

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ОТДЕЛОЧНОЙ
ОБРАБОТКИ БРУСКАМИ ДЕТАЛЕЙ С РАЗЛИЧНЫМИ ФИЗИКО-
МЕХАНИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ**

В.И. Савчук, С.Н. Сахарова

Сумский государственный университет

В работе рассмотрена математическая модель технологического процесса отделочной обработки материалов, которая предназначена для определения оптимальных режимов обработки. Она устанавливает зависимости между показателями качества поверхности и режимами резания, наиболее влияющими на условия процесса обработки. Данная модель применима для широкой гаммы обрабатываемых материалов.

Окончательные показатели качества поверхности деталей обеспечиваются на финишной стадии технологического процесса. В немалой степени это зависит от выбранного метода обработки. Анализ патентно-литературных источников показал, что ряд способов обработки абразивными брусками позволяют формировать требуемые показатели качества поверхностей деталей [1,2]. Установлено, что кинематические возможности выявленных способов позволяют обрабатывать материалы деталей с широким диапазоном физико-механических свойств. Например, кинематика способа двойной осцилляции брусков позволяет изменять в широких пределах режимы резания и, учитывая характеристику абразивного бруска, обеспечить заданные показатели качества поверхности [2].

Определение режимов обработки связано с установлением зависимостей между показателями качества поверхности и режимами резания, наиболее влияющими на условия процесса обработки. Выявленные зависимости представляют модель взаимодействия способа обработки с обрабатываемой маркой металла. Поэтому разработка математической модели, отражающая взаимосвязь между выходными параметрами процесса обработки и одним из комплексных его показателей – временем контакта бруска с деталью, является актуальной задачей.

Цель работы – разработать методику моделирования процесса отделочной обработки материалов, раскрывающую взаимодействие между показателями процесса и факторами, влияющими на него, для широкой гаммы обрабатываемых материалов.

Задача решается составлением математической модели, которая позволяет представить взаимосвязь между физико-механическими характеристиками материалов и их структур, режимами резания и характеристиками режущего инструмента. Для построения модели используются таблицы, названные «структурными матрицами системы» [3]. Благодаря их матричной форме, можно легко изобразить структуру сложной системы или процесса и на любом уровне ее детализации наглядно показать оптимальные пути передачи воздействий внешних и взаимовлияния между отдельными элементами исследуемого процесса. Модель процесса можно записать в виде системы линейных неоднородных алгебраических уравнений, которые в матричной форме имеют вид

$$A \cdot x = B \cdot u, \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & 0 & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Матрица D содержит диагональные числа, а матрица C – недиагональные. Составим новую матрицу

$$\tilde{A} = D - C. \quad (8)$$

Если прежнее выражение матриц D и C сохраняется, то

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & -\alpha_{12} & \dots & -\alpha_{1n} \\ -\alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & -\alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\alpha_{n1} & -\alpha_{n2} & \dots & -\alpha_{nn} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

В общем случае $|A| \neq |\tilde{A}|$ и характеристические уравнения $|A|=0$ и $|\tilde{A}|=0$ будут описывать различные системы. Однако обе матрицы составлены из одинаковых коэффициентов одной системы и отличаются знаками недиагональных коэффициентов. Знаки коэффициентов матрицы \tilde{A} в определителе (9) и знаки коэффициентов системы уравнений (4) совпадают. Следовательно, матрица (9) является условной таблицей, где на диагонали стоят коэффициенты при левых частях уравнений системы (4), а коэффициенты слагаемых из правой части стоят слева и справа от диагонали. Таким образом, коэффициенты матрицы (9) совпадают по составу и знакам с записью матрицы (4). Пользуясь правилами преобразования структурных схем, таблицу (9) можно представить в виде, из которого получается характеристическое уравнение прежней системы. Таким образом, структурная матрица системы является квадратной матрицей, у которой недиагональные коэффициенты по сравнению с обычной матрицей A имеют противоположные знаки. Она отражает структурные свойства прежней системы и с ней можно оперировать по правилам структурных схем.

Для удобного обращения с матрицей (9) вектор-столбец переменных уравнений (4) запишем в горизонтальном виде и расположим наверху матрицы коэффициентов системы \tilde{A} :

$$\tilde{A} \cdot x = \begin{array}{c|cccc} & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ \hline \alpha_{11} & -\alpha_{12} & \dots & -\alpha_{1n} \\ -\alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & -\alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\alpha_{n1} & -\alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{array} \quad (10)$$

От записи матрицы (10) легко перейти к записи системы по формуле (2). При записи системы в виде формулы (4) необходимо для каждой строки произведение диагонального коэффициента матрицы на соответствующую компоненту вектора записывать слева, оставляя справа сумму произведений остальных коэффициентов той же строки на соответствующие им компоненты вектора. Знаки всех слагаемых

определяются знаками коэффициентов на матрице. Следовательно, для каждой строки получим

$$\alpha_{ii} \cdot x_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n -\alpha_{ij} \cdot x_j \quad (i = 1, \dots, n). \quad (11)$$

Если сказанное выше применить для записи матриц неоднородных систем уравнений, то матрицу (1) в структурной форме записи можно записать в виде

(x)	(u)
\tilde{A}	B

$$=$$

x_1	x_2	...	x_n	u_1	u_2	...	u_n
α_{11}	$-\alpha_{12}$...	$-\alpha_{1n}$	b_{11}			
$-\alpha_{21}$	α_{22}	...	$-\alpha_{2n}$		b_{22}		
...
$-\alpha_{n1}$	$-\alpha_{n2}$...	α_{nn}				b_{nn}

(12)

Для каждой строки имеем

$$\alpha_{ii} \cdot x_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n -\alpha_{ij} \cdot x_j + u_{ii} \cdot b_i \quad (i = 1, \dots, n). \quad (13)$$

Приведенная форма записи линейных неоднородных уравнений (12) выражает следующее. Диагональные коэффициенты отражают собственные свойства объекта по каждой отдельно взятой координате, т.е. являются символом данной координаты на матрице. Каждый недиагональный коэффициент указывает своими индексами направление передачи, которая через него осуществляется, и является символом коэффициента связи между этими координатами. Таким образом, между коэффициентами матрицы происходит передача воздействий. Линия передачи идет от одного диагонального коэффициента к другому через соответствующий единственный коэффициент связи. Таким образом, в матрице получаются замкнутые циклы, называемые "матричными". Матричные циклы показывают передачу воздействий в исследуемой системе (рис.1).

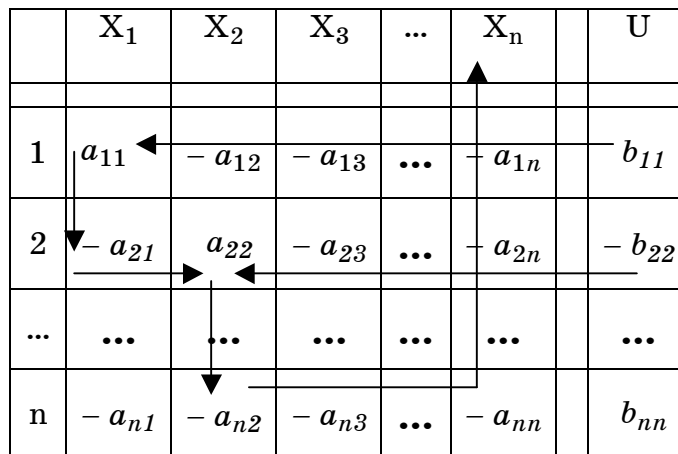


Рисунок 1 – Матричные циклы в n-мерной системе

Воздействия передаются от одного диагонального коэффициента к другому через коэффициент связи, стоящий на пересечении столбца первого диагонального коэффициента и строки второго. Воздействие от каждого диагонального коэффициента α_{ii} исходит по столбцу (вверх или вниз), а приходит на него по строке (слева или справа). Из матрицы видно, что передача идет только между одинаковыми индексами различных коэффициентов. При этом передача производится с первого индекса предыдущего коэффициента на второй индекс последующего. Внешние воздействия (b_{11}, \dots, b_{nn}) передаются непосредственно на диагональный коэффициент той строки, в которой стоит данный коэффициент воздействия. Следовательно, матричные циклы отражают прохождение воздействий одних факторов (внешних) на другие и показывают их различные пути передачи.

Матрицы исследуемой системы отличаются между собой степенью детализируемых коэффициентов. На матрицах каждый коэффициент, выделенный в виде блока, несет в себе разное количество информации. Мелкоблочные матрицы получаются делением крупноблочных матриц на отдельные коэффициенты. При этом все закономерности, определяемые матричными циклами, остаются действительными для всех видов матриц. Следовательно, матрицы с различной степенью детализации позволяют исследовать процесс на разных иерархических уровнях. Условно матрицы можно разделить на крупноблочные, блочно-координатные, нормальные и координатные. Такие матрицы пригодны для представления и выяснения взаимодействий между факторами заданного процесса обработки.

Представим модель взаимодействия инструмента с обрабатываемым металлом в виде крупноблочной матрицы (рис.2).

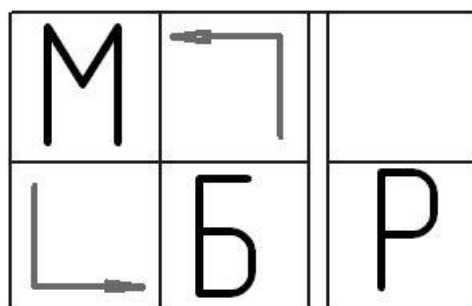


Рисунок 2 – Крупноблочная матрица

Вдоль главной диагонали располагаются блоки – металл М и шлифовальный брусок Б. Угловые стрелки в недиагональных блоках отражают направление передачи воздействий между основными блоками матрицы в соответствии с прохождением матричного цикла. Брусок Б оказывает прямое действие на обрабатываемый металл М, в результате чего изменяются размеры, форма, шероховатость и качество поверхности детали. Однако изменение названных факторов приводит к изменению состояния рабочей поверхности бруска. Следовательно, появляется обратное действие металла на брусок. Анализ системы взаимодействия «брусок-металл» показывает, что в процессе обработки действуют факторы, оказывающие влияние на показатели процесса, которые не подвергаются действию со стороны бруска Б и металла М. Причем в процессе обработки производится управление этими факторами. Последние являются векторами управления Р и расположены в правой части матрицы. Вектор управления Р является задатчиком режимов

обработки способа двойной осцилляции, подаваемых на блоки М и Б. Представление процесса обработки в виде крупноблочной матрицы является основой для последующей записи системы алгебраических уравнений.

При детализации крупноблочной матрицы необходимо принять во внимание соображения, вытекающие из физических представлений процесса взаимодействия бруска с металлом. Обрабатываемый металл должен характеризоваться состоянием поверхностного слоя, который учитывает технологическую наследственность режимов операций (механическая обработка, химико-термическая, шлифование), предшествующих способу двойной осцилляции брусков.

Согласно этим представлениям Г.И. Буториным [4] конструкционные материалы классифицированы на группы обрабатываемости, расположенные в порядке увеличения твердости поверхностного слоя. Основными показателями каждой группы материалов являются: 1) назначение сплава; 2) структура поверхностного слоя; 3) химический состав металла или сплава. Анализ классификации показал, что в одной группе объединяются стали по признаку сходства структур, имеющих одинаковый уровень по твердости, которые образуются в поверхностном слое в процессе предшествующей операции - шлифования. С.Н.Корчаком [5] в классификацию введены две группы обрабатываемых материалов - чугуны и быстрорежущие стали. Нами для расширения диапазона обрабатываемости материалов классификация дополнена цветными сплавами металлов, хромистыми и хромоникелевыми сталями, выделенными в отдельные группы (табл.1).

Таблица 1 – Классификация материалов по группам обрабатываемости

Обрабатываемый материал	Марка металла-представителя	Шифр обрабатываемости	
		группа	подгруппа
Цветные металлы и сплавы	Бр. ОЦС5-5-5 М1 Л80 АЛ9 ВТ3-1	М1	М11 М12 М13 М14 М15
Стали хромистые и хромоникелевые (жаро-прочные и нержавеющие)	12Х18Н10Т 08Х13	М2	М21 М22
Стали конструкционные углеродистые незакаленные и закаленные легированные Cr, W, Mo, V, Ti, Si, P, Al, незакаленные	50 38ХМЮА	М3	М31 М32
Стали конструкционные углеродистые и легированные Cr, W, Mo, цементованные и закаленные легированные Ni, Mn, незакаленные.	20 40ХН	М4	М41 М42
Стали инструментальные углеродистые незакаленные легированные незакаленные	У8 ШХ15		М43 М44
Стали конструкционные легированные Ni, Mn, закаленные или цементо-ванные (азотированные) и закаленные.	38ХМЮА	М5	М51
Стали инструментальные углеродистые незакаленные легированные незакаленные.	У8 ШХ15; Р18		М52 М53
Чугуны специальные легированные и закаленные	ВЧ 50-1,5		М54
Чугуны серые специальные легированные незакаленные	СЧ 12-28 Нирезит	М6	М61 М62

Включение их в классификацию вызвано большим применением в ряде ответственных деталей приборов и машин, где требуется высокое качество поверхности. Вектором управления P принят критерий t_k – время контакта бруска с деталью. Оптимальное значение критерия t_k соответствует максимальной производительности, которая достигается при обработке выбранного материала-представителя. С учетом сказанного, крупноблочную матрицу можно записать в детализированном виде (рис.3).

М						Б						Р
М1						↔						
	М2						↔					
		М3						↔				
			М4						↔			
				М5						↔		
					М6						↔	
↔						Б1						↔
	↔						Б2					↔
		↔						Б3				↔
			↔						Б4			↔
				↔						Б5		↔
					↔						Б6	↔

Рисунок 3 – Блочно-координатная матрица

В левой части матрицы представлены в зашифрованном виде металлы $M1, \dots, M6$ и характеристики шлифовальных брусков $B1, \dots, B6$. Стрелками в недиагональных блоках показано прямое и обратное влияние характеристики бруска на обрабатываемый металл. В правой части матрицы стрелки отображают влияние режимов обработки (критерий t_k). Следующим уровнем детализации матрицы является нормальная координатная матрица (рис.4).

В ней указаны показатели, имеющие существенные значения для описания исследуемой системы взаимодействия. Наличие связей между факторами в этой матрице представлены коэффициентами $\alpha_{11}, \dots, \alpha_{66}$, а между режимами обработки t_k и этими факторами – коэффициентами $\gamma_1, \dots, \gamma_6$. Исходя из физической сущности процесса, заполняем матрицу коэффициентами, которые отражают наиболее характерное взаимовлияние выделенных факторов.

M1					B1	P1
Ra	Q	Ku	σ_i	D_i	Δ	t_i
α_{11}	$-\alpha_{12}$				$-\alpha_{16}$	γ_1
$-\alpha_{21}$	α_{22}	$-\alpha_{23}$				γ_2
	$-\alpha_{32}$	α_{33}				γ_3
			α_{44}	$-\alpha_{45}$		γ_4
			$-\alpha_{54}$	α_{55}		γ_5
$-\alpha_{61}$					$-\alpha_{66}$	γ_6

Рисунок 4 – Нормальная координатная матрица

Пустые клетки матрицы означают, что влияние соответствующих факторов незначительно и пренебрежимо мало.

Процесс взаимодействия бруска с металлом может быть оценен шероховатостью поверхности по критерию Ra , мкм, скоростью съема металла Q , мм³/с, коэффициентом интенсивности исправления погрешности формы детали в продольном и поперечном сечениях Ku , величиной микронапряжений в поверхностном слое металла σ_i , МПа, областями когерентного рассеяния D_i , мкм, скоростью износа шлифовального бруска Δ , мм³/с.

Заполненная нормальная координатная матрица является исходной для записи системы уравнений

$$\begin{cases} \alpha_{11} \cdot Ra + \alpha_{12} \cdot Q + \alpha_{16} \cdot \Delta = \gamma_1 \cdot t_1; \\ \alpha_{21} \cdot Ra + \alpha_{22} \cdot Q + \alpha_{23} \cdot Ku = \gamma_2 \cdot t_1; \\ \alpha_{32} \cdot Q + \alpha_{33} \cdot Ku = \gamma_3 \cdot t_1; \\ \alpha_{44} \cdot \sigma_i + \alpha_{45} \cdot D_i = \gamma_4 \cdot t_1; \\ \alpha_{54} \cdot \sigma_i + \alpha_{55} \cdot D_i = \gamma_5 \cdot t_1; \\ \alpha_{61} \cdot Ra + \alpha_{66} \cdot \Delta = \gamma_6 \cdot t_1. \end{cases} \quad (14)$$

Разрешим каждое уравнение системы (14) относительно величины t_1 , тогда коэффициенты $\alpha_{11}, \dots, \alpha_{66}$ будут включать в себя значения коэффициентов $\gamma_1, \dots, \gamma_6$. В системе уравнений (14) численные значения величин t_1 задаются экспериментально, а значения факторов Ra , Q , Ku , Δ , σ_i , D_i определяются как результаты опытов. Таким образом, в системе уравнений неизвестными являются значения коэффициентов $\alpha_{11}, \dots, \alpha_{66}$. Для определения неизвестных коэффициентов системы уравнений (14) использован метод наименьших квадратов. Если в приведенные уравнения в правую часть подставить значения величин t_1 , заданные экспериментально, то левые части уравнений выразятся как функции неизвестных коэффициентов $\alpha_{11}, \dots, \alpha_{66}$. Следовательно, t_1 есть функции указанных коэффициентов уравнений (14).

Функции ошибок E_i определим по методу наименьших квадратов

Вычисленные значения коэффициентов $\alpha_{11}, \dots, \alpha_{66}$ позволили рассчитать оптимальные времена t_k для материалов, различающихся большим диапазоном физико-механических свойств.

Например, для стали 50, закаленной (HRC₉ 42...45), шифр обрабатываемости M31, модель процесса записана системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,003 \cdot Ra + 3,612 \cdot Q + 1,205 \cdot \Delta = t_1; \\ 0,511 \cdot Ra - 3,065 \cdot Q - 5,927 \cdot Ku = t_2; \\ 2,141 \cdot Q + 0,006 \cdot Ku = t_3; \\ - 11,586 \cdot \sigma_i + 7,151 \cdot D_i = t_4; \\ - 1,303 \cdot \sigma_i + 0,887 \cdot D_i = t_5; \\ - 39,436 \cdot Ra + 6,029 \cdot \Delta = t_6. \end{array} \right.$$

Оптимальное время контакта для стали 50, закаленной, составило $t_k=2,5$ с, при котором достигается максимальная производительность процесса $Q=0,58$ мм³/с.

ВЫВОДЫ

1 Получила дальнейшее развитие классификация материалов по группам обрабатываемости.

2 Разработана методика моделирования, позволяющая определить систему линейных уравнений, которая может быть применена для выбора оптимальных параметров режима резания.

SUMMARY

MODELING OF THE TECHNOLOGICAL PROCESS OF FINISH MACHINING OPERATION BY THE DETAILS WITH DIFFERENT PHYSICO-MECHANICAL CHARACTERISTICS

Savchuk V., Sakcharova C.
Sumy State University

The mathematical model of finishing machining operation applicable for optimum cutting condition selection is considered in this paper. It defines the relation among surface quality performances and machining conditions which have the most influence on machining process. It is shown that this model can be applied to wide range of workmaterials.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савчук В.И., Иванов В.А., Телетов М.А. Технологические возможности финишных способов обработки абразивными брусками // Вісник СумДУ. – 2005. - №11(83). – С.140-145.
2. Савчук В.И., Гришкевич А.В., Горбенко В.Л. Суперфиниширование с радиально-колеблющимися абразивными брусками // Вестник машиностроения. – 1979. - №8. – С.47-49.
3. Бутковский А.Г. Структурная теория распределенных систем. – М.: Наука, 1977. – 320 с.
4. Буторин Г.И. Оптимальное давление брусков при суперфинишировании // Машиностроитель. – 1971. – №5. – С.39-40.
5. Корчак С.Н. Производительность процесса шлифования стальных деталей. – М.: Машиностроение, 1974. – 280 с.

Савчук В.И., канд. техн. наук, СумГУ, г. Сумы;
Сахарова С.Н., студентка, СумГУ, г. Сумы

Поступила в редакцию 25 сентября 2007 г.