



УКРАЇНА

(19) UA (11) 35274 (13) U  
(51) МПК (2006)  
G01H 11/00

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ  
І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ДЕПАРТАМЕНТ  
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ  
ВЛАСНОСТІ

## ОПИС ДО ПАТЕНТУ НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ

видається під  
відповідальність  
власника  
патенту

**(54) СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРА КОЛИВАНЬ НЕЛІНІЙНОЇ ДИСИПАТИВНОЇ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ**

1

2

(21) u200804616

(22) 10.04.2008

(24) 10.09.2008

(46) 10.09.2008, Бюл.№ 17, 2008 р.

(72) ПУЗЬКО ІГОР ДАНИЛОВИЧ, UA

(73) СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ, UA

(57) Спосіб визначення параметра коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове значення амплітуди коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, вимірюють перший і другий часові інтервали зміни амплітуди коливань, задають перше кінцеве значення амплітуди коливань системи, вимір першого часового інтервалу і числа циклів коливань в цьому інтервалі проводять при зміні амплітуди від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, далі задають друге початкове і друге кінцеве значення амплітуди коливань, вимір другого часового інтервалу і числа циклів коливань проводять при зміні амплітуди коливань від її другого початкового значення до другого кінцевого значення, змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і проводять вищевказану сукупність операцій по визначенню першого і другого часових інтервалів і чисел циклів коливань в кожному часовому інтервалі при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно, який **відрізняється** тим, що додатково (k-1) разів (k = 2, 3, 4, ...) проводять вимір першого часового інтервалу і числа циклів коливань в цьому інтервалі при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, (k-1) разів проводять вимір другого часового інтервалу і числа циклів коливань в цьому інтервалі при зміні амплітуди коливань від її другого початкового зна-

чення до другого кінцевого значення, після зміни інерційності нелінійної дисипативної коливальної системи (k-1) разів проводять виміри першого і другого часових інтервалів і чисел циклів коливань в цих інтервалах, а частоту  $\omega_0$  вільних коливань лінійної породжувальної системи визначають по співвідношенню:

$$\omega_0 = 2\pi \frac{\left[ \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{\Delta}_i^{*2} t \left( \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{n}_i \bar{\Delta}_i t - \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{n}_i \bar{\Delta}_i^* t \right) - \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{\Delta}_i^{*2} t \left( \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{n}_i \bar{\Delta}_i t - \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{n}_i \bar{\Delta}_i^* t \right) \right]}{\left[ \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{\Delta}_i^{*2} t \sum \bar{\Delta}_i^{*2} t - \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{\Delta}_i^* t \sum \bar{\Delta}_i^* t \sum \bar{\Delta}_i^{*2} t \right]}$$

де:  $\bar{\Delta}_i t$ ,  $\bar{\Delta}_i^* t (i = \overline{1, k}; k = 2, 3, \dots)$  - групи першого і другого часових інтервалів при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно;

$\bar{n}_i$ ,  $\bar{n}_i^* (i = \overline{1, k}; k = 2, 3, \dots)$  - числа циклів коливань в групах першого і другого часових інтервалів відповідно;

$\bar{\Delta}_i^* t$ ,  $\bar{\Delta}_i^* t (i = \overline{1, k}; k = 2, 3, \dots)$  - групи першого і другого часових інтервалів при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно при зміні інерційності нелінійної дисипативної коливальної системи;

$\bar{n}_i^*$ ,  $\bar{n}_i^* (i = \overline{1, k}; k = 2, 3, \dots)$  - числа циклів коливань в групах першого і другого часових інтервалів відповідно при зміні інерційності нелінійної дисипативної коливальної системи.

Корисна модель відноситься до області машинобудівної, авіаційної і космічної техніки, а саме до способів визначення параметрів вільних коливань нелінійних дисипативних коливальних систем із

кінцевим числом ступенів вільності, і може бути, зокрема, застосована при визначенні моментів інерції за допомогою механічних коливальних систем.

UA (19)  
35274 (11)  
U (13)

Відомий спосіб визначення параметра коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове значення амплітуди коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, вимірюють перший і другий часові інтервали зміни амплітуди коливань [Гернет М.М., Ратобильский В.Ф. Определение моментов инерции. - М.: Машиностроение, 1969, с.84, 85, 207, 209].

Недолік відомого способу - недостатня точність, яка пояснюється помилками за рахунок прийнятого допущення про те, що коефіцієнт  $K_R$  анізокронності коливань не залежить від амплітуди коливань.

За прототип вибрано спосіб визначення параметра коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове значення амплітуди коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, вимірюють перший і другий часові інтервали зміни амплітуди коливань, задають перше кінцеве значення амплітуди коливань системи, вимір першого часового інтервалу і числа циклів коливань призводять при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, потім задають друге початкове і друге кінцеве значення амплітуди коливань, вимір другого часового інтервалу і числа циклів коливань призводять при зміні амплітуди коливань від її другого початкового значення до другого кінцевого значення, після чого змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і призводять вищевказану сукупність операцій для системи з іншою інерційністю, визначення параметра нелінійної дисипативної коливальної системи призводять при урахуванні амплітуд і чисел циклів коливань, часових інтервалів, що вимірюються [Ав. св. СССР №1703990, МПК G01H 11/00, 1992].

Недолік відомого способу є недостатня точність визначення параметра коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, що пояснюється неврахуванням похибок виміру, фіксації та запам'ятовування часових інтервалів та чисел циклів коливань при зміні амплітудних значень коливань, а також недостатнім по множині інформаційним масивом даних для зменшення похибок визначення параметра коливань шляхом усереднення.

В основу корисної моделі поставлене завдання удосконалення способу визначення параметра коливань нелінійної дисипативної коливальної системи шляхом підвищення точності визначення параметра коливань, а саме, частоти вільних коливань лінійної породжувальної системи за рахунок проведення додаткових технологічних операцій по реєстрації і вимірюванню масивів часових інтервалів і чисел циклів коливань, які формують розширений інформаційний масив, що дає підстави для формування нового алгоритму перетворень, які призводять до зменшення впливу похибок вимірювання на результат визначення частоти вільних коливань лінійної породжувальної системи.

Поставлене завдання вирішується тим, що в способі визначення параметра коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким зада-

ють перше початкове значення амплітуди коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, вимірюють перший і другий часові інтервали зміни амплітуди коливань, задають перше кінцеве значення амплітуди коливань системи, вимір першого часового інтервалу і число циклів коливань в цьому інтервалі призводять при зміні амплітуди від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, далі задають друге початкове і друге кінцеве значення амплітуди коливань, вимір другого часового інтервалу і числа циклів коливань призводять при зміні амплітуди коливань від її другого початкового значення до другого кінцевого значення, змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і призводять вищевказану сукупність операцій по визначенню першого і другого часових інтервалів і чисел циклів коливань в кожному часовому інтервалі при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно, згідно з корисною моделлю, додатково  $(k-1)$  разів  $(k = 2, 3, 4, \dots)$  призводять вимір першого часового інтервалу і числа циклів коливань в цьому інтервалі при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення,  $(k-1)$  разів призводять вимір другого часового інтервалу і числа циклів коливань в цьому інтервалі при зміні амплітуди коливань від її другого початкового значення до другого кінцевого значення, після зміни інерційності нелінійної дисипативної коливальної системи  $(k-1)$  разів призводять виміри першого і другого часових інтервалів і чисел циклів коливань в цих інтервалах, а частоту  $\omega_0$  вільних коливань лінійної породжувальної системи визначають по співвідношенню:

$$\omega_0 = 2\pi \frac{\left[ \sum \Delta_i t \sum \bar{\Delta}_i^* t \left( \sum \bar{\Delta}_i^* t \sum \bar{n}_i \bar{\Delta}_i^* t - \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{n}_i^* \bar{\Delta}_i t \right) - \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{\Delta}_i^* t \left( \sum \Delta_i^* t \sum n_i \Delta_i t - \sum \Delta_i t \sum n_i^* \Delta_i t \right) \right]}{\left[ \sum \Delta_i t \sum \bar{\Delta}_i^* t \sum \bar{\Delta}_i^* t \sum \bar{\Delta}_i^* t - \sum \bar{\Delta}_i t \sum \Delta_i^* t \sum \Delta_i^* t \sum \bar{\Delta}_i^* t \right]},$$

де:  $\Delta_i t, \bar{\Delta}_i t (i = \overline{1, k}; k = 2, 3, \dots)$  - групи першого і другого часових інтервалів при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно;

$n_i, \bar{n}_i (i = \overline{1, k}; k = 2, 3, \dots)$  - числа циклів коливань в групах першого і другого часових інтервалів відповідно;

$\Delta_i^* t, \bar{\Delta}_i^* t (i = \overline{1, k}; k = 2, 3, \dots)$  - групи першого і другого часових інтервалів при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно при зміні інерційності нелінійної дисипативної коливальної системи;

$n_i^* t, \bar{n}_i^* t (i = \overline{1, k}; k = 2, 3, \dots)$  - числа циклів коливань в групах першого і другого часових інтервалів відповідно при зміні інерційності нелінійної дисипативної коливальної системи.

Застосування запропонованого способу визначення параметрів коливань нелінійної дисипативної коливальної системи разом з усіма суттєвими ознаками, включаючи відмінні, забезпечує підвищення точності визначення частоти вільних коливань лінійної породжувальної системи за рахунок проведення додаткових технологічних операцій по реєстрації і вимірюванню масиву часових інтервалів і чисел циклів коливань, які формують розширений інформаційний масив, що дає підставу до формування нового алгоритму алгебраїчних перетворень, які призводять до зменшення впливу похибок вимірювання на кінцевий результат визначення частоти вільних коливань лінійної породжувальної коливальної системи.

Розробка нового алгоритму визначення параметра коливань нелінійної дисипативної коливальної системи базується на наступних теоретичних викладках.

Розглянемо математичну модель, що відповідає нелінійній дисипативній коливальній системі в формі автономного диференціального рівняння другого порядку

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \varepsilon f(x, \frac{dx}{dt}), \quad (1)$$

де  $x$  - узагальнена координата,  $\omega_0$  - частота вільних коливань лінійної породжувальної системи;  $f(x, \frac{dx}{dt})$  - функція від  $x$  і  $\frac{dx}{dt}$ ,  $\varepsilon$  - малий позитивний параметр.

Рішення  $x = X_a \cos \psi$  рівняння (1) в першому наближенні визначається із рівнянь першого наближення відносно амплітуди  $X_a$  і фази  $\psi$  [Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. - М.: Физматгиз, 1963. - с.36-49]

$$\frac{dX_a}{dt} = \varepsilon A_1(X_a), \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega_0 + \varepsilon B_1(X_a), \quad (2)$$

де:

$$\left. \begin{aligned} A_1(X_a) &= -\frac{1}{2\pi\omega_0} \int_0^{2\pi} f(X_a \cos \psi, -X_a \omega_0 \sin \psi) \sin \psi d\psi, \\ B_1(X_a) &= -\frac{1}{2\pi X_a \omega_0} \int_0^{2\pi} f(X_a \cos \psi, -X_a \omega_0 \sin \psi) \cos \psi d\psi, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

У відомих дослідженнях [Ав.св. СССР №1703990, МКИ G01H11/00. - Опубл. 07.01.92. - Бюл. №1; Пузько И.Д., Хворост В.А. Параметрична ідентифікація нелінійних коливних систем// Машинознавство. - 1999. - №7(25). - С.36-40] із системи (2) рівнянь першого наближення після нескладних перетворень отримано інтегральне рівняння для визначення  $\omega_0$ , а саме:

$$2\pi n = \omega_0 \Delta t + \int_{X_{a_0}}^{X_a^*} B_1(X_a) A_1^{-1}(X_a) dX_a, \quad (4)$$

де  $X_{a_0}$ ,  $X_a^*$  - початкове і кінцеве значення амплітуд  $X_a$  коливань відповідно;  $n$  - число коливань при зміні амплітуди від значення  $X_{a_0}$  до зна-

чення  $X_a^*$ ;  $\Delta t$  - часовий інтервал, що відповідає зміні амплітудного значення від  $X_{a_0}$  до  $X_a^*$ .

Приймаючи до уваги той факт, що часові інтервали  $\Delta t$ , числа  $n_i$  циклів коливань, які відповідають фіксованим часовим інтервалам  $\Delta t$ , та амплітудні значення  $X_{a_1}$ ,  $X_{a_2}$ ,  $X_{a_3}$ ,  $X_{a_4}$  вимірюються при наявності похибок, із рівняння (4) отримаємо таку систему рівнянь

$$n_i = f_{01} \Delta t + \frac{1}{2\pi} \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} A_1^{-1}(X_a) B_1(X_a) dX_a + \xi_i(t), \quad (5)$$

$$\bar{n}_i = f_{01} \bar{\Delta} t + \frac{1}{2\pi} \int_{X_{a3}}^{X_{a4}} A_2^{-1}(X_a) B_2(X_a) dX_a + \bar{\xi}_i(t), \quad (6)$$

$$n_i^* = f_{02} \Delta^* t + \frac{1}{2\pi} \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} A_3^{-1}(X_a) B_3(X_a) dX_a + \xi_i^*(t), \quad (7)$$

$$\bar{n}_i^* = f_{02} \bar{\Delta}^* t + \frac{1}{2\pi} \int_{X_{a3}}^{X_{a4}} A_4^{-1}(X_a) B_4(X_a) dX_a + \bar{\xi}_i^*(t), \quad (8)$$

де:

$$(2\pi f_{01})^2 = c m^{-1}, \quad (2\pi f_{02})^2 = c(m + \Delta m)^{-1}, \quad (9)$$

$\Delta m$  - додаткова маса;  $n_i$ ,  $\Delta t$ ;  $\bar{n}_i$ ,  $\bar{\Delta} t$  ( $i = \overline{1, k}$ ) - числа циклів та часові інтервали при коливаннях маси  $m$  і при зміні амплітуди коливань від значення  $X_{a_1}$  до  $X_{a_2}$  та від значення  $X_{a_3}$  до  $X_{a_4}$  відповідно;  $n_i^*$ ,  $\Delta t^*$ ;  $\bar{n}_i^*$ ,  $\bar{\Delta} t^*$  ( $i = \overline{1, k}$ ) - числа циклів та часові інтервали при коливаннях маси  $(m + \Delta m)$  і при зміні амплітуди коливань від значення  $X_{a_1}$  до  $X_{a_2}$  та від значення  $X_{a_3}$  до  $X_{a_4}$  відповідно;  $\xi_i(t)$ ,  $\bar{\xi}_i(t)$ ,  $\xi_i^*(t)$ ,  $\bar{\xi}_i^*(t)$ , випадкові процеси, що мають нульове математичне сподівання  $M[\zeta_j(t)] = 0$  і кінцеву дисперсію  $M[\xi_i^2(t)] < C$ ,  $C = \text{const}$ , ( $i = \overline{1, k}$ ;  $k = 2, 3, \dots$ ).

На підставі системи рівнянь (5)-(8) отримаємо такі мінімізуючі функції:

$$S_1 = \sum_{i=1}^k [n_i - f_{01} \Delta t - \frac{1}{2\pi} \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} A_1^{-1}(X_a) B_1(X_a) dX_a]^2, \quad (10)$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^k [\bar{n}_i - f_{01} \bar{\Delta} t - \frac{1}{2\pi} \int_{X_{a3}}^{X_{a4}} A_2^{-1}(X_a) B_2(X_a) dX_a]^2, \quad (11)$$

$$S_3 = \sum_{i=1}^k [n_i^* - f_{02} \Delta^* t - \frac{1}{2\pi} \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} A_3^{-1}(X_a) B_3(X_a) dX_a]^2, \quad (12)$$

$$S_4 = \sum_{i=1}^k [\bar{n}_i^* - f_{02} \bar{\Delta}^* t - \frac{1}{2\pi} \int_{X_{a3}}^{X_{a4}} A_4^{-1}(X_a) B_4(X_a) dX_a]^2, \quad (13)$$

Мінімізуючи функції  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$  формують таку систему нормальних рівнянь відносно невідомих частот  $f_{01}$ ,  $f_{02}$ , де для спрощення знаки сум введени без індексів

$$\sum n_i \Delta t - f_0 \sum \Delta^2 t = \frac{1}{2\pi} \sum_{X_{a1}}^{X_{a2}} \Delta t \int A_1^{-1}(X_a) B_1(X_a) dX_a, \quad (14)$$

$$\sum \bar{n}_i \bar{\Delta} t - f_0 \sum \bar{\Delta}^2 t = \frac{1}{2\pi} \sum_{X_{a3}}^{X_{a4}} \bar{\Delta} t \int A_2^{-1}(X_a) B_2(X_a) dX_a, \quad (15)$$

$$\sum n^* i \Delta t - f^*_{02} \sum \Delta^*{}^2 t = \frac{1}{2\pi} \sum_{X_{a1}}^{X_{a2}} \Delta^* t \int A_3^{-1}(X_a) B_3(X_a) dX_a, \quad (16)$$

$$\sum \bar{n}^* i \bar{\Delta} t - f^*_{02} \sum \bar{\Delta}^*{}^2 t = \frac{1}{2\pi} \sum_{X_{a3}}^{X_{a4}} \bar{\Delta}^* t \int A_4^{-1}(X_a) B_4(X_a) dX_a, \quad (17)$$

Приймаючи до уваги (3), із системи (14), (15), (16), (17) рівнянь отримуємо такі рівняння, в яких не входять інтегральні складові

$$\left. \begin{aligned} R_1 f_0 - R_2 f_0 &= G_1 \\ R_3 f_0 - R_4 f_0 &= G_2 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

де

$$\begin{aligned} R_1 &= \sum \Delta_i^2 t \sum \Delta_i^* t; \quad R_2 = -\sum \Delta_i^2 t \sum \Delta_i t; \\ R_3 &= \sum \bar{\Delta}_i^2 t \sum \bar{\Delta}_i^* t; \quad R_4 = -\sum \bar{\Delta}_i^2 t \sum \bar{\Delta}_i t; \end{aligned} \quad (19)$$

$$G_1 = \sum \Delta_i t \sum n_i \Delta_i t - \sum \Delta_i t \sum n^* i \Delta_i t$$

$$G_2 = \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{n}_i \bar{\Delta}_i t - \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{n}^* i \bar{\Delta}_i t$$

Із системи рівнянь (18) з допомогою детермінантів отримуємо співвідношення для визначення  $\omega_0$ ,

$$\omega_0 = 2\pi \frac{(R_2 G_2 - R_4 G_1)}{(R_2 R_3 - R_1 R_4)}, \quad (20)$$

де  $R_1, R_2, R_3, R_4, G_1, G_2$  - визначаються співвідношеннями (19).

Таким чином, співвідношення для визначення  $\omega_0$  при урахуванні (19), (20) набуває вигляду

$$\omega_0 = 2\pi \frac{\left[ \sum \Delta_i t \sum \Delta_i^*{}^2 t \left( \sum \bar{\Delta}_i^* t \sum \bar{n}_i \bar{\Delta}_i t - \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{n}_i^* \bar{\Delta}_i^* t \right) - \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{\Delta}_i^*{}^2 t \left( \sum \Delta_i^* t \sum n_i \Delta_i t - \sum \Delta_i t \sum n_i^* \Delta_i^* t \right) \right]}{\left( \sum \Delta_i t \sum \bar{\Delta}_i t \sum \Delta_i^2 t \sum \bar{\Delta}_i^2 t - \sum \Delta_i t \sum \Delta_i^* t \sum \Delta_i^2 t \sum \bar{\Delta}_i^*{}^2 t \right)}. \quad (21)$$

Спосіб визначення параметра коливань нелінійної дисипативної коливальної системи реалізують на підставі наступного алгоритму:

1) Формують режим вільних коливань досліджуваної нелінійної дисипативної коливальної системи. Задають значення першої початкової  $X_{a1}$  і першої кінцевої  $X_{a2}$  амплітуд вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи.

2) При фіксації зміни амплітуди вільних коливань від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$  фіксують перший часовий інтервал  $\Delta t$  і число  $n_1$  циклів (періодів) коливань в цьому часовому інтервалі.

3) Повторюють реалізацію режиму вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи додатково  $(k-1)$  разів, де  $k=2, 3, \dots$  і при кожній реалізації вимірюють часовий інтервал  $\Delta t$  ( $i=\bar{2}, k$ ) і числа  $n_i$  циклів в кожному часовому інтер-

валі  $\Delta t$ , що відповідає зміні амплітуди коливань від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$ .

4) При фіксації зміни амплітуди вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи від другого початкового значення  $X_{a3}$  до другого кінцевого значення  $X_{a4}$  фіксують і реєструють другий часовий інтервал  $\bar{\Delta} t$  і число циклів  $\bar{n}_1$  коливань, що відповідає часовому інтервалу  $\bar{\Delta} t$ .

5) Повторюють реалізацію режиму вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи  $(k-1)$  разів і при кожній реалізації фіксують і реєструють часові інтервали  $\bar{\Delta} t$  ( $i=\bar{2}, k$ ) і числа  $\bar{n}_i$  циклів в кожному часовому інтервалі  $\bar{\Delta} t$ , що відповідає зміні амплітуди коливань від другого початкового значення  $X_{a3}$  до другого кінцевого значення  $X_{a4}$ .

Таким чином, формують дві групи "к" часових інтервалів і "к" чисел циклів відповідно.

6) Змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи шляхом жорсткого з'єднання з масою "m" системи додаткової маси  $\Delta m$  при умові  $\Delta m \ll m$ , що змінює частоту вільних коливань.

7) Формують один раз режим вільних коливань  $(m+\Delta m)$  масової нелінійної дисипативної коливальної системи. Задають значення першої початкової і першої кінцевої амплітуд  $X_{a1}, X_{a2}$  відповідно вільних коливань коливальної системи.

8) При фіксації зміни амплітуди вільних коливань по п.7 від значення  $X_{a1}$  до значення  $X_{a2}$  фіксують і реєструють часовий інтервал  $\Delta_1^* t$  і число  $n_1^*$  циклів коливань, що відповідає часовому інтервалу  $\Delta_1^* t$ .

9) Повторюють реалізацію режиму вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи  $(k-1)$  разів, де  $k=2, 3, \dots$  і при кожній реалізації фіксують і реєструють часові інтервали  $\Delta_1^* t$  і числа  $n_1^*$  циклів коливань відповідно кожному часовому інтервалі  $\Delta_1^* t$ , що відповідає зміні амплітуди коливань від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$ .

10) Формують один раз режим вільних коливань  $(m+\Delta m)$  масової нелінійної дисипативної коливальної системи. Задають значення другої початкової і другої кінцевої амплітуд  $X_{a3}, X_{a4}$  відповідно вільних коливань коливальної системи.

11) При фіксації зміни амплітуди вільних коливань по п. 10 від значення  $X_{a3}$  до значення  $X_{a4}$  фіксують і реєструють часовий інтервал  $\bar{\Delta}_1^* t$  і число  $\bar{n}_1^*$  циклів коливань, що відповідає часовому інтервалу  $\bar{\Delta}_1^* t$ .

12) Повторюють реалізацію режиму вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи  $(k-1)$  разів, де  $k=2, 3, \dots$  і при кожній реалізації фіксують і реєструють часові інтервали  $\bar{\Delta}_1^* t$  і числа  $\bar{n}_1^*$  циклів коливань відповідно в кожному часовому інтервалі  $\bar{\Delta}_1^* t$ , що відповідає зміні амплітуди коливань від другого початкового значення  $X_{a3}$  до другого кінцевого значення  $X_{a4}$ . Таким чи-

ном, формують знову дві групи "к" часових інтервалів і "к" чисел циклів відповідно.

Кожний із множини "2k" часових інтервалів  $\Delta_i t$ ,  $\bar{\Delta}_i t$  ( $i=\overline{1,k}$ ) і кожний з множини "2k" часових інтервалів  $\Delta_i^* t$  і  $\bar{\Delta}_i^* t$  вимірюють при наявності похибок вимірів.

На підставі вищезазначеного необхідно сформувати клас мінімізуючих функцій для визначення оцінки  $\hat{\omega}_0$  параметра  $\omega_0$  і методом найменших квадратів отримати систему рівнянь для визначення оцінки  $\hat{\omega}_0$ .

Таким чином, фіксуючи інформаційні масиви чотирьох груп часових інтервалів  $\Delta_i t$ ,  $\bar{\Delta}_i t$ ,  $\Delta_i^* t$ ,  $\bar{\Delta}_i^* t$  ( $i=\overline{1,k}$ ), чотирьох груп чисел  $n_i$ ,  $\bar{n}_i$ ,  $n_i^*$ ,  $\bar{n}_i^*$  ( $i=\overline{1,k}$ ) циклів коливань, що відповідають зафіксованим часовим інтервалам  $\Delta_i t$ ,  $\bar{\Delta}_i t$ ,  $\Delta_i^* t$ ,  $\bar{\Delta}_i^* t$ , кожен з яких відповідає зміні амплітуди коливань від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$  (інтервали  $\Delta_i t$ ,  $\Delta_i^* t$ ), від другого початкового значення  $X_{a3}$  до другого кінцевого значення  $X_{a4}$  (інтервали  $\bar{\Delta}_i t$ ,  $\bar{\Delta}_i^* t$ ), шляхом формування регресійних залежностей при застосуванні метода найменших квадратів визначається оцінка частоти вільних коливань лінійної "породжувальної" системи, що відповідає досліджуваній нелінійній дисипативній коливальній системі із співвідношення:

$$\omega_0 = 2\pi \frac{\left[ \sum \Delta_i t \sum \bar{\Delta}_i^* t \left( \sum \bar{\Delta}_i^* t \sum \bar{n}_i \bar{\Delta}_i t - \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{n}_i^* \bar{\Delta}_i^* t \right) - \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{\Delta}_i^* t \left( \sum \Delta_i^* t \sum n_i \Delta_i t - \sum \Delta_i t \sum n_i^* \Delta_i^* t \right) \right]}{\left[ \sum \Delta_i t \sum \bar{\Delta}_i t \sum \bar{\Delta}_i^* t \sum \Delta_i^* t - \sum \bar{\Delta}_i t \sum \Delta_i^* t \sum \Delta_i^* t \sum \bar{\Delta}_i^* t \right]}$$

Новим в алгоритмі є проведення операцій вимірювання, фіксації і запам'ятовування часових інтервалів і чисел циклів коливань додатково (k-1) разів (k=2, 3, 4, ...) для двох груп часових інтервалів при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$  і для двох груп часових інтервалів при зміні амплітуди коливань від її другого початкового значення  $X_{a3}$  до другого кінцевого значення  $X_{a4}$ , що дозволяє сформувати на підставі регресійних залежностей систему нормальних рівнянь і отримати оцінку частоти вільних коливань лінійної породжувальної системи.

Спосіб визначення параметра коливань нелінійної дисипативної коливальної системи реалізується наступним чином:

1. Установлюють випробуваний об'єкт на рухомій платформі вібростенда електродинамічного типу.

2. Послідовно реалізують "к" режимів вільних коливань досліджуваної нелінійної дисипативної коливальної системи при зміні амплітуди коливань коливальної системи масою "m" від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$ .

3. В множині "к" режимів вільних коливань по п. 2 фіксують множину "к" часових інтервалів  $\Delta_i t$  і множину "к" чисел  $n_i$  ( $i=\overline{1,k}$ ) циклів коливань, де k=2, 3, ...

4. Послідовно реалізують "к" режимів, де k=2, 3, ..., вільних коливань досліджуваної нелінійної дисипативної коливальної системи при зміні амплітуди коливань від другого початкового значення  $X_{a3}$  до другого кінцевого значення  $X_{a4}$ .

5. В множині "к" режимів вільних коливань по п. 4 фіксують множину "к" часових інтервалів  $\bar{\Delta}_i t$  і множину "к" чисел  $\bar{n}_i$  ( $i=\overline{1,k}$ ) циклів коливань, де k=2, 3, ...

6. Змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи шляхом жорсткого з'єднання з масою "m" системи додаткової маси  $\Delta m$  при виборі маси  $\Delta m$  із умови  $\Delta m \ll m$ .

7. Послідовно реалізують "к" режимів вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи масою (m+ $\Delta m$ ) при зміні амплітуди коливань від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$ .

8. В множині "к" режимів вільних коливань по п. 7 фіксують множину "к" часових інтервалів  $\Delta_i^* t$  і множину "к" чисел  $n_i^*$  ( $i=\overline{1,k}$ ) циклів коливань, де k=2, 3, ...

9. Послідовно реалізують "к" режимів вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи при зміні амплітуди коливань від другого початкового значення  $X_{a3}$  до другого кінцевого значення  $X_{a4}$ .

10. В множині "к" режимів вільних коливань по п. 9 фіксують множину "к" часових інтервалів  $\bar{\Delta}_i^* t$  і множину "к" чисел  $\bar{n}_i^*$  ( $i=\overline{1,k}$ ) циклів коливань, де k=2, 3, ...

11. З допомогою вимірювально-обчислювального комплексу призводять обробку інформаційного масиву зафіксованих сигналів на підставі співвідношень, які формуються системою нормальних рівнянь, отриманих з допомогою методу найменших квадратів, і визначають частоту вільних коливань лінійної породжувальної системи.