

ВЕРОЯТНОСТЬ НЕОБНАРУЖИВАЕМОЙ ОШИБКИ ПРИ КОМБИНИРОВАНИИ ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ КОДОВ ПО МАЖОРИТАРНОМУ ПРИНЦИПУ

*Супрун А.В. вед. конструктор
ОАО «СМНПО им. М.В. Фрунзе»*

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На современном этапе развития систем передачи данных появилась возможность решения задачи уменьшения вероятности необнаруживаемой ошибки применительно к изменяющимся параметрам канала связи. В каналах связи часто используются фиксированные алгоритмы кодирования, которые показывают хорошие результаты в стационарных каналах связи. На практике, как правило, во множестве случаев имеем нестационарные каналы. В связи с этим некоторые каналы связи затруднительно использовать при изменении их характеристик.

Существует большое количество кодов, таких, как коды Хемминга, равновесные коды, коды с контролем по четности (нечетности) и другие, но каждый из перечисленных кодов может использоваться только в стационарных каналах связи с конкретными параметрами. Решением задачи обеспечения заданного уровня качества передачи может служить использование процедур адаптации к изменению параметров канала связи. Одним из перспективных способов адаптации может служить комбинирование различных помехоустойчивых кодов по мажоритарному принципу. Как было показано в [1], [2], эти коды хорошо дополняют друг друга, увеличивая помехообнаруживающие свойства кодовой комбинации по отношению к использованию отдельно кодов, входящих в состав комбинации.

В данной работе проводится исследование зависимости изменения вероятности необнаруживаемой ошибки при использовании комбинирования равновесных кодов и кодов с контролем по четности (нечетности) по мажоритарному принципу, используя модель двоичного несимметричного канала без памяти.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ИССЛЕДОВАНИЮ

Получение оценки величины необнаруживаемой ошибки комбинированных по мажоритарному принципу помехоустойчивых кодов с одинаковой мощностью кодовых комбинаций при использовании модели двоичного несимметричного канала связи без памяти. Оценка кодирования, при котором находится величина необнаруживаемой ошибки, является объективной из-за того, что эта величина является наиболее важной для любого кода согласно [3].

Основной целью исследования является минимизация вероятности необнаруживаемой ошибки на интервале изменения $0,75 \leq p \leq 1$ на базе заданного набора KD кодов:

$$A = \min_{(p, KD)} V_{пу} |N| = const . \quad (1)$$

При использовании различных систем кодирования информации необходимо обеспечить объективность полученных результатов, поэтому одним из условий является одинаковая мощность кодовых комбинаций. Запишем характеристики кодовых комбинаций, исходя из поставленного условия. Для этого определим величины k (число 1), m (число 0), n (длина кодовой комбинации).

$$n = k + m \quad (2)$$

- для непомехоустойчивого двоичного кода:

$$N = 2^n \quad (3)$$

- соответственно при $n=8$;

$$N=256;$$

- для равновесного кода [4]:

$$N = C_n^k \quad (4)$$

- соответственно $n=10, k=5$

$$N=252;$$

- для кода с контролем по четности:

$$N=2^{n-1}-1; \quad (5)$$

- для кода с контролем по нечетности:

$$N=2^{n-1}; \quad (6)$$

- соответственно $n=9, k$ -четные

$$N=255;$$

$n=9, k$ -нечетные

$$N=256.$$

ПЕРЕХОД К ИНТЕГРАЛЬНОЙ ОЦЕНКЕ ВЕРОЯТНОСТИ НЕОБНАРУЖИВАЕМОЙ ОШИБКИ

Рассмотрим равновесные коды [4], мажоритарные коды [5], коды с контролем по четности (нечетности) [6]. Построив графики функций $V(\rho, \rho, k, n)$ для этих кодов, можно будет наглядно определить наилучший метод кодирования. Для получения численных величин для сравнения воспользуемся интегральным методом анализа, предложенным в [1]. Данный метод подходит ко всем непрерывным функциям и имеет большую точность вычисления по сравнению с дискретным подсчетом в контрольных точках.

Для построения графиков функций воспользуемся следующими функциями:

- для мажоритарного кода 2 из 3 [5]:

$$\rho\mu_{11} = 3 \cdot \rho_{11}^2 - 2 \cdot \rho_{11}^3, \quad (7)$$

$$\rho\mu_{00} = 3 \cdot \rho_{00}^2 - 2 \cdot \rho_{00}^3, \quad (8)$$

$$V_{23} = 1 - \rho\mu_{00}^m \cdot \rho\mu_{11}^k; \quad (9)$$

- для мажоритарного кода 3 из 5 :

$$\rho\mu_{11} = 10 \cdot \rho_{11}^3 - 15 \cdot \rho_{11}^4 + 6 \cdot \rho_{11}^5, \quad (10)$$

$$\rho\mu_{00} = 10 \cdot \rho_{00}^3 - 15 \cdot \rho_{00}^4 + 6 \cdot \rho_{00}^5, \quad (11)$$

$$V_{35} = 1 - \rho\mu_{00}^m \cdot \rho\mu_{11}^k; \quad (12)$$

- для равновесного кода [4]:

$$Vr = \sum_{r=1}^k C_k^r \cdot C_{n-k}^{n-r} \cdot \rho_{01}^r \cdot \rho_{10}^{n-r} \cdot \rho_{00}^{n-k-r} \cdot \rho_{11}^{k-r}; \quad (13)$$

- для кода с контролем по четности (нечетности) [5]:

$$V_k = \sum_{\alpha=0}^{\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor} \sum_{\beta=0}^{\lfloor \frac{k-1}{2} \rfloor} C_m^{2\alpha+1} C_k^{2\beta+1} \rho_{00}^{[m-(2\alpha+1)]} \rho_{01}^{(2\alpha+1)} \rho_{11}^{[k-(2\beta+1)]} \rho_{10}^{(2\beta+1)} + \\ + \sum_{\alpha=0}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \sum_{\beta=0}^{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor} C_m^{2\alpha} C_k^{2\beta} \rho_{00}^{[m-2\alpha]} \rho_{01}^{2\alpha} \rho_{11}^{[k-2\beta]} \rho_{10}^{2\beta} - \rho_{00}^m \rho_{11}^k. \quad (14)$$

- для сравнения с обычным кодом:

$$V = 1 - \rho_{00}^m \cdot \rho_{11}^k. \quad (15)$$

Сведем полученные данные в графики функций:

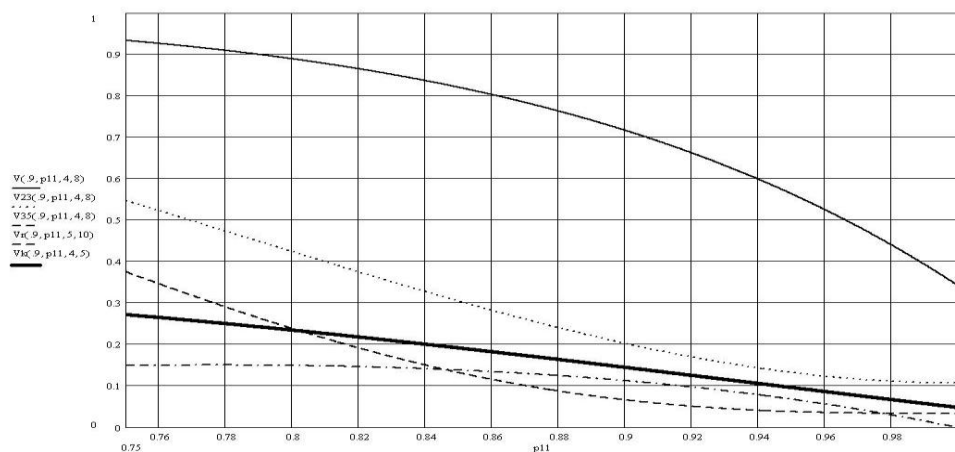


Рисунок 1 - Графики функций V , V_{23} , V_{35} , V_r , V_k

Проанализируем имеющиеся формулы при помощи интегральной формулы оценки вероятности необнаруживаемой ошибки [1]

$$A = \int_{p_{11, \min}}^{p_{11, \max}} V(p_{11}) dp_{11} \quad (16)$$

Подставив в формулу интегральной оценки вероятности (16) формулы (9), (12), (13), (14), (15) получаем численные выражения для определения лучшего метода кодирования.

$$A = \int_{0,75}^1 V(p_{11}) dp_{11} \quad (17)$$

$$A=0,217$$

$$A_{23} = \int_{0,75}^1 V_{23}(p_{11}) dp_{11} \quad (18)$$

$$A_{23}=0,147$$

$$A_{35} = \int_{0,75}^1 V_{35}(p_{11}) dp_{11} \quad (19)$$

$$A_{35}=0,105$$

$$A_r = \int_{0,75}^1 V_r(p_{11}) dp_{11} \quad (20)$$

$$A_r=0,039$$

$$A_k = \int_{0,75}^1 V_k(p_{11}) dp_{11} \quad (21)$$

$$A_k=0,076$$

Проанализировав полученные результаты, можно сделать вывод о том, что приведенные методы обеспечивают малую защиту переданной информации от необнаруживаемых ошибок. В связи с этим возникает вопрос о повышении уровня защиты. Для этого требуется решить задачу минимизации величины необнаруживаемой ошибки V . Одним из решений является использование комбинированных методов кодирования. Будем использовать кодирование помехоустойчивых кодов по мажоритарному принципу, побитово сравнивая принятые сообщения:

$$r_{m_{10}} = 3r_{010}^2 - 2r_{010}^3 \quad (22)$$

$$r_{m_{01}} = 3r_{010}^2 - 2r_{010}^3 \quad (23)$$

Кодирование кода с контролем по четности (нечетности) по мажоритарному принципу

$$V_{mk} = \sum_{\alpha=0}^{\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor} \sum_{\beta=0}^{\lfloor \frac{k-1}{2} \rfloor} C_m^{2\alpha+1} C_k^{2\beta+1} p_{m00}^{[m-(2\alpha+1)]} p_{m01}^{(2\alpha+1)} p_{m11}^{[k-(2\beta+1)]} p_{m10}^{(2\beta+1)} +$$

$$+ \sum_{\alpha=0}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \sum_{\beta=0}^{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor} C_m^{2\alpha} C_k^{2\beta} p_{m00}^{[m-2\alpha]} p_{m01}^{2\alpha} p_{m11}^{[k-2\beta]} p_{m10}^{2\beta} - p_{m00}^m p_{m11}^k.$$
(24)

Кодирование равновесного кода по мажоритарному принципу

$$V_{mr} = \sum_{r=1}^k C_k^r \cdot C_{n-k}^r \cdot p_{m01}^r \cdot p_{m10}^r \cdot p_{m00}^{n-k-r} \cdot p_{m11}^{k-r}.$$
(25)

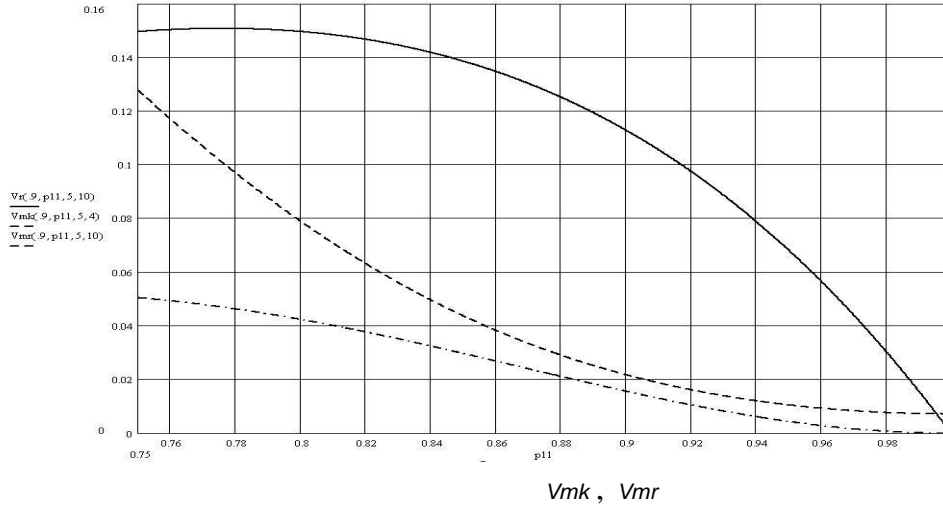


Рисунок 2 - Графики V_r ,

Получим численные значения величин V_r , V_{mk} , V_{mr} .

Из (16)

$$A_r = 0,039$$

$$A_{mr} = \int_{0,75}^1 V_{mr}(p_{11}) dp_{11},$$
(26)

$$A_{mr} = 0,02$$

$$A_{mk} = \int_{0,75}^1 V_{mk}(p_{11}) dp_{11}.$$
(27)

$$A_{mk} = 0,037$$

Постепенно будем увеличивать избыточность кода за счет использования мажоритарного кодирования 3 из 5. Запишем формулы для $V_{\mu k}$ и $V_{\mu r}$.

$$V_{\mu k} = \sum_{\alpha=0}^{\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor} \sum_{\beta=0}^{\lfloor \frac{k-1}{2} \rfloor} C_m^{2\alpha+1} C_k^{2\beta+1} p_{\mu 00}^{[m-(2\alpha+1)]} p_{\mu 01}^{(2\alpha+1)} p_{\mu 11}^{[k-(2\beta+1)]} p_{\mu 10}^{(2\beta+1)} +$$

$$+ \sum_{\alpha=0}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \sum_{\beta=0}^{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor} C_m^{2\alpha} C_k^{2\beta} p_{\mu 00}^{[m-2\alpha]} p_{\mu 01}^{2\alpha} p_{\mu 11}^{[k-2\beta]} p_{\mu 10}^{2\beta} - p_{\mu 00}^m p_{\mu 11}^k,$$
(29)

$$V_{\mu r} = \sum_{r=1}^k C_k^r \cdot C_{n-k}^r \cdot p_{\mu 01}^r \cdot p_{\mu 10}^r \cdot p_{\mu 00}^{n-k-r} \cdot p_{\mu 11}^{k-r}.$$
(30)

Построим графики данных функций.

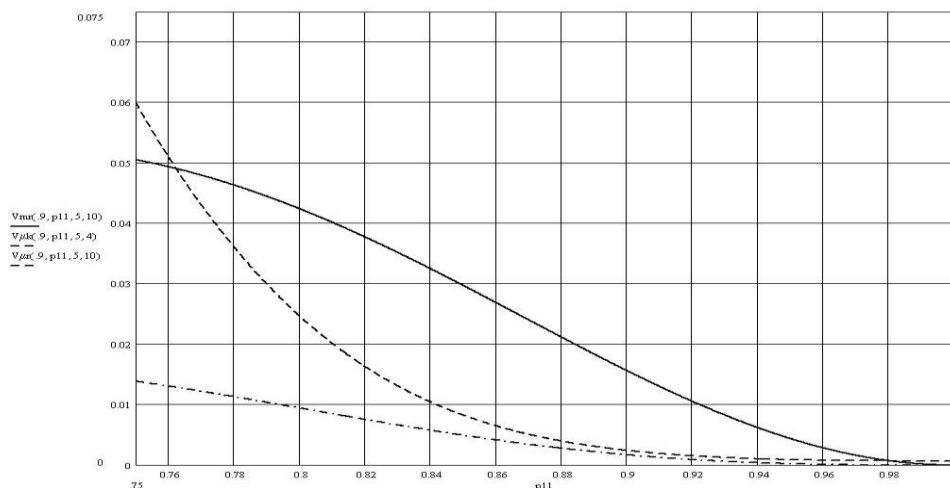


Рисунок 3 - Графики V_{mr} , V_{mk} , $V_{\mu r}$

Вычислим величины $A_{\mu k}$ и $A_{\mu r}$.

$$A_{\mu k} = \int_{0.75}^1 V_{\mu k}(\rho_{11}) d\rho_{11}, \quad (31)$$

$$A_{\mu k} = 0,003139$$

$$A_{\mu r} = \int_{0.75}^1 V_{\mu r}(\rho_{11}) d\rho_{11}. \quad (32)$$

$$A_{\mu r} = 0,001148$$

Проанализировав графики на рисунках 2, 3, можно сделать следующий вывод о том, что точка пересечения графиков делит область целесообразности применения того или иного вида кодирования. Для ее нахождения необходимо решить уравнения, приравняв их ординаты. При большой вычислительной мощности современных систем связи данная задача может решаться автоматически. В связи с этим возможна адаптация передающего и принимающего устройства к параметрам канала. Определяя параметры канала ρ_{00} и ρ_{11} , приемник может передавать передатчику команду на изменение вида кодирования.

ВЫВОДЫ

В процессе минимизации величины необнаруживаемой ошибки получены следующие результаты:

1 При кодировании помехоустойчивых кодов по мажоритарному принципу уменьшается вероятность необнаруживаемой ошибки полученного кода по сравнению с вероятностью необнаруживаемой ошибки кодов, входящих в комбинацию. Это видно из отношениию:

$$S = \frac{A_{35}}{A_{\mu r}}, \quad (33)$$

$$S = 91,46$$

$$S_1 = \frac{A_r}{A_{\mu r}}. \quad (34)$$

$$S_1 = 33,97$$

Полученный результат показывает, во сколько раз вероятность необнаруживаемой ошибки меньше при использовании комбинированного помехоустойчивого (равновесного) кода по мажоритарному принципу, чем использование только помехоустойчивого кода.

2 Графики функций пересекаются, и в связи с этим можно сделать вывод о рациональном использовании кодирования применительно к параметрам канала связи. В

связи с этим предлагается использование адаптирующейся системы передачи данных к реальному каналу связи за счет изменения вида кодирования, зависящего от параметров ρ_{00} и ρ_{11} .

SUMMARY

The given article represent of the statement of the theoretical solution problem transfer information in real channels and given new method of adaptation transmitter to state of information channel use majoritary coding.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кулик И.А., Супрун А.В. Об одном способе повышения эффективности мажоритарного принципа передачи // Вісник СумДУ, 2003. - №11 (57). – С. 114-122.
2. Кулик И.А., Супрун А.В. К вопросу об оценке эффективности мажоритарного принципа кодирования // Вісник СумДУ. – 2002. - №12(45) – С. 138-143.
3. Борисенко А.А., Онанченко Е.Л. Оценка помехоустойчивости неразделимых кодов // Вісник СумДУ, 1994. - № 2. – С. 64-68.
4. Борисенко А.А., Бережная О.В., Кулик И.А. Оценка помехоустойчивости системы передачи данных на основе равновесных кодов // Вісник СумДУ. – 1999. - №1(12) – С.79-82.
5. Борисенко А.А., Колесников В.А., Черныш В.И. Оценка эффективности системы передачи данных с мажоритарным принципом кодирования // Вісник СумДУ. – 1999.- №1(12) – С. 82-85
6. Кулик И.А. Ошибкообнаруживающая способность кода с битом паритета // Тезисы докладов «Современные методы кодирования в электронных системах». – Сумы, 2002.- С. 38-39.

Поступила в редакцию 7 декабря 2004г.