

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ  
ГИДРОКЛАССИФИКАЦИИ СУСПЕНЗИЙ ВО ВЗВЕШЕННОМ СЛОЕ  
В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ АППАРАТАХ**

**А.П. Врагов, В.П. Ясырев,**  
*Сумський державний університет, г. Суми*

*Выполнено моделирование процесса гидродинамического взаимодействия частиц и жидкости в гидровзвешенном слое в цилиндрическом аппарате в стесненных условиях движения фаз. Проведен анализ и выполнен расчет параметров взвешенного слоя частиц в зависимости от скорости движения среды, диаметров зерен и режимов их обтекания в диапазоне чисел Архимеда  $36 < Ar < 1 \cdot 10^5$ .*

*Сформулированы и определены условия классификации, сепарации и осаждения частиц в зависимости от гидродинамической обстановки во взвешенном слое.*

**ВВЕДЕНИЕ**

Гидроклассификаторы широко используют в горнорудной, горнохимической и химической отраслях промышленности [1, 2] для разделения суспензий минеральных руд. Обычно в гидроклассификаторах разделяют полидисперсные суспензии и выделяют отдельные фракции зерен в диапазоне размеров от нескольких десятков микрон до 5–10 мм. В химической промышленности также используют классифицирующие кристаллизаторы, в которых процесс роста кристаллов совмещен с их гидравлической классификацией по крупности зерен [3].

Проектирование и расчет аппаратов для гидравлической классификации суспензий затруднены вследствие недостаточной изученности условий гидродинамического взаимодействия фаз при их противоточном движении в стесненных условиях с учетом свойств дисперсной фазы, размеров частиц, их концентрации и режимов обтекания в потоке, а также с учетом изменения параметров взвешенного слоя по высоте аппарата.

Целью данной работы является разработка математической модели процессов гидродинамического взаимодействия нисходящих грубодисперсных суспензий с восходящим потоком жидкости, выявление условий гидравлической классификации по размерам частиц в цилиндрических аппаратах для получения расчетных зависимостей, используемых при проектировании аппаратов (например, гидравлических классификаторов и классифицирующих кристаллизаторов).

**ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ГИДРОКЛАССИФИКАЦИИ  
СУСПЕНЗИЙ ВО ВЗВЕШЕННОМ СЛОЕ ЧАСТИЦ**

Моделирование объектов химической техники включает разработку физической и математической модели [4, 5].

Обычно физическая модель описывает сложные явления в изучаемом объекте в условиях физического взаимодействия потоков и фаз в максимальном приближении к реальным условиям процесса и отражает качественное влияние разных физических явлений в реальном процессе.

Математическое моделирование предусматривает математическое описание сложных процессов и включает разработку системы уравнений, описывающих реальные процессы во всем их многообразии на разных

уровнях иерархии [5], анализ и решение системы уравнений для выяснения количественного влияния разных факторов на отдельные стадии или на процесс в целом. Естественно, что чем сложнее и многообразнее исследуемый процесс, тем сложнее система уравнений и тем больше возможных вариантов её решений.

*Физическую модель* процесса гидродинамического взаимодействия потоком полидисперсной твердой фазы с восходящим потоком жидкости в цилиндрическом аппарате можно рассматривать в виде автомодельного группового движения частиц, взаимодействующих в стесненных условиях в потоке вязкой среды. Под действием различного рода влияющих сил частицы в определенных условиях осаждаются, витают, сепарируются или уносятся в зоны с более интенсивным движением фаз.

Принимаем, что частицы имеют одинаковую плотность, достаточно крупные (в диапазоне размеров 0,3 – 5,0 мм), имеют сферическую или округлую форму, в процессе осаждения частицы не агрегируются между собой, равномерно распределены в локальном объеме и движутся в определенном направлении со скоростями, пропорциональными действующим на них преобладающим силам.

Следовательно, в рассматриваемом процессе имеют место стесненные условия взаимодействия фаз твердое – жидкое в восходящем потоке жидкости, движущейся в цилиндрическом аппарате с постоянной скоростью, в то время как скорость относительного движения частиц разных размеров является переменной (вследствие их различной величины, массы, объемной концентрации и режимов движения).

Объемная концентрация твердых частиц в потоке жидкости является переменной, т.к. под влиянием гидродинамических условий движения фаз возле каждой частицы создаются определенные параметры взвешенного слоя (ВС) – локальная порозность слоя, локальный режим обтекания зерен. При небольших относительных скоростях движения фаз осаждение частиц крупных и средних размеров обычно происходит совместно в уплотненном слое (при некоторой средней порозности ВС) в режиме гомогенного „ползущего“ течения [4, 6]. При увеличении относительной скорости движения фаз и перераспределении действующих в потоке сил для частиц разных размеров будет происходить разжижение слоя, соответственно произойдут процессы сепарации и классификации зерен. Часть крупных частиц продолжает осаждаться в уплотненном слое, некоторая часть зерен среднего размера (при несколько большей относительной скорости движения фаз и большей локальной порозности слоя) замедляет скорость осаждения, при этом увеличивается скорость их сепарации. Определенная часть частиц меньших размеров при более высокой порозности слоя и большей относительной скорости движения фаз зависнет на определенной высоте и может быть выведена из аппарата в виде продукта с промежуточным размером зерен. Наконец, мелкие частицы при скорости витания, меньшей скорости восходящего потока жидкости, будут выноситься за пределы взвешенного слоя и выводиться из аппарата со сливом.

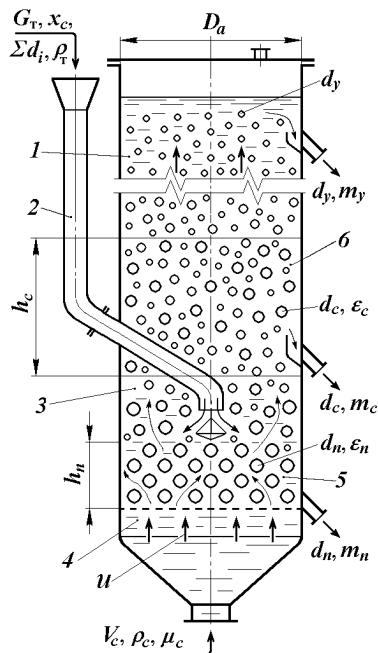
Физико-химические свойства сред, условия взаимодействия потоков твердой и жидкой фаз, поступающих в аппарат непрерывно с заданным расходом, а также некоторые параметры физической модели гидродинамического взаимодействия твердых частиц и потока среды в цилиндрическом аппарате представлены на рис. 1.

Процесс гидродинамического взаимодействия поступившей в цилиндрический аппарат суспензии с восходящим потоком жидкости начинает происходить в распределительной секции 3, в которой поступившая по пульпопроводу 2 суспензия равномерно распределяется в потоке жидкости, поступающей в корпус снизу через камеру 4.

Разделение суспензии по фракциям (классам) происходит по высоте аппарата в классификационных камерах 5 и 6. Средняя (фиктивная) скорость жидкости в аппарате отнесена к свободному поперечному сечению, истинная скорость жидкости отнесена к стесненным условиям потока в локальном сечении.

Примем, что жидкость и частицы в процессе взаимодействия не изменяют своих физико-химических свойств, движение частиц в потоке носит безвихревой характер, частицы одинаковой формы являются равнодоступными, каждая частица омыается потоком жидкости, движущимся противотоком.

Под влиянием действующих сил (гравитационных, вязкостных и инерционных) частицы перемещаются в потоке в определенном направлении (осаждаются или всплывают вверх), при этом возле каждой частицы формируется локальная порозность слоя, в то время как в ансамбле группы зерен в определенном объеме аппарата формируется некоторая усредненная порозность взвешенного слоя.



*Рисунок 1 – Схема процесса гидравлической классификации суспензии в гидровзвешенном слое в цилиндрическом аппарате:*

*1 – корпус; 2 – пульпопровод; 3 – секция распределения пульпы; 4 – секция распределения жидкости; 5, 6 – камеры классификационные;*  
 $d_i, d_c, d_n, d_y$  – диаметры частиц  
 $\epsilon_i, \epsilon_n, \epsilon_c$  – локальная порозность взвешенного слоя  
 $m_y$  – массовая доля монофракций выделенных продуктов;  $u$  – фиктивная скорость потока жидкости в аппарате

## 1 Математическая модель процесса взаимодействия потоков жидкости и твердых частиц в условиях свободного осаждения

В основу математической модели процессов гидродинамического взаимодействия фаз в восходящем потоке жидкости заложены следующие зависимости.

1 Система уравнений гравитационных, выталкивающих и инерционных сил, действующих на отдельную частицу в условиях свободного противоточного движения фаз, при этом в условиях динамического равновесия система действующих сил сводится к зависимости [1, 6]:

$$\varphi d_i^3 (\rho_u - \rho_c) - \xi_i f_{\mu} \cdot \frac{\rho_c \cdot u_{oi}^2}{2} = 0, \quad (1)$$

где  $d_i$  – эквивалентный диаметр омываемой частицы;  $\rho_c, \rho_u$  – плотность среды и частицы соответственно;  $\varphi$  – коэффициент сферичности частицы;

$\xi_i$  – коэффициент сопротивления частицы потоку среды;  $f_m$  – площадь миделева сечения частицы;  $u_{oi}$  – относительная скорость движения (скорость осаждения) частицы.

2 Система уравнений, учитывающих сопротивление твердых частиц при их движении в потоке вязкой жидкости, которую можно представить обобщенной зависимостью

$$\xi_i = \psi(d_u, \varphi, \rho_u, \rho_c, \mu_c, u_{oi}, Re_{oi}, Ar_i), \quad (2)$$

и в которой учитываются физические и физико-химические свойства частиц и среды, а также гидродинамические характеристики (форма, размер, дисперсность и режим обтекания частиц),ываемые числами Рейнольдса и Архимеда.

3 Скорость свободного осаждения частиц в жидкости и коэффициент сопротивления среды обычно представляют в виде критериальной зависимости [4, 6]:

$$\xi Re_o^2 = (4/3)Ar, \quad (3)$$

где  $Re_o$ ,  $Ar$  – числа Рейнольдса и Архимеда, определяющие гидродинамический режим обтекания частиц, при этом  $Re_o = u_o d_u \rho_c / \mu_c$ ,  $Ar = d_u^3 g \rho_c (\rho_u - \rho_c) / \mu_c^2$ ;  $u_o$  – скорость свободного осаждения частицы;  $\rho_c$ ,  $\rho_u$  – плотность среды и частицы соответственно;  $\mu_c$  – вязкость среды, Па·с.

В обобщенной форме критериальное уравнение (3) для широкого диапазона чисел Рейнольдса и Архимеда ( $10^{-3} < Re_o < 10^5$  и  $10^{-2} < Ar < 10^8$ ) имеет вид

$$Re_o = CAr^n, \quad (4)$$

где  $C$  и  $n$  – коэффициент и показатель, зависящие от режима осаждения частиц.

В условиях ламинарного режима осаждения частиц ( $Re_o < 2$ ,  $Ar < 36$ ,  $\xi = 24/Re_o$ ) коэффициент  $C = 0,056$ , показатель  $n = 1$ ; для переходного режима осаждения зерен ( $2 < Re_o < 500$ ,  $36 < Ar < 10^5$ ,  $\xi = 18,5/Re_o^{0,6}$ )  $C = 0,152$ ,  $n = 0,715$ ; при турбулентном режиме осаждения частиц ( $Re_o > 500$ ,  $10^5 < Ar < 10^8$ ,  $\xi = 0,43$ )  $C = 1,74$   $n = 0,5$  [4, 7].

На базе уравнения (4) для соответствующего режима осаждения рассчитывают скорость свободного осаждения частиц по уравнению

$$u_o = Re_o \cdot \mu_c / d_u \rho_c. \quad (5)$$

## 2 Математическая модель процесса гидродинамического взаимодействия фаз в условиях стесненного движения

4 Гидродинамические взаимодействия большого числа полидисперсных частиц с потоком жидкости во взвешенном слое протекают в стесненных условиях и характеризуются влиянием факторов стесненности – турбулизацией потоков, изменением локальной скорости потока в межзерновых каналах слоя, влиянием объемной концентрации частиц и изменением условий их обтекания, а также другими факторами. Под влиянием стесненных условий взаимодействия фаз скорость осаждения частиц заметно снижается вследствие перераспределения действующих сил между фазами, изменения режима и характера обтекания частиц.

В качестве основного влияющего фактора стесненности фаз во ВС чаще всего используют порозность слоя – обобщенный показатель, учитывающий объемное соотношение между фазами, физико-химические

свойства взаимодействующих фаз, размеры и режим обтекания частиц [8, 9].

Порозность слоя связана с объемами ВС и твердой фазы, а также с массой витающих в слое частиц соотношениями [4, 8]:

$$\varepsilon_i = 1 - V_u / V_{ei} = 1 - M_u / \rho_u V_{ei}. \quad (6)$$

Решив уравнение (6) относительно массы частиц твердой фазы в зависимости от локального объема и средней порозности взвешенного слоя, получили

$$M_u = (1 - \varepsilon_i) \rho_u V_{ei} = \gamma_i \rho_u V_{ei}, \quad (7)$$

где  $\gamma_i$  – объёмная концентрация твердых частиц во взвешенном слое,  $\gamma_i = 1 - \varepsilon_i$ .

Условия расширения ВС частиц при жидкостном псевдоожижении в широком диапазоне чисел Рейнольдса ( $10^2 < Re_o < 10^3$ ) и Архимеда ( $10^2 < Ar < 10^6$ ) описываются известным уравнением Ричардсона – Заки [4, 8, 9], при этом

$$u_c = u_{oi} \varepsilon_i^{z_i}, \quad (8)$$

где  $u_c$ ,  $u_{oi}$  – скорости потока жидкости в свободном сечении аппарата и осаждения частиц соответственно;  $\varepsilon_i$  – средняя порозность ВС;  $z$  – показатель, учитывающий режим обтекания частиц и физико-химические свойства взаимодействующих фаз.

Уравнение (8) экспериментально подтверждено для монодисперсных частиц и полидисперсных суспензий при отношениях  $(d_{imax}/d_{imin}) \leq 5$  [10].

Показатель степени в уравнении (8) обычно определяют экспериментально, измеряя скорости потока среды и свободного осаждения частиц, а также порозность взвешенного слоя, при этом

$$z = \ln(u_c / u_{oi}) / \ln \varepsilon_i. \quad (9)$$

Для использования в расчетной практике уравнение (8) представляют в критериальной форме в виде зависимости [3, 8]:

$$Re_i = CAr_i^b \cdot \varepsilon_i^k, \quad (10)$$

где  $\varepsilon_i$  – локальная порозность взвешенного слоя;  $C$  – коэффициент;  $b$ ,  $k$  – показатели, численные значения которых зависят от режима обтекания частиц.

При изучении процессов гидродинамики во ВС кристаллов в растворах солей [3, 11, 12] было установлено, что показатель степени в уравнении (8) с достаточной точностью (погрешность не более  $\pm 5\%$ ) можно оценить зависимостью

$$z_i = 5,2 / Ar_i^{0,06}. \quad (11)$$

Также было установлено, что в переходном режиме обтекания частиц в диапазоне чисел Рейнольдса  $2 < Re_o < 500$  и Архимеда  $36 < Ar < 10^5$  можно выделить две характерные области взаимодействия частиц с потоком жидкости:

- первую в диапазоне чисел Рейнольдса  $2 < Re_o < 40$  и Архимеда  $36 < Ar_i < 2500$ , в которой сильнее проявляется влияние сил вязкостного трения среды и в которой коэффициент сопротивления среды рекомендовано определять по зависимости

$$\xi_{i1} = 24 / Re_o^{0,72}; \quad (12)$$

- вторую в диапазоне чисел Рейнольдса  $40 < Re_o < 500$  и Архимеда  $2500 < Ar_i < 10^5$ , в которой сильнее проявляется влияние инерционных сил взаимодействующих фаз и в которой коэффициент сопротивления среды можно определять по зависимости

$$\xi_{i2} = 7,5 / Re_o^{0,41}. \quad (13)$$

Подставив значения коэффициентов сопротивления из уравнений (12) и (13) в зависимость (8) и выразив её в критериальной форме, получили критериальные уравнения для расчета скорости жидкости, при которой происходит расширение ВС частиц в переходном режиме их обтекания:

- для вязкостной области в диапазоне чисел  $2 < Re_o < 40$  и  $36 < Ar_i < 2500$

$$Re_i = 0,105 Ar_i^{0,78} \cdot \varepsilon_i^{5,2 / Ar_i^{0,06}}, \quad (14)$$

- для инерционной области обтекания частиц в диапазоне чисел  $40 < Re_o < 500$  и  $2500 < Ar_i < 10^5$

$$Re_i = 0,335 Ar_i^{0,63} \cdot \varepsilon_i^{5,2 / Ar_i^{0,06}}. \quad (15)$$

где  $Re_i$  – число Рейнольдса, характеризующее режим осаждения частиц в потоке жидкости,  $Re_i = ud_i\rho/\mu$ ;  $Ar_i$  – число Архимеда, учитывающее диаметр частиц и режим гидродинамического взаимодействия фаз в потоке,  $Ar_i = d_i^3 g \rho (\rho_u - \rho_c) / \mu^2$ ;  $u$  – скорость среды в свободном сечении аппарата;  $\varepsilon_i$  – локальная порозность взвешенного слоя;  $d_i$  – эквивалентный диаметр твердых частиц;  $\rho_u$ ,  $\rho_c$  – плотность частиц и среды соответственно;  $\mu$  – вязкость жидкости.

Условия взаимодействия частиц разных размеров с потоком жидкости целесообразно оценивать на основе ячеичной модели [4].

В основу ячеичной модели заложен постулат о том, что каждая частица имеет определенную присоединенную массу (объем) жидкости и перемещается на короткие расстояния в пределах элементарной ячейки, при этом присоединенная масса (объем) жидкости пропорциональна размеру частиц и порозности взвешенного слоя – свободному объему среды, в пределах которого частица может перемещаться.

Как известно [13], эквивалентный диаметр межзерновых каналов в зернистом и псевдоожиженном слоях частиц связан с их диаметром соотношениями

$$d_{ek} = \frac{2d_{ui}\varepsilon_i}{3(1-\varepsilon_i)} = 0,666 d_{ui}\varepsilon_i / (1 - \varepsilon_i)$$

$$\text{или } (d_{ek} / d_{ui}) = 0,666 \varepsilon_i / (1 - \varepsilon_i). \quad (16)$$

Порозность взвешенного слоя частиц взаимосвязана с присоединенным объемом жидкости и с диаметром частицы соотношением

$$V_{ui}(1 - \varepsilon_{ui}) = l_{ui}^3(1 - \varepsilon_{ui}) = \varphi d_{ui}^3,$$

из которого определяют диаметр ячейки присоединенного объема жидкости

$$l_{ui} = [\varphi / (1 - \varepsilon_{ui})]^{0,33} d_{ui}, \quad (17)$$

где  $d_{ui}$  – локальный диаметр витающей частицы,  $\varepsilon_{ui}$  – локальная порозность взвешенного слоя возле частицы;  $V_{ui}$ ,  $l_{ui}$  – объем и диаметр элементарной ячейки присоединенного объема жидкости соответственно;  $\varphi$  – фактор формы частицы.

На основе уравнений (16) и (17) построены графики (см. рис. 2), позволяющие оценить изменение эквивалентного диаметра каналов в зависимости от диаметра частиц и порозности слоя ( $d_{ek} / d_{ui}$ ) =  $f_2(\varepsilon_i)$ , а также изменение диаметра ячейки присоединенного объема жидкости в зависимости от диаметра частиц и порозности слоя ( $l_{ai} / d_{ui}$ ) =  $f_1(\varepsilon_i)$ .

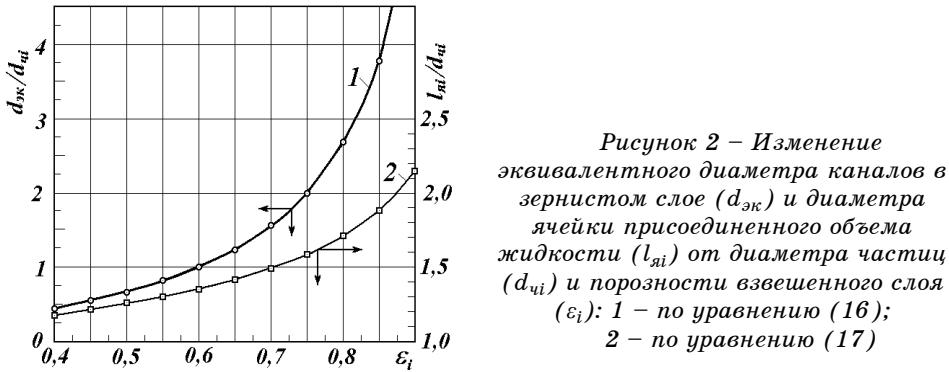


Рисунок 2 – Изменение эквивалентного диаметра каналов в зернистом слое ( $d_{ek}$ ) и диаметра ячейки присоединенного объема жидкости ( $l_{ai}$ ) от диаметра частиц ( $d_{ui}$ ) и порозности взвешенного слоя ( $\varepsilon_i$ ): 1 – по уравнению (16); 2 – по уравнению (17)

Из рис. 2 видно, что эквивалентный диаметр межзерновых каналов в гидровзвешенном слое уже при порозностях  $\varepsilon_i > 0,6$  превышает диаметр твердых частиц, а при порозностях  $\varepsilon_i > 0,75$  эквивалентный диаметр каналов в 2 раза больше диаметра частиц, при этом амплитуда колебаний твердых частиц в пределах элементарной ячейки увеличивается. Из рис. 2 также следует, что с увеличением диаметра каналов и локальной порозности слоя улучшаются условия сепарации мелких частиц вследствие увеличения размеров ячейки присоединенного объема жидкости.

### 3 Оптимизация гидродинамической обстановки во взвешенном слое

8 Выполним оценку эффективности гидродинамического взаимодействия частиц с потоком жидкости в зависимости от относительной скорости движения фаз.

Истинную скорость движения среды в межзерновых каналах взвешенного слоя определяют [4, 6] по зависимости

$$u_{uc} = u_c / \varepsilon_i.$$

С учетом формулы (8) представим эту зависимость в виде

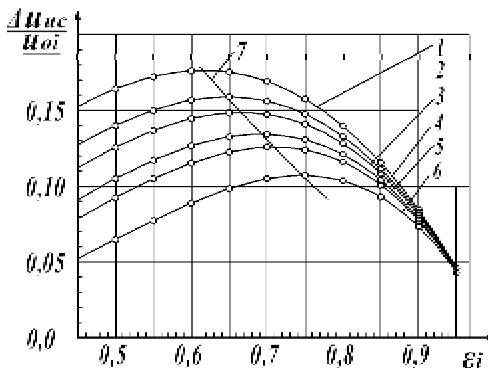
$$u_{uc} = u_{oi} \varepsilon_i^{z_i} / \varepsilon_i = u_{oi} \varepsilon_i^{(z_i-1)}. \quad (18)$$

Изменение истинной скорости движения раствора в межзерновых каналах взвешенного слоя в сравнении с фиктивной скоростью раствора составляет

$$\Delta u_{uc} = u_{uc} - u_c = u_{oi}\varepsilon_i^{(z_i-1)} - u_{oi}\varepsilon_i^{z_i} = u_{oi}(1 - \varepsilon_i)\varepsilon_i^{(z_i-1)}$$

или  $\Delta u_{uc} / u_{oi} = (1 - \varepsilon_i)\varepsilon_i^{(z_i-1)} = (1 - \varepsilon_i)\varepsilon_i^{[(5,2 / Ar_i^{0,06})-1]}.$  (19)

По формуле (19) выполнены расчеты, результаты которых в графическом виде представлены на рис. 3.



*Рисунок 3 – Изменение относительной скорости движения фаз в гидровзвешенном слое в зависимости от порозности слоя ( $\varepsilon_i$ ), диаметра частиц (чисел Архимеда):  
1 –  $1 \cdot 10^5$ ; 2 –  $2,5 \cdot 10^4$ ;  
3 –  $1 \cdot 10^4$ ; 4 –  $2,5 \cdot 10^3$ ;  
5 –  $1 \cdot 10^3$ ; 6 –  $1 \cdot 10^2$   
Линией 7 выделены режимы оптимального гидродинамического взаимодействия фаз*

Из рис. 3 видно, что скорость относительного движения фаз зависит от диаметра частиц (числа Архимеда) и порозности ВС, при этом максимум гидродинамического взаимодействия фаз смещается в сторону меньшей порозности для крупных частиц и в сторону большей порозности для мелких частиц.

Взяв первую производную функции (19) относительно порозности слоя  $\varepsilon_i$  и приравняв её нулю, нашли оптимум гидродинамического взаимодействия фаз

$$\varepsilon_{iopt} = [\frac{5,2}{Ar_i^{0,06}} - 1] / \frac{5,2}{Ar_i^{0,06}} = 1 - 0,1923Ar_i^{0,06}. \quad (20)$$

Уравнение (20) позволяет выбрать режим гидродинамического взаимодействия фаз в гидровзвешенном слое, при котором обеспечивается максимальная сепарирующая, а также классифицирующая способность частиц разных размеров.

#### 4 Расчет локальных параметров гидровзвешенного слоя частиц

Уравнение (18) также позволяет оценить условия осаждения и сепарации частиц определенных размеров в стесненных условиях взвешенного слоя.

Так, если истинная скорость движения жидкости в межзерновых каналах взвешенного слоя не будет превышать скорости свободного осаждения частиц, т.е.

$$(u_{uc} - u_{oi}) \leq 0, \quad (21)$$

то частицы данного диаметра будут осаждаться в нижние зоны (секции) цилиндрического аппарата и накапливаться в той его части, где

автомодельно устанавливается гидродинамическое равновесие между потоком жидкости и выделяемой монофракцией частиц с определенной порозностью слоя.

Если истинная скорость движения среды в межзерновых каналах ВС превышает скорость осаждения частиц определенного размера, т.е.

$$(u_{uc} - u_{oi}) > 0, \quad (22)$$

то частицы данных размеров потоком жидкости будут постепенно вымываться из локального сечения ВС и сепарироваться в верхние зоны с большей порозностью.

Подставляя в формулы (21) и (22) значения скоростей потока жидкости и осаждения частиц в условиях стесненного движения фаз, можно определить изменение локальной порозности ВС частиц в зависимости от режимов обтекания, параметров крупной монофракции зерен на входе в нижнюю распределительную секцию, а также от диапазона размеров витающих частиц.

Проведем оценку сепарирующей способности потока жидкости относительно моно- и полидисперсных частиц во ВС в цилиндрических аппаратах.

В качестве примера рассмотрим расширение полидисперсного ВС частиц при постоянной скорости подачи жидкости во взвешенный слой для частиц разных диаметров, обтекаемых в поле действия инерционных сил.

Например, запишем уравнение (15) в развернутом виде применительно к частицам двух диаметров, при этом можно записать такую систему уравнений:

$$u = 0,335 \frac{\mu}{d_1 \rho} \cdot Ar_1^{0,63} \cdot \varepsilon_1^{5,2 / Ar_1^{0,06}} = 0,335 \frac{\mu}{d_i \rho} \cdot Ar_i^{0,63} \cdot \varepsilon_i^{5,2 / Ar_i^{0,06}}. \quad (23)$$

При сохранении неизменных физико-химических свойств взаимодействующих фаз заменим отношение чисел Архимеда через отношение диаметров частиц

$$Ar_1 / Ar_i = (d_1 / d_i)^3 \quad \text{или} \quad d_1 / d_i = (Ar_1 / Ar_i)^{0,333}. \quad (24)$$

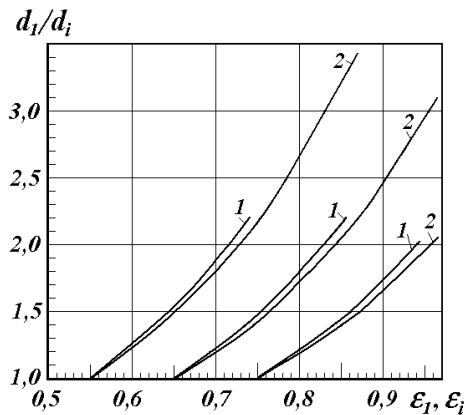
Подставив в выражение (23) зависимость (24) и решив систему относительно локальной порозности ВС, нашли

$$\varepsilon_i^{5,2 / Ar_i^{0,06}} = (d_i / d_1)(Ar_1 / Ar_i)^{0,63} \cdot \varepsilon_1^{5,2 / Ar_1^{0,06}}, \quad (25)$$

Уравнение (25) можно представить в форме зависимости от чисел Архимеда для крупных частиц ( $Ar_1$ ), отношения диаметров частиц ( $d_1/d_i$ ) и порозности слоя на входе в распределительную секцию ( $\varepsilon_1$ ). Выполнив такую замену для неизменных свойств взаимодействующих фаз, получили

$$d_h^{0,89} \cdot \varepsilon_h^{5,2 / Ar_h^{0,06}} = d_e^{0,89} \cdot \varepsilon_e^{5,2 / Ar_e^{0,06}} \quad \text{или} \quad \varepsilon_i^{(d_1 / d_i)^{0,18}} = \varepsilon_1 (d_1 / d_i)^{0,17 Ar_1^{0,06}}. \quad (26)$$

На основе формулы (26) построены графики – рис. 4, показывающие изменение локальной порозности ( $\varepsilon_i$ ) ВС частиц определенного диаметра по высоте цилиндрического аппарата в зависимости от начальной порозности крупных частиц ( $\varepsilon_1$ ) в нижней секции, числа Архимеда для них и отношения диаметров частиц ( $d_1 / d_i$ ).



*Рисунок 4 – Изменение локальной порозности ( $\varepsilon_i$ ) ВС частиц по высоте цилиндрического аппарата в зависимости от отношения диаметра частиц ( $d_1 / d_i$ ), порозности ( $\varepsilon_1$ ) для крупной монофракции зерен и числа Архимеда для нее ( $Ar_1$ ):  
1 –  $2,5 \cdot 10^4$ ; 2 –  $1 \cdot 10^5$*

Как видим из рис. 4, уменьшение диаметра частиц во входной секции (кривая 1) несколько понижает текущую порозность ( $\varepsilon_i$ ) ВС вышележащих частиц, хотя это понижение столь незначительно, что им можно пренебречь.

10 Представленные выше зависимости позволяют оценить четкость разделения исходной суспензии и определить число производационных (выделяемых и выводимых из аппарата) фракций. Для этого необходимо знать гранулометрический состав исходной суспензии, а также условия её фракционирования (четкость разделения) по размерам частиц, выделяемых и выводимых из аппарата продуктов разделения.

Обычно в промышленности для характеристики полидисперсного состава пневмовзвесей и четкости их разделения на отдельные монофракции используют модуль дисперсности стандартных наборов сит [14].

Модуль дисперсности характеризует отношение максимального и минимального размеров частиц в отдельной монофракции зерен, выделенной в результате рассева сухой пробы материала на наборе стандартных сит, при этом

$$m_\partial = d_\sigma / d_n, \quad (27)$$

где  $d_\sigma$ ,  $d_n$  – диаметры ячеек проходного и непроходного сит соответственно.

В зависимости от четкости фракционирования исходной смеси и применяемого модуля дисперсности в производственной практике используют стандартные наборы сит с модулями дисперсности от величины  $R5 = \sqrt[5]{10} \approx 1,6$  до величины  $R40 = \sqrt[40]{10} \approx 1,06$ . В германской системе стандартов (DIN 4178) используют сита с модулем дисперсности  $R20 = \sqrt[20]{10} = 1,122$ , в британской и американской системах стандартов используют сита с модулем дисперсности  $m_\partial = R40/4 = \sqrt[4]{2} \approx 1,19$ , в отечественной промышленности преимущественно используют сита с модулем дисперсности  $m_\partial = R20/3 = \sqrt{2} \approx 1,41$  [8, 14].

Применив эту систему оценки четкости фракционирования к процессам гидроклассификации суспензий, нашли максимальное число монофракций, которые можно выделить при тонком разделении полидисперсной смеси, при этом

$$N_\phi = \ln(d_m / d_y) / \ln m_\partial, \quad (28)$$

где  $d_m$  – максимальный диаметр частиц, выделяемых в качестве производственной (крупной) монофракции;  $d_y$  – максимальный диаметр частиц, уносимых потоком жидкости в слив;  $m_\partial$  – принятый модуль дисперсности отдельных монофракций.

Так, если принять модуль дисперсности  $m_\partial = \sqrt{2} = 1,41$ , то зависимость (28) приобретает вид

$$N_\phi = \ln(d_m / d_y) / \ln \sqrt{2} = 2,88 \ln(d_m / d_y). \quad (29)$$

Если диапазон размеров частиц в разделяемой полидисперсной суспензии задать в интервале  $d_{min} - d_{max} = 0,6 - 5,0$  мм, то в соответствии с формулой (29) число монофракций, получаемых в результате гидродинамического разделения смеси, составит  $n_\phi = 6,1$ , при этом в крупную фракцию выделяются частицы в интервале диаметров 3,5 – 5,0 мм; в средний продукт попадут частицы размером 2,5 – 3,5 мм; в промежуточный продукт выделяются две фракции с размером зерен 1,76 – 2,5, 1,25 – 1,76 мм, в мелкий продукт попадут две фракции с размером зерен 0,88 – 1,25 и 0,63 – 0,88 мм, в слив уйдут частицы с размером зерен менее 0,63 мм.

Если четкость разделения суспензии понизить и принять модуль дисперсности  $m_{\partial n} = d_{max} / d_{min} = 2$ , то согласно зависимости (28) при том же размере частиц в исходной суспензии число выделяемых производственных фракций составит  $N_\phi = 4,1$ , при этом в крупный продукт выводятся частицы размером 2,5 – 5,0 мм, в средний продукт выделяются частицы размером 1,25 – 2,5 мм, в мелкий продукт попадут частицы размером 0,63 – 1,25 мм и в слив выводятся частицы менее 0,63 мм.

Таким образом, на основе разработанной модели и полученных уравнений для оценки стесненных условий взаимодействия фаз в гидровзвешенном слое выполнены расчеты локальных параметров состояния гидровзвешенного слоя полидисперсных частиц в восходящем потоке жидкости, сформулированы условия осаждения, классификации и сепарации твердых частиц в зависимости от их размеров и режимов обтекания в диапазоне чисел Архимеда  $36 < Ar < 1 \cdot 10^5$ .

## SUMMARY

### MODELLING AND DESIGN OF THE PROCESS HYDRAULIC CLASSIFICATION SUSPENSION IN THE FLUIDISED BED FOR THE CYLINDRICAL APPARATUS

*Vragov A.P., Doctor of Technical Sciences; Prof., Yasyrev V.P., Post-Graduate Student  
Sumy State University*

*In the article the mathematical modelling and correlations for estimate of the local parameters fluidised bed in the cylindrical hydraulic classifier are developed. On this basis the conditions for classification, separation and settling of solid polydisperse particles on dependence from the dynamical situation on around of the particles diameter in intermediate regime flow into the ranges Archimedes number  $2,5 \cdot 10^3 < Ar < 1 \cdot 10^5$  are determined.*

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Барский М.Д., Ревнивцев В.И., Соколкин Ю.В. Гравитационная классификация зернистых материалов. – М.: Недра, 1974. – 232 с.
2. Полькин С.И., Адамов Э.В. Обогащение руд цветных и редких металлов. – М.: Недра, 1975. – 461 с.
3. Врагов А.П. Классифицирующие кристаллизаторы (основы теории и расчет). – Киев: ИСМО, 1998. – 203 с.
4. Романков П.Г., Курочкина М.И. Гидромеханические процессы химической технологии. – 3-е изд., перераб. – Л.: Химия, 1982. – 288 с.
5. Кафаров В.В. и др. Принципы математического моделирования химико-технологических систем. – М.: Химия, 1974. – 400 с.
6. Коган В.Б. Теоретические основы типовых процессов химической технологии. – М.: Химия, 1977. – 592 с.
7. Справочник химика / Под ред. Б.Н. Никольского. – 2-е изд., перераб. и доп. – М., Л.: Химия, 1966. – Т. 5. – С. 426 – 432.
8. Гельперин Н.И., Айнштейн В.Г., Кваша В.Б. Основы техники псевдоожижения. – М.: Химия, 1967. – 664 с.
9. Ричардсон Дж. Ф. Начало псевдоожижения и однородные системы // Псевдоожижение /Пер. с англ.; Под ред. И. Дэвидсона и Д. Харрисона. – М.: Химия, 1974, С.37 – 73.
10. Лева М. Псевдоожижение. //Пер. с англ.; Под ред Н.И. Гельперина. – М.: Гостоптехиздат, 1961. – 400 с.
11. Врагов А.П. К расчету скорости восходящего потока раствора во взвешенном слое кристаллов // ЖПХ. – 1987. – Т. 60. – №9. – С.2007 – 2013.
12. Врагов А.П. Расчет режимов гидравлической классификации и сепарации кристаллов во взвешенном слое в цилиндрических аппаратах // ЖПХ. – 1987. – Т. 60. – №9. – С.2013 – 2019.
13. Аэров М.Э., Тодес О.М. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем. – Л.: Химия, 1968. – 512 с.
14. Коузов П. А. Основы анализа дисперсного состава промышленных пылей и измельченных материалов. – 3-е изд., перераб. – Л.: Химия, 1987. – 264 с.

**Врагов А.П.**, доктор техн. наук, профессор;  
**Ясырев В.П.**, аспирант

*Поступила в редакцию 16 мая 2008 г.*