

**ДО ТЕОРІЇ ПЛАЗМОПУЧКОВОГО СУПЕРГЕТЕРОДИННОГО  
ЛАЗЕРА НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ****В.В. Куліш, О.В. Лисенко, В.В. Коваль***Сумський державний університет,  
вул. Римського-Корсакова, 2, м. Суми, 40007*

*Побудована квадратично-нелінійна теорія плазмпучкового супергетеродиначного лазера на вільних електронах, як накачка в якому використовується незвичайна уповільнена електромагнітна хвиля, що поширюється у замагніченій плазмпучковій системі. Враховано мультигармонічну взаємодію хвиль. Проведено аналіз інкремента зростання електромагнітної хвилі сигналу. Показано перспективність використання даних систем для генерації потужного електромагнітного випромінювання в міліметровому та субміліметровому діапазонах хвиль.*

**ВСТУП**

Створення та розроблення нових джерел потужного електромагнітного випромінювання в міліметровому та субміліметровому діапазонах хвиль є одним із пріоритетних завдань сучасної плазмової релятивістської НВЧ-електроніки. Наведена стаття саме і присвячена теоретичному дослідженню такого джерела потужного електромагнітного випромінювання як плазмпучковий супергетеродиначний лазер на вільних електронах [1].

Принципова ідея плазмпучкового супергетеродиначного лазера на вільних електронах (ЛВЕ) з накачкою у вигляді незвичайної уповільненої електромагнітної хвилі, що поширюється у замагніченій плазмпучковій системі, вперше була запропонована в роботі [1]. Тут також були проведені оцінки параметрів досліджуваного приладу, з яких випливає, що дана система може використовуватись як джерело потужного електромагнітного випромінювання в міліметровому та субміліметровому діапазонах хвиль.

Ця стаття присвячена подальшому дослідженню плазмпучкового супергетеродиначного ЛВЕ. Тут побудована квадратично-нелінійна теорія цього приладу, проведений порівняльний аналіз даної системи та еквівалентної двопотокової. З'ясовано, що досліджувані системи мають суттєво більші інкрементами зростання, ніж еквівалентні двопотокові системи. Показана перспективність використання даних систем для генерації потужного електромагнітного випромінювання в міліметровому та субміліметровому діапазонах. Зазначимо, що частково дана робота обговорювалась в [2], де були наведені лише деякі результати квадратично-нелінійної теорії плазмпучкового супергетеродиначного лазера на вільних електронах ЛВЕ.

**1 ТЕОРЕТИЧНА МОДЕЛЬ**

Модель плазмпучкового супергетеродиначного лазера на вільних електронах зображена на рис. 1. Релятивістський електронний пучок 1, що характеризується ленгмюрівською частотою  $\omega_b$ , проходить через плазму 2, плазмова частота якої  $\omega_p$ . Плазмпучкова система розміщена у поздовжньому фокусуєчому магнітному полі з напруженістю  $H_0$ . Накачку вибираємо у вигляді незвичайної електромагнітної хвилі [3] із частотою  $\omega_2$  та хвильовим числом  $k_2$ , що поширюється назустріч електронному пучку 1. Також на вхід системи подаємо електромагнітний сигнал із частотою  $\omega_1$  і хвильовим числом  $k_1$ . У результаті

параметричного резонансу між хвилею сигналу  $\{\omega_1, k_1\}$  і накачкою  $\{\omega_2, k_2\}$  в плазмпучковій системі збуджується хвиля просторового заряду (ХПЗ) із частотою  $\omega_3$  та хвильовим числом  $k_3$ . Частоти та хвильові числа цих хвиль пов'язані між собою умовою параметричного резонансу

$$p_3 = p_1 - p_2$$

або

$$\omega_3 = \omega_1 - \omega_2, \quad k_3 = k_1 + k_2, \quad (1)$$

де  $p_1 = \omega_1 t - k_1 z$  - фаза електромагнітної хвилі сигналу;  $p_2 = \omega_2 t + k_2 z$  - фаза електромагнітної хвилі накачки;  $p_3 = \omega_3 t - k_3 z$  - фаза електронної хвилі ХПЗ. При цьому параметри системи вибираємо таким чином, щоб хвиля ХПЗ  $\{\omega_3, k_3\}$  зростала внаслідок плазмпучкової нестійкості.

Особливістю досліджуваної системи є те, що тут реалізується ефект супергетеродинного підсилення [1,4]. Сутність його полягає у використанні додаткового механізму підсилення однієї із трьох хвиль, які беруть участь у параметричному резонансі, що реалізується в робочій області плазмпучкового супергетеродинного ЛВЕ. У даному випадку у якості додаткового механізму підсилення виступає ефект підсилення хвилі просторового заряду за рахунок плазмпучкової нестійкості. Роль самого трихвильового параметричного резонансу тут зводиться лише до перенесення додаткового підсилення із ХПЗ на електромагнітну хвилю сигналу  $\{\omega_1, k_1\}$ .

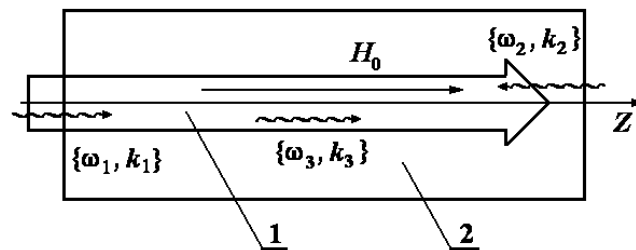


Рисунок 1 – Схема плазмпучкового супергетеродинного ЛВЕ

Ще однією особливістю досліджуваної системи є те, що як хвиля накачки тут використовується незвичайна уповільнена електромагнітна хвиля, закон дисперсії якої має такий вигляд (див., наприклад, [3])

$$k_2 = \frac{\omega_2}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_2(\omega_2 - \omega_H)}} \approx \frac{\omega_2}{c} \cdot N_2, \quad (2)$$

де  $c$  - швидкість світла;  $\omega_H$  - циклотронна частота;  $N_2 = \omega_p / \sqrt{\omega_2 \omega_H}$  - коефіцієнт уповільнення. Параметри системи вибираємо таким чином, щоб  $N_2 \gg 1$ . Завдяки цьому в даній системі з'являється можливість підсилювати електромагнітний сигнал, частота якого є набагато більшою від частоти накачки [1]:

$$\omega_1 = \omega_2(1 + N_2 \cdot \beta) / (1 - \beta), \quad (3)$$

де  $\beta = v_z/c$  - відношення швидкості електронного пучка до швидкості світла. Зрозуміло, що, використовуючи релятивістські пучки ( $1 - \beta \ll 1$ ), ми також можемо додатково збільшувати частоту підсилюваної електромагнітної хвилі.

## 2 РІВНЯННЯ ДЛЯ АМПЛІТУД ПОЛЯ

Як вихідні використовуємо релятивістське квазігідродинамічне рівняння, рівняння неперервності та рівняння Максвелла.

Для розв'язання задачі руху та знаходження концентрації електронів пучка та плазми використовуємо ієрархічний підхід до теорії коливань і хвиль [5]. Для розв'язання задачі збудження електромагнітних полів застосуємо метод повільно змінних амплітуд.

Будемо вважати, що хвиля електромагнітного сигналу, повздовжня електронна хвиля та електромагнітна хвиля накачки мають мультигармонічну природу. Тоді електричні  $\vec{E}$  та магнітні  $\vec{B}$  компоненти полів у досліджуваній системі будуть мати вигляд

$$\begin{aligned}\vec{E}_1 &= \sum_{m=1}^N \left[ (E_{1x,m} \vec{e}_x + E_{1y,m} \vec{e}_y) e^{imp_1} + c.c. \right] , \\ \vec{B}_1 &= \sum_{m=1}^N \left[ (B_{1x,m} \vec{e}_x + B_{1y,m} \vec{e}_y) e^{imp_1} + c.c. \right] , \\ \vec{E}_2 &= \sum_{m=1}^N \left[ (E_{2x,m} \vec{e}_x + E_{2y,m} \vec{e}_y) e^{imp_2} + c.c. \right] , \\ \vec{B}_2 &= \sum_{m=1}^N \left[ (B_{2x,m} \vec{e}_x + B_{2y,m} \vec{e}_y) e^{imp_2} + c.c. \right] , \\ \vec{E}_3 &= \sum_{m=1}^N \left[ E_{3,m} e^{imp_3} + c.c. \right] \vec{e}_z ,\end{aligned}\tag{4}$$

де  $N$  – кількість гармонік, яка береться до уваги при розв'язанні задачі;  $m$  – тут і далі є номером відповідної гармоніки.

Зазначимо, що закон дисперсії для електронної хвилі ХПЗ  $\{\omega_3, k_3\}$ , яка зростає завдяки плазмпучковій нестійкості, є лінійним. Тому в цій системі реалізується параметричний резонанс між гармоніками хвилі ХПЗ. Зрозуміло, у ряді режимів роботи плазмпучкового супергетеродинного ЛВЕ параметричний резонанс між гармоніками електронної хвилі ХПЗ суттєво впливає на його роботу. Крім того, електромагнітна хвиля накачки, яка вводиться ззовні, може також мати мультигармонічну природу. Саме тому поля у загальному випадку вибираємо у вигляді (4).

У результаті проведення стандартної процедури асимптотичного інтегрування [5] отримуємо для амплітуд гармонік напруженості електричного поля електромагнітної хвилі  $\{\omega_1, k_1\}$  та електронної хвилі ХПЗ  $\{\omega_3, k_3\}$  систему диференціальних рівнянь у квадратичному наближенні (вважаємо, що електромагнітна хвиля накачки у цьому наближенні практично не змінюється)

$$K_{1,m} \frac{\partial E_{1x,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1x,m} = K_{3,m} E_{3z,m} E_{2x,m} ,$$

$$\begin{aligned}
K_{1,m} \frac{\partial E_{1y,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1y,m} &= K_{3,m} E_{3z,m} E_{2y,m}, \\
C_{2,m} \frac{\partial^2 E_{3z,m}}{\partial t^2} + C_{1,m} \frac{\partial E_{3z,m}}{\partial t} + D_{3,m} E_{3z,m} &= \\
&= C_{3,m} E_{1x,m} E_{2x,m}^* + C_{4,m} \left\langle E_z \left( \int E_z dp_3 \right) \right\rangle_{mp3} + C_{5,m} \left\langle \left( \int E_z dp_3 \right)^2 \right\rangle_{mp3}.
\end{aligned} \tag{5}$$

У цих рівняннях позначено

$$D_{1,m} = \frac{im}{c\omega_1} \left( k_1^2 c^2 - \omega_1^2 + \sum_a^{b,p} \frac{\omega_a^2 \Omega_{1,\alpha} (m\Omega_{1,\alpha} + \eta_1 \omega_{H,\alpha})}{m\bar{\gamma}_\alpha \left( (m\Omega_{1,\alpha})^2 - (\omega_{H,\alpha})^2 \right)} \right) - \text{дисперсійна функція}$$

електромагнітної хвилі сигналу;

$$K_{1,m} = \frac{\partial D_{1,m}}{\partial(im\omega_1)} = -\frac{c^2 k_1^2 + \omega_1^2}{\omega_1^2 c} - \sum_a^{b,p} \frac{\omega_a^2 (\Omega_{1,\alpha} \omega_1 + (\omega_{H,\alpha} \eta_1 - m\Omega_{1,\alpha}) \bar{v}_{z,\alpha} k_1 / m)}{\omega_1^2 c \bar{\gamma}_\alpha (\omega_{H,\alpha} \eta_1 - m\Omega_{1,\alpha})^2};$$

$$\begin{aligned}
K_{3,m} &= \sum_a^{b,p} \frac{\omega_a^2}{c\bar{\gamma}_\alpha^2} \frac{e}{m_e} \left[ \frac{\Omega_{2,\alpha} k_3}{\bar{\gamma}_\alpha^2 m\Omega_{3,\alpha}^2 \omega_2 (\omega_{H,\alpha} \eta_2 - m\Omega_{2,\alpha})} + \frac{(\omega_{H,\alpha} \eta_2 + m\Omega_{1,\alpha})}{(\omega_{H,\alpha})^2 - (m\Omega_{1,\alpha})^2} \times \right. \\
&\times \left. \left( \frac{(-1)}{m\Omega_{3,\alpha}} \left( \frac{\bar{v}_{z,\alpha} \Omega_{2,\alpha}}{c^2} - \frac{k_2}{\bar{\gamma}_\alpha^2 \omega_2} \right) + \frac{\Omega_{2,\alpha} (\bar{v}_{z,\alpha} (m\Omega_{3,\alpha} + \omega_{H,\alpha} \eta_2) + m k_2 c^2 / \bar{\gamma}_\alpha^2)}{\omega_2 c^2 m\Omega_{3,\alpha} (\omega_{H,\alpha} \eta_2 - m\Omega_{2,\alpha})} \right) \right];
\end{aligned}$$

$$D_{3,m} = \frac{-im\omega_3}{c} \left( 1 + \sum_a^{b,p} \frac{\omega_a^2}{\Omega_{3,\alpha}^2 (im)^2 \bar{\gamma}_\alpha^3} \right) - \text{дисперсійна функція електронної хвилі}$$

ХПЗ;

$$C_{1,m} = \frac{\partial D_{3,m}}{\partial(im\omega_3)} = -\frac{1}{c} + \sum_a^{b,p} \frac{\omega_a^2 (1 + 2k_3 \bar{v}_{z,\alpha} / \Omega_{3,\alpha})}{c \bar{\gamma}_\alpha^3 (im\Omega_{3,\alpha})^2};$$

$$C_{2,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{3,m}}{\partial(im\omega_3)^2} = -\sum_a^{b,p} \frac{\omega_a^2 (1 + 3k_3 \bar{v}_{z,\alpha} / \Omega_{3,\alpha})}{c \bar{\gamma}_\alpha^3 (im\Omega_{3,\alpha})^3};$$

$$C_{3,m} = \sum_a^{b,p} \frac{e}{m_e c^3} \frac{\omega_a^2 \omega_3 (1 + \eta_1 \eta_2)}{m\Omega_{3,\alpha}^2 \bar{\gamma}_\alpha^3 \omega_2 \omega_1} \left[ \frac{\Omega_{1,\alpha} (-c^2 k_2 - \omega_2 \bar{v}_{z,\alpha})}{(\omega_{H,\alpha} \eta_1 - m\Omega_{1,\alpha})} - \frac{\Omega_{2,\alpha} (c^2 k_1 - \omega_1 \bar{v}_{z,\alpha})}{(\omega_{H,\alpha} \eta_2 - m\Omega_{2,\alpha})} \right];$$

$$C_{4,m} = \sum_a^{b,p} \frac{\omega_a^2}{c\bar{\gamma}_\alpha^4 \Omega_{3,\alpha}^3} \frac{e}{m_e} \left[ \frac{2\bar{v}_{z,\alpha} k_3^2 + \omega_3 k_3}{\Omega_{3,\alpha} \bar{\gamma}_\alpha^2} - 3 \frac{\bar{v}_{z,\alpha} \omega_3}{c^2} \right]; \quad C_{5,m} = \sum_a^{b,p} \left[ \frac{\omega_a^2}{c\bar{\gamma}_\alpha^6} \frac{e}{m_e} \frac{k_3}{\Omega_{3,\alpha}^3} \right];$$

$\eta_1 = E_{1y,m} / (iE_{1x,m}) = +1$  – знакова функція, яка характеризує поляризацію циркулярно поляризованої хвилі сигналу;  $\eta_2 = E_{2y,m} / (iE_{2x,m}) = +1$  – знакова функція, яка характеризує поляризацію циркулярно поляризованої хвилі накачки (хвилі з  $\eta = +1$  називають

незвичайними, хвилі з  $\eta = -1$  – звичайними [3]);  $c$  – швидкість світла;  $e$  – заряд електрона;  $m_e$  – маса електрона; індексом “ $b$ ” характеризуємо параметри пучка, індексом “ $p$ ” – параметри плазми;  $\bar{v}_{z,b}$  – середня швидкість електронів пучка;  $\bar{v}_{z,p} = 0$  – середня швидкість електронів плазми;  $\bar{\gamma}_\alpha = 1/\sqrt{1 - (\bar{v}_{z,\alpha}/c)^2}$ ;  $\Omega_{1,\alpha} = \omega_1 - k_1 \bar{v}_{z,\alpha}$ ;  $\Omega_{2,\alpha} = \omega_2 + k_2 \bar{v}_{z,\alpha}$ ;  $\Omega_{3,\alpha} = \omega_3 - k_3 \bar{v}_{z,\alpha}$ ;  $\omega_{H,\alpha} = eH_0/(\bar{\gamma}_\alpha m_e c)$ ;  $\langle \dots \rangle_{mp3} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots \exp(im_p \varphi)) d\varphi$ .

З отриманої системи (5) випливає, що в даній системі поширюються назустріч одна одній електромагнітні хвилі, які є циркулярно поляризованими. Проаналізуємо коефіцієнт  $C_{3,m}$  цієї системи. Бачимо, що для реалізації параметричного резонансу необхідно, щоб електромагнітні хвилі сигналу та накачки мали однаковий напрямок обертання вектора напруженості електричного поля. Тобто напрямок обертання вектора напруженості електричного поля обох хвиль повинен бути або за годинниковою стрілкою, коли дивитись вздовж вектора напруженості магнітного поля, ( $\eta_1 = +1, \eta_2 = +1$ ), або проти годинникової стрілки ( $\eta_1 = -1, \eta_2 = -1$ ). Через те що напрямки поширення електромагнітних хвиль в даній системі є протилежними, вищезазначена умова відповідає протилежній круговій поляризації хвиль сигналу та накачки. В іншому випадку  $C_{3,m}$  буде дорівнювати нулю. Цей висновок повністю збігається з висновками загальної теорії відносно резонансної поляризації [4,6]. У даній системі хвиля сигналу є правополяризованою, а хвиля накачки – лівополяризованою.

### 3 АНАЛІЗ

У системі, що розглядається, реалізується ефект плазмпучкової нестійкості. З математичної точки зору це означає, що деякі розв’язки дисперсійного рівняння для  $m$ -ї гармоніки ХПЗ

$$D_{3,m}(\omega'_{3,m}, mk_3) = 0 \quad (6)$$

є комплексними. Тобто, вважаючи хвильове число  $mk_3$  відомим, знаходимо з (6) розв’язки для частоти, які є комплексними:

$$\omega'_{3,m} = \omega_{3,m} - i \cdot \Gamma_m, \quad (7)$$

де  $\omega_{3,m}$  – дійсна частина комплексної частоти  $\omega'_{3,m}$ ;  $\Gamma_m$  – інкремент зростання  $m$ -ї гармоніки хвилі ХПЗ. При цьому

$$\omega_{3,m} \approx mk_3/v_{z0} = m\omega_3. \quad (8)$$

Тобто для дійсної частини частоти зростаючої хвилі ХПЗ закон дисперсії є лінійним. Саме це обумовлює параметричну взаємодію гармонік ХПЗ між собою.

З іншого боку, в умовах параметричного резонансу (1), а отже, і в отриманій системі рівнянь для амплітуд поля (5) використовуємо дійсні значення частоти ХПЗ  $\omega_3$ . Це приводить до того, що у системі рівнянь для амплітуд поля (5) дисперсійна функція, яка залежить від дійсних  $\omega_3$  та  $k_3$ , не дорівнює нулю  $D_{3,m}(m\omega_3, mk_3) \neq 0$ . Ця обставина є характерною

для систем, в яких реалізується нестійкість (плазмопучкова, дво потокова та інші).

Для більш зручного аналізу системи (5) перетворимо  $D_{3,m}(m\omega_3, mk_3) \neq 0$ , розвинувши вираз (6) в ряд Тейлора біля дійсних значень  $m\omega_3$ ,  $mk_3$

$$0 = D_{3,m}(\omega'_{3,m}, mk_3) = D_{3,m}(m\omega_{3,m}, mk_3) + \frac{\partial D_{3,m}}{\partial(m\omega_3)}(-i\Gamma_m) + \frac{\partial^2 D_{3,m}}{2\partial(m\omega_3)^2}(-i\Gamma_m)^2 + \dots$$

Звідси знаходимо

$$D_{3,m}(m\omega_{3,m}, mk_3) = -\frac{\partial D_{3,m}}{\partial(im\omega_3)}\Gamma_m - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 D_{3,m}}{\partial(im\omega_3)^2}(\Gamma_m)^2 + \dots = -C_{1,m}\Gamma_m - C_{2,m}\Gamma_m^2 + \dots$$

Тоді система рівнянь (5) буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} K_{1,m} \frac{\partial E_{1x,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1x,m} &= K_{3,m} E_{3z,m} E_{2x,m}, \\ K_{1,m} \frac{\partial E_{1y,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1y,m} &= K_{3,m} E_{3z,m} E_{2y,m}, \\ C_{2,m} \frac{\partial^2 E_{3z,m}}{\partial t^2} + C_{1,m} \frac{\partial E_{3z,m}}{\partial t} - (C_{1,m}\Gamma_m + C_{2,m}\Gamma_m^2) E_{3z,m} &= \\ &= C_{3,m} E_{1x,m} E_{2x,m}^* + C_{4,m} \left\langle E_z \left( \int E_z dp_3 \right) \right\rangle_{mp3} + C_{5,m} \left\langle \left( \int E_z dp_3 \right)^2 \right\rangle_{mp3}. \end{aligned} \quad (9)$$

Проаналізуємо систему (9). Розглянемо найпростіший випадок, коли в плазмопучковому супергетеродинному ЛВЕ реалізується монохроматичний режим роботи і вищі гармоніки ХПЗ на процеси у системі не впливають ( $N=1$ ). Шукаємо розв'язки у вигляді  $E_{1x,1}, E_{3z,1} \sim \exp(\alpha t)$ . Підставляємо їх у рівняння (9) і отримуємо для інкремента  $\alpha$  рівняння

$$\left( \frac{C_{2,1}}{C_{1,1}}(\alpha^2 - \Gamma_1^2) + (\alpha - \Gamma_1) \right) \cdot \alpha = \frac{C_{3,1}K_{3,1}}{C_{1,1}K_{1,1}} \cdot |E_{2x,1}|^2 \equiv \alpha_{par}^2. \quad (10)$$

Вважаючи, що  $\Gamma_1 \gg \alpha_{par}$  нескладно знайти, що

$$\alpha = \Gamma_1 \left( 1 + \frac{\alpha_{par}^2}{\Gamma_1^2(1 + 2C_{2,1}\Gamma_1/C_{1,1})} \right). \quad (11)$$

Із співвідношення (11) випливає, що за математичною структурою інкремент супергетеродинного підсилення  $\alpha$  збігається з інкрементом [4,6], який отримано в рамках модельної задачі (без конкретизації механізму додаткового підсилення ХПЗ).

Також бачимо, що за умови  $\Gamma_1 \gg \alpha_{par}$  інкремент зростання  $\alpha$  хвиль у системі практично збігається з інкрементом зростання плазмопучкової нестійкості  $\Gamma_1$ . Використовуючи відоме співвідношення для  $\Gamma_1$  для випадку, коли  $k_3 \bar{v}_{z,b} = \omega_p$ , [7] маємо

$$\alpha \approx \Gamma_1 = \frac{\sqrt{3} \cdot \omega_b^{2/3} \cdot \omega_p^{1/3}}{\sqrt[3]{16} \cdot \bar{\gamma}_b \cdot \bar{v}_{z,b}}. \quad (12)$$

Найближчим фізичним аналогом досліджуваного явища є ефект супергетеродинного підсилення у двоштокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах [4]. Для ілюстрації переваги плазмпучкового над двоштоковим супергетеродинним ЛВЕ зробимо порівняння отриманого інкремента зростання  $\alpha$  з максимальним інкрементом зростання еквівалентної двоштокової системи  $\Gamma_2$  [4]

$$\Gamma_2 = \frac{\omega_b}{2 \cdot \bar{\gamma}_b^{3/2} \cdot \bar{v}_{z,b}}. \quad (13)$$

Під еквівалентною двоштоковою системою в цьому випадку розуміємо систему, у якій парціальний електронний пучок має такі самі параметри, як і пучок у випадку плазмпучкової системи.

Аналізуючи співвідношення (12) та (13), можемо зробити висновок, що інкремент зростання плазмпучкової системи  $\Gamma_1$  є суттєво більшим за інкремент зростання еквівалентної двоштокової системи  $\Gamma_2$ . Це пов'язано з тим, що, по-перше, інкремент плазмпучкової системи  $\Gamma_1 \sim (\omega_p)^{1/3} (\omega_b)^{2/3}$ , тоді як  $\Gamma_2 \sim \omega_b$ . Завдяки тому що ленгмюрівська частота плазми  $\omega_p$  в реальних приладах може бути набагато більшою від ленгмюрівської частоти пучка  $\omega_b$ , інкремент  $\Gamma_1$  є більшим за  $\Gamma_2$ . По-друге, залежність інкрементів зростання від релятивістських факторів є різною:  $\Gamma_1 \sim 1/(\bar{\gamma}_b)$ ,  $\Gamma_2 \sim 1/(\bar{\gamma}_b)^{3/2}$ . Це означає, що релятивізм пучка у випадку плазмпучкової системи менше зменшує інкремент зростання, ніж у випадку двоштокової системи.

Для ілюстрації вищесказаного проведемо числові оцінки. Вважаємо, що  $\omega_p \sim 10^{12} \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_b \sim 10^{10} \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_H \sim 10^{10} \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_2 \sim 5 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$ ,  $\gamma = 3$ . Використовуючи співвідношення (12), (13), отримуємо, що  $\alpha = 0,38 \text{ см}^{-1}$ ,  $\Gamma_2 = 0,034 \text{ см}^{-1}$ . Таким чином, інкремент зростання в досліджуваній системі є набагато вищим (а саме у десять разів!), ніж у випадку еквівалентної двоштокової системи. При цьому частота сигналу дорівнює  $\omega_1 = 1,2 \cdot 10^{13} \text{ c}^{-1}$ , за умови, що частота хвилі накачки дорівнює  $\omega_2 \sim 5 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$ . Звідси випливає унікальна можливість створення відносно слабoreлятивістських джерел ( $\gamma = 3$ ) субміліметрового та інфрачервоного діапазонів хвиль при НВЧ-накачці дециметрового діапазону ( $\lambda_2 = 40 \text{ см}$ ).

Варто також зазначити, що плазмпучкова система має яскраво виражену мультигармонічність. При цьому максимум амплітуди може припадати на вищі номери гармоніки Фур'є-спектра. Це відкриває нові можливості формування електромагнітних сигналів зі складним мультигармонічним спектром.

### ВИСНОВОК

Таким чином, у роботі побудована квадратично-нелінійна теорія плазмпучкового супергетеродинного лазера на вільних електронах, як накачка у якому використана незвичайна уповільнена електромагнітна хвиля. Проведено аналіз інкремента зростання електромагнітної хвилі сигналу. З'ясовано, що досліджувані системи мають суттєво більші

інкременти зростання, ніж еквівалентні двопотокові системи. Показана перспективність використання даних систем для генерації потужного електромагнітного випромінювання в міліметровому та субміліметровому діапазонах для створення мультигармонічних систем.

## SUMMARY

### TO THE THEORY OF PLASMA-BEAM SUPERHETERODYNE FREE ELECTRON LASER

*V.V. Kulish, O.V. Lysenko, V.V. Koval*

*Sumy State University, Rymskii-Korsakov Str., 2, 40007, Sumy, Ukraine*

*A nonlinear quadratic theory of Plasma-Beam Superheterodyne Free Electron Laser is constructed. The unusual retarded electromagnetic wave is used as a pumping wave. Multi-harmonious interaction of waves is taken into consideration. Analysis of the growth increment for the signal electromagnetic wave is carried out. It is found that prospects of practical use of the considered systems for generation of especially powerful electromagnetic signals of the mm-submm range could be rather promising.*

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Коцаренко Н.Я., Кулиш В.В. Об эффекте супергетеродинного усиления электромагнитных волн в системе плазма-пучок // Радиотехника и электроника. – 1980. – Т.25. – №11. – С. 2470-2471.
2. Кулиш В.В., Лысенко А.В., Коваль В.В. К теории супергетеродинного усиления электромагнитных волн в плазмпучковой системе // 17-я Международная Крымская конференция "СВЧ - техника и телекоммуникационные технологии" (КрыМиКо'2007). Севастополь, 10-14 сентября 2007 г.: Материалы конференции. - Севастополь: "Вебер", 2007. – С.621-623.
3. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967. – 684 с.
4. Kulish V.V. Hierarchical methods. Vol. II. Undulative electrodynamic systems, Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 396 p.
5. Kulish V.V. Hierarchical methods: Vol. I. Hierarchy and Hierarchic Asymptotic Methods in Electrodynamics, Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 380 p.
6. Kulish V.V. Methods of averaging in nonlinear problem of relativistic electrodynamics. - Tampa, Atlanta: World Federation Published Company, Inc., 1996. – 263 p.
7. Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Стрелков П.С. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. — М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002. –544 с.

**В.В. Кулиш**, професор, д-р фіз.-мат. наук,  
СумДУ;

**О.В. Лысенко**, доцент, канд. фіз.-мат. наук,  
СумДУ;

**В.В. Коваль**, аспірант, СумДУ

*Надійшла до редакції 22 жовтня 2007 р.*