ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ:
МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, ХИМИЯ, МЕХАНИКА

УДК 537. 86+6217. 373

НЕЛІНІЙНА САМОУЗГОДЖЕНА ТЕОРІЯ ЛАЗЕРІВ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ З БІХРОМАТИЧНОЮ НАКАЧКОЮ. ОСНОВНІ РІВНЯННЯ

Куліш В.В., Криворот В. П.

Вступ

Як відомо, ідея лазерів на вільних електронах (ЛВЕ) з біхроматичною (тобто двочастотною) накачкою була висунута ще в роботах [1-3] в рамках одночастинкової теорії. Аналіз, проведений в [4], показав, що такі системи мають деякі цікаві для практики особливості. Наприклад, введення ще однієї спектральної компоненти накачки при певних умовах призводить до підвищення ККД взаємодії без загального збільшення щільності енергії поля накачки [4].

Основи самоузгодженої слабосигнальної теорії біхроматичних ЛВЕ було закладено в роботі [5]. Тут отримано систему вкорочених нелінійних рівнянь для амплітуд хвиль та проведено аналіз у наближенні заданого поля накачки, встановлена можливість реалізації в таких системах ефектів скорочення "вибухової довжини" та "очищення спектру" накачки. Однак, вплив нелінійних (кубічних по амплітудах хвиль) ефектів при цьому не враховувався, розглядався лише випадок раманівського режиму взаємодії. Все це практично виключало можливість проведення розрахунків ефективності біхроматичних ЛВЕ та вивчення їх динаміки у найбільш цікавому для практики комптонівському випадку взаємодії. Відома спроба розробки нелінійної теорії двопотокових ЛВЕ [6], однак її не можна вважати вдалою, оскільки при отриманні робочих рівнянь тут не враховувались деякі кубічно-нелінійні члени (а саме, пов'язані з другими похідними від повільно-змінюваних амплітуд). Останні, як показує аналіз, грають досить важливу роль у формуванні загальної картини процесів в двочастотних ЛВЕ, і тому врахування їх, особливо в комптонівському випадку взаємодії, є необхідним.

Метою даної работи є усунення вказаних недоліків. А саме, тут побудовано кубічно-нелінійну кінетичну самоузгоджену теорію ЛВЕ з біхроматичною накачкою. В рамках даної теорії описується як раманівський, так і комптонівський режими взаємодії, враховуються основні (кубічні) механізми насичення підсилення, тощо.

Робота складається з трьох частин. В даній (першій) побудована теоретична модель двочастотних ЛВЕ, отримано систему кубічно-нелінійних вкорочених рівнянь для амплітуд, сформульовані критерії, що гарантують рамки придатності теорії. В другій частині роботи проведено самоузгоджений слабосигнальний, а в третій - кубічно-нелінійний аналіз процесів у системі.

§1. Вихідна модель. Постановка задачі.

Розглядаємо поперечно необмежену та однорідну модель біхроматичного ЛВЕ. РЕП вважаємо зарядово скомпенсованим і таким, що дрейфує в додатньому напрямку осі Z. Його початковий стан на вході в систему задаємо одногорбою функцією розподілу. Зовнішнє фокусуюче магнітне поле вважаємо слабким (див. критерії в роботі [7]), а саме таким, що його впливом на параметрично-резонансні процеси, які розглядаються, можемо знехтувати. Електромагнітну хвилю сигналу вважаємо поперечною і лінійно поляризованою в площині YZ та коленіарною осі Z. Для моделювання її дисперсійних та імпедансних властивостей використовуємо прийом штучного магнітодіелектрика [1,2]. Вектор напруженості електричного поля сигналу представляємо у формі:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{2}(E_1 e^{ip_1} + k.c.)\vec{e}_x \, , \tag{1.1}$$

де $\vec{E}_1$ - комплексна повільно змінювана амплітуда.

$$p_1 = \omega_1 t - s_1 k_1 z \, , \tag{1.2}$$

фаза, ω_1 - циклічна частота, $\vec{k} = \left|\vec{k}_1\right|$ - хвильове число, $\vec{k}_1$ - хвильовий вектор сигналу; $s_1 = sign\{\vec{k}_1 \vec{n}\} = \pm 1$, $\vec{e}_x, \vec{n}$ - одиничні вектори вздовж осей X та Z, t - лабораторний час.

Накачку вважаємо доплертронною та біхроматичною:

$$\vec{E}_2(z,t) = \sum_{j=1}^{2} \vec{E}_{2j}(z,t), \tag{1.3}$$

де

$$\vec{E}_{2j}(z,t) = \frac{1}{2}(E_{2j} e^{ip_{2j}} + k.c.)\vec{e}_x \, , \tag{1.4}$$

E_{2j}- комплексні повільно-змінювані амплітуди,

$$p_{2j} = \omega_{2j} t - s_{2j} k_{2j} z \, , \tag{1.5}$$

- фаза, ω_{2i} - циклічні частоти, $\vec{k}_{2i} = \left|\vec{k}_{2i}\right|$ - хвильові числа, $\vec{k}_{2i}$ - хвильові вектори j-тої компоненти накачки; $s_{2i} = sign\{\vec{k}_{2i}\vec{n}\} = \pm 1$. При $\omega_{2i} \to 0, k_{2j} \to \frac{2\pi}{\Lambda_{2j}}$ (маємо Н - убітронну накачку з періодом Λ_{2j} (ефектом генерації додаткового магнітного поля при цьому нехтуємо).

Внаслідок нелінійної взаємодії електронів з суперпозицією полів сигналу (1.1) та накачки (1.3) в РЕП збуджуються примусові та власні електронні хвилі. Серед них особливо виділимо хвилі з комбінаційними фазами:

$$\theta_{2j} = p_1 + \sigma_j p_{2j}; \qquad \varphi_{2j} = p_1 - \sigma_j p_{2j}; \qquad \sigma_j = \pm 1; \tag{1.6}$$

$$\theta_{212} = p_{21} + \sigma_{212} p_{22}; \qquad \varphi_{212} = p_{21} - \sigma_{212} p_{22}; \qquad \sigma_{212} = \pm 1; \tag{1.7}$$

Фази $\theta_{2j}, \varphi_{2j}$ $(j = 1, 2)$ описують примусові електронні хвилі, що збуджуються за рахунок нелінійної взаємодії в плазмі РЕП j-тої компоненти накачки з сигналом, а $\theta_{212}, \varphi_{212}$ - двох компонент накачки між собою.

Поряд з комбінаційними хвилями примусових коливань (1.6), (1.7), в РЕП можуть поширюватись власні електронні хвилі з фазами:

$$p_{qn} = \omega_q t - k_{qn}, \tag{1.8}$$

де ω_q - частоти, k_{qn} - хвильови числа q -тої власної хвилі, q,n = 1,2,3...

В стандартних ЛВЕ (тобто в системах з монохроматичною накачкою) параметричний стан реалізується за умови, коли реальна частина однієї з фаз хвиль примусових коливань співпадає з реальною частиною фази власних коливань. Наприклад:

$$\theta_{21} \approx Re\{p_{31}\} \ (Im\{\theta_{21}\} \approx 0), \tag{1.9}$$

де прийнято: q = 3, n = 1. У випадку ЛВЕ з біхроматичною накачкою ситуація виявляється дещо складнішою. А саме, поряд з (1.9) паралельно виконуються ще й умови

$$\theta_{22} \approx Re\{p_{32}\} \, , \tag{1.10}$$

(резонансна взаємодія другої компоненти накачки з тим же самим сигналом), та

$$\theta_{212} \approx Re\{p_{312}\} \ , \qquad (1.11)$$

(резонансна взаємодія спектральних компонент накачки між собою). Умови (1.9)- (1.11) стають більш наочними, якщо записати їх як резонансні умови системи трьох параметрично зв'язаних трійок хвиль [5]:

$$\omega_1 + \sigma_1\omega_{21} = \omega_{31}; \quad \omega_1 + \sigma_2\omega_{22} = \omega_{32}; \quad \omega_{21} + \sigma_{212}\omega_{22} = \omega_{312}; \quad (1.12)$$
$$s_1 k_1 + \sigma_1 s_{21} k_{21} = k_{31}; \quad s_1 k_1 + \sigma_2 s_{22} k_{22} = k_{32}; \quad s_{21} k_{21} + \sigma_{212} s_{22} k_{22} = k_{312};$$

Таким чином ситема, що розглядається, характеризується одночасно трьома щільно зв'занами резонансами, а саме двох резонансів типу "накачка-сигнал" та ще одного резонансу (який виникає автоматично при наявності двох перших) "накачка-сигнал". Останній зв'язок і забезпечує нетривіальні властивості біхроматичних ЛВЕ.

При виконанні (1.9) - (1.12) суперпозиції примусових та власних електроних хвиль утворюють хвилі просторового заряду (ХПЗ).Для вектору електромагнітного поля останніх можемо вибрати форму представлення аналогічну (1.3), (1.4):

$$\vec{E}_3(z,t) = \vec{E}_{31}(z,t) + \vec{E}_{32}(z,t) + \vec{E}_{312}(z,t) \ , \qquad (1.13)$$

де
$$\vec{E}_{3j}(z,t) = \tfrac{1}{2}(E_{3j}e^{ip_{3j}} + k.c.)\vec{n}, \ p_{3j} = \omega_{3j} - k_{3j}z, \qquad (1.14)$$

$$\vec{E}_{312}(z,t) = \tfrac{1}{2}(E_{312}e^{ip_{312}} + k.c.)\vec{n}, \ p_{312} = \omega_{312} - k_{312}z, \qquad (1.15)$$

де $\omega_{3j}, \omega_{312}, k_{3j}, k_{312}$, - циклічні частоти та хвильові числа відповідних ХПЗ.

§2. Квазіблохівські вкорочені рівняння для комплексних амплітуд.

Використовуємо метод усередненого кінетичного рівняння та метод повільно змінюваних амплітуд [8,9]. При умові виконання (1.9) - (1.11) рішення для усередненої функції розподілу шукаємо у вигляді кратного ряду Фурьє, в якому обмежуємось лише врахуванням перших чотирьох (враховуючи і нульову) гармонік:

$$\bar{f}(\bar{z}, \bar{P}_z, t) = \bar{f}_0 + \tfrac{1}{2}[\sum_{j=1}^{2}\sum_{l=1}^{3}(\bar{f}^{\,l}_{2j}e^{il\theta_{2j}} + \bar{f}^{\,l}_{212}e^{il\theta_{212}} + k.c)], \qquad (1.16)$$

де $\bar{f}_0, \bar{f}^{\,l}_{2j}, \bar{f}^{\,l}_{212}$ - відповідні повільно змінювані комплексні амплітуди функції розподілу. При цьому, вважаємо що ряд по цих амплітудах є такий, що розходиться при збільшенні номера 1. Формулюємо, таким чином, дві системи малих параметрів, а саме, для одночастикової частини задачі (метод усередненого кінетичного рівняння):

$$\frac{1}{\xi} \sim \left|\frac{d\theta_{pq}}{dt}\right| / \left|\frac{d\varphi_{pq}}{dt}\right| << 1, \qquad (1.17)$$

де $\theta_{pq}, \varphi_{pq}$ - визначаються формулами (1.6), (1.7) та хвильової її частини (метод повільно змінюваних амплітуд):

$$\varepsilon_j = \left|\frac{\theta E_j}{mc\omega_j\gamma_0}\right| << 1, \qquad (1.18)$$

де e, m - абсолютний заряд та маса електрона, γ_0 - релятивістський фактор РЕП. Розрахунки проводимо у другому наближенні по методу Боголюбова (по параметру (1.17)), та третьому наближенню по методу повільно змінних аплітуд (по параметру (1.18)). Внаслідок досить

громіздких розрахунків отримуємо систему вкорочених кубічно нелінійних рівнянь для повільно змінюваних амплітуд:

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{f}_0+\frac{\bar{P}_z}{\pi}\{\frac{1}{\bar{\gamma}_o}\frac{\partial}{\partial z}\bar{f}_0+\frac{1}{4}\sum_{j=1}^{3}[\frac{1}{\bar{\gamma}_j}(\frac{\partial}{\partial z}\bar{f}^*_{1j}+(\frac{i\Phi_j}{c})\bar{f}^*_{1j})+\frac{1}{\bar{\gamma}^*_j}(\frac{\partial}{\partial z}\bar{f}_{1j}+(-\frac{i\Phi_j}{c})\bar{f}_{1j})]-$$

$$-\frac{e^2}{2mc^2}[A_{02}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_0+\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{3}[\frac{1}{\bar{\gamma}_o}(B_j\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}^*_{1j}+B^*_j\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{1j})+\frac{1}{\bar{\gamma}_{1j}}(A_{02}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}^*_{1j}+B_j\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}^*_0+$$

$$+B_j\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}^*_{2j})+\frac{1}{\bar{\gamma}^*_{1j}}(A_{02}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{1j}+B_j\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_0+B_j\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{2j})+e\frac{\partial\varphi_o}{\partial z}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_0+$$

$$+\frac{e}{4}\sum_{j=1}^{3}[(\frac{\partial\varphi^*_{1j}}{\partial z}+ik_j\varphi^*_j)\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{1j}+(\frac{\partial\varphi_{1j}}{\partial z}-ik_j\varphi_j)\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}^*_{1j}]=0.$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{f}_{1j}+i\omega_{3j}\bar{f}_{1j}\frac{\bar{P}_z}{\pi}\{\frac{1}{\bar{\gamma}_j}\frac{\partial}{\partial z}\bar{f}_0+\frac{1}{\bar{\gamma}_o}(\frac{\partial}{\partial z}\bar{f}_{1j}+(\frac{i\Phi_j}{c})\bar{f}_{1j})+\frac{1}{2\bar{\gamma}^*_j}(\frac{\partial}{\partial z}\bar{f}_{2j}+(-\frac{2i\Phi_j}{c})\bar{f}_{2j})]-$$

$$-\frac{e^2}{2mc^2}[\frac{1}{\bar{\gamma}_o}(A_{02}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{1j}+B_j\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_0+B^*_j\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{2j})+\frac{1}{\bar{\gamma}_j}(A_{02}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_0+\frac{B_j}{2}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{1j}+\frac{B^*_j}{2}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{1j})+$$

$$+\frac{1}{\bar{\gamma}_j}(A_{02}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{2j}+B_j\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_0+\frac{B_j}{2}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{3j})]+e\frac{\partial\varphi_o}{\partial z}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_0+\frac{e}{2}(\frac{\partial\varphi^*_{1j}}{\partial z}+ik_j\varphi^*_j)\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{2j}+$$

$$+2e(\frac{\partial\varphi_{1j}}{\partial z}-ik_j\varphi_j)\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_0=0.$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{f}_{2j}+i\omega_{3j}\bar{f}_{2j}+\frac{\bar{P}_z}{\pi}\{\frac{1}{\bar{\gamma}_o}\frac{\partial}{\partial z}\bar{f}_{2j}+\frac{1}{2\bar{\gamma}_j}(\frac{\partial}{\partial z}\bar{f}_{1j}+(-\frac{i\Phi_j}{c})\bar{f}_{1j})-$$

$$-\frac{e^2}{2mc^2}[\frac{1}{\bar{\gamma}_o}(A_{02}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{2j}+B_j\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{1j}+B^*_j\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{3j})+\frac{1}{2\bar{\gamma}_j}(A_{02}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_0+B_j\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_0+\frac{B^*_j}{2}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{2j})+$$

$$+\frac{1}{2\bar{\gamma}^*_j}(\frac{B_j}{2}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{3j})]+2e\frac{\partial\varphi_o}{\partial z}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{2j}+\frac{e}{2}(\frac{\partial\varphi^*_{1j}}{\partial z}+ik_j\varphi^*_j)\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{3j}+e(\frac{\partial\varphi_{1j}}{\partial z}-ik_j\varphi_j)\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\ =\bar{f}_{1j}=0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{f}_{3j}+i\omega_{3j}\bar{f}_{3j}+\frac{\bar{P}_z}{\pi}\{\frac{1}{\bar{\gamma}_o}(\frac{\partial}{\partial z}\bar{f}_{3j}+(-\frac{3i\Phi_j}{c})\bar{f}_{3j})\frac{1}{2\bar{\gamma}_j}(\frac{\partial}{\partial z}\bar{f}_{2j}+(-\frac{2i\Phi_j}{c})\bar{f}_{2j})-$$

$$-\frac{e^2}{2mc^2}[\frac{1}{\bar{\gamma}_o}(A_{02}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{3j}+\frac{B_j}{2}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{2j})+e\frac{\partial\varphi_o}{\partial z}\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{3j}+\frac{e}{2}(\frac{\partial\varphi_{1j}}{\partial z}-ik_j\varphi_j)\frac{\partial}{\partial\bar{p}_z}\bar{f}_{2j}=0.$$

$$\{\frac{\partial}{\partial t}+i\omega_1\}\bar{E}_1=\frac{4\pi e^2n_0}{mc}\int_{-\infty}^{\infty}[\vec{A}_1(\frac{\bar{f}_0}{\bar{\gamma}_o}+K_1\left|\vec{A}_1\right|^2\frac{\partial p}{\partial z}\frac{\partial\bar{f}_0}{\partial\bar{p}_z})+\sum_{j=1}^{2}(\vec{A}^*_{2j}\delta_{\sigma j+}+\vec{A}_{2j}\delta_{\sigma j-})\cdot$$

$$\cdot(\frac{\bar{f}_0}{\bar{\gamma}_j}+\frac{\bar{f}_{1j}}{2\bar{\gamma}_o}+K_1\frac{B_{j\varphi}}{4}\frac{\partial\varphi^j}{\partial z}\frac{\partial\bar{f}_0}{\partial\bar{p}_z})]dp_z.$$

$$\{\frac{\partial}{\partial t}+i\omega_{22}\}\bar{E}_{22}=\frac{4\pi e^2n_0}{mc}\int_{-\infty}^{\infty}[\vec{A}_{22}(\frac{\bar{f}_0}{\bar{\gamma}_o}+K_{22}\left|\vec{A}_{22}\right|^2\frac{\partial p_{22}}{\partial z}\frac{\partial\bar{f}_0}{\partial\bar{p}_z})+\sum_{i=j=1,2}(\vec{A}^*_1\delta_{\sigma j+}+\vec{A}^*_1\delta_{\sigma j-})\cdot$$

$$\cdot(\frac{\bar{f}_0}{\bar{\gamma}_j}+\frac{\bar{f}_{1j}}{2\bar{\gamma}_o}+K_{22}\frac{B_{j\varphi}}{4}\frac{\partial\varphi^j}{\partial z}\frac{\partial\bar{f}_0}{\partial\bar{p}_z})]dp_z.$$

$$\{\frac{\partial}{\partial t}+i\omega_{3j}\}\bar{E}_{3j}=\frac{4\pi en_0}{m}\int_{-\infty}^{\infty}\vec{P}_z(\frac{\bar{f}_0}{\bar{\gamma}_o}+\frac{\bar{f}_{1j}}{2\bar{\gamma}_o})dp_z. \qquad (1.19)$$

де $\bar{V}=\frac{\bar{P}_z}{m\bar{\gamma}_o}$ **компонента швидкості електрона,** $\frac{1}{\bar{\gamma}_o}=\frac{1}{\bar{\gamma}_o^{(0)}}+\frac{1}{\bar{\gamma}_o^{(2)}}$,

$$\frac{1}{\bar{\gamma}_o^{(0)}}=\frac{1}{(1+(\bar{P}_z/mc)^2)^{\frac{3}{2}}},$$

$$\frac{1}{\bar{\gamma}_o^{(2)}}=-\frac{(\bar{P}_z/mc)^2}{2(1+(\bar{P}_z/mc)^2)^{\frac{3}{2}}}-\frac{e^2(\left|\bar{A}_1\right|^2+\left|\bar{A}_{21}\right|^2+\left|\bar{A}_{22}\right|^2)}{4\pi^2c^2(1+(\bar{P}_z/mc)^2)^{\frac{3}{2}}},$$

$$\frac{1}{\bar{\gamma}_o^{(2)}} = -\frac{e^2 B_{\theta j}}{2m^2 c^4 (1 + (\bar{P}_z/mc)^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad \bar{A}_{02} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial z}(|\bar{A}_1|^2 + |\bar{A}_{21}|^2 + |\bar{A}_{22}|^2),$$

$$B_j = \frac{\partial}{\partial z} B_{\theta j} - \frac{i\Phi_j}{c} B_{\theta j}, \quad B_{\theta j} = (\vec{A}_1 \vec{A}_{21})\delta_{\sigma 1+} + (\vec{A}_1 \vec{A}_{21}^*)\delta_{\sigma 1-},$$

$$B_{\theta 2} = (\vec{A}_1 \vec{A}_{22})\delta_{\sigma 2+} + (\vec{A}_1 \vec{A}_{22}^*)\delta_{\sigma 2-}, \quad B_{\theta 3} = (\vec{A}_{21} \vec{A}_{22}^*)\delta_{\sigma 3+} + (\vec{A}_{21} \vec{A}_{22})\delta_{\sigma 3-},$$

$$B_{\varphi 1} = (\vec{A}_1 \vec{A}_{21}^*)\delta_{\sigma 1+} + (\vec{A}_1 \vec{A}_{21})\delta_{\sigma 1-}, \quad B_{\varphi 2} = (\vec{A}_1 \vec{A}_{22}^*)\delta_{\sigma 2+} + (\vec{A}_1 \vec{A}_{22})\delta_{\sigma 2-},$$

$$B_{\varphi 3} = (\vec{A}_{21} \vec{A}_{22})\delta_{\sigma 3+} + (\vec{A}_{21} \vec{A}_{22}^*)\delta_{\sigma 3-}, \quad \Phi_1 = c(s_1 k_1 + \sigma_1 s_{21} k_{21}),$$

$$\Phi_2 = c(s_1 k_1 + \sigma_2 s_{22} k_{22}), \quad \Phi_3 = c(s_{21} k_{21} + \sigma_{212} s_{22} k_{22}),$$

$\frac{\partial \varphi_0}{\partial z} = \vec{n} E_0$ - повздовжне електростатичне поле підпору,

$$\varphi = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{3}\left(-\frac{iE_{3j}}{k_i} e^{ip_j} + k.c.\right), \quad \vec{A}_l = \frac{1}{2}\left(\frac{ic\vec{E}_l}{\omega_l} e^{ip_l} + k.c.\right).$$

δ - символ Кронекера, $K_j = \frac{-e^2}{\omega_j(\bar{x})(m^2 c^2 + \bar{P}_z^2)^{\frac{1}{2}}}$, де

$$\omega_1(\bar{x}) = \omega_1 - \sigma_1 \omega_{21} - (\omega_1 s_1 - \sigma_1 \omega_{21} s_{21}) \bar{P}_z / (m^2 c^2 + \bar{P}_z^2)^{\frac{1}{2}},$$

$$\omega_2(\bar{x}) = \omega_1 - \sigma_2 \omega_{22} - (\omega_1 s_1 - \sigma_2 \omega_{22} s_{22}) \bar{P}_z / (m^2 c^2 + \bar{P}_z^2)^{\frac{1}{2}},$$

$$\omega_{22}(\bar{x}) = \omega_{21} - \sigma_{212} \omega_{22} - (\omega_{21} s_{21} - \sigma_{212} \omega_{22} s_{22}) \bar{P}_z / (m^2 c^2 + \bar{P}_z^2)^{\frac{1}{2}}.$$

По аналогії з [10] систему (1.19) називаємо квазіблохівською.

Система (1.19) описує самоузгоджену нелінійну динаміку біхроматичного ЛВЕ, причому, як в раманівському, так і в комптонівському режимі. Вона є більш універсальною ніж подібна система, що отримана в [6], оскільки враховує ряд "загублених" в [6] кубічно-нелінійних членів типу $d^2 E_j / dz^2$. Конкретні результати аналізу, проведені з використанням (1.19), автори приводять у двох наступних частинах роботи.

SUMMARY

The cubic-nonlinear model of free electron laser with bichromatic (two frequency) pumping is constructed. The system of non-linear (quasyblock) equation for slowly-exchange amplitude wave and function of distribution is received. The conditions for system of three bounded parametric resonance is formed.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кохманьски С.С., Кулиш В.В. Параметрический резонанс при движении релятивистских электронов в поле электромагнитных волн. I. //Деп. рук., Москва, Деп. в ВИНИТИ 14.05.82, N 2447-82.
2. Kohmanski S., Kulish V. On the theory of non-linear electron laser with multifrequency swing field. //Asta Physica Pol., 1985.-v.A68,n5.-p.741-748.
3. Жураховский В.А. Существенно-нелинейная теория лазера на свободных электронах. //Радиотехника и электроника, 1982.-т.27, с.965-977.
4. Захаров В.П. Кулиш В.В. Параметрический резонанс при движении релятивистских электоронов в поле трех поперечных электромагнитных волн. //Деп.рук., Москва, 1982. Деп в ВИНИТИ 10.05.82 N 2314-82.
5. Bolonin O., Kohmanski S., Kulish V. Bounded parametric resonanses in free electron lasers. //Acta Physica Pol. -1989.- v.A76, N3. - p.455-473.
6. Дзедолик И.В. Индуцированное излучение РЕП в поле полихроматической электромагнитной волны. //Радиотехника и электроника.-1990.-т.35, N 9. -с. 1954-1962.
7. Kohmanski S., Kulish V. Parametrical resonance interaction of an electron with the intensive field of electromagnetic waves in the presence of the axial magnetic field. //Acta Physica Pol. -1985. -v.A68, N5. -p.725-739.

8. Kulish V.V., Kuleshov S.A., Lysenko A.V., Nonlinear self cosistent theory of superheterodyne and parametric free electron lasers. //The International gournal of infrared and milimeter waves. -1993. -v.14, N3.
9. Кулиш В.В., Лысенко А.В. Метод усредненного кинетического уравнения и его применение в нелинейных задачах электродинамики. //Физика плазмы. -1993. -т. 19, N2. - с.216-228.
10. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы-М,: "Высшая школа", 1978г.

Поступила в редколлегию 31 января 1994 г.

УДК 539.2

ДРОБНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ФРАКТАЛЬНОЙ СРЕДЫ

Олемской А.И., Флат А.Я.

Хорошо известны основные типы уравнений, представляющих различные режимы поведения конденсированной среды. Прежде всего это уравнение непрерывности, отражающее условие сохранения числа частиц этой среды. В рамках механического подхода колебательное поведение отражается либо уравнением колебаний, содержащим вторую производную по времени, либо волновым уравнением, содержащим вторые производные как по времени, так и по координате. При термодинамическом описании системы, определяемой гидродинамической модой, ее амплитуда (параметр порядка) может характеризоваться как реактивным, так и диссипативным режимами. В первом случае уравнение движения сводится к уравнению колебаний для несохраняющегося параметра порядка (ПП) и к волновому уравнению - для сохраняющегося. При переходе в диссипативный режим степень временной производной понижается до первой.

Хотя указанные уравнения описывают совершенно разные физические ситуации, в последнее время показано, что они могут плавным образом быть трансформированы одно в другое [1,2]. Так оказалось, что включение неидеальной памяти понижает степень временной производной ν в уравнении диффузии от 1 до О. Характерно, что если память включается в точках фрактального множества, то его размерность $0 \le D \le 1$ и показатель ν связаны равенством $\nu = 1 - D$ [2]. С другой стороны возможна также ситуация, когда выполняется соотношение $\nu = 1 + D$, и при трансформации фрактала в обычное континуальное множество (D=1) уравнение диффузии переходит в волновое [2]. Физическая картина такого перехода остается невыясненной .

В этой связи возникает вопрос: нельзя ли представить модель среды, уравнение движения которой содержит все перечисленные выше типы как частные случаи. В предлагаемой работе рассмотрена такая модель.

Будем исходить из уравнения непрерывности $\dot{\eta} + \nabla j = 0$ поля ПП $\eta(r, t)$, характеризуемого потоком j(r,t). В общем случае его величина связана с распределением химпотенциала $\mu(r, t)$ нелокальным образом. В рамках фурье-представления по координате и лапласовского представления по времени (учитываем условие причинности) эта связь сводится к равенству $j(k,z)=Q(k,z)\mu(k,z)$,где k - волновой вектор,z - комплексная частота.

Для определения зависимости функции памяти Q(k,z) от k рассмотрим простейшую одномерную модель среды в виде отрезка $0 \le x \le l$. Тогда поток на правой границе дается равенством