

**АНАЛИЗ СОВМЕСТНЫХ РАДИАЛЬНО-ОСЕВЫХ КОЛЕБАНИЙ
МОДЕЛИ РОТОРА ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА С АВТОМАТИЧЕСКИМ
УРАВНОВЕШИВАЮЩИМ УСТРОЙСТВОМ**

В.А. Марцинковский, д-р техн. наук, профессор;

В.И. Вороненко, студент,

Сумский государственный университет, г. Сумы

Рассмотрены совместные радиально-осевые колебания упрощенной одномассовой модели жесткого ротора центробежного насоса с системой автоматического уравновешивания осевых сил, связь между осевыми и радиальными колебаниями, обусловленная зависимостью гидравлической проводимости цилиндрического дросселя от эксцентриситета. Выведены линеаризованные дифференциальные уравнения динамики системы. Получены выражения амплитудных и фазовых частотных характеристик для ламинарного и турбулентного режимов течения жидкости в каналах системы авторазгрузки.

Ключевые слова: радиально-осевые колебания, ротор центробежного насоса, линеаризованные дифференциальные уравнения динамики системы.

Розглянуті сумісні радіально-осьові коливання спрощеної моделі жорсткого ротора відцентрового насоса з системою автоматичного урівноважування осьових сил, зв'язок між осьовими і радіальними коливаннями, обумовлений залежністю гідравлічного опору циліндричного дроселя від ексцентриситету. Виведені лінеаризовані диференціальні рівняння динаміки системи. Отримані формули амплітудних і фазових частотних характеристик для ламінарних і турбулентних режимів течії рідини в каналах системи урівноважування.

Ключові слова: радіально-осьові коливання, ротор відцентрового насоса, лінеаризовані диференціальні рівняння динаміки системи.

ВВЕДЕНИЕ

Осевые силы, действующие на роторы многоступенчатых высокооборотных насосов, измеряются десятками тонн, поэтому их уравновешивание представляет сложную задачу. Чаще всего уравновешивание осуществляется с помощью автоматических устройств. Их называют также автоматами разгрузки, системами авторазгрузки, гидропятами. Основными элементами автоматов разгрузки (рис.1) являются цилиндрический I и торцовый II дроссели, разделенные камерой III. Давление p_2 в камере действует на разгрузочный диск 3 и создает уравновешивающую силу F_z . Давление в камере зависит от гидравлических проводимостей цилиндрического и торцового дросселей. В свою очередь, проводимость цилиндрического дросселя с постоянным средним радиальным зазором H_1 зависит от эксцентриситета, т.е. от радиальных смещений ротора относительно соосного положения, от его радиальных колебаний. Проводимость торцового дросселя при отсутствии угловых колебаний диска определяется величиной торцового зазора z , т.е. осевыми колебаниями ротора.

В цилиндрическом дросселе возникают гидродинамические радиальные силы [1], которые определяют характер радиальных колебаний ротора. Одна из этих сил – сила гидростатической жесткости, - пропорциональна дросселируемому перепаду давления $\Delta p_1 = p_1 - p_2$, т.е. прямо зависит от давления p_2 в камере, а значит и от осевых колебаний. Таким образом, радиальные и осевые колебания оказываются взаимосвязанными. Поскольку узел авторазгрузки высоко нагружен,

обеспечение его надежности требует тщательного анализа на стадии проектирования процессов, особенно динамических, сопровождающих его работу. Первым шагом на этом пути и является представленный здесь анализ радиально-осевых колебаний модели ротора центробежного насоса с системой авторазгрузки.

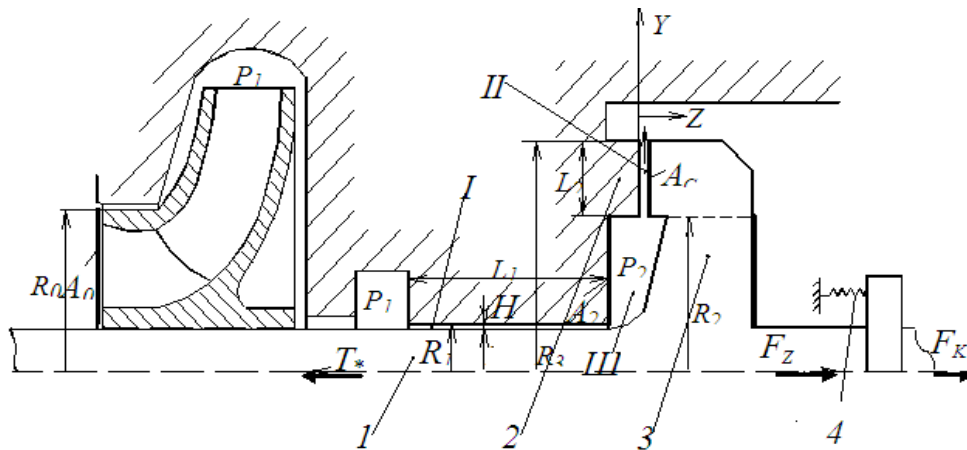


Рисунок 1 - Расчетная схема системы авторазгрузки ротора

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе [2] рассмотрены осевые колебания ротора, обусловленные его радиальными колебаниями, представляющими наперед заданные внешние кинематические воздействия. Здесь же выводятся линеаризованные уравнения совместных радиально-осевых колебаний простейшей одномассовой модели жесткого ротора с автоматическим уравновешивающим устройством (рис.2). Диск имеет статическую неуравновешенность: его центр масс смещен относительно геометрического центра на величину a . Исследуются вынужденные колебания системы под действием центробежной силы неуравновешенной массы. Угловые колебания диска не учитываются из-за их малости.

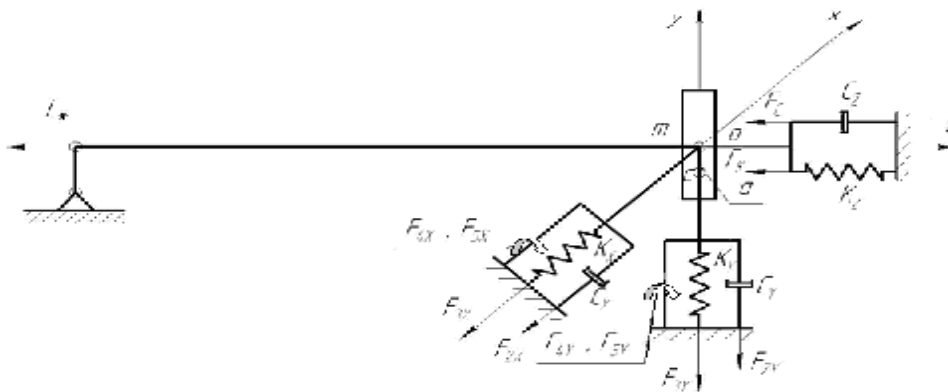


Рисунок 2 – Одномассовая модель жесткого ротора с автоматическим уравновешивающим устройством

Зависимость проводимости кольцевого дросселя от эксцентриситета, т.е. от радиальных колебаний вала, больше всего проявляется на ламинарных режимах течения жидкости: при максимальном

эксцентриситете $e = H_1$ проводимость увеличивается в 2,5 раза по сравнению с проводимостью концентричного дросселя ($e=0$). На турбулентных режимах это влияние не превышает 20% [1]. Тем не менее, высоконапорные многоступенчатые центробежные насосы развивают давление нагнетания до 30 МПа и выше. Почти все это давление дросселируется, как правило, на цилиндрическом и торцовом каналах системы автоматического уравнивания осевых сил, действующих на ротор насоса. При таком давлении даже в узких (0,3 – 0,1 мм) каналах числа Рейнольдса намного превышают критическое значение, и режим течения соответствует автомодельной турбулентной области. Поэтому ниже анализ динамики системы ротор-авторазгрузка проводится как для ламинарного, так и для автомодельного турбулентного течения.

Система уравнивания рассматривается как система автоматического регулирования, для которой торцовый зазор z и расход - регулируемые величины, осевая сила давления на уравнивающий диск F_z - регулирующее воздействие. В качестве внешних воздействий приняты центробежная сила неуравновешенной массы $ma\omega^2 e^{i\omega t}$ и уравниваемая осевая сила T_* , действующая на ротор насоса и зависящая от давления нагнетания p_1 .

В некоторых ответственных насосах, например питательных, для предотвращения возможных задиров торцовых поверхностей на режимах пуска и останова применяют отжимные устройства 4 (рис.1). Они создают осевую силу $F_k = k_*(\Delta - z)$, направленную в сторону увеличения торцового зазора; k_* - жесткость упругих элементов, Δ - их предварительная деформация. Силу $k_*\Delta$ можно рассматривать как задающее воздействие.

Таким образом, в осевом направлении (рис.1) на ротор действуют уравниваемая сила T_* , сила жесткости отжимного устройства F_k и уравнивающая сила давления F_z , действующая на уравнивающий диск 3. Внешняя сила вязкого сопротивления осевым колебаниям принимается линейной, т.е. пропорциональной осевой скорости: $F_c = -c\dot{z}$.

В кольцевом эксцентричном зазоре с малой конусностью ϑ между неподвижной втулкой и вращающимся внутренним цилиндром при радиальных колебаниях внутреннего цилиндра относительно оси втулки и при дросселировании осевого перепада давления $p_1 - p_2$ возникают радиальные силы различной природы. Благодаря этому узел авторазгрузки выполняет функции радиально-упорного гидростатического подшипника [3]. Напорное течение порождает силу гидростатической жесткости или консервативную силу F_3 , пропорциональную радиальному смещению вала. Поток вытеснения, обусловленному радиальными колебаниями вала, соответствуют сила вязкого сопротивления или демпфирующая сила F_2 , пропорциональная радиальной скорости центра вала, и неконсервативная позиционная или циркуляционная сила F_5 . Инерция нестационарного спирального потока вызывает появление силы инерции F_1 присоединенной массы жидкости, центробежную, кориолисову и гироскопическую составляющие. Из них преобладающее значение имеет гироскопическая составляющая F_4 .

Кроме перечисленных сил, зависящих от обобщенных координат и скоростей, на ротор действует радиальная центробежная сила $F_u = ma\omega^2 e^{i\omega t}$, обусловленная статической неуравновешенностью -

смещением центра масс относительно геометрического центра на величину a .

УРАВНЕНИЕ ОСЕВЫХ КОЛЕБАНИЙ

Уравнение движения ротора в проекциях на ось Oz с учетом осевых сил, имеет вид

$$m\ddot{z} = -c\dot{z} + k_s(\Delta - z) + F_z - T_s. \quad (1)$$

Чтобы найти силу давления на диск

$$F_z = A_e p_2, \text{ где } A_e = A_2 + 0,5A_c \quad (2)$$

- эффективная площадь диска [4], вычислим давление в камере из уравнения баланса расходов

$$Q_1 = Q_2 + Q_v + Q_p, \quad (3)$$

которое при наличии осевых колебаний включает расход вытеснения $Q_v = A_e \dot{z}$ и расход сжатия $Q_p = V\dot{p}_2/E$, E - адиабатический модуль упругости жидкости, V - объем камеры III. Расходы Q_1 , Q_2 через кольцевой и торцовый дроссели на ламинарном течении пропорциональны перепадам давления $Q_1 = g_1(p_1 - p_2)$, $Q_2 = g_2 p_2$, в автомодельной области турбулентного течения зависимость расхода от перепада давления становится квадратичной: $Q_{1т} = g_{1т} \sqrt{(p_1 - p_2)}$, $Q_{2м} = g_{2м} \sqrt{p_2}$. Величины, относящиеся к турбулентному течению, отмечаются дополнительным нижним индексом т. Соответственно уравнения баланса расходов (3) для ламинарного и турбулентного течений принимают вид

$$g_1(p_1 - p_2) = g_2(p_2 - p_3) + V\dot{p}_2/E + A_e \dot{u}_z,$$

$$g_{1м} \sqrt{p_1 - p_{2м}} = g_{2м} \sqrt{p_{2м}} + V\dot{p}_{2м}/E + A_e H_2 \dot{u}_z.$$

Здесь гидравлические проводимости ламинарного и турбулентного кольцевого и торцового дросселей

$$g_1 = g_{1н} (1 + 1,5\varepsilon_1^2), \quad g_2 = g_{2н} u_z^3, \quad g_{1н} = \frac{\pi R_1 H_1^3}{6\mu L_1},$$

$$g_{2н} = \frac{\pi R_2 H_2^3}{6\mu L_2}, \quad g_{1м} = g_{1мн} (1 + 0,19\varepsilon_1^2), \quad g_{2м} = g_{2мн} u_z^{1,5}, \quad (4)$$

$$g_{1мн} = 4 \frac{\pi R_1 H_1^{1,5}}{\sqrt{\rho} L_1 \lambda_1}, \quad g_{2мн} = 4 \frac{\pi R_2 H_2^{1,5}}{\sqrt{\rho} L_2 \lambda_2};$$

$$\varepsilon_1 = \frac{e_1}{H_1} = \varepsilon_0 + \varepsilon_{1a} e^{i\omega t}, \quad e_1 = e_0 + e_{1a} e^{i\omega t}, \quad \varepsilon_0 = \frac{e_0}{H_1}, \quad \varepsilon_{1a} = \frac{e_{1a}}{H_1}, \quad u_z = \frac{z}{H_2}, \quad (5)$$

$H_1 = R_1 - r_1$ - средний радиальный зазор, e_0 - начальный эксцентриситет оси вала относительно оси втулки, e_{1a} - амплитуда

изменения эксцентриситета с частотой ω относительно его начального значения e_0 ; H_2, z - соответственно желаемое (оптимальное) и текущее значения торцового зазора; l_1 - длина кольцевого дросселя; $l_2 = r_3 - r_2$ - радиальная протяженность торцового зазора; μ - динамическая вязкость рабочей жидкости. В безразмерных переменных уравнения баланса расходов

$$\begin{aligned} g_{1n} (1 + 1,5\varepsilon_1^2) (\psi_1 - \psi_2) &= g_{2n} u_z^3 \psi_2 + \frac{V}{E} \dot{\psi}_2 + \frac{A_e H_2}{P_n} \dot{u}_z, \\ g_{1mn} (1 + 0,19\varepsilon_1^2) \sqrt{\psi_1 - \psi_{2m}} &= g_{2mn} u_z^{1,5} \sqrt{\psi_{2m}} + \frac{V}{E} \dot{\psi}_{2m} + \frac{A_e H_2}{P_n} \dot{u}_z, \\ \psi_1 &= \frac{p_1}{p_n}, \quad \psi_2 = \frac{p_2}{p_n}, \quad \psi_{2m} = \frac{p_{2m}}{p_n}, \end{aligned} \quad (6)$$

Где p_n - базовое значение давления, в качестве которого принимаем установившееся давление нагнетания p_{10} насоса. В полученных уравнениях выражения относительных расходов $\bar{Q}_{1,2} = Q_{1,2}/p_n$, $\bar{Q}_{(1,2)m} = Q_{(1,2)m}/\sqrt{p_n}$ нелинейны, поэтому для их линеаризации перейдем к вариациям, учитывая обозначения (4). В дальнейшем будем считать давления $p_3 = 0$, а $p_1 = p_{10} = p_n = \text{const}$, поэтому $\psi_{10} = 1$, $\delta\psi_1 = 0$,

$$\delta\bar{Q}_1 = \delta \left[g_{1n} (1 + 1,5\varepsilon_0^2) (\psi_1 - \psi_2) \right] = 3g_{1n}\varepsilon_0 (\psi_{10} - \psi_{20}) \delta\varepsilon - g_{1n} (1 + 1,5\varepsilon_0^2) \delta\psi_2,$$

$$\delta\bar{Q}_2 = \delta \left(g_{2n} u_z^3 \psi_2 \right) = 3g_{2n} u_{z0}^2 \psi_{20} \delta u_z + g_{2n} u_{z0}^3 \delta\psi_2$$

$$\delta\bar{Q}_{1\tau} = \delta g_{1m} \sqrt{\Delta\psi_{1m0}} - g_{1m0} \frac{\delta\psi_{2m}}{2\sqrt{\Delta\psi_{1m0}}} = 0, 38\varepsilon_0 g_{1mn} \sqrt{\Delta\psi_{1m0}} \delta\varepsilon_1 - \frac{g_{1m0} \sqrt{\Delta\psi_{1m0}}}{2\Delta\psi_{1m0}} \delta\psi_{2m},$$

$$\delta\bar{Q}_{2m} = \delta g_{2m} \sqrt{\psi_{2m0}} + g_{2m0} \frac{\delta\psi_{2m}}{2\sqrt{\psi_{2m0}}} = 1,5g_{2mn} u_{z0}^{0,5} \sqrt{\psi_{2m0}} \delta u_z + \frac{g_{2m0} \sqrt{\psi_{2m0}}}{2\psi_{2m0}} \delta\psi_{2m}.$$

Установившиеся значения переменных величин, относительно которых производится линеаризация, обозначены дополнительными нулевыми индексами.

В установившемся состоянии производные по времени равны нулю и из уравнения (3) $Q_{10} = Q_{20}$ или

$$\bar{Q}_0 = g_{10} \Delta\psi_{10} = g_{20} \psi_{20}, \quad g_{10} = g_{1n} (1 + 1,5\varepsilon_0^2), \quad g_{20} = g_{2n} u_{z0}^3, \quad (7)$$

$$\bar{Q}_{0m} = g_{1m0} \sqrt{\Delta\psi_{1m0}} = g_{2m0} \sqrt{\psi_{2m0}}, \quad g_{1m0} = g_{1mn} (1 + 0,19\varepsilon_0^2), \quad g_{2m0} = g_{2mn} u_{z0}^{1,5}.$$

Учитывая (7), уравнения (6) в вариациях можно привести к виду

$$\begin{aligned} \frac{V}{E} \delta\dot{\psi}_2 + G_0 \delta\psi_2 &= -\frac{A_e H_2}{P_n} \delta\dot{u}_z - 3 \frac{\bar{Q}_0}{u_{z0}} \delta u_z + \varepsilon_* \bar{Q}_0 \delta\varepsilon_1, \\ \varepsilon_* &= \frac{3\varepsilon_0}{1 + 1,5\varepsilon_0^2}, \quad G_0 = g_{10} + g_{20}, \quad \Delta\psi_{10} = 1 - \psi_{20}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{V}{E} \delta \psi_{2m} + \frac{\bar{Q}_{0m}}{2} \left(\frac{1}{\Delta \psi_{10}} + \frac{1}{\psi_{20}} \right) \delta \psi_{2m} = - \frac{A_e H_2}{p_n} \delta \dot{u}_z - \frac{3\bar{Q}_{0m}}{2u_{z0}} \delta u_z + \frac{\varepsilon_{*m} \bar{Q}_{0m}}{p_n} \delta \varepsilon_1, \quad (9)$$

$$\varepsilon_{*m} = \frac{0,38\varepsilon_0}{1 + 0,19\varepsilon_0^2}.$$

На основании формулы (2) безразмерное регулирующее воздействие

$$\varphi = \frac{F_z}{A_n p_n} = \frac{A_e p_2}{A_n p_n} = \sigma \psi_2, \quad \sigma = \frac{A_e}{A_n}, \quad (10)$$

где A_n , p_n - номинальные (базовые) значения площади и давления. В качестве A_n будем принимать площадь A_0 (рис.1) входной воронки рабочего колеса.

В дальнейшем для краткости будем опускать знаки вариаций, помня о том, что рассматриваются не абсолютные величины переменных, а их отклонения от установившихся значений. Введем также оператор дифференцирования по времени $p = d/dt$ и умножим уравнения (8) и (9) на безразмерную эффективную площадь σ уравнивающего диска 3. В результате линеаризованные уравнения баланса расходов преобразуются в уравнения относительно регулирующего воздействия в нормализованной операторной форме:

$$(T_2 p + 1) \varphi = -(\tau p + \kappa_0) u_z + k_1 \varepsilon_1; \quad (T_{2m} p + 1) \varphi_m = -(\tau_m p + \kappa_{0m}) u_z + k_{1m} \varepsilon_1; \quad (11)$$

$$T_2 = \frac{V}{EG_0}, \quad \tau = \frac{A_e H_2 \sigma}{p_n G_0}, \quad G_0 = g_{10} + g_{20}, \quad (12)$$

$$k_1 = \frac{3\varepsilon_0 \sigma}{1 + 1,5\varepsilon_0^2} \frac{g_{10} \Delta \psi_{10}}{G_0} = \frac{3\varepsilon_0 \sigma}{1 + 1,5\varepsilon_0^2} \frac{\bar{Q}_0}{G_0}, \quad \kappa_0 = \frac{3\sigma g_{20} \psi_{20}}{u_{z0} G_0} = \frac{3\sigma}{u_{z0}} \frac{\bar{Q}_0}{G_0},$$

$$T_{2m} = \frac{2V \Delta \psi_{10} \psi_{20}}{E \bar{Q}_{0m}}, \quad \tau_m = \frac{2\sigma A_e H_2 \Delta \psi_{10} \psi_{20}}{\bar{Q}_0 p_n}, \quad (13)$$

$$\kappa_{0m} = \frac{3\sigma \Delta \psi_{10} \psi_{20}}{u_{z0}}, \quad k_{1m} = 2\varepsilon_{*m} \sigma \Delta \psi_{10} \psi_{20}.$$

Из уравнений (11) выразим безразмерную уравнивающую силу:

$$\varphi = -\frac{\tau p + \kappa_0}{T_2 p + 1} u_z + \frac{k_1}{T_2 p + 1} \varepsilon_1, \quad \varphi_m = -\frac{\tau_m p + \kappa_{0m}}{T_{2m} p + 1} u_z + \frac{k_{1m}}{T_{2m} p + 1} \varepsilon_1. \quad (14)$$

Уравнение (1) осевых колебаний при переходе к вариациям ($T_* = \text{const}$) и к безразмерной осевой координате $u_z = z/H_2$ в нормализованной операторной форме имеет одинаковый вид как для ламинарного, так и для турбулентного течений. Изменяется только входящее в правую часть регулирующее воздействие:

$$\left(T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1 \right) u_z = K \varphi, \quad \left(T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1 \right) u_z = K \varphi_m, \quad (15)$$

$$T_1^2 = m/k_*, \quad 2\zeta = c/\sqrt{k_* m}, \quad K = A_n p_n / H_2 k_*,$$

где T_1 и ζ - соответственно период и показатель затухания свободных осевых колебаний ротора без гидропята.

Если нет отжимного устройства ($k_* = 0$) и если можно пренебречь внешним демпфированием ($c = \zeta = 0$), то после деления уравнения (1) на mH_2 получим

$$\ddot{u}_z = K_1\varphi, \quad \ddot{u}_z = K_1\varphi_m, \quad K_1 = A_n p_n / H_2 m. \quad (16)$$

Подставив регулирующие воздействия (14) в уравнения (15), получим уравнения осевого движения системы ротор - уравновешивающее устройство:

$$\left[(T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1)(T_2 p + 1) + K(\tau p + \kappa_0) \right] u_z = K k_1 \varepsilon_1,$$

$$\left[(T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1)(T_{2m} p + 1) + K(\tau_m p + \kappa_{0m}) \right] u_z = K k_{1m} \varepsilon_1.$$

Осевое смещение $u_z = z/H_2$ отнесено к базовому торцовому зазору H_2 , поэтому и вектор радиального смещения нужно отнести к этому зазору:

$$e_1 = x + iy, \quad \frac{e_1}{H_2} = \varepsilon_2 = u_e = u_x + iu_y, \quad u_x = \frac{x}{H_2}, \quad u_y = \frac{y}{H_2}. \quad (17)$$

При этом

$$\varepsilon_1 = \frac{e_1}{H_1} = \frac{e_1}{H_2} \frac{H_2}{H_1} = u_e \frac{H_2}{H_1},$$

а уравнения осевых колебаний можно представить в виде

$$D_z(p) u_z = \frac{H_2}{H_1} K k_1 u_e, \quad D_{zm}(p) u_z = \frac{H_2}{H_1} K k_{1m} u_e, \quad (18)$$

где собственные операторы системы, совершающей только осевые колебания для ламинарных и турбулентных течений

$$D_z(p) = c_0 p^3 + c_1 p^2 + c_2 p + c_3,$$

$$D_{zm}(p) = c_{0m} p^3 + c_{1m} p^2 + c_{2m} p + c_{3m}, \quad (19)$$

и их коэффициенты

$$c_0 = T_1^2 T_2, \quad c_1 = T_1^2 + 2\zeta T_1 T_2, \quad c_2 = 2\zeta T_1 + T_2 + K\tau, \quad c_3 = K\kappa_0 + 1,$$

$$c_{0m} = T_1^2 T_{2m}, \quad c_{1m} = T_1^2 + 2\zeta T_1 T_{2m}, \quad c_{2m} = 2\zeta T_1 + T_{2m} + K\tau_m, \quad c_{3m} = K\kappa_{0m} + 1. \quad (20)$$

Таким образом, система, не связанная с радиальными колебаниями, описывается дифференциальным уравнением третьего порядка, т.е. число степеней свободы системы равно 1,5.

Для независимых свободных осевых колебаний $D_z(p)u_z = 0$, $D_{zm}(p)u_z = 0$ решение можно принять в виде $u_z = u_a e^{\lambda t}$, $\dot{u}_z = pu_z = \lambda u_z$, $p = \lambda$. Вводя эту замену, из выражений (19) получим соответствующие характеристические уравнения

$$D_z(\lambda) = c_0 \lambda^3 + c_1 \lambda^2 + c_2 \lambda + c_3, \quad D_{zt}(\lambda) = c_{0m} \lambda^3 + c_{1m} \lambda^2 + c_{2m} \lambda + c_{3m}.$$

Воспользуемся алгебраическим критерием устойчивости Гурвица для уравнений третьего порядка:

$$c_1 c_2 > c_0 c_3, \quad c_{1m} c_{2m} > c_{0m} c_{3m}.$$

Подставив значения коэффициентов (20) и пренебрегая внешним демпфированием ($\zeta = 0$), получим неравенства

$$\left(\frac{V}{A_e H_2} \right)_{\text{ламинарный режим}} < \frac{Eu_{z0} G_0}{3 p_{20} g_{20}}, \quad \left(\frac{V}{A_e H_2} \right)_{\text{турбулентный режим}} < \frac{Eu_{z0}}{3 p_{20} \Delta \psi_{10}}, \quad (21)$$

ограничивающие объем камеры гидропята, при котором сохраняется устойчивость независимых осевых колебаний ротора.

ВЫВОД УРАВНЕНИЯ СОВМЕСТНЫХ РАДИАЛЬНО-ОСЕВЫХ КОЛЕБАНИЙ

В правые части уравнений (18) входит вектор радиального смещения u_e , зависящий от радиальных сил в кольцевом зазоре, которые, в свою очередь, зависят от давления p_2 в камере гидропята, а следовательно, и от осевых колебаний ротора. Для установления этой зависимости рассмотрим уравнения радиальных колебаний.

На основании теоремы об изменении количества движения уравнения вынужденных радиальных колебаний статически неуравновешенного жесткого ротора в проекциях на оси неподвижной системы координат имеют вид [5]

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} + F_{5x} + ma\omega^2 \cos \omega t, \\ m\ddot{y} &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} + F_{5y} + ma\omega^2 \sin \omega t. \end{aligned} \quad (22)$$

К уравнениям третьего порядка (18) добавляется система дифференциальных уравнений четвертого порядка, поэтому рассматриваемая модель ротора описывается системой уравнений седьмого порядка с вещественными коэффициентами. Проекция радиальных гидродинамических сил выражаются формулами [1,6]:

$$\begin{aligned} F_{1x} &= -k_g \dot{x}, \quad F_{1y} = -k_g \dot{y}, \\ F_{2x} &= -(k_d + k_g K_i \theta) \dot{x}, \quad F_{2y} = -(k_d + k_g K_i \theta) \dot{y}, \\ F_{3x} &= -k_p (\theta + N \chi_s) x, \quad F_{3y} = -k_p (\theta + N \chi_s) y, \\ F_{4x} &= -0,5 k_g \kappa \omega \dot{y}, \quad F_{4y} = 0,5 k_g \kappa \omega \dot{x}, \\ F_{5x} &= -0,5 k_d \kappa \omega y, \quad F_{5y} = 0,5 k_d \kappa \omega x. \end{aligned} \quad (23)$$

Формулы для силовых коэффициентов имеют вид

$$k_g = \rho \frac{\pi R_1 L_1^3}{12 H_1}, [кз], \quad k_d = \mu \frac{\pi R_1 L_1^3}{H_1^3}, \left[\frac{кз}{с} \right], \quad k_p = \Delta p_1 \frac{\pi R_1 L_1}{2 H_1}, \left[\frac{H}{м} \right], \quad (24)$$

а другие параметры для ламинарного режима течения обозначены

$$K_i = \frac{12q}{H_1 L_1}, [с^{-1}], \quad q = \frac{\Delta p_1 H_1^3}{12 \mu L_1}, \left[\frac{м^2}{с} \right], \quad N = 4, \quad \theta = \frac{9 L_1}{2 H_1}. \quad (25)$$

Для автомодельной области турбулентного течения коэффициенты сил вязкого сопротивления и гидростатической жесткости несколько изменяются:

$$N_m = 1, \quad K_{im} = 6q_m / H_1 L_1, \quad q_m = 10 \left(\Delta p_1 H_1^3 / \rho L_1 \right)^{0,5}. \quad (26)$$

Коэффициенты (24) остаются неизменными. В приведенных формулах q - расход через элемент единичной ширины концентричного кольцевого канала; $\vartheta > 0$ - угол конфузорности, $\vartheta < 0$ - угол диффузорности; $\kappa \approx 0,3$ - коэффициент начальной закрутки потока на входе в кольцевой канал; $\chi_s = \chi_1 + \chi_2$, $\chi_1 = \zeta_{11} / \zeta$, $\chi_2 = \zeta_{12} / \zeta$, - коэффициенты относительных местных потерь на входе в канал и на выходе из него, $\zeta = \zeta_{11} - \zeta_{12} + \zeta_2$, $\zeta_2 = \lambda L_1 / 2 H_1$. Коэффициент сопротивления трения кольцевого канала на ламинарном режиме течения $\lambda = 96 / \text{Re}$, на автомодельном турбулентном - $\lambda_m \approx 0,04$; $\text{Re} = 2 \rho q / \mu$, где μ - коэффициент динамической вязкости перекачиваемой жидкости, ρ - ее удельная плотность.

Уравнения (22) разделим почленно на $m H_2$ и придадим им вид

$$a_1 \ddot{u}_x + a_2 \dot{u}_x + a_3 u_x + a_4 \dot{u}_y + a_5 u_y = \frac{a}{H_2} \omega^2 \cos \omega t, \quad (27)$$

$$a_1 \ddot{u}_y + a_2 \dot{u}_y + a_3 u_y - a_4 \dot{u}_x - a_5 u_x = \frac{a}{H_2} \omega^2 \sin \omega t,$$

где коэффициенты имеют следующие значения:

$$a_1 = 1 + \frac{k_g}{m}, \quad a_2 = \frac{1}{m} (k_d + k_g K_i \theta), \quad (28)$$

$$a_3 = \frac{1}{m} k_p (\theta + 4 \chi_s), \quad a_4 = \frac{1}{m} 0,5 k_g \kappa \omega, \quad a_5 = \frac{1}{m} 0,5 k_d \kappa \omega.$$

Для турбулентных течений изменяются только коэффициенты демпфирования и гидростатической жесткости:

$$a_{2m} = \frac{1}{m} (k_d + k_g K_{im} \theta), \quad a_{3m} = \frac{1}{m} k_p (\theta + \chi_{sm}). \quad (29)$$

Теперь умножим второе уравнение (27) на мнимую единицу, сложим оба уравнения почленно и введем комплексную переменную $u_e = u_x + i u_y$.

В результате вместо системы четвертого порядка получим спрессованную систему второго порядка

$$a_1 \ddot{u}_e + a_2 \dot{u}_e + a_3 u_e - i(a_4 \dot{u}_e + a_5 u_e) = \frac{a}{H_2} \omega^2 e^{i\omega t} \quad (30)$$

или в операторной форме

$$D_e(p) u_e = \frac{a}{H_2} \omega^2 e^{i\omega t}, \quad D_{\text{ет}}(p) u_e = \frac{a}{H_2} \omega^2 e^{i\omega t}, \quad (31)$$

где собственные операторы радиальных колебаний

$$D_e(p) = a_1 p^2 + a_2 p + a_3 - i(a_4 p + a_5), \quad (32)$$

$$D_{em}(p) = a_1 p^2 + a_{2m} p + a_{3m} - i(a_4 p + a_5).$$

Коэффициенты a_2, a_3 собственных операторов (32) зависят от давления p_2 в камере гидропаты, которое, в свою очередь, зависит от торцового зазора. В этом случае уравнения радиальных колебаний (31) становятся нелинейными, и их нужно линеаризовать. Линеаризуем нелинейные силы вязкого сопротивления и гидростатической жесткости, переходя к их вариациям:

$$\delta(a_2 \dot{u}_e) = a_{20} \delta \dot{u}_e + \dot{u}_{e0} \delta a_2 = a_{20} \delta \dot{u}_e, \quad (\dot{u}_{e0} = 0), \quad a_{20} = a_2 (\Delta p = \Delta p_0),$$

$$\delta(a_3 u_e) = a_{30} \delta u_e + u_{e0} \delta a_3, \quad a_{30} = a_3 (\Delta p = \Delta p_0),$$

$$\delta(a_{2m} \dot{u}_e) = a_{2m0} \delta \dot{u}_e + \dot{u}_{e0} \delta a_{2m} = a_{2m0} \delta \dot{u}_e, \quad (\dot{u}_{e0} = 0), \quad a_{2m0} = a_{2m} (\Delta p = \Delta p_0),$$

$$\delta(a_{3m} u_e) = a_{3m0} \delta u_e + u_{e0} \delta a_{3m}, \quad a_{3m0} = a_{3m} (\Delta p = \Delta p_0),$$

где u_{e0} - безразмерное статическое радиальное отклонение диска под действием амплитудного значения силы инерции неуравновешенной массы. Чтобы определить u_{e0} , нужно в уравнениях (31) принять $p = d/dt = 0$. При этом

$$(a_{30} - ia_5) u_{e0} = \frac{a}{H_2} \omega^2, \quad u_{e0} = \frac{a \omega^2}{H_2 (a_{30} - ia_5)} = \frac{a \omega^2 (a_{30} + ia_5)}{H_2 (a_{30}^2 + a_5^2)} = u_{x0} + i u_{y0}, \quad (33)$$

$$u_{em0} = \frac{a \omega^2}{H_2 (a_{3m0} - ia_5)} = \frac{a \omega^2 (a_{3m0} + ia_5)}{H_2 (a_{3m0}^2 + a_5^2)} = u_{xm0} + i u_{ym0}.$$

Вариации коэффициентов жесткости с учетом (10)

$$\delta a_3 = \delta \left[\frac{p_1 - p_2}{m} \frac{\pi R l}{2} (\theta + 4\chi_s) \right] = - \frac{a_{30}}{p_{10} - p_{20}} \delta p_2 = - \frac{a_{30}}{\sigma \Delta \psi_{10}} \varphi,$$

$$\delta a_{3m} = \delta \left[\frac{p_1 - p_{2m}}{m} \frac{\pi R l}{2} (\theta + \chi_{sm}) \right] = - \frac{a_{3m0}}{\sigma \Delta \psi_{10}} \varphi_m.$$

Теперь уравнения (31) в вариациях (знаки вариаций опущены) принимают вид

$$\ddot{u}_e + a_{20}\dot{u}_e + a_{30}u_e - i(a_4\dot{u}_e + a_5u_e) - \frac{a_{30}}{\sigma\Delta\psi_{10}}\varphi = \frac{a}{H_2}\omega^2 e^{i\omega t}, \quad (34)$$

$$\ddot{u}_e + a_{2m0}\dot{u}_e + a_{3m0}u_e - i(a_4\dot{u}_e + a_5u_e) - \frac{a_{3m0}}{\sigma\Delta\psi_{10}}\varphi_m = \frac{a}{H_2}\omega^2 e^{i\omega t}.$$

Запишем их в операторной форме и используем выражение (14), связывающее радиальные и осевые колебания. В результате получим

$$\left[D_{e0}(p)(T_2p+1) - \gamma \right] u_e + \beta(\tau p + \kappa_0)u_z = (T_2p+1)\frac{a}{H_2}\omega^2 e^{i\omega t}, \quad (35)$$

$$\left[D_{em0}(p)(T_{2m}p+1) - \gamma_m \right] u_e + \beta_m(\tau_m p + \kappa_{0m})u_z = (T_{2m}p+1)\frac{a}{H_2}\omega^2 e^{i\omega t},$$

где для краткости обозначено

$$D_{e0}(p) = a_1p^2 + a_{20}p + a_{30} - i(a_4p + a_5),$$

$$D_{em0}(p) = a_1p^2 + a_{2m0}p + a_{3m0} - i(a_4p + a_5), \quad (36)$$

$$\beta = \frac{a_{30}}{\sigma\Delta\psi_{10}}, \quad \gamma = \beta k_1 \frac{H_2}{H_1}, \quad \beta_m = \frac{a_{3m0}}{\sigma\Delta\psi_{10}}, \quad \gamma_m = \beta_m k_{1m} \frac{H_2}{H_1}.$$

Совместно решая уравнения (18) и (35), найдем

$$D(p)u_z = (T_2p+1)\frac{Kk_1a}{H_1}\omega^2 e^{i\omega t}, \quad D(p)u_e = (T_2p+1)D_z(p)\frac{a}{H_2}\omega^2 e^{i\omega t}, \quad (37)$$

$$D_m(p)u_{zT} = (T_{2m}p+1)\frac{Kk_{1m}a}{H_1}\omega^2 e^{i\omega t}, \quad D_m(p)u_{eT} = (T_{2m}p+1)D_{zm}(p)\frac{a}{H_2}\omega^2 e^{i\omega t},$$

где

$$D(p) = D_z(p)\left[D_{e0}(p)(T_2p+1) - \gamma \right] + K\gamma(\tau p + \kappa_0) = U_D + iV_D, \quad (38)$$

$$D_m(p) = D_{zm}(p)\left[D_{em0}(p)(T_{2m}p+1) - \gamma_m \right] + K\gamma_m(\tau_m p + \kappa_{0m}) = U_{Dm} + iV_{Dm}$$

собственные операторы системы ротор – уравнивающее устройство, учитывающие связанность осевых и радиальных колебаний. Выполнив операции умножения, приведем вещественные и мнимые части к виду

$$U_D = m_0p^6 + m_1p^5 + m_2p^4 + m_3p^3 + m_4p^2 + m_5p + m_6, \quad (39)$$

$$V_D = n_0p^5 + n_1p^4 + n_2p^3 + n_3p^2 + n_4p + n_5;$$

$$\begin{aligned}
m_0 &= a_1 c_0 T_2, \quad m_1 = a_1 c_0 + (a_1 c_1 + a_{20} c_0) T_2, \\
m_2 &= a_1 c_1 + a_{20} c_0 + (a_1 c_2 + a_{20} c_1 + a_{30} c_0) T_2, \\
m_3 &= a_1 c_2 + a_{20} c_1 + a_{30} c_0 - \gamma c_0 + (a_1 c_3 + a_{20} c_2 + a_{30} c_1) T_2, \\
m_4 &= a_1 c_3 + a_{20} c_2 + a_{30} c_1 - \gamma c_1 + (a_{20} c_3 + a_{30} c_2) T_2, \\
m_5 &= a_{20} c_3 + a_{30} c_2 - \gamma c_2 + a_{30} c_3 T_2 + K \gamma \tau, \\
m_6 &= a_{30} c_3 - \gamma c_3 + K \gamma \kappa_0; \\
n_0 &= a_4 c_0 T_2, \quad n_1 = a_4 c_0 + (a_4 c_1 + a_5 c_0) T_2, \\
n_2 &= a_4 c_1 + a_5 c_0 + (a_4 c_2 + a_5 c_1) T_2, \\
n_3 &= a_4 c_2 + a_5 c_1 + (a_4 c_3 + a_5 c_2) T_2, \\
n_4 &= a_4 c_3 + a_5 c_2 + a_5 c_3 T_2, \quad n_5 = a_5 c_3.
\end{aligned} \tag{40}$$

Подобный вид имеют формулы для турбулентного течения:

$$U_{Dm} = m_{0m} p^6 + m_{1m} p^5 + m_{2m} p^4 + m_{3m} p^3 + m_{4m} p^2 + m_{5m} p + m_{6m}, \tag{41}$$

$$V_{Dm} = n_{0m} p^5 + n_{1m} p^4 + n_{2m} p^3 + n_{3m} p^2 + n_{4m} p + n_{5m};$$

$$m_{0m} = a_1 c_{0m} T_{2m}, \quad m_{1m} = a_1 c_{0m} + (a_1 c_{1m} + a_{20m} c_{0m}) T_{2m},$$

$$m_{2m} = a_1 c_{1m} + a_{20m} c_{0m} + (a_1 c_{2m} + a_{20m} c_{1m} + a_{30m} c_{0m}) T_{2m},$$

$$m_{3m} = a_1 c_{2m} + a_{20m} c_{1m} + a_{30m} c_{0m} - \gamma_m c_{0m} + (a_1 c_{3m} + a_{20m} c_{2m} + a_{30m} c_{1m}) T_{2m},$$

$$m_{4m} = a_1 c_{3m} + a_{20m} c_{2m} + a_{30m} c_{1m} - \gamma_m c_{1m} + (a_{20m} c_{3m} + a_{30m} c_{2m}) T_{2m}$$

$$m_{5m} = a_{20m} c_{3m} + a_{30m} c_{2m} - \gamma_m c_{2m} + a_{30m} c_{3m} T_{2m} + K \gamma_m \tau_m, \tag{42}$$

$$m_{6m} = a_{30m} c_{3m} - \gamma_m c_{3m} + K \gamma_m \kappa_{0m};$$

$$n_{0m} = a_4 c_{0m} T_{2m}, \quad n_{1m} = a_4 c_{0m} + (a_4 c_{1m} + a_5 c_{0m}) T_{2m},$$

$$n_{2m} = a_4 c_{1m} + a_5 c_{0m} + (a_4 c_{2m} + a_5 c_{1m}) T_{2m},$$

$$n_{3m} = a_4 c_{2m} + a_5 c_{1m} + (a_4 c_{3m} + a_5 c_{2m}) T_{2m},$$

$$n_{4m} = a_4 c_{3m} + a_5 c_{2m} + a_5 c_{3m} T_{2m}, \quad n_{5m} = a_5 c_{3m}.$$

Правые части (внешнее воздействие) уравнений (37) изменяются по гармоническому закону с частотой вращения ротора ω , поэтому реакции рассматриваемой линейной системы тоже гармонические функции с той же частотой:

$$u_z = u_{za} e^{i(\omega t + \psi_z)}, \quad u_e = u_{ea} e^{i(\omega t + \psi_e)}, \tag{43}$$

где u_{za} , u_{ea} - амплитуды реакции; ψ_z , ψ_e - сдвиг фаз реакций относительно фазы внешнего воздействия. Для гармонических колебаний оператор дифференцирования по времени $p = i\omega$. Сделав такую замену, получим новые выражения вещественных и мнимых частей:

$$D(i\omega) = U(\omega) + iV(\omega), \quad D_m(i\omega) = U_m(\omega) + iV_m(\omega); \quad (44)$$

$$U(\omega) = -m_0\omega^6 + n_0\omega^5 + m_2\omega^4 - n_2\omega^3 - m_4\omega^2 + n_4\omega + m_6, \quad (45)$$

$$V(\omega) = -m_1\omega^5 + n_1\omega^4 + m_3\omega^3 + n_3\omega^2 - m_5\omega + n_5;$$

$$U_m(\omega) = -m_{0m}\omega^6 + n_{0m}\omega^5 + m_{2m}\omega^4 - n_{2m}\omega^3 - m_{4m}\omega^2 + n_{4m}\omega + m_{6m}, \quad (46)$$

$$V_m(\omega) = -m_{1m}\omega^5 + n_{1m}\omega^4 + m_{3m}\omega^3 + n_{3m}\omega^2 - m_{5m}\omega + n_{5m}.$$

Пользуясь коэффициентами (45), (46), с помощью модифицированного критерия Рауса-Гурвица для полиномов с комплексными коэффициентами можно исследовать устойчивость системы. Частоты вращения, при которых собственные операторы (44) обращаются в нуль, являются собственными частотами системы.

Частотные передаточные функции равны отношениям реакций к гармоническим воздействиям:

$$\begin{aligned} W_z(i\omega) &= \frac{u_{za}e^{i(\omega t + \psi_z)}}{\alpha e^{i\omega t}} = \omega^2 \frac{1 + i\omega T_2}{U(\omega) + iV(\omega)} = \omega^2 (U_{z1} - iV_{z1}) = \\ &= \frac{u_{za}}{\alpha} e^{i\psi_z} = A_z(\omega) e^{i\psi_z(\omega)}, \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} W_e(i\omega) &= \frac{u_{ea}e^{i(\omega t + \psi_e)}}{(a/H_2)e^{i\omega t}} = \omega^2 \frac{D_z(p)(1 + i\omega T_2)}{U(\omega) + iV(\omega)} = \omega^2 (U_{e1} - iV_{e1}) = \\ &= \frac{u_{ea}}{(a/H_2)} e^{i\psi_e} = A_e(\omega) e^{i\psi_e(\omega)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{zT}(i\omega) &= \frac{u_{za}e^{i(\omega t + \psi_{zm})}}{\alpha_m e^{i\omega t}} = \omega^2 \frac{1 + i\omega T_{2T}}{U_T(\omega) + iV_m(\omega)} = \omega^2 (U_{z1m} - iV_{z1m}) = \\ &= \frac{u_{za}}{\alpha_m} e^{i\psi_{zm}} = A_{zm}(\omega) e^{i\psi_{zm}(\omega)}, \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} W_{eT}(i\omega) &= \frac{u_{ea}e^{i(\omega t + \psi_{em})}}{(a/H_2)e^{i\omega t}} = \omega^2 \frac{1 + i\omega T_{2T}}{U_T(\omega) + iV_m(\omega)} = \omega^2 (U_{e1m} - iV_{e1m}) = \\ &= \frac{u_{ea}}{(a/H_2)} e^{i\psi_{em}} = A_{em}(\omega) e^{i\psi_{em}(\omega)}; \end{aligned}$$

$$U_{z1} = \frac{U + \omega T_2 V}{U^2 + V^2}, \quad V_{z1} = \frac{V - \omega T_2 U}{U^2 + V^2},$$

$$U_{e1} = \frac{U_e U_D + V_e V_D}{U^2 + V^2}, \quad V_{e1} = \frac{U_e V_D - V_e U_D}{U^2 + V^2};$$

$$U_{z1m} = \frac{U_m + \omega T_{2m} V_m}{U_m^2 + V_m^2}, \quad V_{z1m} = \frac{V_m - \omega T_{2m} U_m}{U_m^2 + V_m^2},$$

$$U_{e1m} = \frac{U_{em} U_{Dm} + V_{em} V_{Dm}}{U_m^2 + V_m^2}, \quad V_{e1m} = \frac{U_{em} V_{Dm} - V_{em} U_{Dm}}{U_m^2 + V_m^2};$$

$$\alpha = Kk_1 a/H_1, \quad \alpha_m = Kk_{1m} a/H_1.$$

Амплитудные и фазовые частотные характеристики представляют соответственно модуль и фазу частотных передаточных функций:

$$A_z(\omega) = \omega^2 \sqrt{U_{z1}^2 + V_{z1}^2} = \omega^2 \sqrt{\frac{1 + T_2^2 \omega^2}{U^2 + V^2}}, \quad \psi_z(\omega) = -\arctg \frac{V_{z1}}{U_{z1}}, \quad (50)$$

$$A_e(\omega) = \omega^2 \sqrt{U_{e1}^2 + V_{e1}^2} = \omega^2 \sqrt{\frac{U_e^2 + V_e^2}{U^2 + V^2}}, \quad \psi_e(\omega) = -\arctg \frac{V_{e1}}{U_{e1}};$$

$$A_{zm}(\omega) = \omega^2 \sqrt{U_{z1m}^2 + V_{z1m}^2} = \omega^2 \sqrt{\frac{1 + T_{2r}^2 \omega^2}{U_m^2 + V_m^2}}, \quad \psi_{zm}(\omega) = -\arctg \frac{V_{z1m}}{U_{z1m}}, \quad (51)$$

$$A_{em}(\omega) = \omega^2 \sqrt{U_{e1m}^2 + V_{e1m}^2} = \omega^2 \sqrt{\frac{U_{em}^2 + V_{em}^2}{U^2 + V^2}}, \quad \psi_{em}(\omega) = -\arctg \frac{V_{e1m}}{U_{e1m}};$$

$$U_e = c_0 T_2 \omega^4 - (c_1 + c_2 T_2) \omega^2 + c_3, \quad V_e = \omega (c_2 + c_3 T_2) - \omega^3 (c_0 + c_1 T_2),$$

$$U_{em} = c_{0m} T_{2m} \omega^4 - (c_{1m} + c_{2m} T_{2m}) \omega^2 + c_{3m}, \quad (52)$$

$$V_{em} = \omega (c_{2m} + c_{3m} T_{2m}) - \omega^3 (c_{0m} + c_{1m} T_{2m}).$$

ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

В качестве примера рассмотрим систему ротор-уравновешивающее устройство многоступенчатого центробежного насоса с параметрами:

$$R_1 = 0,07 \text{ м}, \quad R_2 = 0,127 \text{ м}, \quad R_3 = 0,17 \text{ м}, \quad L_1 = 0,13 \text{ м}, \quad L_2 = 0,043 \text{ м},$$

$$H_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}, \quad H_2 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ м}, \quad A_n = A_0 = 0,048 \text{ м}^2, \quad \varepsilon_0 = 0,2,$$

$$m = 120 \text{ кг}, \quad p_n = p_{10} = 2,8 \text{ МПа}, \quad p_3 = 0, \quad k_* = 3 \cdot 10^4 \text{ Н/м}, \quad \Delta = 22 \text{ мм},$$

$$\zeta = 0,1, \quad c = 1,14 \cdot 10^3 \text{ Нс/м}, \quad E = 2 \cdot 10^9 \text{ Па}, \quad \mu = 10^{-3} \text{ Нс/м}^2, \quad \rho = 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

На рис.3 показаны статические характеристики для двух значений начального эксцентриситета, для ламинарного режима течения. Установившееся значение давления в камере гидроплаты $p_{20} = 0,122 p_{10}$, $p_{20m} = 0$, p_{10} .

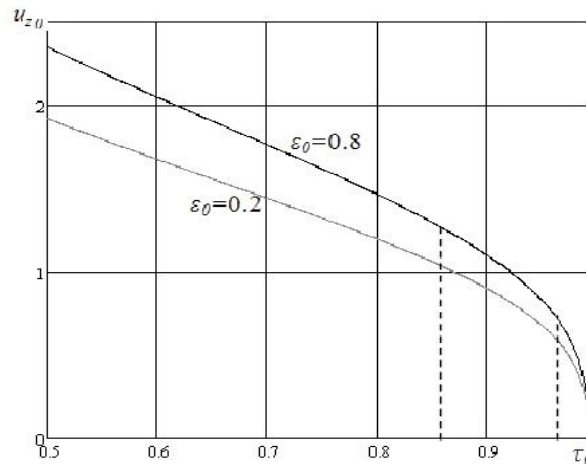


Рисунок 3 – Статические характеристики: ламинарное течение, $p_{10} = 2,4 \text{ МПа}$

Примеры амплитудных частотных характеристик осевых и радиальных колебаний, построенных по формулам (50) и (51), приведены на рис.4 и рис.5 для трех значений давления нагнетания: 1- $p_{10} = 2,4 \text{ МПа}$, 2- $p_{10} = 8 \text{ МПа}$, 3- $p_{10} = 16 \text{ МПа}$. Параметр конусности кольцевого канала $\theta = 0,3$, начальный относительный эксцентриситет $\varepsilon_0 = 0,8$.

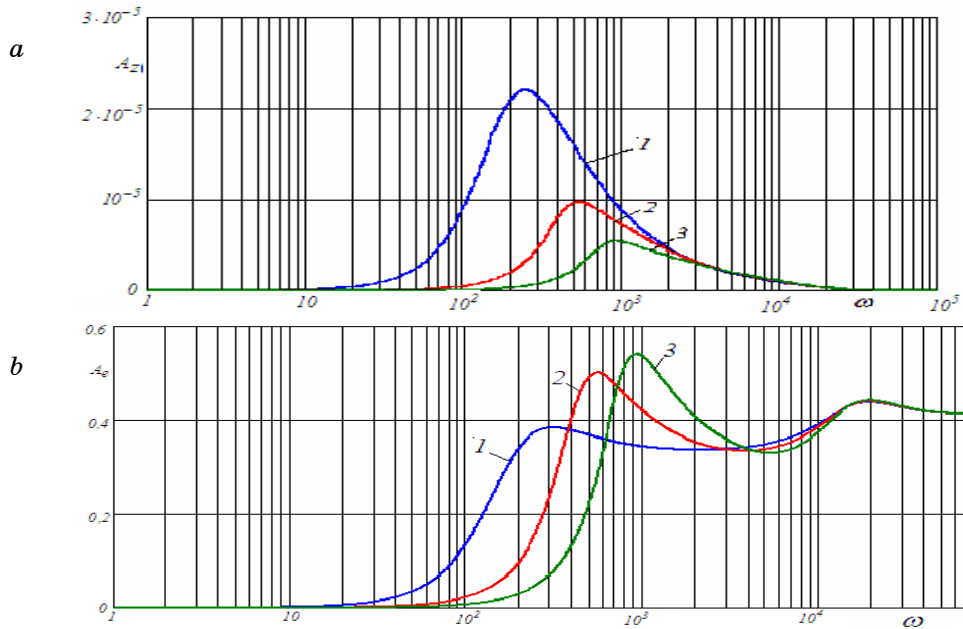


Рисунок 4 – Амплитудные частотные характеристики осевых (а) и радиальных (б) колебаний при ламинарном течении в каналах

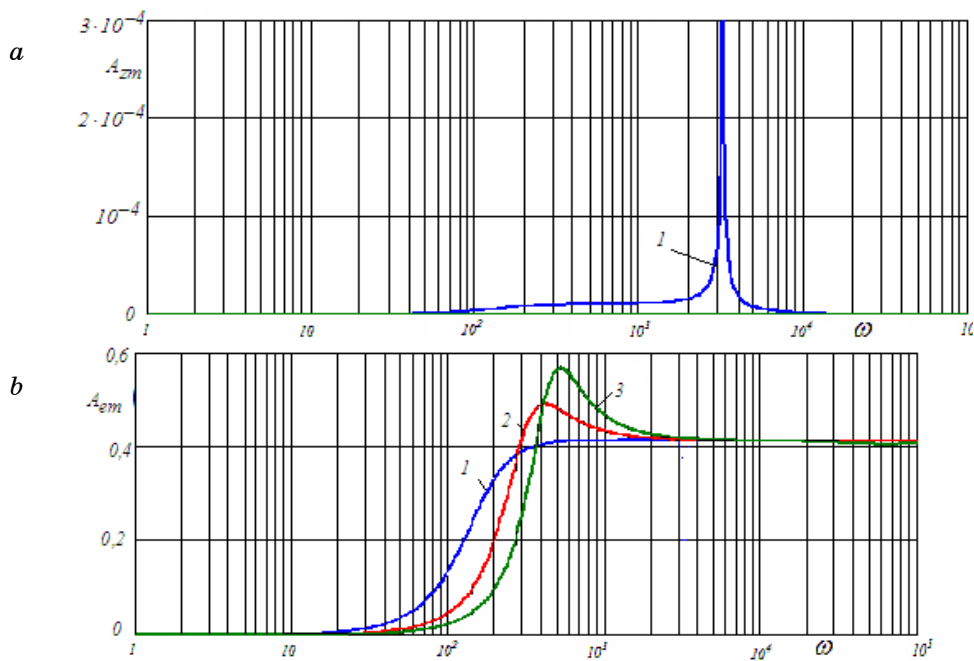


Рисунок 5 - Амплитудные частотные характеристики осевых (а) и радиальных (б) колебаний при турбулентном течении в каналах

ВЫВОДЫ

Системы автоматического уравнивания осевых сил, действующих на ротор многоступенчатого центробежного насоса, выполняют одновременно функции саморегулируемого бесконтактного концевое уплотнения и радиально-упорного тяжело нагруженного гидростатического подшипника. Такие системы во многом определяют вибрационное состояние ротора.

Осевые и радиальные гидродинамические силы, возникающие в дросселирующих зазорах уравнивающего устройства, взаимосвязаны. В результате система ротор-авторазгрузка под действием неизбежной радиальной статической неуравновешенности совершает взаимосвязанные вынужденные радиально-осевые колебания.

Результаты, полученные на упрощенной модели, могут служить основой как для дальнейшего уточнения расчетной модели, так и для более углубленного анализа системы, включая и анализ ее динамической устойчивости.

SUMMARY

COUPLED RADIAL-AXIAL OSCILLATIONS ANALYSIS OF CENTRIFUGAL PUMP ROTOR MODEL WITH AUTOMATIC BALANCING DEVICE

W.A. Marcinkowski, W.I. Voronenko
Sumy State University, Sumy

The coupled radial-axial oscillations of simplify rigid rotor model of centrifugal pump with automatic balancing system of axial forces were considered. The relation between axial and radial oscillations determines by dependence of hydraulic conductivity of cylindrical throttle from eccentricity. The linearized differential equations of dynamics system were obtained. The expressions for amplitude and phase frequency characteristics of laminar and turbulent regimes of liquid flow in self-unloading system channels.

Key words: radial-axial oscillations, centrifugal pump, linearized differential equations of dynamics system.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марцинковский В.А. Целевые уплотнения: теория и практика / В.А. Марцинковский. – Сумы: Изд-во СумГУ, 2005. – 416 с.
2. W.Marcinkowski. Szczeliny tarczy odciążającej naprę osiowej i ich wpływ na dynamikę zespołu wirującego pompy odśrodkowej wielostopniowej/ W.Marcinkowski, A.Korczak//Proc. X Int. Conf. Seals and Sealing Technology in Machines and Dewices. - Wrocław, 2004.- P.318-328
3. Корчак А. Статический расчет радиально-упорных гидростатических саморегулируемых подшипников/ А. Корчак, В.А. Марцинковский, В.Е. Чурилова // Вісник Технологічного університету Поділля. Технічні науки. - 2003. - Ч.1, Т.1. - С. 196-201.
4. Марцинковский В.А. Насосы атомных электростанций / В.А. Марцинковский, П.Н. Ворона. – М.: Энергоатомиздат, 1987. - 256 с.
5. Марцинковский В.А. Основы динамики роторов / В.А. Марцинковский. -Сумы: Изд-во СумГУ, 2009. – 307 с.
6. Marcinkowski W. Teoria konstrukcji uszczelnien bezstykowych / W. Marcinkowski, Cz. Kundera. - Kielce: Wyd-wo Politechniki Świętokrzyskiej, 2008. – 443 s.

Поступила в редакцию 18 июня 2009 г.