

## Особенности штарк-фононного резонанса в двумерных сверхрешетках с неаддитивным спектром

Д.В. Завьялов<sup>1,\*</sup>, С.В. Крючков<sup>1,2,†</sup>, Е.С. Ионкина<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Волгоградский государственный технический университет, пр. им. В.И. Ленина, 28, 400005  
Волгоград, Россия

<sup>2</sup> Волгоградский государственный социально-педагогический университет, Лаборатория физики низкоразмерных систем, пр. им. В.И. Ленина, 27, 400066 Волгоград, Россия

(Получено 01.12.2015; в отредактированной форме – 02.03.2016; опубликовано online 15.03.2016)

Рассчитана плотность тока в двумерной сверхрешетке с неаддитивным энергетическим спектром в сильном квантующем электрическом поле. Расчеты проведены при явном учете взаимодействия электронов с оптическими фононами. Показано, что вольт-амперная характеристика представляет собой серию пиков, соответствующих штарк-фононному резонансу.

**Ключевые слова:** Двумерная сверхрешетка, Штарковское квантование, Вольт-амперная характеристика, Штарк-фононный резонанс.

PACS numbers: 73.21.Cd, 72.20.Ht, 73.50.Fq

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование электрических свойств двумерных (2D) структур в последние годы получило новый импульс. Основными причинами этого являются кардинальное усовершенствование технологии создания всевозможных 2D структур и появление совершенно новых материалов с перспективными свойствами. Одним из таких материалов является графен [1]. Некоторые из привлекательных свойств графена, отмеченные, например, в работе [2], являются следствием неаддитивности энергетического спектра носителей тока в нем. Другим интересным материалом с неаддитивным энергетическим спектром может стать двумерная сверхрешетка (СР) [3-6], метод получения которой описан в [7]. Она обладают энергетическим спектром, описываемым приближением сильной связи

$$\varepsilon = \Delta \left( 1 - \cos(k_x d) \cos(k_y d) \right). \quad (1)$$

В (1)  $\Delta$  – полуширина минизоны,  $d$  – период СР. В работах [3-6] исследовалась вольт-амперная характеристика сверхрешетки со спектром (1) в квазиклассической ситуации методом кинетического уравнения Больцмана. Однако известно [8], что в сильном электрическом поле в спектре носителей тока сверхрешеток при определенных условиях появляется дискретная составляющая и для решения задачи о нахождении вольт-амперной характеристики нужно пользоваться квантовомеханическими методами. В настоящей работе изучаются электрические свойства такого материала в условиях сильного (квантующего) электрического поля. Мы воспользуемся достаточно общей теорией электропроводности полупроводников с конечной шириной зоны проводимости, развитой в работах [8, 9].

### 2. РАСЧЕТ ВОЛЬТ АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВУМЕРНОЙ СВЕРХРЕШЕТКИ В УСЛОВИЯХ ШТАРКОВСКОГО КВАНТОВАНИЯ

Будем считать, что к образцу, описываемому энергетическим спектром (1), приложено сильное постоянное электрическое поле  $E(E_x, 0)$ . Считаем, что выполнено условие  $\Omega \gg \tau^{-1}$ , где  $\Omega = |e| E_x d$  – штарковская частота,  $\tau^{-1}$  – частота столкновений носителей тока с нерегулярностями решетки. При этом спектр носителей тока определяется следующим образом

$$\varepsilon(p_y) = \hbar \Omega \nu + \frac{d}{2\pi} \int_{-\pi/d}^{\pi/d} \varepsilon(k_x, k_y) dk_x, \quad (2)$$

$$\nu = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Выполняя в (2) интегрирование найдем  $\varepsilon_\nu = \Delta + \hbar \Omega \nu$ . Отметим важную особенность данной 2D СР: спектр электронов в присутствии постоянного электрического поля становится полностью дискретным – появляется так называемая «штарковская лестница». Волновая функция электронов при этом имеет вид

$$\Psi_{\nu, p_y}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{L_y d}} J_{\nu-x/d} \left( \frac{\Delta}{\hbar \Omega} \cos(k_y d) \right) \exp(iy k_y). \quad (3)$$

Здесь  $J_\nu(x)$  – функция Ангера.

Запишем, используя результаты [8], выражение для плотности тока вдоль оси ОХ

$$j_x = \frac{2\pi e d n_0}{\hbar} \sum_{p_y, q_y, q_x} \sum_{\nu, \nu'} (\nu - \nu') H^2 n(p_y) \times \quad (4)$$

$$\times W_{\nu, \nu'} \delta(\varepsilon(p_y - q_y) - \varepsilon(p_y) + \hbar \omega_0 - \hbar(\nu - \nu') \Omega)$$

\* sinegordon@gmail.com

† svkruchkov@yandex.ru

Здесь  $n(p_y)$  – функция распределения носителей тока по поперечным импульсам,  $H = \sqrt{\hbar / (2\omega_0 \rho L_x L_y)} C_{\tilde{q}}$ ,  $\omega_0$  – частота фононов,  $C_{\tilde{q}}$  – константа связи электронов с фононами,  $\rho$  – поверхностная плотность кристалла,  $L_x, L_y$  – длина нормировочной поверхности вдоль осей ОХ и ОУ соответственно,  $n_0$  – поверхностная концентрация электронов,  $W_{\nu',\nu}$  – матричный элемент оператора  $\exp(-iqr)$ .

Будем считать, что основным каналом рассеяния носителей тока является рассеяние на бездисперсионных полярных оптических фононах. Так как константа связи для таких фононов обратно пропорциональна их квазиимпульсу, то наиболее интенсивно носители тока взаимодействуют с фононами с малыми волновыми векторами. Таким образом, можно считать, что для актуальных значений квазиимпульсов выполняется неравенство  $p_y \gg q_y$ . С учетом этого на волновых функциях (3)  $W_{\nu',\nu}$  имеет вид

$$W_{\nu',\nu} = J_{\nu',\nu}^2 \left( \frac{2\Delta}{\Omega} \cos(k_y d) \sin\left(\frac{q_x d}{2}\right) \right). \quad (5)$$

Переобозначим  $\nu - \nu' \rightarrow \nu$ . В силу однородности системы вдоль оси ОХ можно записать

$$\sum_{\nu,\nu'} \rightarrow \frac{L_x}{d} \sum_{\nu}$$

Переходя, кроме этого, от суммирования по  $q_x, q_y, k_y$  к интегрированию по правилам

$$\sum_{q_x} \rightarrow \frac{L_x}{2\pi} \int dq_x, \quad \sum_{q_y} \rightarrow \frac{L_y}{2\pi} \int dq_y, \quad \sum_{k_y} \rightarrow \frac{L_y}{2\pi} \int dk_y$$

получим следующее выражение для плотности тока

$$j_x = \frac{en_0 L_x L_y}{2\omega_0 \rho (2\pi)^2} \sum_{\nu} \int \nu C_{\tilde{q}}^2 n(k_y) \times \\ \times J_{\nu}^2 \left( \frac{2\Delta}{\Omega} \cos(k_y d) \sin\left(\frac{q_x d}{2}\right) \right) \times \\ \times \delta(\varepsilon(k_y - q_y) - \varepsilon(k_y) + \hbar\omega_0 - \hbar\nu\Omega) dq_x dq_y dk_y \quad (6)$$

Для полярных фононов  $C_{\tilde{q}} = C/q$ , где  $C$  – константа.

$$j_x = j_0 \sum_{\nu} \nu \int \left( \pi \frac{\tilde{\Delta}}{\Omega} \cos(\tilde{k}_y) \cos(\varphi) \right)^{2\nu} \Gamma(2\nu) \frac{{}_2F_3 \left( \left\{ \nu, \frac{1}{2} + \nu \right\}; \left\{ 1 + \nu, 1 + \nu, 1 + 2\nu \right\}; -4 \left( \pi \frac{\tilde{\Delta}}{\Omega} \cos(\tilde{k}_y) \cos(\varphi) \right)^2 \right)}{\Gamma(1 + \nu) \Gamma(1 + \nu) \Gamma(1 + 2\nu) \left( (1 - \nu\tilde{\Omega})^2 (\omega_0 \tau)^2 + 1 \right)} d\varphi d\tilde{k}_y. \quad (10)$$

где  $\Gamma(x)$  – гамма-функция,  ${}_aF_b(c; d; x)$  – гипергеометрическая функция.

Типичная зависимость  $j_x(\tilde{\Omega})$ , построенная по

Отметим также, что в нашей ситуации  $\varepsilon(p_y)$  не зависит от поперечного импульса. Кроме того, в [10] показано, что  $n(p_y) = n(\varepsilon(p_y))$ . Таким образом в нашем случае  $n(p_y) = const = d^2 / L_x L_y$ . Так как основной вклад в рассеяние вносят фононы с малыми волновыми векторами, выражение для плотности тока принимает вид

$$j_x = \frac{ed^2 C^2 n_0}{2\omega_0 \rho \hbar (2\pi)^2} \sum_{\nu} \int \frac{\nu}{\sqrt{q_x^2 + q_y^2}} \times \\ \times J_{\nu}^2 \left( \frac{\Delta}{\Omega} \cos(k_y d) q_x d \right) \delta(\omega_0 - \nu\Omega) dq_x dq_y dk_y \quad (7)$$

Вводя безразмерные переменные  $\tilde{\Omega} = \Omega / \omega_0$ , и  $\tilde{q}_x = q_x d, \tilde{q}_y = q_y d, \tilde{k}_y = k_y d$ , приходим к следующему соотношению

$$j_x = \frac{eC^2 n_0}{2\omega_0^2 \rho \hbar (2\pi)^2} \sum_{\nu} \int \frac{\nu}{\sqrt{\tilde{q}_x^2 + \tilde{q}_y^2}} \times \\ \times J_{\nu}^2 \left( \frac{\tilde{\Delta}}{\tilde{\Omega}} \cos(\tilde{k}_y) \tilde{q}_x \right) \delta(1 - \nu\tilde{\Omega}) d\tilde{q}_x d\tilde{q}_y d\tilde{k}_y \quad (8)$$

Из (8) видно, что вклад в ток дают только переходы с  $\nu > 0$ , и, значит, должно быть  $\omega_0 \geq \Omega$ . Поэтому существование тока в режиме «штарковской лестницы» обеспечивает рассеяние на оптических фононах. Остальные механизмы рассеяния приведут к уширению штарковских уровней на величину порядка  $\hbar / \tau$ . Таким образом, дельта-функции в (8) можно заменить ее представлением с лоренцевским уширением уровней. При этом выражение для  $j_x$  примет вид

$$j_x = j_0 \sum_{\nu} \int \frac{\nu}{\sqrt{\tilde{q}_x^2 + \tilde{q}_y^2}} J_{\nu}^2 \left( \frac{\tilde{\Delta}}{\tilde{\Omega}} \cos(\tilde{k}_y) \tilde{q}_x \right) \times \\ \times \frac{d\tilde{q}_x d\tilde{q}_y d\tilde{k}_y}{(1 - \nu\tilde{\Omega})^2 (\omega_0 \tau)^2 + 1} \quad (9)$$

Здесь  $j_0 = eC^2 n_0 (2\omega_0^2 \rho \hbar (2\pi)^2)^{-1}$ . Переходя по переменным  $q$  в полярную систему координат, и интегрируя по модулю  $q$  получим

формуле (10), показана на рисунке 1. На ней отчетливо видны пики, представляющие собой штарк-фононные резонансы, возникающие при выполнении условия  $\nu\tilde{\Omega} = \omega_0$ .

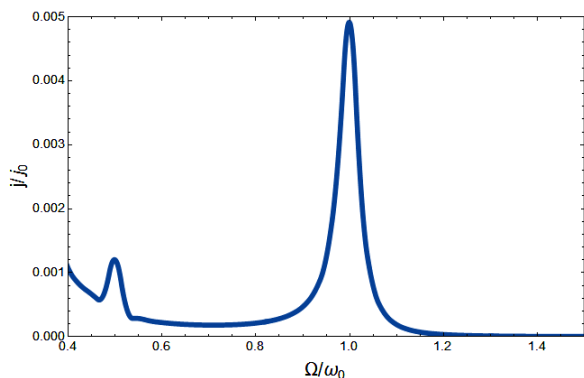


Рис. 1 – Типичная зависимость  $j_x(\tilde{\Omega})$

Отметим, что в случае сверхрешетки со спектром (1) штарк-фононный резонанс проявляется гораздо ярче, чем в сверхрешетке на основе трехмерного материала (с аддитивным спектром), где он виден только как изломы на вольт-амперной характеристике.

Сделаем некоторые численные оценки. При ти-

пичных параметрах исследуемых сверхрешеток (см., например, 7)  $d = 10^{-7}$  см,  $\Delta = 10^{-2}$  эВ,  $n_0 = 10^{10}$  см $^{-2}$ ,  $\omega_0 = 10^{13}$  с $^{-1}$  поверхностная плотность тока  $j_0 = 10^{-2}$  А/см, что вполне доступно для экспериментального наблюдения. При этом условие существования «штарковской лестницы»  $\Omega\tau \gg 1$  при типичных значениях времени релаксации  $\tau = 10^{-12}$  с выполняется уже для полей напряженностью  $E = 10^5$  В/м.

### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России на выполнение государственных работ в сфере научной деятельности в рамках базовой части государственного задания № 2014/411 (код проекта: 3154). Работа поддержана грантом РФФИ р\_а 16-42-340186.

## Peculiarities of Stark-phonon Resonance in Two-dimensional Superlattices with Non-additive Energy Spectrum

D.V. Zav'yalov<sup>1</sup>, S.V. Kruchkov<sup>1,2</sup>, E.S. Ionkina<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Volgograd State Technical University, 28, V.I. Lenin Ave., 400005 Volgograd, Russia*

<sup>2</sup> *Volgograd State Socio-Pedagogical University, Physical Laboratory of Low-Dimensional Systems, 27, V.I. Lenin Ave., 400066 Volgograd, Russia*

Current density in two-dimensional superlattice with non-additive energy spectrum placed in quantizing electric field has been calculated. The calculations were performed by taking into account an inelastic scattering of charge carriers by optical phonons. It is shown that the current-voltage characteristic is a series of peaks corresponding to Stark-phonon resonance.

**Keywords:** Two-dimensional superlattice, Stark quantization, Current-voltage characteristic, Stark-phonon resonance.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, A.A. Firsov, *Science* **306**, 666 (2004).
2. D.V. Zav'yalov, V.I. Konchenkov, S.V. Kryuchkov, *Phys. Solid State* **51**, 2157 (2009).
3. Danhong Huang, S.K. Lyo, Godfrey Gumbs, *Phys. Rev. B* **79**, 155308 (2009).
4. W. Pan, S.K. Lyo, J.L. Reno, J.A. Simmons, D. Li, S.R.J. Brueck, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 052104 (2008).
5. S.K. Lyo, W. Pan, *Phys. Rev. B* **84**, 195320 (2011).
6. Г.М. Шмелев, Э.М. Эпштейн, *ФТТ* **34**, 2565 (1992) (G.M. Shmelev, E.M. Epshtein, *Phys. Solid State* **34**, 2565 (1992)).
7. Д. Ферри, Л. Эйкерс, Э. Гринич, *Электроника ультрабольших интегральных схем* (М.: Мир: 1991) (D. Ferri, L. Euykers, E. Grinich, *Elektronika ultrabolshikh integralnykh skhem* (M.: Mir: 1991)).
8. В.В. Брыксин, Ю.А. Фирсов, *ЖЭТФ* **61**, 2373 (1971) (V.V. Bryksin, Yu.A. Firsov, *JETP* **34** No 6, 1272 (1972)).
9. V.V. Bryxin, Yu.A. Firsov, *Solid State Commun.* **10**, 471 (1972).
10. I.B. Levinson, Ya. Yasevichyute, *JETP* **35**, 991 (1972).