

РОЗРАХУНОК СКЛАДОВОЇ ОПОРУ ТЕРТЯ КОЕФІЦІЄНТА ЛОБОВОГО ОПОРУ ТІЛА КОНІЧНОЇ ФОРМИ

*А.М. Шийко, канд. техн. наук;
П.В. Полениця, канд. техн. наук;
І.В. Коплик, канд. фіз.-мат. наук;
О.М. Авдєєва, А.А. Думчиков,
Сумський державний університет, м. Суми*

Надано підхід до розрахунку складової тертя аеродинамічного коефіцієнта лобового опору тіла конічної форми за його геометричними параметрами.

Ключові слова: *розрахунок, складова тертя, аеродинамічний коефіцієнт лобового опору.*

Приведен подход к расчету составляющей трения аэродинамического коэффициента лобового сопротивления тела конической формы по его геометрическим параметрам.

Ключевые слова: *расчет, составляющая трения, аэродинамический коэффициент лобового сопротивления.*

ВСТУП

При розв'язанні низки різноманітних задач балістики виникає потреба пошуку значення аеродинамічного коефіцієнта лобового опору C_X . Особливо актуальною ця задача стає у разі проектування нових зразків артилерійських снарядів. Використання аеродинамічної труби для цих цілей - дуже дорогий і трудомісткий захід. Виникає задача пошуку значення C_X теоретичним шляхом.

У найбільш загальному випадку опір, що діє на тіло з боку повітря, можна розділити на складову, обумовлену силами тиску по нормалі до поверхні, і складову, пов'язану з дотичними силами тертя, що виникають на поверхні тіла через в'язкість повітря. Перша складова опору називається опором тиску, друга – опором тертя. У цій роботі наведено підхід до визначення складової C_{Xf} опору тертя артилерійського снаряда за його кресленням.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ЕКВІВАЛЕНТНОЇ ПЛАСТИНКИ

Коефіцієнт опору тертя визначається за розподілом дотичних напруг [1]:

$$C_{Xf} = \frac{1}{S_{mid}} \int_{(S_{бок})} C_{fx} \cdot \cos(\bar{t}, \bar{V}_\infty) \cdot dS_{бок}, \quad (1)$$

де $C_{fx} = \frac{\tau_0}{q}$ – місцевий коефіцієнт тертя; τ_0 – напруга тертя; $\cos(\bar{t}, \bar{V}_\infty)$ – косинус кута між вектором швидкості \bar{V}_∞ і вектором \bar{t} дотичної до поверхні тіла; q – швидкісний натиск набігаючого потоку ($q = \frac{\rho_\infty V_\infty^2}{2}$), що набігає; $S_{бок}$ – бічна площа тіла обертання; S_{mid} – площа його міделєвого перетину.

Якщо під час запису аеродинамічної сили тертя як характерну площу вибрати поверхню обтічного тіла, то вираз (1) для C_{Xf} набуде вигляду:

$$C_{Xf} = \frac{1}{S_{бок} (S_{бок})} \int C_{fx} \cdot \cos (t, \overline{V_\infty}) \cdot dS_{бок} . \quad (2)$$

Для розрахунку цього коефіцієнта можна застосувати метод еквівалентної пластинки [2], де не враховується вплив на силу тертя кривизни і нахилу окремих елементів поверхні корпусу до його подовжньої осі. Це означає, що у виразі (2)

$$\cos (t, \overline{V_\infty}) = \cos (0) = 1 .$$

У зв'язку з цим вираз (2) перетвориться до вигляду

$$C_{Xf} = \frac{1}{S_{бок} (S_{бок})} \int C_{fx} \cdot dS_{бок} , \quad (3)$$

де $C_{fx} = \frac{\tau_0}{q}$; τ_0 – напруга тертя в точці еквівалентної пластинки.

Якщо розглянути еквівалентну пластинку, довжина якої дорівнює довжині L тіла обертання і ширина b – величина, яку дає площа пластинки, що дорівнює площі бічної поверхні тіла обертання. Ґрунтуючись на такому уявленні еквівалентної пластини перетворимо вираз (3):

$$C_{Xf} = \frac{1}{L \cdot b} \int_0^L C_{fx} \cdot b \cdot dx = \frac{1}{L} \int_0^L C_{fx} \cdot dx .$$

Таким чином, якщо коефіцієнт опору тертя снаряда відносити до площі його бічної поверхні, то на підставі методу еквівалентної пластинки він може бути визначений як середній коефіцієнт тертя пластинки шириною $1m$ і довжиною, що дорівнює довжині снаряда, або ж:

$$C_{Xf} = C_{XF} = \frac{1}{L} \int_0^L C_{fx} \cdot dx . \quad (4)$$

Якщо ж коефіцієнт опору тертя належить до площі міделевого перетину тіла обертання, то, виходячи з того, що сила тертя на поверхні пластинки дорівнює силі тертя на бічній поверхні снаряда, можна записати

$$C_{Xf} = C_{XF} \cdot \frac{S_{бок}}{S_{mid}} . \quad (5)$$

Якщо виключити можливість наявності деякої ділянки поверхні тіла з ламінарним примежовим шаром і припустити, що весь примежовий шар знаходиться в турбулентному стані, то для розрахунку середнього коефіцієнта тертя C_{XF} можна скористатися формулами, отриманими в роботі [3]. У цій роботі наведені теоретичні результати, які підтверджені численними експериментами і порівнянням з іншими даними – вітчизняними і зарубіжними, та побудовані відповідні графіки $C_{XF} = f(M_\infty, Re, \overline{T_w})$. Проте користуватися самими формулами незручно, оскільки шукана величина входить у формулу в неявному вигляді і самі формули досить громіздкі. Тому в роботі дані також інтерполяційні формули, одержані обробкою точних результатів. За

даними [3], розрахунок за інтерполяційними формулами забезпечує придатну точність (похибка не перевищує 3-4%) і дозволяє в процесі польоту об'єкта за відомими параметрами потоку швидко отримувати значення коефіцієнта C_{XF} .

Інтерполяційні формули мають вигляд

$$C_{XF} = C_{XF_i} \left(1 + r \cdot \frac{k-1}{2} \cdot M_\infty^2 \right)^{-n} \cdot \overline{T_w}^{-\overline{\omega}}, \quad (6)$$

де

$$C_{XF_i} = (2 \lg \text{Re} - 1,37)^{-2,3},$$

$$\text{або } C_{XF_i} = 0,072(\text{Re})^{-0,2},$$

$$\text{або } C_{XF_i} = 0,455(\lg \text{Re})^{-2,58},$$

$$n = 0,045\sqrt{M_\infty + 4} + 0,035 \lg \text{Re} + 0,11,$$

$$\begin{aligned} \overline{\omega} = & 0,01M(20 - M_\infty) \cdot (0,38 - 0,084 \lg \text{Re} + 0,0056(\text{Re})^2) + \\ & + 0,47\overline{T_w} - 0,41\overline{T_w}^2 + 0,022 \lg \text{Re} - 0,046, \end{aligned}$$

$$\overline{T_w} = \frac{T_w}{T_e}, \quad T_e = T_\infty \cdot \left(1 + r \frac{k-1}{2} M_\infty^2 \right),$$

де $r = 0,89$; $k = 1,4$; $\overline{T_w}$ – температурний чинник; T – температура оточуючого повітря; T_w – температура стінки тіла обертання; T_e – температура відновлення; Re – число Рейнольда набігаючого потоку; M_∞ – число Маха набігаючого потоку. Формули придатні в діапазоні

$$0 \leq M \leq 10, \quad 10^5 \leq \text{Re} \leq 10^{10}, \quad 0,1 \leq \overline{T_w} \leq 1,0.$$

ВИЗНАЧЕННЯ БОКОВОЇ ПОВЕРХНІ ОЖИВАЛЬНОЇ ЧАСТИНИ

Як видно із зазначеного, для визначення коефіцієнта C_{Xf} необхідно знати площу бокової поверхні тіла обертання. Якщо поверхня конічна або циліндрова, або ж складається з конічних і циліндрових елементів, то зробити це в цілому нескладно. Деяко ситуація має складніший вигляд, коли твірна поверхні тіла описується рівнянням більш високого порядку, наприклад, оживала, параболи і т.п.

Розглянемо площу поверхні, яка вийде при обертанні навколо горизонтальної осі OX дуги AB кривої $y = f(x)$. Як відомо, вона визначається

$$S_{\text{бок}} = 2\pi \int_a^b y \sqrt{1 + (y')^2} dx. \quad (7)$$

При розрахунку аеродинамічних характеристик тіл обертання (снарядів, ракет та ін.) вимагається задавати форму твірної їх бокової

поверхні. Як правило, форма задається у вигляді аналітичних виразів:

$$y = f(x), \quad y' = f'(x) \quad \text{і} \quad y'' = f''(x).$$

У більшості випадків корпус тіла складається з трьох елементів: передньої головної частини, середньої і задньої (хвостової) частин, які називають іноді кормою. Головні частини звичайно мають конічну, оживальну або параболічну форму, а іноді є комбінацією цих форм.

Оживальна головка має твірну у вигляді дуги кола з деяким радіусом (рис.1). Спряження головки з циліндровою ділянкою може бути здійснено по дотичній або під деяким кутом $\beta \neq 0$. У першому випадку криву називають дотичною, в другому - січною.

Рівняння дотичної оживальної кривої

$$y = \sqrt{R^2 - (x_{mid} - x)^2} - R + r_{mid}. \quad (8)$$

Для січного оживала:

$$y = \sqrt{R^2 - (A - x)^2} + B, \quad (9)$$

де A і B – координати центра кривизни оживальної кривої ($B < 0$).

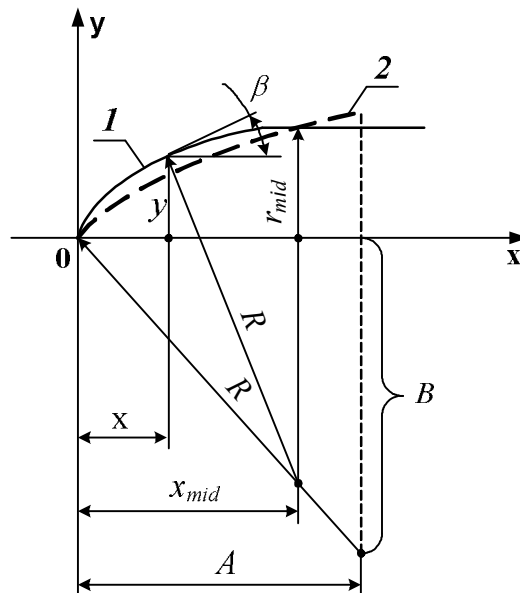


Рисунок 1 – Форма оживальної частини.
1 – дотичне оживало; 2 – січне оживало

Розглядаючи дотичне оживало як окремий випадок січного, одержимо

$$B = -(R - r_{mid}) = -R + r_{mid}; \quad A = x_{mid}.$$

Перша похідна радіальної координати оживала по координаті x :

$$y' = \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \beta = \frac{A - x}{\sqrt{R^2 - (A - x)^2}}. \quad (10)$$

Кут нахилу дотичної біля вістря тіла з оживальною твірною:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = \frac{A}{\sqrt{R^2 - A^2}}. \quad (11)$$

Середня частина корпусу звичайно виконується у вигляді циліндра. Хвостова частина виділяється з корпусу як елемент, що має діаметр, який поступово зменшується до донного зрізу. Форма хвостової частини, що звужується, може бути конічною, оживальною або параболічною. Може бути використана і комбінація цих форм.

Розглянемо той практично важливий випадок, коли геометричні параметри оживальної твірної не задаються, а підлягають визначенню в результаті обміру корпусу. Припустимо, що були набуті значення діаметрів оживала в трьох різних його перетинах, що дає значення координат оживальної кривої в цих перетинах, а саме: x_1 і y_1 , x_2 і y_2 , x_3 і y_3 . Для знаходження величин R , A і B складемо три рівняння виду рівняння кола – рівняння твірної оживала:

$$(x_i - A)^2 + (y_i - B)^2 = R^2, \quad (12)$$

де $i = 1, \dots, 3$.

У результаті розв'язання системи рівнянь (12) отримаємо:

$$A = \frac{C(y_3 - y_2) - D(y_2 - y_1)}{2(F - E)},$$

$$B = \frac{C - 2A(x_2 - x_1)}{2(y_2 - y_1)}, \quad (13)$$

$$R = \sqrt{(x_i - A)^2 + (y_i - B)^2},$$

де

$$F = (x_2 - x_1) \cdot (y_3 - y_2), \quad E = (x_3 - x_2) \cdot (y_2 - y_1),$$

$$C = (x_2^2 - x_1^2) + (y_2^2 - y_1^2), \quad D = (x_3^2 - x_2^2) + (y_3^2 - y_2^2).$$

Відновивши рівняння оживальної кривої (8), не становить зусиль знайти $S_{бок}$ і, використовуючи (5) і (6), визначити шуканий коефіцієнт C_{Xf} .

ВИСНОВКИ

У роботі створено підхід до розрахунку однієї зі складових аеродинамічного коефіцієнта лобового опору снаряда – складової опору тертя C_{Xf} . Наведено спосіб визначення площі бокової поверхні оживальної частини снаряда у випадку, коли її геометричні параметри визначаються не аналітичними залежностями, а шляхом обміру корпусу. Таким чином, якщо існує креслення снаряда та відомий діапазон

швидкостей польоту, стає можливим визначити значення C_{Xf} , не проводячи випробування у аеродинамічній трубі.

SUMMARY

CALCULATION OF A COMPONENT OF FRICTION OF AXIAL-FORCE COEFFICIENT OF A BODY OF THE CONIC FORM

A.N. Shiyko, P.V. Polenitsa, I.V. Kopyk, E.N. Avdeeva, A.A. Dumchikov
Sumy State University, Sumy

The order of calculations of a component of friction of axial-force coefficient of a body of the conic form on its geometrical parameters is stated.

Key words: *component of friction, axial-force coefficient, conic form.*

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Краснов Н.Ф. Аэродинамика: учебник для вузов / Н.Ф. Краснов. - М.: Высшая школа, 1971. - 632 с.: ил.
2. Аэродинамика ракет / под ред. проф. Н.Ф. Краснова. - М.: Изд-во Высшая школа, 1968. - 772 с.
3. Коваленко В.М. Расчет сопротивления трения, теплопередачи и температуры обшивки летательных аппаратов. Руководство для конструкторов самолетов и крылатых ракет / В.М. Коваленко, П.П. Воротников, В.М. Фомин. - Оборонгиз, 1967. - Т. 1. - Кн. 1. - Вып. 4.

Надійшла до редакції 4 грудня 2009 р.