

## **СОЗДАНИЕ ЗАМКНУТЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ РАСЧЕТА ПОТЕРЬ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МАШИН**

*С. Д. Косторной, д-р техн.наук, проф.  
СНАУ*

### **ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ**

В прикладных задачах построение математической модели – это один из наиболее сложных и ответственных этапов работы. Опыт показывает, что во многих случаях правильно выбрать модель – значит решить проблему более чем наполовину. Трудность данного этапа состоит в том, что он требует соединения математических и специальных знаний. Математическая модель никогда не бывает тождественна рассматриваемому объекту. Она не передает всех его свойств и особенностей. Основанная на упрощении, идеализации, она является приближенным описанием объекта. Поэтому результаты, полученные при анализе модели, всегда носят для объекта приближенный характер. Их точность определяется степенью соответствия, адекватности модели и объекта. Вопрос о точности, о достоверности результатов – это один из самых тонких вопросов прикладной математики. Наиболее просто он решается в случае, когда хорошо известны законы, определяющие поведение и свойства объекта и имеется большой практический опыт их применения. Тогда можно априори (до опыта), т.е. до начала решения математической задачи оценить точность результатов, которую обеспечивает рассматриваемая модель.

Более сложная ситуация возникает тогда, когда наши знания об изучаемом объекте недостаточны. В этом случае при построении математической модели приходится делать дополнительные предположения, которые носят характер гипотез.

Выводы, полученные в результате исследования такой гипотетической модели, носят для изучаемого объекта условный характер. Они справедливы для него настолько, насколько правильны исходные предположения. Для их проверки необходимо сопоставить результаты исследований модели со всей имеющейся информацией об изучаемом объекте. Степень близости расчетных величин экспериментальным данным позволяет судить о качестве гипотетической модели, о справедливости или ошибочности исходных предположений. Таким образом, вопрос применимости некоторой математической модели к изучению рассматриваемого объекта не является чисто математическим вопросом и не может быть решен математическими методами. Основным критерием истинности является эксперимент, практика в самом широком смысле этого слова. Критерий практики позволяет сравнить различные гипотетические модели и выбрать из них такую, которая является наиболее простой и в то же время в рамках требуемой точности правильно передает свойства изучаемого физического явления.

В гидравлических машинах (гидротурбины, гидropередачи, насосы) течение жидкости имеет сложную пространственную структуру и большую скорость, возникает сложное явление кавитации, имеет место нестационарное отрывное обтекание последовательно расположенных лопастных систем и сопровождается потерями механической энергии. Создание теоретических основ гидродинамики жидкости связано с именами Ньютона, Эйлера, Бернулли, Даламбера, Ломоносова, Гука, Навье, Пуассона, Коши, Сэн-Венана, Стокса, Жуковского, Чаплыгина, Рейнольдса, Буссинеска, Менделеева, Кутта, Прандтля, Кармана, Келдыша, Лаврентьева, Седова и многих других гидромехаников.

В практике проектирования и производства гидравлических машин все еще отсутствуют надежные, теоретически строго обоснованные методы расчета потерь механической энергии жидкости.

Сложность явления способствовала тому, что для определения потерь энергии их разделяют на составляющие: профильные, концевые, ударные, индуктивные, внутренние, вторичные, циркуляционные, вихревые и т.п. [1], которые в совокупности определяют общий баланс потерь. В данной работе предлагается способ расчета потерь энергии жидкости на основе классических результатов гидродинамики без указанного выше разделения их на составляющие.

## 2 ОБЩАЯ МОДЕЛЬ ЯВЛЕНИЯ

Чтобы выявить внутренние особенности течения, необходимо исследовать распределение скоростей внутри жидкой частицы. Это позволяет судить о ее движении в целом. При рациональном методе исследования какого-либо явления его сравнивают с другим, более простым явлением, определяя особенности более сложного явления по сравнению с простым. В случае движения жидкости поступают аналогично и его сравнивают с движением абсолютно твердого тела. Результат такого сравнения установлен теоремой Коши-Гельмгольца о разложении движения частицы жидкости [2]. Движение частицы жидкости может быть составлено из трех движений:

- поступательного движения, совпадающего с движением центра частицы со скоростью  $\vec{V}_0$ ;
- вращательного движения вокруг мгновенной оси, проходящей через центр частицы, с угловой скоростью, равной вихрю вектора скорости центра  $(\vec{V}_{0M})_{\text{вр}}$ ;
- движения, обусловленного деформацией частицы  $(\vec{V}_{0M})_{\text{деф}}$ :

$$\vec{V}_M = \vec{V}_0 + (\vec{V}_{0M})_{\text{вр}} + (\vec{V}_{0M})_{\text{деф}}. \quad (1)$$

Величину, определяемую выражением

$$S = \begin{vmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \frac{\partial V_y}{\partial y} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \theta_z & \theta_y \\ \theta_z & \varepsilon_y & \theta_x \\ \theta_y & \theta_x & \varepsilon_z \end{vmatrix} \quad (2)$$

называют тензором относительных скоростей деформации, который определяет все состояние деформаций в достаточно малой области около каждой точки пространства, занятого жидкостью.

Известно, что движение жидкости характеризуется не только давлением, но и внутренним трением, а при движении внутри канала или обтекании тела касательным взаимодействием между частицами жидкости и стенкой, которое называют внешним трением жидкости. Движение передается от одних частиц жидкости к другим в направлении, перпендикулярном к скорости движения, что может свидетельствовать о том, что между частицами самой жидкости также возникает касательное взаимодействие в плоскости их соприкосновения, которое называют внутренним трением жидкости. Из сказанного следует, что внутреннее трение жидкости неразрывно связано с ее движением. Без движения жидкости нельзя обнаружить появление вязкости или внутреннего трения. Согласно гипотезе Ньютона сила внутреннего трения находится в прямой зависимости от изменения скорости движения в направлении, перпендикулярном к скорости движения рассматриваемой частицы:

$$\tau = \mu \frac{\partial V}{\partial n}. \quad (3)$$

Следовательно, на силу вязкости, представляемую равенством (3), можно смотреть как на меру передачи движения частиц жидкости в направлении, перпендикулярном к скорости движения частиц. Таким образом, гипотеза Ньютона, представляемая равенством (3), может быть сформулирована следующим образом: касательное напряжение в жидкости

пропорционально скорости деформации сдвига. Такая формулировка гипотезы Ньютона позволила сделать обобщение этой гипотезы и на общий случай трехмерного движения жидкости. В общем случае вектор напряжения на произвольной площадке может иметь, помимо касательной составляющей, еще и нормальную составляющую, а частица будет испытывать, помимо деформации сдвига, еще и другие деформации. Следовательно, каждую из составляющих напряжений мы можем ставить в прямую зависимость от соответственной составляющей скорости деформации частицы. Такого рода обобщение гипотезы Ньютона было сделано Коши, Сен-Венаном и Стоксом. В объяснение самого механизма явления вязкости Ньютон, Коши, Сен-Венан и Стокс не входили. Механизм явления вязкости у капельных жидкостей еще не имеет вполне установившихся и экспериментально проверенных взглядов. Тот факт, что коэффициент вязкости капельной жидкости с увеличением температуры не увеличивается, как у газов, а уменьшается, вынуждает полагать, что механизм явления вязкости у капельных жидкостей должен существенно отличаться от механизма явления вязкости у газов, и поэтому в капельной жидкости при обычных температурах не может происходить передачи количеств движения с помощью непосредственного перехода молекул из одного слоя в другой, как это имеет место в газах.

Напряжения внутренних сил в данной точке жидкости, т.е. напряженное состояние жидкости, характеризуются совокупностью девяти скалярных величин, образующих так называемый тензор напряжений:

$$P = \begin{vmatrix} p_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & p_{yy} & \tau_{zx} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & p_{zz} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} k_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & k_{yy} & \tau_{zx} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & k_{zz} \end{vmatrix} \quad (4)$$

Согласно обобщенной гипотезе Ньютона

$$\begin{cases} p_{xx} = -p + 2\mu\varepsilon_x = -p + 2\mu \frac{\partial V_x}{\partial x}, & \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right), \\ p_{yy} = -p + 2\mu\varepsilon_y = -p + 2\mu \frac{\partial V_y}{\partial y}, & \tau_{zx} = \mu \left( \frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right), \\ p_{zz} = -p + 2\mu\varepsilon_z = -p + 2\mu \frac{\partial V_z}{\partial z}, & \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y} \right), \end{cases} \quad (5)$$

т.е. в случае жидкости напряжения пропорциональны относительным скоростям деформаций.

Вторая матрица напряжений (4), зависящих от вязкости, в соответствии с обобщенной гипотезой Ньютона связана с тензором (матрицей) относительных скоростей деформаций зависимостью

$$\begin{vmatrix} k_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & k_{yy} & \tau_{zx} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & k_{zz} \end{vmatrix} = 2\mu \begin{vmatrix} \frac{\partial V_x}{\partial x}; & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right); & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right), \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right); & \frac{\partial V_y}{\partial y}; & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y} \right), \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right); & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y} \right); & \frac{\partial V_z}{\partial z}. \end{vmatrix} \quad (6)$$

Согласно принятым гипотезам уравнение движения вязкой жидкости будет иметь следующий вид (уравнение Навье-Стокса):

$$-\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} V_x + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} V_y + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} V_z \right) = \rho \vec{F} - \text{grad } P + \Delta \vec{V}. \quad (7)$$

В системе уравнений (7) совместно с уравнением неразрывности число неизвестных ( $V_x, V_y, V_z, \rho$ ) совпадает с числом уравнений.

### 3 ТЕОРЕМА О РАССЕИВАНИИ ЭНЕРГИИ [2,3]

Работа всех сил, действующих на массу жидкости в конечном объеме, которая определяется скалярным произведением тензора напряжений (4) и тензора скоростей деформации (2), для несжимаемой жидкости определяется выражением

$$N_{\text{duc}} = \mu \left[ 2 \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V_y}{\partial y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right)^2 \right]. \quad (8)$$

Выражение в правой части (8) всегда положительно, за исключением случая, когда все производные от скоростей по координатам обращаются в ноль. Следовательно, движение вязкой несжимаемой жидкости будет происходить без рассеивания механической энергии лишь в том случае, когда не будет происходить деформаций частиц, т.е. когда жидкость будет перемещаться, как твердое тело. Во всех других случаях движения вязкой несжимаемой жидкости будет происходить потеря механической энергии.

Вычитая из правой и левой частей (8) соответственно выражение

$$0 = 2\mu \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2$$

и вводя компоненты вихря, получим

$$N_{\text{duc}} = 4\mu(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) - 4\mu \left( \frac{\partial V_y}{\partial y} \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_x}{\partial x} \frac{\partial V_y}{\partial y} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \frac{\partial V_y}{\partial x} \right). \quad (9)$$

Умножая левую и правую части на элемент объема  $d\tau$  и проводя интегрирование по всему объему, получим количество механической энергии, рассеиваемой за единицу времени в конечном объеме  $\tau$ :

$$\iiint_{\tau} N_{\text{duc}} d\tau = 4\mu \iiint_{\tau} (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) d\tau - 4\mu \iiint_{\tau} \left( \frac{\partial V_y}{\partial y} \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_x}{\partial x} \frac{\partial V_y}{\partial y} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) d\tau. \quad (10)$$

Если границы объема  $\tau$  будут представлять собой неподвижные твердые стенки, на которых в силу условия прилипания проекции вектора скорости будут обращаться в ноль, то после интегрирования по частям будем иметь

$$\iiint_{\tau} N_{\text{duc}} d\tau = 4\mu \iiint_L (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) d\tau. \quad (11)$$

Следовательно, при движении несжимаемой жидкости, заключенной в неподвижном объеме, полное количество рассеиваемой механической энергии за секунду будет зависеть только от интенсивности вихрей внутри объема и будет представляться в виде (11).

Диссипированная энергия как форма квадратов является величиной существенно положительной, что соответствует ранее отмеченной необратимости переноса механической энергии потока вязкой жидкости в тепло.

Необратимость процесса диссипации механической энергии обуславливает тот факт, что приведенная в движение и представленная сама себе вязкая жидкость рассеивает (диссипирует) сообщенную ей механическую энергию до тех пор, пока не приведет в состояние покоя.

При этом механическая энергия, сообщенная некоторому объему жидкости, не будет диссипироваться в том же самом объеме жидкости, а начнет постепенно распространяться по всей области, занятой потоком, перераспределяться в ней. Это распределение, дисперсия механической энергии, осуществляется двумя, отличными друг

от друга процессами. Первый заключается в простом переносе энергии потока жидкости и носит наименование конвекции.

Второй является результатом наличия в жидкости внутримолекулярного переноса - его называют диффузией.

Природа этого процесса та же, что и у вязкого трения, и представляет макроскопическое проявление микроскопического (молекулярного) переноса количества движения. У молекулярного переноса – диффузии – механической энергии и аналогичного переноса количества движения – вязкого трения – общий носитель – общий коэффициент переноса (диффузии) - это динамический коэффициент вязкости  $\mu$ .

Дисперсия завихренности в потоке вязкой несжимаемой жидкости определяется выражением [2]

$$\frac{d\bar{\Omega}}{dt} = (\bar{\Omega} \cdot \nabla) \cdot \bar{V} + \nu \nabla^2 \bar{\Omega} \quad (12)$$

Это общее уравнение распространения (дисперсии) завихренности в вязкой жидкости.

Левая часть этого уравнения выражает совокупность локального  $\frac{\partial \cdot \bar{\Omega}}{\partial t}$  и конвективного

изменений завихренности, правая – диффузию завихренности. Роль коэффициента диффузии играет при этом кинематический коэффициент вязкости  $\nu$ .

Рассмотрим процесс диффузии прямолинейной вихревой линии.

Пусть при  $t=0$  в несжимаемую вязкую жидкость введена бесконечная вихревая нить с циркуляцией  $\Gamma$  и соответствующим ей полем скоростей

$$V = \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

Такое поле может одинаково существовать как в идеальной, так и в вязкой жидкости. В самом деле, это движение безвихревое, а следовательно, повсюду вокруг вихревой линии  $\Omega = 0$ ; уравнения вязкой жидкости при этом не отличаются от уравнений идеальной жидкости, а единственное граничное условие  $V \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow \infty$  одинаково выполняется в обоих случаях. Разница лишь в том, в идеальной жидкости, где нет диссипации энергии за счет работы сил внутреннего трения, такой вихрь не диффундирует в толщу всего объема жидкости и может сохраняться бесконечно долго, поддерживая указанное только что установившиеся круговое движения частиц без притока энергии извне; в вязкой же жидкости для поддержания такого движения необходимо сообщение энергии от источника завихренности, а если такой источник исчезнет, то постепенно затухнет и движение жидкости.

Рассмотрим нестационарный процесс, который произойдет, если в некоторый момент времени  $t=0$  удалить источник завихренности.

Пусть движение плоское и осесимметричное. Тогда конвективный член  $(\bar{V} \cdot \nabla) \cdot \bar{\Omega} = 0$ , т.к.  $\bar{\Omega}$  одинаков по величине и направлению. В этом случае будем иметь уравнение

$$\frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial t} = \nu \cdot \nabla^2 \bar{\Omega}$$

или в полярных координатах  $\left(\frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial \varphi} = 0\right) \frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial t} = \frac{\nu}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial r}\right)$ , которое может быть переписано в

форме уравнения теории распространения тепла:

$$\frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial t} = \nu \cdot \left(\frac{\partial^2 \bar{\Omega}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial r}\right). \quad (13)$$

Интеграл его, удовлетворяющий начальному условию  $\Omega=0$  при  $t=0$  и  $r>0$  и граничному условию  $\Omega \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow \infty$ , будет

$$\bar{\Omega} = \frac{A}{t} \cdot e^{\frac{-r^2}{4\nu t}}, \quad (14)$$

что подтверждается подстановкой этого выражения в исходное уравнение (13). Чтобы найти A, воспользуемся теоремой Стокса и напишем, что в любой момент времени интенсивность вихревой трубки радиуса r

$$\int_0^r \bar{\Omega} \cdot 2\pi r dr$$

равна циркуляции скорости  $V \cdot 2\pi r$ .

Будем иметь

$$V = \frac{1}{2\pi r} \int_0^r \frac{A}{t} \cdot e^{\frac{-r^2}{4\nu t}} \cdot 2\pi r dr = \frac{2A\nu}{r} \left( 1 - e^{\frac{-r^2}{4\nu t}} \right)$$

и, сравнивая с начальным распределением скоростей

$$V = \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad \text{при } t=0, \text{ найдем } A = \frac{\Gamma}{4\pi r}.$$

Таким образом,

$$\bar{\Omega} = \frac{\Gamma}{4\pi\nu \cdot t} \cdot e^{\frac{-r^2}{4\nu t}}, \quad V = \frac{\Gamma}{2\pi r} \cdot \left( 1 - e^{\frac{-r^2}{4\nu t}} \right). \quad (15)$$

Проанализируем полученные результаты.

В начальный момент времени  $t=0$  движение повсюду ( $r>0$ ) было безвихревым. После удаления источника завихренности, т.е. при  $t>0$ , во всем пространстве мгновенно возникло некоторое распределение завихренности, которое представляется быстроубывающей с возрастанием расстояния r функцией (15). Завихренность в центре ( $r=0$ ) монотонно убывает с ростом времени, а в точке, находящейся на некотором расстоянии от центра, сначала возрастает, а затем убывает до нуля при  $t=\infty$ . Рассмотрим окружность радиуса  $r=a$ . Изменение со временем завихренности в точках этой окружности представится в виде

$$(\bar{\Omega})_{r=a} = \frac{\Gamma}{4\pi\nu \cdot t} \cdot e^{\frac{-a^2}{4\nu t}}$$

Исследуя на максимум эту функцию, установим, что в момент времени  $t_m = \frac{a^2}{4\nu}$

завихренность достигает своего максимального значения

$$\bar{\Omega}_m = \frac{\Gamma}{4\pi\nu \cdot e \cdot t_m} = \frac{\Gamma}{\pi a^2 l}$$

При дальнейшем возрастании времени завихренность будет убывать.

Об общем характере зависимости от времени завихренности в точках, находящихся на разных расстояниях от центра, можно судить по кривым рис.1.

Кривые распределения скоростей в различные последовательные моменты времени приведены на рис.2.

Основные механизмы зарождения и появления вихрей в изучаемых гидроаэродинамических задачах таковы:

1 Образование вихревых пелен, связанное с огибанием острых кромок и изломов на поверхности обтекаемого тела при местных дозвуковых скоростях течения.

Жидкость и газ не могут плавно огибать их, что можно объяснить и с позиции идеальной, и вязкой среды. В первом случае возникнут бесконечные скорости и разряжения, во втором - явные предпосылки для отрыва пограничного слоя. Здесь необязательно привлекать модель вязкой среды для моделирования процесса образования вихрей.

2 Образование вихревых следов, вызванное отрывом пограничного слоя с поверхности гладкого тела. Если на теле возникли условия, когда пограничный слой уже не может

далее развиваться и существовать и он отрывается от тела, то в поток за телом сходит система вихрей.

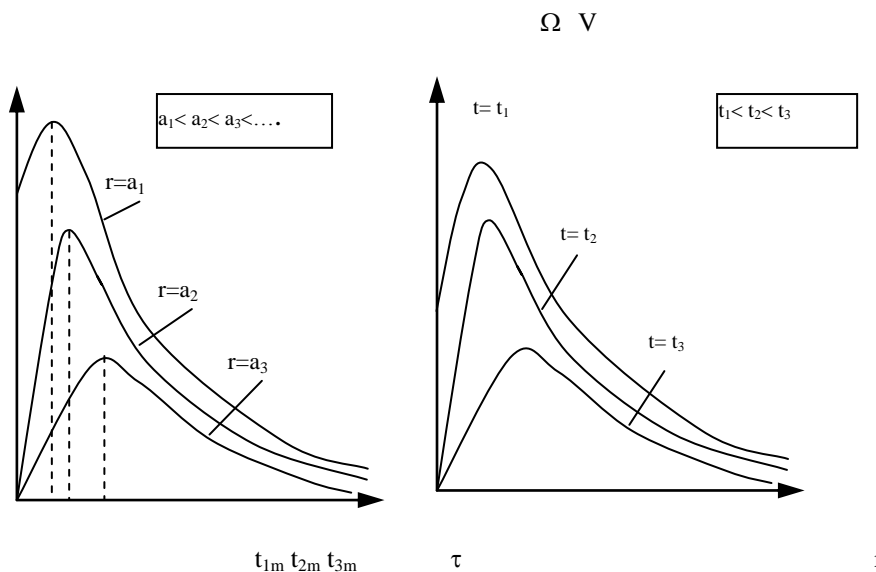


Рисунок 1

Рисунок 2

Для описания этого явления требуется как минимум модель идеальной среды и пограничного слоя.

В соответствии с высказанными выше положениями опишем общий подход к построению замкнутой модели расчета потерь механической энергии [4].

#### 4 АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ЗАМКНУТЫХ МОДЕЛЕЙ РАСЧЕТА ПОТЕРЬ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Первым этапом в исследовании должно быть решение полной нестационарной задачи в рамках схемы идеальной среды (или идеальной среды и пограничного слоя).

Соответствующие алгоритмы вычислений, основанные на методе панельных гидродинамических особенностей применительно к гидравлическим машинам, имеются [5].

На рис.3,4 представлен вихревой след при отрывном обтекании сферы и пластины, полученный таким образом. Результаты расчетов для каждого расчетного момента времени нужно сохранить в памяти ЭВМ в качестве базовой информации для дальнейших расчетов.

На втором этапе все течение разбивается на три области, указанные на рис. 4. При полном решении задачи с учетом вязкости эти области характеризуются тем, что в каждой из них в основном используется свой вид уравнений гидродинамики.

В области I вся или почти вся информация получается на основе выполнения первого этапа. Влияние молекулярной вязкости вне пограничного слоя невелико. Поэтому поправки на вязкость можно или вообще не вводить, или использовать для этого самые простые подходы.

Наиболее существенную роль играет вязкость в дальнем следе (область III). Поэтому при изучении распада дальнейшего следа за основу следует брать полные уравнения Навье - Стокса и диффузии вихря.

Область II является переходной между I и III. В ней инерционное воздействие тела ослабевает, а вязкое взаимодействие по сравнению с областью I увеличивается. Однако роль молекулярной вязкости здесь существенно меньше, чем в области III. Поправки на влияние вязких эффектов в области II, вообще говоря, нужны, но для их получения целесообразно применять другие уравнения. После этого следует уточнить и само базовое решение. Для этого следует вновь решить всю задачу в области I, начиная с  $\tau=0$ . При этом



вихревой след в областях II и III следует уточнить с учетом тех вязких поправок, которые найдены.

Построение дальнего следа в областях II и III можно сразу вести с учетом вязкости среды. Тогда каждая группа вихревых отрезков вначале изучается по схеме идеальной среды, а после попадания в указанные области - с учетом диффузии вихрей.

Конечно, многие конкретные особенности построения расчетных алгоритмов могут уточняться в процессе целенаправленных численных экспериментов.



Рисунок 3

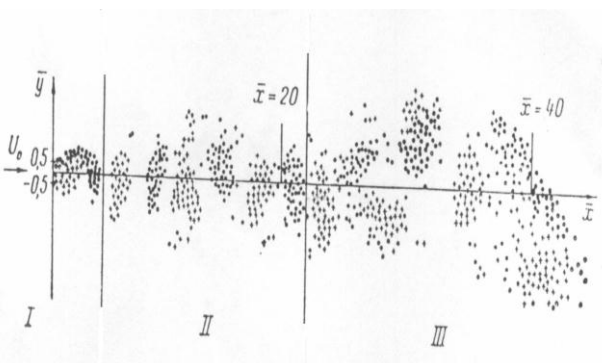


Рисунок 4

## ВЫВОДЫ

Рассмотренная модель течения вязкой жидкости и алгоритм расчета потерь механической энергии позволяют вычислить полные потери без разделения их на условную классификацию.

## SUMMARY

*The model of account of losses of mechanical energy of a liquid is offered.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эттингер И.Э., Раухман Б.С. Гидродинамика гидравлических турбин. - Л.: Машиностроение, 1978.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкостей и газов. - М.: Наука, 1970.
3. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. - М.: Мир, 1973.
4. Косторной С.Д., Давиденко А.К., Косторной А.С. Методологические аспекты построения моделей турбулентности при численном решении уравнений Рейнольдса// Труды 10-й Международной научно-технической конференции «Герметичность, вибронадежность и экологическая безопасность насосного и компрессорного оборудования». Сумы: Изд-во СумДУ, 2002. - Т.2. - С.229-240.
5. Косторной С.Д. и др. Моделирование течения жидкости в проточной части гидравлической турбины. - Харьков: Изд-во «Основа» при ХГУ «Гидравл. машины», 1990. - Вып. 24. - С.10-16.