

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
"УКРАЇНСЬКА АКАДЕМІЯ БАНКІВСЬКОЇ СПРАВИ  
НАЦІОНАЛЬНОГО БАНКУ УКРАЇНИ"

## **ПРОБЛЕМИ І ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ БАНКІВСЬКОЇ СИСТЕМИ УКРАЇНИ**

Збірник тез доповідей  
XI Всеукраїнської науково-практичної конференції  
(30-31 жовтня 2008 р.)

У 2-х томах

Том 1

Суми  
ДВНЗ "УАБС НБУ"  
2008

Задача лінійного програмування розглянутої математичної моделі бухгалтерського обліку підприємства (див. рис. 1) має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{n} + \frac{y}{m} \Rightarrow \max, \\ \frac{x}{b} + \frac{y}{a} \leq R, \\ \frac{x}{d} - \frac{y}{c} \leq W, \\ 0 \leq x \leq OB, \\ 0 \leq y \leq OF \end{array} \right. \quad (1)$$

Підприємства можуть взаємодіяти з трьома видами суб'єктів: працівниками, державою та іншими економічними суб'єктами. Відповідно до цього структура бухгалтерського обліку підприємства зводиться до трьох видів відносин підприємства: з працівниками (облік виконаної роботи, заробітна плата, виплати тощо); з державою (звіти, податки, штрафні санкції тощо); з іншими економічними суб'єктами (обмін товарами, послугами, аудит тощо).

*В.Н. Долгих, канд. физ.-мат. наук, доц.,  
ГВУЗ "Украинская академия банковского дела НБУ",  
Я.В. Долгих, канд. экон. наук, доц.,  
Сумский национальный аграрный университет*

### ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ КОББА-ДУГЛАСА НЕЛИНЕЙНЫМ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

В 1927 г. экономист Пол Дуглас и математик Чарльз Кобб предложили функцию, описывающую зависимость объёма выпуска ( $Y$ ) от капитальных затрат ( $K$ ) и затрат труда ( $L$ ):

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}. \quad (1)$$

Они получили оценку коэффициента  $\alpha = 1/4$  на основе обработки эмпирических данных для промышленности США за 1899-1922 гг.

Функция (1) является частным случаем более общей функции:

$$Y = AK^\alpha L^\beta. \quad (2)$$

Зависимости (1), (2) нелинейные по параметрам  $\alpha$ ,  $\beta$  и для оценки этих параметров методами регрессионного анализа обычно проводят логарифмическое преобразование уравнений. В частности, уравнение (1) преобразуют к виду

$$Y/L = A(K/L)^\alpha,$$

а затем линеаризуют логарифмируя:

$$\ln(Y/L) = \ln A + \alpha \ln(K/L). \quad (3)$$

Оценки, полученные методом наименьших квадратов (МНК) после логарифмического преобразования уравнений получаются смещенными. Для получения несмещенных оценок можно воспользоваться нелинейным методом наименьших квадратов (НМНК), заключающемся в непосредственной минимизации суммы квадратов отклонений результатов наблюдений от поверхности регрессии методами нелинейного программирования.

Оценим параметры  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  уравнения (2) НМНК и сравним их со значениями, полученными (МНК) после логарифмирования, используя эмпирические данные Кобба-Дугласа для промышленности США за 1899-1922 гг. Оценки, полученные МНК:  $A = 0,84$ ;  $\alpha = 0,23$ ;  $\beta = 0,81$ , коэффициент детерминации  $R^2 = 0,934$ . Оценки, полученные НМНК:  $A = 1,39$ ;  $A = 1,39$ ;  $\alpha = 0,28$ ;  $\beta = 0,65$ ,  $R^2 = 0,937$ .

При прогнозировании важно не просто указать вид аппроксимирующей функции, но и выяснить насколько чувствительна величина  $Y$  к изменению факторов  $K$  и  $L$ . Известно, что параметры  $\alpha$  и  $\beta$  представляют собой эластичности выпуска продукции по капиталу ( $\alpha$ ) и труду ( $\beta$ ). Увеличение затрат капитала на 1 % приводит к увеличению выпуска продукции на  $\alpha$  %, а увеличение затрат труда на 1 % – к увеличению выпуска продукции на  $\beta$  %. Сравнивая оценки параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , полученные разными способами, видим, что НМНК перераспределяет вклад  $K$  и  $L$  в объем выпуска  $Y$  в пользу капитальных затрат.

Известно, что если  $\alpha + \beta > 1$ , то функция (2) имеет возрастающий эффект от масштаба производства (при увеличении  $K$  и  $L$  в некоторой пропорции  $Y$  увеличивается в большей пропорции), если  $\alpha + \beta = 1$  – эффект постоянный, при  $\alpha + \beta < 1$  – убывающий эффект. Оценки, полученные по МНК, указывают на возрастающий эффект ( $\alpha + \beta = 1,04 > 1$ ), НМНК дает  $\alpha + \beta = 0,93$  – убывающий эффект. Заметим, что поскольку по МНК  $\alpha + \beta = 1,04 \approx 1$ , то вместо зависимости (2) можно пользоваться зависимостью (1).

Оценки параметров функции Кобба-Дугласа, полученные НМНК, приводят к качественному изменению оценок влияния  $K$  и  $L$  на  $Y$  по сравнению с оценками, полученными МНК.

*В.Н. Долгих, канд. физ.-мат. наук, доц.,  
ГВУЗ "Украинская академия банковского дела НБУ",  
С.П. Шаповалов, канд. физ.-мат. наук, доц.,  
Сумский государственный университет*

### ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ НА МНОЖЕСТВЕ ПАРЕТО

Многие экономические оптимизационные задачи носят многокритериальный характер, что вызвано желанием одновременно обеспечить оптимальность противоречивых целей (достичь максимальной экономической эффективности при минимальных затратах и т.п.).

Пусть  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  – допустимое решение,  $Q$  – область допустимых решений, определяемая системой ограничений:

$$g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \{ \leq, =, \geq \} 0 \quad (j = \overline{1, k}), \quad (1)$$

$F_i(X)$  –  $i$ -й частный критерий ( $i = \overline{1, m}$ ).

Тогда задачу многокритериальной оптимизации можно сформулировать так:

$$F_i(X) \rightarrow \max (i = \overline{1, m}), \quad (2)$$

$$X \in Q. \quad (3)$$