

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ БИНОМИАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ДЛЯ СЖАТИЯ БИНАРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

*И.А. Кулик, канд.техн.наук, доцент; С.В. Костель, аспирант;
Е.М. Скордина, студент
Сумской государственной университет*

У статті розглядається метод стиснення бінарних зображень, оснований на використанні біноміальних чисел. Наводиться алгоритм роботи і оцінки основних числових характеристик метода стиснення. Розглядається приклад стиснення бінарного зображення на основі біноміальних чисел.

В статье рассматривается метод сжатия бинарных изображений, основанный на использовании биномиальных чисел. Приводится алгоритм работы и оценки основных числовых характеристик метода сжатия. Рассматривается пример сжатия бинарного изображения на основе биномиальных чисел.

ВВЕДЕНИЕ

В современных цифровых технологиях немаловажную долю составляет обработка цифровых изображений. Такие наиболее распространенные цифровые устройства, как сканер, принтер, цифровой фотоаппарат и даже мобильный телефон имеют дело с обработкой изображений. Данные, представленные в графическом виде, обладают значительной информационной избыточностью, и без специальной обработки они занимают большие объемы памяти. Даная причина обусловила широкое распространение различных методов сжатия графических данных. Но большая часть существующих на сегодняшний день методов сжатия достаточно сложны в практической реализации, ориентированы на устранение в основном статистической избыточности и связаны с информационными потерями при обработке данных. Приведенные недостатки затрудняют использование методов и алгоритмов сжатия в информационных системах, где особое внимание уделяется небольшим объемам аппаратно-программных затрат, недопустимы искажения данных, в частности изображений, требуется достаточно высокая степень сжатия при удовлетворительных скоростях обработки информации. В качестве примеров таких информационных систем можно привести дистанционные системы контроля и управления различными объектами, системы автоматизации научного эксперимента, системы технического зрения и т.д.

Во всех этих системах достаточно широко используются бинарные (двухградационные) изображения, в которых каждая бинарная сцена имеет только одно из двух значений яркости, условно обозначаемых через 0 и 1 [1].

В данной работе предлагается теоретическое описание метода сжатия бинарных изображений на основе биномиальных чисел. Метод основан на нумерации бинарных последовательностей при помощи биномиальных чисел. Такой метод сжатия довольно прост в реализации, не требует высоких аппаратных затрат и весьма эффективен с точки зрения отношения "степень/скорость сжатия".

БИНОМИАЛЬНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Биномиальными системами счисления называются позиционные системы счисления с биномиальными коэффициентами в качестве

оснований [2]. В данной работе используется линейная биномиальная система счисления с двоичным алфавитом, числовая функция и системы кодообразующих ограничений которой имеют вид

$$F = x_{r-1} C_{n-1}^{k-q_{r-1}} + \dots + x_i C_{n-r+i}^{k-q_i} + \dots + x_1 C_{n-r+1}^{k-q_1} + x_0 C_{n-r}^{k-q_0}, \quad (1)$$

$$\begin{cases} k \leq r \leq n-1 \\ q = k \\ x_0 = 1 \end{cases} \quad (2)$$

и

$$\begin{cases} n-k = r-q \\ 0 \leq q \leq k-1 \\ x_0 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

где r – количество разрядов биномиального числа (длина), $r \in 1, 2, \dots$;

k – максимальное количество единиц q_{max} в биномиальном числе;

i – порядковый номер разряда, $i = 0, 1, \dots, r-1$;

x_i – биномиальная двоичная цифра – 0 или 1;

n – целочисленный параметр системы счисления;

q – число единиц в биномиальном числе;

q_i – сумма единичных значений цифр x_i от $(r-1)$ -го разряда до $(i+1)$ -го

включительно:
$$q_i = \sum_{j=i+1}^r x_j; \quad (4)$$

$i = 0, 1, \dots, r-1$; $x_r = 0$.

В качестве весового коэффициента i -го разряда в числовой функции (1) выступает биномиальный коэффициент $C_{n-r+i}^{k-q_i}$. Он зависит как от позиции $i = 0, 1, \dots, r-1$ рассматриваемого разряда, так и от суммы q_i предшествующих этому разряду двоичных значений цифр x_i . Последняя зависимость характерна только для структурных систем счисления и придает им помехоустойчивость и структурообразующие свойства.

Из ограничений (2) и (3) для двоичных биномиальных чисел можно вывести следующие свойства:

- максимальная длина биномиальной кодовой комбинации $r_{max} = n-1$;
- минимальная длина биномиальной кодовой комбинации $r_{min} = n-k$;
- максимальное количество единиц $q_{max} = k$;
- количество кодовых комбинаций $P = C_n^k$.

АЛГОРИТМ СЖАТИЯ И ВОСТАНОВЛЕНИЯ БИНАРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В основе метода сжатия на основе биномиальных чисел лежит переход от двоичной кодовой комбинации к её порядковому номеру (1) в биномиальной системе счисления с параметрами n и k . Процесс такого преобразования показан с помощью алгоритма работы метода сжатия бинарных изображений на основе биномиальных чисел, который представлен на рисунке 1.

На начальном этапе в двоичной последовательности, представляющей собой строку или подстроку изображения, длиной n бит производится подсчет количества содержащейся в ней единиц k . Таким образом, сжимаемая двоичная последовательность представляется как равновесная кодовая комбинация длины n с весом (количеством единиц) k .

На следующем этапе происходит преобразование полученного равновесного кода в биномиальный код. Это преобразование состоит в отбрасывании в равновесной комбинации единиц справа до первого появления нуля или отбрасывании нулей справа до первой единицы.

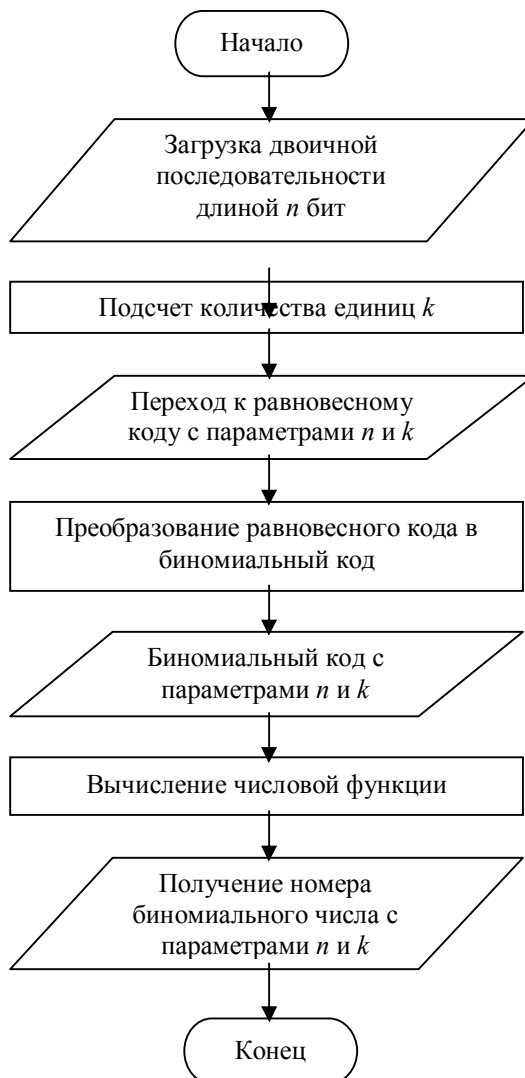


Рисунок 1 – Алгоритм работы метода сжатия бинарных изображений на основе биномиальных чисел

В результате такого преобразования получается биномиальное число с параметрами биномиальной системы n и k .

Последний этап работы алгоритма заключается в переходе от биномиального числа к его порядковому номеру. Чтоб осуществить переход к порядковому номеру необходимо воспользоваться числовой функцией (1), вычисляя и складывая при этом значения биномиальных коэффициентов с параметрами, зависящими от n , k и q_i .

При сжатии множества двоичных последовательностей параметр n (количество бит обрабатываемых за один цикл работы алгоритма) устанавливается либо как постоянная величина, заложенная внутри сжимающего и восстанавливающего алгоритма, либо подбирается в зависимости от сжимаемого изображения и хранится в начале сжатого файла.

Для однозначного восстановления сжатого файла, при постоянном значении n , необходимо хранить два значения. Первое значение – это количество единиц k , которое подсчитывается в начале работы каждого цикла алгоритма для каждой n -битной бинарной последовательности. Второе значение – это порядковый номер биномиального числа с параметрами n и k .

Процесс восстановления также состоит из достаточно простых операций. Алгоритм восстановления сжатого бинарного изображения представлен на рисунке 2.

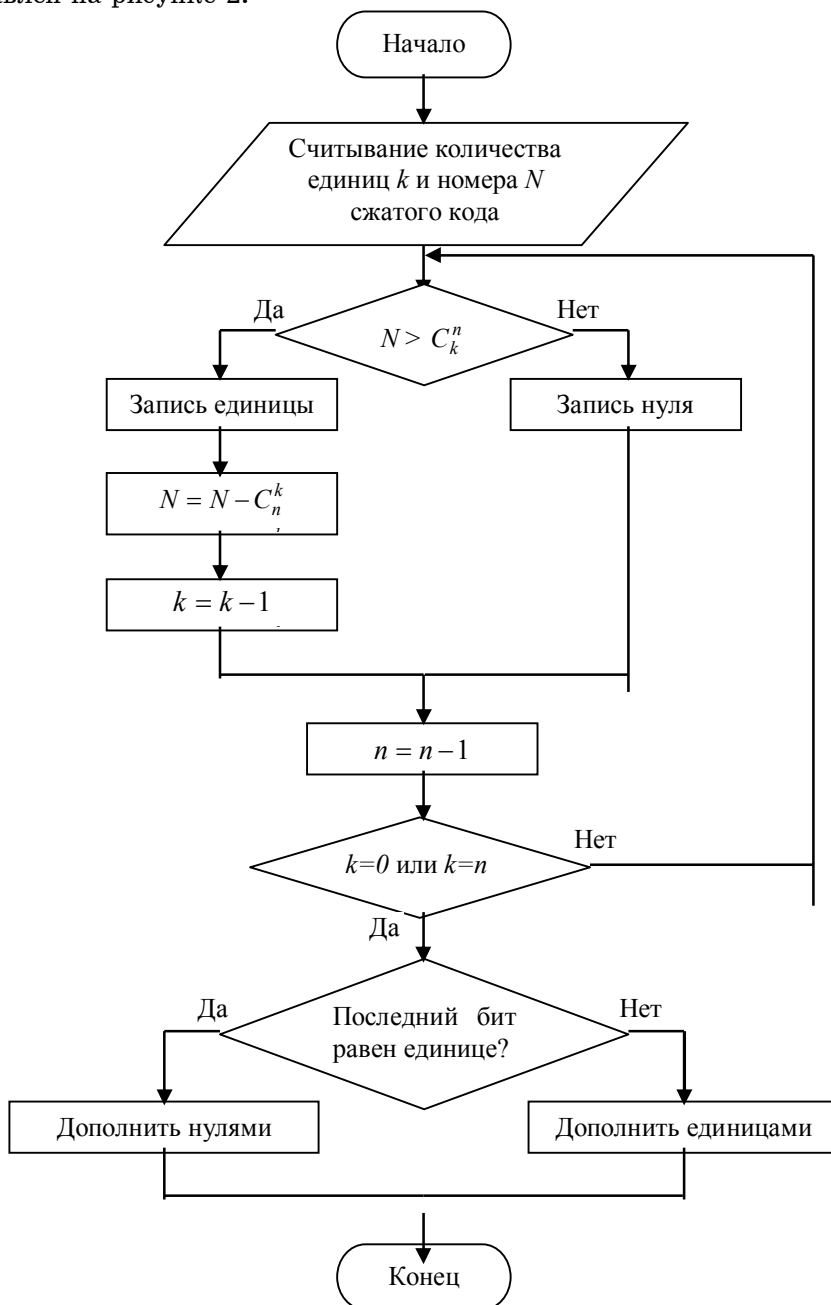


Рисунок 2 – Алгоритм восстановления сжатых бинарных изображений

Из сжатого файла считывается количество единиц и номер биномиального числа. Затем производится последовательный подбор биномиальных коэффициентов и их вычитание из номера. В результате формируется биномиальная комбинация, которая после добавления нулей или единиц превращается в исходную бинарную последовательность длиной n бит из сжимаемого бинарного изображения.

ОЦЕНКА МЕТОДА СЖАТИЯ

Количество бит γ_i , необходимое для хранения i -го порядкового номера определяется исходя из общего количества кодовых комбинаций биномиальной системы счисления с параметрами n и k_i :

$$\gamma_i = \lceil \log_2 P \rceil = \lceil \log_2 C_n^{k_i} \rceil, \quad (5)$$

где k_i – количество единиц для i -й бинарной последовательности.

Помимо номера биномиального числа хранится так же и количество единиц k . Количество бит q , выделенных для хранения данного параметра – величина постоянная и равна

$$q = \lceil \log_2(n + 1) \rceil. \quad (6)$$

Суммарная длина l_i сжатой i -той бинарной последовательности длиной n бит составляет

$$l_i = q + \gamma_i = \lceil \log_2(n + 1) \rceil + \lceil \log_2 C_n^{k_i} \rceil. \quad (7)$$

Из формулы (7) видно, что чем больше разница между значением k_i и средней длиной $n/2$, тем меньше значение $\lceil \log_2 C_n^{k_i} \rceil$ и меньше длина l_i сжатой двоичной последовательности [3]. Цепочка пикселей, состоящая из одних только черных или только белых значений яркости, длиной n сожмется в двоичную последовательность длиной $\lceil \log_2(n + 1) \rceil$.

Коэффициент сжатия одной бинарной последовательности K_i определяется по формуле

$$K_i = \frac{n}{l_i} = \frac{n}{\lceil \log_2(n + 1) \rceil + \lceil \log_2 C_n^{k_i} \rceil}, \quad (8)$$

Количество n -битных последовательностей S , на которые разбивается бинарное изображение:

$$S = \frac{H \cdot W}{n}, \quad (9)$$

где H – высота бинарного изображения в пикселях;

W – ширина бинарного изображения в пикселях.

Размер сжатого изображения можно рассчитать по формуле для общей длины L всех сжатых бинарных последовательностей

$$L = S \cdot \lceil \log_2(n + 1) \rceil + \sum_{i=1}^S \lceil \log_2 C_n^{k_i} \rceil. \quad (10)$$

Общий коэффициент сжатия бинарного изображения для метода биномиальных чисел будет

$$K = \frac{H \cdot W}{S \cdot \lceil \log_2(n+1) \rceil + \sum_{i=1}^S \lceil \log_2 C_n^{k_i} \rceil}. \quad (11)$$

Если представить что изображение состоит только из черных или только из белых пикселей, то получится максимально возможный коэффициент сжатия изображения

$$K_{\max} = \frac{n}{\lceil \log_2(n+1) \rceil}. \quad (12)$$

Соответственно минимальный коэффициент сжатия будет

$$K_{\min} = \frac{n}{\lceil \log_2(n+1) \rceil + \lceil \log_2 C_n^{n/2} \rceil}. \quad (13)$$

При выборе параметра $n = 512$ бит лучший и худший коэффициенты сжатия изображения будут составлять

$$K_{\max} = \frac{512}{10} = 51.2 \quad K_{\min} = \frac{512}{10 + 508} = \frac{512}{517} = 0.988$$

ПРИМЕР

Рассмотрим пример сжатия бинарного изображения. Графический и бинарный вид сжимаемого изображения представлен на рисунке 3. Размер данного изображения составляет 16x16 пикселей. Следовательно, параметры $W = 16$, $H = 16$.

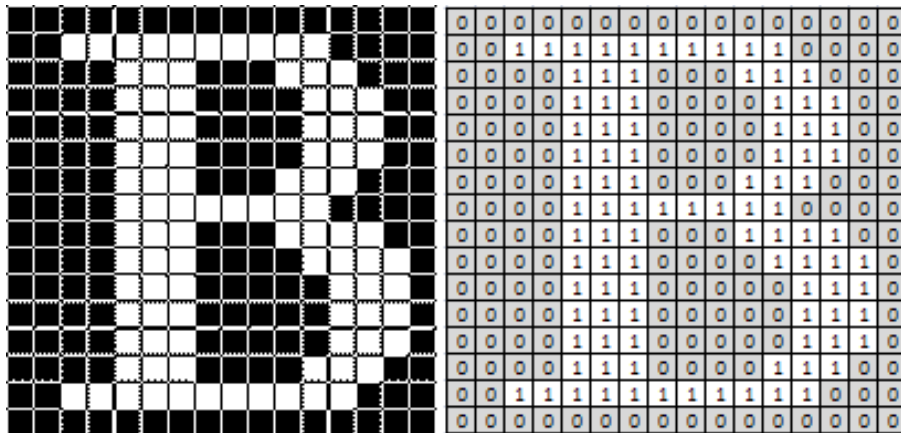


Рисунок 3 – Графическое и бинарное представление изображения

Выберем длину сжимаемых блоков $n=16$ бит. Тогда количество разрядов, необходимое для хранения числа k_i единиц, равно

$$q = \lceil \log_2(n+1) \rceil = \lceil \log_2(16+1) \rceil = \lceil \log_2 17 \rceil = 5.$$

Подсчитав количество единиц в каждой n -битной последовательности для двух случаев: когда сжимаются строки и когда сжимаются столбцы, а затем сравнив полученные значения со средней длиной $n/2$, перейдем к

выводу, что наибольший коэффициент сжатия получится при выборе в качестве n -битных сжимаемых последовательностей не строк, а столбцов.

Результаты работы алгоритма сжатия для всех блоков изображения представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты работы алгоритма сжатия бинарных изображений на основе биномиальных чисел для столбцов

№	Бинарный код	k_i	Биномиальный код	№ бином. числа	γ_i	K_i
1,2,16	0000000000000000	0	0	0	0	3.2
3, 4	0100000000000010	2	010000000000001	92	7	1.33
5-7	0111111111111110	14	011111111111111	14	7	1.33
8-10	0100000100000010	3	010000001000001	386	10	1.07
11	0110001110000010	6	011000111000001	4494	13	0.89
12	0111111111000110	11	011111111100011	1171	13	0.89
13	0011111011111110	12	001111101111111	62	11	1
14	0001110011111100	9	000111001111111	532	14	0.84
15	0000000001111000	4	0000000001111	34	11	1

Размер сжатого изображения рассчитываем по формуле (9):

$$L = 16 \cdot \lceil \log_2 17 \rceil + \sum_{i=1}^{16} \gamma_i = 207 \text{ бит.}$$

Коэффициент сжатия рассчитываем по формуле (10):

$$K = \frac{H \cdot W}{L} = \frac{256}{207} = 1.24.$$

При сжатии изображений большего размера и с большим значением n , для которых наблюдается значительная неравномерность количества двоичных нулей и единиц, коэффициент сжатия будет иметь достаточно большее значение.

ВЫВОДЫ

Рассмотренный метод сжатия на основе биномиальных чисел весьма эффективен для бинарных изображений в случаях явного преобладания одного из цветовых признаков (белого или черного) с точки зрения достаточно высокой степени сжатия, небольшого объема аппаратно-программных затрат и исключения информационных потерь. К таким изображениям можно отнести сканированные тексты и рисунки, диаграммы и линейчатые графики, двухградационные модели объектов и т.д., предназначенные для распознавания, передачи и хранения.

Коэффициент сжатия зависит от размеров сжимаемых блоков n и распределений черных и белых значений яркости в каждом из блоков. Чем больше отклонение распределения пикселей от среднего значения $n/2$, тем больше коэффициент сжатия. Следовательно, существует необходимость в предварительной оценке сжимаемого изображения с целью максимально эффективного выбора последовательностей пикселей и получения максимального коэффициента сжатия. При увеличении размера сжимаемого блока n , коэффициент сжатия также увеличивается. Но при этом возрастают временные и аппаратно-программные затраты,

связанные с подсчетом биномиальных коэффициентов для больших значений n и k . Однако существуют методы расчета биномиальных коэффициентов [4], позволяющие в значительной степени ускорить процесс сжатия.

SUMMARY

USE OF BINOMIAL NUMBERS FOR BINARY IMAGE COMPRESSION

I.A. Kulik, S.V. Kostel, E.M. Skordina
Sumy State University

The paper expounds the method of compression binary images based on binomial numbers. This method has a simple algorithm, which is contains in the paper. Numeric features of the method and the example of compression binary image is considered.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фурман Я.А., Юрьев А.Н., Яншин В.В. Цифровые методы обработки и распознавания бинарных изображений. – Красноярск: Изд-во Краснояр. ун-та, 1992. – 248с.
2. Борисенко А.А. Биномиальный счет. Теория и практика: Монография.-Сумы: ИТД "Университетская книга", 2004. – 170 с.
3. Чередниченко В.Б. Метод сжатия двоичных кодов на основе биномиальных чисел //Вісник Сумського державного університету. Технічні науки. – 2006. - №4(88). – С. 61-68.
4. Кулик И.А., Скордина Е.М. Метод вычисления биномиальных коэффициентов на основе канонического разложения чисел // Вісник Сумського державного університету. Технічні науки. - 2008. - № 1. - С. 158 - 165.

Поступила в редакцию 14 мая 2009 г.