

---

---

## АВТОМАТИКА

---

---

УДК 62.83-52

### ПРИНЦИПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОГОДВИГАТЕЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ

*А.А. Безусская, А.В. Павлов*

*Сумський державний університет, г. Суми*

*В данной статье описаны исследования многодвигательных электроприводов и результаты моделирования, проведенные в среде Simulink MATLAB, в случае для двух- и трехдвигательной систем электропривода с общим источником питания. Также получены общие закономерности для данной обобщенной математической модели в виде структурной схемы в векторной форме для электропривода с п-ым количеством двигателей.*

#### ВВЕДЕНИЕ

Численное моделирование систем с использованием специальных вычислительных средств в настоящее время стало одним из методологических оснований исследования сложных систем управления. Особенна значима его роль в тех случаях, когда технологический процесс или объект управляетя с помощью электронной вычислительной машины (ЭВМ). В связи с этим очень важным является изучение методов математического моделирования, в частности, электромеханических систем и систем электропривода, и проведение анализа свойств многодвигательных систем.

Математическая модель системы в современных условиях – это основной инструмент для прогнозирования выходных результатов при различных воздействиях входных сигналов на исследуемый объект.

Электромеханические системы, примерами которых могут служить автоматизированный электропривод, системы управления движущимися объектами, робототехнические комплексы и другие многомерные системы, в общем случае относятся к классу непрерывно-дискретных динамических систем.

Исходное математическое описание любой динамической системы представляет собой совокупность дифференциальных, алгебраических, логических уравнений с нелинейными непрерывно-дискретными правыми частями, описывающих физические процессы в отдельных функциональных элементах системы. Прямое использование указанного математического описания для построения имитационных моделей представляется весьма затруднительным. Требуется методология создания универсальных имитационных моделей и средств их автоматизированной реализации.

Эффективное решение задач моделирования современных электромеханических систем возможно при наличии специализированных программно-технических комплексов.

## 1 МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОДВИГАТЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА С ОБЩИМ ИСТОЧНИКОМ ПИТАНИЯ

В качестве объекта управления берем многодвигательный электропривод (МЭП) с общим источником питания. В статье [1] представлен новый подход к построению математической модели силовой части многодвигательного электропривода постоянного тока с одним источником питания. Модель представлена структурной схемой в векторной форме. Конфигурация структурных элементов и взаимосвязей отличается новизной и позволяет проводить модельные исследования взаимного влияния сепаратных электроприводов через общий источник энергии ограниченной мощности.

Структурная схема МЭП представлена на рис.1. Она отличается от известных наглядностью процесса формирования общего управляющего воздействия – напряжения  $U$  как вектора с одним и тем же значением всех его компонент. Это позволяет произвести декомпозицию структурной схемы МЭП на функциональные структурные блоки – модели сепаратных электроприводов (СЭП) с входным сигналом  $U$  и источника с выходным сигналом  $U$ , и с помощью этой модели исследовать взаимосвязи СЭП через общий источник энергии.

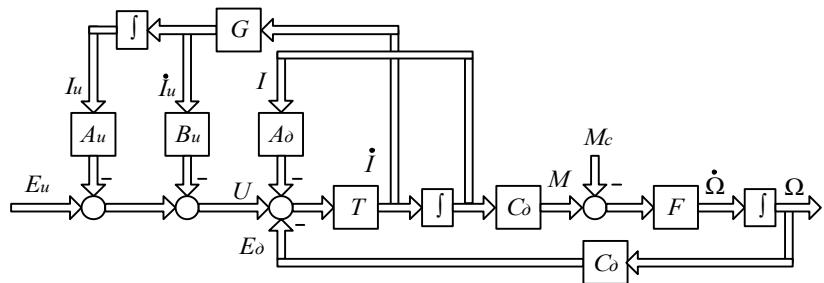


Рисунок 1 – Структурная схема МЭП

Сопоставляя весь набор дифференциальных уравнений, используемых для описания многомерной системы на основе МЭП, векторная структурная схема которого приведена на рис.1, можно осуществить линейное представление данной структурной схемы в зависимости от порядка системы, то есть количества электродвигателей.

Для случая одного двигателя, с учетом дифференциальных уравнений, структурная схема будет иметь вид, представленный на рис.2.

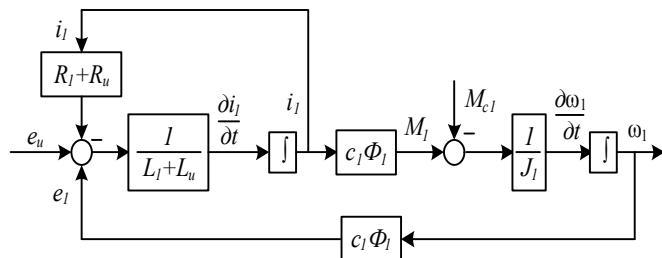


Рисунок 2 – Структурная схема однодвигательного электропривода

Анализируя случай с двумя двигателями, можно получить соответствующую линейную структурную схему в виде, приведенном на рис.3.

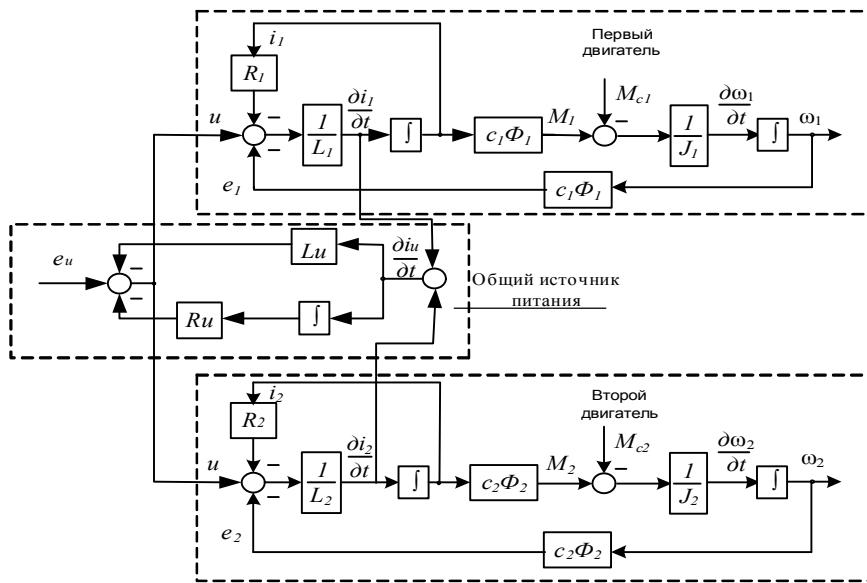


Рисунок 3 – Линеаризованная структурная схема многомерной системы для двух двигателей

В случае трехдвигательной системы линеаризованная структурная схема будет иметь вид, представленный на рис.4.

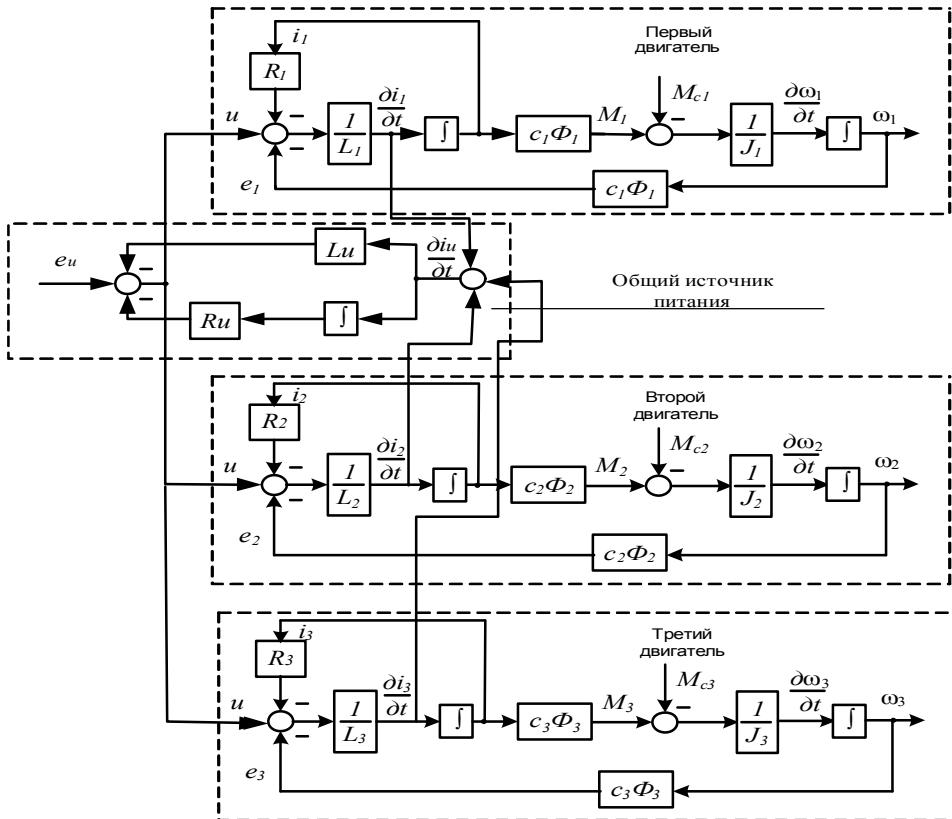


Рисунок 4 – Линеаризованная структурная схема многомерной системы для трех двигателей

Анализируя изменения структурных схем, приведенных на рисунках 2,3,4, можно продолжить линейную связь на любой случай, независимо от количества двигателей. При этом для линейной реализации п – мерного случая необходимо учитывать следующие особенности:

- общий источник питания, наглядно отмеченный на рис.3,4, сохраняет свое положение в структурной схеме, независимо от количества двигателей При этом перечень его составных элементов остается неизменным;
- структура, а также перечень составных элементов каждого двигателя остается неизменной, меняется лишь их количество в зависимости от размерности системы.

## 2 РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОГОДВИГАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ В СРЕДЕ SIMULINK MATLAB

На основании структурных схем, приведенных на рис. 3,4, осуществлена реализация 2 двигательной и 3 двигательной систем. Причем, в случае 2 двигательной системы принимались следующие количественные характеристики ИП и двигателей:

$$\begin{aligned} L_1 = L_2 &= 0,245 \text{ (Гн)} - \text{индуктивность двигателей;} \\ R_j = R_1 = R_2 &= 2,45 \text{ (Ом)} - \text{сопротивление якорных цепей ДПТ;} \\ c_1\Phi_1 = c_2\Phi_2 &= 0,672 \text{ (В с)} - \text{конструктивный коэффициент двигателей;} \\ J_1 = J_2 &= 0,063 \text{ (кг}\cdot\text{м}^2\text{)} - \text{момент инерции двигателей;} \\ R_u &= 0,45 \text{ (Ом)} - \text{сопротивление источника питания;} \\ L_u &= 0,25 \text{ (Гн)} - \text{индуктивность источника питания.} \end{aligned}$$

Принимаем неизменными ступенчатые сигналы по заданию и по возмущению.

$$\begin{aligned} e_u &= 100 \cdot 1[t] - \text{ЭДС источника питания.} \\ M_{c1} &= 5 \cdot 1[t+7] - \text{статический момент первого двигателя.} \\ M_{c2} &= 1[t+10] - \text{статический момент второго двигателя.} \end{aligned}$$

В случае 3 двигательной системы принимаем следующие количественные характеристики:

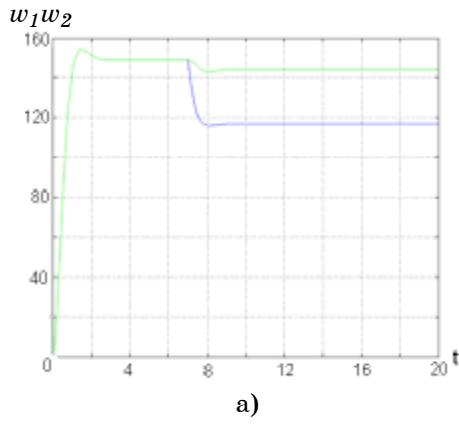
$$\begin{aligned} L_1 = L_2 = L_3 &= 0,245 \text{ (Гн)} - \text{индуктивность двигателей;} \\ R_j = R_1 = R_2 = R_3 &= 5 \text{ (Ом)} - \text{сопротивление якорных цепей ДПТ;} \\ c_1\Phi_1 = c_2\Phi_2 = c_3\Phi_3 &= 0,672 \text{ (В с)} - \text{конструктивный коэффициент двигателей;} \\ J_1 = J_2 = J_3 &= 0,063 \text{ (кг}\cdot\text{м}^2\text{)} - \text{момент инерции двигателей;} \\ R_u &= 0,45 \text{ (Ом)} - \text{сопротивление источника питания;} \\ L_u &= 0,25 \text{ (Гн)} - \text{индуктивность источника питания.} \end{aligned}$$

Принимаем неизменными ступенчатые сигналы по заданию и по возмущению.

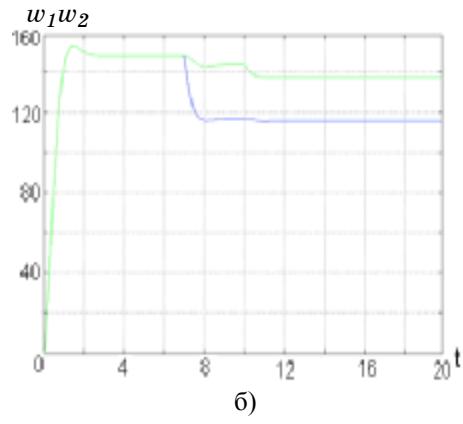
$$\begin{aligned} e_u &= 100 \cdot 1[t] - \text{ЭДС источника питания.} \\ M_{c1} &= 5 \cdot 1[t+7] - \text{статический момент первого двигателя.} \\ M_{c2} &= 1[t+10] - \text{статический момент второго двигателя.} \\ M_{c3} &= 3[t+13] - \text{статический момент третьего двигателя.} \end{aligned}$$

В результате были получены зависимости скоростей валов двигателей от времени, представленные в виде тахограмм. Также были проведены исследования для двух- и трехдвигательной системы, при которых изменялись параметры ИП, А именно: активная и реактивная составляющая ИП, по сравнению с изначально принятыми параметрами. Количественные характеристики двигателей не изменились.

Получили следующие тахограммы для двухдвигательной системы:



a)

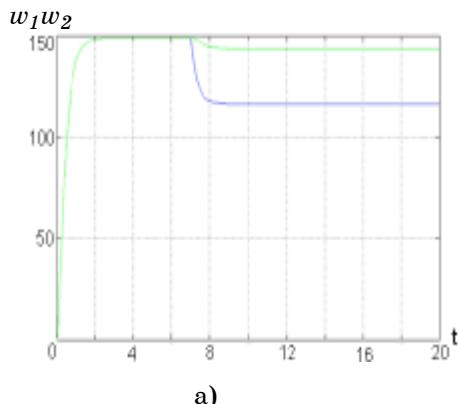


б)

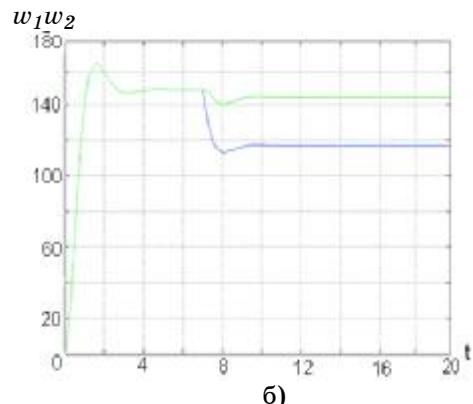
Рисунок 5 – Тахограммы двухдвигательного ЭП:

а) когда нагружен один двигатель; б) когда нагружены оба двигателя

—  $\omega_1(t)$ ; —  $\omega_2(t)$



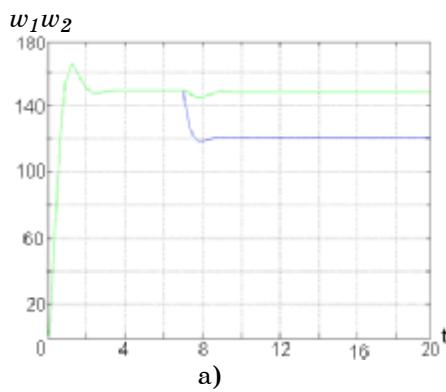
a)



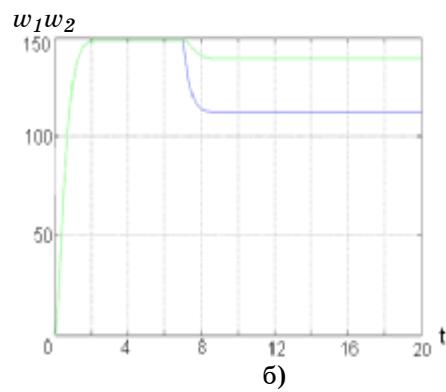
б)

Рисунок 6 – Тахограммы двухдвигательного ЭП: а) когда уменьшено реактивное сопротивление источника питания, б) когда увеличено реактивное сопротивление источника питания

—  $\omega_1(t)$ ; —  $\omega_2(t)$



a)



б)

Рисунок 7 – Тахограммы двухдвигательного ЭП: а) когда уменьшено активное сопротивление источника питания, б) когда увеличено активное сопротивление источника питания

—  $\omega_1(t)$ ; —  $\omega_2(t)$

Анализируя графики на рис.5а, видим, что скорость двигателя, на который подается нагрузка, уменьшается скачком и на определенном уровне стабилизируется. Это влияет на скорость второго двигателя, которая, в свою очередь, тоже уменьшается, но незначительно. Переходные процессы носят колебательный характер. Определим основные прямые показатели качества системы. Время переходного процесса при включении:  $t_{i,i} \approx 3$  (с), время переходного процесса системы при нагрузке одного двигателя:  $t_{i,i} \approx 2$  (с). Так как переходной процесс при включении колебательный, можем определить перерегулирование:  $\sigma \approx 4,05\%$ .

Подаем нагрузку на оба двигателя модели МЭП (рис. 3). Параметры двигателей неизменны, параметры источника питания исходные для данной серии экспериментов. Получаем графики переходных процессов, представленные на рис. 5б.

На рис.5б можно проследить взаимное влияние электродвигателей через общий источник питания. Переходные процессы носят колебательный характер. Время переходного процесса при пуске:  $t_{i,i} \approx 2,5$  (с), Время переходного процесса системы при нагрузке первого двигателя  $t_{i,i,1} \approx 4$  (с). Время переходного процесса при нагрузке второго двигателя  $t_{i,i,2} \approx 1$  (с). Перерегулирование:  $\sigma \approx 3,36\%$ .

Проследим, как влияют параметры источника питания на скорость вращения двигателей. Параметры двигателей:  $L_1 = L_2 = 0,245$  (Гн);  $R_1 = R_2 = 2,45$  (Ом);  $c_1\Phi_1 = c_2\Phi_2 = 0,672$  (В с);  $J_1 = J_2 = 0,063$  (кг·м);  $e_u = 100 \cdot 1[t]$ ,  $M_{c1} = 5 \cdot 1[t+7]$ .

Уменьшаем реактивную составляющую источника питания: исходное значение  $L_u = 0,25$  (Гн), принимаем  $L_u = 0,1$  (Гн). Активную составляющую не изменяем:  $R_u = 0,45$  (Ом).

Как видно из графиков на рис.6а, уменьшение реактивной составляющей приводит к тому, что мы уменьшаем перерегулирование. На скорость вращения валов двигателей уменьшение реактивной составляющей не оказало влияния. Переходной процесс апериодический. Время переходного процесса системы, когда нагружен только один двигатель:  $t_{i,i} \approx 1$  (с).

Увеличиваем реактивную составляющую источника питания: исходное значение  $L_u = 0,25$  (Гн), принимаем  $L_u = 0,5$  (Гн). Активную составляющую не изменяем:  $R_u = 0,45$  (Ом). Параметры двигателей и ступенчатые сигналы по заданию и возмущению неизменны. Тахограммы представлены на рис.6б.

Анализируя графики на рис. 6б, видно, что так же, как и уменьшение, увеличение реактивной составляющей не влияет на изменение скоростей вращения двигателей. Переходной процесс колебательный. Основные прямые показатели качества: время переходного процесса системы при пуске:  $t_{i,i} \approx 5$  (с), время переходного процесса системы при подаче нагрузки на один двигатель:  $t_{i,i} \approx 2,5$  (с). Перерегулирование  $\sigma \approx 11,68\%$ .

Уменьшаем активную составляющую источника питания. Исходное значение  $R_u = 0,45$  (Ом), принимаем  $R_u = 0,2$  (Ом). Реактивную составляющую не изменяем:  $L_u = 0,25$  (Ом). Параметры двигателей и ступенчатые сигналы по заданию и возмущению неизменны. Получим тахограммы (рис.7).

Анализируя графики на рисунке 7а, можно сказать, что так же, как и при увеличении реактивной составляющей, возрастает перерегулирование. Но скорость вращения валов двигателей в установившемся режиме будет больше, чем при исходных параметрах источника питания. Переходной процесс колебательный. Определим основные прямые показатели качества. Время переходного процесса системы при включении:  $t_{i,i} \approx 4$  (с), время переходного процесса системы при нагрузке одного двигателя:  $t_{i,i} \approx 2$  (с), перерегулирование:  $\sigma \approx 8,61\%$ .

Увеличиваем активную составляющую источника питания. Исходное значение  $R_u = 0,45$  (Ом), принимаем  $R_u = 1,5$  (Ом). Реактивную составляющую не изменяем:  $L_u = 0,25$  (Ом). Параметры двигателей и ступенчатые сигналы по заданию и возмущению неизменны. Получим тахограммы (рис.7б).

Как видно на рис. 7б, уменьшаем перерегулирование, но в то же время это ведет к уменьшению скоростей вращения валов двигателей по сравнению со скоростями при изначально взятых параметрах источника питания. Переходной процесс апериодический. Время переходного процесса системы  $t_{i,i} \approx 1,5$  (с).

Таким образом, можно проследить закономерность, что изменение активного сопротивления источника питания влияет на скорость вращения двигателей, а изменение индуктивного сопротивления не оказывает влияния.

В случае трехдвигательной системы получим следующие тахограммы:

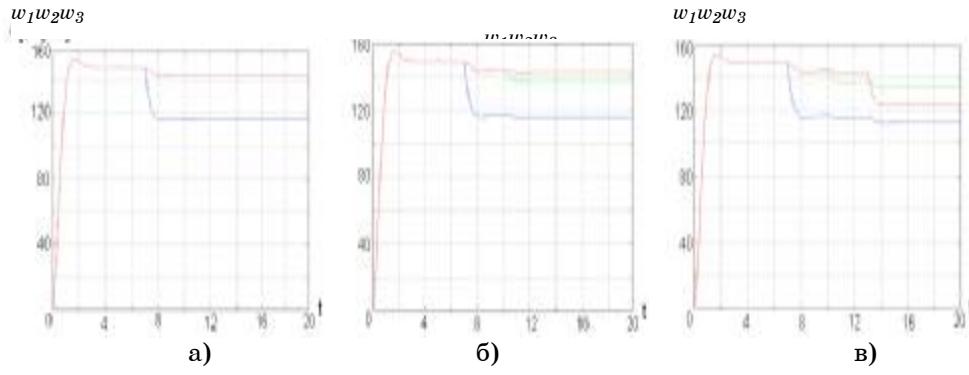


Рисунок 8 – Тахограмма трехдвигательного ЭП: а) когда нагружен один двигатель; б) когда нагружены два двигателя; в) когда нагружены три двигателя

\_\_\_\_\_  $w_1(t)$  \_\_\_\_\_  $w_2(t)$ ; \_\_\_\_\_  $w_3(t)$

Проведем анализ полученных графиков переходных процессов для трехдвигательной системы.

На рис.8а второй и третий двигатели будут вращаться с одинаковыми скоростями, так как они имеют одинаковые параметры и на них не подается нагрузка. Переходные процессы носят колебательный характер. Время переходного процесса при пуске:  $t_{i,i} \approx 3$  (с). Время переходного процесса при нагрузке первого двигателя  $t_{i,i} \approx 1,5$  (с). Перерегулирование  $\sigma \approx 3,97\%$ .

Подаем нагрузку на два двигателя модели трехдвигательного ЭП (рис.4). Параметры двигателей неизменны. Параметры источника питания исходные для данной серии экспериментов.

Получим следующие переходные процессы (рис.8б).

Анализируя переходные процессы на рис.8б, определим основные прямые показатели качества системы, когда нагрузка подается на два двигателя. Переходной процесс системы при пуске:  $t_{i,i} \approx 3$  (с). Время переходного процесса системы при подаче нагрузки на первый двигатель  $t_{i,i,1} \approx 2$  (с). Время переходного процесса при подаче нагрузки на второй двигатель  $t_{i,i,2} \approx 1$  (с). Перерегулирование  $\sigma \approx 4,03\%$ .

Подаем нагрузку на три двигателя модели трехдвигательного ЭП. Параметры двигателей неизменны. Параметры источника питания исходные для данной серии экспериментов.

Получим следующие переходные процессы (рис. 8в).

Анализируя переходные процессы на рис. 8в, определим основные прямые показатели качества системы, когда нагрузка подается на три двигателя. Переходной процесс системы при пуске:  $t_{i,i} \approx 3$  (с). Время переходного процесса системы при подаче нагрузки на первый двигатель  $t_{i,i,1} \approx 2$  (с). Время переходного процесса при подаче нагрузки на второй двигатель  $t_{i,i,2} \approx 1$  (с). Время переходного процесса при подаче нагрузки на третий двигатель  $t_{i,i,3} \approx 1$  (с). Перерегулирование  $\sigma \approx 4,03\%$ .

Проведем аналогичные исследования, изменяя параметры источника питания, для ЭП с тремя двигателями постоянного тока, когда нагружены два двигателя.

Параметры двигателей:  $L_1 = L_2 = L_3 = 0,245$  (Гн);  $R_1 = R_2 = R_3 = 2,45$  (Ом);  $c_1\Phi_1 = c_2\Phi_2 = c_3\Phi_3 = 0,672$  (В с);  $J_1 = J_2 = J_3 = 0,063$  (кг·м).

Ступенчатые сигналы по заданию и возмущению:  $e_u = 100 \cdot 1[t]$ ,  $M_{c1} = 5 \cdot 1[t+7]$ ,  $M_{c2} = 5 \cdot 1[t+7]$ .

Уменьшаем реактивную составляющую источника питания: исходное значение  $L_u = 0,25$  (Гн), принимаем  $L_u = 0,1$  (Гн). Сопротивление не изменяем:  $R_u = 0,45$  (Ом).

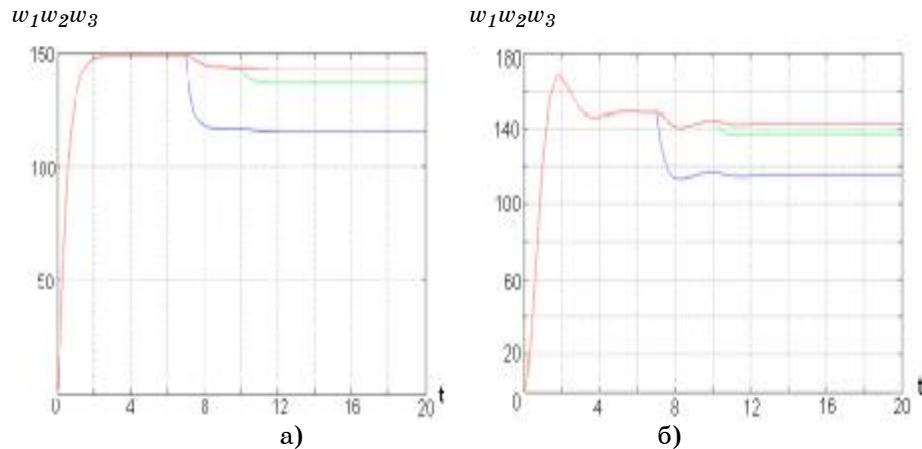


Рисунок 9 – Тахограммы трехдвигательного ЭП: а) когда уменьшено реактивное сопротивление источника питания; б) когда увеличено реактивное сопротивление источника питания

—  $\omega_1(t)$ ; —  $\omega_2(t)$ ; —  $\omega_3(t)$

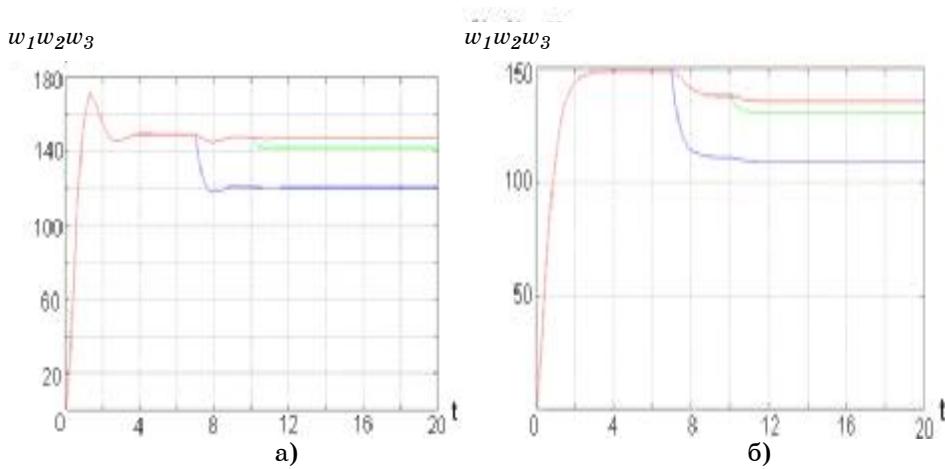


Рисунок 10 – Тахограммы трехдвигательного ЭП: а) когда уменьшено активное сопротивление источника питания; б) когда увеличено активное сопротивление источника питания

—  $\omega_1(t)$ ; —  $\omega_2(t)$ ; —  $\omega_3(t)$

Как видно из графиков на рис. 9а, уменьшение реактивной составляющей приводит к тому, что мы уменьшаем перерегулирование. На скорость вращения валов двигателей уменьшение реактивной составляющей не оказалось влияния. Переходной процесс апериодический. Время переходного процесса системы, когда нагрузка подается на один двигатель:  $t_{i,i,1} \approx 1,5$  (с), время переходного процесса системы, когда нагрузка подается на второй двигатель:  $t_{i,i,2} \approx 1$  (с),

Увеличиваем реактивную составляющую источника питания: исходное значение  $L_u = 0,25$  (Гн), принимаем  $L_u = 0,5$  (Гн). Активную составляющую не изменяем:  $R_u = 0,45$  (Ом). Параметры двигателей и ступенчатые сигналы по заданию и возмущению неизменны.

Тахограммы будут иметь вид (рис. 9б).

Анализируя графики на рис. 9б, видно, что так же, как и уменьшение, увеличение реактивной составляющей не влияет на изменение скоростей вращения двигателей. Переходной процесс колебательный. Основные прямые показатели качества: время переходного процесса системы при пуске:  $t_{i,i} \approx 5$  (с), время переходного процесса системы при подаче нагрузки на один двигатель:  $t_{i,i} \approx 4$  (с), время переходного процесса системы при подаче нагрузки на второй двигатель:  $t_{i,i} \approx 2$  (с). Перерегулирование возросло:  $\sigma \approx 13,22\%$ .

Уменьшаем активную составляющую источника питания. Исходное значение  $R_u = 0,45$  (Ом), принимаем  $R_u = 0,2$  (Ом). Реактивную составляющую не изменяем:  $L_u = 0,25$  (Ом). Параметры двигателей и ступенчатые сигналы по заданию и возмущению неизменны. Получим тахограммы (рис. 10).

Анализируя графики на рисунке 10а, можно сказать, что так же, как и при увеличении реактивной составляющей, возрастает перерегулирование. Но скорость вращения валов двигателей в установившемся режиме будет больше, чем при исходных параметрах источника питания. Переходной процесс колебательный. Определим основные прямые показатели качества. Время переходного процесса

системы при включении:  $t_{i,i} \approx 4$  (с), время переходного процесса системы при нагрузке одного двигателя:  $t_{i,i} \approx 2$  (с), время переходного процесса системы при нагрузке второго двигателя:  $t_{i,i} \approx 1$  (с), перерегулирование:  $\sigma \approx 10,94\%$ .

Увеличиваем активную составляющую источника питания. Исходное значение  $R_u = 0,45$  (Ом), принимаем  $R_u = 1,5$  (Ом). Реактивную составляющую не изменяем:  $L_u = 0,25$  (Ом). Параметры двигателей и ступенчатые сигналы по заданию и возмущению неизменны. Получим тахограммы (рис.106).

Как видно на рис. 10б: уменьшаем перерегулирование, но в то же время это ведет к уменьшению скоростей вращения валов двигателей по сравнению со скоростями при изначально взятых параметрах источника питания. Переходной процесс апериодический. Время переходного процесса системы при нагрузке одного двигателя:  $t_{i,i} \approx 2$  (с), время переходного процесса системы при нагрузке второго двигателя:  $t_{i,i} \approx 1$  (с).

Аналогично, как и для двухдвигательной системы, можно проследить закономерность, что изменение активной составляющей источника питания влияет на скорость вращения двигателей, а изменение индуктивной составляющей не оказывает влияния на изменение скорости.

## ВЫВОДЫ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ПРОВЕДЕНИИ ИССЛЕДОВАНИЙ

### 1 Влияние активного сопротивления источника питания (ИП):

- уменьшение активного сопротивления ведет к возрастанию перерегулирования во время пуска двигателей. Но в то же время скорость вращения валов двигателей в установившемся режиме будет больше, чем при исходных параметрах ИП. Переходной процесс носит колебательный характер;
- при увеличении активного сопротивления избавляемся от перерегулирования, но это ведет к уменьшению скоростей вращения валов двигателей в установившемся режиме. Переходной процесс апериодический.

### 2 Влияние реактивной составляющей источника питания:

- уменьшение реактивной составляющей ведет к уменьшению перерегулирования, но не оказывает влияния на скорость вращения валов двигателей. Переходной процесс апериодический;
- увеличение реактивной составляющей так же, как и уменьшение, на скорость вращения валов двигателей не влияет. Переходной процесс колебательный. Возрастает значение перерегулирования при пуске двигателей по сравнению со значением при исходных параметрах ИП.

## ВЫВОДЫ

В данной статье на основе разработанной математической модели МЭП в векторной форме получена математическая модель ЭП для двух двигателей, а также построена структурная схема и реализована в современном программном пакете MATLAB. По такой же методике построена модель для трехдвигательного ЭП при изначально взятых параметрах двигателей, которые считаем одинаковыми по электромеханическим свойствам, и источника питания. Проведены исследования, как влияют параметры источника питания на скорость вращения валов двигателей для двухдвигательного и трехдвигательного ЭП.

Вполне вероятным будет предположение, что полученные закономерности можно обобщить не только на ЭП с двумя или тремя двигателями, но и на многодвигательный ЭП с  $n$  – йм количеством двигателей постоянного тока.

Моделирование МЭП с четырьмя, пятью и т. д. двигателями в программном пакете MATLAB осуществляется по такой же методике, что и для двух или трех ДПТ.

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Крупник А.А., Павлов А.В. Модель многодвигательного электропривода с общим источником питания // Вісник Сумського державного університету, 2007.
2. Теорія електропривода: Підручник / М.Г. Попович, М.Г. Борисюк, В.А. Гаврилюк та ін.; За ред. М.Г. Поповича. – К.: Вища школа, 1993. – 494 с.
3. Костинюк Л.Д. Моделювання електроприводів. – Львів: Львівська політехніка, 2004.- 404 с.
4. Марущак Я.Ю. Синтез електромеханічних систем з послідовним та паралельним коригуванням. - Львів.: Львівська політехніка, 2005.- 208 с.
5. Попович М.Г., Ковалъчук О.В. Теорія автоматичного керування. Підручник для студентів вищих технічних закладів освіти. – Київ: Либідь, 1997.
6. Чорний О.П., Луговой А.В. та ін. Моделювання електромеханічних систем. – Кременчук, 2001.

*Безусская А.А., студентка;*

*Павлов А.В., канд. физ.-мат. наук*

*Поступила в редакцию 23 апреля 2008 г.*