

УДК 537.874.6
УККП
№ держреєстрації 0115U000690
Інв. №

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет (СумДУ)
40007, г. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2
тел.: (0542) 68-77-23, факс: (0542) 33-40-58

ЗАТВЕРДЖУЮ
Проректор з
наукової роботи СумДУ
д. ф.-м. н., професор
_____ А.М. Чорноус
29.12.2017

**ЗВІТ
ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ**

**ЕЛЕКТРОФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ НИЗЬКОВИМІРНИХ
МЕТАМАТЕРІАЛЬНИХ ТА МЕТАЛОДИЕЛЕКТРИЧНИХ СИСТЕМ
МІЛІМЕТРОВОГО-ІНФРАЧЕРВОНОГО ДІАПАЗОНІВ ХВИЛЬ
(остаточний)**

Начальник НДЧ
к. ф.-м. н., с.н.с.

Д.І. Курбатов

Керівник НДР
к. ф.-м. н., доцент

В.О. Журба

2017

Рукопис закінчено 22 грудня 2017 р.

Результати роботи розглянуті науковою радою СумДУ, протокол № 4
від 28.12.2017 р.

СПИСОК АВТОРІВ

Керівник НДР, головний науковий співробітник докт. фіз.-мат. наук, проф.		Г.С. Воробйов (вступ, розділи 1, 2)
Керівник НДР, молодший науковий співробітник, канд. фіз.-мат. наук, доц.	(22.12.2017)	В.О. Журба (вступ, висновки, розділи 1, 2, 3)
Молодший науковий співробітник, канд. фіз.-мат. наук, доц.	(22.12.2017)	М.В. Петровський (вступ, висновки, розділи 1, 2, 3)
Старший науковий співробітник, докт. фіз.-мат. наук, проф.	(22.12.2017)	О.В. Лисенко (висновки, розділ 2)
Молодший науковий співробітник, канд. фіз.-мат. наук	(22.12.2017)	О.О. Дрозденко (підрозділи 1.3, 2.4)
Зовн. сумісник (ІПФ НАН України), старший науковий співробітник, докт. фіз.-мат. наук, проф.	(22.12.2017)	О.Г. Пономарьов (висновки, розділ 3)
Молодший науковий співробітник, канд. екон. наук	(22.12.2017)	С.А. Петровська (підрозділи 3.1, 3.3)
Інженер 3-ї категорії	(22.12.2017)	А.В. Демченко (підрозділи 1.1, 2.5)

Інженер 3-ї категорії	(22.12.2017)	Ю.О. Крутько (підрозділ 1.4)
Лаборант, аспірант	(22.12.2017)	Г.А. Олексієнко (підрозділи 2.1 – 2.4)
Лаборант, аспірант	(22.12.2017)	В.С. Шубніков (підрозділи 1.3, 1.5)
Лаборант, аспірант	(22.12.2017)	І.А. Буряк (підрозділи 1.3, 3.3)
Лаборант, студент	(22.12.2017)	О.А. Пурига (підрозділ 1.2)
Лаборант, студент	(22.12.2017)	В.Р. Куліжко (підрозділ 2.1)
Лаборант, студент	(22.12.2017)	М.О. Кумеда (підрозділ 2.2)
Лаборант, студент	(22.12.2017)	Д.С. Приходько (підрозділ 2.4)
Лаборант, студент	(22.12.2017)	С.Т. Шевченко (підрозділ 2.3)
Лаборант, студент	(22.12.2017)	М.Ю. Яковенко (підрозділ 2.3)

Лаборант, студент	(22.12.2017)	А.С. Єрмоленко (підрозділ 3.1)
Лаборант, студент	(22.12.2017)	О.К. Кононов (підрозділ 2.5)
Лаборант, студент	(22.12.2017)	О.В. Левковський (підрозділи 3.2, 3.4)

РЕФЕРАТ

Остаточний звіт про НДР: 115 с., 2 табл., 21 рис., 102 джерела.

ЕЛЕКТРОННИЙ І ПРОТОННИЙ ПУЧКИ, ЛАЗЕР НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ, МЕТАЛОДІЕЛЕКТРИЧНА СТРУКТУРА, МЕТОД УСЕРЕДНЕНИХ ХАРАКТЕРИСТИК, МУЛЬТИГАРМОНІЧНІ ПАРАМЕТРИЧНІ РЕЗОНАНСИ, РЕЛЯТИВІСТСЬКІ ЕЛЕКТРОННІ ПУЧКИ, ХВИЛЕВІД, ХВИЛЯ.

Об'єкт дослідження – фізика хвильових електромагнітних явищ в періодичних електромагнітних полях низькорозмірних метаматеріальних і металодіелектричних структур.

Мета роботи – встановлення загальних електрофізичних закономірностей хвильових процесів в періодичних електромагнітних полях низькорозмірних метаматеріальних і металодіелектричних структур.

Методи дослідження - класичні методи сучасної електродинаміки і електроніки, а також методи експериментального моделювання. Також використовувався метод усереднених характеристик та метод повільно змінюючихся амплітуд.

На основі проведених досліджень періодичних низьковимірних метаматеріальних структур запропоновані методи щодо оптимізації умов збудження та перетворення електромагнітних коливань у низьковимірних періодичних структурах. Вперше побудована самоузгоджена кубічно-нелінійна теорія мультигармонічних взаємодій хвиль у плазмово-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими релятивістськими електронними пучками, як з доплертронною, так і Н-убітронною накачками. Проведено порівняльний аналіз та експериментальне дослідження технологій LIGA та P-Beam writing для виготовлення низьковимірних періодичних металодіелектричних та метаматеріальних структур.

ЗМІСТ

ВСТУП	8
1 МЕТОДИКА ТА УСТАНОВКА ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ УМОВ ЗБУДЖЕННЯ ЧЕРЕНКОВСЬКОГО ТА ДИФРАКЦІЙНОГО ВИПРОМІНЮВАНЬ НА ПЕРІОДИЧНИХ МЕТАЛОДИЕЛЕКТРИЧНИХ СТРУКТУРАХ.....	10
1.1 Об'єкти та методика досліджень	10
1.2 Експериментальна установка та результати моделювання	18
1.3 Про можливість реалізації практичних пристроїв вакуумної електроніки на основі періодичних МДС.....	23
1.4 Експериментальний стенд для вимірювання характеристик електровакуумних приладів НВЧ з відкритими резонансними структурами	27
1.5 Модифікація відкритого резонатора ГДВ і результати тестових досліджень	31
2 ПАРАМЕТРИЧНО-РЕЗОНАНСНІ ВЗАЄМОДІЇ В ПЛАЗМОВО- ПУЧКОВИХ СУПЕРГЕТЕРОДИННИХ ЛАЗЕРАХ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ З ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ.....	36
2.1 Ефект супергетеродинного підсилення	36
2.2 Плазмово-пучкові супергетеродинні лазери на вільних електронах	39
2.3 Особливості резонансних взаємодій в плазмово-пучкових системах з гвинтовими електронними пучками та основні теоретичні підходи в теорії сильнострумів ЛВЕ	43
2.4 Вихідні рівняння та модернізований метод усереднених характеристик	51

2.5 Параметричні резонансні взаємодії в плазмово-пучкових супергетеродинних ЛСЕ з гвинтовими електронними пучками.....	73
3 ВПРОВАДЖЕННЯ ТЕХНОЛОГІЙ LIGA ТА P-BEAM WRITING ДЛЯ ВИГОТОВЛЕННЯ НИЗЬКОВИМІРНИХ ПЕРІОДИЧНИХ МЕТАЛОДИЕЛЕКТРИЧНИХ ТА МЕТАМАТЕРІАЛЬНИХ СТРУКТУР.....	83
3.1 Принципи експонування резистивних матеріалів в літографічних технологіях високої роздільної здатності.....	84
3.2 Експериментальна установка ядерного скануючого мікрозонда для технології RBW.....	91
3.3 Підготовка зразків для експонування	95
3.4 Особливості фокусування пучка при створенні періодичних структур дифракційних відбивних решіток	97
ВИСНОВКИ.....	103
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ	105

ВСТУП

На сьогодні вакуумна НВЧ електроніка в основному розвивається по шляху створення потужних висококогерентних джерел електромагнітного випромінювання, наприклад, оротрон, генератор дифракційного випромінювання (ГДВ), лазер на вільних електронах [1, 2]. Разом з тим, в радіоастрономічних інструментах терагерцового діапазону хвиль необхідні джерела випромінювання, які мають достатню компактність, малу масу та потужність споживання. У зв'язку з цим, незважаючи на досягнуті успіхи в створенні потужних електровакуумних джерел коливань терагерцового діапазону хвиль [2], актуальним залишається питання реалізації низьковольтних гетеродинних джерел випромінювання, які могли б конкурувати з твердотільними генераторами. До теперішнього часу це питання може бути вирішене шляхом використання у вакуумній електроніці та техніці НВЧ періодичних металодіелектричних структур (МДС) [3, 4], які на відміну від традиційних металевих періодичних структур мають ряд специфічних особливостей, пов'язаних зі збудженням на МДС черенковського і широкого спектра просторових гармонік дифракційного випромінювань (ДВ) [5]. Однак недостатній обсяг досліджень таких приладів ускладнює їх реалізацію в практичних схемах пристроїв НВЧ. Тому питання подальших досліджень електродинамічних характеристик періодичних МДС із заданими типами розподілених джерел випромінювання: електронний пучок (ЕП) або діелектричний хвілевід (ДВ), є актуальним.

В даному звіті представлено обґрунтування вибору режимів моделювання черенковського і дифракційного випромінювань на МДС конкретної геометрії, основні з яких реалізовані експериментально і протестовані шляхом порівняння результатів експерименту з чисельним аналізом.

Лазери на вільних електронах (ЛВЕ) [6-8] є одними з найбільш перспективних з практичної і цікавих з теоретичної точок зору серед приладів релятивістської надвисокочастотної електроніки. Це обумовлено

тим, що ці прилади здатні генерувати та посилювати потужне когерентне електромагнітне випромінювання в широкому діапазоні довжин хвиль від міліметрового до рентгенівського [6-9]. Серед різних типів ЛВЕ слід виділити супергетеродинні лазери на вільних електронах (СЛВЕ) [6-8], які характеризуються більш високими підсилювальними властивостями в порівнянні з традиційними ЛВЕ.

Відомо, що використання гвинтових релятивістських електронних пучків (РЕП) в пристроях сильнотрумової електроніки з поздовжнім магнітним полем в ряді випадків призводить до підвищення їх ефективності [10]. Тому можна припустити, що використання гвинтових релятивістських електронних пучків в плазмово-пучкових СЛВЕ дозволить отримати більш високі значення інкрементів наростання хвиль і інших параметрів в порівнянні з плазмово-пучковими СЛВЕ з прямолінійними релятивістськими електронними пучками [11].

Відзначимо, що в плазмово-пучкових СЛВЕ використовуються хвилі просторового заряду (ХПЗ), які експоненціально наростають за рахунок плазмово-пучкової нестійкості і характеризуються лінійною дисперсионною залежністю. Це призводить до того, що для великої кількості гармонік ХПЗ виконуються умови трьох хвильового резонансу, таким чином, мають місце численні резонансні взаємодії. Відомо, що мультигармонічні взаємодії в плазмово-пучкових СЛВЕ з прямолінійними РЕП істотно впливають на динаміку хвиль [11]. Тому слід очікувати, що в плазмово-пучкових СЛВЕ з гвинтовими електронними пучками численні резонансні взаємодії також матимуть істотний вплив на роботу приладу. Таким чином, вивчення мультигармонічних процесів в плазмово-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками є завданням важливим і актуальним.

1 МЕТОДИКА ТА УСТАНОВКА ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ УМОВ ЗБУДЖЕННЯ ЧЕРЕНКОВСЬКОГО ТА ДИФРАКЦІЙНОГО ВИПРОМІНЮВАНЬ НА ПЕРІОДИЧНИХ МЕТАЛОДІЕЛЕКТРИЧНИХ СТРУКТУРАХ

1.1 Об'єкти та методика досліджень

Методика моделювання умов збудження черенковського і дифракційного випромінювань на періодичних металодіелектричних структурах заснована на представленні хвилі просторового заряду електронного пучка у вигляді поверхневої хвилі діелектричного хвилеводу. Металодіелектричні структури, що досліджуються в роботі, схематично представлені на рис. 1.1 а, б.

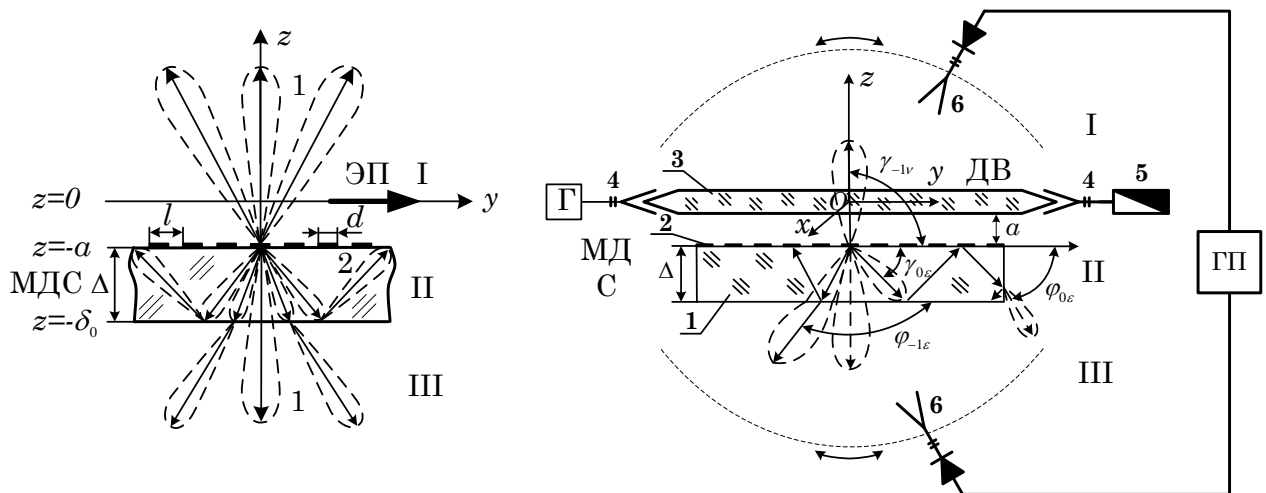


Рисунок 1.1 – Теоретична та експериментальна модель збудження випромінювань на періодичній МДС: модель збудження випромінювань електронним пучком (а), модель збудження випромінювань поверхневою хвилею діелектричного хвилеводу (б); суцільні лінії зі стрілками - можливі варіанти напрямку випромінювань, пунктирні лінії - діаграми спрямованості випромінювання

На рис. 1.1а представлена планарна МДС, яка утворена поверхнею стрічкової періодичної структури $z = -a$ (період - l , ширина стрічок - d),

нанесеної на діелектричну призму товщиною $\Delta = \delta_0 - a$ із проникністю ε . Поблизу МДС рухається модульований монохроматичний ЕП з щільністю заряду

$$\rho = \rho_0 \delta(z - a) e^{i(ky - \omega t)}, \quad (1.1)$$

де ρ_0 – поверхнева щільність заряду; $\delta(z - a)$ – дельта-функція; $k = \omega/\nu_0$ – хвильове число; ω – частота модуляції ЕП; ν_0 – швидкість електронів.

На рис. 1.1б представлена аналогічна за структурними елементами планарна МДС із розподіленим джерелом випромінювання у вигляді ДВ, розташованого на відстані a від площини ДР. Уздовж ДВ розповсюджується плоска хвиля, електромагнітне поле якої, для \vec{E} і \vec{H} компонент, описується наступними співвідношеннями:

для H -хвилі

$$E_x^0 = ivg \varepsilon_w \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (gb) \left\{ e^{p(z+b)} e^{i\gamma y} \right\}, \quad (1.2a)$$

для E -хвилі

$$H_x^0 = -ivg \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (gb) \left\{ e^{p(z+b)} e^{i\gamma y} \right\}, \quad (1.2b)$$

де g, p, γ – постійні поширення уздовж осей Ox, Oz и Oy , v – хвильове число, ε_w – діелектрична проникність матеріалу хвилеводу, b – напівширина ДХ.

При поширенні заданого типу хвилі (1.2) поверхневі хвилі ДВ перетворюються за допомогою ДР або в поверхневі, або в об'ємні хвилі, що йдуть від ДР. Даний ефект аналогічний трансформації хвиль при русі ЕП уздовж ДР і дозволяє шляхом вирішення задач в наближенні заданого струму (1.1) та заданого поля (1.2) отримати загальні співвідношення для полів в

структурі типу МДС (рис. 1.1а, б). Зокрема для системи рис. 1.1а електромагнітні поля в областях I ($z > -a$), II ($-\delta_0 < z < -a$), III ($z < -\delta_0$) представляються у вигляді:

$$\begin{aligned}
 \vec{H}^I &= \vec{H}_c + \vec{i} \sum_n A_n e^{iq_n(z+a)} e^{ik_n y}, \\
 \vec{H}^{II} &= \vec{i} \sum_n \left[C_n e^{-iq_{n\varepsilon}(z+a)} + D_n e^{iq_{n\varepsilon}(z+\delta_0)} \right] e^{ik_n y}, \\
 \vec{H}^{III} &= \vec{i} \sum_n F_n e^{-iq_n(z+\delta_0)} e^{ik_n y}, \\
 \vec{E}^I &= \vec{E}_c + \sum_n \left(-\vec{j} \sqrt{1-\tau_n^2} + \vec{k} \tau_n \right) A_n e^{iq_n(z+a)} e^{ik_n y}, \\
 \vec{E}^{II} &= \sum_n \left[\left(\vec{j} \frac{\sqrt{\varepsilon-\tau_n^2}}{\varepsilon} + \vec{k} \frac{\tau_n}{\varepsilon} \right) C_n e^{-iq_{n\varepsilon}(z+a)} + \right. \\
 &\quad \left. + \left(-\vec{j} \frac{\sqrt{\varepsilon-\tau_n^2}}{\varepsilon} + \vec{k} \frac{\tau_n}{\varepsilon} \right) D_n e^{iq_{n\varepsilon}(z+\delta_0)} \right] e^{ik_n y}, \\
 \vec{E}^{III} &= \sum_n \left(\vec{j} \sqrt{1-\tau_n^2} + \vec{k} \tau_n \right) F_n e^{-iq_n(z+\delta_0)} e^{ik_n y},
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

де $\vec{H}_c = \vec{i} \beta_e F \text{sign}(z) e^{-q|z|+iky}$, $F = 2\pi\rho_0$, A_n , C_n , D_n , F_n – фур'є-компоненти дифракційного поля, $\vec{E}_c = \left(-\vec{j}i\theta + \vec{k} \text{sign}(z) \right) F e^{-q|z|} e^{iky}$ – власні поля ЕП у вільному просторі, $q = k\theta = k\sqrt{1-\beta_e^2}$, $q_n = k\theta_n = k\beta_e\sqrt{1-\tau_n^2}$, $q_{n\varepsilon} = k\theta_{n\varepsilon} = k\beta_e\sqrt{\varepsilon-\tau_n^2}$, $\beta_e = v_0/c$ – відносна швидкість ЕП, c – швидкість світла, ε – відносна діелектрична проникність середовища, $\tau_n = (\eta + n)/\kappa$, $\eta = \kappa/\beta_e$, $\kappa = l/\lambda$, λ – довжина хвилі випромінювання, $k_n = k + 2\pi n/l$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – номер просторової гармоніки.

Фізичний сенс у співвідношеннях (1.3) мають тільки ті елементи коренів q_n та $q_{n\varepsilon}$, уявна частина яких додатна, а при $\text{Im}q_n = 0$, $\text{Im}q_{n\varepsilon} = 0$ – значення $\text{Re}q_n > 0$, $\text{Re}q_{n\varepsilon} > 0$.

Із співвідношень (1.3) випливає, що розсіяне електромагнітне поле представляє собою суперпозицію електромагнітних хвиль, що поширюються (об'ємні) та затухають відносно осі Oz .

Кути випромінювання об'ємних хвиль, в залежності від параметрів κ , β_e , ε , визначаються співвідношеннями

у вакуум (області I, III)

$$\gamma_{nv} = \arccos \tau_n = \arccos \left(\frac{1}{\beta_e} + \frac{n}{\kappa} \right), \quad (1.4)$$

у діелектрик (область II)

$$\gamma_{n\varepsilon} = -\arccos \frac{\tau_n}{\sqrt{\varepsilon}} = -\arccos \left(\frac{\frac{1}{\beta_e} + \frac{n}{\kappa}}{\sqrt{\varepsilon}} \right), \quad (1.5)$$

де кути відраховуються відносно напрямку руху електронного пучка.

Електромагнітні хвилі випромінюються, як випливає з рівнянь (1.4) і (1.5), у вільний простір за умови $|\tau_n| < 1$, а в діелектричну середу - за умови $|\tau_{n\varepsilon}| < \sqrt{\varepsilon}$. Тобто при відносних швидкостях ЕП:

$$\frac{\kappa}{|n| + \kappa} \leq \beta_e \leq \frac{\kappa}{|n| - \kappa}, \quad (1.6)$$

$$\frac{\kappa}{|n| + \kappa\sqrt{\varepsilon}} \leq \beta_e \leq \frac{\kappa}{|n| - \kappa\sqrt{\varepsilon}}. \quad (1.7)$$

Невідомі Фур'є-компоненти дифракційного випромінювання, що представляють собою амплітуди просторових гармонік полів, визначаються з рішення електродинамічної задачі в наближенні заданого струму, що

задовольняє точним граничним умовам на поверхні діелектрика і граничним умовам на металевих стрічках [5].

При рівномірному та прямолінійному русі зі швидкістю v_0 монохроматического ЕП його власне поле має вигляд неоднорідної плоскої хвилі. Подібну хвилю можна сформулювати лінією передачі у вигляді плоского ДХ уздовж якого поширюється хвиля Е-типу (1.2) із фазовою швидкістю v_w .

Фазова швидкість v_w визначається діелектричною проникністю матеріалу хвилеводу, його поперечними розмірами, середовищем, в якій розташований ДХ. Тому ефективна діелектрична проникність хвилеводу визначається як $\varepsilon_w = c^2/v_w^2$. Тоді відносна швидкість хвилі в хвилеводі $\beta_w = v_w/c = 1/\sqrt{\varepsilon_w}$.

Із співвідношень для полів в окремих областях системи ДХ-МДС (рис.1.1б) випливає, що кути випромінювання просторових гармонік визначаються співвідношеннями:

у вакуум

$$\gamma_{nv} = \arccos\left(\frac{1}{\beta_w} + \frac{n}{\kappa}\right), \quad (1.8)$$

у діелектрик

$$\gamma_{n\varepsilon} = -\arccos\left(\frac{\frac{1}{\beta_w} + \frac{n}{\kappa}}{\sqrt{\varepsilon}}\right), \quad (1.9)$$

де кути відраховуються відносно напрямку поширення електромагнітної хвилі ДХ.

Перетворення поверхневих хвиль ДХ в об'ємні гармоніки випромінювання, що випромінюються у вільний простір і діелектричну середу, стає можливим при відносних фазових швидкостях, відповідно

$$\frac{\kappa}{|n| + \kappa} \leq \beta_w \leq \frac{\kappa}{|n| - \kappa}, \quad (1.10)$$

$$\frac{\kappa}{|n| + \kappa\sqrt{\varepsilon}} \leq \beta_w \leq \frac{\kappa}{|n| - \kappa\sqrt{\varepsilon}}. \quad (1.11)$$

Аналогічно вищеописаній методиці, для джерела випромінювання у вигляді ДХ, шляхом вирішення задачі в наближенні заданого поля (1.2) хвилеводу строгим методом теорії дифракції визначається структура розсіяного поля у вигляді Фур'є-складових амплітуд об'ємних і поверхневих хвиль (1.3).

Формули (1.8) - (1.11) аналогічні співвідношенням (1.4) - (1.7) монохроматичного ЕП, якщо припустити, що відносна фазова швидкість хвилі ДВ β_w ідентична відносній швидкості електронів β_e .

Із аналізу співвідношень (1.4), (1.5), (1.8), (1.9) випливає, що в обох випадках на МДС при визначених параметрах κ , $\beta_e(\beta_w)$ та ε у вільному просторі збуджуються тільки від'ємні просторові гармоніки дифракційного випромінювання із $n = -1, -2, -3, \dots$ (промені 1, рис. 1.1а), а в діелектричному середовищі - гармоніки із $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ (промені 2, рис. 1.1а). Промені 2 відповідають режимам черенковського випромінювання та аномального дифракційного випромінювання, які зосереджені в шарі діелектрика і за рахунок повного внутрішнього відбиття від бічних поверхонь можуть виходити у вільний простір через торці МДС (рис. 1.1б). Випромінювання на нульовій ($n = 0$) просторовій гармоніці відбувається при відносних швидкостях ЕП або ДХ, що відповідають умовам $\varepsilon\beta^2 > 1$ із кутом випромінювання $\cos \gamma_{0\varepsilon} = 1/(\beta\sqrt{\varepsilon})$. Тому таке випромінювання можна умовно назвати черенковським, а решітку розглядати як екрануючий фактор, що впливає на коефіцієнт зв'язку ЕП або ДХ із діелектричним середовищем [12].

Дані особливості еквівалентності умов збудження випромінювань на періодичних МДС, полем хвилі струму просторового заряду ЕП і полем поверхневої хвилі ДХ, вказують на можливість експериментального моделювання процесів збудження черенковського, дифракційного і аномального дифракційного випромінювань.

Як зазначалося вище, в залежності від параметрів κ , $\beta_e(\beta_w)$, ε розподілене джерело випромінювання (ЕП або ДХ) збуджує об'ємні або поверхневі електромагнітні хвилі, область існування яких можна визначити шляхом вирішення наступних нерівностей графічним способом

$$\left| \frac{\eta + n}{\kappa} \right| < 1, \quad \left| \frac{\eta + n}{\kappa} \right| < \sqrt{\varepsilon},$$

у вигляді діаграм, що визначають області випромінювань.

Діаграми складаються з дискретних областей, обмежених прямими лініями $\kappa = \pm(\eta + n)$, $\kappa = \pm(\eta + n)/\sqrt{\varepsilon}$, які позначені цифрами N_s^m ($N = 1 - 5$) та визначають найбільш характерні випадки збудження ЕП (поверхневою хвилею ДХ) електромагнітних хвиль: 1 – черенковське випромінювання; 2 – поверхневі хвилі; 3 – дифракційне випромінювання тільки в діелектричне середовище; 4 – одночасно черенковське і дифракційне випромінювання; 5 – дифракційне випромінювання у діелектрик ($z < -a$) та у вільний простір ($z > -a$). Нижні індекси $s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ вказують номери просторових гармонік, що випромінюються в діелектрик, а верхні індекси $m = -1, -2, \dots$ – у вакуум.

Наявність досить широкого спектра матеріалів, що мають малі втрати на НВЧ, дозволяє розглядати можливість їх використання як при експериментальному моделюванні (малі значення ε – фторопласт, полістирол, полікор), так і при розгляданні варіантів створення низьковольтних джерел коливань із застосуванням МДС (високі значення ε – керамічні матеріали на основі оксидів барію і титану). Як приклад, на рис. 1.2

в координатних осях κ и $\eta = \kappa/\beta_e(\beta_w)$ наведені діаграми для двох значень $\varepsilon = 2, 100$.

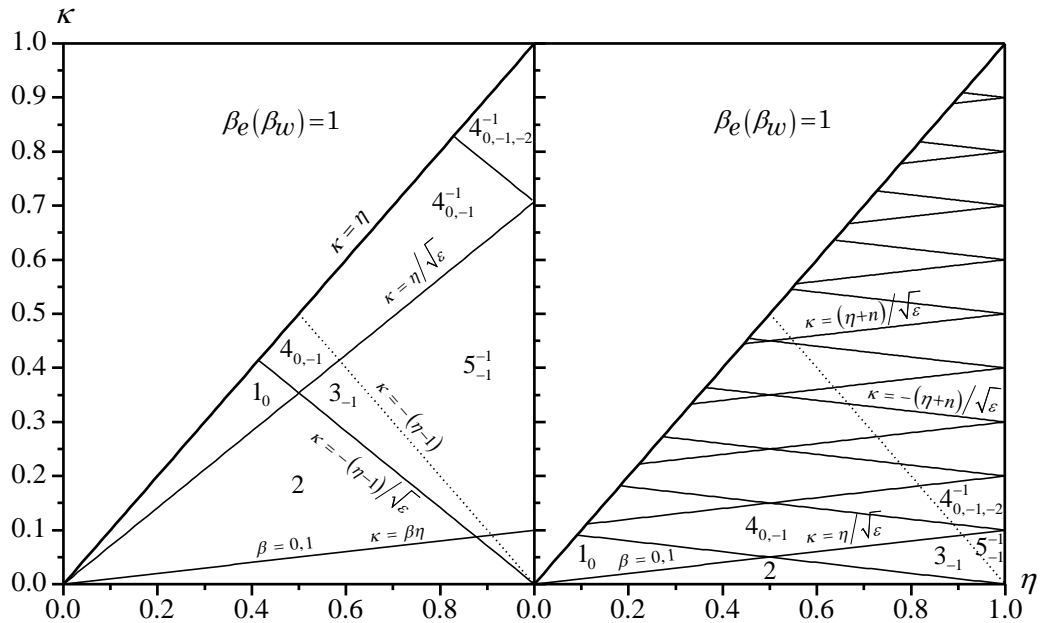


Рисунок 1.2 – Приклад областей діаграм збудження випромінювання на МДС з відносними діелектричними проникцями: $\varepsilon = 2$ (а), $\varepsilon = 100$ (б); суцільні лінії - межі області існування гармонік об'ємних хвиль в діелектрику; пунктирні лінії - межі області існування гармонік об'ємних хвиль у вільному просторі

З наведених діаграм видно, що при заданих параметрах $\beta_e(\beta_w)$ та κ в залежності від ε можна реалізувати різноманітні режими збудження випромінювань та їх моделювання. Так, зокрема, для великих значень ε в області нерелятивістських ЕП з'являється можливість реалізації як режимів черенковського, так і дифракційного випромінювань. Наприклад, зони $1_0, 4_{0,-1}, 4_{0,-1,-2}$ (рис. 1.2б). При цьому виникає випромінювання на додатніх дифракційних гармоніках, яке спрямоване під гострим кутом. Але реалізація таких зон для низьковольтних ЕП неможлива, оскільки вони лежать вище лінії $\beta_e = 0.1$, що характеризує нерелятивістські швидкості електронів. З точки зору створення низьковольтних джерел випромінювання, практичний інтерес представляє зона 3_{-1} , в якій дифракційне випромінювання виникає

тільки в діелектрику структури, як і черенковське випромінювання, але при значно менших швидкостях електронів. З огляду на специфіку умов збудження об'ємної хвилі такого режиму, умовно назвемо його аномальним дифракційним випромінюванням. При реалізації низьковольтних приладів типу оротрон практичний інтерес представляє режим випромінювання в зоні 5_{-1}^{-1} (рис. 1.2б).

1.2 Експериментальна установка та результати моделювання

Описані вище режими моделювання просторових хвиль були реалізовані як при збудженні МДС діелектричним хвилеводом (режим моделювання), так і при проходженні ЕП уздовж МДС, розташованої в об'ємі відкритого резонатора (ОР) - модель приладу типу оротрон, ГДВ. Вимірювання проводилися в діапазоні частот $f = 53 - 80$ ГГц, що визначило вибір панорамного вимірювача КСХ і ослаблень даного діапазону та хвилеводних трактів з комплектом елементної бази перетином 3.6×1.8 мм².

Зокрема на рис. 1.3 показаний зовнішній вигляд експериментальної установки із зазначенням її основних блоків: 1 – вимірювач КСХ і послаблень; 2 – хвилеводно-вимірювальний тракт з об'єктом досліджень, представленим на рис. 1.1б; 3 – вимірювач потужності НВЧ; 4 – самописець; 5 – графобудівник.

Об'єкт дослідження вмикався в схему вимірювання просторових характеристик НВЧ-полів, яка приведена на рис. 1.1б і містить наступні основні елементи: діелектричну призму 1, з нанесеною на її бічну поверхню стрічковою дифракційною решіткою 2. Призма 1 кріпиться на спеціальному юстируючому пристрою, що дозволяє здійснювати її просторову орієнтацію по осях x, y, z з точністю ± 0.1 мм. Діелектричний хвилевід 3 включається в узгоджувальні переходи 4, які через хвилеводи заданого перетину (визначається досліджуванним діапазоном хвиль) пов'язані з блоком вимірювання хвилеводних характеристик і узгодженим навантаженням 5. В

залежності від параметрів ДХ і МДС, як показано вище, можливі різні режими трансформації поверхневих хвиль в об'ємні. Основні з них схематично представлені у вигляді діаграм спрямованості випромінювання на рис. 1.1б: γ – кути випромінювання системи МДС–ДХ, φ – кути відповідних гармонік випромінювання у вільному просторі після проходження через діелектричну призму, x, y, z – просторові координати, Δ – товщина діелектричного шару, a – відстань між ДВ і стрічковою решіткою 2 (прицільний параметр).

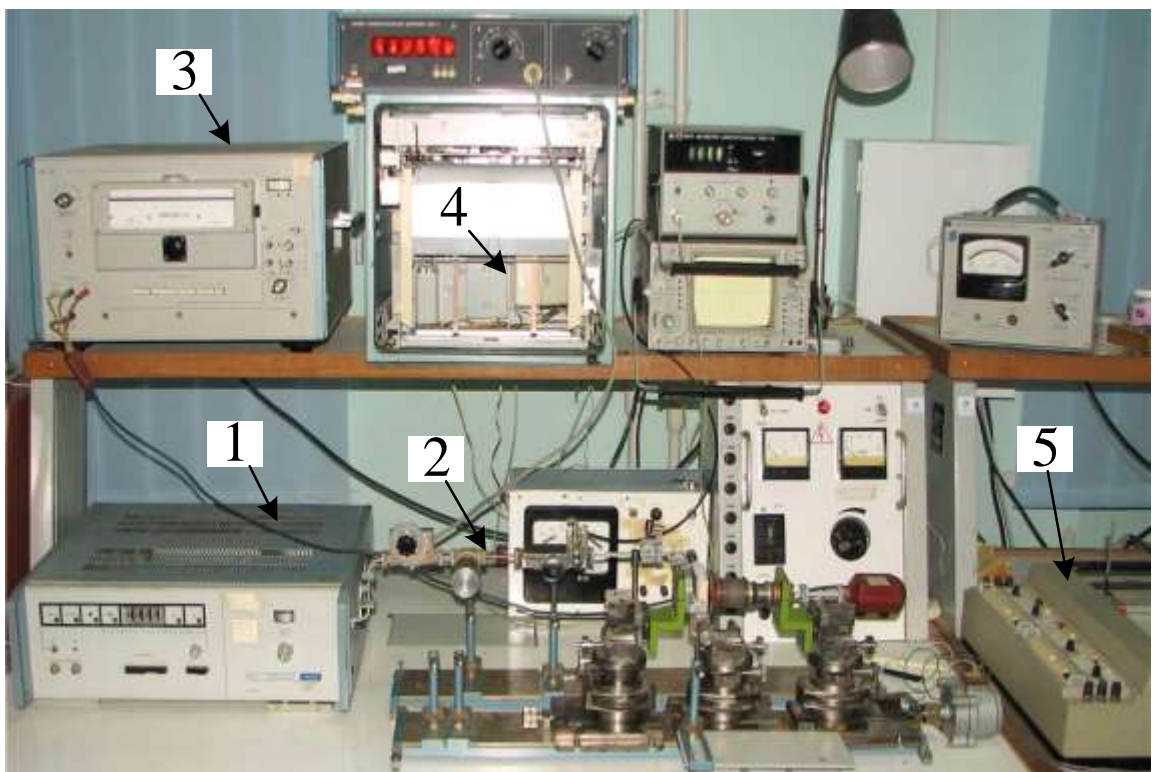


Рисунок 1.3 – Зовнішній вигляд експериментальної установки: 1 – вимірювач КСХ і послаблень; 2 – хвилеводно-вимірювальний тракт; 3 – вимірювач потужності НВЧ; 4 – самописець; 5 – графобудівник.

До складу блоку вимірювання просторових характеристик також входили дві рухомі рупорні антени 6, осі обертання яких у Е-площині проходять через випромінюючу апертуру і поєднані з вертикальною віссю решітки 2, а вісь обертання в Н-площині збігається з поздовжньою віссю ДХ 3, що забезпечує

реєстрацію кутів випромінювання в інтервалі $\varphi = 10 - 170^\circ$ з точністю $\Delta\varphi = \pm 0.25^\circ$ в далекій зоні досліджуваних полів, яка визначається відомим співвідношенням $z \geq a_m^2/\lambda$, де a_m – максимальний розмір апертури антени. Під час вимірювання діаграм спрямованості, сигнал, що приймається рупором 6, надходив на вхід «Y» двокоординатного графобудівника (ДГ), вхід «X» якого підключений до датчика кута повороту приймального рупора. Таким чином, при переміщенні рухомий антени на графобудівнику фіксується діаграма випромінювання, яка після перетворення у цифровий вигляд використовується для комп'ютерної обробки отриманих даних. Діелектричні хвилеводи із фторопласту (перерізом $5.2 \times 2.6 \text{ мм}^2$) та полістиролу (перерізом $7.2 \times 3.8 \text{ мм}^2$), що використовувалися при моделюванні, дозволили реалізувати відносні фазові швидкості поверхневої хвилі в інтервалі $\beta_w = 0.6 - 0.8$ і збудити на МДС з фторопласту три просторові гармоніки випромінювання, які на діаграмі рис. 1.2а позначені індексами 1_0 , 3_{-1} і $4_{0,-1,-2}^{-1}$. Експериментальні зразки МДС були реалізовані на основі прямокутних фторопластових призм з поперечними розмірами $54 \times 60 \text{ мм}^2$ (що практично виключають вплив ефектів перевідбиттів об'ємних хвиль від їх торців на характеристики випромінювань) для трьох значень товщини діелектрика Δ : $\Delta_1 \approx \lambda/4$, $\Delta_2 \approx \lambda$, $\Delta_3 \approx 4\lambda$. Необхідна точність нанесення стрічкової дифракційної решітки на площину призми досягалася за рахунок застосування процесу фотолітографії, що забезпечує похибку по періоду і ширині стрічок $\pm 0.01 \text{ мм}$.

Зокрема, параметри МДС, реалізовані в експерименті, для трьох основних режимів збудження просторових хвиль наведені в таблиці 1. Тут параметр $u = \cos(\pi d/l)$ – коефіцієнт заповнення решітки. Він обирався з умови максимуму інтенсивності основних випромінюваних просторових гармонік в досліджуваних зонах діаграм [12].

Таблиця 1.1 – Параметри досліджуваних МДС

Зона випромінювання	Гармоніки збуджуваних просторових хвиль	l, мм	d, мм	κ	u	βw
10	n = 0 – в діелектрик	1,17	0,39	0,30	+ 0,5	0,788
4 _{0,-1,-2} ⁻¹	n = 0, -1, -2 – в діелектрик n = -1 – у вільний простір	3,07	1,535	0,79	0	0,788
3-1	n = -1 – в діелектрик	1,36	1,084	0,35	- 0,8	0,598

Тестування отриманих результатів експериментального моделювання проводилося чисельним методом, який полягає в побудові кінцево-різницевої схеми розв'язання системи рівнянь Максвелла в часткових похідних з урахуванням матеріальних рівнянь [13].

В результаті проведення серії експериментів на МДС товщиною $\Delta \approx \lambda/4 - 4\lambda$ встановлено, що для режимів моделювання черенковського і дифракційно-черенковського випромінювань максимальна інтенсивність діаграм спрямованості спостерігається при товщині призми, що перевищує довжину хвилі випромінювання. На рис. 1.4 для $\Delta > \lambda$ у відносних одиницях потужності P/P_{\max} (P_{\max} – максимальна потужність з випромінюваних гармонік) представлені типові діаграми спрямованості випромінювання МДС, параметри яких наведені в таблиці 1.

Із графіків рис. 1.4а,б видно, що для черенковського ($n = 0$) та аномального дифракційного ($n = -1$) режимів моделювання спостерігаються однолепесткові діаграми спрямованості випромінювання в області кутів, що відповідають результатам чисельного аналізу методом кінцевих різниць. Для режиму дифракційно-черенковського випромінювання, зона 4_{0,-1,-2}⁻¹, як видно з графіка рис. 1.4в, переважаючими і приблизно рівними по інтенсивності є черенковська та мінус перша (що випромінюється через діелектрик у вільний простір) дифракційні гармоніки. Це зумовлено заданим значенням коефіцієнта заповнення решітки $u \approx 0$, що визначає умову максимальної

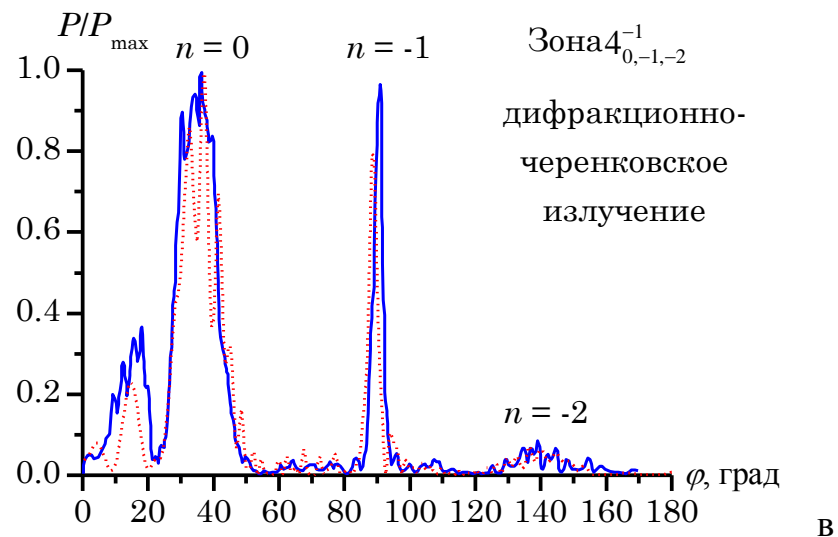
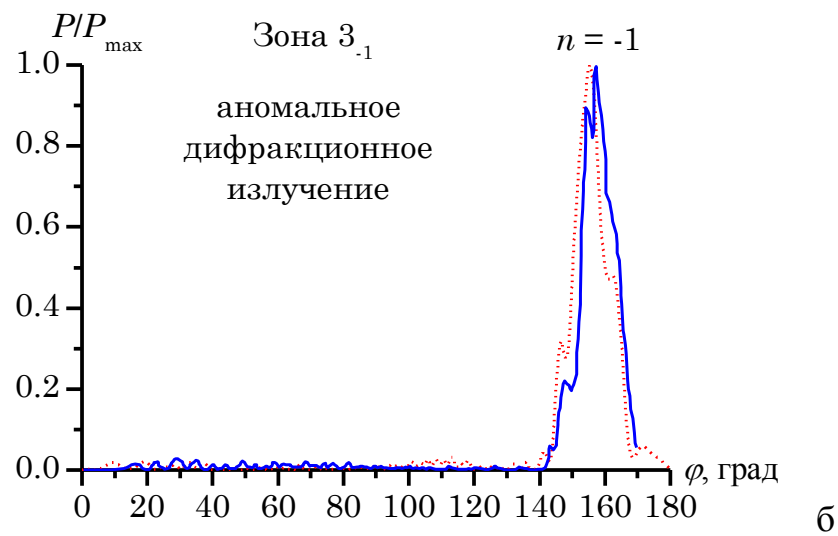
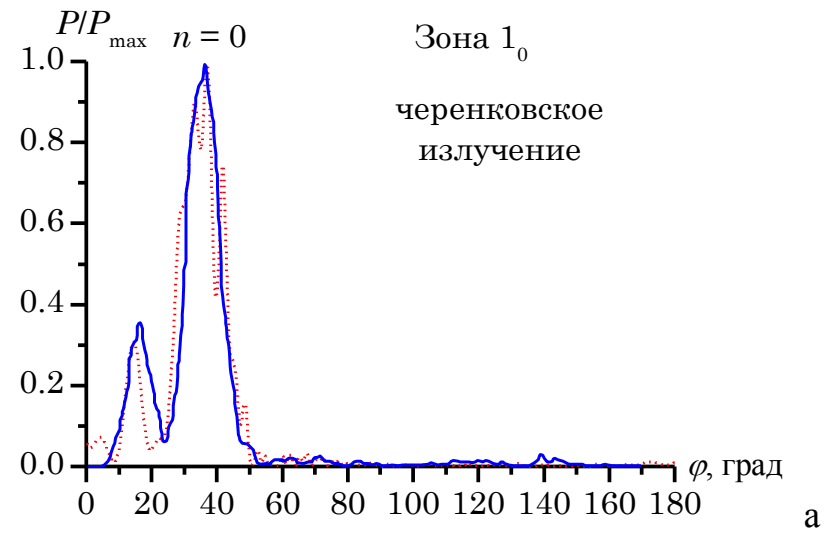


Рисунок 1.4 – Діаграми спрямованості випромінювання чисельного та експериментального моделювання: черенковський режим (а), аномальний дифракційний режим (б), дифракційно-черенковський режим (в); — — експеримент, — чисельні розрахунки

щільності енергії гармоніки із $n = -1$ при випромінюванні по нормалі [12]. Дифракційна гармоніка із $n = -2$ ($\varphi_{-2\varepsilon} \approx 140$) має рівень інтенсивності на порядок менше, ніж основна гармоніка, і на рис. 1.4в проявляється у вигляді фонового випромінювання.

Відмінність результатів чисельного аналізу від експерименту зумовлено наближеністю теоретичної моделі, яка не враховує кінцевої провідності стрічкових решіток, а також технологічними похибками при виготовленні МДС.

1.3 Про можливість реалізації практичних пристроїв вакуумної електроніки на основі періодичних МДС

Описані вище режими трансформації електромагнітних хвиль, як впливає з співвідношень (1.4) - (1.11), можна реалізувати як шляхом збудження МДС поверхневої хвилею ДХ, так і шляхом збудження МДС полем хвилі струму просторового заряду ЕП. Перший варіант вже знайшов застосування при створенні квазіоптичних спрямованих відгалужувачів і дільників потужності [14, 15].

Варіант створення електровакуумних приладів НВЧ із застосуванням МДС більш складний, оскільки вимагає розробки спеціальних діелектричних структур з малими втратами на НВЧ та спеціальної електронної оптики, що забезпечує задані щільності і швидкості ЕП.

Проведені оцінки параметрів електродинамічних систем (рисунок 1.1 а, б) та інших пристроїв на їх основі, показують, що структури типу відбивна ДР-МДС або багаторядні системи на основі МДС за прискорюючих напруг $U \approx 1000$ В та значень $\varepsilon = 100$ (наприклад, кераміка на основі оксидів титану) можуть бути реалізовані в діапазоні довжин хвиль $\lambda = 1 - 0,1$ мм при періодах $l \approx 62 - 4$ мкм. До теперішнього часу технологія виготовлення таких структур в достатній мірі освоєна та апробована при виготовленні багаторядних уповільнюючих систем в ЛЗХ, де використовуються спеціальні

способи формоутворення: електроерозійна обробка, холодне штампування, фотолітографія, електронна і рентгенолітографія, вакуумне та плазмове напилення плівок. При створенні гетеродинних електровакуумних джерел випромінювання, які потребують реалізації нанорозмірних уповільнюючих систем, можуть бути використані нові методи пучкової іонної літографії в поєднанні з наноштампуванням.

За проведеними оцінками для реалізації описаних вище приладів в субміліметровому діапазоні товщину ЕП слід зменшити до значень 0,04 мм. В даний час це питання може бути вирішене за рахунок застосування матричних польових і щілинних L -катодів [16], які дозволяють отримати рівномірну за площею та стабільну в часі електронну емісію з високою щільністю струму при відносно невисоких напруженостях електричного поля.

Для перевірки можливості збудження об'ємних хвиль при русі ЕП уздовж періодичної МДС використовувалася автоматизована система вимірювання параметрів резонансних приладів типу ГДВ, яка описана в [17]. Модифікована частина цієї системи із введеною в об'єм ВР періодичної МДС показана на рис. 1.5а, тут же на рис. 1.5б, наведені основні амплітудно-частотні характеристики ГДВ без МДС (пунктир) та ГДВ з МДС (суцільні лінії).

Для реалізації модифікованого макета ГДВ в чотирьохміліметровому діапазоні довжин хвиль при перетині ЕП $5 \times 0.2 \text{ мм}^2$ використовувався малогабаритний напівсферичний ВР, призначений для роботи на TEM_{00q} типах коливань із апертурою дзеркал $D = 55 \text{ мм}$. Обмеження апертури дзеркал вибиралося мінімальним для забезпечення добротності коливань в ВР порядку $Q = 400 - 1000$ та максимальної однорідності магнітного поля в просторі взаємодії ЕП з НВЧ полями ВР. Для виведення енергії з резонансної системи приладу використовувався волноводно-щілинний вузол зв'язку перетином $3.6 \times 0.05 \text{ мм}^2$, розташований у центрі сферичного дзеркала 2 радіусу кривизни $R_{cf} = 110 \text{ мм}$, що забезпечувало збудження резонатора на

основному TEM_{00q} типі коливань, поблизу максимуму добротності для інтервалу відстаней між дзеркалами ВР $H/R_{cf} = 0.7 - 0.8$. У цьому інтервалі значень H підтримувався мінімальний зв'язок резонатора з навантаженням.

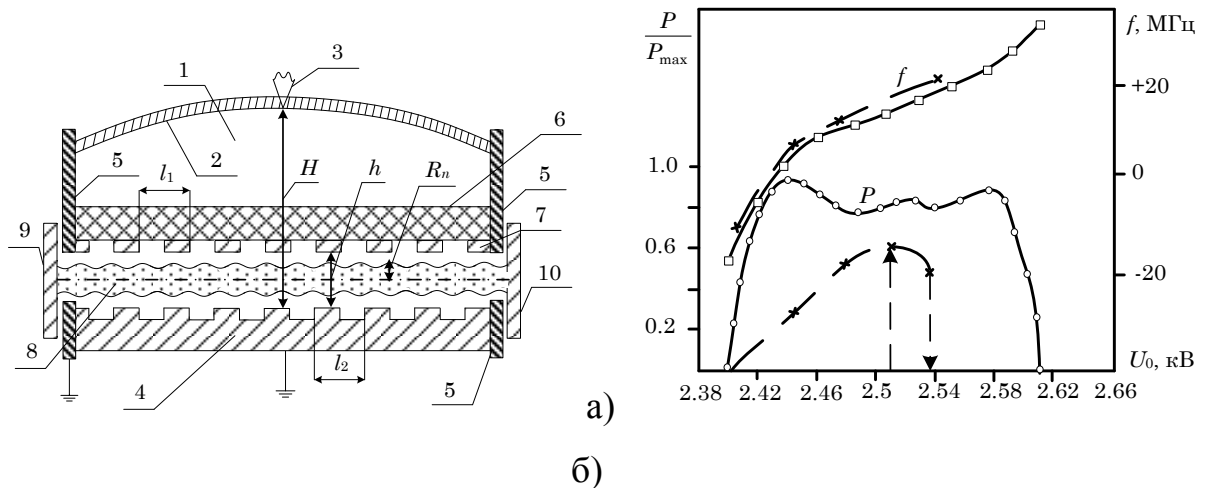


Рисунок 1.5 – Модифікована схема макета ГДВ (а) і його амплітудно-частотні характеристики (б): 1 – відкритий резонатор, 2 – сферичне дзеркало, 3 – хвильоводно-щілинний вивід НВЧ потужності (P), 4 – відбивна дифракційна решітка, 5 – анодні планки із щілинами, 6 – діелектрична призма, 7 – металева стрічкова решітка, 8 – електронний пучок, 9 – катод, 10 – колектор електронів

Макет ГДВ без МДС був реалізований на базі напівсферичного ОР із нанесенням на плоске дзеркало металевої ДР при періоді $l_2 = 0.4$ мм, ширині решітки 10 мм та перерізі ЕП 5×0.2 мм², який формувався діодної гарматою з L -катодом непрямого підігріву. Прилад досліджувався при різних відстанях H між дзеркалами ВР $H/R_{cf} = 0.19 - 0.8$ в інтервалі значень прискорюючих напруг $U_0 = 1.6 - 3.2$ кВ і різних значень відношення робочого струму ЕП I до пускового струму I_n . В результаті досліджень ГДВ описаної вище геометрії були визначені наступні основні параметри: діапазон комбінованої f_k перебудови частоти (електронна спільно з механічною) – $f_k = 60 \div 80$ ГГц; максимальна вихідна потужність P_0 при

$U_0 = 2 - 2.5$ кВ для TEM_{00q} типу коливань в залежності від I/I_n становила величину $P_0 = 1 - 5$ Вт при значеннях $I_n = 36 - 40$ мА и $I \approx 120$ мА.

В [18] шляхом експериментального моделювання ЕП поверхневою хвилею діелектричного хвилеводу показана практична можливість збільшення смуги пропускання багатозв'язної електродинамічної системи на базі ВР з МДС. Встановлено, що така система має якісно нові електродинамічні властивості в порівнянні з ВР без МДС: шляхом зміни товщини діелектрика і значень проникності ε можлива реалізація режимів збільшення амплітуди коливань їх добротності, селекції коливань. Виявлені властивості такої системи знайшли пояснення в рамках фізичної моделі дифракційно-черенковського випромінювання на періодичній металодіелектричній структурі [5]. Для перевірки вищеписаних властивостей ВР з МДС при збудженні її ЕП використовувалася прямокутна діелектрична призма, виготовлена з полікору ($\varepsilon = 10$). На його бічну поверхню методом фотолітографії наносилася стрічкова ДР.

При цьому періоди ДР l і товщина діелектрика Δ по нормалі до осі ЕП визначаються умовами максимальної інтенсивності дифракційного випромінювання під кутом $\gamma = 90^\circ$ і максимальної щільності енергії черенковського випромінювання в діелектрик: $l = |n|\lambda\beta_e$, $\Delta = \lambda\beta_e(\kappa + \varphi_0/\pi)/2\theta_0$, де $n = -1$ для основної просторової гармоніки ДВ $\sqrt{\varepsilon\beta_e - 1}$, φ_0 – початкова фаза коливань в резонаторі, $\theta_0 = \sqrt{\varepsilon\beta_e - 1}$.

При цьому період l та коефіцієнт заповнення стрічкової ДР u , обрані таким чином, що решітка має незначний вплив на щільність енергії черенковського випромінювання та є напівпрозорою для ДВ [12]. Ширина області оптимальних значень $u = 0.3 - 0.5$ включає оптимальне значення коефіцієнта заповнення решіток при збудженні ДВ в базовому ГДВ, де $d/l \approx 0.6$ [18]. Тому для забезпечення ефективних умов збудження коливань у даному приладі періоди решіток вибираються приблизно рівними $l_1 = l_2 \approx 0.4$ мм.

Поверхня МДС із стрічковою решіткою 7 розташована відносно поверхні відбивної ДР на відстані $h \leq 2R_n$, де R_n – радіус пульсації ЕП 8 під час руху в фокусуєчому магнітному полі, величина індукції якого $B \approx 0.4$ Тл.

У процесі експериментальних досліджень описаного вище приладу на макеті [17] встановлено, що при введенні в ВР генератора періодичної МДС з описаними вище параметрами збільшується область простору взаємодії резонансного поля ВР з поверхневою хвилею подвійної періодичної структури металева ДР – періодична МДС. Основні результати таких досліджень наведені на рис. 1.5б. Пунктирними лініями показана зона генерації ГДВ без МДС, суцільними лініями показана зміна вихідної потужності P і електронної перебудови частоти f в інтервалі значень прискорювальної напруги U_0 , що відповідає синхронізму швидкості електронів з полем ВР. Наведену на рис. 1.5а схему можна розглядати як систему з двох зв'язаних резонаторів: діелектричного – низькодобротного n_f відкритого – високдобротного. При цьому зв'язок резонаторів здійснюється шляхом перетворення хвилі струму просторового заряду ЕП в об'ємні хвилі на гармоніках з індексами $n = 0, -1$, що корелює з проведеним теоретичним аналізом.

1.4 Експериментальний стенд для вимірювання характеристик електровакуумних приладів НВЧ з відкритими резонансними структурами

На сьогодні прилади з відкритими резонансними структурами типу оротрон-ГДВ є перспективними для застосування їх в пристроях міліметрового і субміліметрового діапазонів довжин хвиль [19, 20]. Тому питання модифікації таких приладів з метою розширення їх функціональних можливостей і поліпшення вихідних параметрів є актуальними [21]. Побудовані як лінійна, так і основи нелінійної теорії, а також експериментально доведено їх позитивні якості в ГГц і ТГц діапазонах хвиль [19-21]. Однак приближеність даних теорій та епізодичність в

проведенні експериментів не дозволяють отримати повне уявлення про фізику процесів в таких приладах.

У даному підрозділі описана універсальна експериментальна установка, в яку введені МДС та мікропроцесорна система, що дозволяє контролювати різні режими збудження електромагнітних коливань міліметрового діапазону хвиль в ГДВ: рівень випромінюваної потужності НВЧ; зміну частоти і спектра випромінювання в зоні електронної перебудови генератора; нелінійні процеси типу гістерезисних явищ; струмові характеристики приладу в області взаємодії ЕП із НВЧ полями.

Комплексний експериментальний стенд для визначення електродинамічних характеристик пристроїв типу оротрон - ГДВ складається з двох основних блоків (рис. 1.6): магнітно-вакуумної системи – рис.1.6а та аналізатора дифракційного випромінювання (АДВ) – рис. 1.6б. До складу блоку рис. 1.6а входять: макет ГДВ – 1 (схематичну побудову показано на рис. 1.6б), система електромагнітів – 2, юстувальний пристрій – 3, вакуумна система – 4, блоки живлення, система реєстрації напруг і струмів на фокусуючих електродах, стандартний хвилеводно-вимірювальний тракт міліметрового діапазону хвиль для реєстрації рівня випромінювання на виході приладу і мікропроцесорна система збору та обробки інформації – 5.

Загальний вигляд макету ГДВ 1, з розташуванням його відносно електромагніту 2, наведено на рис 1.6б. Основними його вузлами є: корпус 6, вузол гармати 7, вузол реєстрації випромінювання 8. У середині корпусу знаходиться циліндрична порожнина для розміщення конструкцій вузла гармати і вузла реєстрації випромінювання, що зібрані на приєднувальних фланцях. На задній стінці бічної поверхні корпусу є патрубок з приєднувальним фланцем для підключення вакуумної системи 4. На передній стінці бічної поверхні корпусу розташоване вікно, що служить для візуальних спостережень і фотореєстрації сліду світіння електронного пучка в області його руху вздовж електродинамічної системи.

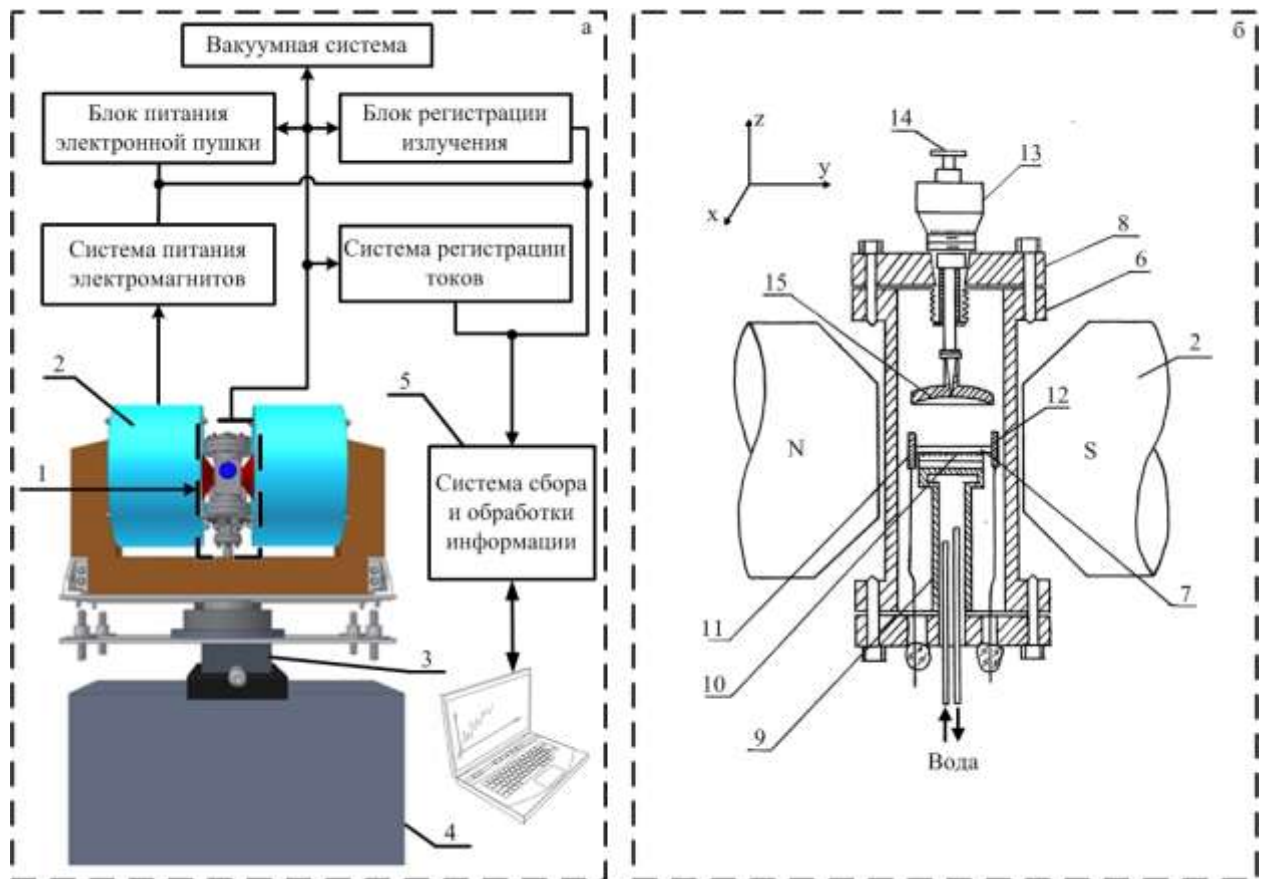


Рисунок 1.6 – Комплексний експериментальний стенд для визначення електродинамічних характеристик генераторів НВЧ типу оротрон-ГДВ: а – магнітно - вакуумна система, б – аналізатор дифракційного випромінювання.

На фланці вузла гармати розміщені: п'єдестал 9 з внутрішньою порожниною для водяного охолодження; нижнє плоске дзеркало електродинамічної системи з заданим типом ДР 10, розташованої уздовж осі; електронна гармата 11 і колектор електронів 12.

Вузол реєстрації випромінювання має наступні елементи: мікрометричний гвинт 13 з вакуумним сильфоном, хвилеводний вивід енергії випромінювання 14 з приєднувальним фланцем та верхнє сферичне дзеркало 15 с хвилеводно-щілинним переходом.

Всі елементи і вузли ГДВ виконані з немагнітних матеріалів і з'єднані між собою через металеві вакуумні ущільнення, що дозволяє отримати в досліджуваній системі ступінь вакууму $10^{-5} - 10^{-6}$ Па, якої достатньо для реалізації задач з досліджуваної системи.

З метою автоматизації процесу збору інформації і зниження кількості помилок при проведенні вимірювань в експериментальну установку введена мікропроцесорна система збору та обробки інформації 5.

Представлена конструкція ГДВ дозволяє досліджувати різні модифікації електродинамічних систем приладів дифракційної електроніки при збудженні їх ЕП. Це досягається шляхом заміни як основних структурних елементів, так і введенням додаткових елементів – наприклад, періодичної МДС.

Для реалізації модифікованого макета ГДВ в чотирьохміліметровому діапазоні довжин хвиль при перетині ЕП $5 \times 0.2 \text{ мм}^2$ використовувався малогабаритний напівсферичний ВР, призначений для роботи на TEM_{00q} типах коливань з апертурою дзеркал $D = 55 \text{ мм}$. Обмеження апертури дзеркал обиралося мінімальним для забезпечення добротності коливань в ВР порядку $Q = 400 \div 1000$ та максимальної однорідності магнітного поля в просторі взаємодії ЕП із НВЧ полями ВР. Для виведення енергії з резонансної системи приладу використовувався волноводно-щілинний вузол зв'язку перетином $0.05 \times 3.5 \text{ мм}^2$, розташований в центрі сферичного дзеркала 15 радіусу кривизни $R_{cf} = 110 \text{ мм}$, що забезпечувало збудження резонатора на основному TEM_{00q} типі коливань, поблизу максимуму добротності для інтервалу відстаней між дзеркалами ВР $H/R_{cf} = 0.7 \div 0.8$. У цьому інтервалі значень H підтримувався мінімальний зв'язок резонатора з навантаженням. Зі зменшенням відстані між дзеркалами $H/R_{cf} = 0.19 \div 0.23$ в резонаторі збільшувалася ймовірність появи вищих типів коливань, які могли конкурувати з основним і приводити до явищ типу контурного гістерезису [22].

Макет ГДВ без МДС був реалізований на базі напівсферичного ВР із нанесенням на плоске дзеркало металеві ДР шириною 10 мм і періодом $l_l = 0.4 \text{ мм}$. ЕП перерізом $5 \times 0.2 \text{ мм}^2$ формувалася діодною гарматою з L -катодом непрямого підігріву. Прилад тестувався при різних відстанях між дзеркалами ВР $H/R_{cf} = 0.19 \div 0.8$ в інтервалі значень прискорюючих напруг

$U_0 = 1.6 \div 3.2$ кВ та різних значеннях відношення робочого струму ЕП I до пускового струму I_n . В результаті досліджень описаної вище геометрії ГДВ були визначені наступні основні параметри: діапазон комбінованої f_k перебудови частоти (електронна спільно з механічною) – $f_k = 60 \div 80$ ГГц; максимальна вихідна потужність P_0 при $U_0 = 2 \div 2.5$ кВ для ТЕМ_{00q} типу коливань в залежності від I/I_n становила величину $P_0 = 1 \div 5$ Вт при значеннях $I_n = 36 - 40$ мА та $I \approx 120$ мА.

Основним недоліком описаного вище ГДВ без МДС є дискретний спектр коливань, що збуджуються зі зміною прискорюючої напруги. Це зумовлено обмеженою пропускною здатністю ВР для заданого типу коливання і параметра розсинхронізму ЕП з НВЧ полем.

Разом з тим в [23] шляхом експериментального моделювання ЕП поверхневою хвилею діелектричного хвилеводу показана практична можливість збільшення смуги пропускання багатозв'язної електродинамічної системи на базі ВР з МДС. Встановлено, що така система має якісно нові електродинамічні властивості у порівнянні з ВР без МДС: шляхом зміни товщини діелектрика і значень проникності ε можлива реалізація режимів збільшення амплітуди коливань, їх добротності, селекції коливань. Виявлені властивості такої системи знайшли пояснення в рамках фізичної моделі дифракційно-черенковського випромінювання [24] на періодичній металодіелектричній структурі.

1.5 Модифікація відкритого резонатора ГДВ і результати тестових досліджень

Для розширення функціональних можливостей і діапазону електронної перебудови частоти приладу в об'єм ВР (рис. 1.5б) введена періодична МДС (рис. 1.7).

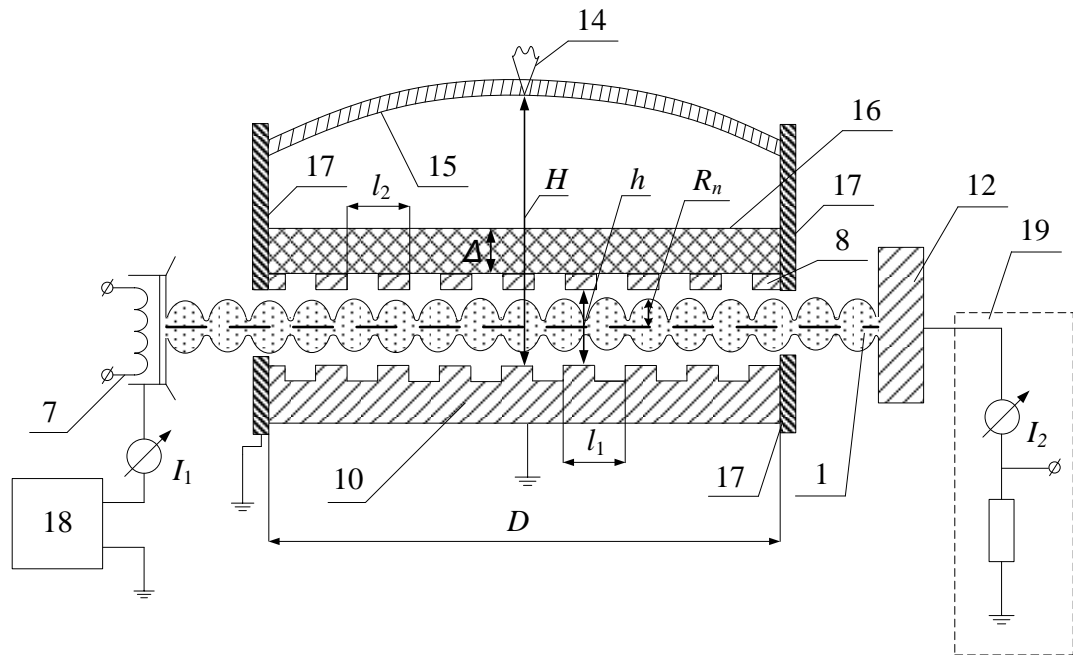


Рисунок 1.7 – Схема включення МДС в відкритий резонатор ГДВ

Вона розташована між дзеркалами ВР та виконана у вигляді діелектричного резонатора з нанесеною на його бічну поверхню стрічкової ДР.

При цьому періоди ДР l та товщина діелектрика Δ по нормалі до осі ЕП визначаються умовами максимальної інтенсивності дифракційного випромінювання під кутом $\gamma = 90^\circ$ та максимальної щільності енергії черенковського випромінювання в діелектрик:

$$l = |n| \lambda \beta_e, \Delta = \frac{\lambda \beta_e}{2\theta_0} (k + \varphi_0/\pi),$$

де $n = -1$ для основної просторової гармоніки ДВ, λ – довжина хвилі випромінювання, $\beta_e = v_e/c$, v_e – швидкість електронів, c – швидкість світла, $\theta_0 = \sqrt{\varepsilon \beta_e^2 - 1}$, $\theta = \sqrt{1 - \beta_e^2}$, φ_0 – початкова фаза коливань в резонаторі.

Період l і коефіцієнт заповнення стрічкової ДР $U = \cos(\pi d/l)$, (d – ширина стрічок решітки) обрані таким чином, що решітка має незначний вплив на щільність енергії черенковського випромінювання і є напівпрозорою для ДВ [25]. Ширина області оптимальних значень $U = 0.3 \div 0.5$ включає оптимальне

значення коефіцієнта заповнення решіток при збудженні ДВ в базовому ГДВ, де $d/l \approx 0.6$. Тому для забезпечення ефективних умов збудження коливань в даному приладі періоди решіток вибираються приблизно рівними $l_1 = l_2 \approx 0.4$ мм.

Основні ідеологічні аспекти побудови НВЧ приладів із МДС приведені в [24] та реалізовані в даній роботі на базі макета ГДВ.

Загальна схема побудови макета ГДВ із МДС аналогічна представлений на рис. 1.6б. Крім того в неї введені додаткові елементи, що зображено на рис. 1.7. Періодична МДС 16, виконана у вигляді діелектричного прямокутного резонатора, в нашому випадку, матеріал полікор ($\epsilon = 9.7$), на його бічній поверхні розташовані металеві бруси з заданим періодом l_2 ; 17 – анодні планки для кріплення МДС 16 в одному блоці з металеві періодичною структурою 10. При цьому МДС 16 розташована щодо металеві решітки 10 на відстані $h \leq 2 R_n$, где R_n – радіус пульсацій електронного потоку 1 при русі в магнітному фокусуєчому полі B . В електронній оптиці [26] радіус пульсацій описується співвідношенням $R_n = \sqrt{\frac{m}{e}} \frac{\sqrt{U}}{B} \operatorname{tg} \gamma_0$, де m, e – відповідно маса і заряд електрона; U_0 – прискорювальна напруга; B – індукція магнітного поля, яка в робочому зазорі електромагніту становила величину порядку 0.4 Тл; γ_0 – кут вльоту електронів в магнітне поле на виході з анода 17. Виконання даного співвідношення дозволяє забезпечити максимальне струмопроходження електронів в прольотному металодіелектричному каналі (МДК) і визначити ступінь впливу поляризаційних явищ, що виникають при русі електронів в МДК.

Токи на вході в МДК і на виході з простору взаємодії реєструвалися індикаторами 18, 19 і передавалися в систему збору та обробки інформації 5 (рис. 1.5а). Також в 5 реєструвалися прискорювальна напруга, вихідна потужність ГДВ та діапазон електронної перебудови частоти в межах зони генерації при фіксованих значеннях відстаней H між дзеркалами ВР.

Коротко зупинимося на результатах основних тестових досліджень макета ГДВ без МДС і порівняємо отримані характеристики з макетом з МДС (рис. 1.7). У процесі експериментальних досліджень описаної вище електродинамічної системи ГДВ було встановлено, що характерною особливістю одночастотних коливань в зоні електронної перебудови ГДВ є асиметрія енергетичних і частотних характеристик щодо точки максимальної потужності P_0 . При цьому для більшості коливань в довгохвильовій області зони генерації спостерігається плавне наростання потужності зі збільшенням U_0 (м'який режим збудження генератора), а в короткохвильовій – різкий зрив коливань (жорсткий режим генерації), де зазвичай проявляються гістерезисні явища [27]. Асиметрія зон генерації і наявність електронного гістерезису обумовлені зменшенням середньої швидкості електронів в процесі взаємодії їх з полем ВР, основна частина якого при напівсферичній геометрії зосереджена в центральній області плоского дзеркала з ДР.

При введенні в ВР генератора періодичної МДС з описаними вище параметрами збільшується область простору взаємодії резонансного поля ВР з поверхневою хвилею подвійної періодичної структури металева ДР – періодична МДС. Основні результати таких досліджень наведені на рис. 1.8 у вигляді вольтамперних (а) і енергетичних (б) характеристик генератора НВЧ типу оротрон – ГДВ.

З графіків на рис. 1.8а видно, що поляризація діелектрика в МДК призводить до зниження робочого струму приладу, що вимагає його додаткового коректування шляхом збільшення струму розжарення I_n на спіралі підігрівача електронної гармати. Робочий струм приладу в даній системі відповідав значенням $I = 2I_n \approx 70$ мА, що дало змогу дослідити його основні характеристики і встановити можливість збільшення діапазону електронної перебудови частоти в 1.5 рази при рівні вихідної потужності $P_{max} = P_0 \approx 3$ Вт.

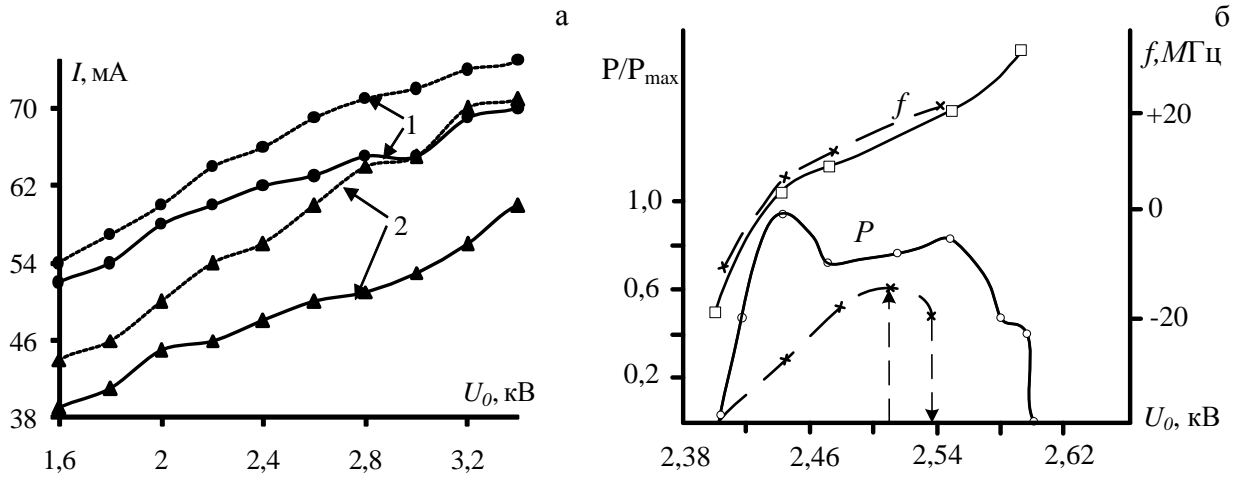


Рисунок 1.8 – Вольт-амперні (а) і енергетичні (б) характеристики генератора НВЧ типу оротрон – ГДВ: пунктир – генератор без МДС, суцільні лінії – генератор з МДС; 1 – $I_H = 8.6 \text{ A}$, 2 – $I_H = 5.6 \text{ A}$.

2 ПАРАМЕТРИЧНО-РЕЗОНАНСНІ ВЗАЄМОДІЇ В ПЛАЗМОВО-ПУЧКОВИХ СУПЕРГЕТЕРОДИННИХ ЛАЗЕРАХ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ З ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ

2.1 Ефект супергетеродинного підсилення

Відомо, що супергетеродинні лазери на вільних електронах відносяться до класу пристроїв, які здатні генерувати або посилювати потужне когерентне електромагнітне випромінювання в короткохвильовому діапазоні довжин хвиль. супергетеродинні ЛВЕ [6-8] в порівнянні з традиційними параметричними ЛВЕ [6-9] характеризуються великими коефіцієнтами посилення електромагнітного випромінювання при однакових значеннях амплітуди поля накачки, інтенсивності пучка і т.п.

Поняття ефекту супергетеродинного підсилення електромагнітних хвиль було сформульовано в праці [28]. Тут розглядалася задача трьох-хвильової взаємодії хвиль одного типу між сигналом, накачкою і холостою хвилею в нелінійній активному середовищі. Частоти хвиль сигналу ω_1 і накачки ω_2 вибиралися близькими один до одної, але набагато більшими, ніж частота холостої хвилі $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2 \ll \omega_1, \omega_2$. Відомо, що механізмів посилення в високочастотній області немає. Однак, за допомогою нелінійного зв'язку між взаємодіючими хвилями, існує можливість перенесення посилення з низькочастотної холостої хвилі на високочастотну хвилю сигналу. Тому, параметри середовища взаємодії вибиралися таким чином, щоб частота холостої хвилі ω_3 попадала в полосу посилення, в якій вона посилювалася за рахунок додаткового механізму. Таким чином, за допомогою ефекту супергетеродинного підсилення, вперше стало можливо перенесення посилення вгору по частоті, а саме, з низькочастотної області в високочастотну.

Подібна ідея була сформульована для лазерів на вільних електронах в праці [29]. Основною особливістю цієї ідеї є те, що частоти хвилі сигналу і

холостої хвилі бралися приблизно рівними $\omega_1 / \omega_3 \approx 1$, типи хвиль при цьому були принципово різними. Тому, принцип перенесення енергії з низькочастотного діапазону на високочастотний, тут не реалізується. Однак, в цьому випадку має місце перекачування енергії з електронної хвилі в електромагнітну хвилю. В цьому і полягає основна відмінність даної ідеї [29] від запропонованої в праці [28].

Відомо, що в релятивістській плазмовій надвисокочастотній електроніці використовується посилення електронних (поздовжніх) хвиль за рахунок різних типів нестійкостей (плазмово-пучкової, двопотокової і т.д.). Однак при використанні таких механізмів посилення виникають труднощі при трансформації енергії електронної хвилі в енергію електромагнітної хвилі. Для вирішення даної проблеми в праці [29] було запропоновано використання ефекту супергетеродинного підсилення, в якому поєднувався принцип посилення поздовжніх хвиль з традиційним для ЛВЕ параметричним резонансом. Перекачування енергії від поздовжніх хвиль до поперечних, здійснюється за рахунок параметрично-резонансної взаємодії між хвилями сигналу, накачки і хвилею просторового заряду. Таким чином, виходить якісно новий тип посилення.

Відомо, що коефіцієнт посилення в супергетеродинних лазерах на вільних електронах в режимі сильної накачки має такий вигляд [14–15]:

$$K_c = \alpha_2 e^{\alpha_1 L} - \alpha_1 e^{\alpha_2 L} / \alpha_2 - \alpha_1, \quad (2.1)$$

де $\alpha_{1,2} = \Gamma/2 \pm (\Gamma^2/4 + \alpha_p^2)^{1/2}$ — інкремент наростання системи, L — довжина області взаємодії хвиль, Γ — інкремент наростання додаткового механізму посилення, α_p — інкремент наростання параметричної нестійкості. Як впливає з виразу (2.1) при відсутності додаткового механізму посилення $\Gamma = 0$, посилення хвиль в системі здійснюється за рахунок параметричної

нестійкості з інкрементом α_p , що відповідає параметричним ЛВЕ. З огляду на умову $4\alpha_p^2 \ll \Gamma^2$ в (2.1), які представляють практичний інтерес, отримаємо коефіцієнт посилення системи в більш простому вигляді:

$$K_c \cong 1 + \alpha_p^2 \cdot \exp(\Gamma \cdot L) / \Gamma^2. \quad (2.2)$$

Співвідношення (2.2) демонструє, що хвиля сигналу в супергетеродинних ЛВЕ наростає експонентно за рахунок інкремента додаткової нестійкості Γ . Однак, з цього виразу також випливає, що оскільки інкремент параметричної нестійкості також визначає загальний коефіцієнт посилення, то він не повинен бути надто малим. Для ілюстрації ефективності такого типу посилення розглянемо чисельні оцінки. При $\Gamma \sim 0,15 \text{ см}^{-1}$, $\alpha_p \sim 0,01 \text{ см}^{-1}$, $L \sim 100 \text{ см}$ отримуємо $K_c \sim 1,5 \cdot 10^4$, за відсутності додаткового механізму посилення ($\Gamma = 0$) коефіцієнт посилення системи знаходимо зі співвідношення (2.1), який дорівнює $K_c \sim 1,5$. Отже, використання принципу супергетеродинного підсилення в лазерах на вільних електронах дозволяє збільшити коефіцієнт посилення електромагнітної хвилі сигналу на чотири порядки.

Лазери на вільних електронах, які засновані на ефекті супергетеродинного підсилення називають супергетеродинними ЛВЕ. Залежно від застосування типу додаткового посилення (плазмово-пучкова, двопотокова нестійкості) розрізняють плазмово-пучковий, двопотоковий і т.д. супергетеродинні ЛВЕ. Завдяки високим підсилувальним характеристикам в короткохвильовому діапазоні довжин хвиль, даний тип приладів сильнострумової електроніки досліджується в багатьох працях [6-9, 30-38]. У цих працях аналізувався вплив поздовжнього магнітного поля, різних типів накачок, власних електричних і магнітних полів і т.п. на ефективність роботи СЛВЕ.

З аналізу літератури з'ясовано, що супергетеродинні ЛВЕ характеризуються на порядок більшими значеннями інкремента наростання

хвиль в порівнянні з традиційними параметричними ЛСЕ при еквівалентних параметрах систем. Отже, такі прилади можуть використовувати накачку з меншими амплітудами електромагнітних полів. Це в свою чергу дозволяє отримувати в СЛВЕ еквівалентне з параметричними ЛВЕ посилення когерентних електромагнітних хвиль при менших габаритах системи. Саме тому дослідження супергетеродинних лазерів на вільних електронах є задачею важливою і актуальною.

2.2 Плазмово-пучкові супергетеродинні лазери на вільних електронах

В результаті стрімкого розвитку прискорювальної техніки стало можливо формувати сильнострумові релятивістські електронні пучки, струми яких значно перевищують граничний вакуумний струм. Застосування цих пучків в плазмовій НВЧ електроніці дозволило вирішити деякі проблеми, наведені вище. Так як швидкість пучка приблизно дорівнює швидкості світла у вакуумі, то зникає необхідність в уповільненні електромагнітної хвилі (випромінювання). Таким чином, електромагнітна хвиля з високою фазовою швидкістю, може легко бути виведена з плазми. А завдяки тому, що плазма здатна нейтралізувати ефекти просторового заряду пучка, стало можливо використовувати струми, які перевищують граничний вакуумний струм, а це в свою чергу призводить до збільшення потужності випромінювання. Все це послужило до створення нового типу пристроїв короткохвильового діапазону довжин хвиль, які отримали назву плазмових релятивістських генераторів. Відзначимо, що плазмово-пучкова нестійкість [39-40] володіє рекордно великими значеннями інкремента наростання поздовжніх хвиль. Саме тому, на її основі будуються потужні генератори і підсилювачі електромагнітного випромінювання в короткохвильовому діапазоні довжин хвиль [41-43]. Цей клас приладів має ряд переваг в порівнянні з вакуумними СВЧ генераторами. Основними перевагами плазмових СВЧ генераторів, є швидка перебудова частоти випромінювання (за час 30 мкс) за рахунок зміни щільності плазми і велика пропускна здатність (20...30%). Також, плазмові СВЧ генератори

використовують РЕП працюють в імпульсному режимі, з тривалістю імпульсу близько 100 нс. За рахунок цього такі прилади позбавлені ряду проблем, які пов'язані з розвитком низькочастотних нестійкостей плазми. Тому плазмові релятивістські підсилювачі або генератори в даний час становлять великий інтерес для вирішення ряду прикладних задач.

Однак, не дивлячись на високі можливості посилення і інші переваги, в плазмових релятивістських генераторах існує проблема перетворення енергії поздовжніх плазмових коливань в енергію поперечних електромагнітних хвиль. Як писалося в попередньому підрозділі, для вирішення даної проблеми було запропоновано новий тип посилення електромагнітних хвиль [29], який об'єднує додатковий механізм посилення (плазмово-пучкова, двопотокова, циклотронна нестійкості і т.д.) і трьох хвильовій параметричний резонанс (комбінаційний резонанс). Таким чином, системи засновані на такому типі посилення мають переваги плазмових релятивістських генераторів, але при цьому позбавлені їх деяких недоліків. До таких приладів відносяться супергетеродинні лазери на вільних електронах. Залежно від типу нестійкості, яку вони використовують, розрізняють плазмово-пучковий супергетеродинний лазер на вільних електронах [29], двопотоковий супергетеродинний лазер на вільних електронах и т.п. Порівняльний аналіз плазмово-пучкових СЛВЕ і двопотокових СЛВЕ, показав, що при однакових параметрах систем, плазмово-пучкові СЛВЕ мають на порядок більші значення інкрементів наростання хвиль. У роботі досліджуються плазмово-пучкові СЛВЕ.

Також в залежності від типу накачки розрізняють два типу плазмово-пучкових супергетеродинних ЛВЕ. Плазмово-пучкові СЛВЕ, що використовують накачку у вигляді потужної низькочастотної циркулярно-поляризованої електромагнітної хвилі, називають доплертронном [9]. Накачування у вигляді періодичного реверсивно магнітного поля використовують Н-убітронні плазмово-пучкові СЛВЕ [6]. У праці [] були побудовані кубічно-нелінійні теорії плазмово-пучкових СЛСЕ з

прямолінійними РЕП доплертронного і Н-убітронного типів. Для даного типа приладів були отримані кубічно-нелінійні системи диференціальних рівнянь комплексних амплітуд полів взаємодіючих хвиль з урахуванням численних параметричних взаємодій. Отримані інкременти наростання в цих системах, характеризуються виключно великими значеннями в порівнянні з параметричними ЛВЕ. З'ясовано, що напрямок обертання вектора напруженості електричного поля хвилі сигналу і вектора напруженості електричного поля хвилі накачування (або вектора індукції магнітного поля) повинні збігатися, в іншому випадку параметричного зв'язку між хвилями сигналу, накачування і ВПЗ не буде [11]. Також досліджені для цих систем механізми насичення і вплив вищих гармонік ВПЗ на динаміку хвиль системи. Показано, що плазмово-пучкові СЛВЕ з прямолінійними РЕП можуть формувати досить потужний електромагнітний сигнал в короткохвильовому діапазоні довжин хвиль.

У праці [44] досліджувався параметричний ЛВЕ доплертронного типу з прямолінійним РЕП. Тут було з'ясовано, що незвичайна електромагнітна хвиля сигналу може поширюватися в двох напрямках системи, як назустріч, так і вздовж поширення релятивістського електронного пучка (хвильовий вектор сигнальної хвилі може приймати як додатне, так і від'ємне значення). У праці [45] в плазмово-пучковому СЛВЕ з прямолінійним РЕП доплертронного типу досліджувався тільки один режим, в якому звичайна електромагнітна хвиля сигналу поширюється на зустріч електронному пучку. З урахуванням результатів отриманих в праці [44] можна зробити висновок про те, що в цьому пристрої можуть реалізовуватися і інші режими взаємодії хвиль сигналу, накачки і ВПЗ. Тому виникає задача визначення оптимальних режимів роботи плазмово-пучкового СЛВЕ доплертронного типу з гвинтовим РЕП.

Аналіз літературних джерел також показав, що поліпшити коефіцієнт посилення в плазмово-пучкових системах з поздовжнім магнітним полем, можна завдяки використанню гвинтових релятивістських електронних пучків

[28, 35-36, 46-50]. Під гвинтовим пучком тут розуміється релятивістський електронний пучок, який інжектується в плазму під кутом до зовнішнього фокусуєчого магнітного поля. До даної роботи ефективність застосування гвинтових релятивістських електронних пучків в плазово-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах Н-убітронного і доплертонного типів досліджена була. Таким чином, стає доцільно проаналізувати вплив гвинтових РЕП на динаміку хвиль в плазово-пучкових системах із зовнішнім поздовжнім магнітним полем, так як збільшення потужності приладів міліметрового та субміліметрового діапазону довжин хвиль, завдання важливе та актуальне.

Як говорилося раніше, зараз інтенсивно досліджуються підсилювачі і генератори когерентного електромагнітного випромінювання в короткохвильовому діапазоні довжин хвиль, які засновані на пучкових нестійкостях [48-49]. Відзначимо, що однією з особливостей таких пристроїв, є генерація вищих гармонік хвиль. Це пов'язано з тим, що пучкові нестійкості характеризуються лінійним законом дисперсії і тому між вищими гармоніками таких хвиль здійснюються численні параметричні взаємодії. З'ясовано, що такі взаємодії якісно впливають на динаміку хвиль в плазово-пучкових супергетеродинних ЛВЕ з прямолінійними пучками [11]. Отже, можна припустити, що і в плазово-пучкових СЛВЕ з гвинтовими РЕП також матиме місце генерація вищих гармонік хвилі просторового заряду. Тому в дисертаційній роботі виникає необхідність дослідження особливостей мультігармонічних взаємодій хвиль в плазово-пучкових СЛВЕ з гвинтовими РЕП.

2.3 Особливості резонансних взаємодій в плазмово-пучкових системах з гвинтовими електронними пучками та основні теоретичні підходи в теорії сильнострумових ЛВЕ

Можливість використання електронних пучків, що обертаються в подовжньому магнітному полі для отримання когерентного електромагнітного випромінювання, вперше була теоретично показана, незалежно один від одного А.В. Гапоновим-Греховим і Дж. Шнайдером. Підхід, який використовувався першим автором, був класичним, а другим автором — квантово-механічним. В один час з теоретичними працями, були отримані і експериментальні результати, що підтверджують можливість ефективної взаємодії гвинтових електронних пучків з електромагнітними хвилями. Особливістю таких взаємодій є необхідність врахування релятивістських ефектів, тому що ці ефекти призводять до нового типу групування електронів. Внаслідок того, що частота обертання електронів в подовжньому магнітному полі залежить від їх швидкості руху, виникає просторове групування електронів [51].

Після теоретичного опису та експериментального підтвердження можливості отримання індукованого випромінювання при взаємодії гвинтових електронних пучків з високочастотними електромагнітними полями, гвинтові пучки почали активно використовуватися в СВЧ електроніці. Підсилювачі або генератори, в яких під дією однорідних полів електрони здійснюють періодичні гвинтові коливання, є найбільш ефективними для отримання високих потужностей в міліметровому і субміліметровому діапазонах довжин хвиль. Гвинтові пучки використовуються в Мазер на циклотронному резонансі (МЦР), гіро-ЛБХ, гіро ЛОВ, лазерах на вільних електронах і т.д. [52-55]. Серед різновидів МЦР потрібно виділити гіротрони, яким вдалося отримати вихідну потужність 210 кВт з тривалістю імпульсу 40 мкс на частотах до 670 ГГц [55-56]. Однак

зазначимо, що в даному класі приладів зі збільшенням частоти електромагнітної хвилі сигналу потужність істотно зменшується.

Як відомо, для збільшення потужності в надвисокочастотній електроніці використовують електронні пучки з високими значеннями струмів. Вакуумні підсилювачі і генератори електромагнітного випромінювання не можуть використовувати пучки з струмами, що перевищують значення граничного вакуумного струму [40]. Для того щоб використовувати сильноструменеві пучки, необхідне середовище яке здатне компенсувати просторовий заряд пучка. В якості такого середовища використовуються плазмово-пучкові системи [57-58] з досить щільної плазмою ($n_b \ll n_p$, n_b — концентрація пучка; n_p — концентрація плазми). Відзначимо, що в багатьох плазмово-пучкових системах плазму утримують за допомогою фокусуючих поздовжніх магнітних полів, завдяки цьому в таких системах стає можливим використовувати сильноструменеві гвинтові електронні пучки.

Розвиток техніки формування сильнострумових релятивістських електронних пучків, а також можливість трансформації енергії електронних хвиль в енергію електромагнітного випромінювання сприяло появі нового класу приладів, які здатні генерувати і підсилювати потужне когерентне електромагнітне випромінювання в короткохвильовому діапазоні довжин хвиль - супергетеродинних лазерів на вільних електронах [6-8, 29, 32-33]. У супергетеродинних ЛВЕ, як писалося раніше, використовуються плазмово-пучкові системи, тому що в даному типі приладів основне посилення електромагнітного сигналу досягається за рахунок пучкових нестійкостей, які в свою чергу порушуються в плазмоподібних системах.

Ідея використання двопотокової нестійкості в ЛВЕ з гвинтовими релятивістськими електронними пучками для збільшення ефективності електромагнітного випромінювання вперше була запропонована у праці [59]. Однак, на відміну від супергетеродинних ЛВЕ, в цьому приладі ефект двопотокової нестійкості використовувався для попередньої угруповання електронних пучків, які більш ефективно взаємодіють з електромагнітною

хвилею. Тому даний прилад не можна віднести до класу супергетеродинних ЛВЕ. Перший супергетеродинний ЛВЕ був заснований на ефекті плазмово-пучкової нестійкості, потім був запропонований СЛВЕ, який в якості додаткового механізму посилення використовує двухпотокову нестійкість. До сьогоднішніх днів різними дослідниками досить інтенсивно досліджуються різноманітні конструкції СЛВЕ [8, 32, 42]. Супергетеродинні ЛВЕ з гвинтовими електронними пучками, які працюють в монохроматичному режимі, досить активно досліджуються різними науковими групами [32, 42-43].

В праці [60] розглядалося взаємодія електромагнітних циклотронних хвиль з замагніченою плазмово-пучковою системою, в якій електронний пучок обертається в магнітному полі. Було показано, що така взаємодія може використовуватися в джерелах потужного когерентного електромагнітного випромінювання в короткохвильовому діапазоні. Плазма, хоч і пасивно, відіграє основну роль у такому режимі взаємодії. Аналітично та чисельно було отримано, що електронний ККД може досягати значень понад $\sim 18\%$.

В праці [6159] автором був запропонований двопотоковий мазер на циклотронному резонансі, який працює в мм - субмм діапазонах довжин хвиль. Тут було показано, що в даному приладі робоча частота обернено пропорційна різниці швидкостей пучків і може досягатися при досить низьких енергіях пучків і слабкому фокусуєчому магнітному полі. Встановлено, що до високочастотного групування пучків призводить їх взаємодія з циклотронними хвилями. А для взаємодії двошвидкісних електронних пучків з циклотронними модами, електрони повинні мати спочатку перпендикулярну енергію, так же як в гіротронах, МЦР и т.п.

В працях [10, 28, 62] теоретично досліджувалися допотокові СЛВЕ з гвинтовими електронними пучками. Отримано дисперсійні залежності хвиль в таких приладах [62]. У працях [63] досліджені коефіцієнти посилення електромагнітних хвиль, з'ясовано, що дані СЛВЕ характеризуються виключно високими значеннями інкрементів наростання двопотокової

нестійкості. За допомогою чисельного аналізу було встановлено, що присутність поздовжнього магнітного поля призводить до підвищення темпів зростання хвилі сигналу. Однак, коли індукція магнітного поля перевищує оптимальне значення, ефективність роботи СЛСЕ зменшується, тому що потужне поздовжнє магнітне поле обмежує поперечну швидкість потоку, що в свою чергу призводить до зниження ефективності взаємодії високочастотної хвилі з електронами пучка.

Проаналізовано вплив електромагнітних полів, які збуджуються релятивістським електронними пучками на процеси посилення в СЛВЕ. Для деяких режимів роботи двопотокового СЛВЕ були визначені механізми насичення. Також в лінійному наближенні досліджено вплив теплового розкиду електронів на фізичні процеси двухпотокова СЛВЕ [64].

З огляду літературних джерел з'ясовано, що збільшення потужності приладів міліметрового та субміліметрового діапазону довжин хвиль завдання досить важлива. До цієї роботи ефективність застосування гвинтових електронних пучків в плазмово-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах Н-убітронного і доплертонного типів досліджена була. Таким чином, дослідження впливу релятивістських гвинтових електронних пучків на динаміку хвиль в плазмово-пучкових системах із зовнішнім поздовжнім магнітним полем є завданням важливою і актуальною.

Як відомо, в плазмово-пучкових СЛСЕ збуджується хвиля просторового заряду, яка наростає за рахунок плазмово-пучкової нестійкості. Така нестійкість характеризується виключно високими значеннями інкремента наростання. Відзначимо, що завдяки лінійної дисперсії хвилі ВПЗ, між гармоніками можуть виникати нелінійні резонансні взаємодії, в результаті яких порушуються вищі гармоніки з порівнянними амплітудами. Тому, в супергетеродинних ЛСЕ бере участь в параметричному взаємодії велика кількість гармонік хвилі просторового заряду. У зв'язку з цим супергетеродинні ЛСЕ слід розглядати як релятивістські сільноточние

електронні прилади. Таким чином, для аналізу фізичних процесів в таких приладах необхідно використовувати підходи, які застосовуються в сильнотривовій релятивістській електроніці. Розглянемо основні теоретичні методи, що використовуються в побудові теорій сильноточних ЛСЕ.

Тривалий час квантово-механічні методи в теорії ЛВЕ залишалися єдиними [51]. Потім з'ясувалося, що базові робочі механізми ЛВЕ є класичними і опис основних фізичних явищ в ЛВЕ можливо при використанні класичного підходу. Відзначимо, що в рамках квантової теорії однією з основних труднощів є опис колективних ефектів, які проявляються в пучках з високою щільністю електронів. Тому квантово-механічний опис фізичних процесів в сильнотривових ЛВЕ має обмежену сферу застосування. Для вивчення фізичних процесів в сильнотривових лазерах на вільних електронах найбільш загальними, є підходи засновані на методах теорії плазми [40]. Релятивістський електронний пучок в такому випадку розглядається як потік дрейфуючій плазми.

Теорія сильнотривових лазерів на вільних електронах, при кінетичному описі плазми ґрунтується на самоузгодженому вирішенні кінетичного рівняння і рівнянь Максвелла [52]. Щільність зарядів і струмів визначаються за допомогою функції розподілу. Такий підхід дозволяє послідовно описати фізичні процеси в електронних пучках з малою щільністю, і в інтенсивних пучках, в яких колективні ефекти грають важливу роль. Складність використання методу кінетичного рівняння при чисельному аналізі, а також одержання аналітичних рішень, є основним недоліком даного підходу.

У ряді завдань нехтують зіткненнями між зарядженими частинками, в такому випадку інтеграл зіткнень в кінетичному рівнянні Больцмана стає рівним нулю. Функцію розподілу тут подають як одночасткову функцію розподілу, яка визначає щільність ймовірності знаходження частинки плазми в заданий момент часу і точці фазового простору. Таке завдання зводиться до знаходження самоузгодженого рішення кінетичного рівняння Власова і рівнянь Максвелла в беззіткненній межі [52]. У теорії плазми кінетичне

рівняння зазвичай вирішують за допомогою методу інтегрування за початковими даними [39]. Труднощі цього методу полягають у тому, що рішення задачі руху має бути заданим аналітично у вигляді інтеграла за початковими даними.

Також для плазми без зіткнень застосовують гідродинамічний опис [40]. Такий опис допустимий для так званої холодної плазми, яка поводить себе як потік провідної рідини. Замкнута система рівнянь гідродинаміки складається з рівняння Ейлера і рівняння безперервності для кожного сорту частинок плазми. В рамках даного методу за допомогою квазігідродинамічного рівняння знаходять гідродинамічну швидкість (імпульс) і концентрацію. Щільність струму і заряду визначаються через гідродинамічну швидкість і концентрацію. Рівняння гідродинаміки спільно з рівняннями Максвелла утворюють повну систему рівнянь для опису самоузгодженого руху частинок плазми з збудженням електромагнітними полями. Хоч квазігідродинамічний опис плазми є і менш загальним в порівнянні з кінетичним підходом, але він набагато простіше. Однак не всі процеси в холодній плазмі можна описати за допомогою гідродинаміки.

Серед підходів теорії плазми також застосовується метод квазіблоховських рівнянь [65]. У цьому методі за допомогою кінетичного рівняння записують систему квазіблоховських рівнянь для повільно змінюючихся амплітуд гармонік функції розподілу. Для опису фізичних процесів в досліджуваній системі, необхідно знайти самоузгоджене рішення системи укорочених квазіблоховських рівнянь і укорочених рівнянь для електромагнітних полів. Недоліки цього методу пов'язані зі складністю отримання аналітичних рішень [65].

При побудові теорії сильнострумів ЛВЕ одним з перших «класичних» був метод одночасткових струмів (динаміка одного електрона). Метод одночасткових струмів базується на рівняннях Максвелла і релятивістському рівнянні руху окремо взятого електрона в електромагнітних полях. Щільність струму електронного пучка знаходиться як сукупність струмів, створених

окремими електронами, які мають різні початкові координати і швидкості. В результаті отримуємо самоузгоджену систему рівнянь, в яку входять релятивістське рівняння руху електрона і рівняння для амплітуди поля хвилі сигналу. Далі отримана система пов'язаних рівнянь аналізується чисельними методами. Результати розрахунків, отримані за допомогою методу одночасткових струмів, добре узгоджуються з експериментальними даними. Саме це є основною перевагою даного методу. Однак слід зазначити, що даний метод є дуже складним, і в основному спирається на чисельний аналіз. Аналітичний аналіз сильнострумових ЛВЕ за допомогою методу одночасткових струмів стає досить складним завданням. Внаслідок цього стає неможливим розуміння фізики багатьох процесів, що протікають в досліджуваних сильнострумових пристроях. Крім цього, за допомогою методу одночасткових струмів досить важко аналізувати колективні ефекти, які починають проявлятися при підвищенні щільності пучка [66].

Серед інших методів заснованих на чисельному аналізі слід зазначити метод великих часток. Існує ряд теорій сильнострумових ЛВЕ в яких використовується даний метод [67-68]. Його відмінність від методу одночасткових струмів полягає в тому, що для дослідження системи береться не один окремо взятий електрон, а групи електронів з близькими координатами і швидкостями. Переваги і недоліки цього методу такі ж, як і у методу одночасткових струмів. Даний метод широко застосовують для перевірки результатів отриманих за допомогою інших теоретичних підходів.

У теорії сильнострумових ЛВЕ також широко використовують методи ієрархічного підходу до теорії коливань і хвиль [69]. До таких методів відносять: метод усередненого кінетичного рівняння, метод квазігідродінамічного рівняння і метод усереднених характеристик. Відзначимо, що методи усередненого кінетичного і квазігідродінамічного рівняння є окремими випадками методу усереднених характеристик. Метод усереднених характеристик розроблявся як базовий і універсальний при вирішенні систем диференціальних рівнянь в приватних похідних і з

швидкоосцилювальними правими частинами. Даний метод заснований на методах асимптотичного інтегрування [70] і стандартному методі характеристик. Алгоритм обчислень даного методу можна умовно розділити на три основних етапи. На першому етапі вихідну систему рівнянь в часткових похідних, які перебувають на нульовому рівні ієрархії, перетворюють до системи укорочених рівнянь (рівнянь вищого рівня ієрархії). На цьому етапі за допомогою заміни Крилова-Боголюбова здійснюється перехід до усереднених змінних, що не залежать від швидкоосцилюючих фаз. На другому етапі шукаються рішення системи укорочених рівнянь вищого ієрархічного рівня. Основна цінність укорочених рівнянь полягає в їх простоті. На відміну від випадку вихідної системи для їх інтегрування можна використовувати традиційні чисельні або аналітичні методи математичної фізики. На третьому етапі проводиться зворотне перетворення отриманих рішень, тобто перехід від найвищого ієрархічного рівня до нульового.

Перевагою методу усереднених характеристик в порівнянні з іншими методами теорії сильнострумових ЛВЕ є те, що він базується на математично обґрунтованих асимптотичних схемах і при цьому має переваги плазмового підходу. Потрібно відзначити, що метод усереднених характеристик успішно застосовується для аналізу складних мультигармонічних взаємодій хвиль в супергетеродинних ЛВЕ, тобто дозволяє аналізувати параметрично-резонансні взаємодії, в яких бере участь велика кількість гармонік. При цьому важливо відзначити, що одну частину результатів можна отримати в аналітичному вигляді, а іншу у вигляді добре адаптованому для чисельного аналізу.

На основі літературного аналізу теоретичних методів застосовуваних в теоріях сильнострумових лазерах на вільних електронах був зроблений висновок, що для дослідження мультигармонічних процесів в плазмово-пучкових супергетеродинних ЛСЕ з гвинтовими релятивістськими електронними пучками найбільш ефективним, є метод усереднених

характеристик. Тому базовим при вирішенні самоузгодженого завдання руху електронного пучка в заданих електромагнітних полях є метод усереднених характеристик.

2.4 Вихідні рівняння та модернізований метод усереднених характеристик

У досліджуваних моделях плазмово-пучкового супергетеродинного лазера на вільних електронах використовуються сильноструміві гвинтові релятивістські електронні пучки. Відомо, що на рух таких пучків сильно впливає власний статичний заряд. Для того щоб компенсувати просторовий заряд пучка, використовують фокусуючі поздовжні магнітні поля, іонний фон, який вважається нерухомим відносно руху пучка і т.д. У досліджуваних моделях лазерів на вільних електронах враховувалося, що статичне поле просторового заряду компенсовано одним з можливих способів. Таким чином, електронний пучок вважаємо зарядово-скомпенсованим. Також враховуємо, що діаметр досліджуваних гвинтових релятивістських електронних пучків не перевищує ~ 1 см. При цьому довжина досліджуваних хвиль знаходиться в діапазоні 2,0-0,5 мм. Таким чином, поперечні розміри пучка значно перевищують довжину хвиль, які поширюються в досліджуваних системах. У цьому випадку пучок можна вважати поперечно необмеженим.

Відомо, що тепловою швидкістю частинок можна знехтувати, якщо раз-мір неоднорідностей змінного поля набагато більший дебаєвського радіусу екранування [7, 45]. Умова знехтування тепловим рухом можна записати в такому вигляді

$$v_T \ll v_{ph}, \quad (2.3)$$

де v_T — середньоквадратична теплова швидкість руху;

v_{ph} — фазова швидкість хвилі.

Сильнострумові гвинтові РЕП, які використовуються в досліджуваних системах, характеризуються температурою близько 10^4 К, таким чином теплова швидкість частинок в таких пучках не перевищує $6 \cdot 10^7$ м/с. При цьому фазові швидкості досліджуваних хвиль близькі до швидкості світла $c \sim 3 \cdot 10^8$ м/с. Отже умова (2.1) виконується з високою точністю, і тому тепловою швидкістю частинок в досліджуваних плазмово-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах будемо нехтувати.

При розгляді плазмово-пучкових систем зіткненнями між частинками пучка і плазми можна знехтувати. Такий опис плазми може бути застосовано для тих процесів, які протікають за час, менший вільного пробігу частинок. Тому частоти досліджуваних хвиль повинні набагато перевищувати частоту зіткнень між частинками

$$\omega \gg \nu. \quad (2.4)$$

В результаті аналізу співвідношення (2.2), відносно задач плазмової сильнострумової електроніки [7, 45], було з'ясовано, що електронні пучки і плазмові системи, які застосовуються в таких задачах, у багатьох випадках вважаються беззіткненними.

Таким чином, гвинтові релятивістські електронні пучки і плазмові системи, які досліджуються в дисертаційній роботі, можна вважати холодними і беззіткненними

$$\nu = 0, v_T = 0. \quad (2.5)$$

У дисертаційній роботі досліджуються взаємодії електромагнітних хвиль в плазмово-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими релятивістськими електронними пучками. Узагальнена схема

таких взаємодій представлена на рис. 2.1. Плазмове середовище 1, яке характеризується ленгмюровською частотою ω_p , знаходиться в поздовжньому фокусуєчому магнітному полі з індукцією B_0 . У це середовище інjektується електронний пучок 2. Вектор швидкості електронів пучка \mathbf{v}_b спрямований під кутом β відносно вектора індукції фокусуєчого магнітного поля \mathbf{B}_0 (рис. 2.1), так що $\operatorname{tg}\beta = v_{b\perp} / v_{bz}$, де $v_{b\perp} = \sqrt{v_{bx}^2 + v_{by}^2}$ і v_{bz} – поперечна і поздовжня компоненти швидкості електронів пучка. Ленгмюровська частота електронного пучка $\omega_b, \omega_b \ll \omega_p$. Під дією поздовжнього магнітного поля електрони плазмово-пучкової системи обертаються з частотою $\omega_H = B_0 e / m_e c$.

Вважаємо, що $\omega_H \ll \omega_p$. Відзначимо, що в залежності від типу накачування плазмово-пучкові СЛСЕ бувають двох типів: доплертронний (накачування у вигляді потужної низькочастотної електромагнітної хвилі) і Н-убітронний (накачування у вигляді періодичного реверсивного магнітного поля). Система накачування 3 (рис. 2.1) характеризується частотою $\omega_{2,1}$ і хвильовим числом $k_{2,1}$. Також на вхід системи подається слабка високочастотна циркулярно-поляризована електромагнітна хвиля сигналу з частотою $\omega_{1,1}$ і хвильовим числом $k_{1,1}$. В результаті параметрично-резонансної взаємодії між хвилями сигналу і накачування в плазмі збуджується хвиля просторового заряду, яка характеризується частотою $\omega_{3,1}$ і хвильовим числом $k_{3,1}$.

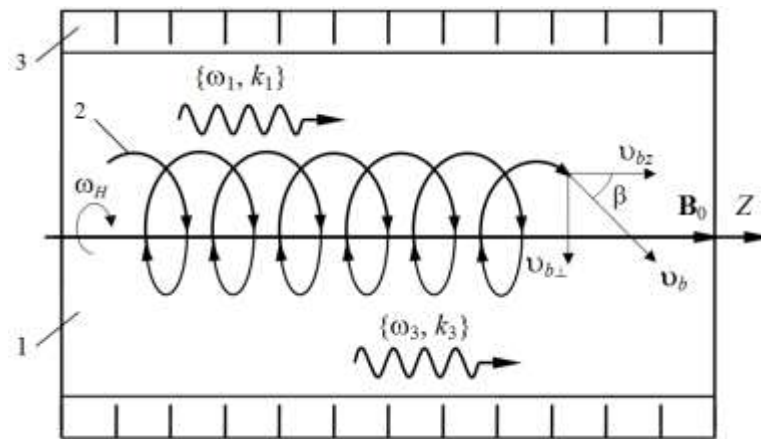


Рисунок 2.1 - Узагальнена схема взаємодії хвиль в плазмово-пучковим супер-гетеродинамним ЛСЕ з гвинтовим релятивістським електронним пучком

Умова параметричного резонансу між хвилями сигналу, накачування і ВПЗ в плазмово-пучковій системі має такий вигляд:

$$\omega_{3,1} = \omega_{1,1} - \omega_{2,1}, \quad k_{3,1} = k_{1,1} + k_{2,1}. \quad (2.6)$$

При використанні гвинтового релятивістського електронного пучка в плазмово-пучковому супергетеродинамному ЛСЕ мають місце коливання на релятивістській циклотронній частоті $\omega_H/\bar{\gamma}_b$. Тому в системі виникають додаткові резонансні умови, які мають такий вигляд

$$\begin{aligned} \omega_{3,1} &= (\omega_{1,1} \pm \omega_H/\bar{\gamma}_b) - (\omega_{2,1} \pm \omega_H/\bar{\gamma}_b), \\ \omega_{3,1} &= (\omega_{1,1} \pm 2\omega_H/\bar{\gamma}_b) - (\omega_{2,1} \pm 2\omega_H/\bar{\gamma}_b), \dots \end{aligned} \quad (2.7)$$

У супергетеродинамних лазерах на вільних електронах має місце ефект супергетеродинамного підсилення. Суть його полягає у використанні додаткового механізму посилення однієї з трьох хвиль, які беруть участь в параметричному резонансі. У досліджуваному приладі в якості додаткового

механізму виступає посилення хвилі ВПЗ за рахунок плазмово-пучкової нестійкості [71]. Сам трьоххвильовий параметричний резонанс по суті зводиться лише до перенесення додаткового посилення з хвилі просторового заряду на електро-магнітну хвилю сигналу. Через те, що інкремент наростання плазмово-пучкової нестійкості є високими [71], коефіцієнт посилення електромагнітної хвилі виявляється також досить великим. Тому параметри системи необхідно вибирати таким чином, щоб в досліджуваній системі хвиля просторового заряду наростала за рахунок плазмово-пучкової нестійкості, а інкремент наростання першої гармоніки ВПЗ за рахунок плазмово-пучкової нестійкості був максимальним.

Також відзначимо, що однією із особливостей плазмово-пучкових супергетеродинних ЛСЕ є те, що хвиля просторового заряду, наростаюча за рахунок плазмово-пучкової нестійкості, характеризується квазілінійною дисперсійною залежністю [39]:

$$k_{3,m} \approx \omega_{3,m} / v_{bz} \quad (2.8)$$

де індекс « m » — номер гармоніки;

$k_{3,m}$ — хвильове число m -й гармоніки;

$\omega_{3,m} = \omega_{3,1} \cdot m$ — частота m -й гармоніки.

У зв'язку з цим частоти і хвильові числа m -х гармонік пропорційні номеру гармоніки m . Тому між гармоніками хвилі просторового заряду виникає безліч трьоххвильових параметричних резонансів, умови яких мають вигляд

$$\omega_{3,m_1} = \omega_{3,m_2} + \omega_{3,m_3}, \quad k_{3,m_1} = k_{3,m_2} + k_{3,m_3}, \quad (2.9)$$

$$\omega_{3,m_1} = (\omega_{3,m_2} \pm \omega_H / \bar{\gamma}_b) + (\omega_{3,m_3} \mp \omega_H / \bar{\gamma}_b),$$

$$\omega_{3,m_1} = (\omega_{3,m_2} \pm 2\omega_H / \bar{\gamma}_b) + (\omega_{3,m_3} \mp 2\omega_H / \bar{\gamma}_b) \quad (2.10)$$

де m_1, m_2, m_3 – номери гармонік хвилі просторового заряду. Такі трьоххвильові взаємодії призводять до порушення вищих гармонік ВПЗ. З огляду на (2.6), вирази (2.7) - (2.8) зводяться до загальної мультигармонічної умови

$$m_1 = m_2 + m_3. \quad (2.11)$$

Зауважимо, що номери гармонік є цілими числами. Тому умова (2.9) може бути виконано багатьма способами, наприклад, $4 = 2 + 2$, $3 = 4 - 1$ і так далі.

Для опису динаміки хвиль в плазмово-пучкових СЛСЕ з гвинтовими РЕП з урахуванням множинних параметричних взаємодій в якості вихідних будемо використовувати релятивістське квазігідродинамічне рівняння [35]

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \left(\mathbf{v}_\alpha \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) + v \right\} \mathbf{v}_\alpha = \frac{e_\alpha}{m_\alpha \gamma_\alpha} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_\alpha \times \mathbf{B}] - \frac{\mathbf{v}_\alpha (\mathbf{v}_\alpha \mathbf{E})}{c^2} \right\} - \frac{v_{T,\alpha}^2}{3} \left\{ \frac{1}{n_\alpha} \frac{\partial n_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\gamma_\alpha^2}{2c^2} \frac{\partial v_\alpha^2}{\partial \mathbf{r}} \right\}, \quad (2.12)$$

рівняння безперервності

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial (n_\alpha \cdot \mathbf{v}_\alpha)}{\partial \mathbf{r}} = 0, \quad (2.13)$$

і рівняння Максвелла в диференційній формі

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_{\alpha=1}^2 e n_\alpha \mathbf{v}_\alpha, \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \text{div } \mathbf{E} = 4\pi \sum_{\alpha=1}^2 e n_\alpha, \quad \text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (2.14)$$

де $e = -|e|$ — заряд електрона;

m_e — маса спокою електрона;

ν — частота зіткнень частинок;

n_α — концентрація α -го сорту частинок;

$\gamma_\alpha = (1 - \mathbf{v}_\alpha^2 / c^2)^{-1/2}$ — релятивістський фактор α -го сорту частинок;

c — швидкість світла у вакуумі;

\mathbf{v}_α — вектор швидкості відповідного сорту частинок;

\mathbf{r} — радіус-вектор;

\mathbf{E} — напруженість електричного поля;

\mathbf{B} — індукція магнітного поля.

Для пошуку самоузгодженого рішення квазігідродинамічного рівняння (2.12), рівняння безперервності (2.13) і рівнянь Максвелла (2.14) в досліджуваних системах, необхідно розбити задачу формально на три незалежні етапи:

1) пошук рішень задачі руху частинок плазми і гвинтового РЕП в заданих електромагнітних полях;

2) знаходження рішень задачі для концентрації електронів пучка і плазми, вважаючи, що швидкості і електромагнітні поля відомі;

3) рішення задачі збудження електромагнітних полів, враховуючи, що швидкості і концентрації частинок відомі функції

Задачу руху і безперервності будемо вирішувати за допомогою методу усереднених характеристик [36], завдання збудження електромагнітних полів – за допомогою методу повільно змінних амплітуд. Наростання хвиль в досліджуваних плазмово-пучкових системах будемо описувати в рамках тимчасової задачі. При розгляді такої модельної задачі вважається, що амплітуди і фази хвиль є функціями тільки часу. При цьому враховуємо, що початкові умови однакові в будь-якій точці простору. Розглянемо особливості застосування методу усереднених характеристик для вирішення завдання руху і безперервності в плазмово-пучковому супергетеродинному

ЛСЕ з гвинтовими електронними пучками з урахуванням множинних параметричних резонансів вищих гармонік хвиль.

При вирішенні задачі руху будемо використовувати релятивістське квазігідродинамічне рівняння (2.12) з урахуванням співвідношень (2.5). Рішення рівняння (2.12) будемо шукати у рамках адіабатичного наближення, при якому початкові значення амплітуди поля приймаються рівними нулю при $t \rightarrow -\infty$. У цьому випадку амплітуда поля повільно зростає за експоненціальним законом. Таким чином, часовий інтервал наростання амплітуди поля вигідно відрізняється від інших часових інтервалів процесів, які протікають в досліджуваних системах.

Отже, відповідно до методу усереднених характеристик [72] здійснюємо перехід від рівняння в приватних похідних (2.12) до його характеристик, рівнянь в повних похідних

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}_\alpha}{dt} &= \frac{e_\alpha}{m_\alpha \gamma_\alpha} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_\alpha \times \mathbf{B}] - \frac{(\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}_\alpha) \mathbf{v}_\alpha}{c^2} \right) \\ \frac{d\gamma_\alpha}{dt} &= \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \frac{(\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}_\alpha)}{c^2}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Запишемо систему (2.13) через проекції векторів на осі x, y, z , а також доповнимо її рівняннями для швидких фаз. Вважаємо, що з часом t амплітуди хвиль змінюються повільно. Для опису такої залежності введемо повільний час $\tau = t/\xi$, де ξ — великий параметр задачі і має такий вигляд

$$\xi \sim \left| \frac{d\psi}{dt} \right| \left/ \left| \frac{dx}{dt} \right| \right. \gg 1.$$

ψ — швидка фаза;

x — повільна змінна.

В результаті отримуємо систему рівнянь в стандартному вигляді [36, 39]:

$$\frac{d\upsilon_{\alpha x}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_\alpha} \left[E_x + \frac{1}{c} (\upsilon_{\alpha y} B_z - \upsilon_{\alpha z} B_y) - \frac{\upsilon_{\alpha x}}{c^2} (\upsilon_{\alpha x} E_x + \upsilon_{\alpha y} E_y + \upsilon_{\alpha z} E_z) \right], \quad (2.16)$$

$$\frac{d\upsilon_{\alpha y}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_\alpha} \left[E_y - \frac{1}{c} (\upsilon_{\alpha x} B_z - \upsilon_{\alpha z} B_x) - \frac{\upsilon_{\alpha y}}{c^2} (\upsilon_{\alpha x} E_x + \upsilon_{\alpha y} E_y + \upsilon_{\alpha z} E_z) \right], \quad (2.17)$$

$$\frac{d\upsilon_{\alpha z}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_\alpha} \left[E_z + \frac{1}{c} (\upsilon_{\alpha x} B_y - \upsilon_{\alpha y} B_x) - \frac{\upsilon_{\alpha z}}{c^2} (\upsilon_{\alpha x} E_x + \upsilon_{\alpha y} E_y + \upsilon_{\alpha z} E_z) \right], \quad (2.18)$$

$$\frac{d\gamma_\alpha}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_\alpha} [E_x \upsilon_{\alpha x} + E_y \upsilon_{\alpha y} + E_z \upsilon_{\alpha z}], \quad \frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{\xi}, \quad (2.19)$$

$$\frac{dp_{1,\alpha}}{dt} = \omega_1 - k_1 \upsilon_{\alpha z} \equiv \Omega_{1,\alpha}, \quad \frac{dp_{2,\alpha}}{dt} = \omega_2 - k_2 \upsilon_{\alpha z} \equiv \Omega_{2,\alpha}, \quad (2.20)$$

$$\frac{dp_{3,\alpha,m}}{dt} = m\omega_{3,1} - k_{3,m} \upsilon_{\alpha z} \equiv \Omega_{3,\alpha,m} \quad (2.21)$$

де E_x, E_y, E_z — компоненти вектора напруженості електричного поля;

B_x, B_y, B_z — компоненти вектора індукції магнітного поля;

$p_{1,\alpha} = \omega_1 t - k_1 z$ — фаза електромагнітної хвилі сигналу;

$p_{2,\alpha} = \omega_2 t - k_2 z$ — фаза накачування;

$p_{3,\alpha,m} = \omega_{3,m} t - k_{3,m} z$ — фаза електронної хвилі просторового заряду m -й

гармоніки;

Рівняння (2.16)–(2.19) описують зміни повільних змінних, (2.20)–(2.21) — швидких.

У зв'язку з використанням гвинтових релятивістських електронних пучків в плазмово-пучкових СЛСЕ необхідно враховувати, що при не нульовому куті вльоту електронів пучка, відносно поздовжнього фокусируючого магнітного поля, електрони в невозмущеному стані рухаються по колах в поперечній площині з циклотронною частотою ω_H . У зв'язку з цим в просторі швидкостей здійснюють перехід від прямокутної декартової системи

координат $\mathbf{v}_\alpha = (v_{\alpha x}, v_{\alpha y}, v_{\alpha z})$ до циліндричної $\mathbf{v}_\alpha = (v_{\alpha\perp}, p_{\alpha 0}, v_{\alpha z})$, відповідна заміна записується в стандартном вигляді:

$$v_{\alpha x} = v_{\alpha\perp} \cos p_{\alpha 0}, \quad v_{\alpha y} = v_{\alpha\perp} \sin p_{\alpha 0}. \quad (2.22)$$

де $p_{\alpha 0}$ — обертальна фаза α -го сорту частинок;

$v_{\alpha\perp}$ — поперечна швидкість.

З урахуванням даної заміни рівняння руху (2.16)–(2.19) записуються у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{dv_{\alpha\perp}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_\alpha} & \left[\cos p_{\alpha 0} \left(E_x - \frac{v_{\alpha z}}{c} B_y \right) + \sin p_{\alpha 0} \left(E_y + \frac{v_{\alpha z}}{c} B_x \right) - \right. \\ & \left. - \frac{v_{\alpha\perp}}{c^2} \left(E_x v_{\alpha\perp} \cos p_{\alpha 0} + E_y v_{\alpha\perp} \sin p_{\alpha 0} + E_z v_{\alpha z} \right), \right. \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_{\alpha z}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_\alpha} & \left[E_z + \frac{v_{\alpha\perp}}{c} \left(B_y \cos p_{\alpha 0} - B_x \sin p_{\alpha 0} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{v_{\alpha z}}{c^2} \left(E_x v_{\alpha\perp} \cos p_{\alpha 0} + E_y v_{\alpha\perp} \sin p_{\alpha 0} + E_z v_{\alpha z} \right), \right. \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\frac{d\gamma_\alpha}{dt} = \frac{e}{m_e c^2} \left[E_x v_{\alpha\perp} \cos p_{\alpha 0} + E_y v_{\alpha\perp} \sin p_{\alpha 0} + E_z v_{\alpha z} \right], \quad (2.25)$$

$$\frac{dp_{\alpha 0}}{dt} = -\frac{\omega_H}{\gamma_\alpha} + \frac{e}{m_e \gamma_\alpha v_{\alpha\perp}} \left[\cos p_{\alpha 0} \left(E_y + \frac{v_{\alpha z}}{c} B_x \right) - \sin p_{\alpha 0} \left(E_x - \frac{v_{\alpha z}}{c} B_y \right) \right] \equiv \Omega_{0\alpha}. \quad (2.26)$$

При використанні асимптотичних схем переходять до усереднених і осциляторних компонентів. Таким чином, заміну (2.20) записують в такому вигляді

$$v_{\alpha x} = (\bar{v}_{\alpha\perp} + \tilde{v}_{\alpha\perp}) \cos(\bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{p}_{\alpha 0}), \quad v_{\alpha y} = (\bar{v}_{\alpha\perp} + \tilde{v}_{\alpha\perp}) \sin(\bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{p}_{\alpha 0}), \quad (2.27)$$

де $\bar{p}_{\alpha 0} = -\int_0^t \frac{eB_0}{cm_e \bar{\gamma}_\alpha} dt'$ – незбурена фаза обертання електронів в подовжньому магнітному полі;

$\bar{v}_{\alpha \perp} = \sqrt{(1 - 1/\bar{\gamma}_\alpha^2)} \cdot \sin \beta \cdot c$ – незбурена перпендикулярна складова вектора швидкості α -го сорту пучка;

$\tilde{p}_{\alpha 0}$ – осциляторна складова фази обертання;

$\tilde{v}_{\alpha \perp}$ – осциляторна перпендикулярна компонента вектора швидкості пучка.

Пошук рішень системи (2.21) – (2.24) при використанні заміни (2.25) ускладнюється двома математичними проблемами. Перша проблема пов'язана з тим, що в рівнянні руху для фази $p_{\alpha 0}$ (2.24) в знаменнику стоїть, перпендикулярна складова вектора швидкості $v_{\alpha \perp}$, а для плазми дана швидкість дорівнює нулю $v_{p \perp} = 0$. Таким чином, отримуємо ділення на нуль. Друга проблема обумовлена тим, що в заміні (2.25) аргумент функції $\cos(\bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{p}_{\alpha 0})$ і $\sin(\bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{p}_{\alpha 0})$ містить осциляторну періодичну функцію фази $\tilde{p}_{\alpha 0}$. Таким чином виникає необхідність розкладання цих функцій в ряд Фур'є-Бесселя. При цьому відзначимо, що необхідно рівняння Максвелла (2.12) розкласти в ряди Фур'є по гармонікам для отримання диференціальних рівнянь для комплексних амплітуд гармонік електромагнітних хвиль. Тому, щоб використовувати знайдені рішення системи (2.23)–(2.26) при знаходженні щільностей струму, які входять в рівняння Максвелла, необхідно провести зворотний перехід від функцій Бесселя до гармонічних функцій. У досліджуваних системах одночасно бере участь в трьоххвильовій резонансній взаємодії велика кількість гармонік ВПЗ. Тому прямі і зворотні перетворення в таких задачах стають досить незручними і громіздкими обчислювальними процедурами, які в свою чергу знижують ефективність

обчислювального алгоритму. Отже, виникає питання про пошук більш оптимального алгоритму вирішення мультигармонічних задач в плазмово-пучкових СЛСЕ, що використовують гвинтові релятивістські електронні пучки.

Для вирішення вище викладених проблем у дисертаційній роботі пропонується ввести принципово іншу заміну змінних порівняно з (2.25), така заміна записується у вигляді

$$v_{\alpha x} = \bar{v}_{\alpha\perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x}, \quad v_{\alpha y} = \bar{v}_{\alpha\perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y}, \quad (2.28)$$

де $\tilde{v}_{\alpha x}$, $\tilde{v}_{\alpha y}$ – осциляторні x - і y - компоненти вектора швидкості пучка і плазми.

В результаті використання заміни (2.26) проводити прямі і зворотні перетворення Фур'є-Бесселя стало непотрібно. Так як функції $\cos p_{\alpha 0}$ і $\sin p_{\alpha 0}$ не залежать від осциляторної компоненти фази обертання $\tilde{p}_{\alpha 0}$. Також, застосовуючи заміну (2.26) в мультигармонічних задачах плазмово-пучкових супергетеродинних ЛСЕ з гвинтовими РЕП, вожно використовувати систему рівнянь (2.16)–(2.19), але при цьому доповнивши її співвідношенням для швидкої обертаючої фази $p_{0\alpha}$

$$\frac{dp_{\alpha 0}}{dt} = -\frac{eB_0}{m_\alpha \gamma_\alpha} \equiv \Omega_{\alpha 0}. \quad (2.29)$$

Порівнюючи співвідношення (2.24) і (2.27) для фази обертання частинок α -го сорту пучка бачимо, що останнє співвідношення набагато простіше. Також відзначимо, що в співвідношенні (2.27) на відміну від (2.24) немає доданка, в якому перпендикулярна складова вектора швидкості $v_{\alpha\perp}$ знаходиться в знаменнику. Тому проблеми з діленням на нуль в цьому випадку немає.

Отже, для знаходження рішень системи (2.16)–(2.19) будемо використовувати метод усереднених характеристик [72], а також заміну (2.26). Відповідно до цього методу запишемо для системи (2.14)–(2.17) вектор повільних змінних \mathbf{x} , вектор-функцію \mathbf{X} , вектор швидких фаз Ψ і вектор фазових швидкостей Ω в явному вигляді

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \{x_{v_{\alpha x}}, x_{v_{\alpha y}}, x_{v_{\alpha z}}, x_{\gamma_\alpha}, x_\tau\} = \{v_{\alpha x}, v_{\alpha y}, v_{\alpha z}, \gamma_\alpha, \tau\}, \\ \frac{1}{\xi} \mathbf{X} &= \frac{1}{\xi} \{X_{v_{\alpha x}}, X_{v_{\alpha y}}, X_{v_{\alpha z}}, X_{\gamma_\alpha}, X_\tau\}, \\ \frac{1}{\xi} X_{v_{\alpha x}} &= \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \left(1 - \frac{\tilde{\gamma}_\alpha}{\bar{\gamma}_\alpha} + \left(\frac{\tilde{\gamma}_\alpha}{\bar{\gamma}_\alpha} \right)^2 \right) \left[E_x - \frac{1}{c} (\bar{v}_{\alpha z} + \tilde{v}_{\alpha z}) B_y + \frac{1}{c} (\bar{v}_{\alpha \perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y}) B_0 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\bar{v}_{\alpha \perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x})}{c^2} (E_x (\bar{v}_{\alpha \perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x}) + E_y (\bar{v}_{\alpha \perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y}) + E_z (\bar{v}_{\alpha z} + \tilde{v}_{\alpha z})) \right], \\ \frac{1}{\xi} X_{v_{\alpha y}} &= \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \left(1 - \frac{\tilde{\gamma}_\alpha}{\bar{\gamma}_\alpha} + \left(\frac{\tilde{\gamma}_\alpha}{\bar{\gamma}_\alpha} \right)^2 \right) \left[E_y - \frac{1}{c} (\bar{v}_{\alpha z} + \tilde{v}_{\alpha z}) B_x + \frac{1}{c} (\bar{v}_{\alpha \perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x}) B_0 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\bar{v}_{\alpha \perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y})}{c^2} (E_x (\bar{v}_{\alpha \perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x}) + E_y (\bar{v}_{\alpha \perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y}) + E_z (\bar{v}_{\alpha z} + \tilde{v}_{\alpha z})) \right], \\ \frac{1}{\xi} X_{v_{\alpha z}} &= \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \left(1 - \frac{\tilde{\gamma}_\alpha}{\bar{\gamma}_\alpha} + \left(\frac{\tilde{\gamma}_\alpha}{\bar{\gamma}_\alpha} \right)^2 \right) \left[E_z + \frac{1}{c} (B_y (\bar{v}_{\alpha \perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x}) - B_x (\bar{v}_{\alpha \perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y})) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\bar{v}_{\alpha z} + \tilde{v}_{\alpha z})}{c^2} (E_x (\bar{v}_{\alpha \perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x}) + E_y (\bar{v}_{\alpha \perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y}) + E_z (\bar{v}_{\alpha z} + \tilde{v}_{\alpha z})) \right], \\ \frac{1}{\xi} X_{\gamma_\alpha} &= \frac{e}{m_e c^2} (E_x (\bar{v}_{\alpha \perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha x}) + E_y (\bar{v}_{\alpha \perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \tilde{v}_{\alpha y}) + E_z (\bar{v}_{\alpha z} + \tilde{v}_{\alpha z})), \\ \frac{1}{\xi} X_\tau &= \frac{1}{\xi}, \quad \Psi = \{p_{1,p}, p_{2,p}, p_{3,p,1}, \dots, p_{3,p,N}, p_{0p}, p_{1,b}, p_{2,b}, p_{3,b,1}, \dots, p_{3,b,N}, p_{0b}\}, \\ \Omega &= \{\Omega_{1,p}, \Omega_{2,p}, \Omega_{3,p,1}, \dots, \Omega_{3,p,N}, \Omega_{0p}, \Omega_{1,b}, \Omega_{2,b}, \Omega_{3,b,1}, \dots, \Omega_{3,b,N}, \Omega_{0b}\} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Далі використовуємо описаний в [36, 39] алгоритм модернізованого методу усереднених характеристик для випадку декількох швидких фаз. Згідно з даним алгоритмом переходимо від неусереднених змінних до усереднених повільних змінних. Для цього використовуємо модернізовану заміну Крилова-Боголюбова [72] і заміну (2.26) в якій осциляторні добавки залежать від неусередненого вектора швидких фаз Ψ

$$\begin{aligned} v_{\alpha x} &= \bar{v}_{\alpha \perp} \cos \bar{p}_{\alpha 0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{\alpha x}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad v_{\alpha y} = \bar{v}_{\alpha \perp} \sin \bar{p}_{\alpha 0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{\alpha y}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \\ v_{\alpha z} &= \bar{v}_{\alpha z} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{\alpha z}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad \gamma_{\alpha} = \bar{\gamma}_{\alpha} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\gamma_{\alpha}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \\ \tau &= \bar{\tau} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\tau}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \end{aligned} \quad (2.31)$$

Зауважимо, що усереднені змінні задовольняють системі

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}_{\alpha \perp}}{dt} \cos \bar{p}_{\alpha 0} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_{\alpha x}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{v}_{\alpha \perp}}{dt} \sin \bar{p}_{\alpha 0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_{\alpha y}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \\ \frac{d\bar{v}_{\alpha z}}{dt} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_{\alpha z}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{\gamma}_{\alpha}}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\gamma_{\alpha}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \\ \frac{d\bar{\tau}}{dt} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\tau}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \end{aligned} \quad (2.32)$$

У рівняннях (2.29) шукана функція $\mathbf{u}^{(n)}$ має вигляд [36, 158]

$$\mathbf{u}^{(n)} = \sum_{m_1=-N}^{m_1=+N} \dots \sum_{m_k=-N}^{m_k=+N} \frac{\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}}{i(m_1 \Omega_1 + \dots + m_k \Omega_k)} \exp(i(m_1 \psi_1 + \dots + m_k \psi_k)). \quad (2.33)$$

Відзначимо, що випадки, коли знаменники в (2.31) перетворюються в нуль

$$m_1\Omega_1 + \dots + m_\kappa\Omega_\kappa = 0, \quad (2.34)$$

називають комбінаційними резонансами. Тому жоден із знаменників рішень (2.31) не повинен перетворюватися на нуль, іншими словами, осциляторна функція $\mathbf{u}^{(n)}$ повинна визначатися тільки не резонансними компонентами $\mathbf{g}^{(n)}$.

На відміну від функції $\mathbf{u}^{(n)}$ рішення для функції $\mathbf{A}^{(n)}$ визначаються як резонансними компонентами так і середніми значеннями $\langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle$. Тому рішення для функції $\mathbf{A}^{(n)}$ має такий вигляд [72]

$$\mathbf{A}^{(n)} = \mathbf{g}_{m_1, \dots, m_\kappa}^{(n)} \Big|_{m_1\Omega_1 + \dots + m_\kappa\Omega_\kappa = 0}, \quad (2.35)$$

У наведених рішеннях (2.31) і (2.33) використовувалося наступне позначення

$$\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_\kappa}^{(n)} = \langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle_{m_1\psi_1, \dots, m_\kappa\psi_\kappa} = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^\kappa \cdot \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \mathbf{g}^{(n)} e^{-i(m_1\psi_1 + \dots + m_\kappa\psi_\kappa)} d\psi_1 \dots d\psi_\kappa$$

Функції $\mathbf{g}^{(n)}$ до третього наближення по $1/\xi$ мають вигляд [36, 158]:

$$\mathbf{g}^{(1)} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\bar{\mathbf{x}}, \psi), \quad (2.36)$$

$$\mathbf{g}^{(2)} = \frac{1}{\xi^2} \sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} \right), \quad (2.37)$$

$$\mathbf{g}^{(3)} = \frac{1}{\xi^3} \left[\sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(2,j)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \right. \right.$$

$$-\sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \Psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} \mathbf{u}^{(1,j)} \Big) + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} \mathbf{u}^{(1,j)} \mathbf{u}^{(1,k)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \Psi_s} \frac{\partial^2 \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} \mathbf{u}^{(1,j)} \mathbf{u}^{(1,k)} \right) \Big] . \quad (2.38)$$

При вирішенні задачі руху обмежимося кубічним наближенням по $1/\xi$. З огляду на, що $\cos p_{0\alpha} = (\exp(ip_{0\alpha})/2 + c.c.)i$ і $\sin p_{0\alpha} = ((-i)\exp(ip_{0\alpha})/2 + c.c.)$ знаходимо за допомогою функцій $\mathbf{u}^{(n)}$ і $\mathbf{A}^{(n)}$, відповідно рішення рівнянь (2.31) і (2.33). Співвідношення для осциляторної компоненти швидкості $\tilde{\mathbf{v}}_{\alpha x}^{(1)}$ в першому наближенні записуються у вигляді

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)} &= \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_1)} e^{imp_1} + \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_2)} e^{imp_2} + \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_3)} e^{imp_3} + \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_1+p_0)} e^{i(mp_1+p_0)} + \\ &+ \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_2+p_0)} e^{i(mp_2+p_0)} + \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_3+p_0)} e^{i(mp_3+p_0)} + \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_1-p_0)} e^{i(mp_1-p_0)} + \\ &+ \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_2-p_0)} e^{i(mp_2-p_0)} + \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_3-p_0)} e^{i(mp_3-p_0)} + \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_1+2p_0)} e^{i(mp_1+2p_0)} + \\ &+ \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_2+2p_0)} e^{i(mp_2+2p_0)} + \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_3+2p_0)} e^{i(mp_3+2p_0)} + \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_1-2p_0)} e^{i(mp_1-2p_0)} + \\ &+ \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_2-2p_0)} e^{i(mp_2-2p_0)} + \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_3-2p_0)} e^{i(mp_3-2p_0)} + c.c. \\ \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_\chi)} &= \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi x, m}(\bar{\tau})}{i(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} + s_\chi \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \times \right. \\ &\times \left. \left(\frac{\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m}}{\omega_{\chi, m}} - \frac{\bar{\nu}_{\alpha \perp}^2}{2c^2} (1 - i\omega_{H, \alpha} s_\chi) \right) \exp(ip_{\alpha, \chi, m}) + c.c. \right], \\ \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_3+p_0)} &= \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{\nu}_{\alpha \perp} \bar{\nu}_{\alpha z}}{2c^2} \sum_{m=1}^N \left[\frac{E_{3z, m}(\bar{\tau})}{i\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} \left(\frac{\omega_{H, \alpha}}{2\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} - 1 \right) \exp(ip_{\alpha, 3, m} + ip_{\alpha 0}) + c.c. \right], \\ \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_3-p_0)} &= \frac{(-1)e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{\nu}_{\alpha \perp} \bar{\nu}_{\alpha z}}{2c^2} \sum_{m=1}^N \left[\frac{E_{3z, m}(\bar{\tau})}{\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} \left(\frac{\omega_{H, \alpha}}{2\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} - 1 \right) \exp(ip_{\alpha, 3, m} - ip_{\alpha 0}) + c.c. \right], \\ \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)(p_\chi+2p_0)} &= \frac{(-1)e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{\nu}_{\alpha \perp}^2}{8c^2} (i\omega_{H, \alpha} + 2) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi x, m}(\bar{\tau})(1+s_\chi)}{i(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} + \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \exp(ip_{\alpha, \chi, m} + 2p_{\alpha 0}) + c.c. \right], \\ & \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)}(p_\chi - 2p_0) = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{v}_{\alpha \perp}^2}{8c^2} (i\omega_{H, \alpha} - 2) \times \\ & \times \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi x, m}(\bar{\tau})(1-s_\chi)}{i(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} - \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \exp(ip_{\alpha, \chi, m} - 2p_{\alpha 0}) + c.c. \right], \\ & \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)}(p_3) = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)}(p_1 \pm p_0) = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)}(p_2 \pm p_0) = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha x, m}}^{(1)}(p_3 \pm 2p_0) = 0. \end{aligned}$$

Аналогічно отримуємо вирази в першому наближенні для осциляторної складової швидкості $\tilde{v}_{\alpha y}^{(1)}$

$$\begin{aligned} u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)} &= u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_1) e^{imp_1} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_2) e^{imp_2} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_3) e^{imp_3} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_1 + p_0) e^{i(mp_1 + p_0)} + \\ &+ u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_2 + p_0) e^{i(mp_2 + p_0)} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_3 + p_0) e^{i(mp_3 + p_0)} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_1 - p_0) e^{i(mp_1 - p_0)} + \\ &+ u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_2 - p_0) e^{i(mp_2 - p_0)} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_3 - p_0) e^{i(mp_3 - p_0)} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_1 + 2p_0) e^{i(mp_1 + 2p_0)} + \\ &+ u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_2 + 2p_0) e^{i(mp_2 + 2p_0)} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_3 + 2p_0) e^{i(mp_3 + 2p_0)} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_1 - 2p_0) e^{i(mp_1 - 2p_0)} + \\ &+ u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_2 - 2p_0) e^{i(mp_2 - 2p_0)} + u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_3 - 2p_0) e^{i(mp_3 - 2p_0)} + c.c., \\ & \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_\chi) = \frac{(-1)e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi y, m}(\bar{\tau})}{(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} + s_\chi \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \times \right. \\ & \left. \times \left(\frac{\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m}}{\omega_{\chi, m}} - \frac{\bar{v}_{\alpha \perp}^2}{2c^2} (1 - i\omega_{H, \alpha} s_\chi) \right) \exp(ip_{\alpha, \chi, m}) + c.c. \right], \\ & \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)}(p_3 + p_0) = \frac{(-1)e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{v}_{\alpha \perp} \bar{v}_{\alpha z}}{2c^2} \sum_{m=1}^N \left[\frac{E_{3z, m}(\bar{\tau})}{\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} \left(\frac{\omega_{H, \alpha}}{2\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} - 1 \right) \exp(ip_{\alpha, 3, m} + ip_{\alpha 0}) + c.c. \right], \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)(p_3 - p_0)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{v}_{\alpha \perp} \bar{v}_{\alpha z}}{2c^2} \sum_{m=1}^N \left[\frac{E_{3z, m}(\bar{\tau})}{i \bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} \left(\frac{\omega_{H, \alpha}}{2 \bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} - 1 \right) \exp(ip_{\alpha, 3, m} - ip_{\alpha 0}) + c.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)(p_\chi + 2p_0)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{v}_{\alpha \perp}^2}{8c^2} (i\omega_{H, \alpha} + 2) \times$$

$$\times \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi y, m}(\bar{\tau})(1 + s_\chi)}{(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} + \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \exp(ip_{\alpha, \chi, m} + 2p_{\alpha 0}) + c.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)(p_\chi - 2p_0)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \frac{\bar{v}_{\alpha \perp}^2}{8c^2} (i\omega_{H, \alpha} - 2) \times$$

$$\times \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi y, m}(\bar{\tau})(1 - s_\chi)}{(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} - \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \exp(ip_{\alpha, \chi, m} - 2p_{\alpha 0}) + c.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)(p_3)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)(p_1 \pm p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)(p_2 \pm p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha y, m}}^{(1)(p_3 \pm 2p_0)} = 0.$$

Осциляторні складові швидкості $\tilde{v}_{\alpha z}^{(1)}$ в першому наближенні мають вигляд

$$u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)} = u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_1)} e^{imp_1} + u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_2)} e^{imp_2} + u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_3)} e^{imp_3} + u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_1 + p_0)} e^{i(mp_1 + p_0)} +$$

$$+ u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_2 + p_0)} e^{i(mp_2 + p_0)} + u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_3 + p_0)} e^{i(mp_3 + p_0)} + u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_1 - p_0)} e^{i(mp_1 - p_0)} +$$

$$+ u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_2 - p_0)} e^{i(mp_2 - p_0)} + u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_3 - p_0)} e^{i(mp_3 - p_0)} + u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_1 + 2p_0)} e^{i(mp_1 + 2p_0)} +$$

$$+ u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_2 + 2p_0)} e^{i(mp_2 + 2p_0)} + u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_3 + 2p_0)} e^{i(mp_3 + 2p_0)} + u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_1 - 2p_0)} e^{i(mp_1 - 2p_0)} +$$

$$+ u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_2 - 2p_0)} e^{i(mp_2 - 2p_0)} + u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_3 - 2p_0)} e^{i(mp_3 - 2p_0)} + c.c.,$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_3)} = \frac{e}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \left(1 - \frac{\bar{v}_{\alpha z}^2}{c^2} \right) \sum_{m=1}^N \left[\frac{E_{3z, m}(\bar{\tau})}{i \bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} \exp(ip_{\alpha, 3, m}) + c.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_\chi + p_0)} = \frac{e \bar{v}_{\alpha \perp}}{2m_e \bar{\gamma}_\alpha} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi x, m}(\bar{\tau})(1 + s_\chi)}{i(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} + \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \right] \times$$

$$\times \left[\left(\left(1 - \frac{\bar{v}_{\alpha z}^2}{c^2} \right) - \frac{\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m}}{\omega_{\chi, m}} \right) \exp(ip_{\alpha, \chi, m} + ip_{\alpha 0}) + c.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_{\chi} - p_0)} = \frac{e\bar{v}_{\alpha \perp}}{2m_e \bar{\gamma}_{\alpha}} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi x, m}(\bar{\tau})(1 - s_{\chi})}{i(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} - \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \times \right]$$

$$\times \left[\left(\left(1 - \frac{\bar{v}_{\alpha z}^2}{c^2} \right) - \frac{\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m}}{\omega_{\chi, m}} \right) \exp(ip_{\alpha, \chi, m} - ip_{\alpha 0}) + c.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_1)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_2)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_3 \pm p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_1 \pm 2p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_2 \pm 2p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{\nu_{\alpha z, m}}^{(1)(p_3 \pm 2p_0)} = 0.$$

Осциляторні функції релятивістського фактора в першому наближенні $\tilde{\gamma}_{\alpha}^{(1)}$

мають вигляд

$$u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)} = u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_1)} e^{imp_1} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_2)} e^{imp_2} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_3)} e^{imp_3} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_1 + p_0)} e^{i(mp_1 + p_0)} +$$

$$+ u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_2 + p_0)} e^{i(mp_2 + p_0)} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_3 + p_0)} e^{i(mp_3 + p_0)} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_1 - p_0)} e^{i(mp_1 - p_0)} +$$

$$+ u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_2 - p_0)} e^{i(mp_2 - p_0)} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_3 - p_0)} e^{i(mp_3 - p_0)} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_1 + 2p_0)} e^{i(mp_1 + 2p_0)} +$$

$$+ u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_2 + 2p_0)} e^{i(mp_2 + 2p_0)} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_3 + 2p_0)} e^{i(mp_3 + 2p_0)} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_1 - 2p_0)} e^{i(mp_1 - 2p_0)} +$$

$$+ u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_2 - 2p_0)} e^{i(mp_2 - 2p_0)} + u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_3 - 2p_0)} e^{i(mp_3 - 2p_0)} + c.c.,$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_3)} = \frac{e\bar{v}_{\alpha z}}{m_e c^2} \sum_{m=1}^N \left[\frac{E_{3z, m}(\bar{\tau})}{i\bar{\Omega}_{\alpha, 3, m}} \exp(ip_{\alpha, 3, m}) + c.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_{\chi} + p_0)} = \frac{e\bar{v}_{\alpha \perp}}{2m_e c^2} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi x, m}(\bar{\tau})(1 + s_{\chi})}{i(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} + \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \exp(ip_{\alpha, \chi, m} + ip_{\alpha 0}) + c.c. \right],$$

$$\frac{1}{\xi} u_{\gamma_{\alpha, m}}^{(1)(p_{\chi} - p_0)} = \frac{e\bar{v}_{\alpha \perp}}{2m_e c^2} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{E_{\chi x, m}(\bar{\tau})(1 - s_{\chi})}{i(\bar{\Omega}_{\alpha, \chi, m} - \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \exp(ip_{\alpha, \chi, m} - ip_{\alpha 0}) + c.c. \right],$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} u_{\gamma_{\alpha,m}}^{(1)(p_1)} e^{imp_1} + \frac{1}{\xi} u_{\gamma_{\alpha,m}}^{(1)(p_2)} e^{imp_2} &= \frac{1}{\xi} u_{\gamma_{\alpha,m}}^{(1)(p_3 \pm p_0)} = \\ &= \frac{1}{\xi} u_{\gamma_{\alpha,m}}^{(1)(p_1 \pm 2p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{\gamma_{\alpha,m}}^{(1)(p_2 \pm 2p_0)} = \frac{1}{\xi} u_{\gamma_{\alpha,m}}^{(1)(p_3 \pm 2p_0)} = 0. \end{aligned}$$

Далі запишемо для першого наближення функції $\mathbf{A}^{(1)}$

$$A_{v_{\alpha x}}^{(1)} = 0, A_{v_{\alpha y}}^{(1)} = 0, A_{v_{\alpha z}}^{(1)} = 0, A_{\gamma_{\alpha}}^{(1)} = 0, A_{\tau}^{(1)} = 1.$$

Таким чином, використовуючи рішення (2.31) і (2.33), а також функції (2.34)– (2.36) отримуємо, аж до третього наближення по $1/\xi$, рішення для системи (2.29), а також для постійних складових (2.30). Відзначимо, що завдяки використанню запропонованої заміни (2.26) (замість стандартної (2.25)) при вирішенні задачі руху загальний алгоритм знаходження швидкостей значно спростився.

Для вирішення завдання концентрації використовуємо рівняння безперервності (2.11). Запишемо його в компонентному вигляді

$$\frac{\partial n_{\alpha}}{\partial t} + \frac{\partial(n_{\alpha} \cdot v_{\alpha x})}{\partial x} + \frac{\partial(n_{\alpha} \cdot v_{\alpha y})}{\partial y} + \frac{\partial(n_{\alpha} \cdot v_{\alpha z})}{\partial z} = 0. \quad (2.39)$$

Рішення рівняння безперервності шукаємо аналогічно завданню руху. Перетворюємо рівняння безперервності (2.37) до стандартного вигляду [72], з огляду на, що $\partial(n_{\alpha} \cdot v_{\alpha x})/\partial x = 0$ і $\partial(n_{\alpha} \cdot v_{\alpha y})/\partial y = 0$. Далі доповнюємо його рівняннями для швидких фаз (2.20)–(2.21), (2.29). При цьому вважаємо функції швидкостей (2.29) і повільно змінні амплітуди електромагнітних полів, вже відомими функціями. В результаті записуємо систему для задачі безперервності в стандартному вигляді

$$\frac{dn_\alpha}{dt} = -n_\alpha \frac{\partial v_{\alpha z}}{\partial z}, \quad (2.40)$$

$$\frac{dp_{1,\alpha}}{dt} = \omega_1 - k_1 v_{\alpha z} \equiv \Omega_{1,\alpha}, \quad \frac{dp_{2,\alpha}}{dt} = \omega_2 - k_2 v_{\alpha z} \equiv \Omega_{2,\alpha}, \quad (2.41)$$

$$\frac{dp_{3,\alpha,m}}{dt} = m\omega_{3,1} - k_{3,m} v_{\alpha z} \equiv \Omega_{3,\alpha,m}, \quad \frac{dp_{0,\alpha}}{dt} = \frac{eB_0}{m_\alpha c \gamma_\alpha} \equiv \Omega_{0,\alpha}.$$

Запишемо для системи (2.39) - (2.39) вектор повільних змінних \mathbf{x} , вектор-функцію \mathbf{X} і вектори швидких фаз Ψ в явному вигляді

$$\mathbf{x} = \{x_{n_\alpha}\} = \{n_\alpha\}, \quad \frac{1}{\xi} \mathbf{X} = \frac{1}{\xi} \{X_{n_\alpha}\} = \left\{ -n_\alpha \frac{\partial v_{\alpha z}}{\partial z} \right\},$$

$$\Psi = \{p_{1,p}, p_{2,p}, p_{3,p,1}, \dots, p_{3,p,N}, p_{0p}, p_{1,b}, p_{2,b}, p_{3,b,1}, \dots, p_{3,b,N}, p_{0b}\}, \quad (2.42)$$

$$\Omega = \{\Omega_{1,p}, \Omega_{2,p}, \Omega_{3,p,1}, \dots, \Omega_{3,p,N}, \Omega_{0p}, \Omega_{1,b}, \Omega_{2,b}, \Omega_{3,b,1}, \dots, \Omega_{3,b,N}, \Omega_{0b}\}.$$

Далі використовуємо описаний в [72] алгоритм модернізованого методу усереднених характеристик, для випадку багатьох швидких фаз, відповідно до якого здійснюємо перехід до усереднених змінних

$$n_\alpha = \bar{n}_\alpha + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{u}_{n_\alpha}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi). \quad (2.43)$$

Зауважимо, що усереднена змінна концентрації задовольняє співвідношення

$$\frac{d\bar{n}_\alpha}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{A}^{(n)}_{n_\alpha}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (2.44)$$

Використовуючи рішення (2.31) і (2.33) знаходимо осциляторні $\mathbf{u}^{(n)}$ і постійні $\mathbf{A}^{(n)}$ функції концентрації пучка і плазми n_α . Функції $\mathbf{u}^{(n)}$ і $\mathbf{A}^{(n)}$ для першого наближення мають такий вигляд

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)} = & \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_1)} e^{imp_1} + \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_2)} e^{imp_2} + \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3)} e^{imp_3} + \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_1+p_0)} e^{i(mp_1+p_0)} + \\ & + \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_2+p_0)} e^{i(mp_2+p_0)} + \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3+p_0)} e^{i(mp_3+p_0)} + \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_1-p_0)} e^{i(mp_1-p_0)} + \\ & + \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_2-p_0)} e^{i(mp_2-p_0)} + \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3-p_0)} e^{i(mp_3-p_0)} + \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_1+2p_0)} e^{i(mp_1+2p_0)} + \\ & + \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_2+2p_0)} e^{i(mp_2+2p_0)} + \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3+2p_0)} e^{i(mp_3+2p_0)} + \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_1-2p_0)} e^{i(mp_1-2p_0)} + \\ & + \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_2-2p_0)} e^{i(mp_2-2p_0)} + \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3-2p_0)} e^{i(mp_3-2p_0)} + c.c., \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3)} = \frac{e\bar{n}_\alpha}{m_e \bar{\gamma}_\alpha} \left(1 - \frac{\bar{v}_{\alpha z}^2}{c^2} \right) \sum_{m=1}^N \left[\frac{k_{3,m} E_{3z,m}(\bar{\tau})}{\bar{\Omega}_{\alpha,3,m}} \exp(ip_{\alpha,3,m}) + c.c. \right],$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_\chi+p_0)} = & \frac{e\bar{v}_{\alpha\perp} \bar{n}_\alpha}{2m_e \bar{\gamma}_\alpha} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{k_{\chi,m} E_{\chi x,m}(\bar{\tau})(1+s_\chi)}{(\bar{\Omega}_{\alpha,\chi,m} + \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \times \right. \\ & \left. \times \left(\left(1 - \frac{\bar{v}_{\alpha z}^2}{c^2} \right) - \frac{\bar{\Omega}_{\alpha,\chi,m}}{\omega_{\chi,m}} \right) \exp(ip_{\alpha,\chi,m} + ip_{\alpha 0}) + c.c. \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_\chi-p_0)} = & \frac{e\bar{v}_{\alpha\perp} \bar{n}_\alpha}{2m_e \bar{\gamma}_\alpha} \sum_{m=1}^N \sum_{\chi=1}^2 \left[\frac{k_{\chi,m} E_{\chi x,m}(\bar{\tau})(1-s_\chi)}{(\bar{\Omega}_{\alpha,\chi,m} - \bar{\Omega}_{\alpha 0})} \times \right. \\ & \left. \times \left(\left(1 - \frac{\bar{v}_{\alpha z}^2}{c^2} \right) - \frac{\bar{\Omega}_{\alpha,\chi,m}}{\omega_{\chi,m}} \right) \exp(ip_{\alpha,\chi,m} - ip_{\alpha 0}) + c.c. \right], \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_1)} = \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_2)} = \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3 \pm p_0)} = \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_1 \pm 2p_0)} = \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_2 \pm 2p_0)} = \frac{1}{\xi} \mathbf{u}_{n_{\alpha,m}}^{(1)(p_3 \pm 2p_0)} = \mathbf{0},$$

$$\frac{1}{\xi} A_{n_\alpha}^{(1)} = 0, \quad A_\tau^{(1)} = 1.$$

Таким чином, завдяки заміні (2.26), рішенням (2.31)–(2.33) і функціям (2.34)–(2.36) знаходимо осциляторні $\mathbf{u}^{(n)}$ і постійні $\mathbf{A}^{(n)}$ функції рішень (2.43)–(2.44) з точністю до кубічних доданків по $1/\xi$.

2.5 Параметричні резонансні взаємодії в плазмово-пучкових супергетеродинних ЛСЕ з гвинтовими електронними пучками

У плазмово-пучкових супергетеродинних ЛСЕ з гвинтовими РЕП за рахунок обертальної фази електронного пучка, мають місце додаткові множинні параметричні взаємодії. В результаті цього виникає велика кількість комбінаційних фаз, які необхідно враховувати при знаходженні власних електромагнітних полів хвиль. Такі резонансні взаємодії проявляються вже на лінійній стадії взаємодії. Швидкі фази які необхідно враховувати при вирішенні самосузгоджуваної задачі, мають такий вигляд:

$$p_{1,m}, p_{2,m}, p_{3,m}, p_{1,m} + p_0, p_{1,m} - p_0, p_{2,m} + p_0, p_{1,m} - p_0, p_{3,m} + p_0, p_{3,m} - p_0, \\ p_{1,m} + 2p_0, p_{1,m} - 2p_0, p_{2,m} + 2p_0, p_{2,m} - 2p_0, p_{3,m} + 2p_0, p_{3,m} - 2p_0. \quad (2.45)$$

Для отримання самоузгоджуваної системи диференціальних рівнянь для амплітуд гармонік електромагнітних хвиль з урахуванням мультигармонічних взаємодій в квадратично-нелінійному наближенні необхідно множити два мультигармонічних ряди наступного типу

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \sum_{m=1}^N (A_{p_{1,m}} e^{ip_{1,m}} + A_{p_{2,m}} e^{ip_{2,m}} + A_{p_{3,m}} e^{ip_{3,m}} + A_{p_{1,m}+p_0} e^{i(p_{1,m}+p_0)} +$$

$$\begin{aligned}
& + A_{p_{1,m}-p_0} e^{i(p_{1,m}-p_0)} + A_{p_{2,m}+p_0} e^{i(p_{2,m}+p_0)} + A_{p_{2,m}-p_0} e^{i(p_{2,m}-p_0)} + A_{p_{3,m}+p_0} e^{i(p_{3,m}+p_0)} + \\
& \quad + A_{p_{3,m}-p_0} e^{i(p_{3,m}-p_0)} + A_{p_{1,m}+2p_0} e^{i(p_{1,m}+2p_0)} + A_{p_{1,m}-2p_0} e^{i(p_{1,m}-2p_0)} + \\
& \quad + A_{p_{2,m}+2p_0} e^{i(p_{2,m}+2p_0)} + A_{p_{2,m}-2p_0} e^{i(p_{2,m}-2p_0)} + A_{p_{3,m}+2p_0} e^{i(p_{3,m}+2p_0)} + \\
& \quad + A_{p_{3,m}-2p_0} e^{i(p_{3,m}-2p_0)} + c.c.) \times \sum_{m'=1}^{N'} (B_{p_{1,m'}} e^{ip_{1,m'}} + B_{p_{2,m'}} e^{ip_{2,m'}} + B_{p_{3,m'}} e^{ip_{3,m'}} + \\
& \quad + B_{p_{1,m'}+p_0} e^{i(p_{1,m'}+p_0)} + B_{p_{1,m'}-p_0} e^{i(p_{1,m'}-p_0)} + B_{p_{2,m'}+p_0} e^{i(p_{2,m'}+p_0)} + B_{p_{2,m'}-p_0} e^{i(p_{2,m'}-p_0)} + \\
& \quad + B_{p_{3,m'}+p_0} e^{i(p_{3,m'}+p_0)} + B_{p_{3,m'}-p_0} e^{i(p_{3,m'}-p_0)} + B_{p_{1,m'}+2p_0} e^{i(p_{1,m'}+2p_0)} + \\
& \quad B_{p_{1,m'}-2p_0} e^{i(p_{1,m'}-2p_0)} + B_{p_{2,m'}+2p_0} e^{i(p_{2,m'}+2p_0)} + B_{p_{2,m'}-2p_0} e^{i(p_{2,m'}-2p_0)} + \\
& \quad + B_{p_{3,m'}+2p_0} e^{i(p_{3,m'}+2p_0)} + B_{p_{3,m'}-2p_0} e^{i(p_{3,m'}-2p_0)} + c.c.).
\end{aligned}$$

Таким чином, виникає математична проблема, яка пов'язана з урахуванням усіх можливих комбінацій фаз (2.43) при розрахунку осциляторних функцій $\mathbf{u}^{(n)}$ (2.31) в задачах руху і концентрації. Для цього були розроблені комбінаційні схеми, як для монохроматичного режиму ($m=1, N=1$), так і для мультигармонічного ($m=1, 2, 3, \dots, N$).

Розглянемо спочатку комбінаційну схему для п'ятнадцяти швидких фаз (2.43) для перших гармонік хвиль сигналу, накачування і хвилі просторового заряду. Умова параметричного резонансу для фази першої гармоніки $p_{1,1}$ має вигляд

$$p_{1,1} = p_{3,1} \pm p_0 + (p_{2,1} \mp p_0), \quad p_{1,1} = p_{3,1} \pm 2p_0 + (p_{2,1} \mp 2p_0), \quad p_{1,1} = p_{3,1} + p_{2,1}.$$

Для того щоб обчислити швидкість або концентрацію з фазою $p_{1,1}$, необхідно записати комбінаційний ряд такого вигляду

$$\begin{aligned} C_{p_{1,1}} = & A_{p_{2,1}} B_{p_{3,1}} + A_{p_{3,1}} B_{p_{2,1}} + A_{p_{2,1}+p_0} B_{p_{3,1}-p_0} + \\ & + A_{p_{3,1}-p_0} B_{p_{2,1}+p_0} + A_{p_{2,1}+2p_0} B_{p_{3,1}-2p_0} + A_{p_{3,1}-2p_0} B_{p_{2,1}+2p_0} + \\ & + A_{p_{2,1}-p_0} B_{p_{3,1}+p_0} + A_{p_{3,1}+p_0} B_{p_{2,1}-p_0} + A_{p_{2,1}-2p_0} B_{p_{3,1}+2p_0} + A_{p_{3,1}+2p_0} B_{p_{2,1}-2p_0} \cdot \end{aligned}$$

для першої гармоніки фази $p_{2,1}$

$$p_{2,1} = p_{1,1} \pm p_0 - (p_{3,1} \pm p_0), \quad p_{2,1} = p_{1,1} \pm 2p_0 - (p_{3,1} \pm 2p_0), \quad p_{2,1} = p_{1,1} - p_{3,1},$$

$$\begin{aligned} C_{p_{2,1}} = & A_{p_{1,1}} B_{p_{3,1}}^* + A_{p_{3,1}}^* B_{p_{1,1}} + A_{p_{1,1}+p_0} B_{p_{3,1}+p_0}^* + \\ & + A_{p_{3,1}+p_0}^* B_{p_{1,1}+p_0} + A_{p_{1,1}+2p_0} B_{p_{3,1}+2p_0}^* + A_{p_{3,1}+2p_0}^* B_{p_{1,1}+2p_0} + \\ & + A_{p_{1,1}-p_0} B_{p_{3,1}-p_0}^* + A_{p_{3,1}-p_0}^* B_{p_{1,1}-p_0} + A_{p_{1,1}-2p_0} B_{p_{3,1}-2p_0}^* + A_{p_{3,1}-2p_0}^* B_{p_{1,1}-2p_0} \cdot \end{aligned}$$

для фази першої гармоніки $p_{3,1}$

$$p_{3,1} = p_{1,1} - p_{2,1}, \quad p_{3,1} = p_{1,1} \pm p_0 - (p_{2,1} \pm p_0), \quad p_{3,1} = p_{1,1} \pm 2p_0 - (p_{2,1} \pm 2p_0),$$

$$\begin{aligned} C_{p_{3,1}} = & A_{p_{1,1}} B_{p_{2,1}}^* + A_{p_{2,1}}^* B_{p_{1,1}} + A_{p_{1,1}+p_0} B_{p_{2,1}+p_0}^* + \\ & + A_{p_{2,1}+p_0}^* B_{p_{1,1}+p_0} + A_{p_{1,1}+2p_0} B_{p_{2,1}+2p_0}^* + A_{p_{2,1}+2p_0}^* B_{p_{1,1}+2p_0} + \\ & + A_{p_{1,1}-p_0} B_{p_{2,1}-p_0}^* + A_{p_{2,1}-p_0}^* B_{p_{1,1}-p_0} + A_{p_{1,1}-2p_0} B_{p_{2,1}-2p_0}^* + A_{p_{2,1}-2p_0}^* B_{p_{1,1}-2p_0} \cdot \end{aligned}$$

для фаз перших гармонік $p_{1,1} \pm p_0$

$$p_{1,1} \pm p_0 = (p_{3,1} \pm p_0) + p_{2,1}, \quad p_{1,1} \pm p_0 = p_{3,1} + (p_{2,1} \pm p_0),$$

$$p_{1,1} \pm p_0 = (p_{3,1} \pm 2p_0) + (p_{2,1} \mp p_0), \quad p_{1,1} \pm p_0 = (p_{3,1} \mp p_0) + (p_{2,1} \pm 2p_0),$$

$$C_{p_{1,1} \pm p_0} = A_{p_{2,1}} B_{p_{3,1} \pm p_0} + A_{p_{3,1} \pm p_0} B_{p_{2,1}} + A_{p_{2,1} \mp p_0} B_{p_{3,1} \pm 2p_0} + A_{p_{3,1} \pm 2p_0} B_{p_{2,1} \mp p_0} + \\ + A_{p_{3,1}} B_{p_{2,1} \pm p_0} + A_{p_{2,1} \pm p_0} B_{p_{3,1}} + A_{p_{3,1} \mp p_0} B_{p_{2,1} \pm 2p_0} + A_{p_{2,1} \pm 2p_0} B_{p_{3,1} \mp p_0}.$$

для фаз перших гармонік $p_{2,1} \pm p_0$

$$p_{2,1} \pm p_0 = (p_{1,1} \pm p_0) - p_{3,1}, \quad p_{2,1} \pm p_0 = p_{1,1} - (p_{3,1} \mp p_0),$$

$$p_{2,1} \pm p_0 = (p_{1,1} \pm 2p_0) - (p_{3,1} \pm p_0), \quad p_{2,1} \pm p_0 = (p_{1,1} \mp p_0) - (p_{3,1} \mp 2p_0),$$

$$C_{p_{2,1} \pm p_0} = A_{p_{1,1} \pm p_0} B_{p_{3,1}}^* + A_{p_{3,1}}^* B_{p_{1,1} \pm p_0} + A_{p_{1,1} \pm 2p_0} B_{p_{3,1} \pm p_0}^* + A_{p_{3,1} \pm p_0}^* B_{p_{1,1} \pm 2p_0} + \\ + A_{p_{1,1}} B_{p_{3,1} \mp p_0}^* + A_{p_{3,1} \mp p_0}^* B_{p_{1,1}} + A_{p_{1,1} \mp p_0} B_{p_{3,1} \mp 2p_0}^* + A_{p_{3,1} \mp 2p_0}^* B_{p_{1,1} \mp p_0}.$$

для фаз перших гармонік $p_{3,1} \pm p_0$

$$p_{3,1} \pm p_0 = p_{1,1} \pm p_0 - p_{2,1}, \quad p_{3,1} \pm p_0 = p_{1,1} - (p_{2,1} \mp p_0),$$

$$p_{3,1} \pm p_0 = p_{1,1} \pm 2p_0 - (p_{2,1} \pm p_0), \quad p_{3,1} \pm p_0 = p_{1,1} \mp p_0 - (p_{2,1} \mp 2p_0),$$

$$C_{p_{3,1} \pm p_0} = A_{p_{1,1} \pm p_0} B_{p_{2,1}}^* + A_{p_{2,1}}^* B_{p_{1,1} \pm p_0} + A_{p_{1,1} \pm 2p_0} B_{p_{2,1} \pm p_0}^* + A_{p_{2,1} \pm p_0}^* B_{p_{1,1} \pm 2p_0} + \\ + A_{p_{1,1}} B_{p_{2,1} \mp p_0}^* + A_{p_{2,1} \mp p_0}^* B_{p_{1,1}} + A_{p_{1,1} \mp p_0} B_{p_{2,1} \mp 2p_0}^* + A_{p_{2,1} \mp 2p_0}^* B_{p_{1,1} \mp p_0}.$$

для фаз перших гармонік $p_{1,1} \pm 2p_0$

$$p_{1,1} \pm 2p_0 = p_{3,1} \pm 2p_0 + p_{2,1}, \quad p_{1,1} \pm 2p_0 = p_{3,1} + (p_{2,1} \pm 2p_0),$$

$$p_{1,1} \pm 2p_0 = p_{3,1} \pm p_0 + (p_{2,1} \pm p_0),$$

$$C_{p_{1,1} \pm 2p_0} = A_{p_{3,1}} B_{p_{2,1} \pm 2p_0} + A_{p_{2,1} \pm 2p_0} B_{p_{3,1}} +$$

$$+ A_{p_{2,1} \pm p_0} B_{p_{3,1} \pm p_0} + A_{p_{3,1} \pm p_0} B_{p_{2,1} \pm p_0} + A_{p_{2,1}} B_{p_{3,1} \pm 2p_0} + A_{p_{3,1} \pm 2p_0} B_{p_{2,1}}.$$

для фаз перших гармонік $p_{2,1} \pm 2p_0$

$$p_{2,1} \pm 2p_0 = p_{1,1} \pm 2p_0 - p_{3,1}, \quad p_{2,1} \pm 2p_0 = p_{1,1} - (p_{3,1} \pm 2p_0),$$

$$p_{2,1} \pm 2p_0 = p_{1,1} \pm p_0 - (p_{3,1} \mp p_0),$$

$$C_{p_{2,1} \pm 2p_0} = A_{p_{3,1}}^* B_{p_{1,1} \pm 2p_0} + A_{p_{1,1} \pm 2p_0} B_{p_{3,1}}^* + \\ + A_{p_{3,1} \mp p_0}^* B_{p_{1,1} \pm p_0} + A_{p_{1,1} \pm p_0} B_{p_{3,1} \mp p_0}^* + A_{p_{1,1}} B_{p_{3,1} \mp 2p_0}^* + A_{p_{3,1} \mp 2p_0}^* B_{p_{1,1}}.$$

для фаз перших гармонік $p_{3,1} \pm 2p_0$

$$p_{3,1} \pm 2p_0 = p_{1,1} \pm 2p_0 - p_{2,1}, \quad p_{3,1} \pm 2p_0 = p_{1,1} - (p_{2,1} \mp 2p_0),$$

$$p_{3,1} \pm 2p_0 = p_{1,1} \pm p_0 - (p_{2,1} \mp p_0),$$

$$C_{p_{3,1} \pm 2p_0} = A_{p_{2,1}}^* B_{p_{1,1} \pm 2p_0} + A_{p_{1,1} \pm 2p_0} B_{p_{2,1}}^* + \\ + A_{p_{2,1} \mp p_0}^* B_{p_{1,1} \pm p_0} + A_{p_{1,1} \pm p_0} B_{p_{2,1} \mp p_0}^* + A_{p_{1,1}} B_{p_{2,1} \mp 2p_0}^* + A_{p_{2,1} \mp 2p_0}^* B_{p_{1,1}}.$$

Отримана вище комбінаційна схема для п'ятнадцяти швидкоосцилюючих фаз добре адаптована для проведення чисельного моделювання динаміки хвиль в плазмово-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими релятивістськими електронними пучками в монохроматичному режимі.

Як відомо супергетеродинні ЛСЕ використовують пучкові нестійкості для збільшення підсилюючих властивостей. Як говорилося раніше, такі нестійкості характеризуються лінійною дисперсією. У зв'язку з цим в таких системах має місце порушення великої кількості вищих гармонік хвиль. Для

того що б описати процес збудження вищих гармонік хвиль в досліджуваних плазмово-пучкових супергетеродинних ЛСЕ з гвинтовими РЕП, необхідно розробити мультигармонічну комбінаційну схему параметричних взаємодій. Така схема повинна враховувати, як мультигармонічні резонанси між хвилею одного типу, так і множинні резонанси між хвилями різного типу.

Умови множинних параметричних резонансів між гармоніками хвиль одного і різних типів для m -х гармонік фази $p_{1,m}$, а також відповідний комбінаційний ряд мають вигляд

$$\begin{aligned} p_{1,m_3} &= p_{1,m_1} + p_{1,m_2}, \quad p_{1,m_3} = (p_{1,m_1} + p_0) + (p_{1,m_2} - p_0), \\ p_{1,m_3} &= (p_{1,m_1} + 2p_0) + (p_{1,m_2} - 2p_0), \quad p_{1,m} = p_{3,m} + p_{2,m}, \\ p_{1,m} &= p_{3,m} \pm p_0 + (p_{2,m} \mp p_0), \quad p_{1,m} = p_{3,m} \pm 2p_0 + (p_{2,m} \mp 2p_0). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{m''=1}^{N''} C_{p_{1,m''}} &= \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^{N'} (A_{p_{1,m}} B_{p_{1,m'}} + A_{p_{1,m}+p_0} B_{p_{1,m'}-p_0} + A_{p_{1,m}-p_0} B_{p_{1,m'}+p_0} + A_{p_{1,m}+2p_0} B_{p_{1,m'}-2p_0} + \\ &+ A_{p_{1,m}-2p_0} B_{p_{1,m'}+2p_0} + A_{p_{2,m}} B_{p_{3,m'}} + A_{p_{3,m}} B_{p_{2,m'}} + A_{p_{2,m}+p_0} B_{p_{3,m'}-p_0} + A_{p_{3,m}-p_0} B_{p_{2,m'}+p_0} + \\ &+ A_{p_{2,m}+2p_0} B_{p_{3,m'}-2p_0} + A_{p_{3,m}-2p_0} B_{p_{2,m'}+2p_0} + A_{p_{2,m}-p_0} B_{p_{3,m'}+p_0} + A_{p_{3,m}+p_0} B_{p_{2,m'}-p_0} + \\ &+ A_{p_{2,m}-2p_0} B_{p_{3,m'}+2p_0} + A_{p_{3,m}+2p_0} B_{p_{2,m'}-2p_0}), \end{aligned}$$

аналогічно для m -х гармонік фази $p_{2,m}$

$$\begin{aligned} p_{2,m_3} &= p_{2,m_1} + p_{2,m_2}, \quad p_{2,m_3} = (p_{2,m_1} + p_0) + (p_{2,m_2} - p_0), \\ p_{2,m_3} &= (p_{2,m_1} + 2p_0) + (p_{2,m_2} - 2p_0), \quad p_{2,m} = p_{1,m} - p_{3,m}, \\ p_{2,m} &= (p_{1,m} \pm p_0) - (p_{3,m} \pm p_0), \quad p_{2,m} = p_{1,m} \pm 2p_0 - (p_{3,m} \pm 2p_0). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{m''=1}^{N''} C_{p_{2,m''}} &= \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^{N'} (A_{p_{2,m}} B_{p_{2,m'}} + A_{p_{2,m}+p_0} B_{p_{2,m'}-p_0} + A_{p_{2,m}-p_0} B_{p_{2,m'}+p_0} + A_{p_{2,m}+2p_0} B_{p_{2,m'}-2p_0} + \\
&+ A_{p_{2,m}-2p_0} B_{p_{2,m'}+2p_0} + A_{p_{1,m}} B_{p_{3,m'}}^* + A_{p_{3,m}}^* B_{p_{1,m'}} + A_{p_{1,m}+p_0} B_{p_{3,m'}+p_0}^* + \\
&+ A_{p_{3,m}+p_0}^* B_{p_{1,m'}+p_0} + A_{p_{1,m}+2p_0} B_{p_{3,m'}+2p_0}^* + A_{p_{3,m}+2p_0}^* B_{p_{1,m'}+2p_0} + \\
&+ A_{p_{1,m}-p_0} B_{p_{3,m'}-p_0}^* + A_{p_{3,m}-p_0}^* B_{p_{1,m'}-p_0} + A_{p_{1,m}-2p_0} B_{p_{3,m'}-2p_0}^* + A_{p_{3,m}-2p_0}^* B_{p_{1,m'}-2p_0}),
\end{aligned}$$

для m -х гармонік фази $p_{3,m}$

$$\begin{aligned}
p_{3,m_3} &= p_{3,m_1} + p_{3,m_2}, \quad p_{3,m_3} = (p_{3,m_1} + p_0) + (p_{3,m_2} - p_0), \\
p_{3,m_3} &= (p_{3,m_1} + 2p_0) + (p_{3,m_2} - 2p_0), \quad p_{3,m} = p_{1,m} - p_{2,m}, \\
p_{3,m} &= (p_{1,m} \pm p_0) - (p_{2,m} \pm p_0), \quad p_{3,m} = p_{1,m} \pm 2p_0 - (p_{2,m} \pm 2p_0).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{m''=1}^{N''} C_{p_{3,m''}} &= \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^{N'} (A_{p_{3,m}} B_{p_{3,m'}} + A_{p_{3,m}+p_0} B_{p_{3,m'}-p_0} + A_{p_{3,m}-p_0} B_{p_{3,m'}+p_0} + A_{p_{3,m}+2p_0} B_{p_{3,m'}-2p_0} + \\
&+ A_{p_{3,m}-2p_0} B_{p_{3,m'}+2p_0}) + A_{p_{1,m}} B_{p_{2,m'}}^* + A_{p_{2,m}}^* B_{p_{1,m'}} + A_{p_{1,m}+p_0} B_{p_{2,m'}+p_0}^* + \\
&+ A_{p_{2,m}+p_0}^* B_{p_{1,m'}+p_0} + A_{p_{1,m}+2p_0} B_{p_{2,m'}+2p_0}^* + A_{p_{2,m}+2p_0}^* B_{p_{1,m'}+2p_0} + \\
&+ A_{p_{1,m}-p_0} B_{p_{2,m'}-p_0}^* + A_{p_{2,m}-p_0}^* B_{p_{1,m'}-p_0} + A_{p_{1,m}-2p_0} B_{p_{2,m'}-2p_0}^* + A_{p_{2,m}-2p_0}^* B_{p_{1,m'}-2p_0}.
\end{aligned}$$

Умови множинних параметричних резонансів між хвилями одного і різних типів для m -х гармонік фаз, а також відповідні комбінаційні ряди мають вигляд

$$\begin{aligned}
p_{1,m_3} \pm p_0 &= (p_{1,m_1} \pm p_0) + p_{1,m_2}, \quad p_{1,m_3} \pm p_0 = (p_{1,m_1} \mp p_0) + (p_{1,m_2} \pm 2p_0), \\
p_{1,m} \pm p_0 &= (p_{3,m} \pm p_0) + p_{2,m}, \quad p_{1,m} \pm p_0 = p_{3,m} + (p_{2,m} \pm p_0),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{1,m} \pm p_0 &= (p_{3,m} \pm 2p_0) + (p_{2,m} \mp p_0), \quad p_{1,m} \pm p_0 = (p_{3,m} \mp p_0) + (p_{2,m} \pm 2p_0), \\
\sum_{m''=1}^{N''} C_{p_{1,m''} \pm p_0} &= \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^{N'} (A_{p_{1,m} \pm p_0} B_{p_{1,m'}} + A_{p_{1,m}} B_{p_{1,m'} + p_0} + A_{p_{1,m} \mp p_0} B_{p_{1,m'} \pm 2p_0} + A_{p_{1,m} \pm 2p_0} B_{p_{1,m'} \mp p_0} + \\
&+ A_{p_{2,m}} B_{p_{3,m'} \pm p_0} + A_{p_{3,m} \pm p_0} B_{p_{2,m'}} + A_{p_{2,m} \mp p_0} B_{p_{3,m'} \pm 2p_0} + A_{p_{3,m} \pm 2p_0} B_{p_{2,m'} \mp p_0} + \\
&+ A_{p_{3,m}} B_{p_{2,m'} \pm p_0} + A_{p_{2,m} \pm p_0} B_{p_{3,m'}} + A_{p_{3,m} \mp p_0} B_{p_{2,m'} \pm 2p_0} + A_{p_{2,m} \pm 2p_0} B_{p_{3,m'} \mp p_0}),
\end{aligned}$$

для m -х гармонік фаз $p_{2,m} \pm p_0$

$$\begin{aligned}
p_{2,m_3} \pm p_0 &= (p_{2,m_1} \pm p_0) + p_{2,m_2}, \quad p_{2,m_3} \pm p_0 = (p_{2,m_1} \pm 2p_0) + (p_{2,m_2} \mp p_0), \\
p_{2,m} \pm p_0 &= (p_{1,m} \pm p_0) - p_{3,m}, \quad p_{2,m} \pm p_0 = p_{1,m} - (p_{3,m} \mp p_0), \\
p_{2,m} \pm p_0 &= (p_{1,m} \pm 2p_0) - (p_{3,m} \pm p_0), \quad p_{2,m} \pm p_0 = (p_{1,m} \mp p_0) - (p_{3,m} \mp 2p_0), \\
\sum_{m''=1}^{N''} C_{p_{2,m''} \pm p_0} &= \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^{N'} (A_{p_{2,m} \pm p_0} B_{p_{2,m'}} + A_{p_{2,m}} B_{p_{2,m'} \pm p_0} + A_{p_{2,m} \mp p_0} B_{p_{2,m'} \pm 2p_0} + A_{p_{2,m} \pm 2p_0} B_{p_{2,m'} \mp p_0} + \\
&+ A_{p_{1,m} \pm p_0} B_{p_{3,m'}}^* + A_{p_{3,m}}^* B_{p_{1,m'} \pm p_0} + A_{p_{1,m} \pm 2p_0} B_{p_{3,m'} \pm p_0}^* + A_{p_{3,m} \pm p_0}^* B_{p_{1,m'} \pm 2p_0} + \\
&+ A_{p_{1,m}} B_{p_{3,m'} \mp p_0}^* + A_{p_{3,m} \mp p_0}^* B_{p_{1,m'}} + A_{p_{1,m} \mp p_0} B_{p_{3,m'} \mp 2p_0}^* + A_{p_{3,m} \mp 2p_0}^* B_{p_{1,m'} \mp p_0}),
\end{aligned}$$

для m -х гармонік фаз $p_{3,m} \pm p_0$

$$\begin{aligned}
p_{3,m_3} \pm p_0 &= (p_{3,m_1} \pm p_0) + p_{3,m_2}, \quad p_{3,m_3} \pm p_0 = (p_{3,m_1} \mp p_0) + (p_{3,m_2} \pm 2p_0), \\
p_{3,m} \pm p_0 &= p_{1,m} \pm p_0 - p_{2,m}, \quad p_{3,m} \pm p_0 = p_{1,m} - (p_{2,m} \mp p_0), \\
p_{3,m} \pm p_0 &= p_{1,m} \pm 2p_0 - (p_{2,m} \pm p_0), \quad p_{3,m} \pm p_0 = p_{1,m} \mp p_0 - (p_{2,m} \mp 2p_0), \\
\sum_{m''=1}^{N''} C_{p_{3,m''} \pm p_0} &= \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^{N'} (A_{p_{3,m} \pm p_0} B_{p_{3,m'}} + A_{p_{3,m}} B_{p_{3,m'} \pm p_0} + A_{p_{3,m} \mp p_0} B_{p_{3,m'} \pm 2p_0} + A_{p_{3,m} \pm 2p_0} B_{p_{3,m'} \mp p_0} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + A_{p_{1,m} \pm p_0} B_{p_{2,m'}}^* + A_{p_{2,m}}^* B_{p_{1,m'} \pm p_0} + A_{p_{1,m} \pm 2p_0} B_{p_{2,m'} \pm p_0}^* + A_{p_{2,m} \pm p_0}^* B_{p_{1,m'} \pm 2p_0} + \\
& + A_{p_{1,m}} B_{p_{2,m'} \mp p_0}^* + A_{p_{2,m} \mp p_0}^* B_{p_{1,m'}} + A_{p_{1,m} - p_0} B_{p_{2,m'} \mp 2p_0}^* + A_{p_{2,m} \mp 2p_0}^* B_{p_{1,m} \mp p_0}).
\end{aligned}$$

для m -х гармонік фаз $p_{1,m} \pm 2p_0$

$$p_{1,m_3} \pm 2p_0 = (p_{1,m_1} \pm 2p_0) + p_{1,m_2}, \quad p_{1,m_3} \pm 2p_0 = (p_{1,m_1} \pm p_0) + (p_{1,m_2} \pm p_0),$$

$$p_{1,m} \pm 2p_0 = (p_{3,m} \pm 2p_0) + p_{2,m}, \quad p_{1,m} \pm 2p_0 = p_{3,m} + (p_{2,m} \pm 2p_0),$$

$$p_{1,m} \pm 2p_0 = (p_{3,m} \pm p_0) + (p_{2,m} \pm p_0),$$

$$\begin{aligned}
\sum_{m''=1}^{N''} C_{p_{1,m''} \pm 2p_0} &= \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^{N'} (A_{p_{1,m} \pm 2p_0} B_{p_{1,m'}} + A_{p_{1,m}} B_{p_{1,m'} \pm 2p_0} + A_{p_{1,m} \pm p_0} B_{p_{1,m'} \pm p_0} + \\
& + A_{p_{3,m}} B_{p_{2,m'} \pm 2p_0} + A_{p_{2,m} \pm 2p_0} B_{p_{3,m'}} + A_{p_{2,m} \pm p_0} B_{p_{3,m'} \pm p_0} + A_{p_{3,m} \pm p_0} B_{p_{2,m'} \pm p_0} + \\
& + A_{p_{2,m}} B_{p_{3,m'} \pm 2p_0} + A_{p_{3,m} \pm 2p_0} B_{p_{2,m'}}),
\end{aligned}$$

для m -х гармонік фаз $p_{2,m} \pm 2p_0$

$$p_{2,m_3} \pm 2p_0 = (p_{2,m_1} \pm 2p_0) + p_{2,m_2}, \quad p_{2,m_3} \pm 2p_0 = (p_{2,m_1} \pm p_0) + (p_{2,m_2} \pm p_0),$$

$$p_{2,m} \pm 2p_0 = (p_{1,m} \pm 2p_0) - p_{3,m}, \quad p_{2,m} \pm 2p_0 = p_{1,m} - (p_{3,m} \pm 2p_0),$$

$$p_{2,m} \pm 2p_0 = (p_{1,m} \pm p_0) - (p_{3,m} \mp p_0),$$

$$\begin{aligned}
\sum_{m''=1}^{N''} C_{p_{2,m''} \pm 2p_0} &= \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^{N'} (A_{p_{2,m} \pm 2p_0} B_{p_{2,m'}} + A_{p_{2,m}} B_{p_{2,m'} \pm 2p_0} + A_{p_{2,m} \pm p_0} B_{p_{2,m'} \pm p_0} + \\
& + A_{p_{3,m}}^* B_{p_{1,m'} \pm 2p_0} + A_{p_{1,m} \pm 2p_0} B_{p_{3,m'}}^* + A_{p_{3,m} \mp p_0}^* B_{p_{1,m'} \pm p_0} + A_{p_{1,m} \pm p_0} B_{p_{3,m'} \mp p_0}^* + \\
& + A_{p_{1,m}} B_{p_{3,m'} \mp 2p_0}^* + A_{p_{3,m} \mp 2p_0}^* B_{p_{1,m'}}),
\end{aligned}$$

для m -х гармонік фаз $p_{3,m} \pm 2p_0$

$$p_{3,m_3} \pm 2p_0 = (p_{3,m_1} \pm 2p_0) + p_{3,m_2}, \quad p_{3,m_3} \pm 2p_0 = (p_{3,m_1} \pm p_0) + (p_{3,m_2} \pm p_0),$$

$$p_{3,m} \pm 2p_0 = (p_{1,m} \pm 2p_0) - p_{2,m}, \quad p_{3,m} \pm 2p_0 = p_{1,m} - (p_{2,m} \mp 2p_0),$$

$$p_{3,m} \pm 2p_0 = (p_{1,m} \pm p_0) - (p_{2,m} \mp p_0),$$

$$\begin{aligned} \sum_{m''=1}^{N''} C_{p_{3,m''} \pm 2p_0} &= \sum_{m=1}^N \sum_{m'=1}^{N'} (A_{p_{3,m} \pm 2p_0} B_{p_{3,m'}} + A_{p_{3,m}} B_{p_{3,m'} \pm 2p_0} + A_{p_{3,m} \pm p_0}^* B_{p_{3,m'} \pm p_0} + \\ &+ A_{p_{2,m}}^* B_{p_{1,m'} \pm 2p_0} + A_{p_{1,m} \pm 2p_0} B_{p_{2,m'}}^* + A_{p_{2,m} \mp p_0}^* B_{p_{1,m'} \pm p_0} + A_{p_{1,m} \pm p_0} B_{p_{2,m'} \mp p_0}^* + \\ &+ A_{p_{1,m}} B_{p_{2,m'} \mp 2p_0}^* + A_{p_{2,m} \mp 2p_0}^* B_{p_{1,m'}}). \end{aligned}$$

Таким чином, отримана комбінаційна схема, яка враховує множинні параметрично-резонансні взаємодії між хвилею одного типу і хвилями різного типу. Дана схема добре адаптована для проведення чисельного моделювання динаміки хвиль в плазмово-пучкових СЛСЕ з гвинтовими РЕП в мультигармонічному режимі.

З ВПРОВАДЖЕННЯ ТЕХНОЛОГІЙ LIGA ТА P-BEAM WRITING ДЛЯ ВИГОТОВЛЕННЯ НИЗЬКОВИМІРНИХ ПЕРІОДИЧНИХ МЕТАЛОДІЕЛЕКТРИЧНИХ ТА МЕТАМАТЕРІАЛЬНИХ СТРУКТУР

Джерела, які використовують дифракційне випромінювання електронів, що рухаються, відносяться до ряду перспективних генераторів в субміліметровому діапазоні хвиль. Одним з найскладніших вузлів субміліметрового генератора дифракційного випромінювання є відбивна металодіелектрична дифракційна решітка. Період решітки з переходом в субміліметрову область довжин хвиль повинен бути <100 мкм і в міру зменшення довжини хвилі період решітки повинен так само зменшуватися. Важливою вимогою тут є тривимірний характер решіток, коли співвідношення планарних розмірів ламелей і їх висоти повинні бути в певній пропорції.

Метаматеріали представляють собою новий клас оптичного матеріалу, який має унікальні електромагнітні властивості, що утворюються завдяки їх структури, а не їхнього складу. Звідси вони можуть бути розроблені, використовуючи літографічні технології для отримання ефективної діелектричної проникності, які неможливо знайти в природних матеріалах. Як правило, метаматеріали виготовляються з масивів субволноводних металевих структур, які призначені для резонування на певних частотах. Розмір цих резонансних структур, як правило, щонайменше в 10 разів менше, ніж довжина хвилі, на якій вони призначені використовуватись. Це робить технічно складним виготовлення тривимірних метаматеріалів для видимих і близьких до інфрачервоних частот. Тому традиційні оптичні літографічні методи не є придатними і потрібно використовувати інші підходи.

3.1 Принципи експонування резистивних матеріалів в літографічних технологіях високої роздільної здатності

Літографічні технології, які застосовуються при виготовленні напівпровідникових приладів, інтегральних мікросхем, а також наноструктур засновані на експонуванні чутливих резистивних поверхонь. В залежності від виду випромінювання, що використовується для опромінення резистивної плівки, розрізняють фотолітографію, електронну, рентгенівську и іонну літографії. Процес взаємодії різних типів випромінювання показаний на рис. 3.1.

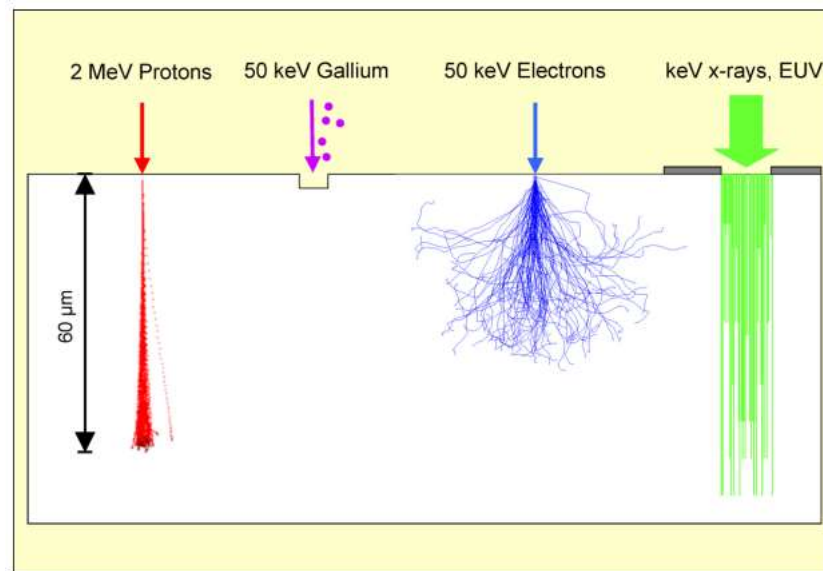


Рисунок 3.1 – Взаємодія різних типів випромінювання з резистивними матеріалами [73]

У проєкційної оптичної літографії (фотолітографії) найменші розміри елементів, які можливо отримати, визначаються використовуваною довжиною хвилі світла [74]. Як відомо ці обмеження пов'язані з явищем дифракції. Процес опромінення здійснюється за рахунок освітлення шаблону, в подальшому за допомогою фокусувальної оптики відбувається зменшення зображення шаблону, яке проєктується на поверхню резисту. При зменшенні застосовуваної довжини хвилі світла нижче 157 нм використання оптичних прозорих фокусувальних елементів стає неможливим, так як більш

короткохвильове випромінювання сильно поглинається поверхневими шарами резистивних матеріалів. Тому доводиться вдаватися до використання дзеркальної оптики, розміщеної у вакуумі. Багатошарові дзеркала - одне з найбільш ефективних засобів для управління екстремальним ультрафіолетовим (EUV-extreme ultraviolet) випромінюванням. В даний час в світловій літографії освоюється діапазон екстремального ультрафіолету з довжиною хвилі 13 нм, що дозволяє розробити технологію з характерним розміром елементів 22 нм. Одним з головних недоліків світловій літографії залишається невисока величина аспектного відношення, під яким мається на увазі відношення висоти до поверхневого розміру одержуваних наноструктур, що пов'язано з сильним поглинанням променів EUV поверхневими шарами резистивних матеріалів.

Рентгенівська літографія принципово відрізняється за рахунок використання випромінювання з довжиною хвилі 0,4-5 нм, але фокусування широкоапертурних рентгенівських променів в даний час не має ефективного вирішення тому тут також застосовуються шаблони (рис. 3.2).

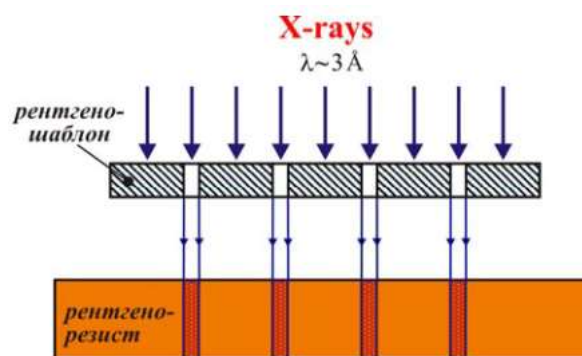


Рисунок 3.2 – Процес експонування резисту в рентгенівській літографії [75]

Послідовне застосування глибокої рентгенівської літографії, гальванопластики та прес-формовки для створення високоаспектних мікроструктур складає LIGA процес. Акронім LIGA походить від німецьких назв основних стадій процесу: рентгенівська літографія на синхротронному випромінюванні (LI), гальванопластика (G, Galvanoformung), і формування

(A, Abformung) [76]. Ключова особливість LIGA-технології полягає в використанні рентгенівської літографії замість оптичної, що дозволяє зняти принципове обмеження зверху на величину аспектного відношення вироблених металізованих мікроструктур (ММС). Такі можливості LIGA-технології реалізуються внаслідок високої проникаючої здатності рентгенівського випромінювання в шари рентгеночутливого резисту, а також завдяки значному зменшенню дифракційного розмиття зображення при його літографічній реплікації, зважаючи на істотне (~ 1000 разів) зменшення довжини хвилі експонуючого випромінювання.

Електронна літографія (електронно-променева літографія - EBL) - метод експонування з використанням сфокусованого електронного пучка, який сканує поверхню резистивного матеріалу, повторюючи шаблон, закладений в керуючий комп'ютер. У разі взаємодії сфокусованого пучка низькоенергетичних електронів з речовиною відбувається їх розсіювання на електронах атомів матеріалу що опромінюється. Тому електрони пучка відхиляються на великий кут, утворюючи класичну грушоподібну форму області іонізації навколо точки дотику сфокусованого пучка з речовиною (рис. 3.1). Такі особливості сфокусованого електронного пучка не дозволяють створювати тривимірні структури з високим аспектним відношенням (рис. 3.3).

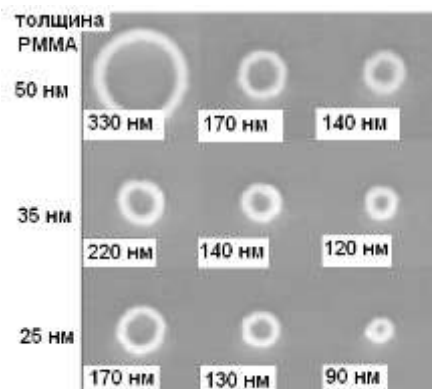


Рисунок 3.3 – Залежність товщини шару резистивного матеріалу РММА від поверхневого розміру нано-структури для технології EBL

Але так само особливо важливим моментом є те, що такий процес супроводжується появою вторинних електронів з досить високою енергетичною складовою, порівнянної за величиною з енергією первинного пучка, так званий ефект близькості. Тому вторинні електрони можуть вносити додаткову дозу при опроміненні, що призводить до труднощів, пов'язаних з визначенням точної дози опромінення окремих ділянок опромінюваного резистивного матеріалу.

При взаємодії сфокусованих пучків низькоенергетичних важких іонів з речовиною вони розсіюються на ядрах атомів опромінюваного матеріалу [77]. Таким чином, іони пучка передають енергію атомам приповерхневого шару матеріалу, і, як результат, відбувається їх переупорядкування, що призводить до хімічних і структурних змін матеріалу. Застосування чисельного коду SRIM [78] показує, що швидкість розпилення для іонів Ga з енергією 30 кеВ становить від 1 до 10 атомів мішені на падаючий іон в залежності від типу матеріалу. Внаслідок цього такий метод має дуже низьку продуктивність при створенні нанокомпонентів з високим аспектним відношенням.

Сфокусовані пучки легких іонів MeV-них енергією можуть взаємодіяти як з електронами, так і з ядрами атомів матеріалу що опромінюється. Імовірність взаємодії іона з електронами матеріалу на кілька порядків перевищує ймовірність розсіювання іонів на ядрах атомів на першій половині свого шляху. В даному випадку ймовірність розсіювання частинок на ядрах атомів мішені описується поняттям перетину розсіювання, яке характеризує ймовірність переходу системи двох взаємодіючих частинок в певний кінцевий стан. Так як маси іона і електрона сильно відрізняються, то в силу кінематичних характеристик процесу розсіювання іон-електронні взаємодії не можуть значно змінити траєкторію руху падаючого іона, яка в більшості випадків являє собою пряму лінію (рис. 3.1). Енергія, яку витрачає іон при таких взаємодіях, має розподіл з найбільш імовірною величиною близько 100 еВ. Тому для іона з енергією декількох MeV можуть статися тисячі таких

взаємодій з електронами, перш ніж іон повністю втратить свою кінетичну енергію [79]. Рівномірний розподіл дози по глибині визначається властивостями іона практично рівномірної віддачі енергії в міру свого руху [80, 81]. З втратою енергії і зменшенням швидкості руху іона ймовірність взаємодії з ядрами атомів матеріалу підвищується, що призводить до викривлення траєкторії іона в кінці свого шляху. Головною перевагою пучків легких іонів з енергією декількох MeV в порівнянні зі сфокусованими пучками електронів є практична відсутність ефекту близькості [82, 83]. Енергія іона є одним з головних параметрів, що впливають на їх глибину проникнення для певного матеріалу [84]. Це є важливою властивістю, яке дозволяє створювати багаторівневі тривимірні об'єкти в резистивних матеріалах. Застосування чисельного коду SRIM показує [85], що пучок протонів з енергією 2 МэВ проникає на глибину 60,8 мкм в матеріалі PMMA (поліметилметакрилат), який володіє резистивними властивостями, при цьому відхилення на глибині 1 мкм становить лише 3 нм і 30 нм на глибині 5 мкм. Такі властивості дозволяють застосовувати сфокусовані пучки протонів при створенні тривимірних нанооб'єктів з високим аспектним відношенням і високою якістю бічних стінок (шорсткість на рівні 3 нм) [86]. Фабрикація мікро- і нанорозмірних структур за допомогою сфокусованих пучків протонів з енергією декількох MeV в даний час має назву proton beam writing (PBW) і відноситься до літографічних технологій з високою роздільною здатністю [87, 88].

З проведеного аналізу можна зробити висновок, що для фабрикації малорозмірних структур з метою виготовлення відбивних метал діелектричних дифракційних решіток для застосування в субміліметрових генераторах дифракційного випромінювання і мікроструктурних фільтрів в генераторах терагерцового діапазону хвиль найбільш прийнятними є дві технології LIGA і PBW. Це пов'язано з можливістю створювати високоякісні мікро- і нано-структури з високим аспектним відношенням. Серед цих двох технологій слід зазначити, що в разі технології LIGA потрібно джерело

синхротронного рентгенівського випромінювання і дорогі рентгенівські маски. Тому технологія РВW є більш привабливою з точки зору впровадження в промислове виробництво.

Технологія РВW є порівняно новою. Особливості фізичних процесів руху легких іонів в речовині послужили основою застосування сфокусованих протонних пучків з енергією декілька МеВ для експонування резистивних матеріалів з метою фабрикації малорозмірних структур. Можливість такого застосування була продемонстрована в кінці минулого століття в ряді робіт [89–91]. У цих роботах також були відзначені фізичні принципи, які дозволяли розглядати таке застосування як перспективну технологію для створення нанокомпонентів. Застосування технології РВW для фабрикації 3D метаматеріалів в якості випромінювачів терагерцового діапазону довжин хвиль викладено в роботі [92]. До цього часу були досить добре розроблені як теоретичні, так і експериментальні методи фокусування мікропучков протонів, що отримуються на виході з електростатичних прискорювачів [93–94]. Такі апаратурні комплекси отримали назву ядерний скануючий мікрозонд. Основною мотивацією застосування мікрозонда в фабрикації малорозмірних структур був пошук альтернативних методів в рентгенівській літографії для отримання структур з високим аспектним відношенням (~100).

Як і більшість технологій, вона має дві складові, це апаратурна частина, що забезпечує фокусування пучка протонів з мінімальними розмірами і максимальним струмом на поверхні зразка що експонується, і певні умови експонування, які встановлюють величину дози опромінення для кожного конкретного матеріалу, методики сканування пучком і обробки експонованої області [95].

Сучасні апаратурні комплекси ЯСМЗ, що застосовуються в технології РВW [96], ґрунтуються на прецизійних електростатичних прискорювачах, в яких створення високої напруги на високовольтному терміналі здійснюється за допомогою каскадного помножувача напруги Кокрофта-Уолтона [97]. За рахунок удосконалення електростатичних прискорювачів значно поліпшені

параметри пучка на виході: енергетичний розкид в пучку $\Delta E / E \approx 10^{-5}$, стабільність струму пучка $\Delta I_{отн.} \approx 1 \%$, яскравість пучка $b \approx 70$ пкА/мкм²мрад²МеВ.

У теперішній час в ряді дослідницьких груп продовжується удосконалення технології PBW [98–100]. Досить добре відпрацьовані режими та визначено умови опромінення для різних резистивних матеріалів. У табл. 3.1 наведені дози опромінення і характерні розміри отриманих малорозмірних компонент для різних типів резистивних матеріалів [101].

Таблиця 3.1 – Резистивні матеріали, які застосовуються в технології PBW

Резистивний матеріал	Тип	Необхідна доза, нК/мм ²	Найменший отриманий характерний розмір
PMMA	позитивний	80–150	20–30 нм
SU-8	негативний	30	60 нм
HSQ	негативний	30	22 нм
PMGI	позитивний	150	1,5 мкм
WL-7154	негативний	4	800 нм
TiO ₂	негативний	8000	5 мкм
Si	негативний	80 000	15 нм
PADC (CR-39)	позитивний	600	5 мкм
ma-N 440	негативний	200	400 нм
GaAs	негативний	100 000	12 мкм

Прискорені заряджені частинки, проходячи в зразку, викликають зміни фізико-хімічних властивостей опроміненої області. При обробці зразка відповідним проявником із застосуванням в деяких процесах електрохімічного травлення віддаляється опромінена область, в цьому випадку резистивний матеріал називається позитивним, і навпаки, видалення не опроміненої області притаманне негативним резистивним матеріалами. Так в полімерних матеріалах типу PMMA проходження в них протонів призводить до розриву полімерних ланцюжків. В результаті опромінена область містить молекулярні сполуки з малою молекулярною вагою, яка видалається при впливі, наприклад, водного розчину ізопропілованого спирту (IPA) в співвідношенні 3:7. З іншого боку в матеріалі SU-8 протони

створюють міжмолекулярні поперечні зв'язки, що призводить до збільшення стійкості до хімічного проявника, який видаляє неопромінені області і тому такий резистивний матеріал є негативним по відношенню до процесу опромінення пучком заряджених частинок.

3.2 Експериментальна установка ядерного скануючого мікроскопа для технології РВВ

Експериментальна установка ядерного скануючого мікроскопа є окремим каналом аналітичного прискорювального комплексу Інституту прикладної фізики НАН України, який заснований на малогабаритному електростатичному прискорювачі «Сокол» з максимальною напругою на високовольтному терміналі 2 МВ. Схема каналу ЯСМЗ в складі АПК приведена на рис. 3.4, а загальний вигляд самого каналу показаний на рис. 3.5.

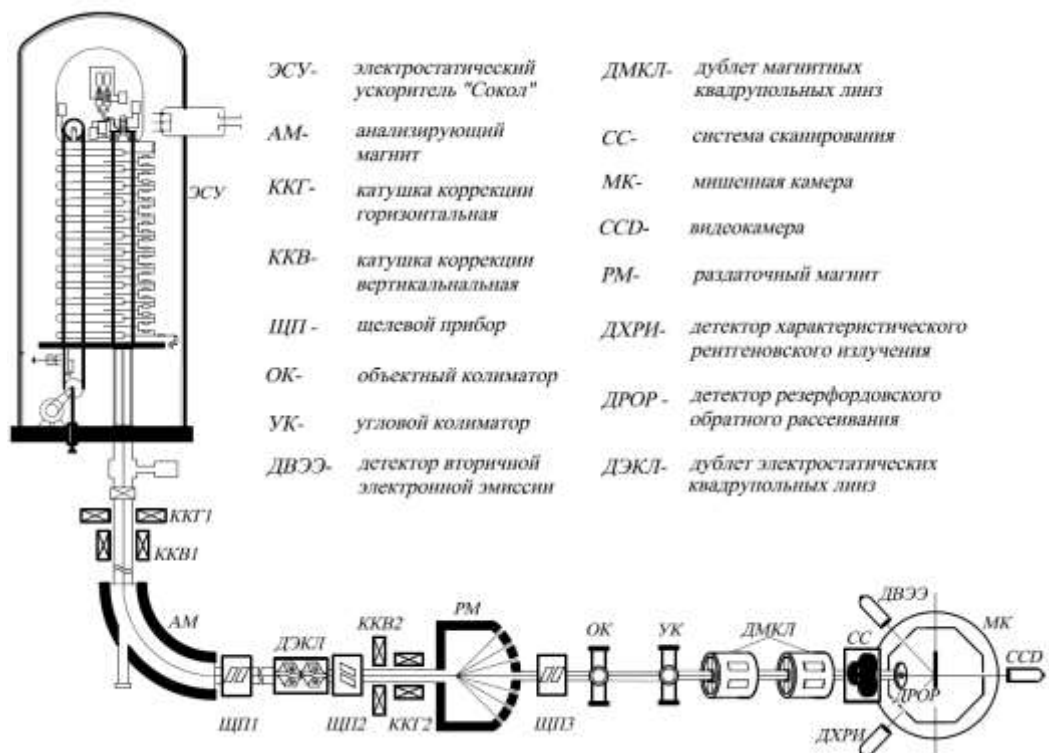


Рисунок 3.4 – Схематичне представлення розташування основних елементів і вузлів каналу ЯСМЗ у складі АПК ІФФ НАНУ

Основними елементами ЯСМЗ є: об'єктний і кутовий коліматори, магнітні квадрупольні лінзи з механізмами позиціонування, сканер, мішенна камера з детектуючими пристроями і механізмом позиціонування зразків. До допоміжних систем відносяться іонопровод, вакуумна система та антивібраційна підставка.

Об'єктний і кутовий коліматори мають однакову конструкцію у вигляді двох схрещених щілин. Ламелі щілин є круглі вольфрамові стрижні діаметром 5 мм. Загальний вигляд коліматорів представлений на рис. 3.6.

Основні технічні характеристики коліматорів:

кількість приводів	4
діапазон переміщення ламелей, мм	0...2
переміщення ламелей на одну поділку лімба, мм	0,002
форма щілин	прямокутна
тип привода	гвинтовий з диференціальним різьбленням
паралельність ламелей щілин, мм	0,001.



Рисунок 3.5 – Загальний вид каналу ЯСМЗ

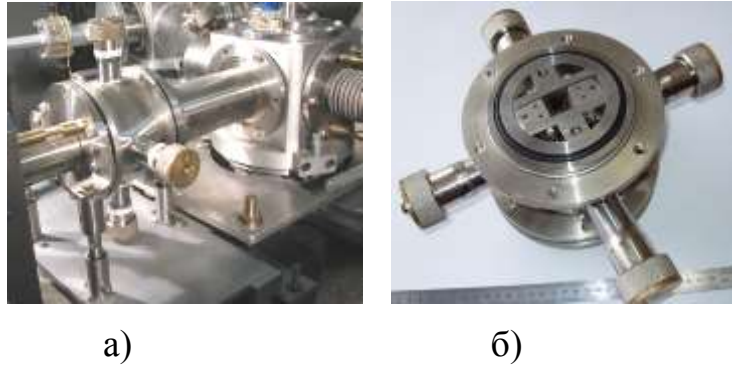


Рисунок 3.6 – Коліматор. а) зображення кутового коліматора у складі каналу ЯСМЗ; б) зображення коліматора в зборі

У каналі ЯСМЗ застосовані інтегровані дублети магнітних квадрупольних лінз (МКЛ) (рис. 3.7). Кожен з дублетів забезпечений системою позиціонування з п'ятьма ступенями свободи.

Сканування пучком по поверхні резисту здійснюється послелінзовим блоковим феромагнітним сканером, який здійснює сканування пучка по двох координатах. Сканер дозволяє отримати растр сканування з розміром до 500×500 мкм² пучка протонів з енергією 2 МеВ при робочій відстані 23 см.

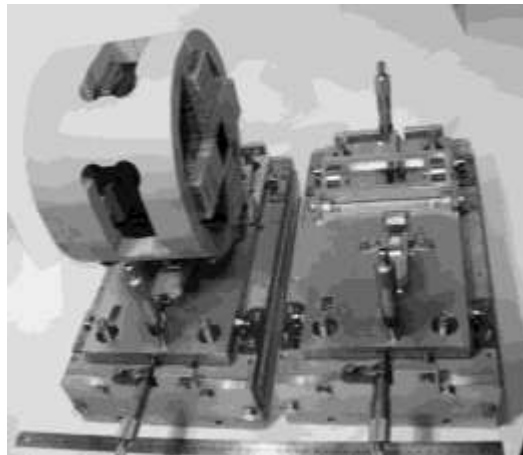


Рисунок 3.7 – Інтегрований дублет МКЛ з системою позиціонування: загальний вигляд дублета і двох механізмів позиціонування

Камера взаємодії пучка із зразками має форму прямокутної восьмигранної призми і виготовлена з нержавіючої сталі. На кожній з бічних граней є приєднувальні фланці, на яких розташовуються детектуючі пристрої,

пристрої спостереження за пучком, вакуумні чи інші системи. Схема розташування пристроїв і систем наведена на рис. 3.8а. Загальний вигляд камери в складі каналу ЯСМЗ показаний на рис. 3.8б.

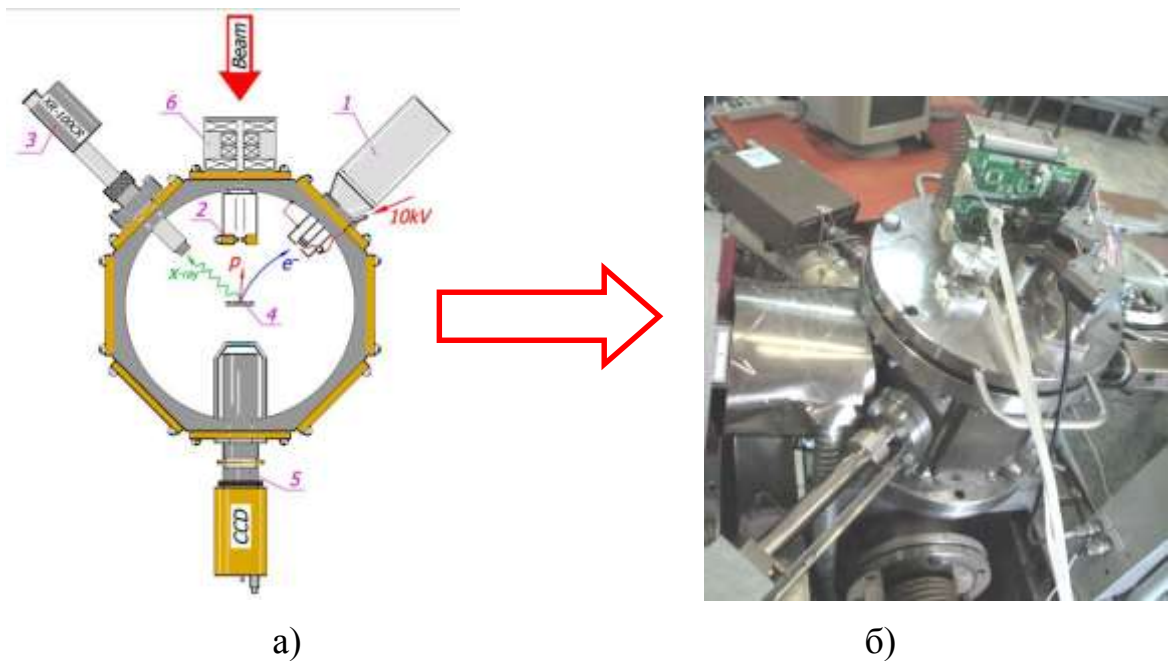


Рисунок 3.8 – Камера взаємодії сфокусованого пучка зі зразками - мішенями. а) схема розташування пристроїв і систем; б) загальний вигляд камери в складі каналу ЯСМЗ

На рис. 3.8а показані:

- блокувий феромагнітний сканер встановлений на фланці 0° (поз. 6);
- детектор вторинних електронів розташований на фланці 45° (поз. 1);
- оптичний мікроскоп з CCD розташований на фланці 180° (поз. 5);
- детектор характеристичного рентгенівського випромінювання (напівпровідниковий детектор AMPTEK® моделі XR-100CR з термоелектричним охолодженням на елементах Пельтьє) встановлено на фланці 315° (поз. 3);
- детектор заряджених частинок (кільцевий поверхнево-бар'єрний детектор ORTEC® моделі TC-017-050), що забезпечує реєстрацію назад розсіяних частини,

На верхній кришці камери розташований двохкоординатний механізм позиціонування зразків, який складається з двох крокових двигунів і

контролера з джерелом живлення. Передача руху всередину камери здійснюється за рахунок обертання вакуум-ущільнених стрижнів. На внутрішній стороні верхньої кришки камери розташовані зразки на електроізолюваному тримачі, з якого проводиться з'їм накопиченого заряду. Для адекватної реєстрації заряду була проведена установка системи придушення вторинних електронів у вигляді кільця, що знаходиться під напругою +300 В. Перевірка ефективності придушення вторинних електронів здійснювалася за допомогою детектора вторинних електронів при включеної і вимкненої напрузі на кільці.

3.3 Підготовка зразків для експонування

Для відпрацювання процесу експонування сфокусованим протонним пучком резистивних матеріалів було підготовлено два зразки. Перший являє собою підкладку з поликору (Al_2O_3) з шорсткістю поверхні <50 нм з нанесеним тонким шаром позитивного резисту РММА. Другий зразок це кремнієва підкладка з нанесеним тонким шаром РММА. На першому етапі було отримано розчин резисту для подальшого нанесення на підкладки. Для цього мелкодисперсна фракція РММА (механічно подрібнений порошок) була розчинена в анізолі (хімічна формула – $C_6H_5OCH_3$) із застосуванням ультразвуку на установці УДНЗ SELMI протягом 5 хв. Співвідношення мас розчинника і резистивного матеріалу впливає на товщину шару резисту на підкладці. Так як сорт РММА був заздалегідь не відомий і не було можливості визначення його молярної маси, відношення мас в розчині було підібрано експериментально таким чином, що б воно становило 4%. Підкладки перед нанесенням резисту промивалися з використанням ультразвуку в бензині марки «Калоша» і в розчині ізопропілового спирту. Сушка проводилася на повітрі. Нанесення розчину резисту на підкладки проводилось із застосуванням центрифуги. На закріпленій підкладці було нанесено 10 мкл розчину РММА. Обертання центрифуги протягом 5 хв з частотою 80000 об/хв дозволило отримати тонкий шар резисту. Сушка шару

резисту проводилася в атмосфері азоту для видалення залишків розчинника. На поверхні спостерігалася інтерференційна картина одного кольору, що свідчить про однаковій товщині нанесеного шару. Оцінка товщини плівки РММА оптичним методом показала, що товщина складає близько 5 мкм. Такий шар резисту повністю проходить пучок протонів з енергією 1 МеВ, товщина пробігу якого в РММА, виходячи з розрахунків з використанням програми SRIM-2008, складає 21 мкм.

Так як для якісного травлення опроміненого резисту доза опромінення залежить від молярної маси i , в силу того, що був використаний не сертифікований розчин РММА, був проведений експеримент по визначенню дози опромінення. Спочатку визначався розмір сфокусованого пучка і загальний його струм. Виходячи з цих параметрів, встановлювалося час експозиції в пікселі. Грунтуючись на даних наведених в табл. 3.1, необхідна доза для резисту РММА при отриманні тривимірних структур становить 80-150 нКл/мм² для пучка протонів МеВ-них енергій. Виходячи з цього було проведено опромінення зразка з підкладкою з полікору в семи областях, кожна мала вигляд квадрата з шириною боку близько 70 мкм з різними дозами (Зразок №1 – 90 нКл/мм², Зразок №2 – 180 нКл/мм², Зразок №3 – 250 нКл/мм², Зразок №4 – 36 нКл/мм², Зразок №5 – 45 нКл/мм², Зразок №6 – 20 нКл/мм², Зразок №7 – 890 нКл/мм²). Після травлення зразка в розчині ізопропілового спирту з деіонізованою водою (у співвідношенні 7:3) з наступним подвійним обполіскуванням в деіонізованою воді і сушки з використанням потоку азоту були отримані зображення опромінених областей за допомогою РЕМ (рис 3.9). З цього малюнка видно, що внесена доза в областях 4-6 була недостатньою. Про це свідчить не повністю витравлений резист внаслідок недостатньої зміни його властивостей під дією опромінення. Доза опромінення, що перевищує 90 нКл/мм² (області 1-3, 7) є достатньою, щоб розірвати всі полімерні ланцюжки по всій глибині резисту.

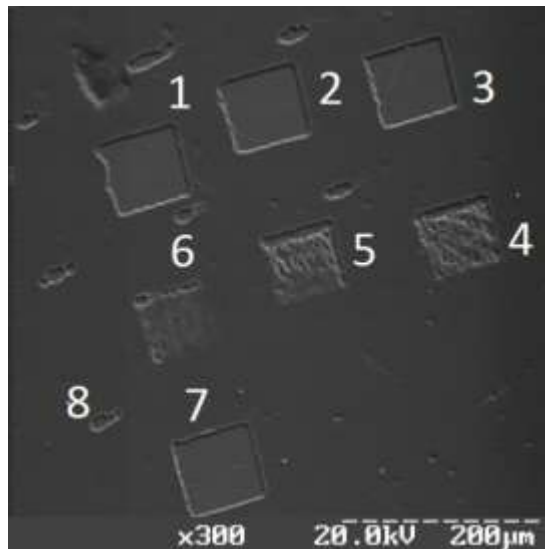


Рисунок 3.9 – Зображення опромінених областей, отримане за допомогою РЕМ. Цифрами позначені номери областей. Цифрою 8 показано початкове положення пучка при опроміненні області № 7

3.4 Особливості фокусування пучка при створенні періодичних структур дифракційних відбивних решіток

Періодичні структури дифракційних відбивних решіток мають особливості пов'язані з тим, що ширина смуги провідної частини повинна бути <100 мкм, в той час як її довжина сягає від кількох міліметрів до кількох сантиметрів. Тому експонування резистивного шару найбільш ефективно проводити сфокусованим пучком у вигляді тонкої лінії. Квадрупольна оптика в ЯСМЗ допускає таке фокусування в силу фізичних принципів квадрупольних лінз, які забезпечують фокусування в одній поперечній площині до пучку і дефокусують пучок в іншій площині перпендикулярній до першої. Для забезпечення такого фокусування був використаний дублет магнітних квадрупольних лінз фінального фокусування найбільш наближений до експонованих зразків (рис. 3.4). При цьому розміри об'єктного і кутового коліматорів в горизонтальному напрямку становили 200 мкм, а у вертикальному напрямку ламелі коліматорів були розведені на максимальну відстань 4 мм. Так як на вході в камеру експонування зразків стоїть кругла

обмежувальна апертура з діаметром 2 мм, то довжина лінії становить близько 2 мм. На рис. 3.9 показано зображення сфокусованого пучка в лінію на кварці.

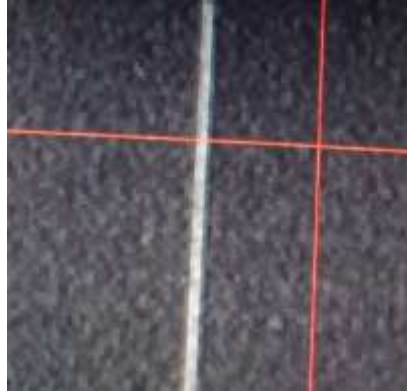


Рисунок 3.9 – Світність сфокусованого пучка в лінію на кварцовому екрані

Так як ширина провідної смуги в відбивної решітці визначається областю експонування, то необхідно визначити ширину лінії сфокусованого пучка. Геометричні розміри сфокусованого пучка так само необхідно знати для визначення дози експонування. Струм пучка на зразку вимірюється штатним інтегратором струму, який входить в комплект обладнання ЯСМЗ. При зазначених вище розмірах коліматорів з урахуванням розмірів круглої апертури струм сфокусованого в лінію пучка дорівнював 8 нА.

Ширина лінії сфокусованого пучка визначалася в результаті стандартної процедури при скануванні вертикально розташованого мідного дроту товщиною 75 мкм і детектуванні виходу вторинної електронної емісії (ВЕЕ) при взаємодії протонів з дротом. Так як напрямок розташування дроту не збігался з лінією пучка, що б зменшити похибку визначення розмірів пучка, вертикальні щілини об'єктного і кутового коліматорів були зменшені до 200 мкм. На рис. 3.10 показано зображення дроту у вторинних електронах в растрі сканування 500×500 мкм².

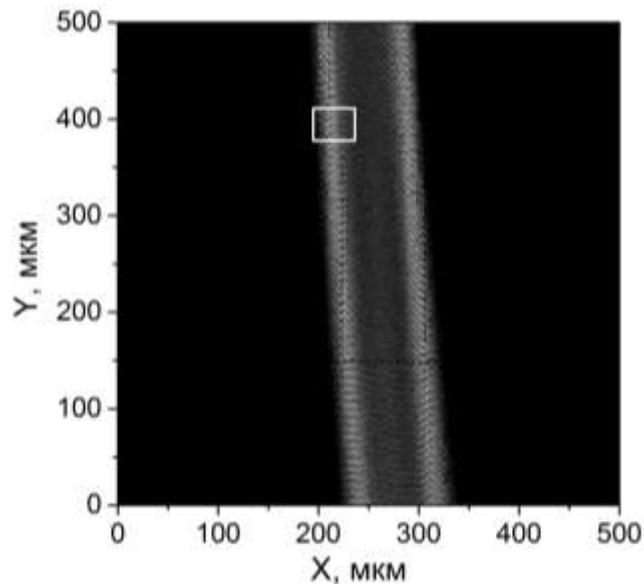


Рисунок 3.10 – Зображення мідного дроту у вторинних електронах при скануванні сфокусованим пучком протонів

Обробка растра складалася з вибору ряду лінійних профілів виходу вторинних електронів при русі пучка в горизонтальному напрямку. Прямокутна область вибору профілів показана на рис. 3.10. Методика визначення розмірів пучка на напіввисоті розподілу щільності струму приведена в роботі [102] на підставі аналізу фронту наростання виходу вторинних електронів. Це дозволяє визначити профіль розподілу щільності струму сфокусованого пучка, а отже і повну ширину на максимальній висоті розподілу в поперечному перерізі. Так як мідний дріт має кінцеву товщину, тому при проходженні пучком його краю спостерігається додатковий вихід вторинних електронів з бічної поверхні. Передбачається, що щільність струму пучка в поперечному перерізі в площині зразка має нормальний розподіл, величина повної ширини на половині максимуму (FWHM) дорівнює f і розподіл центровано щодо $x = X_0$, яке задається виразом:

$$I(x) = \frac{2}{f} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \exp\left[-\frac{\ln 16}{f^2}(x - X_0)^2\right]. \quad (3.1)$$

Якщо сканувати пучком з розподілом струму (3.1) по краю дроту, то сумарний вихід буде дорівнювати інтегралу вище наведеної функції по всьому x після перемноження на ступінчасту функцію плюс значення цієї функції розподілу пучка в точці, де розташований край у вигляді ступінчастої функції, що може моделюватися імпульсною функцією. Ступінчаста функція являє модель краю дроту і відображає вихід лише області, де частки взаємодіють з поверхнею дроту перпендикулярної падаючому пучку. Імпульсна функція або δ -функція Дірака відображає вихід вторинних електронів з бічної частини краю дроту. Нехай край дроту буде $x=a$, тоді ступінчаста функція може бути представлена у вигляді:

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & x \in [-\infty, a] \\ 0 & x \in (a, +\infty] \end{cases},$$

а імпульсна функція має дію:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} I(t) \cdot \delta(t - a) dt = I(a).$$

Вихід вторинної електронної емісії T_x зареєстрований детектором, який представляє лінію сканування в x напрямку, може бути виражений у вигляді

$$\begin{aligned} T_x(X_0, \lambda, \tau, \gamma, f, a) &= \int_{-\infty}^{+\infty} (\lambda \cdot \theta(x) + \tau \cdot \delta(x - a)) \cdot I(x) dx = \lambda \cdot \int_{-\infty}^a I(x) dx + \tau \cdot I(a) + \\ &+ \gamma = \frac{\lambda}{2} \left[1 + \operatorname{Erf} \left(\frac{2\sqrt{\ln 2}}{f} (a - X_0) \right) \right] + \frac{\tau}{f} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \exp \left[-\frac{\ln 16}{f^2} (a - X_0)^2 \right] + \gamma, \end{aligned} \quad (3.2)$$

де λ - параметр, що описує інтенсивність виходу вторинних електронів з поверхні дроту перпендикулярній осі пучка;

τ - параметр, що описує інтенсивність виходу вторинних електронів з бічної поверхні дроту;

γ - вихід вторинних електронів в порожнинах дроту, якщо сам дріт розташовано на підкладці;

$Erf(z)$ – функція похибки.

Математична підгонка функції (3.2) для експериментальних даних лінії сканування здійснюється за допомогою нелінійного методу Левенберга-Марквардта. При підгонці профілю виходу вторинної електронної емісії нижче використані п'ять параметрів: λ , τ , γ , a и f .

У вибірці профілів виходу ВЕЕ з 20 серій (область, показана на рис. 3.10) проведена їх обробка за допомогою методики викладеної вище. На рис. 3.11 показаний один з профілів виходу ВЕЕ і його обробка..

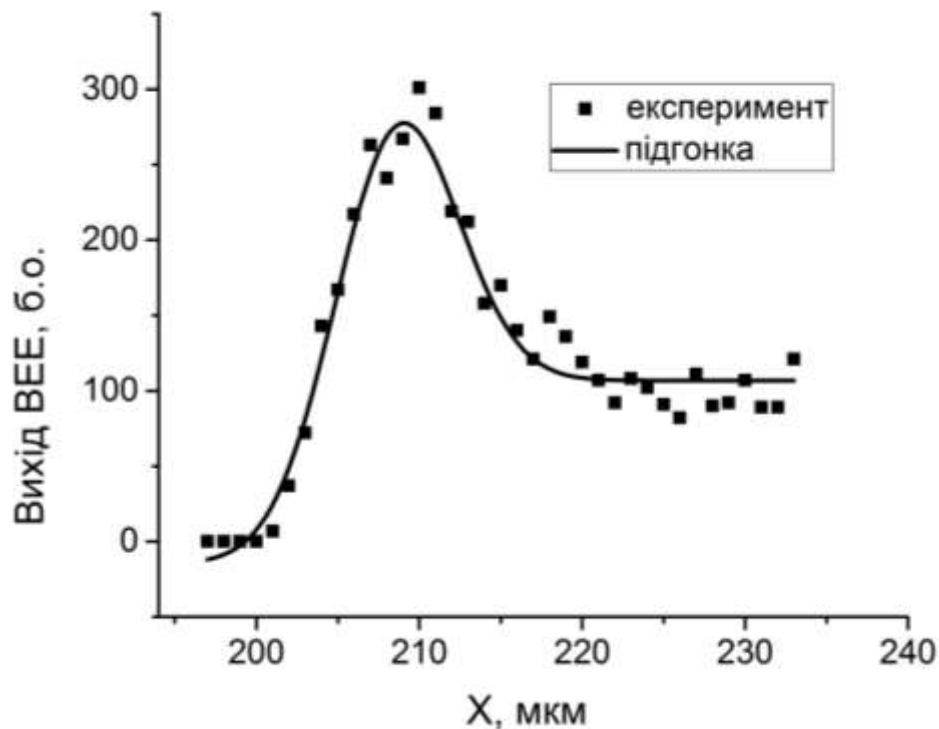


Рисунок 3.11 – Профіль виходу ВЕЕ і його обробка

В результаті обробки серії профілів виходу ВЕЕ отриманий розмір сфокусованого пучка в лінію 22 ± 5 мкм. Таким чином, швидкість набору дози

експонування складала ≈ 160 нКл/мм²с. Процес експонування резистивної поверхні зразка з метою отримання періодичної структури здійснювався наступним чином. Сфокусований пучок в лінію протягом 1 с опромінював поверхню зразка у кожній позиції сканування в напрямку перпендикулярному сфокусованій лінії пучка. Потім пучок перекривався. Проводилося переміщення зразка за допомогою механізму позиціонування на певну відстань. Проводилося відкриття пучка, проводилось опромінення поверхні. Надалі процедура повторювалася. На рис. 3.12 показані знімки за допомогою оптичного мікроскопа області опромінення кварцового зразка, параметри якого наведені вище.

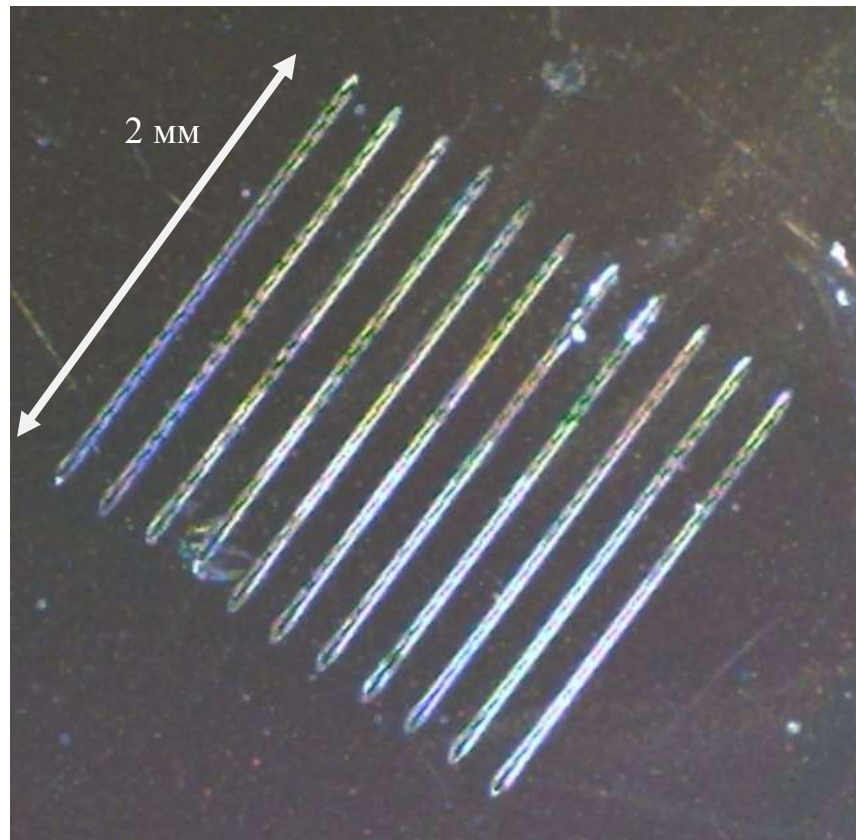


Рисунок 3.12 – Періодична структура, отримана в результаті експонування резистивної поверхні зразка за допомогою сфокусованого пучка протонів в лінію з енергією 1 MeV

ВИСНОВКИ

1. Обґрунтований загальний підхід до методики експериментального моделювання черенковського і дифракційного випромінювань на періодичних металодіелектричних структурах, який дозволяє досить оперативно дослідити електродинамічні характеристики таких структур без застосування громіздких і енергоємних експериментальних електровакуумних установок. Представлена методика реалізована на експериментальній установці міліметрового діапазону хвиль і апробована шляхом порівняння експериментальних результатів моделювання з теоретичними та експериментальними результатами, отриманими на діючому макеті електровакуумного приладу типу ГДВ.

2. На основі традиційних і нових технологій виробництва електровакуумних приладів НВЧ проведена оцінка можливості реалізації параметрів планарних МДС, які можуть бути використані в нових модифікаціях приладів типу оротрон і ЛЗХ субміліметрового та інфрачервоного діапазонів хвиль, що продемонстровано на прикладі реалізації нової модифікації приладу типу ГДВ з періодичною металодіелектричних структурою.

3. Експериментально встановлено, що шляхом введення в ВР генератора МДС істотно розширюються його функціональні можливості за рахунок використання додаткових каналів трансформації поверхневої хвилі ЕП в об'ємні хвилі, що випромінюються в діелектричний резонатор. Це може бути використано для організації додаткового виведення енергії з системи ГДВ з МДС. Отже, при введенні в об'єм ВР додаткової МДС можуть бути розширені його функціональні можливості (організація додаткового виведення енергії) і збільшений в 1.5 рази діапазон електронної перебудови частоти при збереженні рівня вихідної потужності $P_0 \approx 3$ Вт.

4. У плазмово-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими релятивістськими електронними пучками мають місце

параметричні резонансні взаємодії хвиль різного типу, які необхідно враховувати при знаходженні власних електромагнітних полів хвиль. Для обліку таких резонансних взаємодій запропонована комбінаційна схема, яка добре адаптована для чисельного моделювання.

5. Вперше побудована самоузгоджена кубічно-нелінійна теорія мультигармонічних взаємодій хвиль у плазмово-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими релятивістськими електронними пучками. Отримано систему кубічно-нелінійних диференціальних рівнянь для амплітуд гармонік електромагнітних полів хвиль, яка описує динаміку взаємодії хвиль між собою.

6. Виконані оптимізаційні розрахунки систем формування потоків заряджених частинок, з метою зменшення геометричних розмірів потоків електронів, які використовуються як джерела електромагнітних коливань в системах підсилювачів на базі досліджуємих систем. Встановлені закономірності впливу потенціалів та геометричних розмірів елементів формуючих систем на якісні показники електронного потоку.

7. На підставі чисельного моделювання процесу формування пучка протонів у квадрупольних зондоформуючих системах встановлено режими опромінення зразків. Розроблена технологія створення тривимірних періодичних металодіелектричних та метаматеріальних структур з використанням технології P-Beam writing, що дозволить проводити розробку приладів дифракційного випромінювання субміліметрового діапазону частот. Зазначеним методом вперше отримані планарні періодичні структури. Надані практичні рекомендації по впровадженню технології P-Beam writing при створенні тривимірних періодичних металодіелектричних та метаматеріальних структур.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Millimeter Wave Range Vacuum Electron Devices (Ed. V.M. Jakovenko, S.P. Rakitin) (Sevastopil: Veber: 2007).
2. V.L. Bratman, B.S. Dumesh, A.E. Fedotov, P.B. Makhlov, B.Z. Movshevich, F.S. Rusin, IEEE T. Plasma Sci. 38 No6, 1466 (2010).
3. G.S. Vorobyov, M.V. Petrovsky, V.O. Zhurba, A.I. Ruban, O.I. Belous, A.I. Fisun, Telecomm. Radio Eng+. 66 No20, 1839 (2007).
4. Electromagnetic waves (Ed. Vitaliy Zhurbenko) (Rijeka: Intech: 2011).
5. Г.С. Воробьев, К.А. Пушкарев, А.И. Рубан, А.И. Цык, Изв. вузов Радиоэлектроника 42 №10, 42 (1999).
6. Kulish V.V. Hierarchic electrodynamics and free electron lasers / V.V. Kulish. – Boca Raton, London, New York : CRC Press, 2011. – 697 p.
7. Kulish V.V. Hierarchical methods: Hierarchy and hierarchic asymptotic methods in electrodynamics, Vol. 1 / V.V. Kulish. – Dordrecht, Boston, London : Kluwer Academic Publishers, 2002. – 380 p.
8. Kulish V.V. Hierarchical methods: Undulative electrodynamic system, Vol. 2 / V.V. Kulish. – Dordrecht, Boston, London : Kluwer Academic Publishers, 2002. – 396 p.
9. Freund H.P. Principles of free-electron lasers / H.P.Freund, T.M.Antonsen. — Springer Science & Business Media, 2012. — 476 p.
10. Mohsenpour T. Instability of wave modes in a two-stream free-electron laser with a helical wiggler and an axial magnetic field / T. Mohsenpour, N. Mehrabi // Phys. Plasmas. - 2013. - V. 20, No. 8. - P. 082133.
11. Kulish V. V. Cubic-nonlinear theory of a plasma-beam superheterodyne free electron laser with h-ubitron pumping / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, V. V. Koval // Telecommunications and Radio Engineering. — 2010. — Vol. 69, No. 20. — P. 1859–1869. (Кулиш В.В. Кубически-нелинейная теория супергетеродинамических плазма-пучковых лазеров на свободных электронах с Н-убитронной

накачкой / В. В. Кулиш, А. В. Лысенко, В. В. Коваль // Радиофизика и электроника. — 2009. — Vol. 14, No. 3. — P. 383—388.)

12. Г.С. Воробьев, К.А. Пушкарев, А.И. Цвык, Радиотехника и электроника 42, 1738 (1997).

13. K.L. Shlager, J.B. Schneider, IEEE Antenn. Propag. M. 37 No4, 39 (1995).

14. G.S. Vorobyov, M.V. Petrovsky, A.A. Rybalko, Yu.V. Shulga, Instrum. Exp. Tech+. 55 No1, 56 (2012).

15. G.S. Vorobjov, A.S. Krivets, V.O. Zhurba, A.A. Rybalko, Radioelectronics and Communication System 55 №11, 490 (2012).

16. Ye.V. Belousov, V.V. Zavertanny, A.V. Nesterenko, Telecomm. Radio Eng+. 66 No1, 69 (2007).

17. G.S. Vorobyov, A.I. Ruban, V.O. Zhurba, A.A. Rybalko, D.Y. Doroshenko, J. Nano- Electron. Phys. 6 No1, 01024 (2014).

18. G.S. Vorobjov, Laser Phys. 10 No4, 932 (2000).

19. Электроракуумные приборы диапазона миллиметровых волн / Под ред. Л.В. Касаткина, В.П. Рукина, В.Д. Ерёмки и др.. Севастополь: Вебер. - 2007.

20. Bratman V.L., Dumesh B.S., Fedotov A.E., Makhalov P.B., Movshevich B.Z., Rusin F.S.// Terahertz Orotrons and Oromultipliers // IEEE Transactions on Plasma Science. - 2010. -Vol. 38, No. 6. - P. 1466-1470.

21. Vorobyov G.S., Petrovsky M.V., Zhurba V.O., Ruban A.I., Belous O.I., Fisun A.I. // Perspectives of Application of New Modification of Resonant Quasi-Optical Structures in EHF Equipment and Electronics // Telecommunications and Radio Engineering. - 2007. - Vol. 66, No. 20. - P. 1839-1862.

22. Верин О.Г. // О контурном гистерезисе в отражательных клистронах // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ.- 1977. -Вып. 10. -С. 21-32.

23. Vorobjov G.S. // Electromagnetic properties of coupled quasi-optical open cavities in sources of millimeter radiation // Laser Physics. – 2000. - Vol. 10, No. 4. - P. 932-938.

24. Electromagnetic waves / Edited by Vitaliy Zhurbenko. Rijeka: Intech, 2011 / Part 4, Chapter 13 S4, quasi-optical systems Based on Periodic structures // G. Vorobjov, Y. Sulga and V. Zurbenko. - P. 257-283.

25. Воробьев Г.С., Пушкарев К.А., Цвык А.И. // Численный анализ экранирующих свойств дифракционной решетки при возбуждении электронным потоком излучения на металлодиэлектрических структурах // Радиотехника и электроника. – 1997. - Т. 42. – С. 1738-1740.

26. И.В. Алямовский // Электронные пучки и электронные пушки. - Москва: Советское радио. - 1966.

27. Г.С. Воробьев, А.И. Цвык // Экспериментальное исследование гистерезисных явлений в генераторе дифракционного излучения. //Изв. вузов Радиоп физика. – 1982. – Т. 25, №9. – С. 1060-1067.

28. Ginzburg N. S. Nonlinear theory of a free electron laser with a helical wiggler and an axial guide magnetic field / N. S. Ginzburg, N. Y. Peskov // Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams. — 2013. — Vol. 16, No. 9. — P. 090701.

29. Saldin E. The physics of free electron lasers / E. Saldin, E. V. Schneidmiller, M. V. Yurkov. — Springer Science & Business Media, 2013. — 470 p.

30. Kulish V.V. Hierarchical asymptotic methods in the theory of cluster free electron lasers / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, A.Ju. Brusnik // Journal of Infrared, Millimeter and Terahertz Waves. – 2012. – Vol. 33, No. 2. – P. 149–173.

31. Mehdian H. Electron trajectory and growth rate in a two-stream electromagnetically pumped free electron laser and axial guide field / H. Mehdian, S. Saviz // Phys. Plasmas. – 2008. – Vol. 15, No. 9. – P. 093103(5).

32. Mehdian H. The effects of self-fields on the electron trajectory and gain in a two-stream electromagnetically pumped free-electron laser with axial guiding field / H. Mehdian, S. Saviz // Chin. Phys. B. – 2010. – Vol. 19, No. 1. – P. 014214.

33. Two-stream Smith–Purcell free-electron laser / W.Liu, Z.Yang, Z.Liang, D.Li, K.Imasaki //Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A. – 2007. –Vol. 570, No. 1, – P. 171–175.
34. Comparison of self-fields effects in two-stream electromagnetically pumped FEL with ion-channel guiding and axial magnetic field / S. Saviz, H. Mehdian, F.M. Aghamir, M. Ghorannevis, A.A. Ashkarran // Journal of Plasma Physics. – 2011. – Vol. 77, No. 12. – P. 765–776.
35. Лысенко А.В. Мультигармонические процессы в супергетеродинных лазерах на свободных электронах: дис. ... докт. физ.-мат. наук: 01.04.01 / Лысенко Александр Владимирович. – Сумы, 2012. – 304 с.
36. Hasanbeigi A. Linear theory of quantum two-stream instability in a magnetized plasma with a transverse wiggler magnetic field / A. Hasanbeigi, S. Moghani, H.Mehdian //Laser and Particle Beams. – 2014. – Vol. 32. –No. 3. – P. 353-358.
37. Saviz S. Effects of self-fields on electron trajectory and gain in planar wiggler free-electron lasers with two-stream and ion-channel guiding / S. Saviz, M. Karimi // Chinese Physics B. — 2014. — Vol. 23, No. 3. — P. 034103.
38. Mahdizadeh N. Saturation mechanism in a two-stream free-electron laser / N. Mahdizadeh // Journal of Plasma Physics. – 2015. – Vol. 81, No. 6. –P. 905810612.
39. Кузелев М.В. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, П.С. Стрелков. – М. : Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002. – 544 с.
40. Bellan P. M. Fundamentals of plasma physics / P. M. Bellan. — Cambridge; New York : Cambridge University Press, 2008. — 628 p.
41. Liu S. Linear theory of the electron beam-wave-plasma interactions in a magnetized plasma waveguide / S. Liu, Y. Wei, X. Yuan, Y. Yan // Journal of Applied Physics. — 2007. — Vol. 101, No. 5. — P. 053309.

42. Bogdankevich I.L. Experimental study and numerical simulations of a plasma relativistic microwave amplifier / I.L. Bogdankevich, I.E. Ivanov, P.S. Strelkov // *Plasma Physics Reports*. — 2010. — Vol. 36, No. 9. — P. 762–771.

43. Production of ultra-short high-power microwave pulses in čerenkov backward-wave systems (review) / N. S. Ginzburg, S. D. Korovin, I. V. Pegel [et al.] // *Laser Physics*. — 2006. — Vol. 16, No. 1. — P. 79–88.

44. Кузелев М.В. Методы теории волн в средах с дисперсией / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 272 с.

45. Kulish V.V. Multiharmonic cubic-nonlinear theory of plasma-beamsuperheterodyne free-electron lasers of the dopplertron type / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.V. Koval // *Plasma Physics Reports*. – 2010. – Vol. 36, No. 13. –P. 1185–1190. (Кулиш В.В. Мультигармоническая кубически-нелинейная теория супергетеродинных плазменно-пучковых лазеров на свободных электронах с доплертронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // *Прикладная физика*. – 2009. – № 5. – С. 76–81.)

46. Mohsenpour T. Instability of wave modes in a free-electron laser with a helical wiggler and ion-channel guiding / T. Mohsenpour, B. Maraghechi // *Phys. Plasmas* – 2008. – Vol. 15, N4. – P. 113101.1–113101.10.

47 Progress in theory of instabilities in a rotating plasma / A.B. Mikhailovskii, J.G. Lominadze, A.P. Churikov, V.D. Pustovitov // *Plasma Physics Reports*. – 2009. – Vol. 35, № 4. – P. 273–314.

48. Hemsing E. Helical electron-beam microbunching by harmonic coupling in a helical undulator / E. Hemsing, P. Musumeci, S. Reiche[et al.] // *Physical Review Letters*. — 2009. — Vol. 102, No. 17. — P. 174801.

49. Experimental and theoretical investigations of high power sub-millimeter wave emission at two-stream instability of high-current REB / A.V. Arzhannikov

et. al. // *Fusion Science and Technology*. — 2013. — Vol. 63, No. 1T. — P. 82–87.

50. Saviz S. The effect of beam and plasma parameters on the four modes of plasma-loaded traveling-wave tube with tape helix / S. Saviz // *Journal of Theoretical and Applied Physics*. — 2014. — Vol. 8, No. 3. — P. 1–35.

51. Гапонов А.В. Взаимодействие непрямолинейных электронных потоков с электромагнитными волнами в линиях передачи // *Изв. вузов. Радиофизика*. — 1959. — Т. 2, № 3. — С. 450–462.

52. Трубецков Д.И. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков: в 2 т. — Т. 2 / Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов. — М. : Физматлит, 2004. — 648 с.

53 Chu K. R. The electron cyclotron maser / K. R. Chu // *Reviews of Modern Physics*. — 2004. — Vol. 76, No. 2. — P. 489–540.

54. Nusinovich G. S. The gyrotron at 50: historical overview / G. S. Nusinovich, M. K. A. Thumm, M. I. Petelin // *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*. — 2014. — Vol. 35, No. 4. — P. 325–381.

55. Review of subterahertz and terahertz gyrodevices at iap ras and fir fu / V. Bratman, M. Glyavin, T. Idehara [et al.] // *IEEE Transactions on Plasma Science*. — 2009. — Vol. 37, No. 1. — P. 36–43.

56. Glyavin M. Y. Terahertz gyrotrons: state of the art and prospects / M. Y. Glyavin, G. G. Denisov, V. E. Zapevalov [et al.] // *Journal of Communications Technology and Electronics*. — 2014. — Vol. 59, No. 8. — P. 792–797.

57. Dynamics and spectral composition of subterahertz emission from plasma column due to two-stream instability of strong relativistic electron beam / A.V. Arzhannikov, A.V. Burdakov, V.S. Burmasov [et al.] // *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*. — 2016. — Vol. 6, No. 2. — P. 245–252.

58. Zirak H. Dispersion relation and growth rate of a relativistic electron beam propagating through a langmuir wave wiggler / H. Zirak, S. Jafari // *Journal of Plasma Physics*. — 2015. — Vol. 81, No. 03. — P. 905810302
59. Bekefi G. Two-stream, free-electron lasers / G. Bekefi, K.D. Jacobs // *J. Appl. Phys.* – 1982. – Vol. 53, No. 6. – P. 4113–4121.
60. Sprangle P. Nonlinear analysis of a relativistic beam-plasma cyclotron instability / P. Sprangle, L. Vlahos // *Physical Review A*. — 1986. — Vol. 33, No. 2. — P. 1261–1269.
- 61 Bekefi G. Double-stream cyclotron maser / G. Bekefi // *Journal of Applied Physics*. — 1992. — Vol. 71, No. 9. — P. 4128–4131.
62. Liu W. Instability of Two-stream Free-electron Laser with an Axial Guiding Magnetic Field / W. Liu, Z. Yang, Z. Liang // *Int. J. Infrared Millim. Waves*. - 2006. - V. 27. P. 1073.
63. Saviz S. Gain enhancement in two-stream free electron laser with a planar wiggler and an axial guide magnetic field / S. Saviz, Z. Rezaei, Z. Farzin, M. Aghamir // *Chinese Physics B*. - 2012. - V. 21, No. 9. - P. 094103.
64. Mahdizadeh N. Saturation mechanism in a two-stream free-electron laser / N. Mahdizadeh // *Journal of Plasma Physics*. – 2015. – Vol. 81, No. 6. –P. 905810612.
65. Mishra P. K. Kinetic description of microwave Raman regime free-electron laser in the presence of helical wiggler and guiding magnetic fields / P. K. Mishra // *Optica Applicata*. — 2007. — Vol. 37, No. 1-2. — P. 195-204.
66. Mehdian H. Free-electron laser harmonic generation in an electromagnetic-wave wiggler and ion channel guiding / H. Mehdian, A. Hasanbeigi, S. Jafari // *Phys. Plasmas*. — 2010. — Vol. 17, No. 2. — P. 023112.
67. Clark D. S. Particle-in-cell simulations of Raman laser amplification in preformed plasmas / D. S. Clark, N. J. Fisch // *Phys. Plasmas*. — 2003. —Vol. 10, No. 12. — P. 4848–4855.

68. Output power fluctuations due to different weights of macro particles used in particle-in-cell simulations of cerenkov devices / R. Bao, H. Wang, Y. Li, C. Liu // *Phys. Plasmas*. — 2016. — Vol. 23, No. 7. — P. 073114.

69. Савченко В.І. Метод усереднених характеристик та його застосування у нелінійних задачах релятивістської електродинаміки: дис. канд. фіз.-мат. наук: 01.04.02 / Савченко Валерій Іванович. — Київ, 2005. — 142 с.

70. Крылов Н.М. Введение в нелинейную механику / Н.М.Крылов, Н.Н. Боголюбов. — Москва-Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. — 352 с.

71. Bret A. Multidimensional electron beam-plasma instabilities in the relativistic regime / A. Bret, L. Gremillet, M. E. Dieckmann // *Phys. Plasmas* — 2010.—Vol. 17, No. 12. — 120501

72. Модернізований метод усереднених характеристик для розв'язування задач мультигармонічних резонансних взаємодій пристроях сильнострумової електроніки / В.В. Куліш, О.В. Лисенко, Г.А. Олексієнко, Г.В. Биченко, О.О. Колоскова // *Ж. нано-електрон. фіз.* — 2015. — Т. 7, № 2. — С. 02015.

73 F. Watt, A.A. Bettiol, J.A. van Kan et al., Ion beam lithography and nanofabrication: a review // *International Journal of Nanoscience* Vol. 4, No. 3 (2005), 269-286.

74. Гапонов С.В. Литография на длине волны 13 нм / С.В. Гапонов // *Вестник Российской академии наук*. — 2003. — Т. 73, № 5. — С. 392.

75. Кузнецов С.А. Создание методами LIGA-технологии микроструктурных фильтров субтерагерцового диапазона и исследование их селективных свойств / С.А. Кузнецов, А.Н. Генцелев, Б.Г. Гольденберг, В.И. Кондратьев, А.В. Аржанников, М.К.А. Тумм, А.Г. Зелинский // *Вестник НГУ. Серия: Физика*. —2012. Том 7, Выпуск 4, С. 25-42.

76. Becker E.W. Production of separation -nozzle systems for uranium enrichment by a combination of X – ray lithography and galvanoplastics /

E.W. Becker, W. Ehrfeld, D. Munchmeyer, H. Betz, A. Heuberger, S. Pongratz, W. Glashauser, H.J. Michel, R. von Siemens // *Naturwissenschaften* 1982 , 69 , 520 – 3.

77. Черепин В.Т. Ионный микрозондовый анализ / В.Т. Черепин. – К.: Наук. думка, 1992. – 344 с.

78. <http://www.srim.org/>.

79. Воробьев Г.С. Анализ применения сфокусированных пучков заряженных частиц в производстве наноконструкций / Г.С. Воробьев, А.А. Пономарева // Научно-техническая конференция преподавателей, сотрудников, аспирантов и студентов факультету Электроники и информационных технологий: материалы и программа конференции, (Сумы, 19-23 апреля 2010 г.). – Сумы, 2010. – С. 136.

80. Пономарева А.А. Особенности взаимодействия ускоренных заряженных частиц с резистивными материалами / А.А. Пономарева // Международная конференция молодых ученых и аспирантов «ИЕФ-2011» : программа и тезисы докладов, (Ужгород, 24-27 мая 2010 г.). – Ужгород, 2011. – С. 112.

81. Воробьев Г.С. Процессы прохождения пучков заряженных частиц в материальных средах / Г.С. Воробьев, А.А. Пономарева, И.В. Барсук, Ю.О. Остапенко // Научно-техническая конференция : материалы и программа конференции «[Физика, электроника, электротехника]», (Сумы, 16-21 апреля 2012 г.). – Сумы, 2012. – С. 68.

82. Whitlow H.J. Lithography of high spatial density biosensor structures with sub-100 nm spacing by megaelectronvolt proton beam writing with minimal proximity effect / H.J. Whitlow, M.L. Ng, V. Auzelyte [et al.] // *Nanotechnology*. – 2004. – Vol. 15. – P. 223–226.

83. Udalagama C.N. A Monte Carlo study of the extent of proximity effects in e-beam and p-beam writing of PMMA / C.N. Udalagama, A.A. Bettioli, F. Watt // *Nucl. Instr. and Meth. B*. – 2007. – Vol. 260. – P. 384–389.

84. van Kan J.A. Sub 100 nm proton beam micromachining: Theoretical calculations on resolution limits / J.A. van Kan, T.C. Sum, T. Osipowicz, F. Watt // Nucl. Instr. and Meth. B. – 2000. – Vol. 161. – P. 366–370.

85. Biersack J. A monte carlo computer program for the transport of energetic ions in amorphous targets / J. Biersack, L.G. Haggmark // Nucl. Instr. and Meth. – 1980. – Vol. 174. – P. 257–269.

86. Udalagama C. Stochastic spatial energy deposition profiles for MeV protons and keV electrons / C. Udalagama, A.A. Bettiol, F. Watt // Physical Review B. – 2009. – Vol. 80. – P. 224107–224115.

87. van Kan J. A. Three-dimensional nanolithography using proton beam writing / J.A. van Kan, A.A. Bettiol, F. Watt // Applied Physics Letters. – 2003. – Vol. 83. – P.1629–1631.

88. van Kan J.A. Proton beam writing: a platform technology for nanowire production / J.A. van Kan, F. Zhang, S.Y. Chiam [et al.] // Microsystem Technologies. – 2008. – Vol. 14. – P.1343–1348.

89. Springham S.V. Micromachining using deep ion beam lithography / S.V. Springham, T. Osipowicz, J.L. Sanchez [et al.] // Nucl. Instr. and Meth. B. – 1997. – Vol. 130. – P. 155–159.

90. van Kan J.A. Micromachining using focused high energy ion beams: Deep Ion Beam Lithography / J.A. van Kan, J.L. Sanchez, B. Xu [et al.] // Nucl. Instr. and Meth. B. – 1999. – Vol. 148. – P. 1085–1089.

91. Watt F. Focused high energy proton beam micromachining: A perspective view / F. Watt // Nucl. Instr. and Meth. B. – 1999. – Vol. 158. – P. 165–172.

92. Bettiol A.A. Three-dimensional metamaterials fabricated using Proton Beam Writing / A.A. Bettiol, S.P. Turaga, Y. Yan, S.K. Vanga, S.Y. Chiam // Nucl. Instr. and Meth. B. – 2013. – Vol. 306. – P. 271–274.

93. Явор С. Я. Фокусировка заряженных частиц квадрупольными линзами / С.Я. Явор. – М.: Атомиздат, 1968. – 263 с.

94. Watt F. Principles and applications of high-energy microbeams / F. Watt, G. Grime. – Bristol UK: Adam Hilger Ltd., 1987. – 230 p.

95. Vorobyov G.S. Application of focused charge-particle beam of in manufacturing of nanocomponents / G.S. Vorobyov, A.G. Ponomarev, A.A. Ponomareva [et al.] // Telecommunications and Radio Engineering. – 2010. – Vol. 69, № 4. – P. 355–365.

96. Пономарева А.А. О возможности применения ядерных микронзондов в пучковой ионной литографии / А.А. Пономарева, Г.С. Воробьев, А.Г. Пономарев // 6 Международная молодежная научно-техническая конференция: материалы конференции РТ-2010, (Севастополь, 19-24 апреля 2010 г.). – Севастополь, 2010. – С. 440.

97. Mous D.J. The novel ultrastable HVEE 3.5 MV Singletron™ accelerator for nanoprobe applications / D.J. Mous, R.G. Haitzma, T. Butz [et al.] // Nucl. Instr. and Meth. B. – 1997. – Vol. 130. – P. 31–36.

98. Rajta I. Si micro-turbine by proton beam writing and porous silicon micromachining / S.Z. Szilasi, P. Fürjes, P. Furjes [et al.] // Nucl. Instr. and Meth. B. – 2009. – Vol. 267. – P. 2292–2295.

99. Bolhuis S. Enhancement of proton beam writing in PMMA through optimization of the development procedure / S. Bolhuis, J.A. van Kan, F. Watt // Nucl. Instr. and Meth. B. – 2009. – Vol. 267. – P. 2302–2305.

100. Menzel F. 3D-structures with arbitrary shapes created in negative resists by grayscale proton beam writing / D. Spemann, T. Koal, T. Butz // Nucl. Instr. and Meth. B. – 2011. – Vol. 269. – P. 2427–2430.

101. van Kan J.A. New resists for proton beam writing / J.A. van Kan, A.A. Bettiol, S.Y. Chiam [et al.] // Nucl. Instr. and Meth. B. – 2007. – Vol. 260. – P. 460–463.

102. Udalagama C.N.B. An automatic beam focusing system for MeV protons / C.N.B. Udalagama, Bettiol A.A., van Kan J.A. et al. // Nucl. Instr. and Meth. B. – 2005. - Vol. 231. - P. 389-393.