

PACS numbers: 42.25.Gy, 42.70.Qs

## ЭФФЕКТ ВТЯГИВАНИЯ ВОЛНЫ В АНИЗОТРОПНОЙ СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЕ С УЧЕТОМ ПОТЕРЬ И ЧАСТОТНОЙ ДИСПЕРСИИ

*К.А. Вытovtov, О.А. Сидоренко*

Факультет физики, электроники и компьютерных систем,  
Днепропетровский национальный университет им. О. Гончара,  
пр. Гагарина, 72, 49010, Днепропетровск, Украина  
E-mails: [vytovtov@hotbox.ru](mailto:vytovtov@hotbox.ru), [sidol@i.ua](mailto:sidol@i.ua)

*Рассмотрена многослойная плоскопараллельная анизотропная структура с потерями и частотной дисперсией. Для нее изучен эффект втягивания волны при ее распространении параллельно границе раздела сред. Детально проанализированы различные варианты (направления) прохождения волны. Предложено практическое применение полученных результатов.*

**Ключевые слова:** АНИЗОТРОПНАЯ СТРУКТУРА, ЭФФЕКТ ВТЯГИВАНИЯ, КОЭФФИЦІЕНТ ОТРАЖЕНИЯ, ОПТИЧЕСКИЙ ВЕНТИЛЬ, ЧАСТОТНЫЙ ДЕТЕКТОР.

*(Получено 19.01.2011, в отредактированной форме – 02.03.2011,  
опубликовано онлайн – 02.04.2011)*

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Многослойные анизотропные структуры являются важным элементом СВЧ техники, терагерцовой электроники и оптоэлектроники [1-3]. В последнее время они также получили название одномерных анизотропных фотонных кристаллов [4, 5] и широко обсуждаются в научной литературе с точки зрения их практического применения.

В работах [6, 7] описан так называемый эффект втягивания, при котором волна, распространяющаяся в диэлектрике параллельно границе с плоскопараллельной анизотропной средой, возбуждает в ней объемную волну. Кроме того, показано, что коэффициент прохождения волны через пластину в рассматриваемом случае не равен нулю, без учета потерь и частотной дисперсии, присущих реальным анизотропным материалам.

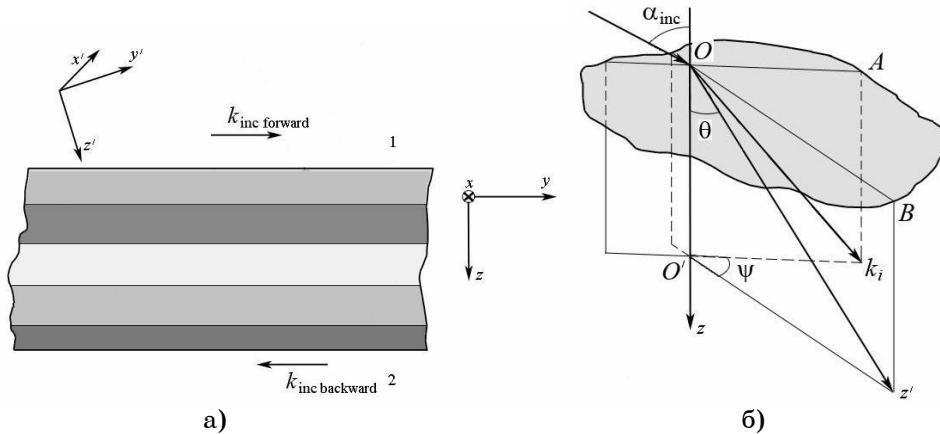
Данная статья является продолжением работ [6, 7]. Здесь рассматривается возможность существования эффекта втягивания для гиротропной среды с потерями, обладающей частотной дисперсией. Кроме того, в данной работе более детально рассмотрены различные варианты падения волны – с разных сторон пластины и направлений относительно оси анизотропии.

Важной особенностью представленных результатов, с физической точки зрения, является возможность возбуждения объемной волны в структуре с частотной дисперсией при распространении волны параллельно границе структуры, как при отсутствии, так и при наличии потерь. Практическое применение эффекта втягивания позволит уменьшить габаритные размеры оптоэлектронных приборов в сравнении с уже существующими, а также создать новые. В соответствии с вышеизложенным, целью данной работы является анализ принципов построения новых оптических приборов на основе анизотропных слоистых структур.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

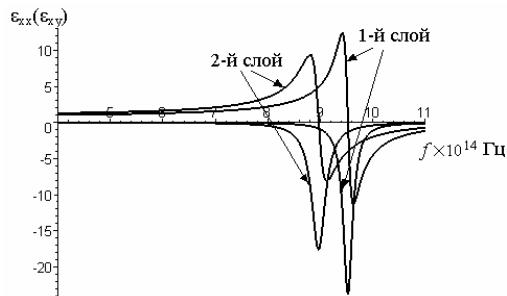
В данной работе рассматривается задача отражения и прохождения волны через слоистую анизотропную структуру с потерями и частотной дисперсией. Геометрия задачи представлена на рис. 1. Относительная магнитная проницаемость  $\mu$  в каждой точке структуры равна единице, относительная диэлектрическая проницаемость каждого однородного слоя описывается тензором в гиротропной форме [8].

$$\bar{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & -j\varepsilon_{xy} & 0 \\ j\varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} \quad (1)$$



*Рис. 1 – Геометрия задачи*

Частотная дисперсия и потери учтены в форме Ландау [9]. В данном случае конкретной изучаемой двухслойной структуры зависимость для  $\varepsilon_{xx}$  каждого из двух слоев представлена на рис. 2. Аналогичную зависимость имеют элементы  $\varepsilon_{xy}$ .



*Рис. 2 – Зависимость элементов  $\varepsilon_{xx}$  и  $\varepsilon_{xy}$  тензора (1) от частоты*

Направление оси анизотропии в среде выбрано произвольным и одинаковым для всех слоев (рис. 1б), падающая волна распространяется параллельно структуре (рис. 1а).

Основной задачей данной работы является изучение эффекта втягивания волны в структуру с потерями и частотной дисперсией.

### 3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И АНАЛИЗ

Прежде всего, изучим свойства среды в диапазоне частот ниже резонансных [9] ( $f_{p1} = 900$  ТГц и  $f_{p2} = 950$  ТГц). В диапазоне  $\omega < \omega_{p1}$ ,  $\omega < \omega_{p2}$  действительные части элементов тензоров диэлектрической проницаемости – положительные, а мнимые – отрицательные. На частотах ниже 800 ТГц потери в обоих слоях пренебрежимо малы. На частотах от 800 ТГц до 850 ТГц существенными являются только потери в первом слое периода. На частотах от 850 ТГц до 900 ТГц большое влияние оказывают потери в обоих слоях.

Структура поля в рассматриваемой структуре существенным образом определяется свойствами волновых чисел. Их нормальные компоненты в однородном анизотропном слое при тангенциальном падении волны (распространение волн вдоль поверхности) не равны нулю и являются решением такого же дисперсионного уравнения, как и для среды без потерь [7]:

$$c_4 k_Z^4 + c_3 k_Z^3 + c_2 k_Z^2 + c_1 k_Z + c_0 = 0, \quad (2)$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} c_4 = -\omega^2 \mu_0 (\varepsilon_{xx} \sin^2 \theta + \varepsilon_{xx} \cos^2 \theta) \\ c_3 = 2\omega^2 \mu_0 k_y (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{zz}) \sin \theta \cos \theta \\ c_2 = \omega^2 \mu_0 [\omega^2 \mu_0 (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2) + k_x^2 (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{zz})] \cos^2 \theta + \\ \quad + \omega^2 \mu_0 [\omega^2 (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{xx}^2 - \varepsilon_{xy}^2) - (2k_x^2 \varepsilon_{xx} + k_y^2 \varepsilon_{xx} + k_y^2 \varepsilon_{zz})] \\ c_1 = 2\omega^2 \mu_0 k_y [\omega^2 \mu_0 (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2) + (k_x^2 + k_y^2) (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{zz})] \sin \theta \cos \theta \\ c_0 = -\omega^2 \mu_0 k_y^2 [\omega^2 \mu_0 (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2) + k_y^2 (k_x^2 + k_y^2) (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{zz})] \cos^2 \theta + \\ \quad + \omega^6 \mu_0 \varepsilon_{zz} (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{xy}) + \omega^4 \mu_0^2 [k_x^2 (\varepsilon_{xy}^2 - \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz}) - \varepsilon_{xx} (2\varepsilon_{zz} k_y^2 + \varepsilon_{xx} k_x^2)] + \\ \quad + \omega^2 \mu_0 (k_x^2 + k_y^2) (\varepsilon_{xx} k_x^2 + \varepsilon_{zz} k_y^2) \end{array} \right. \quad (3)$$

Здесь  $\omega$  – циклическая частота,  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума,  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  – компоненты волнового вектора,  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{xy}$ ,  $\varepsilon_{zz}$  – компоненты тензора (1).

Это свидетельствует о возможности существования эффекта втягивания волн в анизотропную среду и при наличии потерь. Однако, коэффициенты этого уравнения для данного случая – комплексные величины. Тогда и  $z$ -компоненты волновых чисел также в общем случае величины комплексные, т.е. волна является затухающей в направлении оси  $z$ , а значит, прохождение возможно только при малых толщинах слоев и с учетом эффекта многократного отражения [10].

Компоненты электромагнитного поля определяются теми же соотношениями, что и для среды без потерь [6, 7], и так же зависят от взаимной ориентации оси анизотропии и направления падения волны.

Результаты численных расчетов для структуры, включающей двенадцать двухслойных периодов, представлены ниже. рис. 3а соответствует падению с одной стороны структуры (из среды 1 в среду 2), рис. 3б – с другой стороны (из среды 2 в среду 1). Таким образом, видно,

что такая структура также обладает невзаимными свойствами. Более темные области соответствуют меньшему коэффициенту отражения.

Отметим, что на частотах ниже 500 ТГц потери пренебрежимо малы и элемент  $\varepsilon_{xy}$  тензора (1) практически равен нулю, значит, среда является не гиротропной, а одноосной анизотропной ( $\varepsilon_{xx} \neq \varepsilon_{zz}$ ,  $\varepsilon_{xy} = 0$ ). Однако, в этом диапазоне наблюдается и явление втягивания, и полного внутреннего отражения, и резонансные пики. Действительно, коэффициенты (3) в этом диапазоне не равны нулю, а, значит, нормальные компоненты волнового вектора также не равны нулю. Отметим, что резонансная зависимость наблюдается и в изотропной структуре [10], значит, определяется в первую очередь явлением многократного отражения, а не анизотропией. Полное внутреннее отражение при любых углах падения существует и в однородной одноосной среде [9], что не противоречит ранее полученным результатам. В рассматриваемом диапазоне также сохраняются невзаимные свойства среды. Действительно, хотя волновые числа не зависят от направления падения волны (угла  $\psi$ ), компоненты поля являются функциями угла  $\psi$ .

Отметим, что метод расчета теряет силу при  $\theta = 0^\circ$  и  $\theta = 180^\circ$ , когда ось анизотропии перпендикулярна структуре. Действительно, электромагнитные свойства гиротропной среды являются симметричными относительно оси анизотропии [7]. В этом случае коэффициент отражения не зависит от угла  $\psi$  (рис. 3). При этом эффект втягивания волны не исчезает, поскольку нормальные компоненты волнового вектора не равны нулю. Действительно,  $k_z$  находятся как решения биквадратного уравнения (4):

$$c_4 k_Z^4 + c_2 k_Z^2 + c_0 = 0, \quad (4)$$

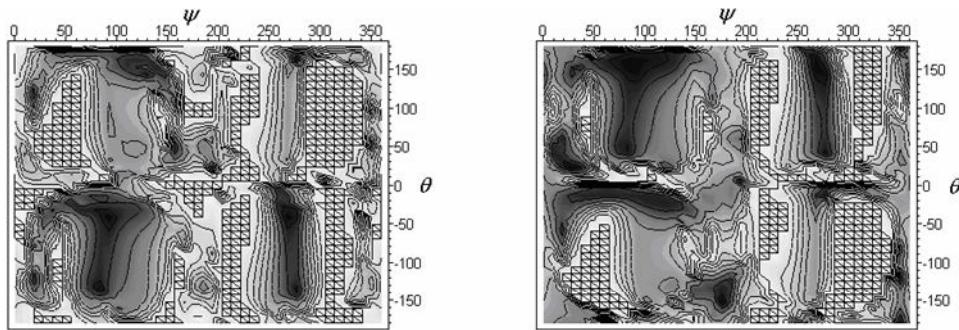
где

$$\begin{cases} c_4 = -\omega^2 \mu_0 \varepsilon_{zz} \\ c_2 = 2\omega^4 \varepsilon_{zz} \mu_{zz} (\varepsilon_{xx} \mu_{xx} + \varepsilon_{xy} \mu_{xy}) - \omega^2 (k_x^2 + k_y^2) (\varepsilon_{xx} \mu_{zz} + \varepsilon_{zz} \mu_{xx}) \\ c_0 = \omega^6 \mu_{zz} \varepsilon_{zz} [(k_{xx}^2 - k_{xy}^2)(\varepsilon_{xy}^2 - \varepsilon_{xx}^2)] + \omega^4 (k_x^2 + k_y^2) \\ \quad [\varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} (\mu_{xx}^2 - \mu_{xy}^2) + \mu_{xx} \mu_{zz} (\varepsilon_{xx}^2 - \varepsilon_{xy}^2)] - \omega^2 \varepsilon_{xx} \mu_{xx} (k_x^2 + k_y^2)^2 \end{cases} \quad (5)$$

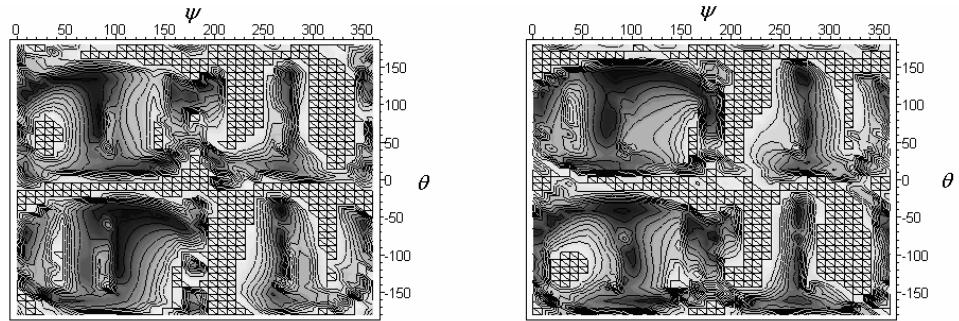
Здесь  $\mu_{xx}$ ,  $\mu_{xy}$ ,  $\mu_{zz}$  – компоненты тензора магнитной проницаемости.

На рис. 4 представлена зависимость коэффициентов отражения  $R$  на частоте 700 ТГц, где потери еще невелики, но увеличиваются действительные части элементов тензоров. На рис. 5 – зависимость  $R$  на частоте 850 ТГц, где потери оказывают существенное влияние. Материалные параметры слоев соответствуют диапазону ниже резонансной частоты ( $\omega_{p1} = 950$  ТГц,  $\omega_{p2} = 900$  ТГц).

Из графиков видно, что увеличение потерь приводит к усилению зависимости коэффициента отражения от углов, т.е. усилению избирательных свойств по углам. Однако, при этом, уменьшаются минимумы коэффициентов отражения. Для увеличения минимумов необходимо уменьшать толщину слоев, однако это уменьшение ограничивается современными технологическими возможностями.



**Рис. 3 – Зависимость коэффициентов отражения от угла наклона оси анизотропии и угла между плоскостью падения и плоскостью, содержащей ось анизотропии для двенадцати двухслойных периодов,  $d_2 = 100$  нм,  $d_1 = 40$  нм,  $f = 400$  ТГц: прямое прохождение (а); обратное прохождение (б)**

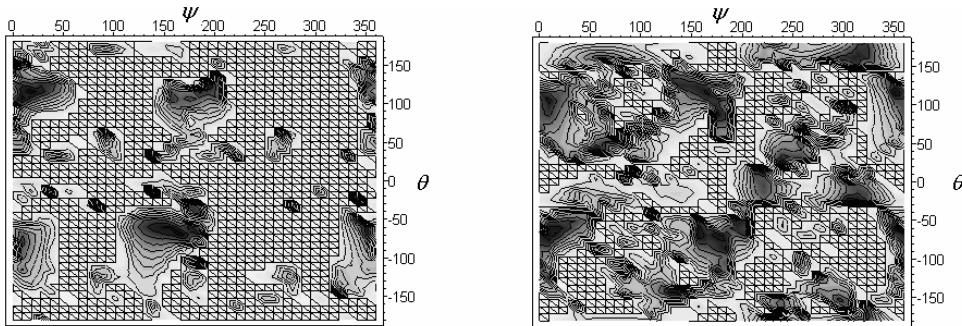


**Рис. 4 – Зависимость коэффициентов отражения от угла наклона оси анизотропии и угла между плоскостью падения и плоскостью, содержащей ось анизотропии для двенадцати двухслойных периодов,  $d_2 = 100$  нм,  $d_1 = 40$  нм,  $f = 700$  ТГц: прямое прохождение (а); обратное прохождение (б)**

В диапазоне  $\omega < \omega_{p1}$ ,  $\omega > \omega_{p2}$  элементы тензора диэлектрической проницаемости для первого слоя – положительные, для второго – отрицательные. Численные расчеты показывают, что эффект втягивания в данном диапазоне при заданных параметрах также существует.

В диапазоне  $\omega > \omega_{p1}$ ,  $\omega > \omega_{p2}$  все элементы тензора диэлектрической проницаемости обоих слоев как действительные, так и мнимые – отрицательные. Численные расчеты подтверждают существование эффекта втягивания в данном диапазоне при заданных параметрах также существует. Однако резонансные пики наблюдаются только при прохождении волны из среды 2 в среду 1. Коэффициент отражения при прохождении волны из среды 1 в среду 2 достаточно большой и является непрерывной функцией частоты.

Проведенный выше анализ показывает возможность применения данных структур в оптической электронике с учетом потерь и частотной дисперсии материалов. На рис. 6 представлены зависимости коэффициента отражения от частоты для представленных выше параметров структуры и углов, указанных на рисунке. Здесь рассмотрены четыре варианта прохождения плоской гармонической волны из среды 1 в среду 2 и наоборот.



*Рис. 5 – Зависимость коэффициентов отражения от угла наклона оси анизотропии и угла между плоскостью падения и плоскостью, содержащей ось анизотропии для двенадцати двухслойных периодов,  $d_2 = 100$  нм,  $d_1 = 40$  нм,  $f = 850$  ТГц: прямое прохождение (а); обратное прохождение (б)*

Проведем анализ полученных результатов. На частоте 432 ТГц (точка A) коэффициент прохождения из среды 2 в среду 1 в отрицательном направлении оси  $y$  равен 0.16, а из среды 1 в среду 2 в том же направлении 0.38. Таким образом, при падении волны с отрицательного направления оси  $y$  вдоль структуры будет распространяться модулированная волна, описываемая как

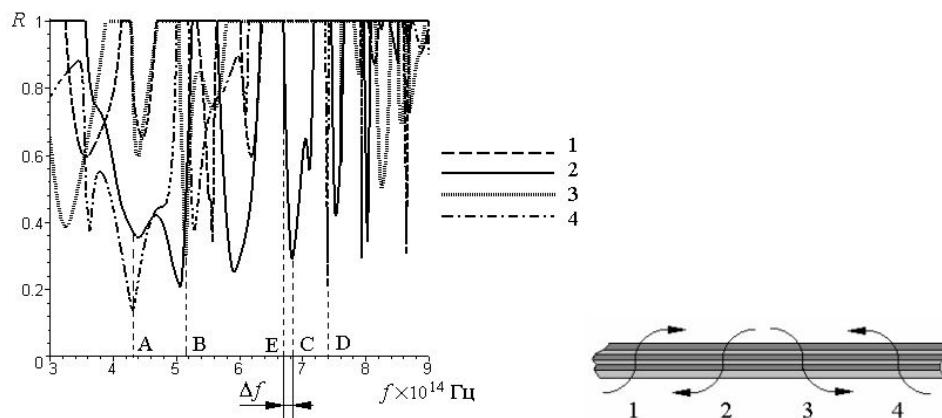
$$s(t) = A_1 \sin(\omega t - ky + \delta_1) + A_1 T_{12} \sin(\omega t - ky + \delta_2) + A_1 T_{12} T_{21} \sin(\omega t - ky + \delta_3) + \dots, \quad (6)$$

где  $R_{12}$ ,  $R_{21}$  – модули коэффициентов отражения при прохождении волны из среды 1 в 2 и из среды 2 в 1;  $A_1$  – постоянная, определяемая мощностью источника;  $T_{12} = \sqrt{1 - R_{12}^2}$  – коэффициент прохождения из среды 1 в среду 2;  $T_{21} = \sqrt{1 - R_{21}^2}$  – коэффициент прохождения из среды 2 в среду 1;  $k$  – волновое число в средах 1 и 2;  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  – фазовые сдвиги при прохождении волны через анизотропную структуру.

При этом, если многократно преломленные волны складываются в фазе, будут наблюдаться интерференционные максимумы, а если многократно преломленные волны складываются в противофазе, – интерференционные минимумы.

На частоте 740 ТГц (точка D) коэффициент отражения для направления 4 равен 0.2, для остальных направлений – единице. Таким образом, структура проявляет вентильные свойства и может найти практическое применение. Аналогичные свойства структуры на частоте 682 ТГц (точка C) для падения волны из среды 1 в 2 с отрицательного направления оси  $y$ . На частоте 516 ТГц (точка B) коэффициент отражения в направлении 3 равен 0.23, а в направлении 2 – 0.4.

Принцип действия аналоговых частотных детекторов в оптическом диапазоне на основе слоистых анизотропных структур описан в [6, 7]. В среде с потерями рассмотрим, например, диапазон 670 ÷ 682 ТГц (интервал EC). На этом участке амплитудно-частотной характеристики зависимость модуля коэффициента отражения от частоты приближенно для направления 2 можно считать линейной. Следовательно, коэффициент отражения должен изменяться по такому же закону, что и частота.



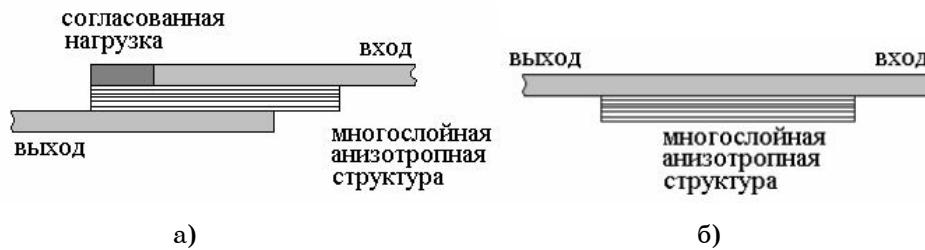
**Рис. 6** – Зависимость коэффициента отражения от частоты при  $\theta = 21^\circ$ ,  $\psi = 169^\circ$

Таким образом, изменение частоты по закону передаваемого сообщения приведет к изменению амплитуды сигнала по такому же закону. Отметим, что коэффициент отражения для остальных трех направлений в этом диапазоне равен единице. То есть отраженная из среды 2 в направлении 1 волна не попадет обратно в передающий тракт. Кроме того, волна не будет переотражаться из среды 1 в 2 и обратно и создавать паразитную модуляцию, поскольку коэффициент отражения с направления 4 равен единице. Недостатком можно считать полное отражение волны с направления 3, т.е. с этого направления отраженная волна попадет обратно в передающий тракт. Таким образом, при использовании данного диапазона в среде 1 на выходе передающего тракта необходимо устанавливать согласованную нагрузку. Вторым вариантом решения данной проблемы является подбор параметров структуры таким образом, чтобы отражение с направления 3 в данном диапазоне было минимальным.

#### 4. ТИПЫ ПРИБОРОВ НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТА ВТЯГИВАНИЯ

Принцип построения оптических приборов на основе слоистых анизотропных материалов изображен на рис. 7а. Такое устройство должно пропускать волну из среды 1 в среду 2 в отрицательном направлении оси  $y$  (из входа на выход) и не пропускать в остальных направлениях. В частности, в нем установлена согласованная нагрузка для вышеописанного частотного детектора. Назовем такие приборы – пропускающими оптическими приборами (работающими на прохождение волны).

Второй вариант построения описанных оптических устройств изображен на рис. 7б. В таких устройствах волна должна проходить без затухания вдоль структуры в среде 1 и не проходить в остальных направлениях. В частности, подбором параметров можно добиться, чтобы коэффициент отражения в направлениях 2 и 4 равнялся единице, а в направлении 3 был пренебрежимо мал. Назовем такие приборы – отражающими оптическими приборами (работающими на отражение волны).



*Рис. 7 – Принцип построения оптических приборов: на прохождение (а), на отражение (б)*

## 5. ВЫВОДЫ

В данной работе рассмотрены явления при распространении плоской гармонической волны параллельно слоистой анизотропной структуре с произвольным направлением оси анизотропии, проведено исследование эффекта втягивания волны в анизотропную среду с потерями. Наличие эффекта втягивания говорит о возможности возбуждения объемной волны в анизотропной среде поверхностью падающей волной.

Рассмотрены вопросы практического применения изучаемых структур. Для этого изучены различные варианты падения волны. Полученные результаты свидетельствуют о возможности применения рассматриваемых структур для разработки новых оптических приборов.

## ЕФЕКТ ВТЯГУВАННЯ ХВІЛІ В АНІЗОТРОПНІЙ ШАРУВАТІЙ СТРУКТУРІ З УРАХУВАННЯМ ВТРАТ І ЧАСТОТНОЇ ДИСПЕРСІЇ

*К.А. Витовтов, О.А. Сидоренко*

Факультет фізики, електроніки та комп’ютерних систем,  
Дніпропетровський національний університет ім.О.Гончара,  
Пр. Гагаріна, 72, Дніпропетровськ, 49010, Україна,  
E-mails: [vytovtov@hotbox.ru](mailto:vytovtov@hotbox.ru), [sidol@i.ua](mailto:sidol@i.ua)

Розглянуто багатошарову плоско паралельну анізотропну структуру з втратами та частотною дисперсією. Для неї вивчено ефект втягування хвилі за умови її поширення паралельно границі розподілу середовищ. Детально проаналізовані різні варіанти (напрями) поширення хвилі. Запропоновано практичне застосування отриманих результатів.

**Ключові слова:** АНІЗОТРОПНА СТРУКТУРА, ЕФЕКТ ВТЯГУВАННЯ, КОЕФІЦІЕНТ ВІДБИТТЯ, ОПТИЧНИЙ ВЕНТИЛЬ, ЧАСТОТНИЙ ДЕТЕКТОР.

## THE PENETRATION EFFECT IN ANISOTROPIC STRATIFIED STRUCTURE WITH LOSSES AND FREQUENCY DISPERSION

*К.А. Vytovtov, O.A. Sydorenko*

Department Physics, Electronics and Computer Systems,  
Dnepropetrovsk National University after O. Honchar,  
72, Gagarina Ave., 49010, Dnepropetrovsk, Ukraine  
E-mails: [vytovtov@hotbox.ru](mailto:vytovtov@hotbox.ru), [sidol@i.ua](mailto:sidol@i.ua)

The stratified anisotropic slab with losses and frequency dispersion is considered. The penetration effect for parallel wave propagation along the interface is studied. Various variants (directions) of wave propagation are discussed in detail. The practical applications of the obtained results are proposed.

**Keywords:** ANISOTROPIC STRUCTURE, PENETRATION EFFECT, REFLECTION COEFFICIENT, OPTICAL ISOLATOR, FREQUENCY DETECTOR.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Д. Гауэр, *Оптические системы связи* (М.: Радио и связь: 1988).
2. G.R. Hunsperger, *Integrated Optics. Theory and Technology* (Springer: 2009).
3. C.R. Pollock, *Fundamentals of optoelectronics* (R.R. Donnelley&Sons Company: 1995).
4. E. Yablonovitch, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2059 (1987).
5. L.I. Lyubchanskii, N.N. Dadoenkova, M.I. Lyubchanskii, E.A. Shapovalov, Th. Rasing, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **36**, R277 (2003).
6. К.А. Вытовтов, А.А. Архипов, *Ж.nano-электрон. физ.* **1 №4**, 31 (2009).
7. K.A. Vytovtov, S.A. Volkova, Yu.S. Tarasenko, *Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET), 2010 International Conference on (MMET-2010)*, 1 (2010).
8. Н.Н. Федоров, *Основы электродинамики* (М.: Высш. шк.: 1980).
9. B. Lax, K.J. Button, *Microwave Ferrites and Ferrimagnetics* (McGraw-Hill Book Company Inc.: New York: 1962).
10. М. Вольф, Э. Борн, *Основы оптики* (М.: Наука: 1973).