



Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет

Кобяков О. М., Кулик І. А.

ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ

Конспект лекцій

Суми
Сумський державний університет
2022

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет

ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ

Конспект лекцій
для студентів спеціальності
172 «Телекомунікації та радіотехніка»
денної форми навчання

Затверджено на засіданні
кафедри електроніки
і комп'ютерної техніки
як конспект лекцій
із дисципліни «Теорія електрозв'язку».
Протокол № 5 від 19.10.2021.



Суми
Сумський державний університет
2022

Теорія електров'язку : конспект лекцій / укладачі:
О. М. Кобяков, І. А. Кулик. – Суми : Сумський державний універ-
ситет, 2022. – 124 с.

Кафедра електроніки і комп'ютерної техніки

ЗМІСТ

	С.
Частина I ВСТУП ДО ТЕОРІЇ ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ.....	4
Лекція 1 Теорія електрозв'язку: основні поняття і визначення.....	4
Лекції 2, 3 Геометрична інтерпретація сигналів електрозв'язку.....	11
Лекція 4 Моделі прийнятих сигналів електрозв'язку.....	21
Лекції 5, 6 Моделі завад електрозв'язку.....	31
Частина II ОПТИМАЛЬНЕ ПРИЙМАННЯ СИГНАЛІВ І ПОТЕНЦІЙНА ЗАВАДОСТІЙКІСТЬ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ.....	41
Лекція 7 Оптимальне приймання сигналів: формулювання завдання і методика розв'язку.....	41
Лекція 8 Статистика прийнятого сигналу.....	49
Лекція 9 Алгоритм оптимального прийому когерентних сигналів на фоні білого шуму.....	55
Лекції 10, 11 Методи технічної реалізації оптимального алгоритму приймання когерентних сигналів.....	63
Лекції 12, 13 Оптимальна фільтрація основних видів когерентних сигналів.....	76
Лекція 14 Оптимальна фільтрація серії радіоімпульсів.....	95
Частина III РЕАЛЬНА ЗАВАДОСТІЙКІСТЬ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ (МЕТОДИ ЗАХИСТУ ВІД АКТИВНИХ ЗАВАД).....	104
Лекції 15, 16 Методи захисту приймальних каналів від перевантажень.....	104
Лекція 17 Методи і засоби боротьби з імпульсними завадами в системах елект- розв'язку.....	114
Список літератури.....	123

Частина I

ВСТУП ДО ТЕОРІЇ ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ

Лекція 1

Теорія електрозв'язку: основні поняття і визначення

Основні поняття і визначення

Електрозв'язок – це спосіб зв'язку, за якого повідомлення передають за допомогою електричних сигналів.

Радіозв'язок – це спосіб зв'язку, за якого повідомлення передають за допомогою радіосигналів.

У теорії електрозв'язку вивчають процес передавання (і приймання) інформації.

Система зв'язку (СЗ) загалом призначена для передавання інформаційних повідомлень.

Повідомлення – це форма подання інформації.

Інформація – це сукупність відомостей про об'єкт (подію, процеси, явища).

Оскільки повідомлення може бути різноманітної природи (звук, зображення, показник датчика тощо), для його передавання від джерела до приймача інформації необхідно перетворити повідомлення в сигнал.

Сигнал являє собою фізичну величину, зміна якої певним способом відповідає повідомленню, що передається.

Сигнал – це матеріальний носій повідомлення.

Основні параметри сигналу

Тривалість T_c – це інтервал часу, протягом якого цей сигнал існує.

Ширина спектра F_c – це інтервал (діапазон) частот, у межах якого зосереджена основна частина енергії сигналу.

Для сигналу $s(t)$ його енергія

$$E = \int_0^{T_c} s^2(t) dt.$$

Динамічний діапазон D_C – це відношення найбільшої миттєвої потужності сигналу до найменшої, виражається у децибелах

$$D_C = 10 \lg \frac{P_{max}}{P_{min}},$$

де P_{max} , P_{min} – максимальне і мінімальне значення миттєвої потужності.

Узагальненою характеристикою є *об'єм сигналу*, що дорівнює добутку його тривалості, ширини спектра і динамічного діапазону

$$V_c = T_c F_c D_c.$$

Фізичне середовище, через яке здійснюється передавання сигналів від передавача до приймача, називається *лінією зв'язку*.

За характером усі повідомлення можна розділити на неперервні і дискретні.

Неперервні *за часом* повідомлення відображаються неперервною функцією часу. Дискретні *за часом* повідомлення надходять у певні моменти часу і описуються дискретною функцією часу. Оскільки повідомлення мають зазвичай випадковий характер, то неперервні повідомлення описуються випадковою функцією часу, а дискретні – послідовністю випадкових подій.

Неперервні *за множиною* повідомлення характеризуються тим, що функція, що їх описує, може набувати неперервної множини (континууми) значень у деякому інтервалі. Дискретні *за множиною* повідомлення можуть бути описані за допомогою скінченного набору чисел або дискретних значень деякої функції.

Дискретність *за множиною* і *за часом* не зв'язані одна з іншою.

Тому можливими є такі типи повідомлень:

- неперервні *за множиною* і *за часом* або просто неперервні (рис. 1.1 а);
- неперервні *за множиною* і дискретні *за часом* (рис. 1.1 б);
- дискретні *за множиною* і неперервні *за часом* (рис. 1.1 в);
- дискретні *за множиною* і *за часом* або просто дискретні (рис. 1.1 г).

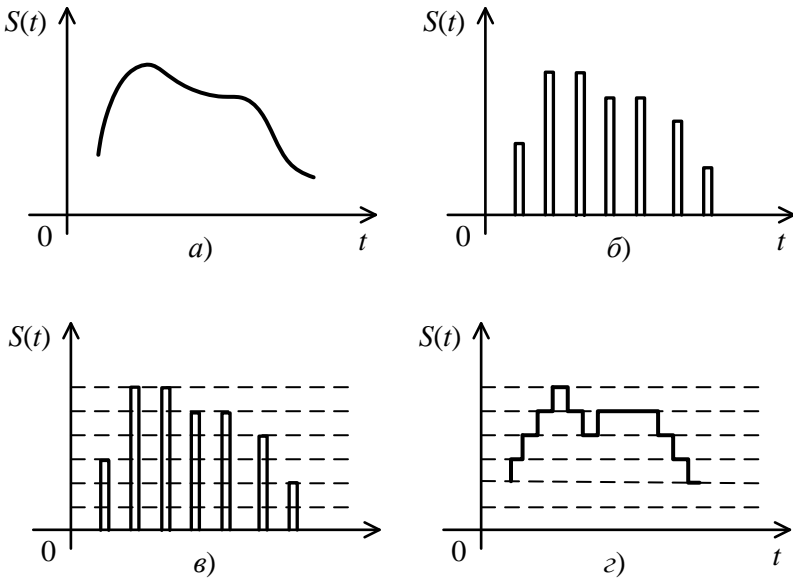


Рисунок 1.1 – Типи повідомлень

У широкому сенсі перетворення повідомлень у сигнал називається кодуванням повідомлень. У вузькому сенсі кодування – це відображення дискретних повідомлень сигналами у вигляді певних сполучень символів. Пристрій, який здійснює кодування, називається *кодером*.

Певна річ, під час приймання такого повідомлення виникає необхідність у зворотному перетворенні сигналу в повідомлення, яке називається декодуванням. Пристрій, який здійснює таку процедуру, називається *декодером*.

Узагальнена структурна схема системи зв'язку

На рисунку 1.2 зображена узагальнена і спрощена структурна схема системи зв'язку.

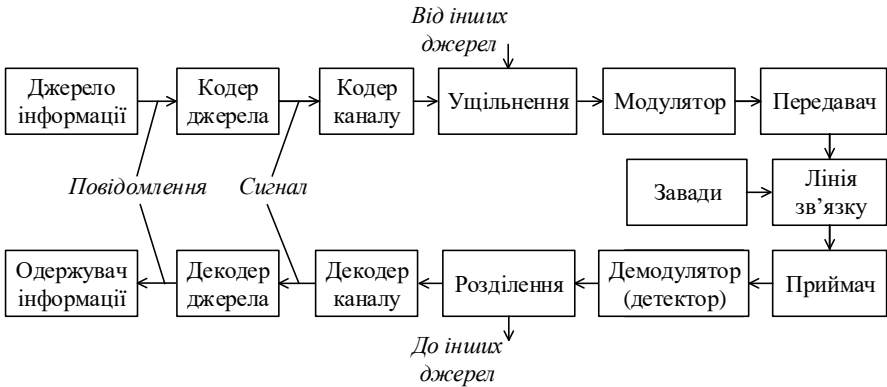


Рисунок 1.2 – Узагальнена схема телекомунікаційної системи

Джерело інформації генерує неперервне або дискретне повідомлення. Дискретне повідомлення набуває скінченного числа можливих значень. Повідомлення від джерела для наступного передавання перетворюється у сигнал за допомогою *кодера джерела* (кодувального пристрою). Іноді, щоб знизити вплив шуму і інтерференції сигналу в каналі зв'язку, послідовність бітів від кодера джерела підлягає процедурі вторинного кодування в *кодері каналу*. Одержуваний код має деяку *надлишковість*, що сприяє виявленню, а подекуди і виправленню помилок під час передавання сигналів.

Оскільки необхідно забезпечити незалежне передання повідомлень від декількох джерел, то постає завдання побудови системи, яка застосовує одну лінію зв'язку для передання повідомлень від декількох джерел. Такі системи називаються *багатоканальними*, і в них є необхідною операція *ущільнення*, тобто формування загального сигналу, який переносить дані від усіх джерел (наприклад, *груповий сигнал*).

Модуляція – це процес, необхідний для узгодження параметрів сигналу на виході кодера з параметрами каналу зв'язку.

Під дією інформаційного сигналу, що називається *модулювальним*, здійснюється зміна одного або кількох параметрів певного сигналу (що називається модульованим), узгодженого з каналом зв'язку.

Модулювальний сигнал, продукт безпосереднього перетворення повідомлення, називається ще *первинним сигналом*.

Модулювальний сигнал (на виході модулятора) називається *вторинним*.

У передавачі здійснюється підсилення модульованого сигналу і передання його в лінію зв'язку. Під час проходження сигналу через лінію зв'язку він зазнає дій завад (атмосферних, впливу сторонніх джерел сигналів), а також спотворення сигналів у самій апаратурі (флуктуаційні завади), які викликають випадкові відхилення прийнятого повідомлення сигналу від передаваного.

На приймальному боці здійснюється відновлення за прийнятим сигналом переданого повідомлення. Спочатку відбувається демодуляція сигналу, унаслідок якої відновлюється первинний сигнал.

Якщо прийнятий сигнал переносить інформацію від декількох джерел, він надходить на *блок розділення*, у якому відбувається переспрямування кожного з інформаційних потоків до власного одержувача повідомлень.

Унаслідок різних спотворень і дії завад прийнятий сигнал суттєво відрізняється від переданого.

Отже, здійснюється оброблення прийнятого сигналу з метою щонайповнішого видобування з нього інформації у блоці канального декодера, де в одержаній бітовій послідовності виявляються і виправляються помилки.

Після оброблення здійснюється декодування сигналу, тобто перетворення його в повідомлення, що надходить до одержувача.

Канал зв'язку: характеристики і параметри

Сукупність пристроїв, що забезпечує належне передавання сигналів різних джерел повідомлень через одну лінію зв'язку, називається *каналом зв'язку*.

Залежно від характеру сигналів канали зв'язку поділяються на дискретні, дискретно-неперервні і неперервні.

За характером застосування канали зв'язку поділяються на телефонні, телевізійні, телеграфні, звукового мовлення тощо.

Залежно від передання сигналу за напрямними лініями або у вільному просторі канали називають каналами зв'язку (закритими каналами) або радіоканалами (відкритими каналами).

До каналів зв'язку належать провідні канали на частотах до тисячі кілогерц, а також волоконно-оптичні, що працюють в оптичному діапазоні ($10^{13} \dots 10^{15}$ Гц).

До радіоканалів належать канали зв'язку, що працюють у діапазоні хвиль від наддовгих (3 кГц) до дециміліметрових (3 000 ГГц).

Це так звані:

- довгі хвилі ($\lambda = 1 \dots 10$ км; $f = 30 \dots 300$ кГц);
- середні хвилі ($\lambda = 100 \dots 1\,000$ м; $f \cong 300 \dots 3\,000$ кГц);
- короткі хвилі ($\lambda = 10 \dots 100$ м; $f = 3 \dots 30$ МГц);
- ультракороткі хвилі ($\lambda = 1 \dots 10$ м; $f = 30 \dots 300$ МГц);
- дециметрові хвилі ($\lambda = 10 \dots 100$ см; $f = 300 \dots 3\,000$ МГц);
- сантиметрові хвилі ($\lambda = 1 \dots 10$ см; $f = 3 \dots 30$ ГГц);
- міліметрові хвилі ($\lambda = 1 \dots 10$ мм; $f = 30 \dots 300$ ГГц) тощо.

Канали зв'язку характеризуються:

- часом передання T_K ;
- смугою пропускання F_K ;
- динамічним діапазоном D_K .

Час передання T_K – це тривалість передання інформації через канал.

Смуга пропускання каналу F_K – це діапазон частот, у межах якого значення нормованої АЧХ каналу перевищує рівень 0,707.

Динамічний діапазон D_K визначається відношенням допустимої максимальної потужності P_{max} передаваного сигналу до потужності завади P_3 , що наявна в каналі

$$D_K = 10 \lg \frac{P_{max}}{P_3}.$$

Узагальнена характеристика каналу – це його об'єм

$$V_K = T_K F_K D_K.$$

Для неспотвореного передання сигналу через канал зв'язку має бути виконано умову узгодження сигналу з каналом

$$V_c \leq V_k.$$

Вимоги до інформаційних систем:

- а) висока ефективність;
- б) надійність.

Ефективність інформаційної системи – це здатність забезпечити передання даної кількості інформації з найменшими затратами потужності сигналів, часу і смуги частот.

Швидкість передання інформації визначається кількістю інформації, що передається в одиницю часу.

Максимально можливу швидкість передання інформації називають *перепускною здатністю системи*.

Надійність системи передання інформації охоплює:

- здатність до безвідмовної роботи протягом заданого проміжку часу і за заданих умов експлуатації;
- інформаційну надійність – здатність системи передавати інформацію з достатньо високою вірогідністю (вірогідність – це ступінь відповідності прийнятого повідомлення переданому).

Здатність інформаційної системи протистояти шкідливій дії завод називають *завадостійкістю*.

Лекції 2, 3

Геометрична інтерпретація сигналів електров'язку

Лінійний простір сигналів. Поняття координатного базису

Існує два найважливіших питання в теорії сигналів:

1) як можна порівнювати сигнали за величиною? Що таке величина сигналу загалом;

2) як об'єктивно оцінити, наскільки два неоднакових сигнали «схожі» один на одного?

Відповідає на це *функціональний аналіз*, який є базою для теоретико-множинного подання сигналів як векторів у нескінченномірному просторі.

Лінійний простір сигналів

Нехай $M = \{s_1(t), s_2(t), \dots\}$ – деяка множина сигналів, об'єднаних *деякою спільною властивістю*. Наприклад, множина сигналів $s_j(t) = A_j \cos(\omega_j t + \phi_j)$ – гармонійних коливань із різною амплітудою A , частотою ω і початковою фазою ϕ . Це означає, що множина сигналів наділена певною структурою. Ця структура зумовлена фізично: наприклад, електричні коливання можуть додаватися, а також помножуватися на довільну константу. Також структурою може бути *лінійний простір сигналів*.

Аксиоми дійсного лінійного простору

1. Будь-який сигнал $u \in M$ за будь-якого t набуває лише дійсного значення.

2. Для будь-якого $u \in M$ і $v \in M$ існує їхня сума $w = u + v$, причому $w \in M$ також.

Водночас сума комутативна $u + v = v + u$ й асоціативна $u + (v + x) = (u + v) + x$.

3. Для будь-якого сигналу $s \in M$ і будь-якого дійсного α визначеним є сигнал $f = \alpha s \in M$.

4. Множина M містить у собі особливий елемент \emptyset , такий, що $u + \emptyset = u \in M$.

Упровадження структури лінійного простору – це перший крок до геометричного трактування сигналів. Сигнали як елементи лінійного простору є *векторами*.

Примітка. Аж ніяк не кожна множина сигналів є лінійним простором. Наприклад, множина M прямокутних відеоімпульсів напруги на інтервалі $[0 \dots 20 \text{ мкс}]$, причому їхня амплітуда $A \leq 10 \text{ В}$. Адже якщо скласти імпульси з амплітуди 6 і 8 В, то одержимо імпульс, який не входить до множини M .

Отже, M не утворює лінійного простору.

Поняття координатного базису

Сукупність векторів $\{e_1, e_2, e_3, \dots\}$, що належить до M , є лінійно незалежним координатним базисом, якщо рівність

$$\sum_i a_i e_i \neq \emptyset \quad (2.1)$$

можлива лише в разі одночасного обернення на нуль усіх a_i .

Якщо сигнал $s(t)$ заданий у вигляді розкладу

$$s(t) = \sum_i c_i e_i,$$

то числа $\{c_1, c_2, \dots\}$ є проєкціями сигналу $s(t)$ щодо вибраного базису. Якщо число базисних векторів необмежено велике, то такий лінійний простір називається *нескінченномірним*.

Нормований лінійний простір. Енергія і метрика сигналів

Довжина вектора називається *нормою*. Лінійний простір сигналів називається *нормованим*, якщо кожному вектору $s(t) \in L$ однозначно відповідає величина $\|S\|$ – норма цього вектора.

Аксіоми нормованого лінійного простору сигналів

1. Норма є невід'ємною $\|S\| \geq 0$, причому $\|S\| = 0$ тоді і тільки тоді, якщо $S = \emptyset$.

2. Для будь-якого α

$$\|\alpha s\| = |\alpha| \cdot \|s\|.$$

3. Якщо вектори $s(t) \in L$ і $p(t) \in L$, то

$$\|s + p\| \leq \|s\| + \|p\|.$$

Цей вираз називається нерівністю трикутника.

Норма дійсного сигналу

$$\|s\| = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt}. \quad (2.2)$$

Норма комплексного сигналу

$$\|s\| = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} s s^* dt}, \quad (2.3)$$

де $s = \alpha + j\beta$; $s^* = \alpha - j\beta$ – комплексно-спряжений сигнал.

Квадрат норми є енергією сигналу

$$E_s = \|s\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt. \quad (2.4)$$

Застосування поняття *норми сигналу* доцільне, оскільки норма інваріантна щодо зміни форми сигналу, нехай і значної, але короткотривалої. Так, на рисунку 2.1 норми, а отже, енергії поданих сигналів відрізняються дуже мало.

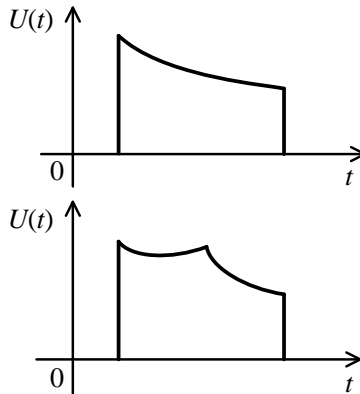


Рисунок 2.1 – Порівняння норм і енергій сигналів

Метричний простір

Лінійний простір сигналів L стає метричним, якщо кожній парі сигналів $u \in M$, $v \in M$ відповідає число $\rho(u, v) \geq 0$, яке називається *метрикою*, або відстанню між елементами.

Аксиоми метрики

1. $\rho(u, v) = \rho(v, u)$ – рефлексивність метрики.
2. $\rho(u, u) = 0$ для будь-якого $u \in L$.
3. Для будь-якого $w \in L$

$$\rho(u, v) \leq \rho(u, w) + \rho(w, u).$$

Метрика – це норма різниці двох сигналів

$$\rho(u, v) = \|u - v\|. \quad (2.5)$$

Будь-яка норма може бути подана у вигляді

$$\|u\| = \rho(u, \emptyset).$$

Метрика дозволяє оцінити, наприклад, *наскільки точно один із сигналів апроксимується іншим*.

Скалярний добуток сигналів

Скалярний добуток сигналів дозволяє обчислити кут між векторами у просторі сигналів.

Якщо у звичайному тримірному декартовому просторі відомі два вектори \vec{A} і \vec{B} , то

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2(\overline{AB}), \quad (2.6)$$

де $(\overline{AB}) = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\psi$ – скалярний добуток цих векторів, ψ – кут між ними.

За аналогією розрахуємо енергію суми двох сигналів u і v

$$E_{\Sigma} = \int_{-\infty}^{\infty} (u + v)^2 dt = E_u + E_v + 2 \int_{-\infty}^{\infty} uv dt. \quad (2.7)$$

Сигнали u і v адитивні, а їхні енергії неадитивні: енергія сумарного сигналу містить у собі ще так звану *взаємну енергію*

$$E_{uv} = 2 \int_{-\infty}^{\infty} uv dt.$$

Порівнюючи формули (2.7) і (2.6), визначимо скалярний добуток сигналів u і v

$$(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)v(t) dt, \quad (2.8)$$

а також косинус кута між ними

$$\cos \psi_{uv} = \frac{(u, v)}{\|u\| \cdot \|v\|}. \quad (2.9)$$

Властивості скалярного добутку сигналів

$$\left. \begin{array}{l} 1. (u, v) \geq 0. \\ 2. (u, v) = (v, u). \\ 3. (\lambda u, v) = \lambda(u, v), \text{ де } \lambda - \text{число.} \\ 4. (u + v, w) = (u, w) + (v, w). \end{array} \right\} \quad (2.10)$$

Лінійний простір сигналів, у якому впроваджений скалярний добуток (2.8), причому справедливими є умови (2.10), називається дійсним гільбертовим простором (Н).

У гільбертовому просторі справедлива фундаментальна нерівність Коші – Буняковського

$$\|u, v\| \leq \|u\| \cdot \|v\|. \quad (2.11)$$

Для комплексного гільбертового простору скалярний добуток

$$(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)v^*(t) dt. \quad (2.12)$$

Ортогональні сигнали й узагальнені ряди Фур'є

Два сигнали u і v називають ортогональними, якщо їхній скалярний добуток і, отже, взаємна енергія дорівнює нулю

$$(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)v(t) dt = 0. \quad (2.13)$$

Ортогональні сигнали вкрай «несхожі» один на одного.

Ортогональний базис

Нехай H – гільбертовий простір сигналів із скінченним значенням енергії. Ці сигнали визначені на проміжку $[t_1, t_2]$, скінченному або нескінченному.

Нехай на цьому самому інтервалі визначена нескінченна система функції $\{u_1, u_2, \dots, u_n, \dots\}$, які попарно ортогональні одна щодо іншої і мають одиничні норми

$$(u_i, v_j) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } i = j; \\ 0, & \text{якщо } i \neq j. \end{cases} \quad (2.14)$$

Тоді можна зазначити, що в гільбертовому просторі заданий *ортонормований базис*.

Довільний сигнал $s(t) \in H$ можна розкласти в ряд

$$s(t) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i u_i(t). \quad (2.15)$$

Вираз (2.15) – це узагальнений ряд Фур'є сигналу $s(t)$ у вибраному базисі. Потрібно знайти коефіцієнти цього ряду $c_1, c_2, \dots, c_K, \dots$.

Необхідно взяти базисну функцію u_K із довільним номером k , домножити на неї обидві частини виразу (2.15) і проінтегрувати результати за заданим інтервалом $[t_1, t_2]$

$$\int_{t_1}^{t_2} s(t)u_K(t) dt = \sum_{i=1}^{\infty} c_i \int_{t_1}^{t_2} u_i u_K dt. \quad (2.16)$$

Унаслідок ортонормованості базису права частина рівності (2.16) дорівнює c_K , тобто

$$c_K = \int_{t_1}^{t_2} s(t) u_K(t) dt = (s, u_K). \quad (2.17)$$

Рівність (2.17) дає алгоритм обчислення коефіцієнтів $c_1, c_2, \dots, c_K, \dots$ узагальненого ряду Фур'є. Цей алгоритм може бути реалізований за схемою рисунка 2.2.

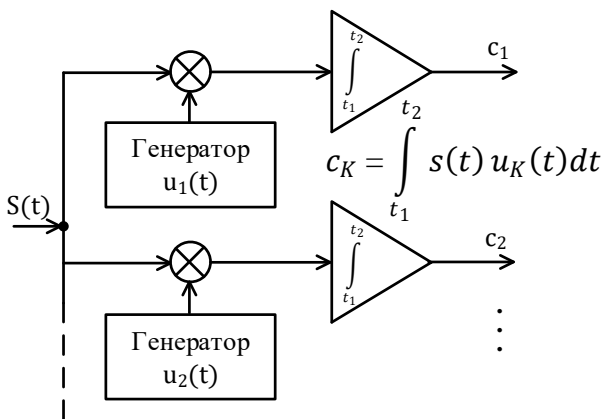


Рисунок 2.2 – Апаратурна реалізація розкладу сигналу в ортонормованому базисі

У цій схемі сигнали c_K формуються на виходах інтеграторів у вигляді незмінної в часі функції в кінці проміжку часу інтегрування.

Подання сигналів узагальненим рядом Фур'є позбавляє необхідності вивчати функціональну залежність на нескінченній множині точок, а дає право характеризувати ці сигнали коефіцієнтами c_1, c_2, \dots, c_K узагальненого ряду Фур'є, які є векторними проєкціями $s(t)$ у гільбертовому просторі на базисні напрямки.

Приклади ортонормованих базисів

а) ортонормована система гармонічних сигналів на інтервалі $[0, T]$

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= \frac{1}{\sqrt{T}} \\ u_1 &= \sqrt{\frac{2}{T}} \sin \frac{2\pi t}{T} \\ u_2 &= \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \frac{2\pi t}{T} \\ &\dots \\ u_{2m-1} &= \sqrt{\frac{2}{T}} \sin \frac{2\pi mt}{T} \\ u_{2m} &= \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \frac{2\pi mt}{T} \end{aligned} \right\}; \quad (2.18)$$

б) система функцій Уолша.

Ця система, графіки якої подані на рисунку 2.3, є ортонормованою, тобто функції Уолша попарно ортогональні і мають одиничні норми.

На інтервалі свого існування $\left[-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}\right]$ вони набувають лише значення ± 1 , що відрізняються лише знаками.

У функцій Уолша $\theta = \frac{t}{T}$ – безрозмірний час, k -ту функцію Уолша позначають $wal(K, \theta)$.

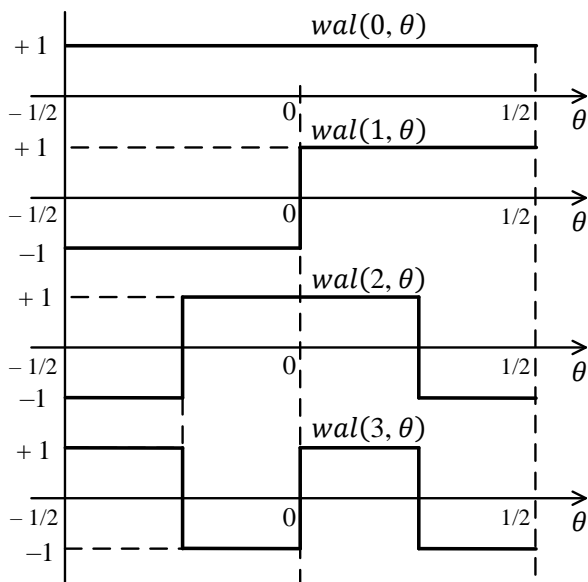


Рисунок 2.3 – Функції Уолша

Цікаво, що номер функції k дорівнює числу змін знака на інтервалі її існування.

Потрібно перевірити умову одиничної норми функції Уолша

$$\|wal(K, \theta)\|^2 = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} wal^2(K, \theta) d\theta = 1.$$

Потрібно перевірити умову ортогональності функцій Уолша

$$\begin{aligned} & \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} wal(1, \theta) wal(2, \theta) d\theta = \\ & = \int_{-\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{4}} (-1)^2 d\theta + \int_{-\frac{1}{4}}^0 (-1) \cdot 1 d\theta + \int_0^{\frac{1}{4}} 1^2 d\theta + \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} 1 \cdot (-1) d\theta = 0. \end{aligned}$$

Сигнал зі скінченною енергією, заданий на інтервалі $\left[-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}\right]$, може бути розкладений в узагальнений ряд Фур'є за функціями Уолша так:

$$S(\theta) = \sum_{K=0}^{\infty} c_K \text{wal}(K, \theta); \theta = \frac{t}{T}. \quad (2.19)$$

Енергія сигналу, поданого у формі узагальненого ряду Фур'є

Нехай сигнал $S(t)$ розкладений в узагальнений ряд Фур'є

$$S(t) = \sum_{K=1}^{\infty} c_K u_K(t).$$

Розрахуємо його енергію

$$\begin{aligned} E_S &= \int_{t_1}^{t_2} s^2 dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} (c_i c_j) u_i u_j dt = \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} (c_i c_j) \int_{t_1}^{t_2} u_i u_j dt. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Оскільки базисна система ортонормована, то у формулі (2.20) відмінними від нуля є тільки члени з $i = j$. Тому одержуємо такий результат:

$$E_S = \sum_{i=1}^{\infty} c_i^2. \quad (2.21)$$

Отже, енергія сигналу дорівнює сумі енергій усіх компонентів, що становлять узагальнений ряд Фур'є.

Лекція 4

Моделі прийнятих сигналів електров'язку

Класифікація сигналів

Залежно від тонкої (фазової) структури сигнали бувають:

– когерентні, якщо випадкові зміни фази високочастотного заповнення в них відсутні;

– некогерентні, якщо в них є випадкові зміни фази.

Залежно від інформативності сигналу що визначає *база сигналу* $B = \tau_c \Pi_c$, сигнали можуть бути:

– простими (вузькосмуговими), якщо $B \approx 1$, у них застосовують лише амплітудну модуляцію;

– складними (широкосмуговими), якщо $B \gg 1$, у них застосовують внутрішньоімпульсну частотну і фазову модуляцію і маніпуляцію.

Крім поодиноких імпульсів, неперервного немодульованого коливання, неперервного АМ- і ЧМ-коливання, періодичної послідовності вузькосмугових або широкосмугових імпульсів, застосовують ще *серії імпульсів*.

Опис сигналів, що приймаються

Сигнал, що приймається, формується внаслідок дії передавача і середовища поширення радіохвиль (каналу зв'язку). Якщо сигнал, що передається, можна умовно вважати детермінованим, то внаслідок дії завад у каналі зв'язку (як адитивних, так і мультиплікативних), сигнал на приймальній стороні є випадковим.

Вплив завад (зокрема природних – стан атмосфери, наявність завмирань сигналу, доплерівська добавка частоти завдяки просторовому зміщенню приймача щодо передавача тощо) ураховується в тому, що прийнятий сигнал промодульований за певним законом

$$\dot{B}(t) = B(t)e^{j\psi_B(t)},$$

який є стаціонарним випадковим процесом. Випадкова функція $\dot{B}(t)$ називається *модулювальним множником*.

Аналогічно прийнятий сигнал є функцією часу і сукупності випадкових параметрів β

$$x(t, \beta) = vB(t)U(t - \tau) \cdot$$

$$\cos[(\omega_0 \pm \omega_d)t - \omega_0\tau + \varphi(t - \tau) + \varphi_0 + \psi_B(t)] \quad (4.1)$$

або ж у комплексній формі

$$x(t, \beta) = Re\{v\dot{B}(t)\dot{U}(t - \tau)e^{j(\omega_0 \pm \omega_d)t - \varphi_3 + \varphi_0}\}, \quad (4.2)$$

де v – коефіцієнт послаблення сигналу; $\dot{U}(t)$ – комплексна амплітуда сигналу передавача; τ – затримання сигналу в каналі зв'язку; $\varphi_3 = \omega_0\tau$ – фазове запізнення; ω_d – доплерівська добавка частоти.

Прийнятий сигнал характеризується випадковими амплітудою і фазою. Амплітуда

$$X(t, \beta) = vB(t)U(t - \tau), \quad (4.3)$$

а фаза в кожний фіксований момент часу

$$\varphi = \varphi_0 - \varphi_3 + \psi_B. \quad (4.4)$$

З урахуванням (4.3) і (4.4) вираз (4.1) набуде вигляду

$$x(t, \beta) = X(t) \cos[(\omega_0 \pm \omega_d)t + \varphi(t - \tau) + \varphi], \quad (4.5)$$

де $\beta = \{B, \varphi\}$.

Для розв'язування завдання найкращого прийому сигналу необхідно знати статистичні характеристики параметрів прийнятого сигналу.

Одномірні щільності розподілу параметрів сигналів

Для знаходження цих характеристик потрібно взяти дві моделі прийнятого сигналу.

Перша модель (рис. 4.1 а) складається з великого числа випадкових складових, які в разі накладення одна на одну дають стаціонарний випадковий процес, математичне сподівання якого дорівнює нулю.

У разі радіолокаційного виявлення це відповідає сигналу від цілі швидкофлюктувальної, без «блискової точки».

Друга модель (рис. 4.1 б) – це стаціонарний випадковий процес із математичним сподіванням, що не дорівнює нулю, і це математичне сподівання визначається наявністю в суміші «сигнал + шум» корисного (такого, що переносить інформацію) сигналу.

У радіолокації це випадок, коли ціль є повільнофлюктувальною, з «блисковою точкою».

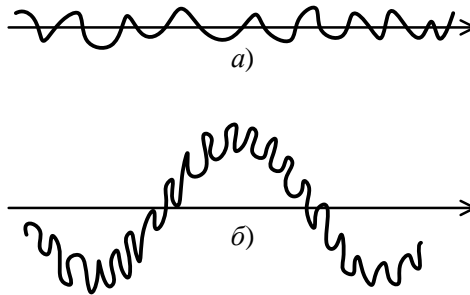


Рисунок 4.1 – Дві моделі прийнятого сигналу

Миттєве значення прийнятого сигналу обох моделей можна подати сукупністю окремих (парціальних) сигналів – випадкових процесів

$$x(t) = X_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \sum_{K=1}^n X_K \cos(\omega_0 t + \varphi_K) \quad (4.6)$$

або

$$x = \dot{X}_0 e^{j\omega_0 t} + \sum_{K=1}^n \dot{X}_K e^{j\omega_0 t}, \quad (4.7)$$

де X_0, φ_0 – амплітуда і фаза корисного сигналу; X_K, φ_K – випадкові амплітуди і фази парціальних сигналів, породжених флюктуаціями множника $\dot{B}(t)$ (породжений здебільшого мультиплікативною завадою каналу зв'язку).

Процес складання коливань ілюстровано векторною діаграмою рисунка 4.2.

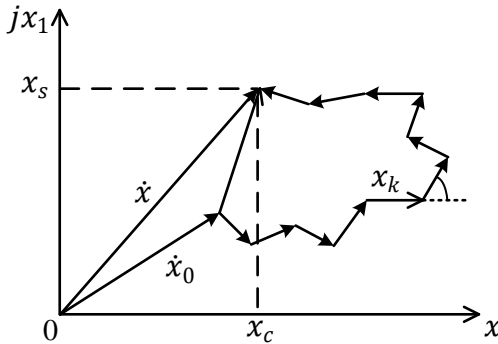


Рисунок 4.2 – Векторна діаграма прийнятого сигналу

Щільність імовірності миттєвих значень сигналу

З рисунка 4.2 випливає, що результуюче миттєве значення прийнятого сигналу є результатом підсумовування великого числа незалежних випадкових величин. У цьому разі чинною є центральна гранична теорема Ляпунова, за якою щільність імовірності (ЩІ) миттєвих значень сигналу підпорядковується гаусовому нормальному закону.

Для другої моделі сигналу ЩІ

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x^2}}, \quad (4.8)$$

де x_0 – миттєве значення корисного сигналу (для першої моделі сигналу $x_0 = 0$); σ_x^2 – дисперсія випадкової величини.

Щільність імовірності фази прийнятого сигналу

Розподіл фази в інтервалі $[0, 2\pi]$ взято рівномірним, і ЩІ має вигляд

$$p(\varphi) = \frac{1}{2\pi}. \quad (4.9)$$

Щільність імовірності амплітуди прийнятого сигналу
З рисунка 4.2 одержано

$$\dot{x} = x_c + jx_s = X \cos \varphi + jX \sin \varphi. \quad (4.10)$$

Кожна з цих ортогональних складових має нормальний розподіл, а двовірну сумісну ЩІ визначено добутком одноірних ЩІ

$$p(x_c, x_s) = p(x_c)p(x_s) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x_c - x_{0c})^2 + (x_s - x_{0s})^2}{2\sigma^2}}, \quad (4.11)$$

де $\sigma^2 = \frac{\sigma_x^2}{2}$ – дисперсія ортогональних складових.

Для визначення $p(X)$ потрібно перейти від декартової до полярної системи координат

$$x_c = X \cos \varphi;$$

$$x_s = X \sin \varphi;$$

$$X = \sqrt{x_c^2 + x_s^2};$$

$$\varphi = \arctg \frac{x_s}{x_c};$$

$$dx_c dx_s = X dX d\varphi.$$

Одержимо

$$p(X, \varphi) = \frac{X}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x_c^2 + x_s^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{XX_0 \cos(\varphi - \varphi_0)}{\sigma^2}}. \quad (4.12)$$

ЩІ амплітуди сигналу X потрібно знайти усередненням виразу за фазою

$$p(X) = \int_{-\infty}^{\infty} p(X, \varphi) p(\varphi) d\varphi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p(X, \varphi) d\varphi =$$

$$= \frac{X}{\sigma_x^2} e^{-\frac{x^2+x_0^2}{2\sigma^2}} \cdot I_0\left(\frac{XX_0}{\sigma_x^2}\right), \quad (4.13)$$

де $I_0(n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{n \cos(\varphi - \varphi_0)} d\varphi$ – модифікована функція Бесселя першого роду нульового порядку.

Одержаний вираз (4.13) відповідає *узагальненому закону Релея* (або *закону Райса*).

Для першої моделі сигналу ($x_0 = 0$) ЩІ амплітуди визначається *простим законом Релея* (рис. 4.3)

$$p(X) = \frac{X}{\sigma_x^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}. \quad (4.14)$$

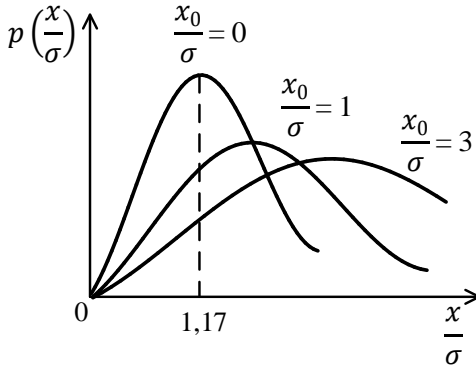


Рисунок 4.3 – Щільність імовірності амплітуди прийнятого сигналу

Закон Релея є функцією одного параметра σ_x , через який виражаються і математичне сподівання, і дисперсія

$$\bar{X} = 1,25\sigma_x; D(X) = 0,43\sigma_x^2. \quad (4.15)$$

Закон Райса за великих значень $\frac{x_0}{\sigma}$ наближається до *гаусового*.

Автокореляційна функція й енергетичний спектр флуктуацій

Одномірні щільності ймовірності дають імовірнісну характеристику стаціонарного випадкового процесу флуктуацій прийнятого сигналу лише у фіксовані моменти часу.

Для характеристики *швидкості зміни процесу* необхідно знати ступінь статистичного зв'язку між його значеннями в різні моменти часу, розділені інтервалом τ .

Таку характеристику надають автокореляційна функція (АКФ) $R(\tau)$ і енергетичний спектр $W(f)$ випадкового процесу.

Автокореляційна функція

АКФ $R\tau$ демонструє залежність усередненого добутку миттєвих значень процесу для двох різних моментів часу, розділених інтервалом τ

$$R(\tau) = \frac{1}{2} \overline{\dot{B}(t)\dot{B}^*(t-\tau)}. \quad (4.16)$$

Оскільки випадковий процес $B(t)$ є стаціонарним і ергодичним, то

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_0^T \dot{B}(t) \dot{B}^*(t-\tau) dt, \quad (4.17)$$

де T – час усереднення.

На практиці застосовують нормовану АКФ – коефіцієнт кореляції $\rho(\tau)$

$$\rho(\tau) = \frac{R(\tau)}{R(0)}, \quad (4.18)$$

де $R(0) = \overline{B^2(t)}$ – дисперсія (середня потужність) процесу.

Енергетичний спектр випадкового процесу $W(f)$. Однозначно зв'язаний з АКФ перетвореннями Фур'є (формулами Вінера – Хінчіна)

$$\left. \begin{aligned} W(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \\ R(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} W(f) e^{j2\pi f\tau} df. \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

Енергетичний спектр (спектральна щільність потужності) характеризує розподіл дисперсії за частотами.

Вид і ширина енергетичного спектра $W(f)$ визначається трансформацією несучої частоти f_0 під час проходження сигналу від передавача через канал зв'язку до приймача із причини появи доплерівської добавки F_d частоти, дисперсійної неоднорідності каналу зв'язку тощо. Для реальних прийнятих сигналів $W(f)$ апроксимується прямокутною формою

$$W(f) = \begin{cases} W_0 & \text{при } -\frac{\Delta F}{2} \leq f < \frac{\Delta F}{2}; \\ 0 & \text{за інших } f. \end{cases} \quad (4.20)$$

Такий спектр подано на рисунку 4.4.

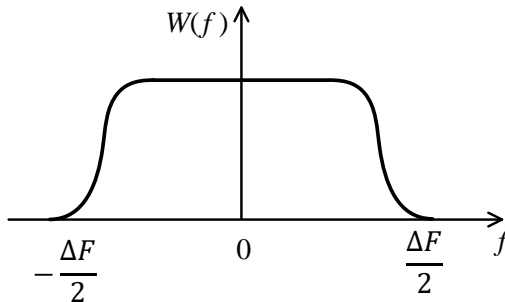


Рисунок 4.4 – Енергетичний спектр флуктуацій прийнятого сигналу

Підставивши вираз (4.20) у (4.19), одержимо формулу АКФ стаціонарного випадкового процесу $\dot{B}(t)$

$$R(\tau) = W_0 \int_{-\frac{\Delta F}{2}}^{\frac{\Delta F}{2}} e^{j2\pi f\tau} df = W_0 \Delta F \cdot \frac{\sin \pi \Delta F \tau}{\pi \Delta F \tau}, \quad (4.21)$$

де

$$W_0 \Delta F = B(0) = \sigma_B^2; \quad (4.22)$$

$$\rho(\tau) = \frac{\sin \pi \Delta F \tau}{\pi \Delta F \tau}. \quad (4.23)$$

Статистичний зв'язок між значенням стаціонарного випадкового процесу $\dot{B}(t)$ існує протягом обмеженого інтервалу часу, який відповідає ширині головної пелюстки АКФ τ_0 (рис. 4.5).

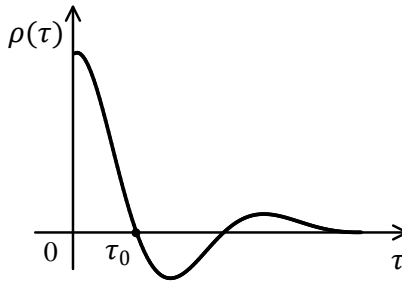


Рисунок 4.5 – АКФ флуктуацій прийнятого сигналу

τ_0 – це кількісна характеристика статистичного зв'язку, що називається *часом кореляції*. З виразу (4.23) випливає, що

$$\tau_0 = \frac{1}{\Delta F}. \quad (4.24)$$

Отже, час кореляції і ширина енергетичного спектра випадкового процесу зв'язані зворотно пропорційною залежністю.

Що менше кореляційні зв'язки всередині процесу, то менше час кореляції τ_0 , а ширший енергетичний спектр ΔF . Отже, швидше перебігає процес.

Наприклад, на рисунку 4.6 можна бачити діаграму напруги для повільнофлуктувальної серії імпульсів $N = 5$, $\tau_0 > \tau_{\text{сер}}$ (рис. 4.6 а) і для швидкофлуктувальної серії імпульсів $N = 5$, $\tau_0 < \tau_{\text{сер}}$ (рис. 4.6 б).



а)



б)

Рисунок 4.6 – Діаграма напруги

Лекції 5, 6

Моделі завад електрозв'язку

Поняття радіозавад і їхня класифікація

Радіозавади – це електромагнітні випромінювання, які ускладнюють або виключають прийом корисних сигналів і виділення з них інформації. Завади розрізняють:

– за походженням – *природні* (внутрішні шуми приймача і власні шуми опору антен; атмосферні і космічні фонові шуми; випромінювання полярних сьйв і радіаційних поясів Землі тощо) і *штучні* (ненавмисні – взаємні завади від інших радіоелектронних систем, індустріальні, транспортні завади і завади ліній електропередачі тощо, а також навмисні з метою порушення функціонування систем передавання інформації);

– за способом створення – *активні* (системи, що генерують завади) і *пасивні* (у радіолокації);

– за характером дії щодо зниження інформаційної спроможності системи електрозв'язку – *маскувальний* і *імітувальний* (дезінформувальні). Перші створюють структуру прийнятих сигналів і знижують якість одержуваної інформації. Другі вносять хибну інформацію в системи, які подавляються, це знижує їхню пропускну здатність і призводить до часткової втрати корисної інформації;

– за ступенем впливу на системи електрозв'язку завади бувають: *слабкі* (втрати до 15 % інформації); *середні* (≥ 50 %); *сильні* (≥ 75 %);

– шириною частотного спектра Δf_3 залежно від співвідношення зі смугою пропускання приймача засобу, що подавляється: *прицільні* ($\Delta f_3 = 1 \dots 10 \Delta f_{\text{пр}}$), *загороджувальні* (діапазон робочих частот $\Delta f_3 \geq f_{\text{max}} - f_{\text{min}}$), *ковзні* завади, що мають спектр прицільної завади, що «ковзає» у великому інтервалі частот;

– взаємодією із сигналом: адитивні $y(t) = x(t) + n(t)$; мультиплікативні $y(t) = \mu(t)x(t)$;

– перервністю випромінювання залежно від тривалості останнього – *неперервні* й *імпульсні*;

– структурою випромінювання – завади з *регулярною, нерегулярною* і *комбінованою* структурою. Перші – не випадкові процеси, другі – випадкові процеси, треті – змішані.

Ентропія і якість маскувальних завод

Маскувальний ефект завади полягає у створенні фону, що заважає, який призводить до зниження якості прийому і вимірювання параметрів сигналів.

Кількість інформації, що одержує система електрозв'язку, може бути зменшена внаслідок збільшення *ентропії* заводового сигналу, яка є *мірою неозначеності випадкових процесів*. Найкращою є така завада, ентропія якої більше.

Стационарний випадковий процес тривалістю T і з шириною спектра $f_3 \max$ за теоремою Котельникова може бути поданий випадковими величинами

$$n = 2T f_3 \max.$$

Ентропія такого процесу

$$H_3 = nH_1 = 2T f_3 \max H_1,$$

де $H_1 = - \int_{-\infty}^{\infty} H_3(u_3) \log_2 p(u_3) du_3$ – ентропія довільного значення заводового сигналу, $p(u_3)$ – одновимірна щільність імовірності заводового сигналу.

Якість стаціонарних маскувальних завод порівнюють з еталоном – стаціонарним гаусовим шумом із рівномірною спектральною щільністю $N_3(f) = N_0$ і обмеженою шириною спектра $f_3 \max$.

Ентропія його n незалежних значень

$$H_{\text{ешз}} = nH_{\text{еш}} = 2T f_3 \max \log_2 \sqrt{2\pi e P_{\text{еш}}},$$

де $P_{\text{еш}}$ – потужність еталонного гаусового шуму.

Якість маскувальної завади можна оцінити співвідношенням

$$K_{\text{як}} = \frac{H_3(u_3)}{H_{\text{ешз}}}.$$

Також застосовують коефіцієнт якості завади α_3

$$\alpha_3 = \frac{P_{\text{еш}}}{P_3} \leq 1,$$

де P_3 – потужність реальної завади на вході приймача, $P_{\text{еш}} = N_0 f_{\text{пр}}$ ($f_{\text{пр}}$ – смуга пропускання лінійної частини приймача) – потужність еталонного гаусового шуму.

Для неперервних завад

$$P_3 = N(f) \Delta f_{\text{пр}},$$

для імпульсних завад P_3 – це імпульсна потужність.

Наприклад, якщо ентропія реальної завади $H_1(u_3)$, то потужність еталонного гаусового шуму $P_{\text{еш}}$ визначають з умови

$$H_1(u_3) = H_{\text{еш1}} = \log_2 \sqrt{2\pi e P_{\text{еш}}}.$$

Звідси

$$P_{\text{еш}} = \frac{1}{2\pi e} e^{\frac{2H_1(u_3)}{1.44}}.$$

Що якість, маскуючи завади α_3 , ближча до одиниці, то реальна завада ефективніше.

Завади оцінюють також *коефіцієнтом подавлення* – для оцінювання енергетичних можливостей завади щодо подавлення даної системи електрозв'язку.

Він визначається мінімальним відношенням потужностей завади P_3 і сигналу P_c на вході приймача в межах його смуги пропускання, за якого можна спостерігати заданий *інформаційних збиток*

$$K_n = \left(\frac{P_{3 \text{ ВХ}}}{P_{c \text{ ВХ}}} \right) \text{min.}$$

Активні шумові завади та їхні різновиди. Імпульсні завади

Серед маскувальних завад найбільш уживаними є активні шумові завади (АШЗ). АШЗ – це неперервні електромагнітні коливання з випадковою зміною одного або кількох їхніх параметрів (амплітуди, частоти, фази). Серед стаціонарних АШЗ із заданою середньою потужністю $P_{\text{сер}}$ (обмеження на $P_{\text{сер}}$) і без обмежень на амплітуду ($-\infty < U_3 < \infty$) найкращим є *гаусовий шум*, одномірний ШЦ якого

$$p(U_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\text{ш}}} e^{-\frac{U_3^2}{2\sigma_{\text{ш}}^2}}.$$

У разі однакового двостороннього обмеження максимальних значень завади зверху і знизу $-U_0 \leq U_3 \leq U_0$ найкращим розподілом імовірностей є *рівномірний*

$$p(U_3) = \begin{cases} \frac{1}{2U_0} & \text{при } -U_0 \leq U_3 \leq U_0; \\ 0 & \text{за інших } U_3. \end{cases}$$

Реально шумова напруга обмежена як за $P_{\text{сер}}$, так і за максимальними викидами, і тому оптимальний розподіл відрізняється як від рівномірного, так і від гаусового.

Амплітудне обмеження, що існує в будь-якому фізичному тракті приймача, призводить до спотворення спектра щодо рівномірного розподілу у смузі частот Δf_3 .

Реальні спектри прицільних АШЗ мають форму, наближену до гаусової, а широкосмугові АШЗ є нерівномірними за спектром.

Прямошумові завади

Прямошумові завади (ПШЗ) – це відселектований і підсилений у певній смузі частот високочастотний шум, створюваний генератором широкосмугового шуму з відносно рівномірним спектром.

Напруга ПШЗ зазвичай обмежується за амплітудою для забезпечення потрібного ККД підсилювача потужності. Амплітудне обмеження призводить до перерозподілу енергії за спектром і до зміни ЦІ її миттєвих значень (рис. 5.1).

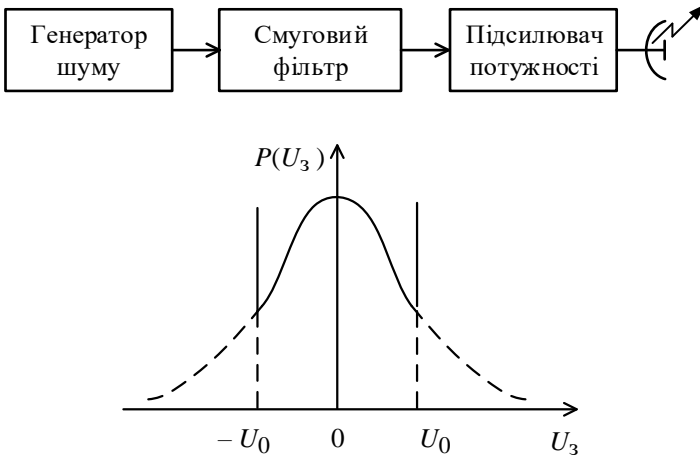


Рисунок 5.1 – Формування прямошумової завади

Ступінь обмеження шуму характеризується пік-чинником

$$П_{\phi} = \frac{U_{ш\ max}}{U_{ш\ еф}},$$

де $U_{ш\ еф}$ – ефективне (середньоквадратичне) значення завади.

За $П_{\phi} \geq 2,5 \dots 3$ розподіл завади наближується до нормального. Якщо $\sigma_{ш} \gg U_0$ (середньоквадратичне значення завади істотно перевищує рівень обмеження U_0), то ПШЗ перетворюється на імпульси постійної амплітуди зі змінними тривалістю τ_u і періодом T_n , і це суттєво знижує ефективність завади $\alpha_3 = 0,8 \dots 0,9$ (досить велике значення).

Недолік ПШЗ – складність одержання високих коефіцієнтів підсилення у широкій смузі частот.

Амплітудно-модульовані шумові завади

Амплітудно-модульовані шумові завади (АМШЗ) – це гармонічні високочастотні (надвисокочастотні) коливання, модульовані за амплітудою низькочастотним шумом.

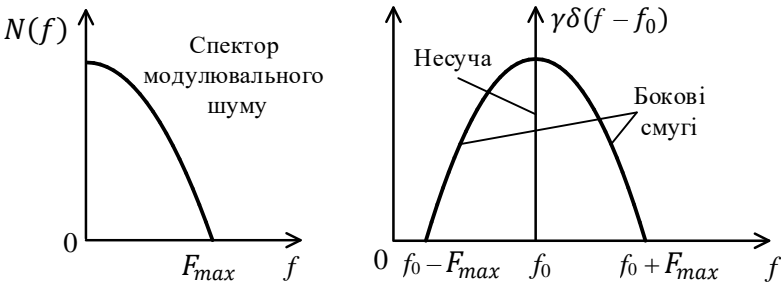


Рисунок 5.2 – Формування АМ шумової завади

Миттєве значення завади

$$u_3(t) = [U_0 + S_A U_{\text{шнч}}(t)] \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0),$$

де U_0 – амплітуда несучого гармонічного коливання з частотою f_0 і початковою фазою φ_0 , $U_{\text{шнч}}(t)$ – модульовальний низькочастотний шум; S_A – крутизна модуляційної характеристики високочастотного генератора завад.

Енергетичний спектр АМШЗ складається з несучої гармоніки на f_0 і двох бічних смуг, дзеркально-симетричних, обвідна яких збігається з обвідною низькочастотного спектра модульовального шуму.

Ширина спектра завади дорівнює

$$\Delta f_3 \approx 2F_{\text{max}}.$$

Маскувальний ефект створюють лише бокові смуги спектра, хоча саме несуча складова містить у собі більшу частину випромінюваної потужності.

Ефективність АМШЗ здебільшого визначено ступенем обмеження за амплітудою модульовального шуму, який кількісно оцінюють ефективним коефіцієнтом модуляції

$$m_{\text{еф}} = \frac{S_A U_{\text{ш ефнч}}}{U_0},$$

де U_0 – поріг обмеження.

Величина $m_{\text{еф}}$ визначає ступінь перерозподілу загальної потужності P_3 АМШЗ між боковими смугами спектра ($P_{\text{бок}}$) і складовою на несучій частоті ($P_{\text{нес}}$), а також ступінь зміни форми бокових смуг.

За $m_{\text{еф}} \ll 1$ (коли $S_A U_{\text{ш еф}} \ll U_0$) бокові складові спектра не спотворюються і мають добрі маскувальні властивості, однак $P_{\text{бок}} \ll P_{\text{нес}}$, і тому α_3 малий. У разі збільшення $m_{\text{еф}}$ відношення $\frac{P_{\text{бок}}}{P_{\text{нес}}}$ зростає, проте бокові смуги спектра АМШЗ розширюються і їхня нерівномірність зростає. Водночас зростає спочатку коефіцієнт якості завади α_3 .

Проте за $m_{\text{еф}} \gg 1$ структура завади змінюється: вона перетворюється на імпульси наближено сталої амплітуди, а отже, α_3 знижується.

Частотно-модульовані шумові завади

Частотно-модульовані шумові завади (ЧМШЗ) – це високо-частотні коливання, модульовані за частотою шумом.

Миттєве значення ЧМШЗ

$$u_3(t) = U_0 \cos \left[2\pi f_0 t + \int_0^t 2\pi \Delta f(t) dt + \varphi_0 \right],$$

де $\Delta f(t) = S_q U_{\text{ш}}(t)$ – випадкові відхилення миттєвої частоти передавача завади від середньої частоти f_0 під дією модульовального шуму $u_{\text{ш}}(t)$;

S_q – крутизна модуляційної характеристики високочастотного генератора завад.

Девіація частоти – це найбільше її відхилення від f_0

$$\Delta f_d = S_q U_{ш max}.$$

Ефективне (середньоквадратичне) значення девіації

$$\Delta f_{д еф} = S_q U_{ш еф}.$$

Форма і ширина спектра ЧМШЗ залежить від ефективного індексу частотної модуляції

$$m_q = \frac{\Delta f_{д еф}}{F_{max}},$$

де F_{max} – максимальне значення частоти спектра модульовального шуму $U_{ш}(t)$.

Величина m_q залежить від вибраного режиму модуляції. Вибір F_{max} (ширини спектра модульовального шуму) визначає швидкість зміни миттєвих значень частоти ЧМШЗ.

Якщо $U_{ш}(t)$ – це стаціонарний випадковий процес із нульовим математичним сподіванням, нормальним законом розподілу й обмеженим спектром у смузі $0 \dots F_{max}$, то можливі три випадки.

1. За $m_q = 0,1 \dots 0,5$ (швидка зміна частоти завади) енергетичний спектр завади збігається зі спектром білого шуму на виході резонансного контуру.

Характеристики випромінюваної завади збігаються з характеристиками модульовального шуму. У такий спосіб формується *прицільна за частотою завада*.

2. За $m_q \gg 1$ (повільна зміна частоти завади) обвідна енергетичного спектра ЧМШЗ має дзвоноподібну форму, нагадує криву щільності імовірності модульовального шуму $p(u_{ш})$ (див. рис. 5.1).

Оскільки водночас F_{max} мала, а $\Delta f_{д еф}$ – велика, то ефективність завади (α_3) знижується. У такий спосіб формується *ковзна завада*.

3. Якщо $\Delta f_{д\text{еф}} > \Delta f_{пр}$ (смуги пропускання приймача), то сигнал на виході лінійної частини приймача являє собою хаотичну послідовність імпульсів із малим середнім значенням частоти повторення. Корисний сигнал можна спостерігати за відсутності імпульсів завади. Якщо $\Delta f_{д\text{еф}} = \Delta f_{пр}$, то завада найефективніша.

Застосовують також *амплітудно-частотно-модульовану шумову заваду*, яка являє собою комбінацію АМШЗ і ЧМШЗ.

Хаотичні імпульсні послідовності

Хаотичні імпульсні послідовності (ХІП) – це найбільш поширені серед *імпульсних завад*. Вони являють собою послідовність радіоімпульсів із заданою частотою f_0 , у яких тривалість і період повторення змінюються за випадковим законом (рис. 5.3).

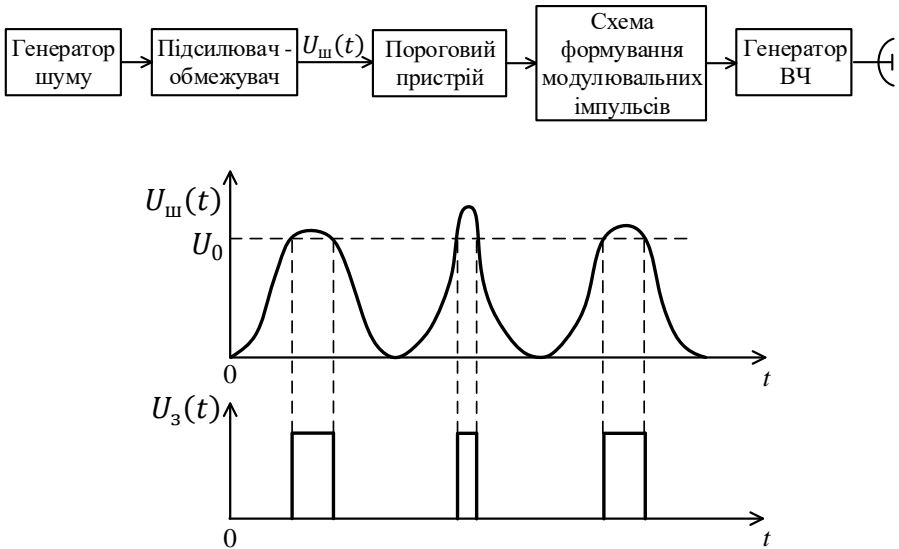


Рисунок 5.3 – Формування завади у вигляді ХІП

ХП за своїми властивостями подібні до АМШЗ. Якщо середній період ХП

$$T_{\text{сер}} \gg \frac{1}{\Delta f_{\text{пр}}},$$

то на виході лінійної частини приймача спостерігають «розмиті» імпульси.

Отже, коефіцієнт якості завад α_3 знижується з тієї самої причини, що і в разі ЧМШЗ з великим індексом модуляції m_q ($m_q \gg 1$, повільна зміна частоти завади).

Частина II
ОПТИМАЛЬНЕ ПРИЙМАННЯ СИГНАЛІВ
І ПОТЕНЦІЙНА ЗАВАДОСТІЙКІСТЬ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОВЗ'ЯЗКУ

Лекція 7
Оптимальне приймання сигналів:
формулювання завдання і методика розв'язку

Показники якості приймання сигналів

Прийнятий сигнал у системах електровз'язку має загалом випадковий характер. Водночас випадковими є його параметри, а сам сигнал спостерігається на фоні завад. Ця обставина викликає необхідність урахування під час ухвалення рішення про наявність або відсутність на виході приймача самого сигналу, його ймовірнісних характеристик. Отже, проблема прийому (виявлення, фільтрації) сигналу в системах електровз'язку має виразний *статистичний характер*.

Завдання приймання розв'язують за двох несумісних умов: A_0 – сигнал відсутній, A_1 – сигнал наявний. Ці умови зазвичай невідомі або задані деякими апріорними ймовірностями $P(A_0)$ і $P(A_1)$, для яких

$$P(A_0) + P(A_1) = 1.$$

Наявність завад і флуктуацій сигналу призводить до ризику прийняття помилкових розв'язків: адже за кожної умови A_1 і A_0 можуть бути прийняті два оцінювальні розв'язки: A_0^* – сигналу немає, A_1^* – сигнал є.

Отже, маємо такі події:

$$A_1 \rightarrow \begin{cases} A_1^* - \text{правильне виявлення;} \\ A_0^* - \text{пропуск сигналу;} \end{cases}$$
$$A_0 \rightarrow \begin{cases} A_0^* - \text{правильне невиявлення;} \\ A_1^* - \text{хибна тривога.} \end{cases}$$

Імовірності цих подій $P(A_1A_1^*)$, $P(A_1A_0^*)$, $P(A_0A_0^*)$, $P(A_0A_1^*)$ дають повну характеристику якості приймання. Оскільки умова A_i і розв'язок A_j^* – залежні події, то кожна з цих імовірностей може бути визначена як

$$P(A_i A_j^*) = P(A_i) \cdot P\left(\frac{A_j^*}{A_i}\right), \quad (7.1)$$

де $P(A_i)$ – апіорна ймовірність; $P\left(\frac{A_j^*}{A_i}\right)$ – умовна ймовірність.

Апіорні ймовірності $P(A_0)$ і $P(A_1)$ практично завжди невідомі, і тому за показники якості приймання беруть такі умовні ймовірності розв'язків:

$$\begin{aligned} D &= P\left(\frac{A_1^*}{A_1}\right); \\ F &= P\left(\frac{A_1^*}{A_0}\right); \\ \widehat{D} &= P\left(\frac{A_0^*}{A_1}\right); \\ \widehat{F} &= P\left(\frac{A_0^*}{A_0}\right). \end{aligned} \quad (7.2)$$

Імовірності, що відповідають одній умові, зв'язані співвідношенням

$$D + \widehat{D} = 1, \quad (7.3)$$

$$F + \widehat{F} = 1.$$

Показники якості приймання (виявлення): D – умовна ймовірність правильного виявлення, F – умовна ймовірність хибної тривоги.

Критерій оптимальності приймання сигналів

Критерій оптимальності приймання – це правило, за яким із усіх можливих приймачів можна вибрати найкращий.

Найзагальніший критерій оптимальності приймання – критерій Байєса (мінімуму середнього ризику).

Оптимальним вважають такий приймач, який має мінімальну ймовірність помилкових розв'язків із урахуванням їхньої «ваги», тобто ступеня небажаності.

Оптимізація за критерієм Байєса

1. Кожному помилковому розв'язку (пропуск сигналу або хибна тривога) ставлять у відповідність деяку «вагу», або *вартість* r_F і r_D .

2. Визначають середній ризик – середня вартість помилки

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^n r_i P_i = r_F P(A_1^* A_0) + r_D P(A_0^* A_1). \quad (7.4)$$

3. Визначають правило оброблення прийнятого сигналу, за якого мінімізується середній ризик. Знайдемо \bar{r}_{min} . Для цього в (7.4) підставимо (7.1) із урахуванням (7.2) і (7.3)

$$\begin{aligned} \bar{r} &= r_F P(A_0) P\left(\frac{A_1^*}{A_0}\right) + r_D P(A_1) P\left(\frac{A_0^*}{A_1}\right) = \\ &= r_F P(A_0) F + r_D P(A_1) \cdot (1 - D). \end{aligned}$$

Винісши за дужки множник $r_D P(A_1)$,

$$\bar{r} = r_D P(A_1) [1 - (D - l_0 F)], \quad (7.5)$$

де l_0 – ваговий множник, який дорівнює

$$l_0 = \frac{r_F P(A_0)}{r_D P(A_1)}. \quad (7.6)$$

Із (7.5) випливає, що

$$\bar{r} = \min \text{ за } D - l_0 F = \max. \quad (7.7)$$

Вираз $D - l_0 F$ називається *зваженою різницею*.

Умова (7.7) характеризує оптимальний приймач.

Порівнюючи останній із будь-яким неоптимальним, можна записати

$$D_{opt} - l_0 F_{opt} \geq D_{неopt} - l_0 F_{неopt}. \quad (7.8)$$

Із (7.8) випливає основна властивість оптимального приймача: він забезпечує найбільшу умовну ймовірність правильного виявлення D серед усіх приймачів, у яких $F \leq F_{opt}$.

Алгоритми оптимального прийому

Прийнятий сигнал $y(t)$ відрізняється від сигналу передавача $x(t)$ тим, що до нього на вході приймача додається завада $n(t)$

$$y(t) = Ax(t) + n(t),$$

де

$$A = \begin{cases} 1, & \text{якщо сигнал є } (A_1); \\ 0, & \text{якщо сигналу немає } (A_0). \end{cases}$$

Завдання приймання: усю множину можливих значень прийнятого сигналу $[Y]$ необхідно розбити на дві непересічні підмножини $[Y_0]$ і $[Y_1]$ і якщо прийнята реалізація $y(t)$ потрапляє в $[Y_0]$, необхідно робити висновок *сигналу немає* (A_0), а якщо в $[Y_1]$ – то висновок – *сигнал є* (A_1). Водночас підмножина $[Y_1]$ називається *областю прийняття розв'язків*.

Кожна реалізація випадкового процесу $y(t)$ повністю характеризується щільностями ймовірності

$$p_{сз}(Y) = p \left[\frac{y(t)}{A_1} \right] - \text{ЩІ сигнал + завад};$$

$$p_з(Y) = p \left[\frac{y(t)}{A_0} \right] - \text{ЩІ завади}.$$

Ці ЩІ $p_{сз}(Y)$ і $p_з(Y)$ можна вважати заданими і дозволяють визначити шукані показники якості прийому сигналів (рис. 7.1)

$$D = \int_{[Y_1]} p_{c3}(Y) dY, \quad (7.10)$$

$$F = \int_{[Y_1]} p_3(Y) dY. \quad (7.11)$$

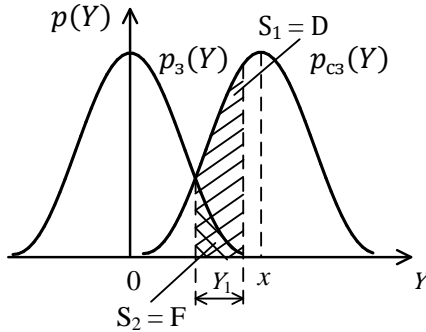


Рисунок 7.1 – До визначення показників якості прийому

Для визначення правила оптимального прийому (вибору оптимальної області розв'язків $[Y_{1opt}]$) необхідно підставити формули (7.10) і (7.11) до основної умови критерію (7.7) і розв'язати одержане рівняння

$$D - l_0 F = \int_{[Y_{1opt}]} [p_{c3}(Y) - l_0 p_3(Y)] dY = \quad (7.12)$$

$$= \int_{[Y_{1opt}]} p_3(Y) \left[\frac{p_{c3}(Y)}{p_3(Y)} - l_0 \right] dY = \max.$$

Інтеграл (7.12) набуває максимального значення, якщо підінтегральний вираз позитивний, і тому $[Y_1] = [Y_{1opt}]$, якщо

$$\frac{p_{сз}(Y)}{p_3(Y)} \geq l_0. \quad (7.13)$$

Ліва частина нерівності (7.13) називається *відношенням вірогідності*

$$l(Y) = \frac{p_{сз}(Y)}{p_3(Y)}. \quad (7.14)$$

Звідси маємо правило оптимального прийому: оптимальний за критерієм мінімуму середнього ризику приймач має за прийнятою реалізацією вхідного сигналу Y обчислювати відношення вірогідності $l(Y)$ і порівнювати його з порогом l_0 . Тоді якщо $l(Y) \geq l_0$, то сигнал наявний, якщо ж $l(Y) < l_0$, то сигнал відсутній.

Відношення вірогідності $l(Y)$ доводить, у скільки разів умовна ЩІ приймання реалізації Y за наявності корисного сигналу відрізняється від умовної ЩІ тієї самої реалізації за відсутності сигналу (рис. 7.2). Що більша амплітуда сигналу, то більша величина $l(Y)$.

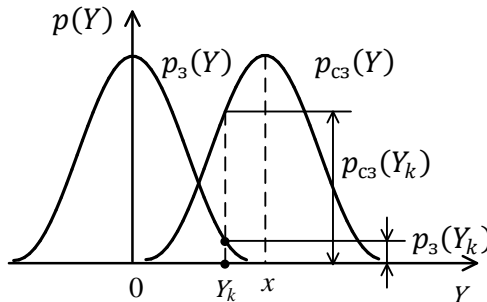


Рисунок 7.2 – Визначення $l(Y)$

Величина $l(y_k)$ є випадковою, бо відповідає відношенню двох функцій від випадкових величин. Для реальних сигналів $l(Y)$ описується надто складним виразом.

З метою спрощення структури приймача замість $l(Y)$ можна обчислювати монотонно зв'язану з $l(Y)$ функцію $\lambda(Y)$ – інформаційний еквівалент відношення вірогідності, і порівнювати її з відповідними до цієї функції порогом.

Така функція є *достатньою статистикою* $\lambda(Y)$.

Її визначають за допомогою переходу від $l(Y)$ до $\ln l(Y)$, і тоді $\lambda(Y)$ є інформативною частиною від $\ln l(Y)$.

Отже, правило оптимального прийому може бути записане в таких варіантах:

$$l(Y) \underset{A_0^*}{A_1^*} > l_0 \text{ або } \lambda(Y) \underset{A_0^*}{A_1^*} > \lambda_0. \quad (7.15)$$

Величина порогу l_0 згідно з формулою (7.6)

$$l_0 = \frac{r_F \cdot P(A_0)}{r_{\bar{D}} \cdot P(A_1)}$$

за загальним байесівським критерієм.

Знаходження порогу вимагає знання вартостей помилкових розв'язків r_F і $r_{\bar{D}}$, а також апіорних імовірностей $P(A_0)$ і $P(A_1)$. Оскільки і те, й інше невідомо, то замість загального критерію Байєса застосовують *окремі критерії*.

З них найуживанішим є критерій Неймана – Пірсона. За цим критерієм фіксують умовну ймовірність хибної тривоги F і максимізується умовна імовірність правильного виявлення D

$$F = \text{const}; D = \text{max}. \quad (7.16)$$

Основна перевага критерію Неймана – Пірсона полягає в тому, що поріг ухвалення рішення l_0 визначають як функцію від F і не потребує знання вартостей r_F і $r_{\bar{D}}$, а також апіорних імовірностей $P(A_0)$ і $P(A_1)$, тобто

$$l_0 = f(F).$$

Незалежно від того, який окремий критерій застосовують, правило прийому єдине і полягає в обчисленні відношення вірогідності $l(Y)$ за формулою (7.15).

Це правило дозволяє сформулювати *методику синтезу оптимального приймача*:

1. Вивчення статистики прийнятого сигналу $y(t)$ і одержання виразів для $p_{сз}(Y)$ і $p_z(Y)$.

2. Обчислення відношення вірогідності $l(Y)$ і визначення достатньої статистики $\lambda(Y)$.

3. Підбір фізично реалізовуваних елементів, що дозволяють обчислити $l(Y)$ або $\lambda(Y)$, і укладання структурної схеми приймача.

4. Оцінювання показників якості прийому D і F .

Лекція 8

Статистика прийнятого сигналу

Флуктуаційна завада. Теорема Котельникова

Розглянемо статистику прийнятого сигналу для двох випадків:

– $y(t) = n(t)$ – на вході приймача діє флуктуаційна завада;

– $y(t) = n(t) + x(t, \alpha, \beta)$ – на вході приймача діє адитивна суміш «сигнал + завада»,

де α – сукупність корисних параметрів; β – сукупність випадкових невимірюваних параметрів.

Флуктуаційна завада (ФЗ) – це внутрішні шуми приймача і зовнішні шумові завади. ФЗ являє собою стаціонарний випадковий процес, якому притаманні властивість ергодичності, нормальний закон розподілу миттєвих значень і нульове математичне сподівання.

Одномірну ЩІ сигналу $y(t) = n(t)$ визначають так:

$$p_3(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3^2}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_3^2}}, \quad (8.1)$$

де σ_3^2 – дисперсія ФЗ.

З метою спрощення аналізу застосовують дві такі моделі ФЗ: квазібілий шум (КБШ) і білий шум (БШ).

Квазібілий шум

КБШ називається шум, який має сталу спектральну щільність потужності N_0 у смузі частот від 0 до f_{max} (реально до 10^{13} Гц).

Швидкість зміни миттєвих значень визначається автокореляційною функцією (АКФ) процесу

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T n(t)n(t-\tau)dt = R(0)\rho(\tau) \quad (8.2)$$

або

$$R(\tau) = \int_0^{\infty} N(f) \cos 2\pi f \tau df, \quad (8.3)$$

де $\rho(\tau)$ – нормативна АКФ.

Підставляючи вираз

$$N(f) = \begin{cases} N_0 & \text{при } f \leq f_{max} \\ 0 & \text{при } f > f_{max} \end{cases}$$

до формули (8.3), одержуємо

$$R(\tau) = N_0 \int_0^{f_{max}} \cos 2\pi f \tau df = N_0 f_{max} \frac{\sin 2\pi f_{max} \tau}{2\pi f_{max} \tau}, \quad (8.4)$$

де $N_0 f_{max} = \sigma_3^2 = R(0)$.

Графік АКФ подано на рисунку 8.1.

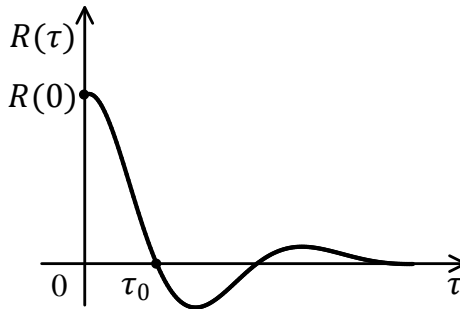


Рисунок 8.1 – АКФ квазібілого шуму

Час (інтервал) кореляційного КБШ визначають із (8.4)

$$\tau_0 = \frac{1}{2f_{max}}. \quad (8.5)$$

Білий шум

Білий шум (БШ) – це модель ФЗ зі сталою спектральною щільністю потужності N_0 на нескінченному інтервалі частот ($f_{max} \rightarrow \infty$).

Для БШ

$$R(\tau) = N_0 \int_0^{\infty} \cos 2\pi f \tau df = \frac{N_0 \delta(\tau)}{2}. \quad (8.6)$$

АКФ. З формули (8.6) випливає, що БШ є дельта-корельованим, що означає нескінченно високу швидкість зміни його миттєвих значень.

Випадковий процес $y(t)$ однозначно визначено деякою сукупністю своїх значень, і тому прийнята реалізація за відсутності сигналу ($y(t) = n(t)$) може бути замінена багатомірною величиною

$$y(t) \rightarrow Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}. \quad (8.7)$$

Таку заміну здійснюють на підставі теореми Котельникова, за якою будь-яка функція часу з обмеженим спектром цілком визначена своїми відліковими значеннями, віддаленими за часом одне від одного на інтервал

$$\Delta t = \frac{1}{2f_{max}}.$$

Відповідно до теореми Котельникова (рис. 8.2)

$$y(t) = \sum_{K=1}^m y(t_K) \psi_K(t), \quad (8.8)$$

де $y(t_K) = y_K$ – елемент вибірки випадкового процесу в дискретні моменти часу $t_K = K \Delta t$ ($K = 1, 2, \dots, m$),

$$\psi_K(t) = \frac{\sin 2\pi f_{max} (t - t_K)}{2\pi f_{max} (t - t_K)}.$$

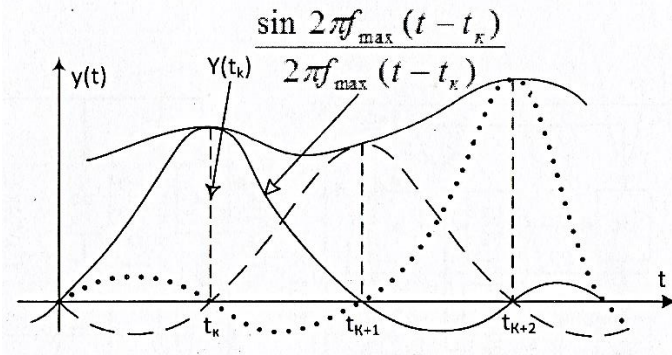


Рисунок 8.2 – Визначення ряду Котельникова

Процес $y(t)$ підпорядкований нормальному закону. Коефіцієнти розкладення ряду (8.8) $y(t_k)$ – некорельовані, оскільки інтервал дискретності Δt дорівнює часу кореляції $\tau_0 = \frac{1}{2f_{\max}}$, і тому $y(t_k) = y_K, K = 1, 2, \dots, m$ є незалежними випадковими величинами.

Статистику прийнятого сигналу, зумовленого лише завадою, описує багатомірна ЩІ

$$p_3(Y) = p_3(y_1, y_2, \dots, y_m).$$

У разі застосування теореми Котельникова випадкові коефіцієнти розкладення y_1, y_2, \dots, y_m незалежні, а отже,

$$p_3(Y) = \prod_{K=1}^m p(y_K), \quad (8.9)$$

де $p(y_K)$ – одномірна щільність імовірності відповідно до (8.1).

Потрібно здійснити заміну $\sigma_3^2 = N_0 \cdot f_{\max} = \frac{N_0}{2\Delta t}$, одержимо

$$p_3(Y) = \prod_{K=1}^m \sqrt{\frac{\Delta t}{\pi N_0}} e^{-\frac{y_K^2 \Delta t}{N_0}}. \quad (8.10)$$

Суміш «сигнал + завада»

У прийнятому корисному сигналі $x(t, \alpha, \beta)$ α – параметри, що підлягають оцінюванню (вимірюванню) під час оброблення, β – це параметри, які не мають інформації і є випадковими, причому розглядають три моделі сигналу:

1) модель – $x(t, \alpha)$ – сигнал із повністю відомими параметрами;

2) модуль – $x(t, \alpha, \varphi)$ – сигнал із випадковою початковою фазою;

3) модуль – $x(t, \alpha, \varphi, \beta)$ – сигнал із випадковими амплітудою і початковою фазою.

Для 1-ї моделі корисного сигналу прийняту реалізацію $y(t) = n(t) + x(t, \alpha)$ за теоремою Котельникова подають у вигляді

$$y(t) \rightarrow Y = \{n_1 + x_1, n_2 + x_2, \dots, n_m + x_m\},$$

де x_K – не випадкові величини, що виконують роль математичного сподівання для y_K .

Багатомірна ЩІ прийнятого сигналу за моделлю 1 має вигляд

$$p_{\text{сз}}(Y/\alpha) = \prod_{K=1}^m p_{\text{сз}}(y_K) = \prod_{K=1}^m \sqrt{\frac{\Delta t}{\pi N_0}} e^{-\frac{(y_K - x_K)^2 \Delta t}{N_0}}. \quad (8.11)$$

Для 2-ї і 3-ї моделей корисного сигналу $p_{\text{сз}}(Y)$ – залежність від випадкових параметрів, і тому спочатку визначають умовну ЩІ $p_{\text{сз}}(Y/\alpha)$ відповідно до виразу (8.11), а потім здійснюють її усереднення за ЩІ випадкових параметрів β

$$p_{\text{сз}}(Y) = \int_{[\beta]} p_{\text{сз}}(Y/\beta) p(\beta) \alpha \beta, \quad (8.12)$$

де для 2-ї моделі

$$p(\beta) = p(\varphi),$$

а для 3-ї моделі

$$p(\beta) = p(\varphi)p(\beta).$$

Отже, статистику прийнятого сигналу повністю описано одержаними виразами (8.11) і (8.12), які застосовують для обчислення відношення вірогідності і знаходження за цим відношенням алгоритму оптимального приймання сигналу кожної моделі.

Лекція 9

Алгоритм оптимального приймання когерентних сигналів на фоні білого шуму

Когерентні сигнали мають фазову структуру, що закономірно змінюється (відсутні випадкові зміни фази). Водночас *початкова фаза* може бути *випадковою*. Будь-який когерентний сигнал можна подати за допомогою будь-якої із трьох вищевказаних моделей. Для знаходження оптимального алгоритму приймання (виявлення) сигналу кожної моделі необхідно обчислити відношення вірогідності за одержаною вище статистикою завади і суміші сигналу із завадою і за результатами їхнього аналізу визначити достатню статистику.

Оптимальне приймання сигналів із повністю відомими параметрами

Для обчислення відношення вірогідності потрібно скористатися загальним виразом

$$l(Y/\alpha) = \frac{p_{сз}(Y/\alpha)}{p_з(Y)}, \quad (9.1)$$

у який потрібно підставити одержані в лекції 8 вирази (8.10) і (8.11) для $p_{сз}(Y/\alpha)$ і $p_з(Y)$ відповідно

$$l(Y/\alpha) = \frac{\prod_{K=1}^m p_{сз}(y_K/\alpha)}{\prod_{K=1}^m p_з(y_K)} =$$

$$= \prod_{K=1}^m \frac{e^{-\frac{(y_K - x_K)^2 \Delta t}{N_0}}}{e^{-\frac{y_K^2 \Delta t}{N_0}}} = e^{-\frac{\sum_{K=1}^m x_K^2 \Delta t}{N_0}} \cdot e^{-\frac{\sum_{K=1}^m y_K x_K \Delta t}{N_0}}. \quad (9.2)$$

Вираз (9.2) є відношенням вірогідності для відомого сигналу і КБШ. Його застосування для синтезу приймача незручне і тому від КБШ потрібно перейти до БШ, тобто спрямувати $f_{max} \rightarrow \infty (\Delta t \rightarrow 0)$.

Водночас від сум у показниках експонент у формулі (9.2) необхідно перейти до інтегралів:

– енергія корисного сигналу

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{K=1}^m x_K^2 \Delta t = \int_{-\infty}^{\infty} x_K^2(t, \alpha) dt = E(\alpha); \quad (9.3)$$

– кореляційний інтеграл

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{K=1}^m x_K y_K \Delta t = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)x(t, \alpha) dt = z(\alpha). \quad (9.4)$$

Тут $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} l[Y/\alpha] = l[y(t)/\alpha]$ означає перехід від багатомірної випадкової величини до неперервного випадкового процесу.

З урахуванням усього цього відношення вірогідності для відомого сигналу, що приймається на фоні БШ,

$$l[y(t)/\alpha] = e^{-\frac{E(\alpha)}{N_0}} \cdot e^{\frac{2z(\alpha)}{N_0}}. \quad (9.5)$$

Перший співмножник у (9.5) – це постійний ваговий коефіцієнт, а другий визначає залежність $l(Y)$ від прийнятої реалізації $y(t)$. З (9.5) випливає, що

$$l[y(t)/\alpha] = k_1 e^{k_2 z(\alpha)}, \quad (9.6)$$

де $k_1 = e^{-\frac{E(\alpha)}{N_0}}$; $k_2 = \frac{2}{N_0}$.

Залежність $l[y(t)/\alpha]$ від $z(\alpha)$ є монотонною (рис. 9.1).

З рисунка 9.1 випливає, що порівняння l із l_0 еквівалентне порівнянню z із пороговим значенням z_0 .

Тоді $l_0 = k_1 e^{k_2 z_0}$; $\ln l_0 = \ln k_1 + k_2 z_0$, а отже, $z_0 = \frac{\ln l_0 - \ln k_1}{k_2}$.

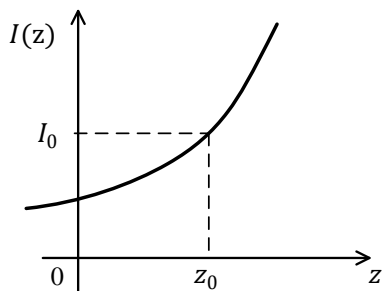


Рисунок 9.1 – Залежність відношення вірогідності від кореляційного інтеграла

Тому достатньою статистикою в разі приймання сигналу з повністю відомими параметрами є *кореляційний інтеграл (KI)*. Отже, алгоритм оптимального приймання сигналу 1-ї моделі є таким. Оптимальний приймач сигналу з повністю відомими параметрами має обчислювати за прийнятим сигналом $y(t)$ кореляційний інтеграл $z(\alpha)$ для всіх значень вимірюваного параметра α і порівнювати його з порогом z_0 .

Кореляційний інтеграл характеризує ступінь статистичного зв'язку між прийнятим і опорним сигналами, водночас опорний є копією переданого (тобто очікуваного, корисного) сигналу. Звідси, якщо прийнятий сигнал $y(t)$ містить у собі корисний сигнал $x(t)$, то кореляція існує, і $z(\alpha) > 0$; якщо ж на вході приймача лише шум, кореляції немає і $z \approx 0$.

Отже, найкраще, що можна зробити в разі приймання відомого сигналу – це порівняти прийнятий сигнал з опорним за допомогою статистичних методів.

Оптимальне приймання сигналів із випадковою початковою фазою

У подальшому з метою спрощення запису у формулах залежність відношення вірогідності від параметра α не подана.

Відношення вірогідності для сигналу з випадковою початковою фазою φ залежить від величини випадкового параметра $\beta(\varphi)$ і визначається з урахуванням відношення (8.12)

$$l = \frac{p_{c3}[y(t)]}{p_3[y(t)]} = \int_{[\varphi]} \frac{p_{c3}[y(t)/\alpha] p \varphi d\varphi}{p_3[y(t)]} =$$

$$= \int_{[\varphi]} l[y(t)/\varphi] p(\varphi) d\varphi, \quad (9.7)$$

де $l[y(t)/\varphi]$ – окреме відношення вірогідності, обчислене за фіксованого значення φ .

Величину $l[y(t)/\varphi]$ визначено виразом (9.5), оскільки за фіксованої фази φ сигнал відповідає моделі 1

$$l[y(t)/\varphi] = e^{-\frac{E(\varphi)}{N_0}} e^{\frac{2z(\varphi)}{N_0}}. \quad (9.8)$$

Випадкова фаза сигналу має в інтервалі $[0 \dots 2\pi]$ рівномірний розподіл

$$p(\varphi) = \frac{1}{2\pi}. \quad (9.9)$$

Перед тим як усереднити вираз (9.8), відповідно до виразу (9.7) потрібно визначити залежності $E(\varphi)$ і $z(\varphi)$.

З фізичних властивостей сигналу випливає, що енергія E не залежить від φ , тобто $E(\varphi) = E$.

Натомість

$$z(\varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)x(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)X(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t) + \varphi]dt =$$

$$= \cos \varphi \int_{-\infty}^{\infty} y(t)X(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)]dt -$$

$$\begin{aligned}
 & - \sin \varphi \int_{-\infty}^{\infty} y(t)X(t) \sin[\omega_0 t + \varphi(t)] dt = \\
 & = z_1 \cos \varphi - z_2 \sin \varphi. \quad (9.10)
 \end{aligned}$$

де z_1 і z_2 – квадратурні кореляційні інтеграли (КІ) від сигналів із повністю відомими параметрами і фазами 0° і 90° .

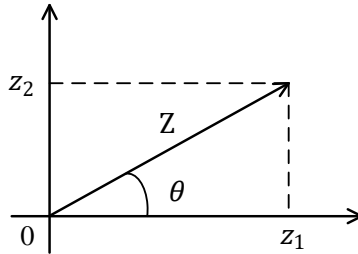


Рисунок 9.2 – Визначення модуля кореляційного інтеграла

З рисунка 9.2 випливає, що $Z = \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$ – модуль КІ;

$$\cos \theta = \frac{z_1}{Z}; \quad \sin \theta = \frac{z_2}{Z}. \quad (9.11)$$

З урахуванням (9.11) вираз (9.10) можна подати у вигляді

$$\begin{aligned}
 z(\varphi) &= Z \left[\frac{z_1}{Z} \cos \varphi - \frac{z_2}{Z} \sin \varphi \right] = Z (\cos \theta \cos \varphi - \sin \theta \sin \varphi) = \\
 &= Z \cos(\varphi + \theta). \quad (9.12)
 \end{aligned}$$

Підставивши $E(\varphi) = E$ формули (9.9) і (9.12) до формули (9.7), одержимо

$$l[y(t)] = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{E}{N_0}} \int_0^{2\pi} e^{\frac{2Z \cos(\varphi + \theta)}{N_0}} d\varphi.$$

В останній рівності вираз $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{u \cos(\varphi+\theta)} du = I_0(u)$ – це модифікована функція Бесселя нульового порядку.

Тоді остаточно відношення вірогідності для сигналу з випадковою початковою фазою набуде вигляду

$$l = e^{-\frac{E}{N_0}} I_0\left(\frac{2Z}{N_0}\right) \quad (9.13)$$

або

$$l = k_1 I_0(k_2 Z). \quad (9.14)$$

Залежність $I_0(Z)$ є монотонною, і тому замість l можна обчислювати $Z(\alpha)$ – модуль КІ і порівнювати його з відповідним порогом Z_0 .

Отже, достатньою статистикою для сигналу з випадковою початковою фазою є модуль КІ $Z(\alpha)$. Алгоритм оптимального приймання сигналу моделі 2 полягає в обчисленні $Z(\alpha)$ для усіх можливих значень вимірюваного параметра α і порівнянні його з порогом Z_0 , який є функцією від заданої умовної імовірності хибної тривоги F .

Оптимальне приймання сигналів із випадковими амплітудою і початковою фазою

Відношення вірогідності для сигналу з випадковою амплітудою і початковою фазою знаходять усередненням за двома незалежними випадковими параметрами φ і β відповідно до виразу (8.12). Оскільки вираз (9.13) одержаний за допомогою усереднення фазою, то його можна застосовувати як окреме відношення вірогідності й усереднити за ЩІ випадкового параметра B

$$l[y(t)] = \int_{[B]} l\left[\frac{y(t)}{B}\right] p(B) dB. \quad (9.15)$$

Тут $l\left[\frac{y(t)}{B}\right]$ – відношення вірогідності для фіксованого B , яке визначають так:

$$l[y(t)/B] = e^{-\frac{E(B)}{N_0}} I_0 \left[\frac{2Z(B)}{N_0} \right], \quad (9.16)$$

$$E(B) = B^2 E; Z(B) = BZ. \quad (9.17)$$

Щі розподілу випадкової амплітуди B підпорядковується закону Релея, поданому на графіку рисунка 9.3

$$p(B) = 2B e^{-B^2}. \quad (9.18)$$

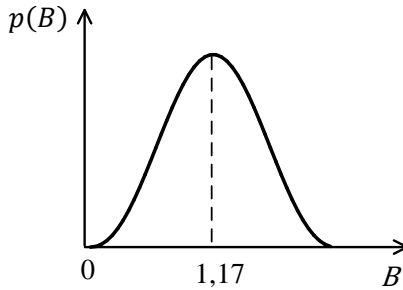


Рисунок 9.3 – Закон розподілу Релея

Підставивши (9.16), (9.17) і (9.18) до (9.15), одержимо

$$l[y(t)] = 2 \int_0^{\infty} B I_0 \left(\frac{2BZ}{N_0} \right) e^{-B^2 \left(\frac{E}{N_0} + 1 \right)} dB. \quad (9.19)$$

Відомим є табличний інтеграл

$$I = \int_0^{\infty} x I_0(ax) e^{-bx^2} dx = \frac{1}{2b} e^{\frac{a^2}{4b}}.$$

Провівши в (9.19) із урахуванням цього інтеграла перетворення, остаточно одержимо відношення вірогідності для сигналу з випадковою амплітудою і початковою фазою

$$l[y(t)] = \frac{N_0}{N_0 + E} e^{\frac{1}{N_0} \frac{Z(\alpha)}{N_0 + E}}. \quad (9.20)$$

Воно є монотонною функцією від модуля КІ.

Отже, достатньою статистикою для сигналу моделі 3, як і попередньої моделі, є модуль КІ.

Алгоритм оптимального приймання такого сигналу: обчислення модуля КІ $Z(\alpha)$ для всіх можливих значень вимірюваного параметра α і порівняння його з порогом Z_0 , який можна визначити із заданої умовної ймовірності хибних тривог F .

Нагадаємо, що кореляційний інтеграл – це ступінь взаємної кореляції прийнятої реалізації $y(t)$ із опірним сигналом $x(t)$.

Основною операцією оптимального оброблення сигналів під час приймання є обчислення КІ.

Лекції 10, 11

Методи технічної реалізації оптимального алгоритму приймання когерентних сигналів

Існує три способи технічної реалізації обчислення КІ:

- безпосередній, застосовують у кореляційних приймачах (КП);
- за допомогою лінійних фільтрів зі спеціально підібраними характеристиками, застосовують у фільтрових приймачах;
- комбінований спосіб, застосовують у кореляційно-фільтрових приймачах.

Кореляційні приймачі

Кореляційні приймачі для сигналу з повністю відомими параметрами

Безпосереднє обчислення КІ $z(\alpha)$ полягає в перемноженні прийнятого сигналу $y(t)$ з опірним (очікуваним) сигналом $x(t, \alpha)$ і інтегруванні одержаного добутку. Якщо вимірюваний параметр α відомий точно, то структурна схема КП складається з перемножувача й інтегратора. Якщо ж параметр невідомий (наприклад, час затримання t_z ехосигналу в радіолокації), то необхідно обчислювати КІ $z(\alpha)$ для всіх можливих його значень. Отже, завдання синтезу КП можна розв'язувати у два способи:

1. Паралельний огляд за вимірюваним параметром α в діапазоні можливих його значень. КП багатоканальний (рис. 10.1).
2. Послідовний огляд за усіма можливими значеннями параметра α – одноканальний КП (рис. 10.2).

Кореляційний приймач для сигналу з випадковими параметрами

Для такого сигналу, як відомо, достатньою статистикою є модуль КІ $Z(\alpha)$. Перехід від КІ $z(\alpha)$ до модуля КІ $Z(\alpha)$ зумовлений тим, що без знання початкової фази сигналу, що приймається, не можна здійснювати його перемноження з опірним сигналом, оскільки результат перемноження й усереднення залежить від різниці фаз сигналів $x(t)$ і $y(t)$.

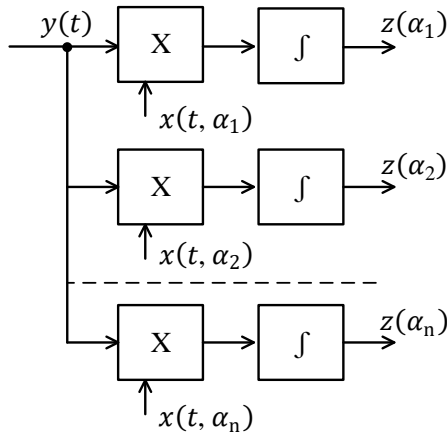


Рисунок 10.1 – Багатоканальний кореляційний приймач

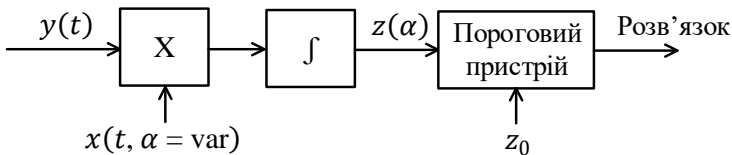


Рисунок 10.2 – Одноканальний кореляційний приймач

У разі коли $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$, тобто коли сигнали $x(t)$ і $y(t)$ ортогональні, КІ має значення $z(\alpha) = 0$, і інформація про сигнал $y(t)$ втрачається.

З алгоритму прийому сигналу моделі 2 і моделі 3 випливає, що оптимальний приймач (рис. 10.3) має обчислювати два КІ

$$z_1(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)X(t, \alpha) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] dt,$$

$$z_2(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)X(t, \alpha) \sin[\omega_0 t + \varphi(t)] dt,$$

у яких опорні сигнали повністю відомі й ортогональні один до одного.

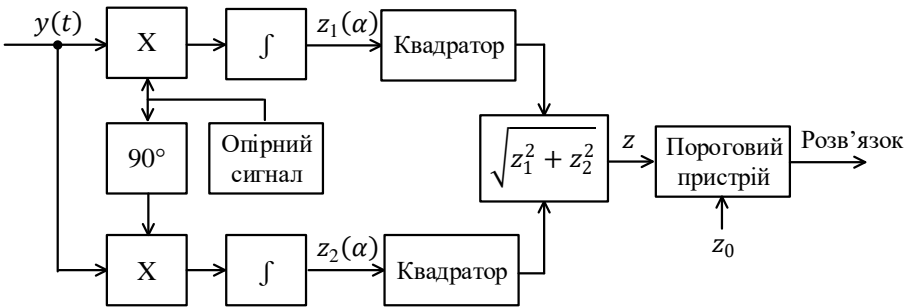


Рисунок 10.3 – Кореляційний приймач із квадратурними каналами

Модуль КІ

$$Z(\alpha) = \sqrt{z_1^2(\alpha) + z_2^2(\alpha)}.$$

КП у цьому разі – це приймач із квадратурними каналами.

На рисунку 10.3 поданий один канал багатоканального КП. Для реалізації паралельного огляду по всьому діапазону зміни вимірюваного параметра α потрібно мати n каналів, як і на рисунку 10.1.

Оптимальні фільтри і фільтрові приймачі

Багатоканальність кореляційних приймачів із метою урахування всіх значень параметра α є суттєвим недоліком такого способу обчислення КІ $z(\alpha)$.

Потрібно подати корисний сигнал $x(t, \alpha)$ із довільним $\alpha = = t_3$ у вигляді

$$x(t, \alpha) = x(t, t_3) = u(t - t_3), \quad (10.1)$$

де $u(t)$ – сигнал із нульовим часом затримки.

З урахуванням (10.1) КІ визначають так:

$$z(t_3) = \int_{-\infty}^{\infty} y(s)u(s - t_3)ds. \quad (10.2)$$

Вираз (10.2) – це, по суті, інтеграл згортки

$$w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(s)h(t - s)ds, \quad (10.3)$$

де $w(t)$ – напруга на виході лінійного фільтра; $h(t)$ – імпульсна характеристика (ІХ) фільтра; $y(t)$ – вхідний сигнал фільтра.

Отже, КІ $z(t_3)$ може бути обчислений за допомогою лінійних фільтрів, якщо відповідно підібрати їхні імпульсні характеристики.

Лінійний фільтр, ІХ якого забезпечує обчислення КІ для очікуваного сигналу, називається оптимальним фільтром (ОФ).

Імпульсна характеристика оптимальних фільтрів

ІХ описує реакцію фільтра на вхідний сигнал у вигляді δ -функції $\delta(t)$, яка подається в момент часу $t = 0$.

Напруга на виході ОФ для будь-якого $\alpha = t_3$ із урахуванням сталої затримки t_0 у самому фільтрі має бути з точністю до постійного коефіцієнта c , рівною КІ $z(t_3)$

$$w(t_3 + t_0) = cz(t_3). \quad (10.4)$$

Підставивши в рівність (10.4) формули (10.2) і (10.3), маємо

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(s)h(t_3 + t_0 - s)ds = c \int_{-\infty}^{\infty} y(s)u(s - t_3)ds. \quad (10.5)$$

Отже, $h(t_3 + t_0 - s) = cu(s - t_3)$. Позначивши $t_3 + t_0 - s = t$, можна одержати вираз для ІХ ОФ

$$h_{opt}(t) = cu(t_0 - t). \quad (10.6)$$

Замінивши $t = \frac{t_0}{2} + \xi$, можна одержати

$$h_{opt} \left(\frac{t_0}{2} + \xi \right) = cu \left(\frac{t_0}{2} - \xi \right). \quad (10.7)$$

Отже:

– IX ОФ однозначно визначено видом очікуваного (переданого) сигналу. IX є дзеркальним відображенням функції $u(t)$ щодо перетину $\frac{t_0}{2}$ (рис. 10.4).

IX ОФ являє собою обернений у часі і затриманий сигнал.

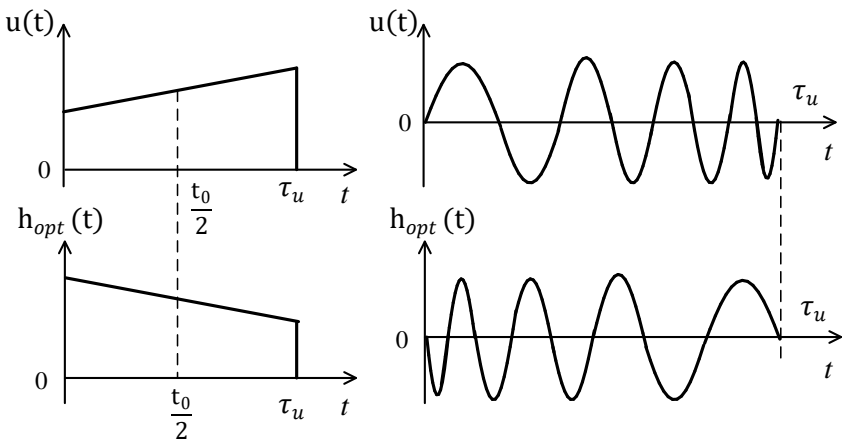


Рисунок 10.4 – Очікувані сигнали і відповідні їм імпульсні характеристики

– сталі коефіцієнти c і t_0 ураховують особливості фільтрації: c вказує на можливість довільного вибору коефіцієнта підсилення ОФ; t_0 визначає сталу часу ОФ і вибирається з умови $t_0 \geq \tau_u$ (це так звана умова фізичної реалізованості фільтра: реакція на вході будь-якого фільтра не може настати раніше за надходження вхідного сигналу).

Частотна характеристика ОФ

Частотна характеристика, як відомо, визначає коефіцієнт передання лінійного кола в разі дії на вході гармонійної напруги

$$K^*(f) = \frac{w^*(t)}{y^*(t)} \text{ при } y^*(t) = e^{j2\pi ft}. \quad (10.8)$$

Підставивши у (10.8) значення $y^*(t)$ і $w^*(t)$ із (10.3), можна продемонструвати, що ЧХ зв'язана з ІХ прямим перетворенням Фур'є

$$K^*(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j2\pi ft} dt. \quad (10.9)$$

Для розрахунку ЧХ ОФ в (10.9) потрібно підставити значення $h_{opt}(t)$ із (10.6)

$$K_{opt}^*(f) = c \int_{-\infty}^{\infty} u(t_0 - \tau)e^{-j2\pi f\tau} d\tau.$$

Замінивши $t = t_0 - \tau$, можна одержати

$$K_{opt}^*(f) = ce^{-j2\pi ft_0} \int_{-\infty}^{\infty} u(t)e^{j2\pi ft} dt. \quad (10.10)$$

Інтеграл у (10.10) – це спряжений спектр сигналу

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(t)e^{j2\pi ft} dt = \bar{g}^*(f). \quad (10.11)$$

З урахуванням (10.11) остаточний вираз для ЧХ ОФ має вигляд

$$K_{opt}^*(f) = c\bar{g}^*(f)e^{-j2\pi ft_0}. \quad (10.12)$$

Отже, ЧХ ОФ потрібно вибирати відповідно до видів спектра очікуваного сигналу. АЧХ і ФЧХ визначають окремо відповідно за формулами

$$K_{opt}^*(f) = c|\bar{g}^*(f)|e^{-j(\varphi_g(f)+2\pi ft_0)} = |K_{opt}^*(f)|e^{j\varphi_K(f)}, \quad (10.13)$$

$$- \text{АЧХ } |K_{opt}^*(f)| = c|\bar{g}^*(f)|; \quad (10.14)$$

$$- \text{ФЧХ } \varphi_K(f) = - [\varphi_g(f) + 2\pi f t_0]. \quad (10.15)$$

Графіки АЧХ і ФЧХ наведені на рисунку 10.5.

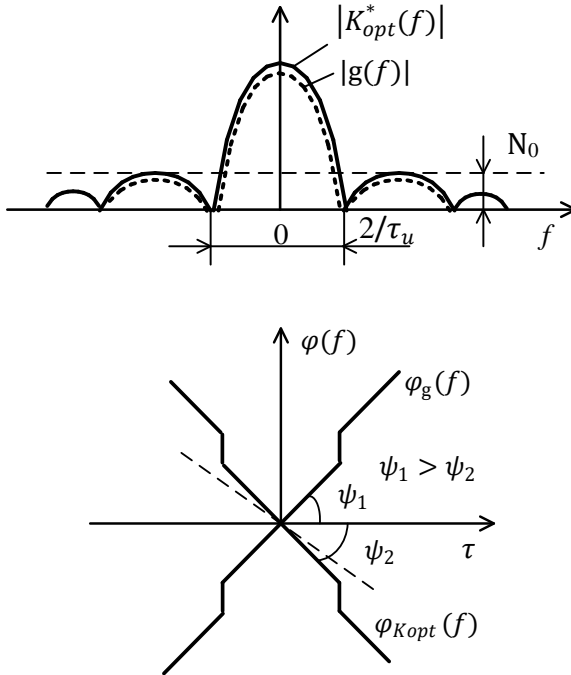


Рисунок 10.5 – АЧХ і ФЧХ ОФ

Амплітудно-частотна характеристика

АЧХ ОФ із точністю до сталого множника c збігається з АЧС очікуваного сигналу. ОФ *найліпше* пропускає спектральні складові, найбільше виражені у спектрі.

Слабкі складові АЧС послаблюються в ОФ, оскільки їм відповідають малі величини відношення «сигнал – шум».

Водночас АЧС сигналу дещо спотворюється, і тому спотворюється часова форма сигналу.

Завдання оптимальної фільтрації – це не точне відтворення форми сигналу, а *найліпше його вирізнення на фоні шуму*.

Фазочастотна характеристика

ФЧХ ОФ дорівнює за величиною і протилежна за знаком до суми ФЧС сигналу і фазового запізнення у фільтрі $2\pi f t_0$. ФЧХ ОФ компенсує фазові запізнення всіх гармонік сигналу в момент $t = t_3 + t_0$ і забезпечує тим самим утворення піку сигналу на виході ОФ.

Усі гармоніки підсумовуються на виході ОФ синфазно (рис. 10.6).

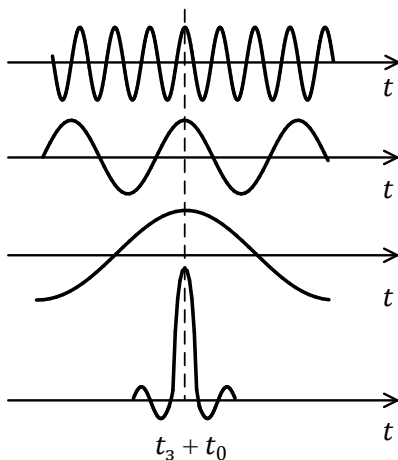


Рисунок 10.6 – Фізичний зміст оптимальної фільтрації

Відношення «сигнал – шум» на виході ОФ

Це відношення максимального значення корисного сигналу до середньоквадратичного значення шуму на виході ОФ.

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{C}{Ш}\right)_{\text{напр}} &: q = \frac{W_c \max}{W_{3 \text{ СКВ}}} \\ \left(\frac{C}{Ш}\right)_{\text{потужн}} &: q = \frac{W_c^2 \max}{W_{3 \text{ СКВ}}^2} \end{aligned} \right\} \quad (10.16)$$

Вихідну напругу ОФ визначають за зворотним перетворенням Фур'є

$$w_c(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g_{\text{вих}}^*(f) e^{j2\pi f t} df, \quad (10.17)$$

де

$$g_{\text{вих}}^*(f) = g_{\text{вх}}^*(f) K_{\text{opt}}^*(f) \quad (10.18)$$

спектр сигналу на виході ОФ.

За теоремою запізнення, спектр вхідного сигналу зв'язаний зі спектром передаваного (очікуваного) сигналу

$$g_{\text{вих}}^*(f) = g^*(f) e^{-j2\pi f t_3}, \quad (10.19)$$

де t_3 – час затримання проходження сигналу через канал зв'язку (від передавача до приймача).

Підставивши вирази (10.18), (10.19) і (10.12) до (10.17) і провівши низку перетворень, остаточно одержимо

$$w_c(t) = c \int_{-\infty}^{\infty} |g^*(f)|^2 \cos 2\pi f [t - (t_3 + t_0)] df. \quad (10.20)$$

Аналіз виразу (10.20) дозволяє дати фізичне трактування принципу оптимальної фільтрації:

1) вихідний сигнал ОФ є накладенням спектральних складових і не залежить від ФЧС сигналу, який стає скомпенсованим за допомогою ФЧХ ОФ $\varphi_K(f)$;

2) у момент $t = t_3 + t_0$ унаслідок компенсувальної дії ФЧХ ОФ всі гармоніки вхідного сигналу опиняються в одній фазі, що відповідає їхньому максимальному значенню. У цей момент вихідний сигнал досягає свого максимуму

$$w_{c \text{ max}} = c \int_{-\infty}^{\infty} |g^*(f)|^2 df. \quad (10.21)$$

Застосувавши до (10.21) теорему Парсеваля,

$$\int_{-\infty}^{\infty} |g^*(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) dt = E,$$

де E – енергія, можна одержати

$$w_{c \max} = c E. \quad (10.22)$$

Для розрахунку $w_{3 \text{ СКВ}}$ потрібно скористатися відношенням

$$w_{3 \text{ СКВ}}^2 = \int_0^{\infty} N_{\text{вих}}(f) df, \quad (10.23)$$

де $N_{\text{вих}} = N_0 |K_{\text{opt}}(f)|^2$ у разі моделі завади БШ, або ж із урахуванням (10.12)

$$N_{\text{вих}}(f) = c^2 N_0 |g^*(f)|^2.$$

Підставляючи останній вираз до (10.23) і урахувавши, що

$$\int_0^{\infty} |g^*(f)|^2 df = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) dt = \frac{E}{2},$$

одержимо

$$w_{3 \text{ СКВ}}^2 = \frac{c^2 N_0 E}{2}. \quad (10.24)$$

З урахуванням (10.22) і (10.24) відношення «сигнал – шум»

$$q = \sqrt{\frac{2E}{N_0}}. \quad (10.25)$$

Тоді відношення «сигнал – шум» на виході ОФ залежить лише від енергії очікуваного сигналу і спектральної щільності потужності шуму і не залежить від форми сигналу і законів модуляції його параметрів.

Отже, ОФ – це такий лінійний фільтр, який забезпечує одержання найбільшого відношення «сигнал – шум».

Фільтрові приймачі

Лінійний фільтр, на відміну від корелятора, є пристроєм із постійними параметрами і має *властивість інваріантності* як щодо початкової фази сигналу, так і до часу його затримання t_3 . Отже, ОФ обчислює КІ для корисного сигналу *із будь-яким затриманням*, а на виході ОФ і амплітудного детектора (детектора обвідної), забезпечується одержання модуля КІ $Z(\alpha)$ для будь-якого $\alpha = t_3$. На рисунку 10.7 зображена структура фільтрового приймача.

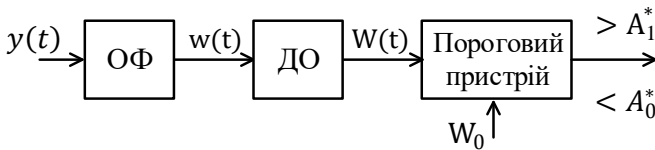


Рисунок 10.7 – Фільтровий приймач

Фільтровий приймач, на відміну від кореляційного, є одно-канальним.

Якщо до загального виразу для вихідного сигналу лінійного фільтра (10.3) за $y(s) = u(s)$ підставити ІХ ОФ (10.6) і позначити $t_0 - t = \tau$, одержимо

$$w_c(\tau) = c \int_{-\infty}^{\infty} u(s)u(s - \tau)ds.$$

Напруга на вході ОФ (без урахування шумів) відповідає АКФ сигналу, значення якої в момент $t = t_3 + t_0$ максимальне і дорівнює КІ. Знаючи АКФ сигналу, можна без аналізу фільтрації зобразити вид вихідного сигналу. Наприклад, для прямокутного радіоімпульсу $w_c(t)$ має обвідну ромбічної форми (рис. 10.8).

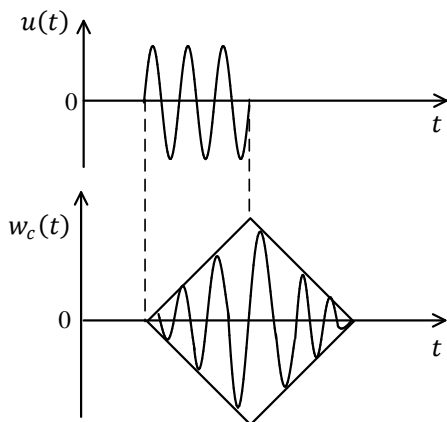


Рисунок 10.8 – Оброблення прямокутного радіоімпульсу в ОФ

Кореляційно-фільтровий метод прийому

Кореляційно-фільтрове оброблення когерентних сигналів поєднує операції кореляційного і фільтрового обчислення КІ, що в певних випадках спрощує це оброблення порівняно із двома вищеназваними.

Принцип КФ оброблення сигналів: у КІ опірний сигнал є добутком двох окремих опірних сигналів, але водночас і копією очікуваного сигналу

$$x(t, \alpha) = x_1(t, \alpha)x_2(t, \alpha).$$

Схема кореляційно-фільтрового приймача подана на рисунку 10.9.

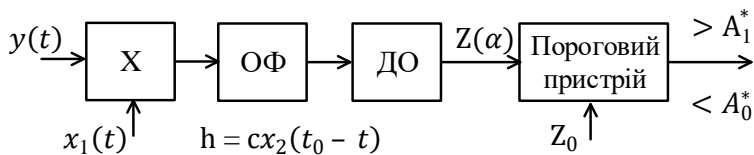


Рисунок 10.9 – Кореляційно-фільтровий приймач

Наявність кореляційної частини приймача дозволяє застосувати ОФ іншої структури порівняно з ОФ фільтрового приймача, тобто спросити структуру оптимального фільтра.

Приклади застосування КФ оброблення сигналів:

а) у разі приймання когерентної серії простих радіоімпульсів. $x_1(t)$ являє собою послідовність відеоімпульсів із періодом Tn , $\alpha x_2(t)$ – немодульоване коливання тривалістю MTn (M – число імпульсів у серії).

Операція $y(t)x_1(t)$ – це так зване *попереднє стробування*, воно дозволяє застосувати вузькосмугові фільтри замість більш складних фільтрів, узгоджених із повною когерентною серією радіоімпульсів;

б) у разі оброблення складних сигналів (так званих широко-смугових сигналів) закон модуляції опірного сигналу $x_1(t)$ повторює закон внутрішньоімпульсної модуляції сигналу. Водночас на виході кореляційної частини сигнал $y(t)$ демодулюється і наступне оброблення спрощується.

Лекції 12, 13
Оптимальна фільтрація основних видів
когерентних сигналів

Оптимальні фільтри поодиноких простих радіоімпульсів

Синтез ОФ можна здійснювати двома методами: часовими і спектральними. *Часовий метод* ґрунтується на зв'язку між ІХ фільтра і сигналом і полягає в побудові фільтра, ІХ якого є дзеркальним відображенням сигналу. *Спектральний метод* заснований на зв'язку між частотною характеристикою ОФ і спектром сигналу і полягає в підборі такого фільтра, частотна характеристика якого в деякому масштабі і у запізненні $2\pi f t_0$ відтворює спектр (АЧС і ФЧС) сигналу.

ОФ для прямокутного радіоімпульсу

Завдання синтезу полягає у виборі пристрою, який має відповідну до сигналу імпульсну характеристику (рис. 12.1).

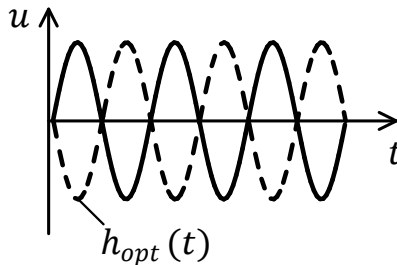


Рисунок 12.1 – ІХ ОФ прямокутного радіоімпульсу

Таким пристроєм може бути контур високої добротності з лінією затримання на τ_u , суматором й інвертором (рис. 12.2).

Потрібна ІХ одержується внаслідок віднімання двох вільних коливань: незатриманого і затриманого на час, рівний τ_u (рис. 12.3).

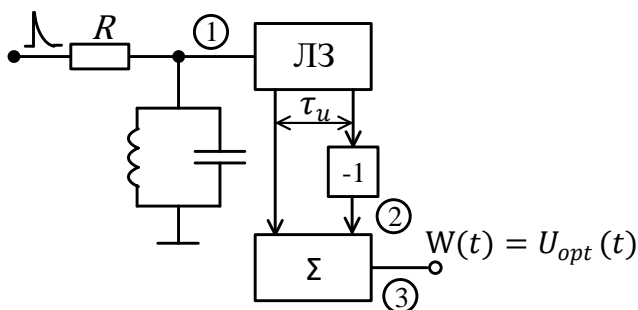


Рисунок 12.2 – Схема ОФ прямокутного радіоімпульсу

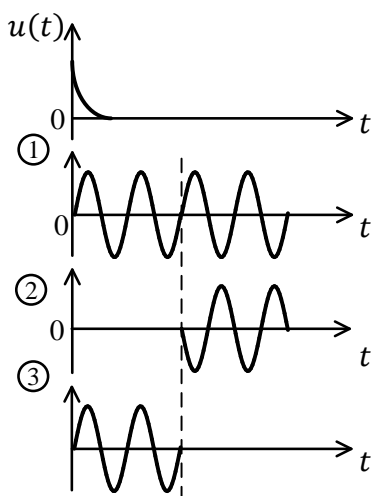


Рисунок 12.3 – Формування ІХ ОФ радіоімпульсу

З рисунка 12.4 випливає, що ОФ перетворює прямокутний радіоімпульс у ромбічний радіоімпульс із тривалістю $2\tau_u$ за нульовим рівнем (порівняно з рисунком 10.8).

Технічно такий ОФ реалізувати складно, оскільки потрібний високодобротний контур і високоточна ЛЗ. І тому на практиці для фільтрації прямокутних радіоімпульсів застосовують квазіоптимальні фільтри – смугові підсилювачі за відповідного підбору смуги пропускання.

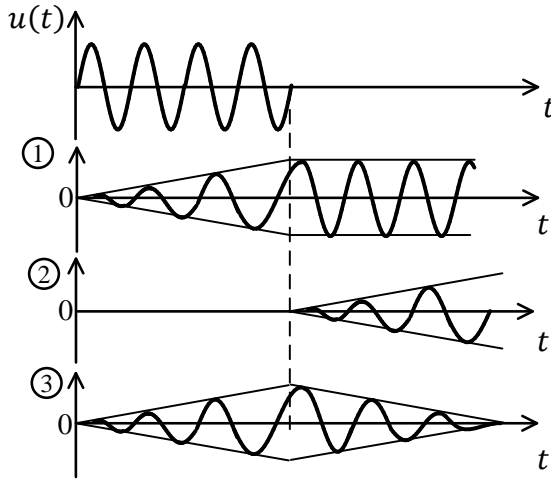


Рисунок 12.4 – Формування вихідного сигналу
ОФ радіоімпульсу

АЧС прямокутного радіоімпульсу має вигляд функції $\frac{\sin x}{x}$, ФЧС має стрибки на величину π у разі переходу функції $\frac{\sin x}{x}$ через нуль.

Квазіоптимальний фільтр має частотні характеристики, відмінні від оптимальних (рис. 12.5 порівняно з рис. 10.5).

Смугу пропускання квазіоптимального фільтра вибирають відповідно до формули Сіфорова

$$П_{opt} = \frac{1,37}{\tau_u}.$$

Водночас програш щодо с/ш за потужністю становить лише 17 % (у 1,2 раза)

$$q_{CF}^2 \approx 0,83 q^2.$$

Загалом квазіоптимальним називається фільтр, АЧХ якого задана заздалегідь, а максимум відношення с/ш забезпечено тільки підбором смуги.

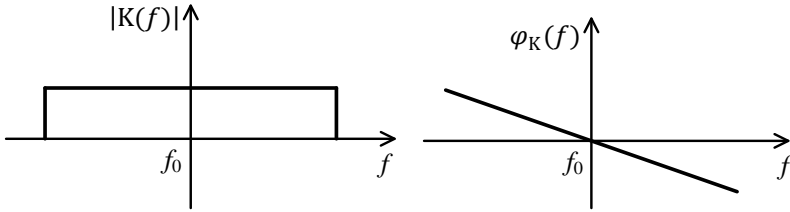


Рисунок 12.5 – Частотні характеристики (АЧХ і ФЧХ) квазіоптимального фільтра радіоімпульсу

Оптимальна фільтрація дзвоноподібного радіоімпульсу
 Аналітичний вираз для дзвоноподібного радіоімпульсу

$$u(t) = U m e^{-at^2} \cos 2\pi f_0 t,$$

де a – коефіцієнт, що визначає тривалість імпульсу.

Спектр цього сигналу також є дзвоноподібним

$$g(f) = g_{max} e^{-\frac{\pi^2(f_0-f)^2}{a^2}}.$$

Оскільки $g(f)$ є дійсною функцією, то його ФЧС – нульовий. Синтез ОФ для цього сигналу зручно здійснювати за частотними характеристиками, поданими на рисунку 12.6.

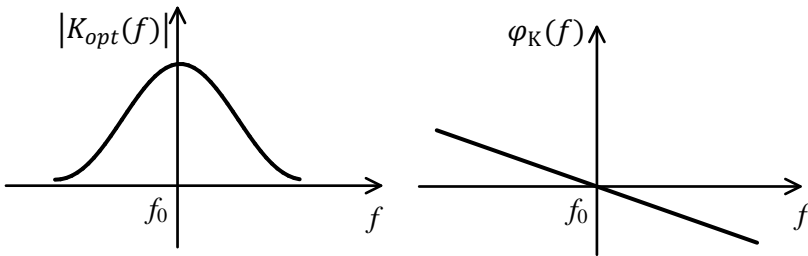


Рисунок 12.6 – Частотні характеристики ОФ дзвоноподібного імпульсу

Фільтром, наближеним до оптимального, є багатокаскадний підсилювач проміжної частоти на поодиноких контурах, налаштованих на частоту f_0 .

Отже, для поодиноких вузькосмугових радіоімпульсів квазі-оптимальні фільтри дають майже такі результати, як і оптимальні, і тому будувати суто ОФ немає необхідності. Квазіоптимальна фільтрація радіоімпульсів здійснюється підсилувачем проміжної частоти (ППЧ), для прямокутного радіоімпульсу – багатокаскадним ППЧ зі взаємно розстроєними контурами, для дзвоноподібного радіоімпульсу – багатокаскадним ППЧ із поодинокими, налаштованими на спільну резонансу частоту контурами за умови узгодження смуги пропускання із шириною спектра сигналу.

Широкосмугові сигнали та їхні властивості

Широкосмуговими (складними) сигналами (ШСС) називаються сигнали, які мають водночас велику тривалість і широкий спектр, для яких

$$B = \Pi \cdot \tau_u \gg 1,$$

де B – база сигналу; Π – ширина спектра; τ_u – тривалість сигналу.

Для вузькосмугових сигналів $B \approx 1$, для ШСС $B \gg 1$. Широкосмуговість сигналів забезпечено завдяки внутрішньоімпульсній частотній або фазовій модуляції.

Найбільше поширення серед ШСС мають:

- кодо-фазоманіпульовані імпульси (КФМІ);
- частотно-маніпульовані імпульси (ЧМІ);
- лінійно-частотно-модульовані імпульси (ЛЧМІ);
- нерегулярні імпульсні послідовності (кодові пакети імпульсів).

Крім того, до ШСС належать імпульси з кодовою частотно-фазовою маніпуляцією і ЧМ-імпульси з нелінійним законом зміни частоти.

Основна властивість ШСС

Проведемо якісний аналіз проходження двох радіоімпульсів – ШСС і ВСС (вузькосмугового сигналу) через оптимальні для них фільтри, припускаючи, що імпульси мають однакові спектри потужності

$$|g_{ВСС}(f)|^2 = |g_{ШСС}(f)|^2$$

і тому

$$\Pi_{BCC} = \Pi_{ШСС} = \Pi.$$

Оскільки аналітично вихідний сигнал ОФ визначають виразом

$$w_c(t) = c \int_{-\infty}^{\infty} |g(f)|^2 \cos 2\pi f[t - (t_3 + t_0)] df,$$

то обидва імпульси на виході матимуть однакову форму і тривалість. Водночас відповідно до визначення ШСС його тривалість на вході значно більша від тривалості ВСС

$$\tau_{BCC} = \frac{1}{\Pi}; \tau_{ШСС} = \frac{B}{\Pi}.$$

Відношення тривалостей ШСС на вході і виході дорівнює базі сигналу B (рис. 12.7).

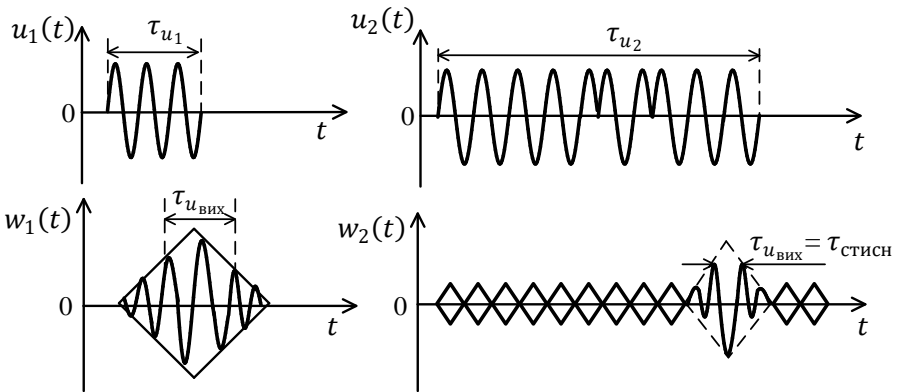


Рисунок 12.7 – Стиснення ШСС на виході ОФ

Проведений аналіз дозволяє сформулювати *основну властивість ШСС*: широкосмугові сигнали стискаються за тривалістю на виході оптимальних для них фільтрів.

Коефіцієнт стиснення ШСС дорівнює величині бази сигналу

$$K_{\text{стисн}} = \Pi \tau_u.$$

Стиснення ШСС за їхнього оптимального оброблення характеризує їхні переваги перед ВСС, які полягають у такому:

- застосування ШСС дозволяє збільшити дальність зв'язку;
- техніка стиснення ШСС в ОФ дозволяє розрізнити два імпульси, що перекриваються на вході приймача (рис. 12.8);

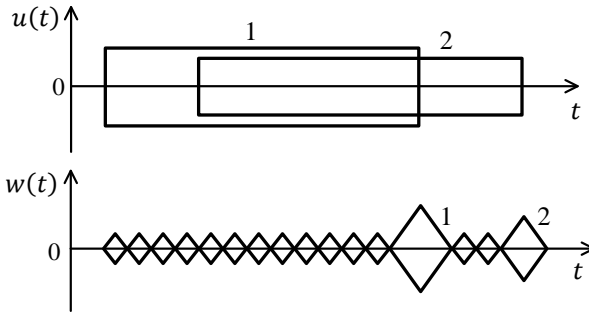


Рисунок 12.8 – Розрізнення двох ШСС на виході ОФ

– застосування ШСС підвищує заводозахищеність систем електрозв'язку в разі дії активних шумових завад, оскільки розширення спектра сигналу затруднює створення маскувальних шумових завад і змушує збільшити ширину смуги спектра завади.

За фіксованої потужності завади P_3 спектральна щільність її потужності залежить від смуги Π

$$N_3 = \frac{P_3}{\Pi}.$$

Відношення с/ш за $N_3 \gg N_0$ відповідає

$$q = \sqrt{\frac{2E\Pi}{P_3}},$$

а отже, q збільшується в разі збільшення Π .

Оптимальна фільтрація кодо-фазоманіпульованих імпульсів

Характеристика кодо-фазоманіпульованих імпульсів

Для розширення спектра радіоімпульсу можна застосовувати *фазову маніпуляцію*.

Кодо-фазоманіпульовані імпульси (КФМНІ) – це радіоімпульси тривалістю τ_u , що складаються із n парціальних зімкнених один за одним радіоімпульсів тривалістю $\tau_0 = \frac{\tau_u}{n}$, у кожному із яких вводиться відповідний до коду фазовий зсув φ_K ($K = 1, 2, \dots, n$).

Аналітично КФМНІ записують так:

$$u(t) = \sum_{K=1}^n U_K(t) e^{-j(\omega_0 t + \varphi_K)},$$

де $U_K(t)$ – імпульс одиничної амплітуди і фіксованої тривалості τ_0 ;

$$U_K(t) = \begin{cases} 1 & \text{за } (K-1)\tau_0 \leq t < K\tau_0; \\ 0 & \text{за інших значень } t. \end{cases}$$

Значення фаз φ_K і порядок їхнього чергування вибирають із умови забезпечення ширини спектра КФМНІ і меншої його *порізаності*.

Застосовують протифазну маніпуляцію (рис. 12.9), коли фаза φ набуває тільки двох значень: 0 і π .

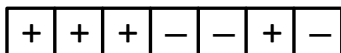


Рисунок 12.9 – Протифазна маніпуляція КФМНІ

У цьому разі комплексні амплітуди парціальних імпульсів набувають значень

$$\dot{U}_K = e^{j\varphi_K} = \begin{cases} 1 & \text{за } \varphi_K = 0, \\ -1 & \text{за } \varphi_K = \pi. \end{cases}$$

Ширина спектра КФМнІ зворотно пропорційна до тривалості парціального імпульсу

$$\Pi = \frac{1}{\tau_0}$$

Порівняння спектрів КФМнІ і немодульованих імпульсів тривалості τ_u і τ_0 (рис. 12.10) здійснюють для сигналів з однаковою енергією.

Коефіцієнт стиснення для КФМнІ дорівнює

$$K_{\text{стисн}} = \Pi \tau_u = \frac{1}{\tau_0} n \tau_0 = n,$$

де n – число парціальних імпульсів.

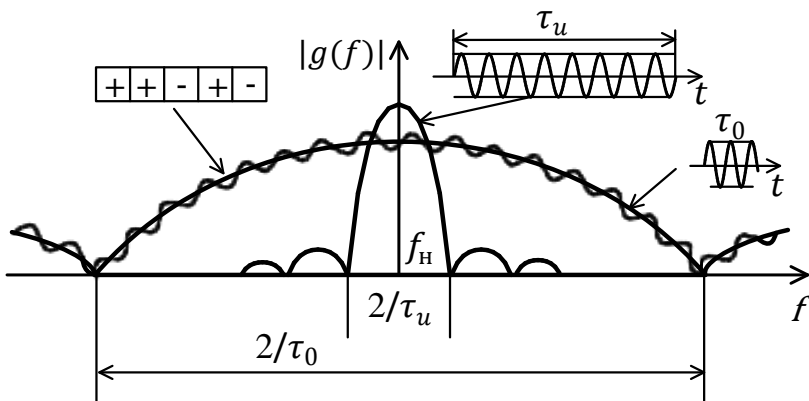


Рисунок 12.10 – Сигнали і спектри

Оптимальний фільтр для КФМнІ

Якщо на вхід ОФ надходить КФМнІ (рис. 12.11), то ІХ ОФ повинна мати вигляд, забезпечуваний пристроєм, що складається із ОФ парціального імпульсу (ОФПІ) тривалістю τ_0 і пристрою розмноження, що складається із лінії затримання (ЛЗ) із відводами через τ_0 , фазоінверторів і суматора (рис. 12.12).

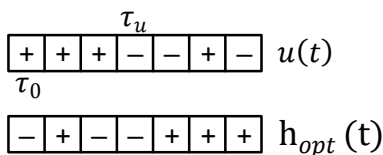


Рисунок 12.11 – КФМнІ і ІХ ОФ

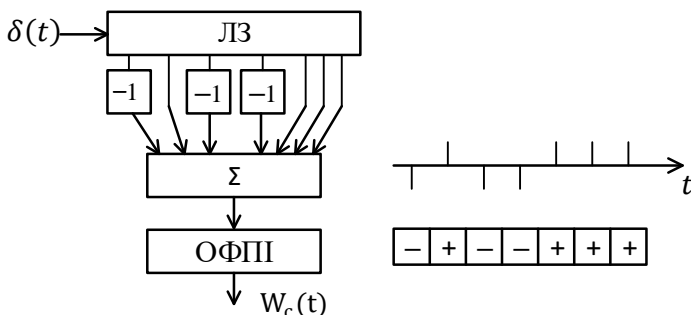


Рисунок 12.12 – ОФ КФМн-імпульсу

Фазоінвертори забезпечують формування потрібної ІХ, що можна пояснити видом реакції фільтра в разі дії δ -імпульсу.

Аналіз результатів фільтрації КФМнІ

1. Основна частина корисного сигналу утворює на виході ОФ вузький пік тривалістю τ_0 і амплітудою, що у n разів більша за амплітуду вхідного імпульсу (рис. 12.13).

2. Невелика частина сигналу (що залишилася) утворює бічні пелюстки, які є небажаними, бо збільшують імовірність хибної тривоги F .

3. Відносний рівень бічних пелюсток залежить від способу кодування фазової структури (порізаності спектра) і має мінімальне значення, яке дорівнює $\frac{1}{n}$. Такий мінімальний рівень бічних пелюсток забезпечують так звані коди Баркера.

Проте максимальне число парціальних імпульсів для них $n = 13$, і це обмежує їхнє застосування.

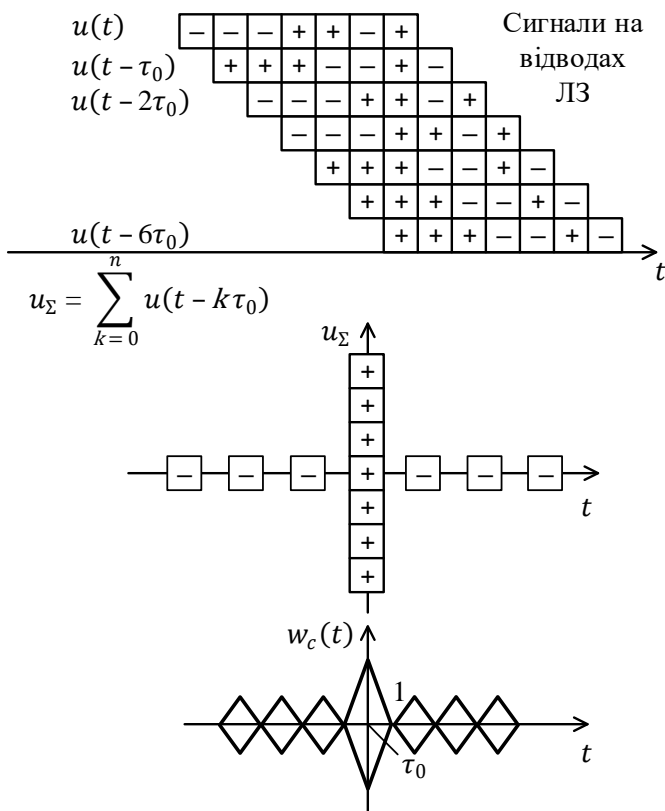


Рисунок 12.13 – Оптимальне оброблення КФМНІ у лінійному фільтрі

У разі, якщо необхідно мати більший коефіцієнт стиснення ($K_{\text{стисн}} = n$), застосовують псевдовипадкові послідовності, наприклад, M – послідовності з відповідним рівнем $\frac{1}{\sqrt{n}}$, $D - i$ Б – коди з відносним рівнем, що перевищує $\frac{1}{\sqrt{n}}$, складені коди тощо. M -коди дозволяють порівняно з кодами Баркера одержати значно більші коефіцієнти стиснення. Отже, КФМНІ належать до ширшого класу псевдовипадкових або шумоподібних сигналів, а за способом внутрішньоімпульсної модуляції вони належать до класу дискретно-кодovаних сигналів.

Основні характеристики КФМНІ:

– $K_{\text{стисн}} = n$;

– $\Pi = \frac{1}{\tau_0}$;

– відповідний рівень бічних пелюсток перевищує $\frac{1}{n}$.

Оптимальна фільтрація частотно-маніпульованих імпульсів

Частотно-маніпульований імпульс (ЧМНІ) являє собою радіоімпульс тривалістю τ_u , що складається з n парціальних суміжних один із одним імпульсів тривалістю $\tau_0 = \tau_u/n$, несуча частота яких змінюється стрибкоподібно від імпульсу до імпульсу (рис. 12.14). Цей сигнал належить до класу дискретно-кодованих сигналів.

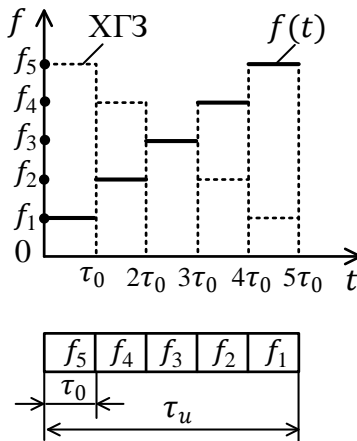


Рисунок 12.14 – ЧМН-імпульс і характеристика групового запізнення фільтра

Аналітично ЧМНІ-сигнал подають так:

$$u(t) = \sum_{K=1}^n u_K(t) e^{j(\omega_K t + \varphi_K)}$$

Спектр ЧМНІ являє собою суму спектрів парціальних імпульсів шириною $\frac{1}{\tau_0}$, зсунутих за частотою один щодо іншого. Коефіцієнт стиснення

$$K_{\text{стисн}} = \Delta f \tau_u,$$

де $\Delta f = f_{\text{max}} - f_{\text{min}}$ – девіація частоти.

Синтез ОФ ЧМНІ здійснюється за імпульсною характеристикою, як це подано на рисунку 12.15.

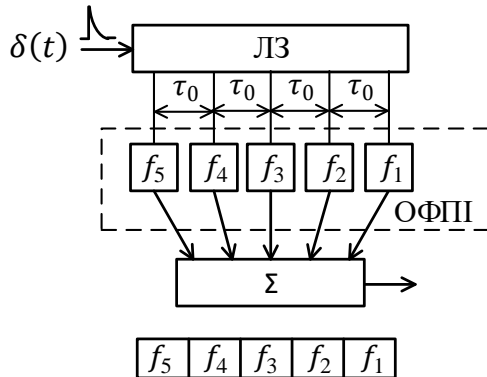


Рисунок 12.15 – ОФ ЧМН-імпульсу

На рисунку ОФПІ – це оптимальні фільтри парціальних імпульсів. Настроювання цих фільтрів за частотою реалізується відповідно до IX, тобто у зворотному порядку.

Через це ОФ ЧМНІ – це, по суті, пристрій затримання, величина якої змінюється дискретно і залежить від частоти. IX цього ОФ визначає характеристику групового запізнення (ХГЗ), яка є залежністю $t_3 = f(f)(t_3(f))$. ХГЗ визначає запізнення обвідної групи близькорозташованих частот і має дзеркальний вид щодо залежності $f(t)$ очікуваного сигналу (рис. 12.14). Саме цей факт зумовлює стиснення ЧМНІ на виході свого ОФ.

Уведемо позначення $F = f_k - f_{k-1}$ – рознесення частот сусідніх парціальних імпульсів.

Сигнал на виході ОФ

$$w_c(t) = \left(1 - \frac{|t|}{\tau_0}\right) \frac{\sin n\pi Ft}{\sin \pi Ft} e^{j2\pi f_{\text{сер}} t},$$

де $f_{\text{сер}} = f_1 + \frac{n-1}{2}F$.

Наприклад, за $n = 5$, як на рисунках 12.14 і 12.15

$$f_{\text{сер}} = f_1 + 2F = f_3.$$

З аналізу останнього виразу випливає:

1) форму стисненого імпульсу на виході ОФ визначають функцією виду $\frac{\sin nx}{\sin x}$, яка має ширину

$$\tau_{\text{стисн}} \approx \frac{1}{nF}.$$

Наприклад, якщо рознесення частот дорівнює ширині спектра парціального імпульсу $F = \frac{1}{\tau_0}$, то

$$\tau_{\text{стисн}} \approx \frac{\tau_0}{n};$$

2) вихідний сигнал має періодичний характер із періодом

$$T_0 = \frac{1}{F} = \tau_0.$$

Приблизний вигляд стисненого сигналу на виході ОФ ЧМНІ подано на рисунку 12.16.

Коефіцієнт стиснення ЧМНІ

$$K_{\text{стисн}} = \frac{n\tau_0}{\frac{1}{nF}} = n^2 F \tau_0$$

або

$$K_{\text{стисн}} = n^2 m,$$

де $m = F \tau_0$.

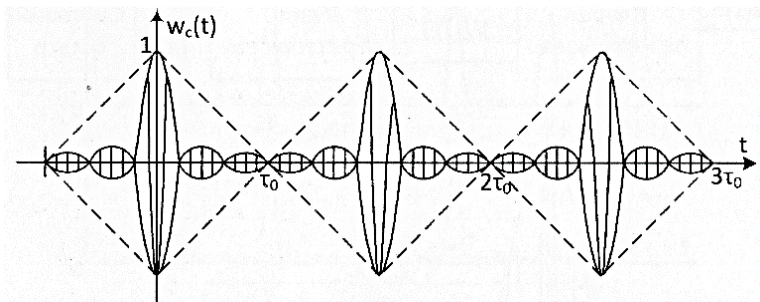


Рисунок 12.16 – Сигнал на виході ОФ ЧМНІ

Оптимальна фільтрація лінійно-частотно-модульованих імпульсів

Лінійно-частотно-модульований імпульс – це радіоімпульс, частота заповнення якого плавно і лінійно змінюється в межах $f_{min} \dots f_{max}$ (рис. 12.17). Аналітичний вираз для ЛЧМІ

$$u(t) = U_m(t) \cos 2\pi (f_0 + \alpha t)t,$$

де $\alpha = \Delta f_g / \tau_u$ – крутизна модуляційної характеристики; Δf_g – де-віація частоти.

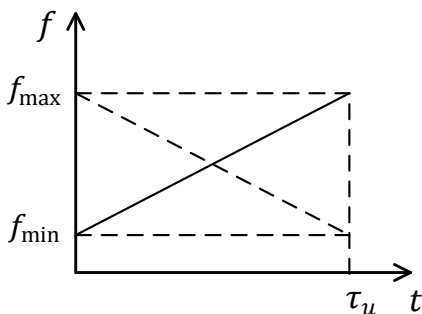


Рисунок 12.17 – ЛЧМ-імпульс і характеристика групового запізнення фільтра

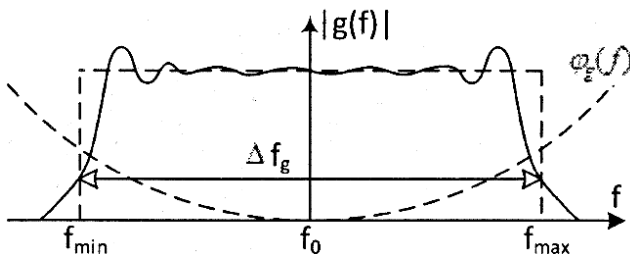


Рисунок 12.18 – АЧС і ФЧС ЛЧМІ

АЧС ЛЧМІ має форму, близьку до прямокутної (рис. 12.18), і ширина спектра

$$\Pi = \Delta f_g.$$

ФЧС є нелінійним у формі параболи (рис. 12.18)

$$\varphi_g(f) = -\pi K_{\text{стисн}} \left(\frac{f}{\Pi}\right)^2 + \frac{\pi}{2}.$$

Коефіцієнт стиснення

$$K_{\text{стисн}} = \Delta f_g \tau_u.$$

ОФ сигналу синтезується за IX, поданого на рисунку 12.19.

Завдання ОФ полягає в такому. Вхідний δ -імпульс є накладанням різних гармонік, і фільтр у межах тривалості τ_u забезпечує різне затримання кожної гармоніки відповідно до ХГЗ рисунка 12.17. Водночас НЧ-складові сигналу затримуються на більший час, ніж ВЧ-гармоніки.

Залежність часу затримання фільтра від частоти сигналу називається дисперсією. Тому ОФ для ЛЧМІ являє собою дисперсійну ультразвукову лінію затримання (УДЛЗ) із характеристикою групового запізнення, поданою на рисунку 12.17.

УДЛЗ – це зазвичай металева пластина із сплаву алюмінію, товщина якої співвимірна з довжиною хвилі λ ультразвуку.

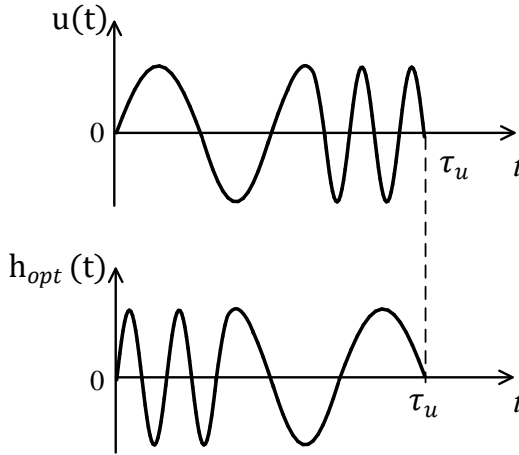


Рисунок 12.19 – ЛЧМ-імпульс і ІХ його ОФ

До зовнішніх електронних схем УДЛЗ під'єднується через кварцові перетворювачі, як це подано на схемі рисунка 12.20, яка власне і є оптимальним фільтром ЛЧМ-імпульсу.

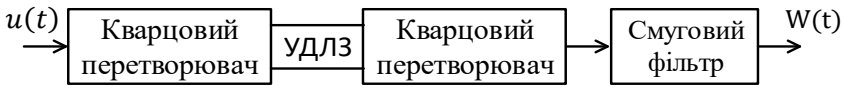


Рисунок 12.20 – ОФ ЛЧМ-імпульсу

Вихідний сигнал ОФ (порівняно з формулою (10.20))

$$w_c(\tau) = c \int_{-\infty}^{\infty} |g(f)|^2 \cos 2\pi f \tau df,$$

де $\tau = t - (t_3 + t_0)$.

АЧС ЛЧМІ апроксимується прямокутною формою

$$g(f) = \begin{cases} g_0 & \text{за } f_0 - \frac{\pi}{2} \leq f \leq f_0 + \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{за інших } f. \end{cases}$$

Тоді вихідний сигнал ОФ дорівнює

$$w_c(\tau) = c g_0^2 \int_{f_0 - \frac{\pi}{2}}^{f_0 + \frac{\pi}{2}} \cos 2\pi f \tau df = c g_0^2 \Pi \frac{\sin \pi \Pi \tau}{\pi \Pi \tau} \cos 2\pi f_0 \tau,$$

або

$$w_c(\tau) = w_0 \frac{\sin \pi \Pi \tau}{\pi \Pi \tau} \cos 2\pi f_0 \tau,$$

де $w_0 = c g_0^2 \Pi$.

З останнього виразу випливає таке:

1) вихідний сигнал ОФ являє собою радіоімпульс із постійною частотою заповнення й обвідною вигляду $\frac{\sin x}{x}$ (рис. 12.21);

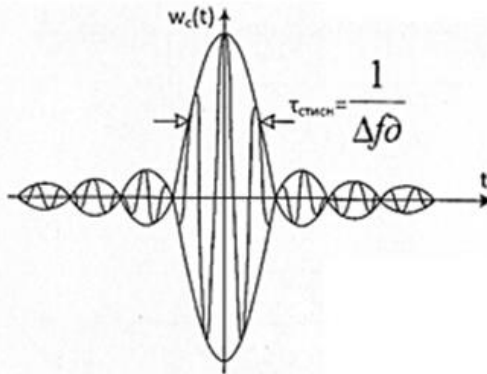


Рисунок 12.21 – Вихідний сигнал ОФ ЛЧМ-імпульсу

2) тривалість вихідного стисненого сигналу на рівні 0,5 від амплітуди дорівнює

$$\tau_{\text{стисн}} = \frac{1}{\Pi} = \frac{1}{\Delta f_g};$$

3) відносний рівень бічних пелюсток вихідного сигналу за напругою становить 20 %.

Умови стиснення ЛЧМІ на виході ОФ:

$$t_{\text{в}}(f) + t_{\text{ГЗ}}(f) = \text{const},$$

де $t_{\text{в}}(f)$ – час впливу (дії) гармоніки сигналу на вході ОФ;
 $t_{\text{ГЗ}}(f)$ – час групового затримання цієї гармоніки в ОФ.

Звідси стає зрозумілим вибір дзеркальної ХГЗ щодо залежності частоти сигналу від часу $f(t)$, як це подано на рисунку 12.17. НЧ гармоніки одержують максимальний час затримання, ВЧ – мінімальний, і в момент $t = t_3 + t_0$ усі гармоніки додаються синфазно, і утворюється пік вихідного стисненого імпульсу.

Оскільки ХГЗ однозначно зв'язана з ФЧХ ОФ (пропорційна до похідної $d\varphi_g(f)/df$), то вибір саме такої ХГЗ рівнозначний вибору оптимальної ФЧХ фільтра.

Отже, причиною часового стиснення ЛЧМІ на виході ОФ є компенсація його ФЧС під час оброблення у фільтрі.

Зробимо узагальнений висновок з теорії і техніки оброблення широкосмугових сигналів. Чудовою властивістю ШСС – стискатися на виході ОФ – ці сигнали завдячують збагаченню спектра завдяки внутрішньоімпульсній частотній або фазовій модуляції. Амплітудна модуляція у простих сигналів не призводить до розширення спектра більш ніж до $\frac{1}{\tau_u}$. Частотна і фазова модуляції створюють нелінійний фазочастотний спектр і суттєво, до величини, що значно перевищує $\frac{1}{\tau_u}$, розширяють спектр сигналу.

Лекція 14

Оптимальна фільтрація серії радіоімпульсів

Оптимальна фільтрація когерентної серії радіоімпульсів

У системах електровз'язку застосовують серії радіоімпульсів. Відповідний до них прийнятий сигнал є складною функцією часу, амплітуд і фаз окремих радіоімпульсів, що аналітично записують

$$x(t, \alpha, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M, B_1, B_2, \dots, B_M) = \sum_{i=1}^M B_i X_i(t, \alpha) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_i(t) + \varphi_i), \quad (14.1)$$

де $X_i(t, \alpha)$ і $\varphi_i(t)$ – відомі амплітуди і фази i -го радіоімпульсу; B_i і φ_i – загалом випадкові амплітуда і початкова фаза i -го радіоімпульсу; M – число імпульсів у серії.

Залежно від співвідношення початкових фаз радіоімпульсів розрізняють когерентні і некогерентні серії. Когерентною називається серія радіоімпульсів, у якій відсутні випадкові зміни фази від імпульсу до імпульсу.

ОФ для когерентної серії прямокутних радіоімпульсів

ОФ повинен реалізувати таку імпульсну характеристику (рис. 14.1 за умови $M = 3$).

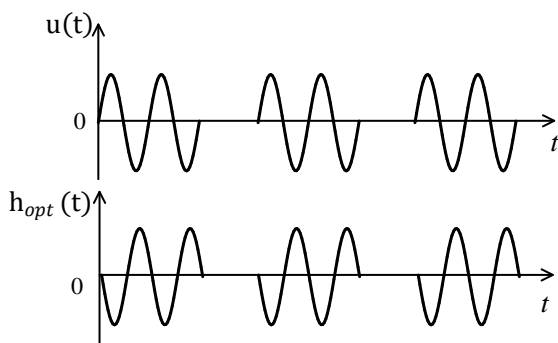


Рисунок 14.1 – Когерентна серія радіоімпульсів і ІХ ОФ

У разі надходження на вхід ОФ δ -імпульсу на його виході формується серія з $M = 3$ радіоімпульсів, дзеркальних до очікуваного сигналу. Це може бути реалізовано послідовним вмиканням ОФ поодинокого імпульсу ОФПІ і пристроєм розмноження вихідних сигналів (лінія затримання з M відводами і суматор) – рисунок 14.2.

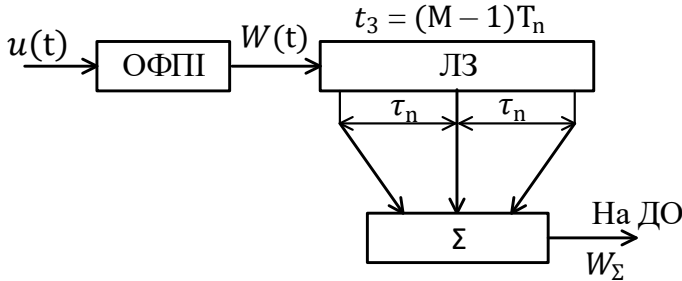


Рисунок 14.2 – ОФ когерентної серії радіоімпульсів

Вихідний сигнал ОФ когерентної серії імпульсів характеризується так:

- максимальне значення амплітуди вихідного сигналу в M разів більше від амплітуди сигналу на вході;
- обвідна серія радіоімпульсів на виході ОФ має ромбічну форму і тривалість на нульовому рівні $2M Tn$ (рис. 14.3).

Відношення «сигнал – шум» на виході ОФ рисунка 14.2

$$q_{\text{ОФС}} = \frac{w_{c \text{ max на к}}}{w_{z \text{ скв на к}}}. \quad (14.2)$$

З рисунка 14.3 й аналізу фільтрації впливає, що на виході накопичувача

$$w_{c \text{ max на к}} = M w_{c \text{ max}}. \quad (14.3)$$

Напруги шуму, що знімаються з відводів ЛЗ, некорельовані, оскільки час кореляції шуму $\tau_{\text{ОШ}} \ll Tn$, і тому шумові сигнали на суматорі додаються за потужністю

$$w_{3 \text{ СКВ макс}}^2 = \sum_{i=1}^M w_{3 \text{ СКВ}}^2 = M w_{3 \text{ СКВ}}^2, \quad (14.4)$$

де $w_{3 \text{ СКВ}}^2$ – дисперсія (середня потужність), що знімається з одного виводу ЛЗ.

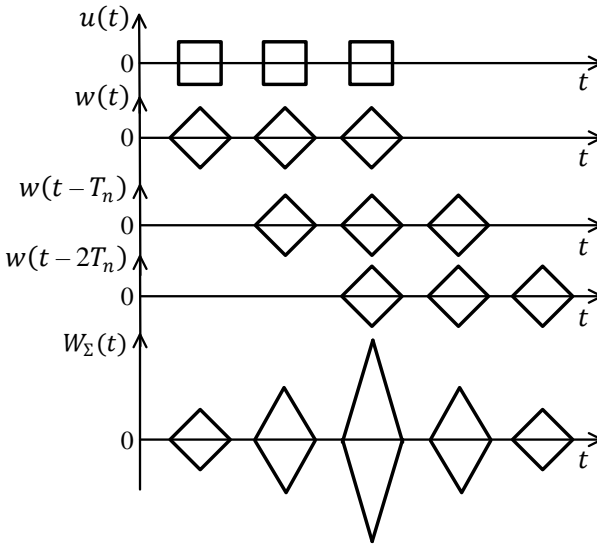


Рисунок 14.3 – Оброблення серії радіоімпульсів ($M = 3$) в ОФ

Підставивши (14.3) і (14.4) в (14.2), одержимо

$$q_{\text{ОФС}} = \sqrt{\frac{M^2 w_c^2 \max}{M w_{3 \text{ СКВ}}^2}} = \sqrt{M} q = q \sqrt{M}, \quad (14.5)$$

де q – відношення «сигнал – шум» на виході ОФП.

Отже, виграш у відношенні «сигнал – шум» ОФ серії порівняно з ОФ поодинокого імпульсу забезпечено завдяки тому, що в певний момент часу додавання коливань імпульсів сигналу відбувається *синфазно*, бо серія когерентна, а коливання завади додаються з випадковими фазами.

Частотна характеристика ОФ серії імпульсів дорівнює добутку ЧХ його елементів

$$\dot{K}_{\text{ОФС}}(f) = \dot{K}_{\text{ОФП}}(f)\dot{K}_{\text{нак}}(f). \quad (14.6)$$

ЧХ ОФП (порівняно з (10.12))

$$\dot{K}_{\text{ОФП}}(f) = c g^*(f) e^{-j2\pi f t_0}, \quad (14.7)$$

де $g^*(f)$ – спектр поодинокого радіоімпульсу.

Для накопичувача

$$\dot{K}_{\text{нак}}(f) = \frac{\sin \pi f M T n}{\sin \pi f T n} e^{-j\pi f (M-1) T n}. \quad (14.8)$$

АЧХ накопичувача – це модуль виразу (14.8)

$$|K_{\text{нак}}(f)| = \left| \frac{\sin \pi f M T n}{\sin \pi f T n} \right|. \quad (14.9)$$

Накопичувач має АЧХ, зображену на рисунку 14.4, і називається *гребінчастим фільтром накопичення* (ГФН).

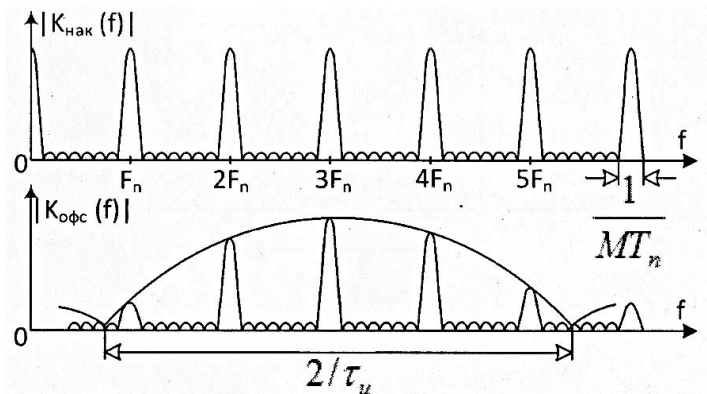


Рисунок 14.4 – Формування АЧХ ОФ когерентної серії радіоімпульсів

У цій АЧХ M – довільне. АЧХ ОФП «задає» обвідну результуючої частотної характеристики ОФ-серії. З аналізу рисунка 14.4 випливає, що АЧХ ОФ серії збігається за формою з АЧС когерентної серії радіоімпульсів.

Тому ОФ серії обробляє сигнал так, що коефіцієнт передавання сигналу пропорційний до їхньої амплітуди.

Це зумовлює виграш у відношенні «сигнал – шум» за когерентного накопичення серії радіоімпульсів.

Цей виграш тим більший, чим більше відношення частоти повторення до ширини пелюстки спектра, яке може бути назване *шпаруватістю спектра* і дорівнює M – числу імпульсів у серії.

Оптимальне приймання некогерентної серії радіоімпульсів

Некогерентні сигнали мають, на відміну від когерентних, нежорстку фазову структуру. Наприклад, для серії радіоімпульсів некогерентною буде така серія, у якої можна спостерігати випадкові зміни початкової фази від імпульсу до імпульсу.

Відношення вірогідності для серії визначається через відношення вірогідності окремого радіоімпульсу. Оскільки час кореляції шуму $\tau_{0ш} \ll T_n$ і реалізації шуму, що відповідають різним імпульсам серії, незалежні, то щільність імовірності суміші «сигнал + шум» для серії

$$p_{сз} [y_i(t)/\alpha] = \prod_{i=1}^M p_{сз} [y_i(t)/\alpha], \quad (14.10)$$

де $p_{сз} [y_i(t)/\alpha]$ – ЩІ суміші «сигнал + шум» для i -го імпульсу серії.

Відношення вірогідності у цьому разі

$$l [y(t)/\alpha] = \prod_{i=1}^M p_{сз} [y_i(t)/\alpha] / p_3 [y_i(t)] = \prod_{i=1}^M l [y_i(t)/\alpha], \quad (14.11)$$

де $l \left[y_i(t) / \alpha \right]$ – відношення вірогідності окремого i -го радіоімпульсу серії.

Розглядувана тут некогерентна серія радіоімпульсів – нефлюктувальна (повільно флюктувальна) серія, і в ній окремі радіоімпульси мають випадкові початкові фази φ_i , а амплітуди – не випадкові.

Проте даний сигнал відповідає сигналу моделі 2 (пор. л. 8). Отже, у вираз (14.11) треба підставити формулу (9.13) – відношення вірогідності для поодинокого сигналу з випадковою початковою фазою

$$l \left[y(t) / \alpha \right] = \prod_{i=1}^M e^{-\frac{E_i}{N_0}} I_0 \left(\frac{2Z_i(\alpha)}{N_0} \right), \quad (14.12)$$

де $I_0(u)$ – модифікована функція Бесселя 0-го порядку.

Модуль кореляційного інтеграла у (14.12)

$$z_i(\alpha) = S_i Z_{0i}, \quad (14.13)$$

де Z_{0i} – модуль КІ для i -го імпульсу у припущенні, що його ваговий коефіцієнт дорівнює одиниці; $S_i = \frac{x_i}{x_{max}}$ – вага кожного імпульсу серії; x_i – амплітуда i -го імпульсу; x_{max} – максимальна амплітуда імпульсів у серії.

Вираз (14.12) описує алгоритм оптимального прийому некогерентної серії радіоімпульсів.

Вираз складний у реалізації і тому, як і в лекції 9, потрібно шукати достатню статистику (оскільки функція $l \left[y(t) / \alpha \right]$ є монотонною).

Такою достатньою статистикою є функція

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^M \ln I_0 \left(\frac{2S_i Z_{0i}}{N_0} \right). \quad (14.14)$$

Структурна схема оптимального приймача некогерентної серії радіоімпульсів

Одержаний алгоритм (14.14) демонструє, що оптимальний приймач має здійснювати оптимальне оброблення кожного імпульсу (обчислення модуля КІ) і *післядетекторне накопичення сигналів*.

Особливість оптимального приймача некогерентної серії, на відміну від ОФ когерентної серії: через випадковий характер початкової фази імпульсів накопичення сигналів може бути тільки некогерентним (рис. 14.5).

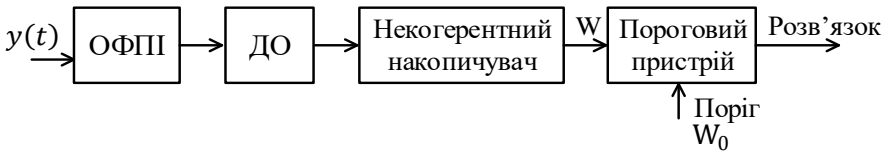


Рисунок 14.5 – Оптимальний приймач некогерентної серії радіоімпульсів

У даній схемі ДО – це лінійний (а не квадратичний) детектор. Некогерентний накопичувач має бути побудований за схемою рисунка 14.6.

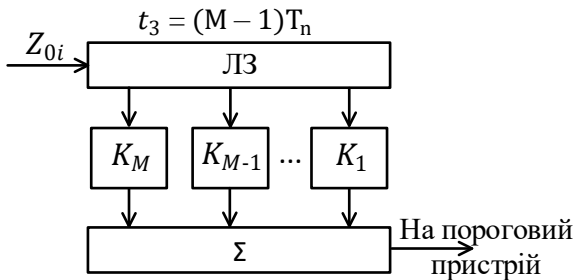


Рисунок 14.6 – Схема некогерентного накопичувача

Такий вид оброблення сигналів називається *післядетекторним обробленням*, на відміну від *додетекторного оброблення* когерентних сигналів.

На рисунку 14.6 елементи K_1, K_2, \dots, K_M – це нелінійні *перетворювачі-підсилювачі*, які забезпечують у разі надходження кореляційного інтеграла Z_{0i} одержання на виході напруги, пропорційної до величини $\ln I_0 \left(\frac{2S_i Z_{0i}}{N_0} \right)$.

Проте з метою спрощення технічної реалізації оптимального приймача зауважимо, що за $u \ll 1$

$$\ln I_0(u) \approx \frac{u^2}{4},$$

і тоді достатня статистика (14.14) набуде вигляду

$$\lambda_c = \frac{2}{N_0} \sum_{i=1}^M S_i^2 Z_{0i}^2, \quad (14.15)$$

а за $u \gg 1$

$$\ln I_0(u) \approx u,$$

і тоді

$$\lambda_c = \frac{2}{N_0} \sum_{i=1}^M S_i Z_{0i}. \quad (14.16)$$

Отже, для відносно слабких сигналів $\left(\frac{Z_{0i}}{N_0} \ll 1 \right)$ оптимальний приймач некогерентної серії має після ОФПІ квадратичний детектор ДО, багатовідводну ЛЗ із ваговими коефіцієнтами і суматор, і водночас коефіцієнти підсилення лінійних вагових підсилювачів вибираються з умови $K_i = S_i^2$.

Для сигналів же із відносно великою амплітудою $\left(\frac{Z_{0i}}{N_0} \gg 1 \right)$ оптимальний приймач некогерентної серії має після ОФПІ *лінійний детектор*, а некогерентний накопичувач (рис. 14.6) містить вагові підсилювачі з $K_i = S_i$.

Більшість детекторів на напівпровідникових діодах мають квадратичну прохідну характеристику в режимі малих сигналів і лінійну характеристику у режимі великих сигналів (див. ВАХ діода на рисунку 14.7, ділянки I і II відповідно). І тому алгоритми оптимального прийому некогерентної серії забезпечено.

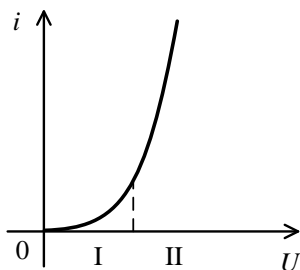


Рисунок 14.7 – ВАХ прямої гілки діода

Частина III

РЕАЛЬНА ЗАВАДОСТІЙКІСТЬ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ (МЕТОДИ ЗАХИСТУ ВІД АКТИВНИХ ЗАВАД)

Лекції 15, 16

Методи захисту приймальних каналів від перевантажень

Проблема динамічного діапазону приймача

Приймальні пристрої систем електрозв'язку працюють в умовах, коли інтенсивність їхніх вхідних сигналів змінюється у значних межах (із причини зміни умов поширення радіохвиль, різних дальностей від передавача до приймача, дії активних шумових завад або взаємних завад тощо). Якщо забезпечити збільшення коефіцієнтів підсилення приймальних трактів, то вхідні сигнали малої інтенсивності підсилюються до рівнів, потрібних для нормальної роботи кінцевих пристроїв.

Але одночасно більш інтенсивні вхідні сигнали призводять до перевантаження каскадів трактів, що призводить спотворення сигналів і зниження ефективності їхнього оброблення.

Зменшення коефіцієнтів підсилення призводить до «пропуску» слабких сигналів із причини маскуванню їх внутрішніми шумами. Більшість пристроїв виявлення сигналів реалізують критерії Неймана – Пірсона, за яких $F = const$. В умовах дії активних шумових завад завдання фіксації ймовірності хибних тривог суттєво ускладнюється.

Невідповідність між діапазоном зміни вхідних сигналів і діапазоном їхнього якісного оброблення спричинила так звану проблему динамічного діапазону (ДД) приймача.

ДД приймача визначають за його амплітудною характеристикою $U_{вих} = f(U_{вх})$ (рис. 15.1 а).

На рисунку 15.1 б наведена фазоамплітудна характеристика приймача $\varphi_{вих} = f(U_{вх})$.

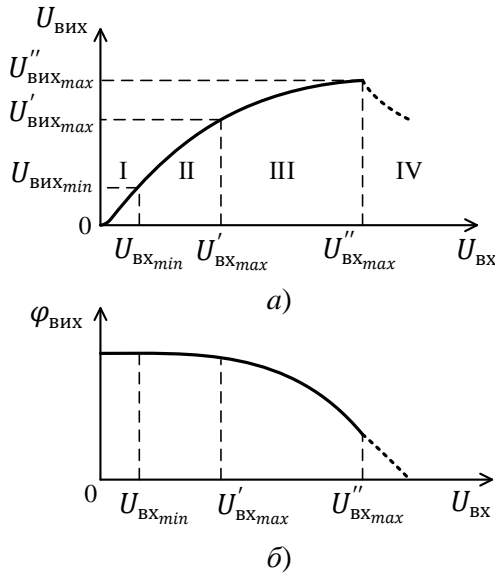


Рисунок 15.1 – Амплітудна і фазова характеристика приймального тракту

На цих характеристиках можна виділити такі ділянки:

I – $0 \dots U_{\text{ВХ min}}$ – малі сигнали, що маскуються внутрішніми шумами приймача;

II – $U_{\text{ВХ min}} - U'_{\text{ВХ max}}$ – якісне підсилення сигналів, коли крутизна амплітудної характеристики $\frac{dU_{\text{ВИХ}}}{dU_{\text{ВХ}}} = \text{max}$;

III – $U'_{\text{ВХ max}} - U''_{\text{ВХ max}}$ – підсилювальні властивості погіршуються, виникають незначні амплітудно-фазові спотворення сигналів, хоча приймач може бути працездатним;

IV – $U_{\text{ВХ}} > U''_{\text{ВХ max}}$ – відповідає більшим спотворенням сигналів.

ДД за входом

$$D_{\text{ВХ}} = 20 \lg \frac{U_{\text{ВХ max}}}{U_{\text{ВХ min}}} \text{ (дБ)}.$$

Під час розрахунку $D_{\text{вх}}$ береться $U'_{\text{вхmax}}$ або $U''_{\text{вхmax}}$ залежно від вимог до приймача.

ДД за виходом

$$D_{\text{вих}} = 20 \lg \frac{U_{\text{вих max}}}{U_{\text{вих min}}} \text{ (дБ)}.$$

Засоби розширення динамічного діапазону приймача

Забезпечення потрібного ДД приймача за входом здійснюють:

а) за допомогою систем автоматичного регулювання підсилення (АРП);

б) завдяки застосуванню підсилювачів із нелінійними амплітудними характеристиками.

Системи АРП

Системи АРП класифікують за різними ознаками.

За принципом передання регулятивної дії розрізняють системи зі зворотним зв'язком («АРП назад» – рис. 15.2 а) і системи без зворотного зв'язку («АРП уперед» – рис. 15.2 б).

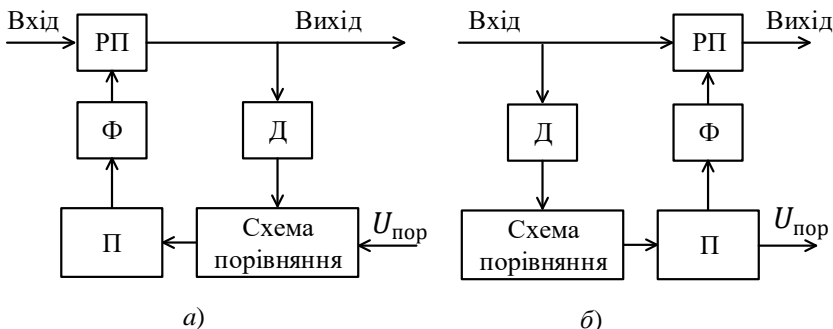


Рисунок 15 – Схеми АРП

На схемах рисунка 15: Д – детектор; П – підсилювач; РП – каскад із регульованим коефіцієнтом підсилення; Ф – фільтр; $U_{\text{пор}}$ – порогове значення напруги.

Схема АРП рисунка 15.2 *а* менш чутлива до дрейфу власних параметрів; схема АРП рисунка 15.2 *б* – більш стійка, має більшу швидкодію, однак складна в реалізації, особливо на високих частотах. Регулювання підсилення в даних схемах відбувається, коли $U_d > U_{пор}$.

За числом каскадів, охоплених зворотним зв'язком, системи АРП поділяються на місцеві (рис. 15.3 *а*) і багатокаскадні (рис. 15.3 *б*). На схемах Р – регулятор.

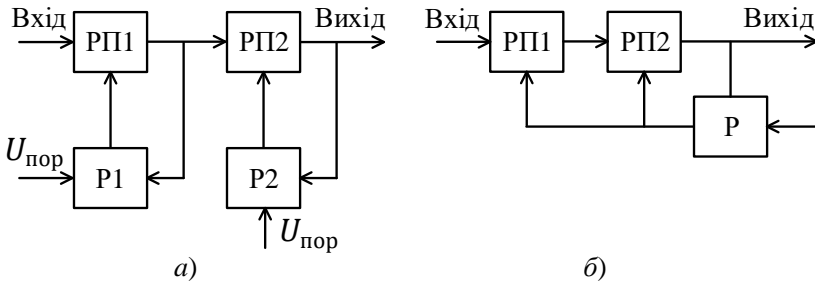


Рисунок 15.3 – Види АРП

За кількістю регульованих величин системи АРП поділяються на одномірні і багатомірні. За характером зміни сигналу регулювання на вході РП – на неперервні і дискретні. За характером часової зміни сигналів на вході РП – стаціонарні і нестационарні. За швидкодією системи АРП поділяються на інерційні АРП і швидкодійні АРП.

Структурна схема типової системи інерційного АРП зображена на рисунку 15.4. Система містить у собі регульовані каскади підсилювача проміжної частоти (ППЧ) і коло АРП.

У ППЧ зазвичай регулюються коефіцієнти підсилення перших трьох-чотирьох каскадів. Ця схема проста і має широке застосування. Її недоліки:

1) вона не охоплює підсилювача високої частоти і перетворювача частоти, а отже, не виключене їхнє перевантаження;

2) в охоплених АРП каскадах ППЧ зміна коефіцієнта підсилення здійснюється через дію на керівні електроди підсилювального елемента, а це – нелінійний процес, і тому виникають додаткові амплітудно-фазові спотворення сигналів.



Рисунок 15.4 – Інерційне АРП

Для подолання цього другого недоліку застосовують схему рисунка 15.5.

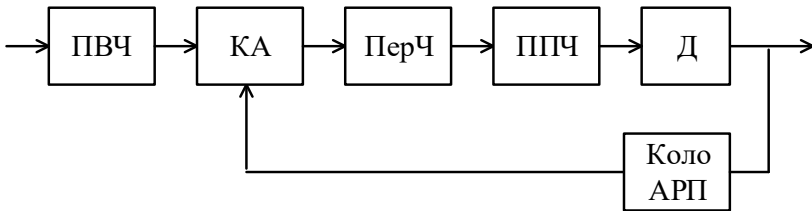


Рисунок 15.5 – Варіант інерційного АРП

У цій схемі підсилення регулюється через зміну затухання сигналів у керованих електричним способом *атенюаторах* (КА), які мають стабільну ФЧХ (зміна фази не перевищує $3...6^\circ$ на всьому діапазоні регулювання). У приймальному тракті КА можуть перебувати як перед підсилювачем високої частоти, так і після нього (як подано на схемі).

Одним із різновидів інерційних АРП є шумове АРП. За допомогою шумового АРП стабілізується не рівень вихідного корисного сигналу, а інтенсивність шумового фону (стабілізація ймовірності хибних тривог F). Шумове АРП доцільно застосовувати

під час дії на систему електрозв'язку стаціонарної активної шумової завади.

Для виключення впливу корисних сигналів приймача на роботу шумового АРП застосовують *часове стробування шумів* – коли регулювання здійснюється щодо шумових сигналів, які приймаються на інтервалах, що відповідають максимальному затриманню корисних сигналів.

Швидкодійні АРП називаються так тому, що хоч принцип їхньої дії не відрізняється від принципу дії інерційного АРП, але перехідні процеси швидкодійної схеми регулювання перебігають протягом часу, який лише дещо перевищує тривалість корисних сигналів. Отже, корисні сигнали не зазнають послаблення протягом дії корисного сигналу τ_u , а тривалі завади з $\tau_z > \tau_u$ подавляються. Швидкодійне АРП зазвичай охоплює 2...4 каскади ППЧ і вмикається як місцеве АРП – для запобігання самозбудженню каскадів ППЧ. Швидкість зміни підсилення в системі швидкодійного АРП має відповідати швидкості зміни амплітуди імпульсної завади. Водночас швидкодійне АРП не має реагувати на корисні сигнали (тобто має поводити себе як ФВЧ). Коло зворотного зв'язку має малу сталу часу. Оскільки з огляду на стійкість роботи ППЧ неможливо охопити малоінерційним зворотним зв'язком регульований підсилювач із великим коефіцієнтом підсилення, то коло швидкодійної схеми АРП має працювати лише на один каскад ППЧ (рис. 15.6). Потрібний діапазон регулювання забезпечують за допомогою роздільного охоплення окремими схемами швидкодійного АРП окремих каскадів.

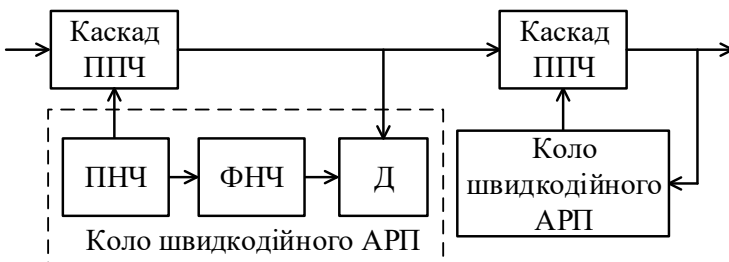


Рисунок 15.6 – Схема швидкодійного АРП

Оскільки сигнали керування в АРП повільно змінні (низькочастотні), то вони можуть бути перетворені на цифровий вид (цифрові АРП).

Підсилювачі із нелінійними амплітудними характеристиками

У приймальних трактах часто, орієнтуючись на великий діапазон зміни вхідних сигналів, установлюють підсилювачі з нелінійними амплітудними характеристиками.

Переваги цього способу розширення ДД – простота реалізації і швидкодія, зумовлена безінерційністю регулювання.

Однак водночас виникають енергетичні втрати, що призводять до погіршення ймовірнісних характеристик виявлення сигналів, можна спостерігати часткову декореляцію сигналів у багатоканальних системах.

До підсилювачів із нелінійними АХ ставлять вимоги, що стосуються зменшення їхнього диференційного коефіцієнта підсилення $dU_{\text{вих}}/dU_{\text{вх}}$ у разі збільшення амплітуди вхідного сигналу, наприклад

$$\frac{dU_{\text{вих}}}{dU_{\text{вх}}} = \frac{U_m}{U_0} \frac{1}{1 + \frac{U_{\text{вх}}}{U_0}}, \quad (15.1)$$

де U_m, U_0 – параметри.

З (15.1) для того, щоб АХ проходила через початок координат, впливає така рівність:

$$U_{\text{вих}} = U_m \ln \left(1 + \frac{U_{\text{вх}}}{U_0} \right). \quad (15.2)$$

І тому слабкі сигнали (наприклад, корисні) у таких підсилювачах підсилюються більше, а потужні – менше.

Прикладом цього може служити підсилювач із логарифмічною (нелінійною) амплітудною характеристикою (рис. 15.7).

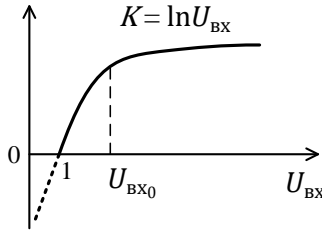


Рисунок 15.7 – Логарифмічна амплітудна характеристика

З (15.1) випливає, що коефіцієнт передання підсилювача з логарифмічною АХ для будь-якої основи логарифму

$$K_{\text{ЛАХ}} = \frac{dU_{\text{ВІХ}}}{dU_{\text{ВХ}}} = K_0 \frac{U_{\text{ВХ0}}}{U_{\text{ВХ}}}, \quad (15.3)$$

де K_0 – коефіцієнт підсилення в лінійному режимі; $U_{\text{ВХ0}}$ – вхідна напруга, що відповідає переходу від лінійної ділянки АХ до логарифмічної.

З (15.3) можна бачити, що диференційний коефіцієнт підсилення $dU_{\text{ВІХ}}/dU_{\text{ВХ}}$ зменшується зворотно пропорційно амплітуді $U_{\text{ВХ}}$.

Підсилювачі з нелінійними АХ зазвичай будують за багатокаскадними схемами. ДД підсилювача з логарифмічною АХ залежить від числа n каскадів і їхніх коефіцієнтів підсилення K_1 під час роботи на лінійній ділянці АХ

$$D_{\text{ЛАХ дБ}} = 20 n \lg K_1 = 20 \lg K_0.$$

Приймач із логарифмічною амплітудною характеристикою забезпечує практично безінерційне нормування вхідних сигналів, не втрачає чутливості після надходження інтенсивних сигналів і має власні шуми, які незначно перевищують шуми звичайного приймача. Якщо характер активної шумової завади аналогічний до характеру шуму приймача, то інтенсивність завад на виході приймача практично не залежить від інтенсивності вхідних завад.

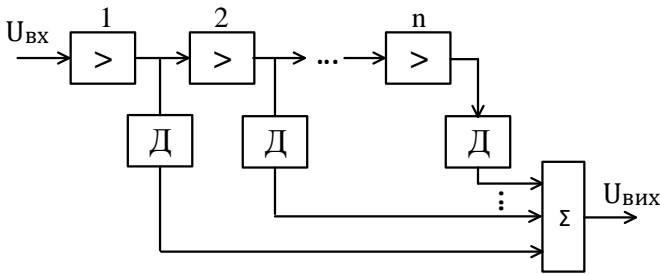


Рисунок 15.8 – Логарифмічний підсилювач проміжної частоти з послідовним детектуванням

На рисунку 15.8 подана схема логарифмічного ППЧ із послідовним детектуванням. Схема проста, але працює післядетекторно, у процесі некогерентного оброблення сигналів.

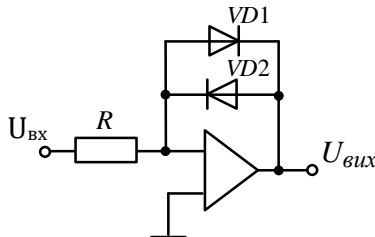


Рисунок 15.9 – Операційний логарифмічний підсилювач

На рисунку 15.9 наведено схему логарифмічного операційного підсилювача $U_{\text{вих}} = K \lg(U_{\text{вх}}/R)$, який забезпечує ДД – кілька десятків дБ (по входу).

Схеми стабілізації рівня хибних тривог

Внутрішній шум приймача далеко не завжди є визначальним у разі виявлення сигналів. Більш суттєвим є вплив різних ненавмисних і навмисних завад, зокрема активних шумових. Тому постає проблема забезпечення стабільності рівня хибної тривоги ($F = \text{const}$).

Недотримання цієї вимоги призводить до суттєвих знижень показників якості виявлення сигналів, до нестійкого прийому. Системи АРП (інерційні і швидкодійні) недостатні для досягнення цієї мети: вони інерційні і фіксують рівень завадового фону лише на середньому значенні.

Підсилювачі з нелінійними АХ, подавляючи значні викиди сигналів, певною мірою сприяють стабілізації рівня хибних тривог, але остаточно це завдання не виконують, бо мають інше цільове призначення: розширення ДД за мінімальних амплітудно-фазових спотворень корисних сигналів.

Тому фіксація рівня хибних тривог у приймальному тракті вимагає спеціальних схем автоматичного регулювання порогу, як, наприклад, схема, подана на рисунку 15.10.

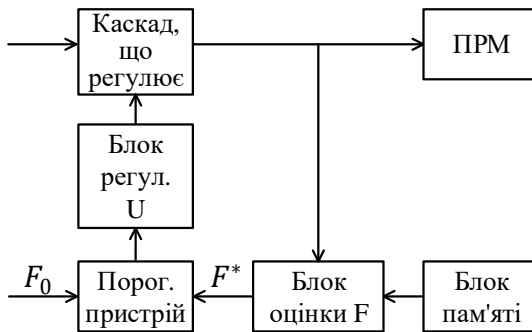


Рисунок 15.10 – Схема автоматичного регулювання порогу (рівня хибних тривог)

Вона працює так. Сигнал, що надходить на приймач ПРМ, водночас подається на блок оцінювання імовірності хибної тривоги F . Одержана оцінка F^* порівнюється з пороговим рівнем F_0 , і формується напруга регулювання $U_{\text{рег}}$, яка забезпечує такий коефіцієнт підсилення регульованого каскаду, за якого $F = \text{const}$.

Лекція 17

Методи і засоби боротьби з імпульсними завадами в системах електрозв'язку

Поняття амплітудної і часової селекції сигналів

На приймальні тракти систем електрозв'язку ефективно діють хаотичні імпульсні завади (див. лекції 5, 6), що мають випадкові тривалості і період повторення. Часова селекція корисних імпульсних сигналів на тлі таких завад полягає в їхньому розпізнанні за тривалістю і періодом.

Принцип селекції корисних сигналів за тривалістю реалізує схема рисунка 17.1.

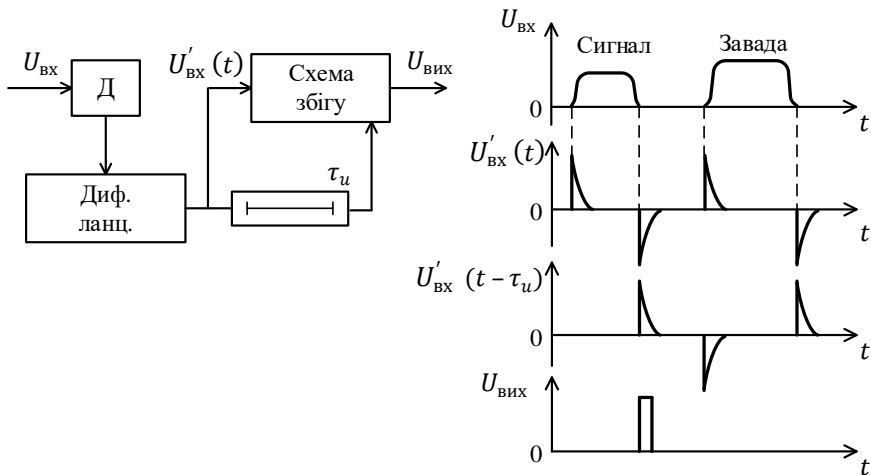


Рисунок 17.1 – Селекція сигналів за тривалістю

Принцип селекції корисних сигналів за періодом слідування реалізується в схемі рисунка 17.2, яка складається із схеми збігу і лінії затримання на час T_0 , що дорівнює періоду повторення корисних імпульсів.

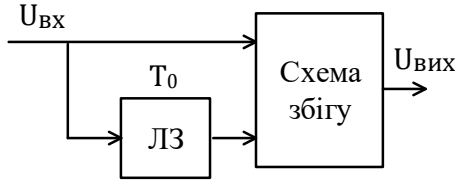


Рисунок 17.2 – Селекція сигналів за періодом слідування

У разі, коли амплітуди задових імпульсів заздалегідь перевищують деяку величину U_0 , а амплітуди корисних сигналів гарантовано менші за цю величину, то для селекції корисних сигналів застосовують схеми із заборною (рис. 17.3).

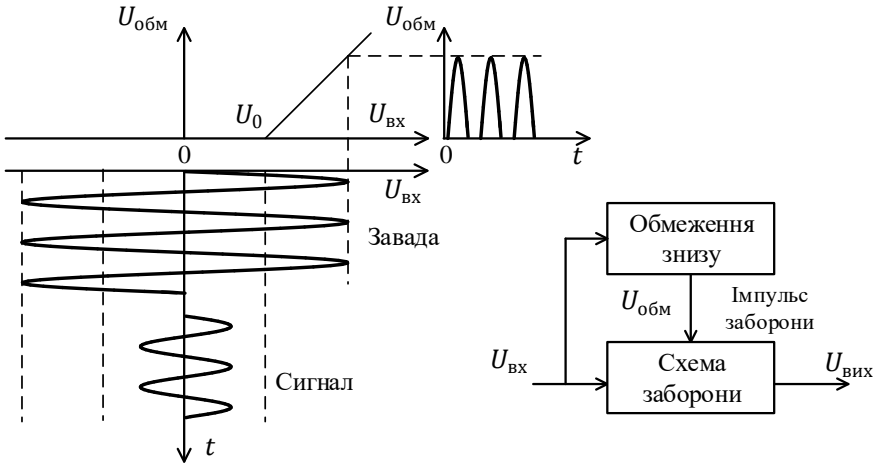


Рисунок 17.3 – Амплітудна селекція із заборною

У тих випадках, коли амплітуда задових імпульсів заздалегідь менша за деяку величину U_0 , а амплітуда корисного сигналу гарантовано більша за цю величину, то для селекції корисних сигналів застосовують схеми на базі однобічних обмежувачів (рис 17.4).

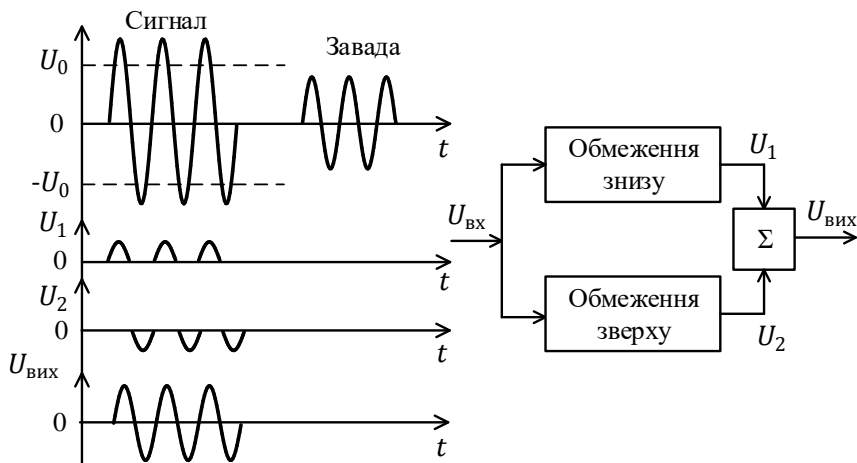


Рисунок 17.4 – Амплітудна селекція з однобічним обмеженням

Нормування тривалих і послаблення коротких імпульсних завад за допомогою схеми ШОВ

Схема ШОВ називається так, бо містить у собі такі три каскади: широкосмуговий підсилювач (Ш), обмежувач (О) і вузькосмуговий підсилювач (В) (рис. 17.5).

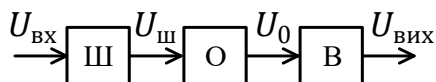


Рисунок 17.5 – Схема ШОВ

Смуга пропускання вузькосмугового підсилювача узгоджена (дорівнює) з шириною спектра корисного сигналу Δf_c ; смуга пропускання широкосмугового підсилювача $\Delta f_{\text{ш}} \gg \Delta f_c$ із метою збереження недосконалості завади (під час установавлення вузькосмугового підсилювача до обмежувача короткі імпульси завади розтягуються і за формою уподібнюються корисним сигналам). Обмежувач є «жорстким», тобто здійснює амплітудне обмеження на малому рівні.

Оскільки після обмеження корисні сигнали є прямокутними, то вузькосмуговий підсилювач простих сигналів може бути побудований на основі високоселективного резонансного підсилювача (ВСРП) і схеми віднімання з лінією затримання і коригувальним фазообертачем $\varphi_{\text{кор}}$, які забезпечують когерентне віднімання сигналів на центральній частоті підсилювача (рис. 17.6).

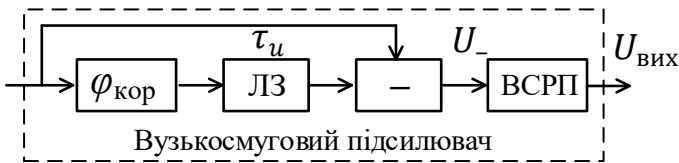


Рисунок 17.6 – Внутрішня структура третього елемента

Роботу схеми ШОВ можна пояснити за допомогою часових діаграм на рисунку 17.7 (на ній із метою спрощення подано об'єднані радіоімпульсів).

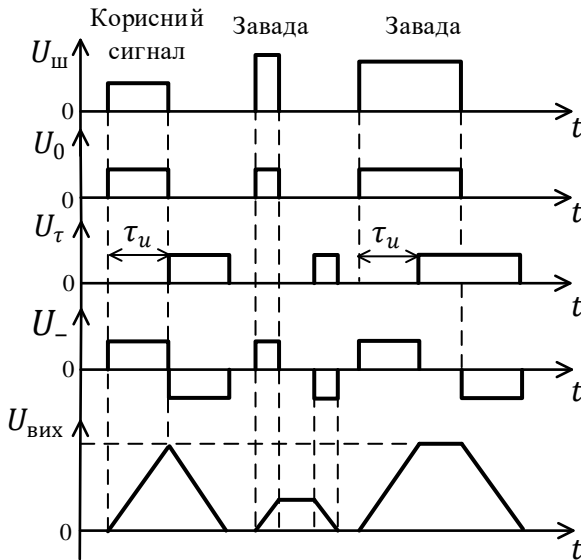


Рисунок 17.7 – Оброблення сигналів у схемі ШОВ

З діаграм можна бачити, що завадові імпульси, попри їхню більшу інтенсивність, послаблюються і нормуються.

Водночас тривалі імпульси за амплітудою збігаються з корисними сигналами, а короткі – значно зменшуються.

Відношення «сигнал – шум» на виході схеми ШОВ приблизно дорівнює

$$q = \sqrt{\frac{2E}{N_{\text{ш}}}} = \sqrt{\frac{2\Delta f_{\text{ш}}}{\Delta f_c}}. \quad (17.1)$$

Цей вираз можна пояснити тим, що амплітуда корисного сигналу і шумового фону після обмеження однакова, а вузькосмуговий фільтр, узгоджений із корисним сигналом, зменшує це відношення за потужністю у $\Delta f_{\text{ш}}/\Delta f_c$ разів.

Відношення «завада – шум» на виході схеми ШОВ залежить від тривалості завадових імпульсів τ_3

$$q_3 = \begin{cases} \sqrt{\frac{2\Delta f_{\text{ш}}}{\Delta f_c} \frac{\tau_3}{\tau_u}} & \text{за } \tau_3 \leq \tau_u; \\ \sqrt{\frac{2\Delta f_{\text{ш}}}{\Delta f_c}} & \text{за } \tau_3 > \tau_u. \end{cases} \quad (17.2)$$

За малих тривалостей завади ($\tau_3 \leq \tau_u$) це відношення (порівняно з рисунком 17.7) зростає лінійно із зростанням τ_3 , а за більших тривалостей завади ($\tau_3 > \tau_u$) настає обмеження.

На практиці відношення $\Delta f_{\text{ш}}/\Delta f_c$ становить 12...50. Застосування більш широкосмугових підсилювачів небажане, бо через дію завад на близьких несучих частотах ефективність схеми ШОВ знижується.

У разі зменшення смуги $\Delta f_{\text{ш}}$ зростають енергетичні втрати внаслідок того, що вихідний вузькосмуговий підсилювач погано

нормалізує шумовий фон. Наприклад, за $\Delta f_{ш}/\Delta f_c = 10$ втрати становлять 5 дБ.

Нормування коротких і послаблення довгих імпульсних завад за допомогою схеми РОС

Схема РОС вміщує три такі каскади (рис. 17.8):

- розширювальний фільтр (Р);
- обмежувач (О);
- стискувальний фільтр (С).

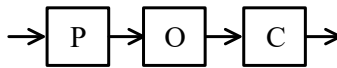


Рисунок 17.8 – Схеми РОС

Розширювальний і стискувальний фільтри побудовані на базі дисперсійної лінії затримання. Смуги пропускання цих фільтрів узгоджені з шириною спектра корисного сигналу, який є простим радіоімпульсом

$$\Delta f_{\phi} = \Delta f_c = \frac{1}{\tau_u}$$

Корисний сигнал після розширювального фільтра (у вигляді дисперсійної ЛЗ) стає складним ЛЧМ-сигналом із дев'ятью частоти, що дорівнює Δf_{ϕ} , і тривалість τ_{ϕ} визначена імпульсною характеристикою фільтра. Зазвичай $\tau_{\phi} \gg \tau_u$, унаслідок чого база сигналу на виході фільтра Р дорівнює

$$B = \Delta f_{\phi} \tau_{\phi} = \frac{\tau_{\phi}}{\tau_u} \gg 1.$$

Обмежувач О не змінює структури сигналу, а отже, після стискувального фільтра С його тривалість зменшується у В разів ($\frac{\tau_{\phi}}{B} = \tau_u$), тобто стає рівною тривалості вхідного сигналу.

Отже, у схемі РОС відбувається формування складного сигналу ЛЧМІ в Р, який, пройшовши обмежувач О, зазнає оптимального оброблення (стиснення) у С.

Відношення «сигнал – шум» на виході стискувального фільтра дорівнює

$$q = \sqrt{\frac{2\tau_\phi}{\tau_u}} = \sqrt{2B}, \quad (17.3)$$

де B – база сигналу ЛЧМІ.

Відношення «завада – шум» на виході схеми РОС залежить від тривалості імпульсу завади τ_3

$$q_3 = \begin{cases} \sqrt{\frac{2\tau_\phi}{\tau_u}} & \text{за } 0 \leq \tau_3 \leq \tau_u; \\ \sqrt{\frac{2\tau_\phi}{\tau_u}} \cdot \frac{\tau_u}{\tau_3} & \text{за } \tau_u < \tau_3 \leq \sqrt{\tau_\phi \tau_u}; \\ \sqrt{2} & \text{за } \tau_3 > \sqrt{\tau_\phi \tau_u}. \end{cases} \quad (17.4)$$

а) за малих значень τ_3 завадові імпульси мають порівняно з корисним сигналом ширший спектр

$$\Delta f_3 > \Delta f_\phi = \Delta f_c.$$

Тому через фільтр Р проходить така сама кількість спектральних складових, як і в разі дії на фільтр корисного сигналу, унаслідок чого відношення «завада – шум»

$$q_3 = \sqrt{\frac{2\tau_\phi}{\tau_u}};$$

б) за проміжних значень тривалості імпульсів завад ($\tau_u < \tau_3 \leq \sqrt{\tau_\phi \tau_u}$) розтягувальний (розширювальний) фільтр Р діє не

повністю, з меншою ефективністю, оскільки одночасно ширина спектра заводового імпульсу менша за смугу його пропускання

$$\Delta f_3 < \Delta f_\phi = \Delta f_c.$$

Тому тривалість імпульсу завади на його виході дещо менша від τ_ϕ і дорівнює

$$\tau'_3 = \frac{\tau_3^2}{\tau_u} < \tau_\phi.$$

Підставивши це значення до формули (17.3), одержимо

$$q_3 = \sqrt{\frac{2\tau_\phi}{\tau'_3}} = \sqrt{\frac{2\tau_\phi \tau_u}{\tau_u \tau_3}};$$

в) за дуже тривалих імпульсних завод ($\tau_3 > \sqrt{\tau_\phi \tau_u}$) заводовий сигнал є суттєво вузькосмуговим

$$\Delta f_3 \ll \Delta f_\phi = \Delta f_c$$

і під час проходження розтягувального фільтра Р його структура не змінюється. База такого сигналу, що надходить на вхід стискувального фільтра С, $B = 1$. А отже, відповідно до формули (17.3) відношення «завади – шум» у цьому разі

$$q_3 = \sqrt{2}.$$

Отже, схема РОС обмежує короткі і послаблює довгі заводові імпульси.

З огляду на те, що вивчена попередня схема ШОВ, навпаки, обмежує тривалі і послаблює короткі імпульси завади, схеми ШОВ і РОС можуть бути об'єднані, увімкнені послідовно, утворюючи відтак схему ШОВ-РОС (рис 17.9).

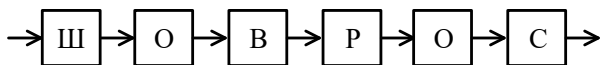


Рисунок 17.9 – Схема ШОВ-РОС

Ефективність такої комплексної схеми проілюстрована графіком залежності ($q_3 = f(t_3)$) на рисунку 17.10.

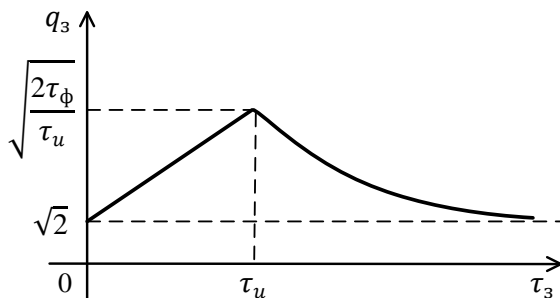


Рисунок 17.10 – Залежність відношення «завада – шум» від тривалості імпульсної завади у схемі ШОВ-РОС

Подавляючи добре завадові імпульси як короткі ($\tau_3 \ll \tau_u$), так і тривалі ($\tau_3 \gg \tau_u$), схема, втім, практично не захищає приймальний тракт системи електрозв'язку від завад із тривалістю, співвимірною із тривалістю корисного сигналу ($\tau_3 \approx \tau_u$).

Список літератури

1. Андреев Р. Н. Теория электрической связи : курс лекций ; учеб. пособие для вузов / Р. Н. Андреев, Р. П. Краснов, М. Ю. Чепелев. – Москва : Горячая линия – Телеком, 2015. – 230 с.
2. Теория электрической связи : учебное пособие / под общ. редакцией К. К. Васильева. – Ульяновск : Ул ГТУ, 2008. – 452 с.
3. Григорьев В. А. Теория электрической связи : конспект лекций / В. А. Григорьев и др. ; под общ. ред. В. А. Григорьева. – Санкт-Петербург : НИЦ ИГМО, 2012. – 148 с.
4. Долгушин В. П. Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба / В. П. Долгушин, В. А. Порывай. – Киев : КВИРТУ ПВО, 1986. – Ч. I. Основы радиолокации. – 208 с.
5. Заруднев И. И. Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба : курс лекций / И. И. Заруднев и др. – Киев : КВИРТУ ПВО, 1988. – Ч. II. Радиоэлектронная борьба. – 272 с.

Навчальне видання

Кобяков Олександр Миколайович,
Кулик Ігор Анатолійович

ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ

Конспект лекцій
для студентів спеціальності
172 «Телекомунікації та радіотехніка»
денної форми навчання

Відповідальний за випуск А. С. Опанасюк
Редактор І. О. Кругляк
Комп'ютерне верстання І. Є. Бражник

Підписано до друку 22.02.2022, поз. 21.
Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. 7,21. Обл.-вид. арк. 6,55. Тираж 5 пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач
Сумський державний університет,
вул. Римського-Корсакова, 2, м. Суми, 40007
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3062 від 17.12.2007.