УДК 621.382.22

ГЕОМЕТРИЯ КОНТАКТОВ И ЕЕ ВЛИЯНИЕ НА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДЕТЕКТОРОВ СВЧ–ИЗЛУЧЕНИЯ

В.Т. Плаксий,* доц., Э.Д. Прохоров,* проф., А.В. Дядченко,* ст.научн.сотр., А.А. Мишнев,* ст.научн.сотр., О.Н. Сухоручко,** мл.научн.сотр.

**Харьковский национальный университет*

*** Институт радиофизики и электроники НАН Украины*

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время достаточно полно исследуется такой класс твердых тел, как полуметаллы, типичными представителями которых являются висмут, сурьма и их сплавы. Особый интерес представляют процессы протекания тока через контакты металл-полуметалл малой площади в связи с тем, что такие контакты могут быть использованы для детектирования высокочастотных сигналов и измерения малых уровней непрерывной и импульсной СВЧ–мощности как в сантиметровом, так и в миллиметровом диапазоне длин волн [1]. Одной из основных характеристик детекторов электромагнитного излучения на основе контакта металл-полуметалл *BiSb* (сплав висмута с сурьмой) является вольт-ваттная чувствительность.

В работах [2, 3] при определении вольтваттной чувствительности предполагалось, что контакт малой площади металл - полуметалл *BiSb* представляет собой полусферу и уравнение теплопроводности решалось в сферической системе координат. Геометрия реальных контактов может существенно отличатся от полусферической. Так, при использовании прижимных металлических зондов геометрия контакта приближается к вытянутому эллипсоиду вращения, а при вплавлении металла в полуметаллический кристалл получаются контакты с геометрией сплюснутого эллипсоида вращения. Рассмотрим случай, когда контакт малой площади металл - полуметалл *BiSb* представляет собой сплюснутый полуэллипсоид вращения. Найдем распределение поля в объеме полуметаллического кристалла, вводя систему координат вытянутого эллипсоида вращения δ, τ, ψ, в котором лапласиан определяется как

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{a^2\left(\delta^2+\tau^2\right)}\times$$

$$\times\left\{\frac{d}{d\delta}\left[\left(1+\delta^2\right)\frac{d\varphi}{d\delta}\right]+\frac{d}{d\tau}\left[\left(1-\tau^2\right)\frac{d\varphi}{d\tau}\right]+\frac{\delta^2+\tau^2}{\left(1+\delta^2\right)\left(1-\tau^2\right)}\cdot\frac{d^2\varphi}{d\psi^2}\right\}, \qquad (1)$$

где $2a$ - расстояние между фокусами эллипсоида. Координаты δ, τ, ψ связаны с прямоугольными координатами x, y, z соотношениями

$$x^2 = a^2\left(1+\delta^2\right)\left(1-\tau^2\right)\cos^2\psi,\ y^2 = a^2\left(1+\delta^2\right)\left(1-\tau^2\right)\sin^2\psi,\ z^2 = a^2\delta^2\tau^2,$$

причем координаты δ, τ, ψ изменяются в следующих пределах:

$$+\infty \ge \delta \ge 0,\quad +1 \ge \tau \ge -1,\quad 2\pi \ge \psi \ge 0.$$

Ввиду симметрии задачи $\dfrac{d\varphi}{d\psi} = \dfrac{d\varphi}{d\tau} = 0$,

тогда $$\nabla^2\varphi = \frac{1}{a^2\left(\delta^2+\tau^2\right)}\left\{\frac{d}{d\delta}\left[\left(1+\delta^2\right)\frac{d\varphi}{d\delta}\right]\right\} = 0$$

или $$\frac{d}{d\delta}\left[\left(1+\delta^2\right)\frac{d\varphi}{d\delta}\right] = 0 \qquad (2)$$

Решение уравнения (2)

$$\varphi(\delta) = C_1 \cdot arctg\delta + C_2 . \qquad (3)$$

Граничные условия определяются из условия, что на границе контакта металл - полуметалл *BiSb* потенциал равен U_0 и в бесконечно удаленных от контакта точках равен 0:

$$\varphi(\delta)|_{\delta=\delta_k} = U_{0,} \qquad \varphi(\delta)|_{\delta\to\infty} = 0 . \qquad (4)$$

Решение уравнения (3) после использования граничных условий (4) записывается как

$$\varphi(\delta) = \frac{U_0}{arcctg\delta_k}\left(\frac{\pi}{2} - arctg\delta\right). \qquad (5)$$

Так как $E = -grad\varphi,$
то напряженность электрического поля

$$\vec{\mathrm{E}}(\delta, \tau) = \frac{U_0}{arcctg\delta_k} \cdot \frac{1}{a\sqrt{\delta^2 + \tau^2}\sqrt{1+\delta^2}} \cdot \vec{\tau}_\delta . \qquad (6)$$

Теперь найдем распределение температуры кристаллической решетки полуметалла из решения стационарного уравнения теплопроводности:

$$\frac{d^2T}{d\delta^2} + \frac{2\delta}{1+\delta^2} \cdot \frac{dT}{d\delta} = \frac{P}{\mathrm{X}_0} \cdot \frac{a^2(\delta^2 + \tau^2)}{1+\delta^2} . \qquad (7)$$

Граничными условия будут

$$T(\delta)|_{\delta=\delta k} = T_{k,} \qquad (8)$$

$$T(\delta)|_{\delta\to\infty} = T_0 , \qquad (9)$$

где T_k - температура приконтактной области кристалла; T_0 - температура кристаллической решетки полуметалла в бесконечно удаленных от контакта металл - полуметалл точках.

Так как $$P = \frac{E^2}{\rho_0} = \frac{U_0^2}{\rho_0 arc^2 ctg\delta_k} \cdot \frac{1}{a^2(\delta^2 + \tau^2)(1+\delta^2)},$$

то уравнение теплопроводности окончательно имеет вид

$$\frac{d^2T}{d\delta^2} + \frac{2\delta}{1+\delta^2} \cdot \frac{dT}{d\delta} = -\frac{U_0^2}{\rho_0 \mathrm{X}_0 arc^2 ctg\delta_k} \cdot \frac{1}{(1+\delta^2)^2} . \qquad (10)$$

Производя замену $Z(\delta)=\dfrac{dT}{d\delta}$, понижаем порядок уравнения (10):

$$\frac{dZ}{d\delta}+\frac{2\delta}{1+\delta^2}\cdot Z=-\frac{U_0^2}{\rho_0 \mathrm{X}_0 arc^2 ctg\delta_k}\cdot\frac{1}{\left(1+\delta^2\right)^2}. \qquad (11)$$

Решением уравнения (11) является выражение

$$Z(\delta)=e^{-\int\limits_{\delta}^{\delta}\frac{2\delta}{1+\delta^2}d\delta}\left[C_1-\frac{U_0}{\rho_0 \mathrm{X}_0 arc^2 ctg\delta_k}\int\limits_{\delta_k}^{\delta}\frac{d\delta}{\left(1+\delta^2\right)^2}e^{\int\limits_{\delta_k}^{\delta}\frac{2\delta}{1+\delta^2}d\delta}\right].$$

При обозначении $A=\dfrac{U_0^2}{\rho_0 \mathrm{X}_0 arc^2 ctg\delta_k}$. (12)

После преобразования получим $\dfrac{dT}{d\delta}=\dfrac{1}{1+\delta^2}B-\dfrac{A\cdot arctg\delta}{1+\delta^2}$, (13)

где

$$B=\left[\frac{\pi A}{4}-\frac{T_k-T_0}{arcctg\delta_k}+\frac{A\cdot arcctg\delta_k}{2}\right]. \qquad (14)$$

Для определения вольтваттной чувствительности необходимо найти превышение температуры кристаллической решетки в приконтактной области T_k-T_0 с учетом отвода тепла в металлический зонд.

Определим поток тепла в глубь кристалла через поверхность контакта при условии, что мощность, выделяемая на контакте металл - полуметалл *BiSb* приводит к появлению теплового потока в металлический зонд и кристалл.

Элементарный тепловой поток dI_{Qnm} в полуметаллический кристалл через элемент площади dS равен

$$dI_{Qnm}=-\mathrm{X}_0 gradTdS, \qquad (15)$$

где

$$dS=\sqrt{q_{\tau\tau}\cdot q_{\psi\psi}}\cdot d\tau\cdot d\psi\cdot i_\delta .$$

После подстановки значения $gradT$ и dS в уравнение (15) получим уравнение

$$dI_{Qnm}=-a\mathrm{X}_0\left[\frac{A}{2}arcctg\delta_k+A\cdot arctg\delta_k-\frac{T_k-T_0}{arcctg\delta_k}-A\cdot arctg\delta\right].$$

Полный тепловой поток через контрольную (промежуточную) поверхность δ^* определяется как $I_{Qnm} = \int dI_{Qnm} = -2\pi a X_0 \times$

$$\times\left[\frac{A}{2} arcctg\,\delta_k - \frac{T_k - T_0}{arcctg\,\delta_k} + A\cdot arctg\,\delta_k - A\cdot arctg\,\delta^*\right].$$

Устремляя контрольную поверхность δ^* к бесконечности, получим выражение для теплового потока в полуметаллический кристалл

$$I_{Qnm} = \frac{2\pi a \mathrm{X}_0}{arcctg\delta_k}\left[\frac{U_0^2}{2\rho_0 \mathrm{X}_0} + T_k - T_0\right]. \qquad (16)$$

Сопротивление контакта металл - полуметалл *BiSb* определяем следующим образом.
Так как плотность тока определяется выражением

$$\vec{J} = \frac{U_0}{a\rho_0 arcctg\delta_k}\cdot\frac{1}{\sqrt{(\delta^2+\tau^2)(1+\tau^2)}}$$

и элемент тока $d\vec{J} = j\overrightarrow{dS}$, то полный электрический ток через контакт металл - полуметалл определяется как $J = \int\limits_{\delta_k} \vec{j} dS$.

После преобразований получим $J = \dfrac{4\pi a U_0}{\rho_0 arcctg\delta_k}$,

и отсюда $$R_k = \frac{\rho_0 arcctg\delta_k}{2\pi a}. \qquad (17)$$

Заменив в выражении (16) $U_0^2 = \rho\cdot\dfrac{\rho_0 arcctg\delta_k}{2\pi a}$,

получаем окончательно уравнение

$$I_{Qnm}^{(\infty)} = \frac{2\pi \mathrm{X}_0}{arcctg\delta_k}\left[\frac{\rho\cdot arcctg\delta_k}{4\pi a \mathrm{X}_0} + T_k - T_0\right]. \qquad (18)$$

Суммарный поток тепла в металлический зонд и полуметаллический кристалл равен мощности, выделяющейся на контакте металл – полуметалл:

$$I_{Qnm}\,|_{x=0} + I_{Qnm}^{(\infty)}, \qquad (19)$$

тогда $$\left(T_k - T_0\right)\left(\frac{2\pi a \mathrm{X}_0}{arcctg\delta_k} + \pi r_k^2 \omega \mathrm{X}_3 cth\omega l\right) = \frac{P}{2}.$$

После соответствующих преобразований получаем выражение термоэлектрического напряжения, развиваемого на контакте металл - полуметалл *BiSb:*

$$U_T = \frac{\alpha P}{4\pi \mathrm{X}_0 r_k} \cdot \frac{1}{\delta_0 + \frac{1}{f(c)}}, \qquad (20)$$

где $f(c) = \dfrac{arcctg\dfrac{c}{\sqrt{1-c^2}}}{\sqrt{1-c^2}}$ - поправочная функция на форму контакта; $c = \dfrac{h}{r_k}$ - отношение глубины проплавления контакта к радиусу контакта металл - полуметалл.

Относительная вольтваттная чувствительность контактов металл - полуметалл *BiSb* с геометрией контакта в виде сплюснутого полуэллипсоида вращения с учетом теплового потока в металлический зонд определяется как

$$\frac{\beta_{cn}}{\beta_0} = \frac{1}{\delta_0 + \frac{1}{f(c)}}, \qquad (21)$$

где $\beta_0 = \dfrac{\alpha}{4\pi \mathrm{X}_0 r_k}$ - вольтваттная чувствительность контактов металл - полуметалл *BiSb* с полусферической геометрией без учета теплоотвода в металлический зонд.

Определяем вольтваттную чувствительность для случая, когда контакт малой площади представляется в виде вытянутого полуэллипсоида вращения. Для этого первоначально, как и в предыдущем случае, найдем распределение электрического поля E через потенциал φ. Потенциал φ из решения лапласиана, записанного в системе координат вытянутого полуэллипсоида вращения,

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{a^2\left(\delta^2 - \tau^2\right)} \times$$

$$\times\left\{\frac{d}{d\delta}\left[\left(\delta^2 - 1\right)\frac{d\varphi}{d\delta}\right] + \frac{d}{d\tau}\left[\left(1-\tau^2\right)\frac{d\varphi}{d\tau}\right] + \frac{\delta^2 - \tau^2}{\left(\delta^2 - 1\right)\left(1-\tau^2\right)} \cdot \frac{d^2\varphi}{d\psi^2}\right\} = 0, \qquad (22)$$

где координаты δ, τ, ψ вводятся посредством уравнений

$$X^2 = a^2\left(\delta^2 - 1\right)\left(1-\tau^2\right)\cos^2\psi,\ Y^2 = a^2\left(\delta^2 - 1\right)\left(1-\tau^2\right)\sin^2\psi,\ Z^2 = a^2\delta^2\tau^2.$$

Ввиду симметрии задачи $\dfrac{d\varphi}{d\psi} = \dfrac{d\varphi}{d\tau} = 0$,

поэтому

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{a^2\left(\delta^2 - \tau^2\right)}\left\{\frac{d}{d\delta}\left[\left(\delta^2 - 1\right)\frac{d\varphi}{d\delta}\right]\right\} = 0. \qquad (23)$$

Граничные условия записываются, исходя из того, что на границе контакта потенциал равен U_0, а на бесконечности равен 0:

$$\varphi|_{\delta=\delta_k} = U_0, \qquad (24)$$

$$\varphi|_{\delta\to\infty} = 0. \qquad (25)$$

Из решения (23) получаем распределение потенциала

$$\varphi(\delta) = \frac{U_0}{\ln\frac{\delta_k+1}{\delta_k-1}} \cdot \ln\frac{\delta+1}{\delta-1} \qquad (26)$$

и напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \frac{2U_0}{a\ln\frac{\delta_k+1}{\delta_k-1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\delta^2-\tau^2)(\delta^2-1)}} \cdot \vec{i}_\delta . \qquad (27)$$

Найдем распределение температуры кристаллической решетки в полуметалле из решения уравнения теплопроводности в системе вытянутого эллипсоида вращения. Уравнение теплопроводности в этом случае записывается как

$$\frac{d^2T}{d\delta^2} + \frac{2\delta}{\delta^2-1} \cdot \frac{dT}{d\delta} = -\frac{A}{(\delta^2-1)} \qquad (28)$$

с граничными условиями

$$T(\delta)|_{\delta=\delta_k} = T_{k,} \qquad (29)$$

$$T(\delta)|_{\delta\to\infty} = T_0, \qquad (30)$$

где
$$A = \frac{4U_0^2}{X_0\rho_0\ln^2\frac{\delta_k+1}{\delta_k-1}} . \qquad (31)$$

Производя замену переменной $Z(\delta) = \frac{dT}{d\delta}$, решение уравнения (28) ищем

в виде

$$Z(\delta)=e^{-\int\limits^{\delta}\frac{2\delta}{1+\delta^2}d\delta}\left[C_1-\int\limits_{\delta_k}^{\delta}\frac{A}{\left(\delta^2-1\right)^2}e^{\int\limits_{\delta_k}^{\delta}\frac{2\delta}{\delta^2-1}d\delta}\cdot d\delta\right].$$

После соответствующих преобразований получаем выражение для распределения температуры в объеме полуметалла

$$T(\delta)=\frac{T_0-T_k+\frac{A}{2}arc^2cth\delta_k}{arccth\delta_k}\left(arccth\delta_k-arccth\delta\right)-$$

$$-A\cdot arccth\delta_k\left(arccth\delta_k-arccth\delta\right)+\frac{A}{2}\left\{arc^2cth\delta_k-arc^2cth\delta\right\}+T_k. \qquad (32)$$

Теперь определяем $\frac{dT}{d\delta}$ и тепловой поток в полуметаллический кристалл:

$$\frac{dT}{d\delta}=\frac{1}{\delta^2-1}\left\{Aarccth\delta-\frac{T_k-T_0}{arccth\delta_k}-\frac{A}{2}arccth\delta_k\right\}, \qquad (33)$$

$$I_{Qnm}^{(\infty)}=\frac{2\pi a\mathrm{X}_0}{arccth\delta_k}\left\{T_k-T_0+\frac{U_0^2}{2\rho_0\mathrm{X}_0}\right\}. \qquad (34)$$

Определяя сопротивление контакта металл - полуметалл *BiSb* в виде вытянутого полуэллипсоида вращения, получаем

$$R_k=\frac{\rho_0}{4\pi a}\ln\frac{\delta_k+1}{\delta_k-1}. \qquad (35)$$

Производя замену $U_0^2=P\cdot\frac{\rho_0}{4\pi a}\ln\frac{\delta_k+1}{\delta_k-1}$ в уравнении (34), получаем

окончательное выражение

$$I_{Qnm}^{(\infty)}=\frac{2\pi a\mathrm{X}_0}{arccth\delta_k}\left[\frac{P\cdot arccth\delta_k}{4\pi a\mathrm{X}_0}+T_k-T_0\right]. \qquad (36)$$

Суммируя тепловые потоки в металлический зонд и полуметаллический кристалл и приравнивая их мощности, выделяющейся на контакте металл - полуметалл, получаем выражение для превышения температуры кристаллической решетки приконтактной области

$$T_k-T_0=\frac{P}{2\left(\frac{2\pi a\mathrm{X}_0}{arccth\delta_k}+\pi r_k^2\omega\mathrm{X}_3 cth\omega l\right)}. \qquad (37)$$

После соответствующих преобразований выражение для термоэлектрического напряжения приобретает следующий вид:

$$U_T = \frac{\alpha P}{4\pi \mathrm{X}_0 r_k} \cdot \frac{1}{\delta_0 + \frac{1}{F(c)}}, \qquad (38)$$

где

$$F(c) = \frac{1}{2\sqrt{c^2-1}} \cdot \ln\frac{c+\sqrt{c^2-1}}{c-\sqrt{c^2-1}}. \qquad (39)$$

Окончательно относительная вольтваттная чувствительность контактов металл - полуметалл *BiSb* с геометрией контакта в виде вытянутого полуэллипсоида вращения с учетом теплового потока в металлический зонд определяется как

$$\frac{\beta_{выт}}{\beta_0} = \frac{1}{\delta_0 + \frac{1}{F(c)}}. \qquad (40)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из приведенных расчетов видно, что вольтваттная чувствительность контактов *BiSb* с геометрией в виде вытянутого эллипсоида вращения незначительно уменьшается от вольтваттной чувствительности контактов *BiSb* с полусферической геометрией, в то время как вольтваттная чувствительность контактов *BiSb* с геометрией сплюснутого эллипсоида вращения возрастает и для плоских контактов превышает значение чувствительности контактов с полусферической геометрией в два раза без учета теплового потока в металлический зонд.

SUMMARY

The calculation of volt-watt sensitivity of thermoelectric detector on base BiSb metal-semimetal contact with taking into account the geometry of the hot junction is presented in the paper. Pressure metallic probe is considered as oblong ellipsoid of revolution. Probe fused in the semimetal crystal is considered as an oblate ellipsoid of revolution.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. V.T.Plaksiy, O.N. Suchoruchko, V.M. Svetlichniy, V.A. Solodovnic Bismut-antimony alloys and their application in microwave engineering // The Fourth International Kharkov Symposium "Physics and Engineering of Millimeter and Sub-Millimeter Waves". - Kharkov, Ukraine. - 2001. - Vol.1. - P. 331-332.
2. Плаксий В.Т., Сухоручко О.Н., Касьяненко А.П., Ефимов Б.П. Вольтваттная чувствительность контактов металл-полуметалл *BiSb* с учетом теплового потока через границу контакта // Весник Сумского государственного университета. Серия Физика, математика, механика. – 2001. – № 3(24)-4(25). - С. 132-136.
3. Плаксий В.Т., Сухоручко О.Н., Ефимов Б.П., Касьяненко А.П. Вольтваттная чувствительность контактов металл - полуметалл *BiSb* с учетом смещения по постоянному току // Вестник Сумского государственного университета. Серия Физика, математика, механика. – 2002. – № 5 (38)-6 (39). - С. 29-33.

Поступила в редколлегию 8 апреля 2003 г.