

**ОПТИМАЛЬНЕ ЗА ЕНЕРГОВИТРАТАМИ УПРАВЛІННЯ  
ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ В ЗАДАЧАХ ЗМІНЕННЯ МОМЕНТУ  
ЕЛЕКТРОДВИГУНА**

**I.В. Щокотова, інженер; О.І. Бережной, студент;  
А.М. Щокотов, студент**

*Сумський державний університет, м. Суми*

*Рассмотрены условия изменения математической модели электромеханической системы и теоретически обоснованы законы оптимального по энергозатратам управления в задачах изменения ускорения или электромагнитного момента электродвигателя. Доказано, что законы оптимального по энергозатратам управления электромеханической системой при постановке задач изменения момента с ограничением его производной по времени совпадают с управлением, оптимальным по быстродействию. Результаты в виде законов оптимального формирования электромагнитного момента электродвигателя во времени могут применяться в системах автоматического управления электроприводами механизмов передвижения технологических машин и многих других для снижения энергоемкости технологических процессов.*

*Розглянуто умови зміни математичної моделі електромеханічної системи та теоретично обґрунтовані закони оптимального за енерговитратами управління в задачах зміни прискорення або електромагнітного моменту електродвигуна. Доведено, що закони оптимального за енерговитратами управління електромеханічною системою при поставленні задач зміни моменту з обмеженням його похідної за часом збігаються з управлінням, оптимальним за швидкодією. Результати у вигляді законів оптимального формування електромагнітного моменту електродвигуна в часі можуть застосовуватися в системах автоматичного управління електроприводами механізмів пересування технологічних машин і багатьох інших для зниження енергоємності технологічних процесів.*

Оптимізація законів руху електроприводів робочих органів технологічних машин у пускогальмових режимах за критерієм мінімізації витрат енергії в енергетичному каналі електропривода в сучасних умовах є актуальною. Переходні процеси пуску і гальмування містять ділянки змінення електромагнітного моменту електродвигуна в певних межах, тривалість яких відрізняється від нуля у зв'язку з обмеженням значень похідної моменту за часом або другої похідної швидкості руху (ривка) з міркувань надійності технологічної системи. Традиційно вважається, що оптимальним за енерговитратами управлінням електроприводом у пускогальмових режимах є оптимальне з утрат електричної енергії в енергетичному каналі електропривода, без урахування витрат механічної енергії на подолання сил статичного опору [1], причому закони руху електропривода на ділянках змінення моменту в заданих межах реалізуються як оптимальні за швидкодією у зв'язку із відносно малою тривалістю цих ділянок. Тому необхідне теоретичне обґрунтування законів руху електропривода, оптимальних за сумарними енерговитратами, при постановці задач змінення електромагнітного моменту електродвигуна в процесах розгону та гальмування електропривода, що є метою дослідження. Для досягнення поставленої мети в цій роботі розглянуті фізичні аспекти роботи електромеханічної системи в режимах, коли змінюється електромагнітний момент двигуна, на підставі чого здійснено математичне формулювання задач оптимального за енерговитратами управління. Розв'язання поставлених

задач виконано за допомогою принципів екстремума Понтрягіна. Результати у вигляді законів оптимального формування електромагнітного моменту електродвигуна в часі можуть застосовуватись в системах автоматичного управління електроприводами механізмів пересування технологічних машин для зниження енергоємності технологічних процесів.

### 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ

Статичне навантаження електроприводів робочих органів технологічних машин часто має реактивний характер і може вважатися навантаженням типу "сухе тертя" [2, с. 42-45]. Для таких електроприводів модель динамічної системи подається одним диференціальним рівнянням першого порядку в просторі станів, коли поточне значення електромагнітного моменту (єдиної змінної стану) за величиною не перевищує значення моменту сухого тертя, а швидкість обертання двигуна дорівнює нулю. Така ситуація має місце при виході електромеханічної системи (ЕМС) із нерухомого стану [3]. Задача формування оптимального за енерговитратами закону змінення електромагнітного моменту ставиться також при реалізації пускогальмових режимів електроприводів, коли швидкість обертання двигуна відрізняється від нуля. Розглянемо фізичні аспекти роботи ЕМС у режимах, коли змінюється електромагнітний момент двигуна, на підставі чого здійснемо математичне формулювання задач оптимального за енерговитратами управління.

Розрахункову кінематичну схему одномасової механічної частини електропривода та механічну характеристику статичного навантаження подано на рис. 1.1.

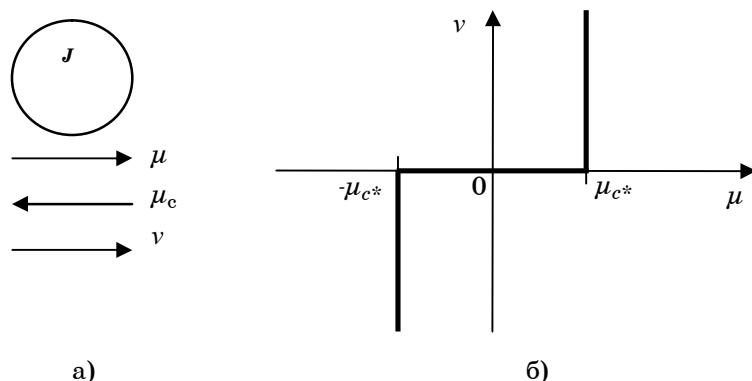


Рисунок 1.1 – а) розрахункова кінематична схема одномасової механічної системи електропривода;  
б) механічна характеристика  $\mu_c(v)$  статичного навантаження типу "сухе тертя"

Рівняння руху електропривода в абсолютних одиницях має вигляд

$$M - M_c = J\dot{\omega}, \quad (1.1)$$

де  $\omega$  – кутова швидкість обертання ротора двигуна;

$M$  і  $M_c$  – відповідно електромагнітний момент двигуна та статичний момент, приведений до швидкості  $\omega$ ;

$J$  – момент інерції механічної частини електропривода, приведений до швидкості  $\omega$ ;

$\dot{\omega} = d\omega/dt$  – похідна швидкості за часом.

У відносних одиницях рівняння руху (1.1) набуде вигляд

$$\mu - \mu_c = \dot{v}, \quad (1.2)$$

де  $\mu$  і  $\mu_c$  – електромагнітний та статичний моменти у відносних одиницях;

$\dot{v} = dv/d\tau$  – кутове прискорення у відносних одиницях;

$v = \omega/\omega_n$  – кутова швидкість двигуна у відносних одиницях;

$\tau = t/T_m$  – час у відносних одиницях.

Рівняння (1.1) отримано при виборі базових одиниць  $M_\delta = M_n$ ,  $\omega_\delta = \omega_n$ ,  $T_\delta = T_m = J\omega_n / M_n$ , де  $M_n$  і  $\omega_n$  – номінальні значення електромагнітного моменту і кутової швидкості двигуна відповідно;  $T_m$  – механічна постійна часу.

Вектор стану ЕМС має координати:  $x_1 = v$ ,  $x_2 = \dot{v} = \mu - \mu_c$ . Математична модель одномасової ЕМС обертального руху подається у вигляді системи диференціальних рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(\tau) &= x_2(\tau); \\ \dot{x}_2(\tau) &= u(\tau), \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

де  $u(\tau)$  – управління (в термінах теорії оптимального управління), тобто сигнал, формування якого визначає закон руху системи.

Модель ЕМС у вигляді (1.3) передбачає відомою функцію  $\mu_c(\tau)$ . Однак реактивний статичний момент (див. рис. 1.1) при  $|v| > 0$ , якщо знатхтувати складовими в'язкого тертя, є функцією швидкості у вигляді

$$\mu_c = \mu_{c*} \cdot sign(v). \quad (1.4)$$

Із (1.4) випливає, що при  $|v| > 0$  маємо  $\mu_c(\tau) = \pm \mu_{c*}$ , тобто  $\mu_c$  не є функцією часу. Тому з'являються особливі випадки, коли модель ЕМС у математичному поданні змінюється. Для розуміння цього будемо вважати, що ліва частина рівняння (1.2) та права частина першого рівняння системи (1.3) дорівнюють динамічному моменту

$$\mu_{\text{дин}} = \mu - \mu_c. \quad (1.5)$$

При  $v = 0$  маємо дві можливі ситуації:  $|\mu| > \mu_{c*}$  і  $|\mu| \leq \mu_{c*}$ . У першій з цих ситуацій механічна система зберігає свої властивості, і закон її руху

$$\vec{x}(\tau) = (x_1(\tau), x_2(\tau)) \quad (1.6)$$

описується системою (1.3), а при виникненні другої ситуації мають місце рівності  $\mu_c = \mu$ ,  $\mu_{\text{дин}} = 0$ ,  $\dot{v} = 0$  ( $x_2 = 0, \dot{x}_1 = 0$ ), оскільки реактивний момент опору в такому випадку є реакцією на рухомий момент  $\mu$ , що діє на механічну систему.

Таким чином, при виникненні ситуації  $|\mu(\tau)| \leq \mu_{c*}$ ,  $v = 0$ , що має місце, наприклад, у початковий момент пуску електропривода, переміщення технологічної машини, ставиться перша практична задача: змінення координати  $x_1$  одновимірної системи

$$\dot{x}_1(\tau) = u(\tau), \quad (1.7)$$

де  $x_1 = \mu$ , від початкового значення  $x_{10} = \mu_{c0}$ ,  $|\mu_{c0}| < \mu_{c*}$  до кінцевого  $x_{1\theta} \leq \pm\mu_{c*}$ , при нерухомому стані ( $v = 0$ ) інерційної маси ЕМС (тут ми ввели позначення  $\mu = x_1$ , щоб указати на одновимірність ( $n = 1$ ) системи (1.7)). Ця задача належить до класу задач управління з закріпленими кінцями фазової траєкторії  $x_1(\tau)$  з крайовими умовами  $x_1(0) = x_{10}$ ,  $x_1(\theta) = x_{1\theta}$ ,  $0 \leq \tau \leq \theta$ , де  $\theta$  – невизначений час руху.

На управління  $u(\tau)$  накладається обмеження

$$|u(\tau)| \leq u_{don}, \quad (1.8)$$

де  $u_{don} = \dot{\mu}_{don}$  – допустима швидкість змінення електромагнітного моменту двигуна.

Таке обмеження обумовлено вимогами до експлуатаційної надійності як двигуна, так і технологічної системи у цілому.

При постановці задачі оптимального за енерговитратами управління системою (1.7) при нерухомому стані ( $v = 0$ ) інерційної маси ЕМС мета управління формулюється як мінімізація функціонала

$$I_e = \int_0^\theta x_1^2(\tau) d\tau \quad (1.9)$$

при обмеженні (1.8), оскільки інтеграл (1.9) є величиною, яка пропорційна змінній складовій утрат енергії в двигуні у вигляді квадратичної функції електромагнітного момента. Зазначимо, що для електроприводів постійного струму функціонал (1.9) відображує утрати енергії досить точно, а для електроприводів змінного струму – приблизно [1]. Таким чином, при нерухомому стані електропривода задача оптимального за енерговитратами управління системою (1.7) являє собою задачу мінімізації втрат енергії на нагрівання двигуна, а цільова функція має вигляд

$$I_e \rightarrow \min. \quad (1.10)$$

У практичному аспекті не менш часто ставиться задача змінення прискорення від початкового значення  $\dot{v}(0)$  до кінцевого  $\dot{v}(\theta)$  при "рухомому" стані ЕМС на всьому інтервалі часу  $\tau \in [0, \theta]$  руху системи (1.3). Однак ця задача зводиться до задачі змінення електромагнітного моменту двигуна від початкового значення  $\mu(0) = \mu_0 = \dot{v}(0) + \mu_c$  до кінцевого  $\mu(\theta) = \mu_\theta = \dot{v}(\theta) + \mu_c$ , так само, як при "нерухомому" стані ЕМС. Це означає, що в цій (другій практичній) задачі управління електромеханічною системою математична постановка буде такою: перевести одновимірну систему (1.7) из початкового стану  $x_1(0) = x_{10}$  в кінцевий  $x_1(\theta) = x_{1\theta}$  за невизначений час  $\theta$  при обмеженні (1.8). Однак при постановці другої практичної задачі необхідно мати впевненість, що на всьому інтервалі часу  $\tau \in [0, \theta]$  руху системи (1.7) виключається потрапляння ЕМС у "нерухомий" стан, тобто неможливе виникнення умови  $|\mu(\tau)| \leq \mu_{c*}$  при  $v = 0$ .

На відміну від першої у другій задачі оптимальне за втратами енергії управління не завжди буде одночасно і оптимальним за енерговитратами,

оскільки мають місце також витрати механічної енергії – це робота з подолання сил статичного опору та зміна запасу кінетичної енергії механічної системи електропривода. Витрата енергії на подолання сил статичного опору (незалежно від джерела цієї енергії) пропорційний інтегралу

$$I_c = \int_{\chi(0)}^{\chi(\theta)} \mu_c(\chi) d\chi, \quad (1.11)$$

де  $\chi = \varphi/\omega_n T_m$  – кутове положення вала двигуна у відносних одиницях;  $\varphi$  – кутове положення вала двигуна в абсолютних одиницях.

За умови (1.4) маємо

$$I_c = \mu_c^* |\Delta\chi|, \quad (1.12)$$

де  $\Delta\chi = \chi(\theta) - \chi(0)$  – кут повороту ротора двигуна за час  $\theta$ .

Очевидно, якою б не була функція  $\mu_c(\chi)$ , мінімізація інтеграла (1.11) зводиться до мінімізації величини переміщення  $\Delta\chi$  за час  $\theta$ .

Технологічне завдання, яке виконує електропривод робочого органу технологічної машини, однозначно визначає значення кінетичної енергії механічної системи на початку і в кінці будь-якого перехідного процесу або ділянки руху в робочому циклі. Тому закон зміни запасу кінетичної енергії механічної системи слід вважати регламентованим технологичним завданням. Отже, при розв'язанні задач оптимального за енерговитратами управління електроприводом не треба враховувати зміни запасу кінетичної енергії механічної системи.

Якщо перехідний процес (пуску, гальмування та ін.), частиною якого є процес змінення електромагнітного моменту двигуна, згідно з технологічним завданням регламентований за величиною переміщення робочого органа технологічної машини, то переміщення  $\Delta\chi$  за час  $\theta$  слід вважати таким, що належить до технологічного завдання. Отже, в такому випадку при розв'язанні задач оптимального за енерговитратами управління електроприводом не треба враховувати витрати енергії на подолання сил статичного опору, тобто оптимальне за енерговитратами управління електроприводом збігається з оптимальним за втратами енергії, коли мінімізації підлягає тільки величина інтеграла (1.9). У такому випадку цільовою функцією є (1.10). В іншому випадку, коли технологічне завдання не регламентує переміщення робочого органу технологічної машини в перехідному процесі (пуску, гальмування та ін.), частиною якого є процес змінення електромагнітного моменту двигуна, а регламентує тільки зміну швидкості робочого органа або силової дії на нього, задача оптимального за енерговитратами управління електроприводом передбачає мінімізацію суми інтегралів (1.9) і (1.11). У такому випадку цільова функція має вигляд

$$I_e + I_c \rightarrow \min. \quad (1.13)$$

Третій вид практичних задач управління системою (1.3), які також передбачають оптимальне за енерговитратами формування закону змінення електромагнітного моменту двигуна, стосується реалізації режимів розгону і гальмування [1], коли потрібно змінення швидкості від початкового значення  $v(0)$  до кінцевого  $v(\theta)$  при "рухомому" стані EMC ( $v \neq 0$ ) на всьому (невизначеному) інтервалі часу  $t \in [0, \theta]$  руху системи (1.3). Це також задачі управління системою першого порядку з

математичним описом у вигляді першого рівняння системи (1.3), де  $x_2(\tau) = \mu(\tau) - \mu_c$ , а функцією управління є  $\mu(\tau)$ . Задачі такого виду (розгону електропривода або гальмування в заданих межах змінення швидкості) в математичній постановці не приводяться до попередніх. Розв'язком цих задач, як це показано в [1], є функція  $\mu(\tau) = const$ , причому глобальний мінімум досягається при  $\mu_{\text{дин}} = \mu_c$ ,  $\theta = (\nu(\theta) - \nu(0)) / \mu_{\text{дин}}$ .

## 2 РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ

На підставі обговорення динамічних та енергетичних властивостей ЕМС при  $\nu = 0$  та значення електромагнітного моменту в межах  $-\mu_{c*} \leq \mu \leq \mu_{c*}$ , тобто при її нерухомому стані, а також у випадку, коли ставиться практична задача змінення прискорення від початкового значення  $\dot{\nu}(0)$  до кінцевого  $\dot{\nu}(\theta)$  при "рухомому" стані ЕМС, а технологічне завдання регламентує величину переміщення робочого органа технологічної машини в переходіному процесі змінення швидкості руху, частиною якого є процес змінення прискорення і відповідного до нього моменту від початкового значення  $\mu(0) = \mu_0 = \dot{\nu}(0) + \mu_c$  до кінцевого  $\mu(\theta) = \mu_\theta = \dot{\nu}(\theta) + \mu_c$ , формально ставиться задача оптимального управління динамічною системою (1.7) з цільовою функцією (1.10). Розв'язання цієї задачі за допомогою принципів максимуму і мінімуму Понтрягіна [4, 5] наведено у [3] з результатом у вигляді

$$u(\tau) = \dot{\mu}_{\text{дин}} \operatorname{sign}(\mu(\theta) - \mu(0)), \quad (2.1)$$

або

$$\mu(\tau) = \mu(0) + \dot{\mu}_{\text{дин}} \operatorname{sign}(\mu(\theta) - \mu(0)) \cdot \tau. \quad (2.2)$$

Це означає, що оптимальне за енерговитратами управління в цих практичних задачах збігається з оптимальним за швидкодією. Час  $\theta$  руху системи (1.7) при управлінні (2.2) визначається формулою

$$\theta = ((\mu(\theta) - \mu(0)) / \dot{\mu}_{\text{дин}}) \operatorname{sign}(\mu(\theta) - \mu(0)). \quad (2.3)$$

У випадку, коли ставиться практична задача змінення прискорення від початкового значення  $\dot{\nu}(0)$  до кінцевого  $\dot{\nu}(\theta)$  при "рухомому" стані ЕМС, а технологічне завдання не регламентує величину переміщення робочого органу технологічної машини в переходіному процесі змінення швидкості руху, частиною якого є процес змінення прискорення і відповідного до нього моменту від початкового значення  $\mu(0) = \mu_0 = \dot{\nu}(0) + \mu_c$  до кінцевого  $\mu(\theta) = \mu_\theta = \dot{\nu}(\theta) + \mu_c$ , формально ставиться задача оптимального управління динамічною системою (1.7) з цільовою функцією (1.13). Розв'язання цієї задачі проведемо таким чином: припустимо, що оптимальним за енерговитратами управлінням електроприводом у процесі змінення електромагнітного моменту двигуна в заданому інтервалі значень останнього є управління, оптимальне за швидкодією у вигляді (2.1), що забезпечує мінімізацію функціонала (1.9), і перевіримо, чи набуває величина переміщення  $\Delta\chi = \chi(\theta) - \chi(0)$  мінімального значення при такому управлінні.

При управлінні (2.16) маємо

$$\ddot{\nu} = u_{\text{дин}} \operatorname{sign}(\dot{\nu}(\theta) - \dot{\nu}(0)) = const, \theta = (\dot{\nu}(\theta) - \dot{\nu}(0)) / \ddot{\nu}.$$

Тоді

$$\Delta\chi = \nu(0) \cdot \theta + \dot{\nu}(0) \cdot \theta^2 / 2 + \ddot{\nu} \cdot \theta^3 / 6, \quad (2.4)$$

або

$$\Delta\chi = \Delta\chi_1 + \Delta\chi_2 + \Delta\chi_3 , \quad (2.5)$$

де

$$\begin{aligned}\Delta\chi_1 &= v(0) \cdot (\dot{v}(\theta) - \dot{v}(0)) / \ddot{v}, \quad sign \Delta\chi_1 = sign v(0); \\ \Delta\chi_2 &= \dot{v}(0) \cdot (\dot{v}(\theta) - \dot{v}(0))^2 / 2 \ddot{v}^2, \quad sign \Delta\chi_2 = sign \dot{v}(0); \\ \Delta\chi_3 &= \ddot{v}(\dot{v}(\theta) - \dot{v}(0))^3 / 6 \ddot{v}^3, \quad sign \Delta\chi_3 = sign (\dot{v}(\theta) - \dot{v}(0)) = sign \ddot{v}.\end{aligned}$$

Для аналізу впливу величини  $\ddot{v}$  на величину кутового переміщення  $\Delta\chi$  достатньо розглянути процеси змінення прискорення в заданих межах від  $\dot{v}(0)$  до  $\dot{v}(\theta)$  при русі в умовно позитивному напрямі, коли на усьому інтервалі  $\theta$  часу  $v(\tau) \geq 0$ . Розглянемо можливі на практиці ситуації.

1. Розгін зі зростанням прискорення (наприклад, на початковому етапі процесу пуску електропривода). У таких режимах маємо:  $v(0) \geq 0$ ;  $\dot{v}(0) \geq 0$ ;  $\dot{v}(\theta) - \dot{v}(0) > 0$ ;  $\ddot{v} > 0$ ;  $\Delta\chi > 0$ ;  $\Delta\chi_1 \geq 0$ ;  $\Delta\chi_2 \geq 0$ ;  $\Delta\chi_3 > 0$ . Зменшення значення ривка  $\ddot{v}$  порівняно з  $u_{don} = \dot{\mu}_{don}$  на всьому інтервалі  $\theta$  або будь-якої його частині приводить до зростання переміщення  $\Delta\chi$ . Отже, в такий практичній ситуації оптимальним за енерговитратами управлінням електроприводом є управління, оптимальне за швидкодією.

2. Процеси змінення прискорення при початковій швидкості  $v(0) > 0$ . Це може бути, наприклад, процес завершення пуску (зниження темпу розгону), коли  $\dot{v}(0) > 0$ ,  $\dot{v}(\theta) - \dot{v}(0) < 0$ ,  $\ddot{v} < 0$ ; процес зниження прискорення на початковому етапі гальмування, коли  $\dot{v}(\theta) - \dot{v}(0) < 0$ ,  $\ddot{v} < 0$ , а  $\dot{v}(0) \geq 0$  або  $\dot{v}(0) < 0$ ; процес завершення гальмування (зниження темпу уповільнення), коли  $\dot{v}(0) < 0$ ,  $\dot{v}(\theta) - \dot{v}(0) > 0$ ,  $\ddot{v} > 0$ . В цих ситуаціях  $\Delta\chi > 0$ ;  $\Delta\chi_1 > 0$  і принаймі одна зі складових  $\Delta\chi_2$ ,  $\Delta\chi_3$  негативна за знаком. Тому подамо переміщення  $\Delta\chi$  в іншому вигляді:

$$\Delta\chi = \theta \cdot v_{cp}, \quad (2.6)$$

де  $v_{cp}$  – середня швидкість обертання двигуна, що дорівнює

$$v_{cp} = v(0) + \dot{v}(0) \cdot \theta / 2 + \dot{v} \cdot \theta^2 / 6, \quad (2.7)$$

або

$$v_{cp} = v(0) + (3 \dot{v}(0) \cdot (\dot{v}(\theta) - \dot{v}(0)) + (\dot{v}(\theta) - \dot{v}(0))^2) / 6 \ddot{v}, \quad (2.8)$$

причому з очевидністю  $v_{cp} > 0$ .

Зменшення значення ривка  $\ddot{v}$  порівняно з  $u_{don} = \dot{\mu}_{don}$  на всьому інтервалі  $\theta$  або на будь-якій його частині приводить до зростання переміщення  $\Delta\chi$ . Цей факт пояснюється тим, що внаслідок наявності складової  $v(0)$ , яка не залежить від  $\ddot{v}$ , міра зміни величини  $v_{cp}$  при зменшенні значення  $\ddot{v}$  менше, ніж міра зростання часу  $\theta$ . Отже, в таких практичних ситуаціях оптимальним за енерговитратами управлінням електроприводом також є управління, оптимальне за швидкодією.

Таким чином, у будь-яких практичних задачах змінення електромагнітного моменту від початкового  $\mu(0)$  до кінцевого  $\mu(\theta)$  значення, незалежно від знаходження електропривода в "рухомому" або "нерухомому" стані та регламентації величини переміщення робочого органа технологічної машини в перехідному процесі, частиною якого є процес змінення електромагнітного моменту двигуна, оптимальним за енерговитратами є управління, оптимальне за швидкодією з урахуванням

обмеження величини похідної електромагнітного моменту. Слід зазначити, що в усіх випадках ми за мовчуванням знахтовували величиною постійних утрат у двигуні, які не залежать від його поточного навантаження. Однак очевидно, що витрата енергії, яка обумовлена цими втратами, зменшується при скороченні часу проходження процесу змінення моменту в заданих межах. Цим фактом підтверджується справедливість висновку про те, що оптимальне за швидкодією управління в розглянутих практичних задачах є оптимальним за енерговитратами.

## ВИСНОВКИ

Актуальною проблемою теорії та практики автоматизованого електропривода є підвищення енергоефективності електромеханічних систем за рахунок зниження втрат енергії в енергетичному каналі електропривода. У цій роботі розглянуті умови змінення математичної моделі електромеханічної системи та теоретично обґрунтовані закони оптимального за енерговитратами управління електромеханічною системою в задачах змінення прискорення або електромагнітного моменту електродвигуна. Доведено, що закони оптимального за енерговитратами управління електромеханічною системою при постановці задач змінення електромагнітного моменту двигуна з обмеженням його похідної за часом збігаються з управлінням, оптимальним за швидкодією, що традиційно вважається раціональним. Результати у вигляді законів оптимального формування електромагнітного моменту електродвигуна в часі можуть застосовуватись в системах автоматичного управління електроприводами механізмів пересування технологічних машин та багатьох інших для зниження енергоємності технологічних процесів.

## SUMMARY

### OPTIMUM ON POWER INPUTS MANAGEMENT OF THE ELECTRIC DRIVE IN PROBLEMS OF CHANGE OF THE MOMENT OF THE ELECTRIC MOTOR

I.V. Schokotova, O.I. Berezhnoy, A.M. Schokotov  
Sumy State University

*Changing conditions of the electromechanical system of mathematical model were considered and the optimal by power inputs control laws in the tasks of the acceleration or electric motor electromagnetic torque changing were theoretically grounded. It was proved, that the optimal by power inputs control laws of the electromechanical system with problems definition of the torque changing with its time derivative limitation coincides with the speed optimal control. The results as the laws of the optimal forming in time of the electric motor electromagnetic torque can be used in the automatic control systems of the electric drives of the technological machines movement mechanisms and many others for the reduction of technological processes energy intensity .*

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Петров Ю.П. Оптимальное управление электрическим приводом с ограничением по нагреву. – Л.: Энергия, 1971. – 144 с.
2. Теорія електропривода: Підручник / М.Г. Попович, М.Г. Борисюк, В.А. Гаврилюк та ін.; За ред. М.Г. Поповича. – Вища шк., 1993. – 494 с.
3. Оптимальне за енерговитратами формування моменту електродвигуна при нерухомому стані електромеханічної системи / І.В.Щокотова, О.І.Бережной, А.М.Щокотов // Вісник СумДУ. – 2008. - №2.– С. 13-20.
4. Ванько В.И., Ермощина О.Е., Кувыркин Г.Н. Вариационное исчисление и оптимальное управление: Учебн. для вузов. - 2-е изд. / Под ред. В.С. зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 488 с.
5. Атанас М., Фалб П.Л. Оптимальное управление: Пер. с англ. / Под ред.Ю.И. Топчеева. - М.: Машиностроение, 1968. – 764 с.

*Надійшла до редакції 17 березня 2009 р.*