

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛООБМЕНА

*С.И. Якушко, В.М. Маренок, Р.В. Устименко  
Сумский государственный университет, г. Сумы*

*Разработана математическая модель процесса порционного нагрева органической среды, склонной к значительным отложениям и несущей взвеси, в теплообменнике типа «труба в трубе». Учтены изменения движущей силы процесса – увеличение температуры субстрата при каждом обороте, что позволяет проводить более точный расчёт коэффициентов теплопередачи. На основании предложенных зависимостей разработан алгоритм расчёта, представленный в блок-схеме, что позволяет производить расчёт блока подготовки субстрата с теплообменником типа «труба в трубе» при помощи ЭВМ.*

### ВВЕДЕНИЕ

Теплообменные аппараты занимают значительную часть аппаратного парка множества производств химической, нефтехимической, биохимической и многих других отраслей промышленности. Проведение биохимических процессов предъявляет более высокие и специфические требования как к самому теплообменному оборудованию, так и к технологическим режимам протекания теплообменных процессов.

Общеизвестные схемы теплообмена и методики их расчёта не всегда позволяют использовать их при проектировании и расчётах оборудования для проведения теплообмена в технологических линиях, работа которых связана с биохимическими превращениями, например, переработка сельскохозяйственных отходов с получением биогаза.

Анализ различных технологических схем нагрева органического сырья, в частности органических отходов при проведении процесса метановой ферментации, данный в работе [1], показывает, что в силу особенностей нагреваемого продукта процесс носит периодический характер. Расчёт усложняется тем, что при этом имеет место режим нестационарного теплообмена, поскольку органический субстрат после прохождения теплообменника снова возвращается в сборник исходного сырья, повышая тем самым его температуру.

Для составления математической модели принят алгоритм расчёта подготовителя-подогревателя, схема которого приведена на рисунке 1.

Установка состоит из набора теплообменных секций 3, накопительной емкости 1 и насоса 2. Теплообменные элементы представляют собой стандартные секции теплообменника «труба в трубе». В соответствии с рекомендациями [2] для сред, склонных к значительным отложениям, а также для сред, несущих взвеси, выбираем разборные однопоточные теплообменники типа ТТОР либо разборные многопоточные теплообменники типа ТТМ. Конструкция указанных теплообменников обеспечивает возможность регулярной механической чистки внутренних поверхностей теплообменных труб от загрязнений, а также возможность выемки теплообменных труб для их замены или механической очистки наружной поверхности, что необходимо для работы со специфической средой, какой являются органические отходы сельскохозяйственного производства. Более загрязненная среда – субстрат – проходит внутри теплообменных труб, совершая несколько ходов по трубному пространству. Менее загрязненная среда – горячая вода – противотоком проходит снаружи теплообменных труб, совершая многоходовое движение по кольцевому пространству.

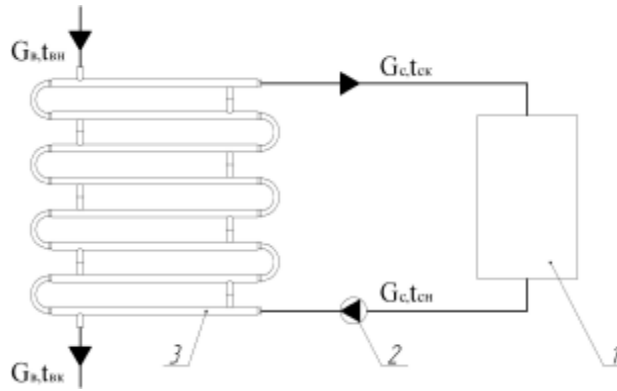


Рисунок 1– Принципиальная схема блока подготовки субстрата с теплообменником «труба в трубе»:  
1– накопительная емкость; 2 – насос; 3 – теплообменник

Теплообменники этого типа состоят из последовательно соединенных звеньев. Каждое звено представляет собой две соосные трубы (см. рис. 2). Для удобства чистки и замены внутренние трубы соединены между собой коленами.

Рассмотрим работу блока подготовки субстрата с теплообменником типа «труба в трубе». Субстрат из емкости 1 насосом 2 подается в трубное пространство теплообменника 3. Одновременно в межтрубное пространство теплообменника противотоком поступает греющая вода.

Нагрев производится до тех пор, пока температура субстрата не достигнет заданной температуры, соответствующей значению температуры ферментации  $55^{\circ}\text{C}$  при термофильном режиме проведения процесса. После этого нагретая порция насосом подается в метантенк.

Объем накопительной емкости 1 выбирается в зависимости от производительности установки и принятого количества порций загрузки (непрерывная загрузка нежелательна, поскольку субстрат должен пройти инокуляцию бактериями при попадании в полость метантенка). К преимуществам предложенной схемы относится то, что она позволяет варьировать в широком диапазоне количество подогреваемых доз.

#### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

В теплообменнике субстрат нагревается от начальной температуры  $t_{\text{сн}}$  до температуры  $t_{\text{ск}}$  (см. рис. 1). Пройдя теплообменник, подогретый субстрат возвращается в емкость 1, из которой он снова подается в теплообменник. Таким образом, субстрат циркулирует в системе подогрева до тех пор, пока его температура не станет равной температуре ферментации.

Отличительной особенностью такого способа нагрева является изменение средней движущей силы процесса теплообмена в каждый момент времени.

Проведя анализ данной схемы подготовки субстрата, для математического описания процесса принимаем следующие допущения:

- 1 Процесс протекает при неизменных свойствах теплоносителей.
- 2 Движение субстрата происходит в режиме идеального вытеснения.
- 3 Температура субстрата не изменяется вне теплообменника.

Исходными данными для расчета являются физические константы и температуры теплоносителей, величина принятого перепада давления в теплообменнике и основные конструктивные размеры нормализованных теплообменников данного типа. Расчет различных вариантов и сопоставление полученных результатов дает возможность выбрать

теплообменник, обеспечивающий минимум эксплуатационных расходов [3]. Исходными данными для расчёта подготовителя-подогревателя типа «труба в трубе» являются: производительность насоса  $Q$ , температура входа подогревающей воды  $t_{вн}$ , температура входа подогреваемого субстрата  $t_{сн}$ , диаметр внутренней трубы  $d_{вн}$ , диаметр наружной трубы  $d_{нар}$ , длина трубы  $l$ , толщина трубы внутренней  $\delta_{ст}$ , плотность воды  $\rho_в$ , динамическая вязкость воды  $\mu_в$ , теплопроводности воды, субстрата и стенки трубы  $\lambda_в$ ,  $\lambda_с$ ,  $\lambda_{ст}$  соответственно, количество секций теплообменника  $n$ .

Рассмотрим непосредственно процесс, происходящий в теплообменной секции. Задаем исходной температурой субстрата  $t_{сн} = 15^\circ\text{C}$  и температурой теплоносителя  $t_{вн} = 70^\circ\text{C}$ .

Полагаем, что длина трубы велика по сравнению с толщиной стенки, поэтому потерями теплоты с торцов трубы можно пренебречь.

В рассматриваемом процессе неизвестны температуры выхода подогревающей воды и подогреваемого субстрата, то есть неизвестно количество энергии, которую вода сообщает субстрату. Процесс усложняется еще и тем, что температура подогреваемого субстрата увеличивается с каждым оборотом субстрата.

Расчетная схема представлена на рисунке 2.

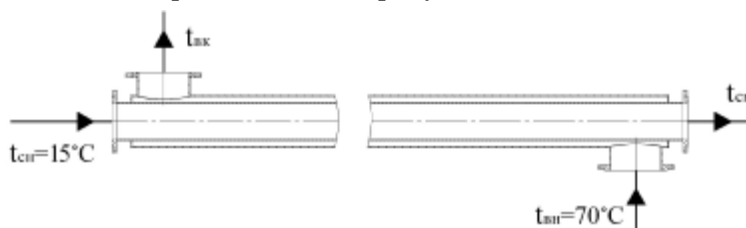


Рисунок 2 – Расчетная схема теплообменной секции типа «труба в трубе»

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Дальнейшее решение поставленной задачи сводится к составлению системы уравнений, в которую входят уравнения теплового баланса и уравнения для условий входа в теплообменник и выхода из него.

Для выполнения расчета задаемся законом распределения внутренних источников теплоты и граничными условиями. В нашем случае применимы граничные условия третьего рода [4], при которых задаются температура окружающей среды – подогревающей воды  $t_{вн}$  и закон теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. Граничное условие третьего рода характеризует закон теплообмена между поверхностью и окружающей средой в процессе охлаждения или нагревания тела. Для описания этого процесса теплообмена используется закон Ньютона-Рихмана, который для трубы с постоянным коэффициентом теплопроводности принимает вид [4]:

$$Q = k \pi d_x l (t_{ж1} - t_{ж2}), \quad (1)$$

где  $k$  – линейный коэффициент теплопередачи, Вт/(м·К):

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}, \quad (2)$$

$d_x$  – средний диаметр, м, который для  $\alpha_1 \cong \alpha_2$  равен

$$d_x = \frac{d_1 + d_2}{2}, \quad (3)$$

где  $d_1$  – наружный диаметр трубы, м;

$d_2$  – внутренний диаметр трубы, м.

Запишем уравнение (1) для обеих концов теплообменника (рис. 2).

Для стороны входа субстрата

$$\frac{Q}{\pi d_x \ell} = k (t_{\text{вк}} - t_{\text{сн}}). \quad (4)$$

Для стороны входа подогревающей воды

$$\frac{Q}{\pi d_x \ell} = k (t_{\text{вн}} - t_{\text{ск}}). \quad (5)$$

Из уравнений (4) и (5) получаем неизвестные величины  $t_{\text{вк}}$  и  $t_{\text{ск}}$  для последующей подстановки этих выражений в систему уравнений, в которую входят уравнения теплового баланса и уравнения для условий входа в теплообменник и выхода из него:

$$\begin{cases} G_o \cdot C_o \cdot (t_{\text{вн}} - t_{\text{вк}}) = G_c \cdot C_c \cdot (t_{\text{ск}} - t_{\text{сн}}), \\ t_{\text{ск}} = t_{\text{вн}} - \frac{Q}{F} \cdot \frac{1}{K}, \\ t_{\text{вк}} = t_{\text{сн}} + \frac{Q}{F} \cdot \frac{1}{K}. \end{cases} \quad (6)$$

Решение данной системы уравнений позволяет найти температуру выхода субстрата для каждого его оборота в системе. Это дает возможность определить количество оборотов субстрата и время протекания процесса в системе до тех пор, пока его температура не достигнет заданной. Так как решение приведенной задачи связано со значительным количеством математических вычислений, то для её решения разработана программа расчёта для ЭВМ.

#### МЕТОДИКА РАСЧЕТА

Методика расчета теплообменников на ЭВМ:

1 Рассчитываем рабочую скорость движения подогреваемого субстрата в трубном пространстве теплообменника.

2 При принятой скорости движения теплоносителя рассчитываем критерий Рейнольдса в кольцевом пространстве теплообменника.

3 По рассчитанной скорости движения субстрата находим критерий Рейнольдса в трубном пространстве теплообменника.

4 При заданных свойствах теплоносителей находим критерий Прандтля для каждого из теплоносителей.

5 При найденных критериях Рейнольдса находим критерий Нуссельта в каждом из пространств теплообменника.

6 Рассчитываем коэффициенты теплоотдачи от горячей воды к стенке и от стенки к подогреваемому субстрату.

7 Находим коэффициент теплопередачи.

8 При заданных количествах теплообменных секций находим температуру выхода подогреваемого субстрата.

9 Зная температуру выхода субстрата, находим количество оборотов субстрата в системе подготовки до времени, когда температура субстрата на выходе не достигнет заданной температуры.

10 Рассчитываем мощность, потребляемую насосом на перекачивание субстрата за все время нагрева.

На рисунках 3 – 4 представлена блок-схема алгоритма расчета подготовителя-подогревателя типа «труба в трубе».

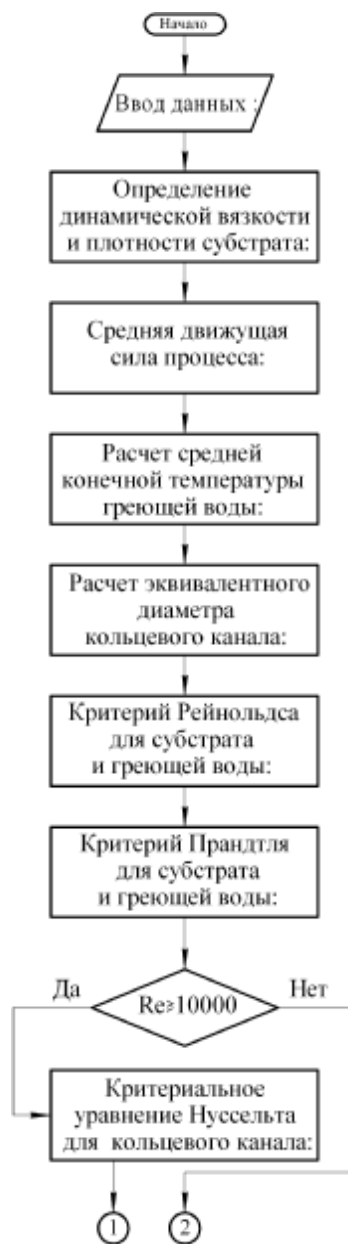


Рисунок 3 – Блок-схема расчета подготовителя-подогревателя



Рисунок 4 – Продолжение блок-схемы расчета  
подготовителя-подогревателя

Проверка расчета производилась для конкретного случая нагрева 600 кг субстрата. Для расчета выбрана секция теплообменника длиной 12 м с внутренним диаметром 159 мм, наружным диаметром 219 мм. При этом обеспечивается максимальная площадь теплообмена для стандартных секций, равная 5,46 м<sup>2</sup>. Кроме того, увеличение площади проходного сечения трубопровода предотвращает забивание

теплообменника субстратом и облегчает плановое обслуживание теплообменника.

В результате расчета установлено, что оптимальным условием подготовки порции субстрата объемом 600 кг в течение 3 часов является использование подготовителя-подогревателя, состоящего из 12 теплообменных секций с подачей субстрата, равной 10 м<sup>3</sup>/ч.

### ВЫВОДЫ

Разработаны математическая модель, алгоритм расчёта и компьютерная программа для проведения технологического расчёта процесса нагрева субстрата в теплообменнике типа «труба в трубе». В предложенной математической модели расчётом определяются все необходимые параметры от одного оборота к следующему. Учтены изменения движущей силы процесса – увеличение температуры субстрата в каждом отдельном обороте, что позволило провести более точный расчёт коэффициентов теплопередачи. На основании предложенных зависимостей разработан алгоритм расчёта, который представлен в блок-схеме. Это позволяет производить расчёт блока подготовки субстрата с теплообменником типа «труба в трубе» при помощи ЭВМ.

Таким образом, предложенная математическая модель позволяет выполнить поставленную задачу – расчёт блока порционного нагрева органического субстрата с теплообменником типа «труба в трубе».

### SUMMARY

#### DESIGN OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE PROCESSES OF NON-STATIONARY HEAT EXCHANGE

*S.I. Yakushko, V.M. Marenok, R.V. Ustimenko*  
Sumy State University

*In the paper a designed mathematical model of the process of "a la carte" heating of the organic media apt to significant sediments and carrying suspensions, in a heat exchanger of the type "pipe in pipe" is offered. There are taken into consideration changes of the operative power of the process - an increase of the temperature of substrate under each turn that allows to conduct the more exact calculation of heat transfer factors. Based on the offered dependencies there is designed an algorithm calculation, presented in block- scheme that allows to produce the calculation of the block of preparation substrate with heat exchanger of the type "pipe in pipe" with the help of a computer.*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Якушко С.И. Выбор технологических режимов в установках для производства биогаза // Вісник СумДУ. – 2006. – № 5 (89). – С. 102 – 108.
2. Теплообменники труба в трубе: Каталог. – ВНИИнефтемаш., 1999. – 93 с.
3. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. – М.: Химия. – 1971. – 784 с.
4. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергия, 1975. – 488 с.

**Якушко С.И.**, канд. техн. наук, доцент, СумГУ, г. Сумы;

**Маренок В.М.**, ассистент, СумГУ, г. Сумы;

**Устименко Р.В.**, магистр, СумГУ, г. Сумы

*Поступила в редакцию 19 сентября 2008 г.*