

УДК 330.101.542

АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З МІКРОЕКОНОМІКИ

Подьонщикова Н.А., Черкаський банківський коледж

Одна з основних цілей мікроекономіки - показати застосування принципів цієї науки для практичного вирішення проблем окремими суб'єктами господарювання.

Ми пропонуємо алгоритм розв'язання задач по визначенню:

- оптимальних об'ємів виробництва;
- максимального прибутку;
- оптимальної ціни (для фірм, які мають монополістичну владу і відносяться до таких ринкових структур, як чиста монополія, олігополія та монополістична конкуренція);
- мінімального ефективного розміру фірми в довгостроковому періоді;
- меж виробництва, при яких фірма працює в режимі:
 - а) економічних прибутків;
 - б) збитків;
 - в) повинна закритися.

В основі алгоритму розв'язання задач лежить математична похідна.

Розглянемо, як за її допомогою визначаються граничні витрати.

Позначимо через $TC(Q)$ - загальні витрати виробництва (Q) одиниць продукції. Кожна з величин є певною функцією об'єму випущеної продукції Q .

Якщо підприємство збільшує випуск продукції на ΔQ одиниць, то ця функція одержить приріст:

$$\Delta TC(Q) = TC(Q + \Delta Q) - TC(Q)$$

Відношення приросту функції ΔTC до ΔQ характеризує приріст відповідної функції на одиницю приросту об'єму випущеної продукції, а межа цього відношення при $\Delta Q \rightarrow 0$ стає маргіальною (граничною).

Тому граничні витрати (MC) становлять:

$$MC = \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta TC(Q)}{\Delta Q} = \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{TC(Q + \Delta Q) - TC(Q)}{\Delta Q} \quad (1)$$

або $MC = TC'(Q)$

Отже, ми отримали формулу, за допомогою якої граничні витрати знаходять шляхом застосування граничного переходу від відношення приросту функції до приросту аргументу, коли приріст аргументу прямує до 0, тобто MC є похідною від загальних витрат.

З математичної точки зору формулу (1) ми можемо записати у вигляді:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \operatorname{tg} \lambda$$

де $\operatorname{tg} \lambda$ - кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $y = f(x)$. Це є межа, до якої прямує $\operatorname{tg} \lambda$ січної, при необмеженому наближенні точки M' до точки M (по кривій TC), тобто при $\Delta X \rightarrow 0$ (див. рис.1).

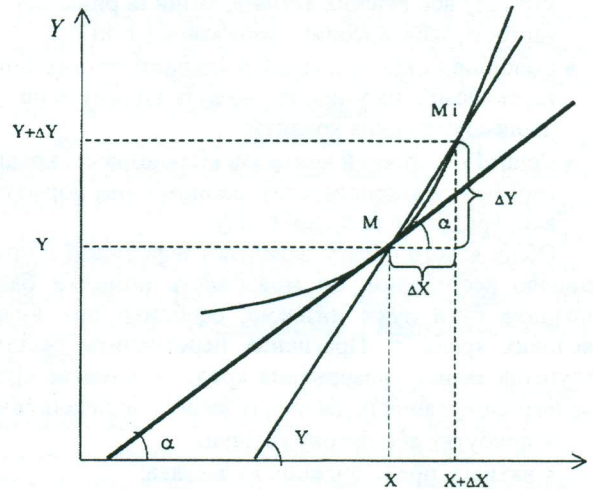


Рис.1. Геометричний зміст похідної

Таким чином, граничні витрати ми можемо визначити графічно через відношення значень протилежного катету (вісь Y) і прилеглого (вісь X), які визначаються дотичною, проведеною до кривої загальних витрат (TC) в заданій точці.

Якщо загальні витрати визначити через функціональну залежність від об'єму виробництва, що може бути апроксимовано квадратичною, кубічною, логарифмічною функціями і под., то з функції загальних витрат можна розрахувати всі види витрат, необхідних для мікроекономічного аналізу: граничні, середні загальні, середні змінні, середні постійні.

Розглянемо приклад.

При ціні 8 загальні витрати конкурентної фірми в короткостроковий період задані квадратичною функцією:

$$TC = 10 + 2Q + 0,5Q^2$$

Граничні витрати - похідна від загальних витрат:

$$MC = (TC)' = (10 + 2Q + 0,5Q^2)' = 2 + Q$$

Середні загальні витрати (ATC) - відношення загальних витрат до об'єму виробництва:

$$ATC = \frac{TC}{Q} = \frac{10 + 2Q + 0,5Q^2}{Q} = \frac{10}{Q} + 2 + 0,5Q$$

Постійні витрати (*TFC*) – вільний член у функції загальних витрат; середні постійні витрати (*ATC*) – відношення загальних постійних витрат до об'єму виробництва:

$$AFC = \frac{TFC}{Q} = \frac{10}{Q}$$

Загальні змінні витрати (*TVC*) – різниця між загальними витратами (*TC*) і загальними постійними витратами (*TFC*):

$$TVC = 2Q + 0,5Q^2$$

Середні змінні витрати (*AVC*) – це відношення загальних змінних витрат до об'єму виробництва:

$$AVC = \frac{2Q + 0,5Q^2}{Q} = 2 + 0,5Q$$

На основі даних *ATC*, *AVC*, *AFC* і *MC* будемо графік (див. рис. 2).

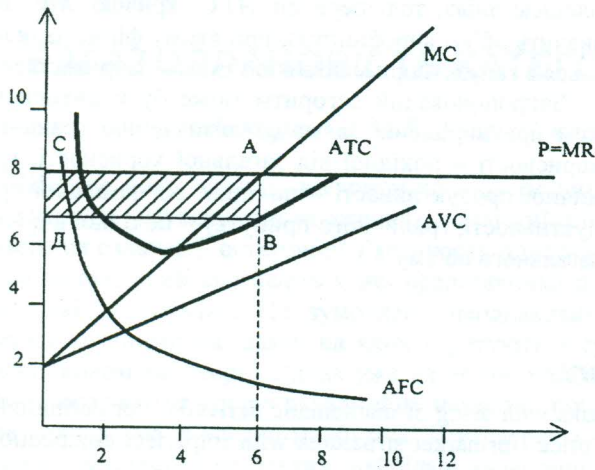


Рис. 2. Витрати та прибуток конкурентної фірми.

Перетин *MC* і *MR* визначив оптимальний об'єм виробництва – 6 одиниць, при якому *ATC* = 6,7. Максимально можливий прибуток фірми (сектор *ABCD*) становить:

$$(8 \cdot 6) - (6,7 \cdot 6) = 7,8$$

Якщо фірма працює в умовах недосконалої конкуренції, то ціна встановлюється нею в залежності від еластичності ринкового попиту, який можна записати лінійною функцією загального вигляду $Y = a - vx$.

Наприклад, при витратах $TC = 10 + 2Q + 0,5Q^2$ лінія попиту $D = 16 - 2Q$. Фірма має монопольну владу, тому для визначення оптимального об'єму виробництва, який максимізує прибуток, за правилом $MR = MC$, нам потрібно знайти *MR* – граничний доход.

Згадаємо аналогічний доках Дж. Гамілтона про співвідношення ціни та граничного доходу для монопольної фірми. Припустимо, що фірма може продавати продукцію, знижуючи ціну.

Гранична виручка

$$ГВ(K) = Ц(K) + (\Delta Ц / \Delta K) \cdot K,$$

де $\Delta Ц / \Delta K$ – величина нахилу кривої попиту, коли кількість відкладена на горизонтальній осі; $Ц(K)$ – ціна, отримана за останню одиницю проданої продукції.

$\Delta Ц / \Delta K$ – сума виручки, втраченої від нижчої ціни, яка призначена на всі інші одиниці товару.

При лінійній кривій попиту $Ц(K) = a - vk$, так, що $ГВ(K) = Ц(K) - vk$, так як $\Delta Ц / \Delta K = -v$.

$$ГВ(K) = a - vk - vk = a - 2vk.$$

Таким чином, крива граничної виручки і крива попиту мають один і той же вертикальний перетин, а кут нахилу кривої граничної виручки (доходу) в 2 рази більший від величини кривої попиту (лінії ціни).¹

В нашій задачі $VR = 16 - 4Q$.

Оптимальний об'єм виробництва визначається точкою *A* (2,8 одиниць продукції), *ATC* = 7; оптимальна ціна – 10,4.

Прибуток фірми = загальний доход – загальні витрати = $(2,8 \cdot 10,4) - (2,8 \cdot 7) = 29,1 - 19,6 = 9,5$ (сектор *СДКЛ*)

Таким чином, в порівнянні з результатом роботи фірми в умовах досконалої конкуренції (прибуток 7,8), монопольна влада (при однаковому рівні витрат) забезпечує фірмі більші прибутки за рахунок зниження об'ємів виробництва і підвищення ціни.

Ми пропонуємо використовувати алгоритм розв'язання задач, в основі якого лежить математична похідна, для пошуку мінімального ефективного розміру фірми в довгостроковому періоді.

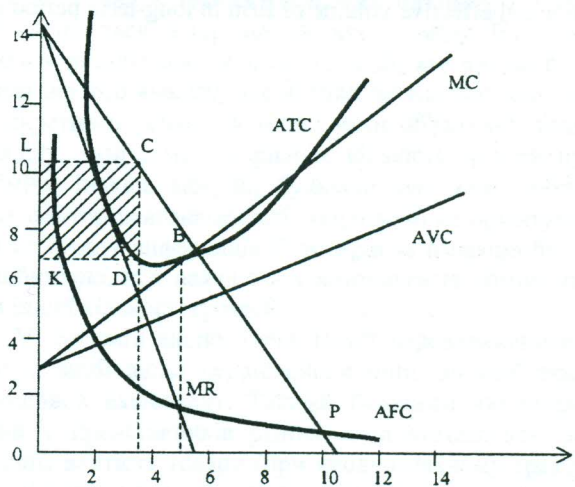


Рис. 3. Витрати, ціна та прибуток монополії.

В нашому прикладі (якщо вважати, що криві *MC* і *ATC* – довгострокові витрати *LMC* і *LATC*) мі-

¹ Див. Дж. Гамільтон Методичний посібник до мікроекономіки Роберта С. Піндайка та Деніла Л. Рубінфелда. – Київ: Основи, 1996. – С. 99-100.

німальний ефективний розмір фірми визначений точкою B і становить 4,5 одиниці продукції (див. рис.3).

Точність графічного рішення можна перевірити:

$$2 + Q = \frac{10}{Q} + 2 + 0,5Q; \quad Q = 4,5 \quad (\text{так само можна}$$

перевірити всі інші графічні рішення об'ємів та ціни, визначені перетином кривих).

Розглянемо приклад побудови графіку кривих граничних витрат для визначення об'ємів виробництва, при яких конкурентна фірма отримує прибутки, зазнає збитків, чи закривається.

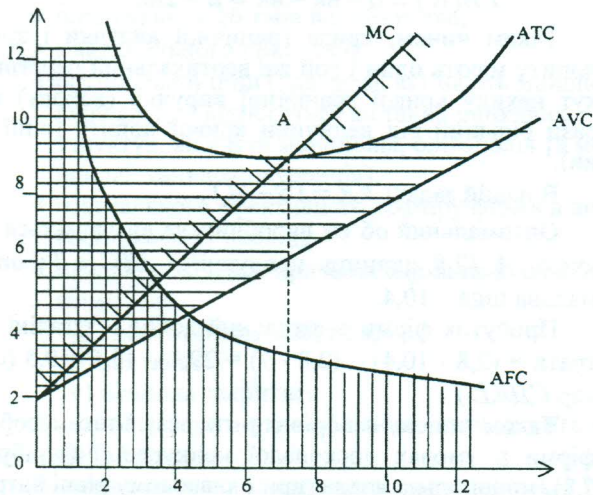


Рис. 4. Крива пропозиції конкурентної фірми.

За основу візьмемо дані попередніх прикладів (див. рис. 4). Площа між кривими ATC і AVC (горизонтальна штриховка) – середні постійні витрати для різних об'ємів виробництва; ця площа має повтор кривою AFC і осями координат X та Y (вертикальна штриховка). Криві ATC і AVC взаємно асиметричні (в даному випадку наближаються до одної, але не перетинаються, бо між ними завжди є витрати; AFC зі зростанням об'ємів виробництва зменшується і тим самим наближає криві ATC і AVC одна до одної).

В нашому прикладі фірма працює, отримуючи економічні прибутки при об'ємах виробництва 4,5 і більше, відповідно, при цінах 7 і більше (т. A).

Фірма мінімізуватиме збитки при всіх об'ємах виробництва, менших ніж 4,5, якщо $P > 2$.

Крива AVC в нашому прикладі весь час зростає і відображає спадну продуктивність праці. У випадку, коли вона матиме вигляд параболи зі спадною площею зліва, тоді перетин кривою MC визначить об'єм виробництва, при якому фірма залишається в галузі, а при менших об'ємах – закривається.

Запропонований алгоритм може бути використаним при вирішенні задач по визначенню граничної корисності – похідної від загальної корисності; граничної продуктивності – похідної від загальної продуктивності; граничного прибутку – похідної від його загального об'єму.

Summary

It's suggested the algorithm of solving microeconomical tasks with using of mathematic derivative for definition of optimum volumes of production, maximal income, optimum price (formarket structures with imperfect competition), minimal effective volume of firm in long-term period and ect.