багатошарових оболонок обертання складної форми. Основні результати роботи полягають в такому.

1. Розроблена нова методика розв'язання геометрично нелінійних контактних задач при розрахунках на міцність багатошарових анізотропних пластин і оболонок з урахуванням як ідеального, так і неідеального контакту між шарами. Створене програмне забезпечення, що дозволяє розв'язувати широкий клас контактних задач, виявлені основні закономірності змінювання напруженого стану й контактного тиску в зоні локальних ділянок непростею або розшарувань.

2. Вивчений вплив дефектів структури матеріалу у вигляді ділянок непростею на напружено-деформований стан і показане виникнення крайового ефекту на границі ділянки непростею.

3. Розроблена й апробована експериментальна методика оцінки достовірності основних положень і результатів роботи.

4. На основі методу переміщень розроблена методика розрахунків оболонок обертання складної форми із шаруватою структурою матеріалу. Уперше запропонована методика розрахунків конструкційної міцності комбінованого балона. Досліджені конструкційна міцність і несуча здатність комбінованого балона високого тиску, який складається з несучої склопластикової оболонки, захищеної з зовнішнього боку металеву оболонкою.

5. Надані рекомендації щодо оптимальних схем армування окремих шарів і ефективних варіантів їх закріплення по контуру, які дозволяють збільшити несучу здатність конструкції в цілому й створити умови рівномірної роботи матеріалу шаруватих елементів без збільшення маси. Практична цінність роботи підтверджена актами впровадження результатів дисертації при

розрахунках конструкцій з композиційних матеріалів для хімічного машинобудування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. А. с. 1227901 А1 СССР, МКИ F 17 С 1/00. Сосуд давления / В. И. Гуревич, В. С. Калинин (СССР). – № 3821298/23–26; заявл. 30.11.84; опубл. 30.04.86, Бюл. № 16.
2. А. с. 14468 U UA, МПК F 17 С 1/00. Тороїдальний балон / Бараннік В. М., Піхаленко В. Ю. (UA). – № u200511169; заявл. 25.11.2005; опубл. 15.05.2006.
3. А. с. 18874 UA, МПК6 F 17 С 1/00. Балон / Патон Б. Є.; Савицький М. М.; Кулик В. М.; Савиченко О. О.; Лупан А. П.; Мельничук Г. М. (UA). – №95094171; заявл. 18.09.1995; опубл. 28.02.2000. Бюл.№1.
4. А. с. 44793 С2 UA, МПК F 17 С 1/00. Балон комбінований / Савицький М. М., Кулик В. М., Лупан А. П., Мельничук Г. М. (UA). – № 98020562; заявл. 03.02.1998; опубл. 15.03.2002.
5. А. с. 53148 А UA, МПК F 17 С 1/00. Багатошаровий балон / Бойко В. С., Скороход В. В., Ігнатов І. В., Гріффен Л. О., Картузов В. В., Масленніков Ю. І., Чередніченко А. В., Троцан А. І., Кандауров П. П., Кліманчук В. В., Рябошапка Г. О., Семенченко П. М. (UA). – № 2002032315; заявл. 25.03.2002; опубл. 15.01.2003.
6. А. с. 56985 U1 RU, МКИ F 17 С 1/00. Баллон высокого давления / Федулов С. А. (RU). – № 2005135822/22; заявл. 18.11.2005; опубл. 27.09.2006, Бюл. № 27.
7. А. с. 57867 U1 RU, МКИ F 17 С 1/00. Газовый баллон высокого давления / Караник Ю. А., Колмаков К. Н. (RU). – № 2006106592/22; заявл. 02.03.2006; опубл. 27.10.2006, Бюл. № 30.
8. А. с. 58657 U1 RU, МКИ F 17 С 1/06. Металлокомпозитный баллон высокого давления / Корякин Н. А., Корякин В. Н., Кашин С. М. (RU). – № 2005126531/22; заявл. 22.08.2005; опубл. 27.11.2006, Бюл. № 33.

9. А. с. 59772 U1 RU, МКИ F 17 C 1/00. Баллон высокого давления / Привалов В. Н. (RU). – № 2006127306/22; заявл. 27.07.2006; опубл. 27.12.2006 Бюл. № 36.
10. А. с. 59772 U1 UA, МПК F 17 C 1/00. Газовий балон / Сергеев В. В., Иванов А. І., Літвінський Я. І., Юр'єв М. П., Мельник В. Г., Карп І. М., Мілованова Я. О. (UA). – № 2000084988; заявл. 23.08.2000; опубл. 16.07.2001.
11. А. с. 61161 UA, МПК F 17 C 1/00. Балон / Патон Б. Є., Савицький М. М., Кулик В. М., Савиченко О. О., Лупан А. П., Мельничук Г. М. (UA). – № 2001074646; заявл. 04.07.2001; опубл. 17.11.2003.
12. А. с. 61162 C2 UA, МПК F 17 C 1/00. Балон тиску / Патон Б. Є., Савицький М. М., Кулик В. М., Савиченко О. О., Голуб М. О., Супруненко В. О., Лупан А. П. (UA). – № 2001074647; заявл. 04.07.2001; опубл. 17.11.2003.
13. А. с. 65694 A UA, МПК F 17 C 1/00. Комбінований металопластиковий балон / Бабич І. Ю., Зірка А. І., Крицук А. А., Озеров В. І., Федій А. М. (UA). – № 2002118806; заявл. 06.11.2002; опубл. 15.04.2004.
14. А. с. 69973 A UA, МПК F 17 C 1/04. Комбінований балон тиску / Верещака С. М., Хворост В. А., Львів Г. І., Верещака О. С. (UA). – № 20031211882; заявл. 18.12.2003; опубл. 15.09.2004.
15. А. с. 7682 U UA, МПК F 17 C 1/00. Комбінований металопластиковий балон із анізотропією міцнісних властивостей / Бабич І. Ю., Зірка А. І., Крицук А. А., Озеров В. І. (UA). – № 20040705823; заявл. 15.07.2004; опубл. 15.07.2005.
16. А. с. 8036 U UA, МПК F 17 C 1/00. Газовий балон високого тиску / Сергеев В. В., Літвінський Я. І., Иванов А. І., Юр'єв М. П., Мельник В. Г. (UA). – № u200500064; заявл. 04.01.2005; опубл. 15.07.2005.
17. А. с. 82000 C2 UA, МПК F 17 C 1/00. Балон / Савицький М. М., Кулик В. М., Савиченко О. О., Лупан А. П., Мельничук Г. М., Черторильський Л. О., Голуб М. О., Супруненко В. О. (UA). – № a200606715; заявл. 16.06.2006; опубл. 25.02.2008.

18. А. с. 8774 U1 RU, МКИ F 17 C 1/08. Комбинированный баллон для хранения сжатого газа / Семенюга В. В., Фомин Б. Я., Кузьмин П. В., Фантин М. Е., Осадчий Я. Г., Краев В. В., Кузнецов В. М. (RU). – № 98101968/20; заявл. 09.02.1998; опубл. 16.12.1998.
19. Абовский Н. П. Вариационные принципы теории упругости и теории оболочек / Н. П. Абовский, Н. П. Андреев, А. П. Деруга – М.: Наука, 1978. – 288 с.
20. Александров А. Я. Конструкции с наполнителем из пенопластов / А. Я. Александров, И. Я. Бородин, В. В. Павлов – М.: Машиностроение, 1972. – 211 с.
21. Александров А. Я. Расчет трехслойных панелей / А. Я. Александров, Л. Э. Брюккер, Л. М. Куршин – М.: Оборонгиз, 1960. – 270 с.
22. Алфутов Н. А. Об одной интегральной оценке напряженное состоянии деформируемого тела / Н. А. Алфутов, П. А. Зиновьев // Известия АН СССР. Механика твердого тела. – 1973, – № 1, – С. 34–37
23. Алфутов Н. А. Основы расчёта на устойчивость упругих систем / Н. А. Алфутов – М.: Машиностроение, 1978. – 312 с.
24. Алфутов Н. А. Расчёт многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов / Н. А. Алфутов, П. А. Зиновьев, Б. Г. Попов– М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.
25. Альтенбах Х. Основные направления теории многослойных тонкостенных конструкций. Обзор / Х.Альтенбах //Механика композитных материалов. – 1998. – 34, № 3. – С. 333 – 348.
26. Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек / С. А. Амбарцумян – М.: Наука, 1974. – 448 с.
27. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных пластин / С. А. Амбарцумян – М.: Наука, 1987. – 360 с.
28. Амбарцумян С.А. Некоторые вопросы развития теории анизотропных слоистых оболочек / С. А. Амбарцумян // Изв. АН Арм. ССР. Сер. Физ. – мат. наук. – 1964. – 17, № 3. – С. 29 – 53.

29. Амбарцумян С.А. Некоторые основные уравнения теории тонкой слоистой оболочки / С. А. Амбарцумян // Докл. АН Арм. ССР. – 1948. – 8, № 5. – С. 203 – 210.
30. Амиро И. Я. Ребристые цилиндрические оболочки / И. Я. Амиро, В. А. Заруцкий, П. С. Поляков – К.: Наук. думка, 1973. – 248 с.
31. Андреев Л. В. Устойчивость оболочек при неосесимметричной деформации / Л. В. Андреев, Н. И. Ободан, А. Г. Лебедев – М.: Наука, 1988. – 208 с.
32. Баев Л. В. К расчету слоистых пластин / Л. В. Баев, П. П. Чулков // Механика полимеров. – 1969. – № 6. – С. 11 – 18.
33. Баллоны высокого давления для сжатого природного газа, используемого в качестве моторного топлива на автомобильных транспортных средствах. Общие технические условия: ГОСТ Р 51753–2001. – [Введен в действие 2001–05–29]. – М.: Гостстандарт России, 2001. – 20 с. (Государственный стандарт Российской Федерации).
34. Баллоны стальные малого и среднего объема для газов на $P_r \leq 19,6$ МПа (200 кгс/см^2): ГОСТ 949–73. – [Чинний від 01.01.1975]. – М.: ИПК издательство стандартов, 2003. – 20 с. – (межгосударственный стандарт).
35. Бессонов В. Г. Масштабные коэффициенты подобия для конструкций из стеклопластика / В. Г. Бессонов // Механическое подобие конструкций из армированного материала; под ред. Г. Н. Савина. – Киев: Наук. думка, 1970. – С. 108 – 137.
36. Болотин В. В. Механика многослойных конструкций / В. В. Болотин, Ю. Н. Новичков. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.
- 36 Болотин В. В. Механика многослойных конструкций / В. В. Болотин, Ю. Н. Новичков. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.
37. Болотин В. В. Основные уравнения теории армированных сред / В. В. Болотин // Механика полимеров. – 1965. – № 2. – С. 27 – 37.
38. Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций / В. В. Болотин. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.

39. Болотин В. В. Теория армированной слоистой среды со случайными начальными неправильностями / В. В. Болотин // Механика полимеров. – 1966. – № 1. – С. 11 – 19.
40. Болотин В.В. К теории слоистых плит / В. В.Болотин // Изв. АН СССР. ОТН. – Механика и машиностроение. – 1963. – № 3. – С. 65 – 72.
41. Болотин В.В. Основные уравнения теории армированных сред / В. В. Болотин // Механика полимеров. – 1965. – № 2. – С. 27 – 37.
42. Бондарь А. Г. Исследование изгиба многослойных пластин на основе уточненной теории / А. Г. Бондарь, А. О. Рассказов // Прикл. механика. – 1982. – № 12. – С. 69 – 72.
43. Брюккер Л. Э. Некоторые варианты упрощения уравнений изгиба трехслойных пластин / Л. Э. Брюккер // Расчеты элементов авиационных конструкций. – М.: Машиностроение, 1965. – Вып. 3. – С. 74 – 99.
44. Буланов И. М. Сосуды давления из композиционных материалов в конструкциях ЛА / И. М. Буланов, В. И. Смыслов. М. А. Комков, В. М. Кузнецов.– М.: ЦНИИИнформации, 1985. – 308 с.
45. Ванин Г. А. Микромеханика композиционных материалов / Г. А. Ванин. – К.: Наук. думка, 1971. – 304 с.
46. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности / К. Васидзу. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
47. Василенко А. Т. Исследование напряженного состояния анизотропных оболочек в различных постановках / А. Т. Василенко, Я. М. Григоренко // Прикл. механика. – 1985. – Т.21, № 4. – С. 4 – 7.
48. Василенко А. Т. Решение задач о напряженном состоянии анизотропных неоднородных цилиндров / А. Т. Василенко, Н. Д. Панкратова // Прикл. механика. – 1984. – Т.20, №8. – С. 11 – 18.
49. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов / В. В. Васильев. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.

50. Васильев В. В. Нелинейные деформации оболочек вращения из упругих нитей при действии внутреннего давления / В. В. Васильев, А. Н. Елпатьевский // Расчёты на прочность. – М., 1968. – № 13. – С. 128 – 142.
51. Васильев В. В. Об особенностях деформирования ортотропного стеклопластика при растяжении / В. В. Васильев, А. А. Дубченко, А. Н. Елпатьевский // Механика полимеров. – 1970. – № 1. – С. 144 – 146.
52. Векуа И. Н. Некоторые общие методы построения различных вариантов теории оболочек / И. Н. Векуа. – М.: Наука, 1982. – 288 с.
53. Верещака С. М. Влияние межфазных дефектов структуры материала на прочность несущих многослойных элементов конструкций сосудов высокого давления / С. М. Верещака // Проблемы машиностроения, 2005. – Т.8, №4. – С. 45– 54.
54. Верещака С. М. Напряженное состояние многослойных оболочек с учетом геометрической нелинейности и сдвига / С. М. Верещака, Г. И. Львов // Вестник Национального технического университета “ХПИ”. – Тематический выпуск: Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2003. – Т. 2., №8. – С. 135–146.
55. Верещака С. М. Напряженное состояние многослойных тонкостенных элементов с межфазными дефектами структуры / С. М. Верещака, Г. И. Львов // Механика композитных материалов. – 2005. – Т.41, № 6. – С. 761 – 772.
56. Верещака С. М. Нелинейное деформирование и устойчивость многослойных элементов конструкций с дефектами структуры / С. М. Верещака – Сумы: Изд-во СумГУ, 2009. – 286 с.
57. Верещака С. М. Один вариант уравнений статики многослойных оболочек с учётом участков технологического непрочлея / С. М. Верещака, В. А. Хворост // Вестник Национального технического университета “ХПИ”. – Тематический выпуск: Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2002. – №9, Т. 8. – С. 23 –28.

58. Верещака С. М. Упругие постоянные и обобщенные характеристики жесткости материала слоистой структуры / С. М. Верещака // Вестник Национального технического университета “ХПИ”. – Тематический выпуск: Динамика и прочность машин.– Харьков: НТУ “ХПИ”.– 2008. – №36. – С. 29 – 40.
59. Вериженко В. Е. Уточненная модель слоистой композитной оболочки для решения контактной задачи в упругопластической постановке / В. Е. Вериженко, В. К. Присяжнюк, С. Г. Бурыгин // Механика композитных материалов. – 1986. – № 4. – С. 672 – 677.
60. Викарио А. Критерии прочности и анализ разрушения конструкций из композиционных материалов / А. Викарио, Р. Толанд // Композиционные материалы [под ред. Л. Браутмана, Р. Крока]. – М.: Машиностроение, 1978. – Т. 7, ч. 1: Анализ и проектирование конструкций / [под ред. К. Чамиса; пер. с англ]. – С. 62 – 107.
61. Власов Б. Ф. Об одном случае изгиба прямоугольной толстой плиты / Б. Ф. Власов // Вестн. МГУ. – 1957. – № 2. – С. 25 – 34.
62. Ворович И. И. Некоторые математические вопросы теории пластин и оболочек / И. И. Ворович // Тр. II Всесоюз. съезда по теорет. и прикл. механике. Механика твердого тела. – М.: Наука, 1965. – Вып. 3. – С. 116 – 136.
63. Галимов К.З. Уравнения равновесия и движения тонких оболочек по нелинейной теории типа Тимошенко / К. З. Галимов // Теория оболочек с учетом поперечного сдвига. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1977. – С. 36 – 95.
64. Галиныш А. К. Расчет пластин и оболочек по уточненным теориям / А. К. Галиныш // Исследования по теории пластин и оболочек. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1967. – Вып. 5. – С. 66 – 92; Вып. 6,7. – С. 23 – 63.
65. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений / С. К. Годунов // Успехи мат. наук. – 1961. – Т.16, №3. – С. 171 – 174.

66. Гольденблат И. И. Критерий прочности анизотропных стеклопластиков / И. И. Гольденблат, В. А. Копнов // Строительная механика и расчёт сооружений. – 1965. – №5. – С. 5–9.
67. Гольденвейзер А. Л. О теории изгиба пластинок Рейсснера / А. Л. Гольденвейзер // Изв. АН СССР. ОТН. – 1958. – № 4. – С. 102 – 109.
68. Гольденвейзер А. Л. Теория упругих тонких оболочек / А. Л. Гольденвейзер. – М.: Наука, 1976. – 512 с.
69. Гольдман А. Я. Прочность конструкционных пластмасс / А. Я. Гольдман. – Л.: Машиностроение, 1979. – 320 с.
70. Григолюк Э. И. Многослойные армированные оболочки: расчет пневматических шин / Э. И. Григолюк, Г. М. Куликов. – М.: Машиностроение, 1988. – 280 с.
71. Григолюк Э. И. Неклассическая теория колебаний стержней, пластин и оболочек. Итоги науки и техники / Э. И. Григолюк, И. Т. Селезов. – М.: Наука, 1971. – Т. 5. – 271 с.
72. Григолюк Э. И. Основные математические модели деформирования и прочности многослойных анизотропных оболочек / Э. И. Григолюк, Ф. А. Коган // Прикладные проблемы механики тонкостенных конструкций: Сб. науч. статей. – М.: Изд-во МГУ, 2000. – С. 56 – 109.
73. Григолюк Э. И. Современное состояние теории многослойных оболочек / Э. И. Григолюк, Ф. А. Коган // Прикл. механика. – 1972. – 8, №6. – С. 3 – 17.
74. Григоренко Я. М. Задачи статики анизотропных неоднородных оболочек / Я. М. Григоренко, А. Т. Василенко. – М.: Наука, 1992. – 336 с.
75. Григоренко Я. М. Задачи теории упругости неоднородных тел / Я. М. Григоренко, А. Т. Василенко, Н. Д. Панкратова – К.: Наук. думка, 1991. – 216 с.
76. Григоренко Я. М. Изотропные и анизотропные слоистые оболочки вращения переменной жесткости / Я. М. Григоренко. – Киев: Наук. думка, 1973.– 228 с.

77. Григоренко Я. М. Некоторые подходы к решению задач теории тонких оболочек с переменными геометрическими и механическими параметрами / Я. М. Григоренко, А. Т. Василенко // Прикл. механика.– 2002.– Т.38, №11.– С. 32 – 68.
78. Григоренко Я. М. Некоторые подходы к численному решению линейных и нелинейных задач теории оболочек в классической и уточненной постановках /Я. М. Григоренко // Прикл. механика. – 1996. № 6. – С. 3 – 40.
79. Григоренко Я. М. Решение двумерных задач об изгибе прямоугольных пластин на основе сплайн аппроксимации / Я. М. Григоренко, М. Н. Беренов // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1987. – №8. – С. 22 – 25.
80. Григоренко Я. М. Решение задач теории пластин и оболочек с применением сплайн-функций (Обзор) / Я. М. Григоренко, Н.Н.Крюков // Прикл. механика – 1995.– Т.31, № 6. – С. 3 – 27.
81. Григоренко Я. М. Решение нелинейных задач теории оболочек на ЭВМ /Я. М. Григоренко, А. П. Мукоед. – К.: Вища шк., 1983.– 286 с.
82. Григоренко Я. М. Статика анизотропных толстостенных оболочек / Я. М. Григоренко, А. Т. Василенко, Н. Д. Панкратова – К.: Вища шк., 1985. – 190 с.
83. Григоренко Я. М. Численное решение задач статики гибких слоистых оболочек с переменными параметрами / Я. М. Григоренко, Н. Н. Крюков. – К.: Наук. думка, 1988. – 264 с.
84. Григоренко Я. М. Численный анализ напряженно-деформированного состояния слоистых анизотропных оболочек на базе смешанной модели МКЭ / Я. М. Григоренко, С. С. Кокошин // Прикл. механика.– 1982. – Т.18, № 2. – С. 3 – 6.
85. Гузь А. Н. Механика разрушения при сжатии композитных материалов / А. Н. Гузь – К.: Наук. думка, 1990. – 630 с.
86. Гузь А.Н. Механика элементов конструкций / А. Н. Гузь, Я. М. Григоренко, И. Ю. Бабич. – К.: Наук. думка, 1983. – 484 с.

87. Гуляев В. И. Неклассическая теория оболочек и ее приложение к решению инженерных задач / В. И. Гуляев, В. А. Баженов, П. П. Лизунов. – Львов: Изд-во при Львов. ун-те, 1978. – 192 с.
88. Гуртовой А. Г. Высокоточное моделирование деформирования слоистых структур / А. Г. Гуртовой // Механика композитных материалов. – 1999. – 35, № 1. – С. 13 – 28.
89. Де Бор К. Практическое руководство по сплайнам / К. Де Бор. – М.: Радио и связь, 1985. – 304 с.
90. Донелл Л. Г. Балки, пластины и оболочки / Л. Г. Доннел. – М.: Наука, 1982. – 567 с.
91. Друкер Д. Пластичность, течение и разрушение / Д. Друкер // Неупругие свойства композиционных материалов [под ред. К. Гераковича; пер. с англ]. – М.: Мир, 1978. – С. 9 – 32
92. Дудченко А. А. Анизотропные многослойные пластины и оболочки / А. А. Дудченко, С. А. Лурье, И. Ф. Образцов. – М.: ВИНТИ. Итоги науки и техники. Сер. Механика твердого деформируемого тела. – 1983. – Вып. 15. – С. 3 – 68.
93. Елпатьевский А. Н. Прочность цилиндрических оболочек из армированных материалов / А. Н. Елпатьевский, В. В. Васильев. – М.: Машиностроение, 1972. – 168 с.
94. Елпатьевский А. Н. Прочность цилиндрических оболочек из армированных материалов / А. Н. Елпатьевский, В. В. Васильев – М.: Машиностроение, 1972. – 168 с.
95. Елпатьевский А. Н. Расчёт цилиндрических оболочек из ориентированного стеклопластика с учётом внутренних трещин / А. Н. Елпатьевский, А. А. Дудченко. – М.– Тр. МАИ, 1971.– Вып. 180. – С. 234 – 249. – (Прочность и устойчивость тонкостенных авиационных конструкций).
96. Жигилий Д. А. Определение напряженно-деформированного состояния комбинированного баллона высокого давления / С. М. Верещака,

Д. А. Жигилий // Компрессорная техника и пневматика в XXI веке: XXIII Международная научно-техническая конференция по компрессоростроению. – Сумы: Изд-во СумГУ, 2004. – Т. 3. – С. 164 – 170.

97. Жигилий Д. А. Напряжённое состояние комбинированного баллона высокого давления в зоне контакта обшивки и внутренней стеклопластиковой оболочки / С. М. Верещака, Д. А. Жигилий // Вісник Сумського державного університету. Сер. Технічні науки. – 2005. – №1(73). – С. 134 – 139.

98. Жигилий Д. А. Напряжённое состояние тонкостенных элементов из композиционных материалов с технологическими дефектами структуры / С. М. Верещака, Д. А. Жигилий // Труды 11 Международной научно-технической конференции «Герметичность, виброненадежность экологическая безопасность насосного и компрессорного оборудования». – Сумы, 2005. – Т.3. – С. 253 – 263.

99. Жигилий Д. А. Экспериментальные исследования тонкостенных элементов из композиционных материалов с технологическими дефектами структуры / С. М. Верещака, Д. А. Жигилий // Вісник Сумського державного університету. Сер. Технічні науки. – 2005. – №12(84). – С. 171 – 180.

100. Жигилий Д. А. Двухслойная модель тонкостенных элементов конструкций из стеклопластика с межфазными дефектами. / С. М. Верещака, Д. А. Жигилий // Матеріали міжнародної науково-технічної конференції “Інтегровані комп’ютерні технології в машинобудуванні ІКТМ –2006”. – Харків, 2006. – С. 4.

101. Жигилий Д. А. Напряженное состояние слоистых пластин с межфазными дефектами структуры / С. М. Верещака, Д. А. Жигилий // Материалы международной научной конференции “Математические проблемы технической механики – 2006”. – Днепропетровск, Днепродзержинск, 2006. – С. 214–215.

102. Жигилий Д. А. Напряженное состояние цилиндров слоистой структуры с межфазными дефектами / С. М. Верещака, Д. А. Жигилий // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут».

Збірник наукових праць, Тематичний випуск: Динаміка і міцність машин. – Харків: НТУ «ХП», 2006. – № 21. – С. 41 – 49.

103. Жигилий Д. А. Экспериментальные исследования многослойных цилиндров на действие внутреннего гидростатического давления / С. М. Верещака, Д. А. Жигилий // Вісник Сумського державного університету. Сер. Технічні науки. – 2008. – №1. – С. 54 – 61.

104. Жигилий Д. А. Несущая способность комбинированных баллонов высокого давления. / С. М. Верещака, Д. А. Жигилий, А. В. Стрелец // Вісник національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". – К.: НТУУ "КПІ", 2009. – №56. – С. 62– 72 (сер. Машинобудування №56).

105. Жигилий Д. А. Конструкционная прочность комбинированных баллонов высокого давления / Д. А. Жигилий // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць, Тематичний випуск: Динаміка і міцність машин. – Харків: НТУ «ХП», 2010. – № 37 . – С. 79 – 88 .

106. Жигилий Д. А. Несущая способность двух типов баллонов высокого давления / С. М. Верещака, Д. А. Жигилий, А. В. Стрелец // Вісник СевНТУ. Вип. 110: Механіка, енергетика, екологія: зб. наук. пр. / Редкол.: О.І. Болохонський (відп. ред.) та ін.; Севастоп. нац. техн. ун-т. – Севастополь: Вид-во СевНТУ, 2010. – С. 179–183.

107. Захаров В.В. Влияние трения на процесс расслоения разнородных материалов / В. В. Захаров, Л. В. Никитин // Механика композитных материалов. – 1983.– № 1. – С. 20 – 25.

108. Зиновьев П. А. К теории проектирования конструкций минимального веса // Изв. вузов. Машиностроение. – 1972.– № 12. – С. 32–36.

109. Иванов А. В. Учет поперечных деформаций заполнителя в задачах устойчивости трехслойных пластин с различными несущими слоями / А. В. Иванов, П. П. Чулков // Изв. АН СССР. Механика твёрдого тела. – 1969. – № 6. – С. 101 – 107.

110. Информационный бюллетень "Национальной газомоторной ассоциации" (НГА) [Электронный ресурс]. – 2003. – №2 (13). Режим доступа: http://www.ngvrus.ru/st13_7.shtml.
111. Исаханов Г. В. Прочность армированных пластиков и ситалов / Г. В. Исаханов, А. Е. Журавель. – М.: Машиностроение, 1981. – 234 с.
112. Исследование несущей способности слоистых цилиндрических оболочек при помощи моделирования процесса разрушения на ЭВМ / В. Д. Протасов, А. Ф. Ермоленко, А. А. Филипенко, И. П. Димитриенко // Механика композит. материалов. – 1980. – № 2. – С. 254–261.
113. Кантор Б. Я. Контактные задачи нелинейной теории оболочек вращения / Б. Я. Кантор [Отв. ред. Подгорный А. Н. АН УССР. Ин-т пробл. машиностроения]. – Киев: Наук. думка, 1990. – 136 с.
114. Кантор Б. Я. Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек / Кантор Б. Я. – К.: Наук. думка, 1971. – 136 с.
115. Кармишин А. В. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций / А. В. Кармишин, В. А. Лясковец, В. И. Мяченков, А. Н. Фролов – М.: Машиностроение, 1975. – 376 с.
116. Кобелев В. Н. Расчёт трёхслойных конструкций / В. Н. Кобелев, Л. М. Коварский, С. И. Тимофеев. – М.: Машиностроение, 1984. – 304 с.
117. Комков М. А. Определение конструктивно-технических параметров оболочек, намотанных из композиционных материалов: Учебное пособие. / М. А. Комков, И. М. Буланов – М: МГТУ, 1992.– 84 с.
118. Композиционные материалы / [Под ред. Л. Браутмана, Р. Крока]. – М.: Машиностроение, 1978. – Т. 5: Разрушение и усталость / [Под ред. Л. Браутмана; пер. с англ]. – 484 с.
119. Композиционные материалы в конструкции летательных аппаратов [Пер.с англ. под ред. А. Л. Абибова]. – М.: Машиностроение, 1975.– 271с.
120. Композиционные материалы: Справочник / В. В. Васильев, Ю. М. Тарнопольский. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.

121. Королев В. И. Слоистые анизотропные пластинки и оболочки из армированных пластмасс / В. И. Королев. – М.: Машиностроение, 1965. – 272 с.
122. Королёв В. И. Уругопластические деформации оболочек / В. И. Королёв. – М.: Машиностроение, 1971. – 303 с.
123. Кристенсен Р. Введение в механику композитов / Р. Кристенсен. – М.: Мир, 1982. – 334 с.
124. Куршин Л. М. Обзор работ по расчету трехслойных пластин и оболочек / Л. М. Куршин // Расчет пространственных конструкций. – М.: Гос. изд-во лит. по строительству, архитектуре и строит. матер. – 1962. – Вып. 7. – С. 163 – 192.
125. Кучер Н. К. Деформирование слоистых эпоксидных композитов, армированных однонаправленными волокнами и тканью сатинового переплетения / Н. К. Кучер, М. П. Немцов, М. Н. Заразовский // Проблемы прочности. – 2006. – № 1. – С. 41 – 58.
126. Кучер Н. К. Оценка прочности слоистых эпоксикарбоволоконитов, армированных однонаправленными волокнами / Н. К. Кучер, М. Н. Заразовский // Проблемы прочности. – 2006. – № 6. – С. 95 – 112.
127. Лебедев А. О. Механіка матеріалів для інженерів: Навч. Посіб. / А. О. Лебедев, М. І. Бобир, В. П. Ламашевський. – К. : НТУУ «КПІ», 2006. – 288 с.
128. Лехницкий С. Г. Анизотропные пластины / С. Г. Лехницкий – М.: Изд-во техн.-теор. лит., 1957. – 463 с.
129. Лисицын Б. М. Об одном подходе к решению задач теории изгиба многослойных пластин в уточненной постановке / Б. М. Лисицын, Н. М. Рубан // Соппротивление материалов и теория сооружений. – К.: Будівельник, 1978. – № 32. – С. 77 – 80.
130. Лурье А. И. Пространственные задачи теории упругости / А. И. Лурье – М.: Гостехиздат, 1955. – 492 с.
131. Малмейстер А. К. Геометрия теорий прочности / А. К. Малмейстер // Механика полимеров. – 1966. – № 4. – С. 519–526.

132. Малмейстер А. К. Сопротивление полимерных и композитных материалов / А. К. Малмейстер, В. П. Тамуж, Г. А. Тетерс.– Рига: Зинатне, 1980. – 572 с.
133. Математическая модель деформирования многослойных композитных оболочечных систем / А. С. Сахаров, О. Л. Козак, А. В. Гондлях, С. Л. Мельников // Сопротивление материалов и теория сооружений. – К.: Будівельник, 1984. – №44. – С.13 – 16.
134. Методы расчета оболочек: в 5 т. – Т.4: Теория оболочек переменной жесткости / Я. М. Григоренко, А. Т. Василенко. – Киев: Наук. думка, 1981. – 544 с.
135. Механика композитных материалов и элементов конструкций: в 3 т. /Под ред. А. Н. Гузя. – К.: Наук. думка, 1982. – Т.1. – 368 с.
136. Механика композитных материалов и элементов конструкций: в 3 т. /Под ред. А.Н.Гузя. – К.: Наук. думка, 1983. – Т.2. – 464 с.
137. Механика композитов: в 8 т. – Т. 8: Статика элементов конструкций / Я. М. Григоренко, А. Т. Василенко, И. Г. Емельянов, Н. Н. Крюков, Ю. Н. Немиш, Н. Д. Панкратова, Б. Л. Пелех, Г. Г. Влайков, А. В. Максимук, Г. П. Урусова. – К.: Наук. думка, 1999. – 379 с.
138. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике / С. Г. Михлин. – М.: Гостехиздат, 1957. – 476 с.
139. Молодцов Г. А. Напряжённые элементы конструкций летательных аппаратов из композиционных материалов / Г.А. Молодцов. – М.: Машиностроение, 1993. – 224 с.
140. Муштари Х. М. К теории оболочек средней толщины / Х. М. Муштари, И. Г. Терегулов // Докл. АН СССР. – 1959. – Т.128, № 6.– С. 1144 – 1148.
141. Нелинейные задачи механики многослойных оболочек / В. А. Баженов , А. С. Сахаров, А. В. Гондлях, С. Л. Мельников – К.: НДІ Будмеханіка, 1994.– 264 с.

142. Немиш Ю. Н. Элементы механики кусочно-однородных тел с неканоническими поверхностями раздела / Ю. Н. Немиш. – К.: Наук. думка, 1989.– 312 с.
143. Немиш Ю.Н. Развитие аналитических методов в трехмерных задачах статики анизотропных тел / Ю. Н. Немиш //Прикл. механика.– 2000.– 36, № 2. – С. 3 – 38.
144. Неупругие свойства композиционных материалов / Под ред. К. Гераковича [Пер. с англ.]. – М.: Мир, 1978. – 294 с.
145. Никишин В. С. Задачи теории упругости для многослойных сред / В. С. Никишин, Г. С. Шапиро. – М.: Наука, 1973. – 132 с.
146. Новиков Е. А. Явные методы для жёстких систем. / Е. А. Новиков. – Новосибирск: Наука. Сиб. Предприятие РАН, 1997.– 195 с.
147. Обобщенная теория неоднородных по толщине пластин и оболочек / Л. П. Хорошун, С. В. Козлов, Ю. А. Иванов, И. К. Кошевой. – К.: Наук. думка, 1988. – 152 с.
148. Образцов И. Ф. Оптимальное армирование оболочек вращения из композитных материалов / И. Ф. Образцов, В. В. Васильев, В. А. Бунаков – М.: Машиностроение, 1977. – 144 с.
149. Образцов И.Ф. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов / И. Ф. Образцов, В. В. Васильев, В. А. Бунаков.– М.: Машиностроение, 1977. – 145 с.
150. Остерник Э. С. Анизотропные слоистые пластины средней толщины / Э. С. Остерник // Изв. АН Арм. ССР. Механика. – 1967. – 20, № 5. – С. 48 – 57.
151. Павлов Н. В. Создание автореципиентов для хранения, транспортирования и выдачи сжатого водорода / Н. В. Павлов // Технические газы. – 2008. – № 2. – С. 43–47.
152. Пелех Б. Л. Контактные задачи для слоистых элементов конструкций и тел с покрытиями / Б. Л. Пелех, А. В. Максимук, И. М. Коровайчук. – К.: Наук. думка, 1988. – 279 с.

153. Пелех Б. Л. Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений / Б. Л. Пелех, В. А. Лазько. – К.: Наук. думка, 1982. – 296 с.
154. Пелех Б. Л. Теория оболочек с конечной сдвиговой жёсткостью / Б. Л. Пелех. – К.: Наук. думка, 1973. – 247 с.
155. Пикуль В. В. К проблеме построения физически корректной теории оболочек / В. В. Пикуль // Изв. АН СССР. Механика твёрдого тела. – 1992. – №3. – С. 18 – 25.
156. Пикуль В. В. Прикладная механика деформируемого твердого тела / В. В. Пикуль. – М.:Наука, 1989. – 221 с.
157. Пикуль В. В. Теория и расчет оболочек вращения / В. В. Пикуль. – М.:Наука, 1983. – 160 с.
158. Пискунов В. Г. Линейные и нелинейные задачи расчета слоистых конструкций / В. Г. Пискунов, В. Е. Вериженко. – К.: Будівельник, 1986. – 176 с.
159. Пискунов В. Г. Об одном варианте неклассической теории многослойных пологих оболочек и пластин / В. Г. Пискунов // Прикл. механика. – 1979. – Т.15, № 11. – С. 76 – 81.
160. Пискунов В. Г. Развитие теории слоистых пластин и оболочек / В. Г. Пискунов, А. А. Рассказов // Прикл. механика. – 2002. – Т.38, № 2. – С. 22 – 57.
161. Победря Б. Е. Механика композиционных материалов / Б. Е. Победря. – М.: Наука, 1984. – 400 с.
162. Потапов А. И. Неразрушающий контроль конструкций из композиционных материалов / А. И. Потапов, Ф. П. Пеккер. – Л.: Машиностроение, 1977. – 192 с.
163. Прусаков А. П. Нелинейные уравнения изгиба многослойных оболочек / А. П. Прусаков // Прикл. механика. – 1971. – 7, № 3. – С. 3 – 8.

164. Прусаков А. П. О построении теории изгиба пластин средней толщины энерго-асимптотическим методом / А. П. Прусаков // Прикл. механика. – 1975. – Т.11, № 10. – С. 44 – 51.
165. Прусаков А.П. О построении погранслоев для пологой оболочки энерго-асимптотическим методом / А. П. Прусаков // Прикл. механика. – 2000. – Т.36, № 2. – С. 99 – 104.
166. Рассказов А. О. Расчет многослойной ортотропной пологой оболочки методом конечных элементов / А. О. Рассказов // Прикл. механика. – 1978. – Т.14, № 8. – С. 51 – 57.
167. Рассказов А. О. Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек / А. О. Рассказов, И. И. Соколовская, Н. А. Шульга. – К.: Вища шк., 1986. – 192 с.
168. Рассказов А.О. К уточнению сдвиговой теории слоистых пологих ортотропных оболочек / А. О. Рассказов, А. В. Бурыгина // Прикл. механика. – 1988. – 24, № 4. – С. 31– 37.
169. Рассказов А.О. Экспериментальное исследование статики и динамики многослойных пластин / А.О.Рассказов, И.И.Соколовская // Прикл. механика. – 1981. –17, № 2. – С. 65 – 70.
170. Расчет неоднородных оболочек и пластин методом конечных элементов /В. Г. Пискунов, В. Е. Вериженко, В. К. Присяжнюк, В. С. Сипетов, В. С. Карпиловский. – К.: Вища шк., 1987. – 200 с.
171. Расчет неоднородных оболочек и пластин методом конечных элементов / В. Г. Пискунов, В. Е. Вериженко, В. К. Присяжнюк, В. С. Сипетов, В. С. Карпиловский. – К.: Вища шк., 1987. – 200 с.
172. Рейсснер Г. К вариационному выводу уравнений теории оболочек / Г. Рейсснер // Прикл. механика. – М.: Мир, 1964. – № 2. – С. 83 – 88.
173. Ривлин Р. Проектирование сосудов высокого давления минимального веса, усиленных нерастяжимыми нитями/ Р. Ривлин, А. Пипкин // Труды американского общества инженеров-механиков. Прикл. механика.–1963.–№ 1.– С. 123–129.

174. Родионова В. А. Прикладная теория анизотропных пластин и оболочек / В. А. Родионова, Б. Ф. Титаев, К. Ф. Черных. – СПб.: Изд-во С.–Петербург. ун-та, 1996. – 278 с.
175. Родионова В.А. Теория тонких анизотропных оболочек с учетом поперечных сдвигов и обжатия / В. А. Родионова. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1983. – 116 с.
176. Рокато Д. В. Намотка стеклонитью: Пер. с англ. / Д. В. Рокато, К. С. Грове. Под ред. В. А. Гречишкина. – М.: Машиностроение, 1969. – 310 с.
177. Роуландс Р. Течение и потеря несущей способности композитов в условиях двухосного напряженного состояния: сопоставление расчета и экспериментальных данных / Р. Роуландс // Неупругие свойства композитных материалов. – М.: Мир, 1978. – С. 140 – 179.
178. Рубан А. Г. . Инновационное обеспечение лидерства на рынке газовых баллонов / А. Г. Рубан // Технические газы. – 2008. – № 2. – С. 49–55.
179. Рябов О. Ф. Розрахунок багатопарових оболонок. – К.: Будівельник, 1968. – 96 с.
180. Саркисян В. С. Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного тела / В. С. Саркисян. – Ереван: Изд-во Ереван. гос. ун-та, 1976. – 534 с.
181. Сахаров А. С. Моментная схема конечных элементов (МСКЭ) с учетом жестких смещений / А. С. Сахаров // Сопротивление материалов и теория сооружений. – К.: Будівельник, 1974.– №24. – С.147 – 156.
182. Серенсен С. В. Несущая способность тонкостенных конструкций из армированных пластиков с дефектами / С.В. Серенсен, Г. П. Зайцев. – К.: Наук. думка, 1982. – 295 с.
183. Скудра А. М. Обобщенные структурные критерии прочности армированных пластиков для плоского напряженного состояния / А. М. Скудра, Ф. Я. Булавс // Прочность и разрушение композитных материалов. – Рига: Зинатне, 1983. – С. 241–249.

184. Скудра А. М. Ползучесть и статическая усталость армированных пластиков / А. М. Скудра, Ф. Я. Булавс, К. А. Роценс – Рига: Зинатне, 1971. – 239 с.
185. Скудра А. М. Структурная теория армированных пластиков / А. М. Скудра, Ф. Я. Булавс. – Рига: Зинатне, 1978. – 192 с.
186. Современные тенденции проектирования и производства баллонов для компримированного природного газа [Электронный ресурс] / В. А. Усошин, В. В. Семенюга, Л. А. Попова, В. А. Третьяков // Информационный бюллетень "Национальной газомоторной ассоциации" (НГА). – 2001. – № 4 (8). – Режим доступа: http://www.ngvrus.ru/st8_3.shtml.
187. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность: ГОСТ 14249–89.– [Чинний від 01.01.90]. –]. – М.: ИПК издательство стандартов, 2003. – 128 с. – (межгосударственный стандарт)
188. Тамуж В. П. Микромеханика разрушения полимерных материалов / В. П. Тамуж, В. С. Куксенко. – Рига: Зинатне, 1978. – 294 с.
189. Тамуров Ю. Н. Вариант обобщенной теории трехслойных пологих оболочек с учетом обжатия физически нелинейного заполнителя / Ю. Н. Тамуров // Прикл. механика.– 1990. – Т.26, № 12. – С. 39 – 45.
190. Тарнопольский Ю. М. Особенности расчета деталей из армированных пластиков / Ю. М. Тарнопольский, А .В. Розе. – Рига: Зинатне, 1969. – 274 с.
191. Тарнопольский Ю. М. Расслоение сжимаемых стержней из композитов / Ю. М. Тарнопольский // Разрушение композитных материалов: тр. 1-го советско-американского симпозиума. – Рига: Зинатне, 1979. – С.160 – 166.
192. Терегулов А. Г. К теории многослойных анизотропных оболочек / А. Г. Терегулов // Исследования по теории пластин и оболочек. – Казань: Изд-во Казанск. гос. ун-та. – 1970. – Вып. 6 – 7. – С. 762 – 767.
193. Тетерс Г. А. Сложные нагружение и устойчивость оболочек из полимерных материалов / Г. А. Тетерс – Рига: Зинатне, 1969. – 274 с.
194. Тимошенко С.П. Курс теории упругости / С. П. Тимошенко. – К.: Наук. думка, 1972. – 501 с.

195. Фишер М. Природа критического состояния / М. Фишер [пер. с англ.]. – М., 1968.
196. Фудзии Т. Механика разрушения композиционных материалов / Т. Фудзии, М. Дзако [Пер. с япон.]. – М.: Мир, 1982. – 232 с.
197. Хома И. Ю. Обобщенная теория анизотропных оболочек / И. Ю. Хома. – К.: Наук. думка, 1986. – 170 с.
198. Цай С. Анализ разрушения композитов / С. Цай, Х. Хан // Неупругие свойства композиционных материалов [под ред. К. Гераковича; пер. с англ.]. – М.: Мир, 1978. – С. 104 – 139.
199. Чибиряков В. К. Об одном варианте уравнений цилиндрического изгиба нетонких пластин / В. К. Чибиряков // Соппротивление материалов и теория сооружений. – К.: Будівельник, 1977. – № 31. – С. 59 – 67.
200. Чулков П. П. Общая теория слоистых оболочек / П. П. Чулков // Докл. АН СССР. Механика твердого тела. – 1967. – № 6. – С. 167 – 170.
201. Швабюк В. И. Учет эффекта сжимаемости нормали в контактных задачах трансверсально-изотропных плит / В. И. Швабюк // Прикл. механика. – 1980. – 16, № 4. – С. 71 – 77.
202. Шульга Н. А. Моделирование и расчет элементов конструкций из неоднородных материалов / Н. А. Шульга, Г. А. Кривов, Ю. М. Федоренко. – К.: Техника, 1996. – 244 с.
203. Drucker D. C. Soil mechanics and plastic analysis or limit design / D. C. Drucker, W. Prager // Quart. Applied Math. – 1952. – vol. 10, №2. – P.157–165.
204. Gas cylinders – High pressure cylinders for the on-board storage of natural gas as a fuel for automotive vehicles: ISO 11439–2003. – [First edition 2000–09–15]. – ISO, 2003. – 80 p. (International Standard).
205. Librescu L. Recent developments in the modeling and behavior of advanced sandwich constructions: a survey / L.Librescu, T.Hause // Composite structures. – 2000. – vol.48. – P. 1 – 17.

206. Marin I. Theories of strength for Combined stress and Non-isotropic Materials / I. Marin // J. Aeronaut, Sci. – 1957. – № 4
207. Mises R. Mechanik der plastischen Formaenderung von Kristallen / R. Mises // Zeitschrift fuer angewandte Mathematik und Mechanik. – 1928. – Band 8. – Heft 3. – S. 161 – 185.
208. Naghdi P. M. On the theory of thin elastic shells / P. M. Naghdi // Quarterly Appl. Math. – 1957. – vol.14, № 4. – P. 369 – 380.
209. Noor A. K. Assessment of computational models for multilayered composite shells / A. K. Noor, W. S. Burton // Appl. Mech. Rev. – 1990. – vol.43, № 4. – P. 67 – 97.
210. Noor A. K. Assessment of shear deformation theories for multilayered composite plates / A. K. Noor, W. S. Burton // Appl. Mech. Rev. – 1989. – vol.42, № 1. – P. 1 – 13.
211. Noor A. K. Computational models for sandwich panels and shells / A. K. Noor, W. S. Burton, C. W. Bert // Appl. Mech. Rev. – 1996, – vol.9, № 3. – P. 155 – 199.
212. Reddy J. N. An evaluation of equivalent-single-layer and layerwise theories of composite laminates / J. N. Reddy // Composite Structures. – 1993. – №25. – P. 21 – 35.
213. Reddy J. N. On the generalization of displacement-based laminated theories / J. N. Reddy // Appl. Mech. Rev. – 1993. – vol.42, № 11. Pt. 2. – P. 213 – 222.
214. Reddy J. N. Theories and computational models for composite laminates / J. N. Reddy, D. H. Robbins // Appl. Mech. Rev. – 1994. – vol.47, № 6, pt. 1. – P. 21 – 35.
215. Reissner E. On the theory of bending of elastic plates / E. Reissner // J. Math. and Phys. – 1944. – № 33. – P.184 – 191.
216. Transportable gas cylinders. Compatibility of cylinder and valve materials with gas contents : BS EN ISO 11114 [in 3 parts]. – BS, 1998. – (British Standards / European Norm).
- Part 1: Metallic materials;

Part 2: Non-metallic materials;

Part 3: Autogenous ignition test in oxygen atmosphere.

217. Tsai S. W. A general theory of strength for anisotropic materials / S. W. Tsai, E. M. Wu // J. Composite Materials. – 1971. – vol. 5. – P. 58 – 80.

218. Vasiliev V. V. Modern conceptions of plate theory / V. V. Vasiliev // Composite Structures. – 2000. – № 48. – P. 39 – 48.

219. Vereshchaka S. M. The stress analysis of the multilayered plates and shells with defects of the structure / S. M. Vereshchaka, G. I. Lvov // 21-st international congress of theoretical and applied mechanics, Warsaw, Poland, 2004. – ICTAM04. Abstracts and CD-ROM Proceedings. – P. 335.

ДОДАТОК А

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

В.о. начальника СКБ ТКМ

ВАТ «Сумське НВО ім. М.В. Фрунзе»,

к.т.н.



А.В. Смірнов

2010 р.

АКТ

**про впровадження результатів дисертаційної роботи Жигилія Д.О.
«Конструкційна міцність комбінованих балонів високого тиску» в
роботах ВАТ «Сумське НВО ім. М.В. Фрунзе»**

Даним актом засвідчується, що наукові результати та рекомендації отримані в дисертаційній роботі Жигилія Д.О. «Конструкційна міцність комбінованих балонів високого тиску», впроваджені під час проектування тонкостінних конструкцій із композиційних матеріалів для зберігання та транспортування стиснутого природного газу.

Надані методики та програми розрахунків шаруватих оболонок, експериментально отримані показники фізико-механічних властивостей склопластиків, результати теоретичних досліджень та пропозиції щодо збільшення несучої здатності шаруватих конструкцій були використані при проектуванні та розрахунках резервуарів із композиційних матеріалів для зберігання стиснутого природного газу.

Проведений здобувачем аналіз напруженого стану комбінованого газового балону дозволяє зробити висновок, що варіюючи жорсткістю склопластикової циліндричної оболонки, а також вводячи м'який заповнювач між внутрішньою частиною та обшивкою, вдається досягти умов рівномірної роботи матеріалу такої конструкції.

Голова комісії

Головний науковий співробітник СКБ ТКМ, к.т.н.

В.О. Левашов

Члени комісії

Головний конструктор проектів

по реконструкції КС та спеціальним установкам

Ю.М. Головань

Начальник лабораторії міцності відділу №309

В.А. Лейких

Міністерство освіти і науки
Сумський державний університет

ЗАТВЕРДЖУЮ

Перший проректор

В.Д. Карпуша

“19” травня 2010 р.



АКТ

26.05.2010 р.

м.Суми

№ 10

Про впровадження
результатів дисертаційної
роботи у навчальний
процес

Складений комісією у складі:

Голова комісії – зав. кафедрою опору матеріалів і машинознавства,
к.т.н., професор І.Б. Карінцев.

Члени комісії – доцент кафедри опору матеріалів і машинознавства,
к.т.н., доцент С.І. Катаржнов;
доцент кафедри опору матеріалів і машинознавства,
к.т.н., доцент В.В. Стрілець.

Встановлено, що за результатами дисертаційної роботи Жигилія Д.О. «Конструкційна міцність комбінованих балонів високого тиску» у навчальний процес Сумського державного університету для студентів спеціальностей інженерного спрямування факультету технічних систем та енергоефективних технологій і зокрема спеціальності «Динаміка та міцність» впроваджено наступне:

1. Результати дисертації використовуються при викладанні навчальних дисциплін «Опір матеріалів» та «Механіка композиційних матеріалів»;
2. Впроваджена експериментально-теоретична методика при проведенні лабораторних робіт з композиційних матеріалів.

Голова комісії

Члени комісії

І.Б. Карінцев

С.І. Катаржнов

В.В. Стрілець