

ЭЛЕКТРОННОЕ УСТРОЙСТВО ПОЛУЧЕНИЯ ФАКТОРИАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

А.Е. Горячев, аспирант

Сумский государственный университет

Отримання факторіальних чисел може бути реалізованим за бази алгоритму, що передбачає ділення вхідного числа на основі факторіальної системи числення. Перевагою алгоритму є висока швидкість перетворення. У статті розглядається побудова програмної та апаратної реалізації даного алгоритму.

В статье рассматривается преобразование двоичных чисел в факториальные числа как промежуточный шаг при генерации перестановок. Строится программа алгоритма преобразования, разрабатывается структура реализующей данный алгоритм электронной системы, а также исследуется влияние величины исходного числа на скорость преобразования.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Преобразование двоичных чисел в факториальные числа является промежуточным шагом при генерации перестановок на основе факториальных чисел [1,3]. Перестановки широко используются на практике для решения задач комбинаторной оптимизации, например, задачи поиска оптимального решения [2], а также при помехоустойчивой передаче данных и защите их от несанкционированного доступа. Перестановки на основе факториальных чисел получаются в соответствии со следующим алгоритмом, рассмотренным в [1]:

Цифра старшего разряда факториального числа остаётся без изменений и считается первым элементом строящейся перестановки. Следующую цифру сравнивают с первым элементом перестановки, если она больше его, то необходимо увеличить данную цифру на 1, в противном случае она без изменений записывается как второй элемент перестановки. Цифры следующих разрядов сравнивают сначала с наименьшим элементом строящейся перестановки. Если значение цифры при этом больше значения данного элемента, то необходимо увеличить её на 1 и сравнивать с наименьшим из оставшихся элементов перестановки и если значение цифры больше его, то она увеличивается на 1. Сравнение производится до тех пор, пока значение цифры не станет меньше того значения элемента строящейся перестановки, с которым данная цифра сравнивается, или же пока не будет произведено сравнение со всеми элементами. Таким образом, получается очередная перестановка.

Как следует из вышеприведенного алгоритма, для получения перестановок требуются факториальные числа, которые, в свою очередь, получают путём преобразования степенных чисел.

Под факториальной системой счисления понимается выражение вида:

$$F_{\langle \phi \rangle} = X_n \cdot n! + X_{n-1} \cdot (n-1)! + \dots + X_i \cdot i! + \dots + X_1 \cdot 1! + X_0 \cdot 0!, \quad (1)$$

где $i = 0, 1, \dots, 0 \leq X_i \leq i$.

Факториальная система счисления относится к системам счисления со смешанным основанием.

цикла происходит проверка, является ли делимое нулём и при положительном результате проверки цикл прерывается. После завершения цикла операций деления происходит запись полученного факториального числа в файл, а также вывод на экран. Количество разрядов факториального числа определяется на основании подсчёта числа проведённых операций деления.

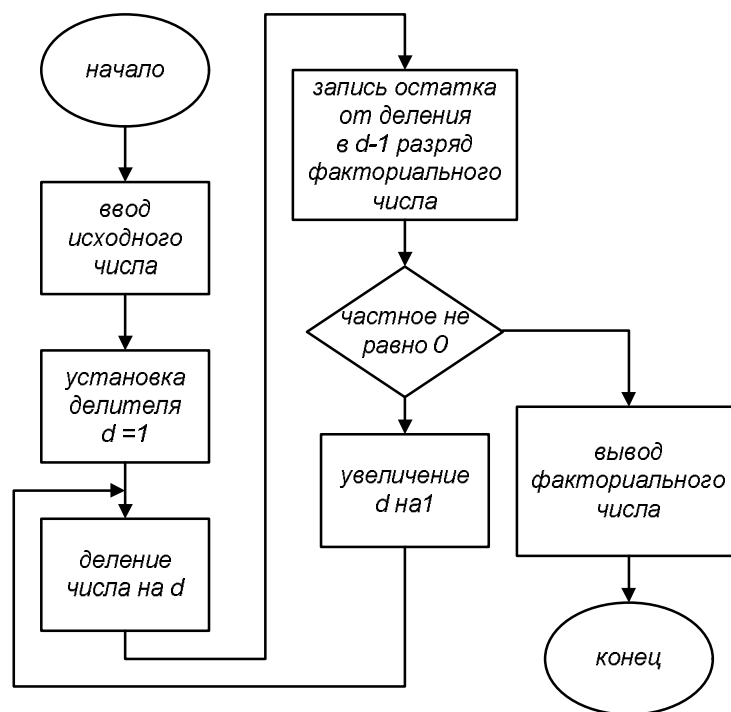


Рисунок 1 –Блок-схема алгоритма преобразования двоичных чисел в факториальные числа

2. Устройство преобразования двоичных чисел в факториальные

Схема, реализующая рассматриваемый алгоритм, представлена на рисунке 2. В её состав входят: блок ввода данных, блок хранения данных, блок управления процессом преобразования, блок деления числа, блок вывода данных.

Входные данные представляют собой исходное двоичное число, а также различные управляющие сигналы. С помощью блока управления осуществляется контроль над процессом преобразования. Блок хранения данных предназначен для хранения исходных чисел, промежуточных величин, используемых в процессе преобразования, а также получаемых в результате преобразования факториальных чисел. Преобразование числа соответственно алгоритму осуществляется в блоке деления числа. Выходные данные, представляющие собой двоичное представление факториального числа, снимаются с выхода блока вывода данных. При проектировании блоков устройства необходимо учитывать максимальное значение исходного числа, которое требуется преобразовать. Данная величина влияет на объёмы памяти устройства, а также разрядность делителя. Определить максимальную величину двоичного числа при известной требуемой максимальной величине факториального числа можно, воспользовавшись формулой (1). Обратная задача решается путём

преобразования двоичного числа в факториальное число с помощью рассматриваемого в данной работе алгоритма.

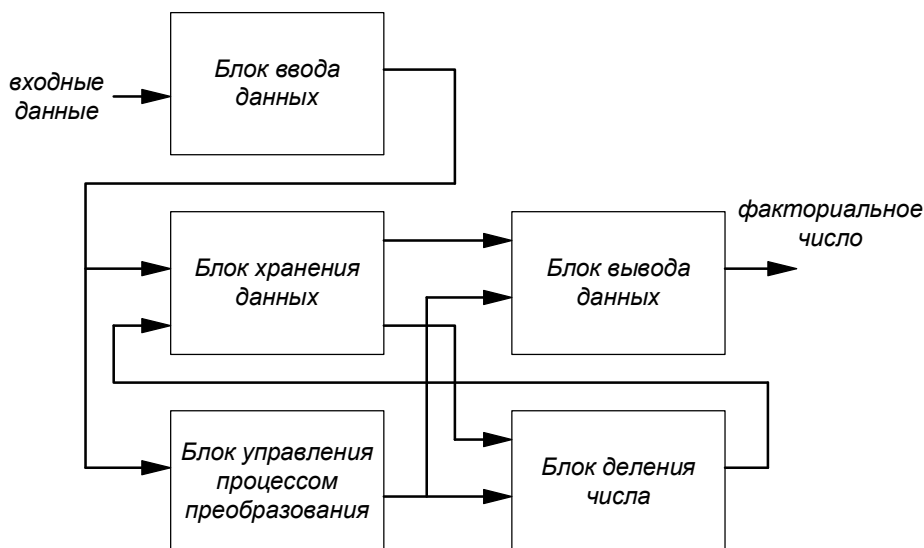


Рисунок 2 – Электронное устройство преобразования двоичных чисел в факториальные числа

В начале цикла преобразования исходное двоичное число с блока ввода данных через блок хранения данных подаётся на блок деления числа. Для сокращения числа операций с числом, также как и в случае программной реализации алгоритма, изначально делителем числа установлена двойка. После завершения каждой операции деления промежуточные данные, включающие частное и остаток от деления, записываются в блок хранения, после чего происходит обнуления блока деления. Остатки от деления, последовательно записываясь в специальную область памяти блока хранения, формируют факториальное число. Частное от деления перезаписывается в блок деления для совершения следующего цикла до тех пор, пока не станет равным нулю. Проверка значения частного от деления осуществляется блоком управления процессом преобразования. После завершения преобразования полученное факториальное число передаётся из блока хранения в блок вывода данных. Количество разрядов факториального числа подсчитывается блоком управления. Конечные данные в виде двоичной записи факториального числа передаются для дальнейшего использования с помощью блока вывода данных.

3. Оценка быстродействия алгоритма

Быстродействие рассматриваемого алгоритма определяется в основном количеством операций деления, необходимых для полного преобразования исходного числа. Максимальное число N , для преобразования которого необходимо совершить n делений, будет определяться следующим образом:

$$N = n! - 1. \quad (4)$$

Это объясняется тем, что при делении числа последовательно на 1, частного от деления на 2, 3... n мы делим исходное число на

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$. При делении $n!$ на $n!$ в частном мы получим 1, следовательно, потребуется совершить ещё 1 деление (всего $n+1$ делений). При целочисленном делении $n!-1$ на $n!$ в частном получим 0, следовательно достаточно провести n делений.

Воспользовавшись формулой (4), исследуем зависимость количества операций деления числа от величины исходного числа в десятичном виде. В таблице 1 показаны максимальные значения величины преобразуемого числа ПЧ, для которых число операций деления равно ЧД.

Таблица 1 – Зависимость количества операций деления от величины преобразуемого числа

ПЧ	5	23	119	719	5039	40319	362879
ЧД	2	3	4	5	6	7	8

График исследуемой зависимости представлен на рисунке 3. Анализируя таблицу 1 и рисунок 3 можно сделать вывод, что число необходимых для преобразования числа операций при значительном увеличении значения исходного числа растёт незначительно. Данный факт свидетельствует о том, что алгоритм сохраняет высокие показатели быстродействия при больших значениях входных величин.

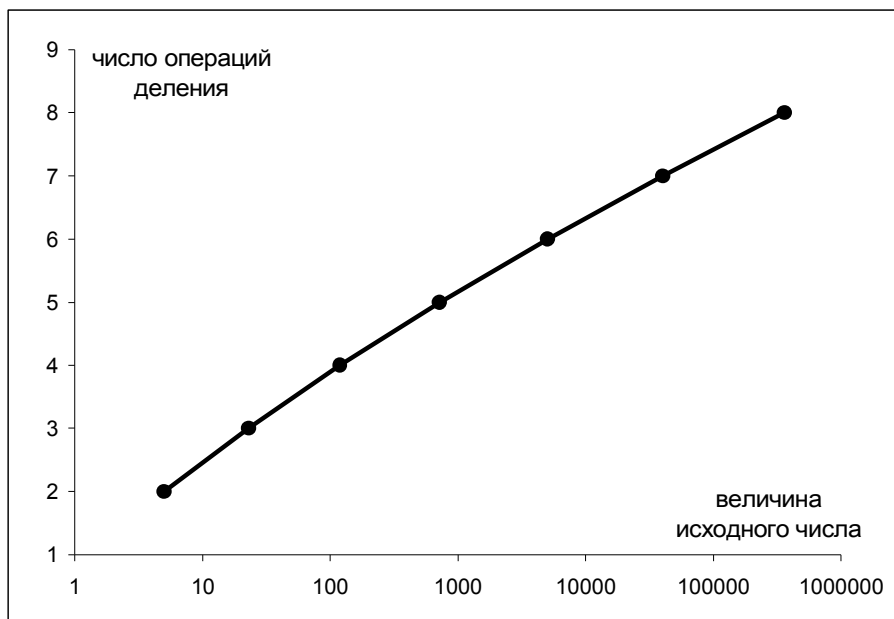


Рисунок 3 – График зависимости необходимого количества операций деления от величины преобразуемого числа

ВЫВОДЫ

Для решения поставленных задач была построена программа преобразования десятичных чисел в факториальные числа, а также разработана схема устройства преобразования двоичных чисел в факториальные. Было оценено влияние величины преобразуемого числа на скорость преобразования. Достоинством рассмотренного алгоритма

преобразования является высокое быстродействие, падающее незначительно с увеличением значения преобразуемого числа. Это обеспечивает высокое значение скорости преобразования, как в программах, так и устройствах, реализующих данный алгоритм.

SUMMARY

THE ELECTRONIC DEVICE OF RECEPTION OF FACTORIAL NUMBERS

*A.E. Goryachev, postgraduate
Sumy State University*

In this paper transforming binary numbers to factorial numbers as an intermediate step for permutation generating is shown. The program of transforming algorithm is built, the electronic device realizing this algorithm is developed, and the influence of numbers length on the number transforming is researched.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисенко А.А., Кулик И.А., Горячев А.Е. Электронная система генерации перестановок на базе факториальных чисел // Вісник СумДУ. Технічні науки. – 2007. – №1. – С.183 – 188.
2. Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы: теория и практика. – М.: Мир, 1980. – 477 с.
3. Borisenko A.A., Kalashnikov V.V., Kulik I.A., Goryachev A.E. Generation of Permutations Based Upon Factorial Numbers // Eighth International Conference on Intelligent Systems Design and Applications. Kaohsiung. - Taiwan, 2008. – P. 57 – 61.
4. Горячев А.Е. Построение факториальных чисел на основе двоичных счётчиков // Вісник СумДУ. Технічні науки. – 2008. – №4. –С. 16-23.

Поступила в редакцию 14 мая 2009 г.