

УДК 66.065: 66.066.001.57

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ГИДРОВЗВЕШЕННОГО СЛОЯ СУСПЕНЗИЙ В ЦИЛИНДРОКОНИЧЕСКИХ АППАРАТАХ С РАСШИРЯЮЩИМСЯ КВЕРХУ КОНУСОМ**

**А.П. Врагов, В.А. Смирнов, В.П. Ясырев**

*Сумський державний університет, м. Суми*

Выполнено моделирование процесса гидродинамического взаимодействия частиц и жидкости в гидровзвешенном слое в цилиндроконических аппаратах в стесненных условиях противоточного движения фаз. Проведен анализ и выполнены расчеты параметров гидровзвешенного слоя частиц в цилиндроконических аппаратах в зависимости от геометрических характеристик конических секций, диаметров частиц и чисел Архимеда для переходного ( $2500 < Ar < 1 \cdot 10^5$ ) и турбулентного ( $1 \cdot 10^5 < Ar < 1 \cdot 10^7$ ) режимов обтекания зерен.

Сформулированы и определены условия перераспределения параметров гидровзвешенного слоя частиц в секциях цилиндроконических аппаратов в зависимости от гидродинамической обстановки во входном сечении конуса и параметрических характеристик конических секций.

**ВВЕДЕНИЕ**

В промышленности применяют цилиндроконические аппараты (ЦКА), в которых в восходящем потоке жидкости в гидровзвешенном слое (ГВС) обрабатывают суспензии из твердых полидисперсных частиц, при этом в определенных гидродинамических условиях взаимодействуют витающая твердая и восходящая жидкая фазы. В таких аппаратах, например, протекают процессы гидравлической классификации минералов [1], процессы твердофазного выщелачивания [2], растворения [3] и кристаллизации солей из растворов [4].

Теоретические основы процессов гидродинамического взаимодействия фаз в стесненных условиях дисперсной системы «твердое – жидкость» в цилиндроконических колонных аппаратах разработаны недостаточно и представляют определенный научный и практический интерес, особенно для целей моделирования, расчета и проектирования таких аппаратов [5 – 8].

В частности представляют интерес вопросы изменения гидродинамических параметров взвешенного слоя в цилиндроконических секциях аппаратов в зависимости от следующих факторов:

- физикохимических свойств взаимодействующих фаз (плотности и вязкости жидкости, плотности твердого, диаметра частиц и их распределения в потоке);
- гидродинамических режимов взаимодействия фаз – режимов обтекания частиц разных диаметров (чисел Рейнольдса и Архимеда), порозности взвешенного слоя, распределения размеров – модуля дисперсности зерен в ГВС и др.;

– геометрических характеристик аппарата и его отдельных секций (диаметров входной и выходной секций, высоты и угла раскрытия конуса) и др.

Целью данной работы является разработка математической модели процессов гидродинамического взаимодействия моно- и полидисперсных супензий в цилиндроконических аппаратах в восходящем потоке жидкости для получения расчетных зависимостей, используемых при проектировании и расчетах аппаратов (например, гидравлических классификаторов, твердофазных экстракторов и классифицирующих кристаллизаторов).

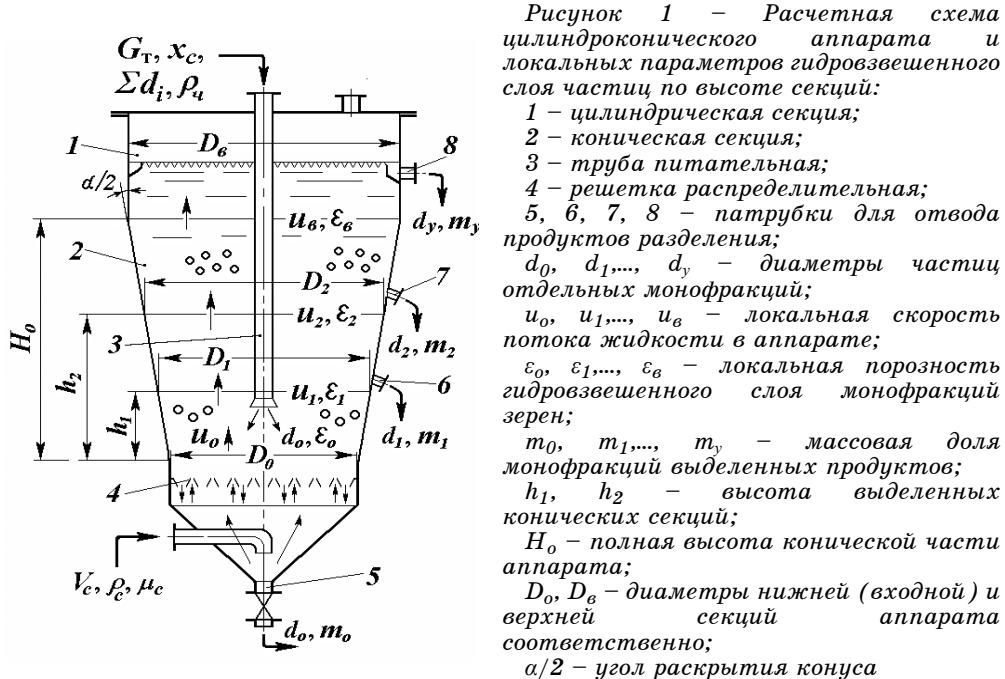
### ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Математическое моделирование процессов взаимодействия дисперсионной (жидкой) среды с дисперсной (твердой) фазой в цилиндроконическом аппарате предполагает разработку системы уравнений, описывающих реальные процессы гидродинамического взаимодействия фаз в условиях переменных по высоте аппарата параметров. К ним в первую очередь относятся скорости движения потоков твердой и жидкой фаз, режимы движения фаз и обтекания частиц, диаметры зерен, их объемная концентрация и массовое распределение в потоке, и др. [5 – 8].

Ранее в работах [4, 9, 10] выполнена оценка некоторых параметров ГВС частиц в цилиндрических аппаратах.

В данной работе в качестве объекта исследования выбран цилиндроконический аппарат с расширяющимся кверху конусом, в котором в гидровзвешенном слое в условиях стесненного движения фаз взаимодействуют дисперсные твердые частицы в переходном и турбулентном режимах их обтекания.

Расчетная схема цилиндроконического аппарата, а также схема изменения локальных параметров ГВС частиц по высоте конуса представлены на рис. 1.



Для целей моделирования приняли, что жидкость и частицы в процессе взаимодействия не изменяют своих физикохимических свойств; движение частиц в потоке носит безвихревой характер, частицы имеют преимущественно округлую форму, являются равнодоступными и не агрегируются в блоки.

Под влиянием преобладающих действующих сил (вязкостных, гравитационных и инерционных) в потоке жидкости частицы витают и перемещаются в определенном направлении, при этом возле каждой частицы формируется гидродинамическая обстановка, характеризуемая эквивалентным диаметром зерен, режимом их обтекания, локальной порозностью гидровзвешенного слоя и другими факторами.

Исходная пульпа с заданным массовым расходом, известными дисперсным (гранулометрическим) составом и концентрацией твердой фазы поступает по питательной трубе 3 в нижнюю секцию цилиндроконического аппарата 1.

Процесс взаимодействия пульпы с поступающим снизу потоком жидкости начинает происходить в нижней распределительной камере, затем в восходящем потоке жидкости под действием вязкостных, инерционных и массовых сил формируется гидровзвешенный слой суспензии. Локальные параметры ГВС суспензии формируются и устанавливаются в секциях по высоте аппарата соответственно локальной гидродинамической обстановке и зависят от физикохимических свойств взаимодействующих фаз, а также от локальных геометрических характеристик конической секции (её входного диаметра и высоты, отношения размеров  $(h_i/D_o)$  и угла раскрытия конуса).

В установившемся режиме взаимодействия фаз в секциях аппарата на некоторой высоте формируются гидровзвешенные слои классифицированной суспензии, из которых можно отбирать монофракции продуктов с определенной массовой долей, объемной концентрацией и определенного диапазона размеров (или среднего размера зерен монофракции).

В основу данной физической и разработанной математической моделей принят постулат, что в условиях гидродинамического равновесия действующих в потоке на частицы сил по высоте аппарата формируется однородный гидровзвешенный слой, в котором локальные параметры ГВС зависят от локальной скорости жидкости, диаметров, режимов обтекания и объемной концентрации зерен – порозности слоя.

## 1 Моделирование гидродинамической обстановки в конических секциях аппаратов с гидровзвешенным слоем твердых частиц

Гидродинамическую обстановку в однородном гидровзвешенном слое принято оценивать с помощью известного уравнения Ричардсона – Заки [5, 11–15], при этом

$$u_i = u_{oi} \varepsilon_i^{z_i}, \quad (1)$$

где  $u_i$ ,  $u_{oi}$  – скорости потока жидкости в свободном сечении аппарата и витания частиц соответственно;  $\varepsilon_i$  – средняя порозность ВС;  $z_i$  – показатель, учитывающий режим обтекания частиц и физикохимические свойства взаимодействующих фаз.

В работах [11, 13, 14] отмечается, что однородное хорошее псевдоожижение наблюдается для диапазона диаметров частиц  $(d_{max}/d_{min}) < 3$ , при этом в жидкостно-псевдоожженном слое ГВС однородное псевдоожижение имеет место в более широком диапазоне чисел Архимеда  $10^{-2} < Ar_i < 10^7$  [11 – 15].

Известно также, что в конических аппаратах при небольших углах раскрытия конуса ( $10 < \alpha < 20$ ) взаимодействие потоков продолжает носить безвихревой характер [5, 14], поэтому вполне допустимо зависимость (1) использовать для оценки локальных параметров ГВС при небольших размерах конуса ( $H / D_o < 2$ ).

Для использования в расчетной практике уравнение (1) обычно представляют в критериальной форме в виде зависимости [12, 13]

$$Re_i = CAr_i^b \cdot \varepsilon_i^k, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_i$  – локальная порозность гидровзвешенного слоя;  $C$  – коэффициент;  $b, k$  – показатели, численные значения которых зависят от режима обтекания частиц.

В работах [4, 9] показано, что расширение гидровзвешенного слоя частиц твердой фазы в цилиндрическом аппарате в восходящем потоке жидкости в переходном режиме взаимодействия фаз зависит от гидродинамического режима обтекания частиц и удовлетворительно описывается критериальными уравнениями:

– для вязкостной области в диапазоне чисел  $2 < Re_o < 40$  и  $36 < Ar_i < 2500$

$$Re_i = 0,105 Ar_i^{0,78} \cdot \varepsilon_i^{5,2 / Ar_i^{0,06}}, \quad (3)$$

- для инерционной области обтекания частиц в диапазоне чисел  $40 < Re_o < 500$  и  $2500 < Ar_i < 10^5$

$$Re_i = 0,335 Ar_i^{0,63} \cdot \varepsilon_i^{5,2 / Ar_i^{0,06}}. \quad (4)$$

Аналогично для более крупных частиц, взаимодействующих в гидровзвешенном слое в турбулентном режиме обтекания фаз (в диапазоне чисел Рейнольдса  $500 < Re_o < 7 \cdot 10^3$  и Архимеда  $1 \cdot 10^5 < Ar < 1 \cdot 10^7$ ) [6, 14], уравнение можно представить в виде зависимости

$$Re_i = 1,74 Ar_i^{0,5} \cdot \varepsilon_i^{2,4}. \quad (5)$$

В уравнениях (3) – (5) приняты следующие обозначения:  $Re_i$  – число Рейнольдса, характеризующее режим осаждения частиц в потоке жидкости,  $Re_i = u d_i \rho_c / \mu$ ;  $Ar_i$  – число Архимеда, учитывающее диаметр частиц и режим гидродинамического взаимодействия фаз в потоке,  $Ar_i = d_i^3 g \rho_c (\rho_u - \rho_c) / \mu^2$ ;  $u_i$  – скорость среды в свободном сечении аппарата;  $\varepsilon_i$  – локальная порозность взвешенного слоя;  $d_i$  – эквивалентный диаметр твердых частиц;  $\rho_u, \rho_c$  – плотность частиц и среды соответственно;  $\mu$  – вязкость жидкости.

Критериальные уравнения (3) – (5) позволяют рассчитать число Рейнольдса для соответствующего режима обтекания зерен, а затем определить фиктивную (отнесенную к свободному сечению аппарата) скорость потока жидкости для создания соответствующей гидродинамической обстановки, при этом

$$u_i = Re_i \cdot \mu_c / d_i \rho_c. \quad (6)$$

Уравнения (2) – (5) позволяют также рассчитать локальные параметры ГВС частиц, взаимодействующих в секциях цилиндроконических аппаратов [4, 16].

Отметим, что в указанном диапазоне режимов гидродинамического взаимодействия дисперсной и жидкой фаз с неизменными физикохимическими свойствами числа Архимеда и диаметры частиц могут быть взаимно пересчитаны по следующим формулам:

$$Ar_1 = (d_1 / d_i)^3 Ar_i \quad \text{или} \quad d_i = d_1 (Ar_i / Ar_1)^{0,333}. \quad (7)$$

В зависимости от физикохимических свойств взаимодействующих фаз уравнение (3) применимо для мелких частиц диаметром 0,2 – 0,6 мм [9], поэтому в дальнейших расчетах мы использовали уравнение (4) для частиц диаметром 0,5 – 4,0 мм и уравнение (5) для расчетов параметров ГВС более крупных зерен и гранул.

Приведенная выше система уравнений (3) – (7) позволяет оценить параметры гидровзвешенного слоя твердых частиц в стесненных условиях их движения в колонном противоточном ЦКА в зависимости от свойств взаимодействующих фаз, диаметров зерен и режимов их обтекания в потоке.

## 2 Моделирование параметров гидровзвешенного слоя монодисперсных частиц в цилиндроконических секциях в переходном и турбулентном режимах витания зерен

При движении восходящего потока жидкости в цилиндроконическом аппарате с углом раскрытия конуса  $\alpha < 20^\circ$  течение фаз продолжает носить безотрывной (безвихревой) характер [5, 14], при этом на основе уравнения неразрывности потоков можно записать

$$V_c = u_o S_0 = u_1 S_1 = \dots = u_i S_i, \quad (8)$$

где  $u_o, \dots, u_i$  – текущие значения скорости потока жидкости, м/с;  $S_o, \dots, S_i$  – площади поперечных сечений конической секции на входе в конус и на определенной высоте конуса по отношению к входному участку соответственно.

Представив связь между локальными отношениями скоростей жидкости и площадями поперечного сечения конической секции (с учетом высоты расположения секции и угла раскрытия конуса), получили уравнение взаимосвязи в виде безразмерной зависимости между локальными скоростями потока жидкости и параметрами конической секции во входном ( $S_1$ ) и выходном ( $S_i$ ) сечениях конуса

$$u_1 / u_i = S_i / S_1 = [1 + 2(h_i / D_1) \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)]^2. \quad (9)$$

Одновременно на основе уравнения (4) локальную скорость потока жидкости в ГВС частиц можно выразить в виде зависимости между физикохимическими свойствами взаимодействующих фаз и параметрами гидровзвешенного слоя частиц.

Решив критериальное уравнение (4) относительно текущей скорости раствора и параметров взаимодействующих фаз, получили зависимость

$$u = 1,412 d^{0,89} (\rho_u - \rho)^{0,63} \cdot \varepsilon^{5,2 / Ar^{0,06}} / \rho^{0,37} \mu^{0,26}, \quad (10)$$

которую можно использовать для расчета локальных параметров гидрозвешенного слоя частиц средних размеров в цилиндроконическом аппарате.

### **Оценка локальных параметров ГВС монодисперсных частиц в конических секциях в переходном режиме витания частиц**

Если в разных сечениях конической секции в гидрозвешенном слое псевдоожижены монодисперсные частицы и свойства взаимодействующих фаз в процессе не изменяются, то согласно зависимости (10) для входного (нижнего) и выходного (верхнего) сечений конуса можно записать систему уравнений

$$u_1 = 1,412d^{0,89}(\rho_u - \rho)^{0,63} \cdot \varepsilon_1^{5,2/Ar^{0,06}} / \rho^{0,37}\mu^{0,26},$$

$$u_i = 1,412d^{0,89}(\rho_u - \rho)^{0,63} \cdot \varepsilon_i^{5,2/Ar^{0,06}} / \rho^{0,37}\mu^{0,26}.$$

Разделив скорости потоков и приравняв их согласно уравнению (9), нашли

$$u_1 / u_i = (\varepsilon_1 / \varepsilon_i)^{5,2/Ar_1^{0,06}} = [1 + 2(h_i / D_1) \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)]^2. \quad (11)$$

Решив уравнение (11) относительно локальной порозности ГВС, получили

$$(\varepsilon_i / \varepsilon_1)^{1/Ar^{0,06}} = 1 / [1 + 2(h_i / D_{in}) \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)]^{0,385}, \quad (12)$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_1 / [1 + 2(h_i / D_{in}) \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)]^{0,385Ar^{0,06}}. \quad (13)$$

В уравнениях (12) и (13) можно выделить параметрический комплекс  $K_\kappa$ , характеризующий влияние геометрических характеристик конической секции на условия расширения ГВС частиц в переходном режиме обтекания зерен, при этом

$$K_\kappa = 1 / [1 + 2(h_i / D_o) \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)]^{0,385}. \quad (14)$$

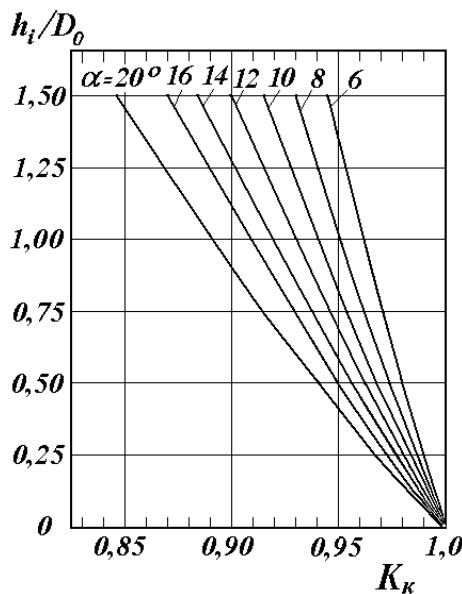
По уравнению (14) рассчитали значения параметрического комплекса для конической секции и построили графики зависимости комплекса  $K_\kappa$  от размеров конуса (высоты и диаметра секции, углов раскрытия). Результаты расчетов представлены на рис. 2.

Как видно из рис. 2, с увеличением угла раскрытия конуса и относительной высоты расположения секции параметрический комплекс  $K_\kappa$  уменьшается, при этом чем больше высота конуса, тем быстрее изменяется значение параметрического комплекса.

С учетом параметрического комплекса уравнения (12) и (13) приобретают вид

$$\varepsilon_i / \varepsilon_1 = (K_\kappa)^{Ar_u^{0,06}}, \quad (15)$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_1 \cdot (K_\kappa)^{Ar_u^{0,06}}. \quad (16)$$



*Рисунок 2 – Изменения комплекса  $K_k$  в зависимости от относительной высоты локального сечения секции и углов раскрытия конуса для переходного режима обтекания зерен*

монодисперсных частиц по высоте конической секции в зависимости от влияющих факторов.

Результаты расчетов по уравнениям (12) и (13) представлены на рис 3а и 3б.

Из анализа данных, представленных на рис. 3а для переходного режима обтекания частиц в диапазоне чисел Архимеда ( $2500 < Ar_i \dots Ar_1 < 1 \cdot 10^5$ ), вытекает, что на относительную локальную порозность ГВС ( $\varepsilon_i/\varepsilon_n$ ) основное влияние оказывают параметрические характеристики конуса (угол раскрытия конуса и высота расположения секции). В заметно меньшей степени относительная порозность ( $\varepsilon_i/\varepsilon_n$ ) ГВС зависит от числа Архимеда для частиц, находящихся в нижней секции (в зоне псевдоожижения крупных зерен отдельной монофракции).

Из рис. 3а также видно, что ГВС частиц при малом числе Архимеда на входе в секцию расширяется в большей степени, чем ГВС более крупных частиц.

На рис. 3б представлены результаты расчетов текущей локальной порозности ( $\varepsilon_i$ ) ГВС частиц в зависимости от порозности крупных частиц ( $\varepsilon_n$ ) во входном сечении конуса (для значений  $\varepsilon_{n1} = 0,65$  и  $\varepsilon_{n2} = 0,75$ ) при углах раскрытия конуса  $\alpha_1 = 20^\circ$  и  $\alpha_2 = 10^\circ$  соответственно. Как видно на рис. 3б, в секциях с более высоким значением угла раскрытия конуса (для  $\alpha_2 = 20^\circ$ ) текущая порозность ГВС частиц по высоте конуса уменьшается в более быстром темпе.

Из рис. 3б также видно, что при меньших углах раскрытия конуса локальная порозность ГВС частиц на одинаковой высоте конуса изменяется менее интенсивно, чем в секциях с более высоким углом раскрытия конуса (сравните пакеты линий справа при  $\varepsilon_n = 0,75$  для углов раскрытия конуса  $\alpha_1 = 10^\circ$  и  $\alpha_2 = 20^\circ$  ).

Уравнение (15) учитывает изменение относительной локальной порозности ГВС (по отношению к входному сечению конуса) монодисперсных частиц в переходном режиме обтекания зерен в зависимости от параметров конической секции (угла раскрытия конуса и отношения размеров секции ( $h_i/D_o$ )) с учетом диаметра частиц (числа Архимеда) во входном участке конуса.

В то же время уравнение (16) учитывает изменение текущей локальной порозности ( $\varepsilon_i$ ) ГВС частиц на определенной высоте конической секции в зависимости от порозности слоя в нижнем – входном сечении конуса ( $\varepsilon_1$ ), от диаметра зерен (числа Архимеда для них) и геометрических характеристик конической секции.

По уравнениям (12) и (13) были выполнены расчеты, позволяющие оценить изменения относительной и текущей локальной порозности ГВС

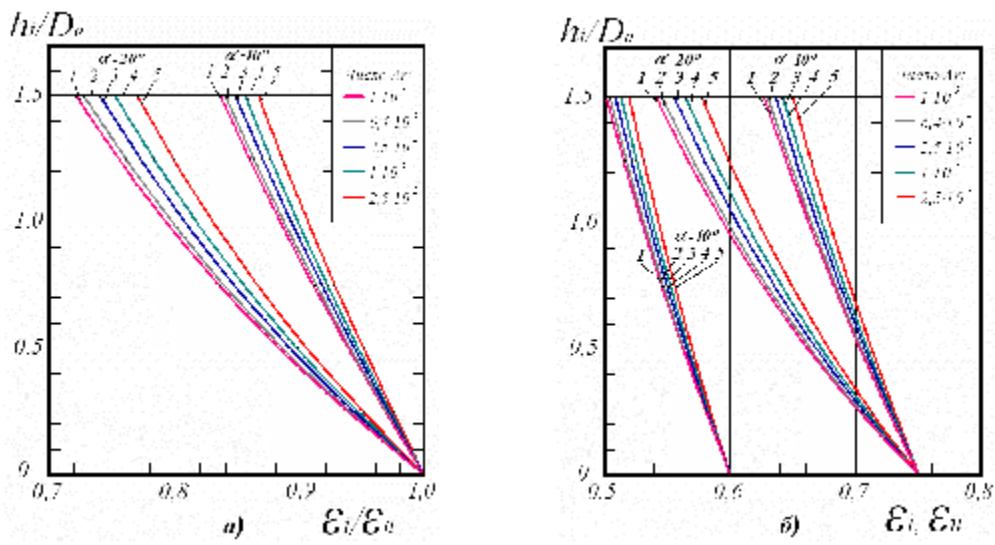


Рисунок 3 – Изменение относительной (а) ( $\varepsilon_i/\varepsilon_n$ ) и текущей локальной (б) порозности ГВС монодисперсных частиц по высоте конической секции в зависимости от входной порозности ( $\varepsilon_n$ ), чисел Архимеда ( $Ar_n$ ), относительной высоты расположения сечения ( $h_i/D_o$ ) и углов раскрытия конуса ( $\alpha^\circ$ ) для переходного режима обтекания частиц ( $2500 < Ar_i \dots Ar_l < 10^3$ )

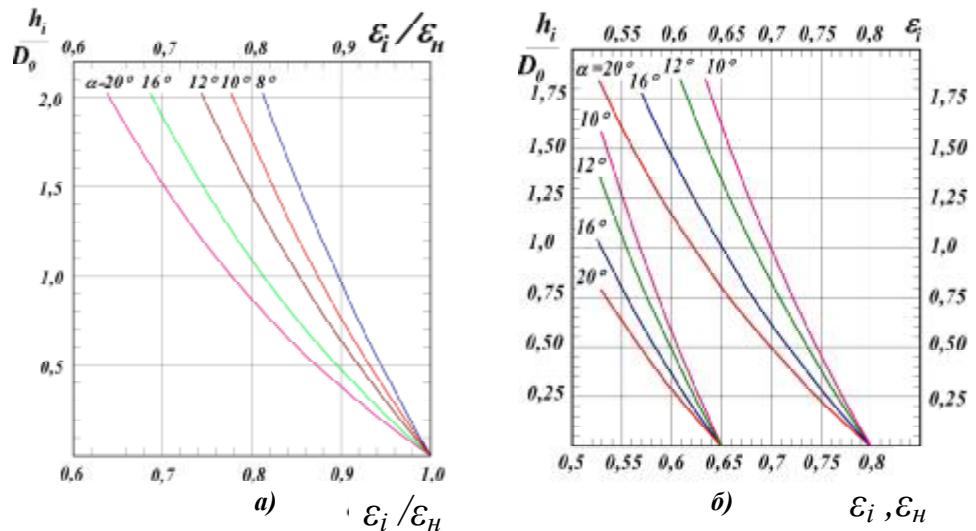


Рисунок 4 – Изменение локальных относительной ( $\varepsilon_i/\varepsilon_n$ ) (а) и текущей ( $\varepsilon_i$ ) порозности (б) ГВС монодисперсных частиц для турбулентного режима обтекания зерен в интервале чисел Архимеда ( $10^5 < Ar_i \dots Ar_l < 10^7$ ) в зависимости от порозности крупных частиц на входе в коническую секцию ( $\varepsilon_n$ ), относительной высоты конических секций аппарата ( $h_i/D_o$ ) и углов раскрытия конуса ( $\alpha^\circ$ )

### Оценка локальных параметров ГВС монодисперсных частиц в конических секциях при турбулентном режиме обтекания зерен

Подобным образом, применив уравнение (5) для турбулентного режима обтекания крупных монодисперсных частиц в диапазоне чисел Рейнольдса  $500 < Re_o < 7 \cdot 10^3$  и Архимеда  $1 \cdot 10^5 < Ar < 1 \cdot 10^7$  и решив его относительно скорости жидкости в локальном сечении аппарата, нашли

$$u_1 = \frac{Re \cdot \mu_c}{d_u \rho_c} = \frac{\mu_c}{d_u \rho_c} \cdot \frac{1,732 d_u^{1,5} g^{0,5} \rho_c^{0,5} (\rho_u - \rho_c)^{0,5}}{\mu_c} \cdot \varepsilon_1^{2,4} = \\ = 5,425 d_u^{0,5} \varepsilon_1^{2,4} [(\rho_u - \rho_c) / \rho_c]^{0,5}. \quad (17)$$

В уравнении (17) комплекс  $[(\rho_u - \rho_c) / \rho_c]^{0,5}$  учитывает влияние плотности твердой и жидкой фаз на инерционные силы в турбулентном режиме обтекания частиц.

Для двух локальных сечений конической секции с монодисперсными частицами и неизменными свойствами взаимодействующих фаз, с учетом уравнения (9) и геометрических характеристик конуса, получили

$$u_1 / u_i = [1 + 2(h_i / D_1) \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)]^2 = (\varepsilon_1 / \varepsilon_i)^{2,4}, \\ u_i / u_1 = (\varepsilon_i / \varepsilon_1)^{2,4} = 1 / [1 + 2(h_i / D_1) \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)]^2. \quad (18)$$

Решив уравнение (18) относительно локальной порозности ГВС, нашли

$$\varepsilon_i = \varepsilon_1 / [1 + 2(h_i / D_{in}) \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)]^{0,833}. \quad (19)$$

Как видим из уравнения (19), локальная порозность ГВС частиц в диапазоне турбулентного режима взаимодействия фаз (в диапазоне чисел  $10^5 < Ar_i \dots Ar_o < 10^7$ ) фактически не зависит от диаметра частиц, а зависит только от геометрических характеристик конической секции и порозности слоя на входе в конус.

В уравнениях (18) и (19) также можно выделить параметрический комплекс  $K_\kappa$ , характеризующий геометрические характеристики конической секции в турбулентном режиме взаимодействия фаз, который одновременно характеризует изменение локальной относительной порозности ГВС по высоте конической секции

$$K_\kappa = (\varepsilon_i / \varepsilon_1) = 1 / [1 + 2(h_i / D_o) \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)]^{0,833}. \quad (20)$$

По уравнению (20) рассчитали значения локальной относительной порозности ГВС (параметрического комплекса  $K_\kappa$ ) для конических секций и построили графики зависимости  $(\varepsilon_i / \varepsilon_1)$  от размеров конуса (высоты и диаметра секции, углов раскрытия).

Результаты расчетов относительной порозности ГВС представлены на рис. 4а.

Как видим из рис. 4а, с увеличением относительной высоты расположения локального сечения секции и углов раскрытия конуса локальная относительная порозность ГВС  $(\varepsilon_i / \varepsilon_1)$  уменьшается, при этом чем больше угол раскрытия и высота конуса, тем заметнее уменьшается локальная текущая порозность  $(\varepsilon_i)$  ГВС.

Сравнивая данные рисунков 3а и 4а, отметим важное обстоятельство: для переходного режима обтекания частиц локальная относительная

порозность ГВС частиц всегда несколько больше в сравнении с такой же для турбулентного режима обтекания зерен при одинаковых параметрах конуса – на одинаковой высоте и при одном и том же угле раскрытия конуса.

Из данных рис. 4а следует, что если для переходного режима обтекания частиц относительная порозность ГВС одновременно зависит от двух основных факторов (чисел Архимеда для зерен и геометрических параметров конуса), то для турбулентного режима обтекания частиц – только от параметров конической секции.

По уравнению (19) были выполнены расчеты для оценки изменения текущей локальной порозности ( $\varepsilon_i$ ) ГВС по высоте конических секций в зависимости от порозности слоя зерен ( $\varepsilon_h$ ) в нижней (входной) секции, угла раскрытия конуса, относительной высоты расположения секции ( $h_i/D_0$ ) и числа Архимеда для частиц в нижней секции.

На рис. 4б представлены результаты расчетов для двух значений локальной порозности взвешенного слоя частиц во входном сечении конуса:  $\varepsilon_1 = 0,65$  и  $\varepsilon_2 = 0,8$ .

Из анализа данных, представленных на рис. 4б, следует, что с увеличением порозности во входном сечении конуса вышележащие гидрозвещенные слои частиц расширяются интенсивнее, чем при малых значениях порозности во входном сечении конуса. Это свидетельствует о том, что сепарирующая способность ГВС повышается с увеличением порозности во входном сечении конуса.

Сравнивая данные рис. 3б и 4б, можно заметить, что при одинаковых параметрах конической секции и одинаковой локальной порозности ГВС во входном участке конуса разделительная способность потока жидкости для частиц в переходном режиме их обтекания несколько выше по отношению к разделительной способностью слоя частиц в турбулентном режиме их обтекания.

Следовательно, классифицирующая (разделительная) способность потока по отношению к частицам разных диаметров при переходном режиме их обтекания выше, чем при турбулентном режиме взаимодействия фаз для одинаковых параметров конической секции, при этом классифицирующая способность ГВС повышается с увеличением порозности слоя частиц во входном сечении конуса.

### **3 Моделирование параметров ГВС полидисперсных частиц в цилиндро-конических секциях в переходном и турбулентном режимах витания зерен**

По подобной методике можно оценить и рассчитать параметры ГВС частиц, различающихся числами Архимеда, диаметрами и режимами их обтекания.

#### **Локальные параметры ГВС полидисперсных частиц, витающих в переходном режиме обтекания зерен в конических секциях**

Для предварительной оценки рассмотрим **бинарную систему** частиц, состоящую из зерен диаметрами  $d_h$  и  $d_e$ , псевдоожженную в конической секции аппарата, при этом допустим, что частицы характеризуются определенным модулем дисперсности (например,  $m_\partial = d_h/d_e = 1,259$ ) [4].

При этом согласно зависимости (7)  $Ar_h = (d_h / d_e)^3 Ar_e$  или  $d_i = d_1 (Ar_i / Ar_1)^{0,333}$ .

Как и ранее, записав уравнение (4) для скоростей потоков жидкости в нижнем и верхнем сечениях конической секции, получили

$$u_h = 1,412 d_h^{0,89} (\rho_u - \rho)^{0,63} \cdot \varepsilon_h^{5,2 / Ar_h^{0,06}} / \rho^{0,37} \mu^{0,26},$$

$$u_e = 1,412 d_e^{0,89} (\rho_u - \rho)^{0,63} \cdot \varepsilon_e^{5,2 / Ar_e^{0,06}} / \rho^{0,37} \mu^{0,26}. \quad (21)$$

Разделив скорости потоков и приравняв их согласно уравнению (9), нашли

$$u_h / u_e = (d_h / d_e)^{0,89} (\varepsilon_h^{5,2 / Ar_h^{0,06}} / \varepsilon_e^{5,2 / Ar_e^{0,06}}) = [1 + 2(h_i / D_1) \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)]^2. \quad (22)$$

Заменив число  $Ar_e$  для частиц меньшего диаметра через число  $Ar_h$  для частиц большего диаметра и решив уравнение (22) относительно локальной порозности ГВС в верхнем сечении конуса ( $\varepsilon_e$ ), получили

$$\varepsilon_e^{(d_h / d_e)^{0,18}} = \left\{ \varepsilon_h \left[ (d_h / d_e)^{0,17} / [1 + 2(h_i / D_1) \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)]^{0,385} \right]^{Ar_h^{0,06}} \right\}. \quad (23)$$

Уравнение (23) можно упростить, подставляя в него параметрический комплекс конической секции  $K_\kappa$  из уравнения (14), при этом получили

$$\varepsilon_e = \left\{ \varepsilon_h \left[ (d_h / d_e)^{0,17} K_\kappa \right]^{Ar_h^{0,06}} \right\}^{(d_e / d_h)^{0,18}}. \quad (24)$$

В последующих расчетах по уравнению (24) приняли модуль дисперсности отдельной монофракции зерен  $m_d = d_h/d_e = 1,259$ , в этом случае уравнение (24) приобрело вид

$$\varepsilon_e = \left\{ \varepsilon_h \left[ 1,04 K_\kappa \right]^{Ar_h^{0,06}} \right\}^{0,959}. \quad (25)$$

На основе зависимости (25) для бинарной системы частиц, витающих в ГВС в конических секциях в переходном режиме и отличающихся диаметрами зерен в пределах одного модуля дисперсности, были проведены расчеты. В расчетах в качестве исходных были приняты два значения порозности ГВС во входном сечении конической секции ( $\varepsilon_{h1} = 0,65$  и  $\varepsilon_{h2} = 0,75$ ), для каждой из секций были выбраны углы раскрытия конуса  $\alpha_1 = 20^\circ$  и  $\alpha_2 = 12^\circ$ .

Отметим, что локальная текущая порозность ГВС на верхней границе конической секции определяется не только модулем дисперсности, а и массой витающих частиц в отдельной монофракции зерен. Поэтому в расчетах было принято допущение, что взвешенный слой бинарной смеси частиц полностью заполняет объем конической секции. В этом случае на входе в коническую секцию диаметр крупных частиц остается постоянным и равным  $d_h$  (при этом число Архимеда для зерен равно  $Ar_h$ ), порозность ГВС крупных частиц равна  $\varepsilon_h$ , а на выходе из верхнего сечения конуса диаметр частиц равен  $d_e$ , соответственно порозность слоя равна  $\varepsilon_e$  и изменяется по высоте конуса.

Результаты проведенных расчетов представлены на рис. 5.

Для сравнения изменений локальной порозности бинарной смеси частиц (БСЧ) на рис. 5 нанесены пунктиром дополнительные линии, показывающие изменение локальной порозности ГВС для

монодисперсных частиц (*МДЧ*) в конических секциях при одинаковых исходных данных.

Как видно из рис. 5, локальная порозность ГВС бинарной смеси частиц на верхней границе конической секции заметно выше по сравнению с порозностью ВС монодисперсных частиц. Кроме того, при небольшой высоте конической секции (на начальном участке конуса) порозность слоя на верхней границе конуса несколько превышает начальную порозность взвешенного слоя на входе в конус.

Это увеличение локальной порозности ГВС на выходе из конической секции можно объяснить тем, что расширение гидровзвешенного слоя мелких частиц диаметром  $d_e$  даже при меньшей скорости потока жидкости превышает расширение слоя частиц диаметром  $d_h$  при скорости потока в нижнем сечении конуса. При увеличении высоты конической секции (при отношениях  $h_i/D_o > 0,5$ ) характер изменения локальной порозности ГВС по высоте конической секции практически сохраняется неизменным (в соответствии с влиянием на порозность параметрического комплекса  $K_k$ ).

В качестве примера в табл. 1 представлены результаты расчетов, полученных на основе зависимости (25) для бинарной системы частиц, расширяющихся в конической секции при условии, что ГВС зерен полностью заполняет объем конической секции, а число Архимеда для крупных зерен  $Ar_h = 10^5$ .

При уменьшении числа Архимеда ( $Ar_{hi}$ ) для крупных зерен во входном участке конуса текущая локальная порозность мелких частиц по высоте конической секции будет незначительно повышаться по отношению к порозности для крупных частиц с числом  $Ar_h = 10^5$  (подобно данным, представленным на рис. 3б).

На основе уравнения (24) выполнена оценка изменений локальной порозности ГВС для полидисперсной смеси частиц в условиях её гидравлической классификации по размерам зерен.

Примем в первом приближении, что каждая отдельная монофракция зерен занимает объем конической секции, равный отношению ( $h_i/D_o = 0,25$ ), а также то, что размер частиц и порозность слоя на верхнем уровне нижней секции равны порозности и размеру частиц на входе во вторую вышележащую секцию и т.д.

Это допущение с учетом принятого модуля дисперсности (четкости разделения суспензии) позволяет предварительно определить число монофракций зерен в ГВС и для каждой из них рассчитать числа Архимеда на входе в отдельные конические секции. В реальном процессе объем ГВС частиц отдельной монофракции зерен будет определяться массовой долей каждой из фракций зерен и естественно будет отличаться от принятого в данном примере.

В качестве примера выполним анализ распределения локальной порозности классифицированного взвешенного слоя полидисперсной непрерывной смеси частиц в диапазоне чисел Архимеда ( $3,1 \cdot 10^3 < Ar_i \dots Ar_1 < 1 \cdot 10^5$ ) при модуле дисперсности зерен в каждой монофракции, равном  $m_\vartheta = 1,259$ .

С учетом принятого модуля дисперсности зерен и на основе зависимости (7) выделены пять монофракций зерен и рассчитаны следующие значения чисел Архимеда для них по секциям:  $Ar_{1h} = 10^5$ ,  $Ar_{2h} = 5 \cdot 10^4$ ,  $Ar_{3h} = 2,5 \cdot 10^4$ ,  $Ar_{4h} = 1,26 \cdot 10^4$ ,  $Ar_{5h} = 3,1 \cdot 10^3$ . Затем по уравнению (25) рассчитали локальные значения порозности ГВС на выходе из каждой конической секции с учетом переменных значений показателя степени при числах Архимеда для каждой монофракции частиц.

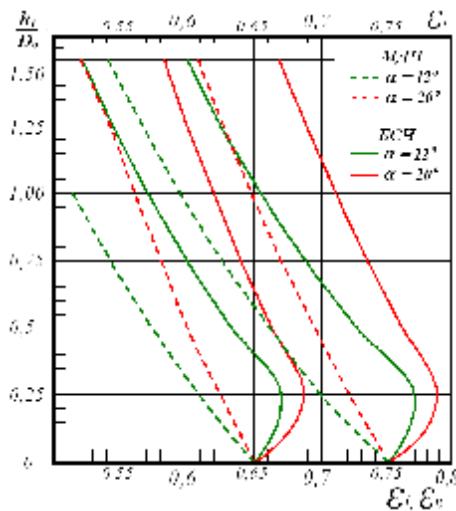


Рисунок 5 – Изменение локальной порозности ( $\varepsilon_i$ ) ГВС бинарной смеси частиц при  $Ar_h = 10^5$  (сплошные линии) в зависимости от входной порозности ( $\varepsilon_n$ ), относительной высоты ( $h_i/D_o$ ) расположения сечения секции и углов раскрытия конуса ( $\alpha^o$ )

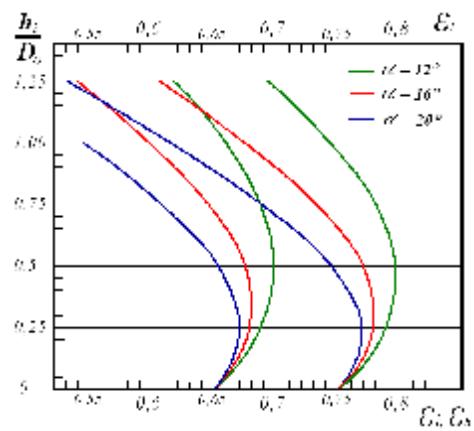


Рисунок 6 – Изменение локальной порозности ( $\varepsilon_i$ ) ГВС полидисперсных частиц в зависимости от входной порозности ( $\varepsilon_n$ ), относительной высоты расположения секции ( $h_i/D_o$ ) и углов раскрытия конуса ( $\alpha^o$ )

Таблица 1 – Результаты расчетов локальной порозности ГВС бинарной смеси частиц в конических секциях аппарата в зависимости от высоты и углов раскрытия конуса, начальной порозности и диаметров (чисел Архимеда) крупных зерен

Высота секции $h_i/D_o$	Число Архимеда для крупных частиц $Ar_h = 10^5$									
	$\alpha = 20^\circ$		$\varepsilon_{1H}=0,65$	$\varepsilon_{2H}=0,75$	$\alpha = 16^\circ$		$\varepsilon_{1H}=0,65$	$\varepsilon_{2H}=0,75$	$\alpha = 12^\circ$	
	$K_K$	$\varepsilon_{1e}$	$\varepsilon_{2e}$	$K_K$	$\varepsilon_{1e}$	$\varepsilon_{2e}$	$K_K$	$\varepsilon_{1e}$	$\varepsilon_{2e}$	
0,25	0,968	0,670	0,769	0,974	0,678	0,778	0,980	0,673	0,772	
0,50	0,940	0,633	0,726	0,950	0,645	0,741	0,962	0,662	0,760	
0,75	0,913	0,600	0,687	0,929	0,620	0,710	0,945	0,640	0,733	
1,00	0,890	0,570	0,654	0,909	0,594	0,681	0,929	0,619	0,710	
1,25	0,869	0,545	0,625	0,890	0,570	0,654	0,914	0,600	0,688	
1,50	0,849	-	-	0,870	0,546	0,626	0,900	0,583	0,669	

Таблица 2 – Результаты расчетов локальной порозности ГВС полидисперсной смеси частиц в конических секциях в зависимости от высоты и углов раскрытия конуса, начальной порозности и диаметров (чисел Архимеда) крупных зерен

Высота секции, $h_i/D_o$	Параметры конуса и характеристики гидровзвешенного слоя частиц								
	$\alpha = 20^\circ$		$Ar_{ih}$	$\varepsilon_{ih}$	$\varepsilon_{ie}$	$\alpha = 12^\circ$		$Ar_{ih}$	$\varepsilon_{ih}$
	$K_K$	$K_K$				$K_K$	$K_K$		
0,25	0,968	10 <sup>5</sup>	0,650	0,670	0,980	10 <sup>5</sup>	0,650	0,686	
0,50	0,940	5·10 <sup>4</sup>	0,670	0,653	0,962	5·10 <sup>4</sup>	0,686	0,697	
0,75	0,913	2,51·10 <sup>4</sup>	0,653	0,607	0,945	2,51·10 <sup>4</sup>	0,697	0,686	
1,00	0,890	1,26·10 <sup>4</sup>	0,607	0,544	0,929	1,26·10 <sup>4</sup>	0,686	0,657	
1,25	0,869	6,3·10 <sup>3</sup>	0,544	0,473	0,914	6,3·10 <sup>3</sup>	0,657	0,625	
1,50	0,849	-			0,900		0,625	-	

В табл. 2 представлены результаты расчетов, выполненных на основе зависимости (25) для полидисперсной смеси частиц, расширяющихся в ГВС в конических секциях с углами раскрытия конусов  $\alpha_1=20^\circ$  и  $\alpha_2 = 12^\circ$  при условии, что ГВС зерен каждой из монофракций полностью заполняет объем конической секции. Число Архимеда для крупных зерен на входе в первую коническую часть секции принято  $Ar_{1h} = 10^5$ , а затем числа Архимеда уменьшаются по высоте конических секций пропорционально уменьшению диаметра частиц (соответственно модулю дисперсности зерен во фракциях).

На рис. 6 представлены в несколько расширенном диапазоне результаты проведенных расчетов локальной порозности ГВС частиц в переходном режиме обтекания частиц по уравнению (19) в конических аппаратах для двух значений порозности крупной монофракции зерен в нижнем сечении конуса ( $\varepsilon_{h1} = 0,65$  и  $\varepsilon_{h2} = 0,75$ ) и для трех значений углов раскрытия конуса ( $\alpha_1 = 20^\circ$ ,  $\alpha_2 = 16^\circ$ ,  $\alpha_3 = 12^\circ$ ).

Полученные кривые, отражающие профиль изменения локальной порозности ГВС частиц по высоте конического аппарата, отражают общую картину изменения локальной порозности ГВС полидисперсной смеси частиц по высоте конического аппарата в зависимости от характеристик свойств дисперсной системы и параметров локального сечения конической секции.

Как видно из рис. 6, локальная порозность ( $\varepsilon_i$ ) ГВС полидисперсных частиц по высоте конической секции до определенной высоты секции ( $h_i/D_o < 0,5$ ) несколько возрастает, а затем уменьшается все в большей степени с увеличением угла раскрытия конуса и уменьшением числа Архимеда и диаметра витающих частиц.

Это свидетельствует о том, что более высокую разделительную способность в ЦКА проявляют конические секции небольшой высоты с углами раскрытия конуса  $12^\circ < \alpha < 16^\circ$ .

#### **Оценка локальных параметров ГВС полидисперсных частиц, витающих в конических секциях при турбулентном режиме обтекания зерен**

Изложенную выше методику расчета можно применить для оценки параметров полидисперсной смеси частиц, взвешенных в коническом аппарате при турбулентном режиме обтекания частиц.

Так, используя уравнение (17) для двух локальных сечений ГВС в конической секции и выразив скорость потока в сечениях с параметрами слоя, получили

$$u_1 = 5,425 d_1^{0,5} \varepsilon_1^{2,4} [(\rho_u - \rho_c) / \rho_c]^{0,5},$$

$$u_2 = 5,425 d_2^{0,5} \varepsilon_2^{2,4} [(\rho_u - \rho_c) / \rho_c]^{0,5}.$$

Зависав отношение скоростей

$$u_1 / u_2 = (d_1 / d_2)^{0,5} (\varepsilon_1 / \varepsilon_2)^{2,4} = [1 + 2(h_i / D_1) \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)]^2 \quad (26)$$

и решив уравнение (26) относительно порозности ГВС в верхнем локальном сечении конуса, нашли

$$\varepsilon_i / \varepsilon_h = (d_h / d_i)^{0,21} / [1 + 2(h_i / D_o) \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)]^{0,833}, \quad (27)$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_h (d_h / d_i)^{0,21} / [1 + 2(h_i / D_o) \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)]^{0,833} = \varepsilon_h (d_h / d_i)^{0,21} \cdot K_k. \quad (28)$$

Из уравнения (28) следует, что порозность полидисперсной смеси частиц в локальном сечении конуса возрастает пропорционально увеличению отношения диаметров витающих частиц  $(d_h/d_i)^{0,21}$  и уменьшается пропорционально увеличению параметрического комплекса  $K_k$  для локального сечения конической секции.

Реальный профиль изменения локальных параметров ГВС можно построить только с учетом общей массы зернистого слоя, размеров частиц и массовой доли отдельных монофракций зерен в полидисперсной смеси, с учетом положения, занимаемого монофракциями в конической секции, их индивидуальных масс и объемов, а также с учетом параметров конуса и условий гидродинамики на входе в конус для крупной монофракции частиц.

Эта сложная задача решается методом последовательных приближений (итераций) и является объектом изучения в отдельной статье.

Анализ результатов моделирования и выполненных расчетов позволяет сделать следующие основные выводы.

1 Коническую секцию колонного аппарата следует рассматривать как устройство, снижающее локальную скорость движения жидкости по высоте аппарата и тем самым понижающее степень расширения гидровзвешенного слоя частиц в зависимости от диаметров частиц и режимов их обтекания. С увеличением высоты расположения секции и угла раскрытия конуса динамические свойства потока жидкости снижаются, порозность слоя уменьшается и гидровзвешенный слой частиц в целом по высоте аппарата уплотняется. С уменьшением порозности слоя крупных частиц во входном участке и увеличением угла раскрытия конуса классифицирующая (разделительная) способность взвешенного слоя частиц также снижается.

2 При небольших высотах конической секции (до величины  $h/D < 0,5$ ) влияние диаметра частиц в широком диапазоне чисел Архимеда ( $Ar_i$ ) на изменение локальной порозности слоя не столь заметно (не превышает  $(\varepsilon_i/\varepsilon_h) < 0,02$ ). С увеличением высоты конической секции отношение  $(\varepsilon_i/\varepsilon_h)$  несколько снижается, при этом с увеличением угла раскрытия конуса возрастает и отношение порозностей  $(\varepsilon_i/\varepsilon_h)$ .

3 Угол раскрытия конуса в более заметной степени влияет на порозность гидровзвешенного слоя и на его классифицирующую способность в отношении диаметров частиц, при этом с увеличением порозности слоя во входной секции (при одинаковом угле раскрытия конуса) классифицирующая способность слоя повышается (сравните для рис. 3б: при порозности  $i = 0,7$  для угла раскрытия  $\alpha = 10^\circ$  частицы  $Ar_1 = 10^5$  располагаются на высоте  $h_i/D_o = 0,55$ , частицы для  $Ar_6 = 2,5 \cdot 10^3$  располагаются на высоте  $h_i/D_o = 0,7$ , в то время как для такой же порозности, но при угле раскрытия конуса  $\alpha = 20^\circ$  частицы  $Ar_1 = 10^5$  располагаются на высоте  $h_i/D_o = 0,28$ , а частицы  $Ar_6 = 10^3$  располагаются на высоте  $h_i/D_o = 0,37$ ).

4 Во входном участке конуса порозность ГВС зерен при отношениях  $h_i/D_o < 0,5$  возрастает в более быстром темпе, чем тормозящее влияние скорости потока жидкости. В более высоких сечениях конуса при отношениях  $0,7 < h_i/D_o < 1,25$  тормозящее влияние потока жидкости возрастает (см. рис. 3б и 6).

Таким образом, на основе разработанной модели оценены изменения локальных параметров гидровзвешенного слоя моно- и полидисперсных частиц в восходящем потоке жидкости в цилиндроконических аппаратах для переходного (в диапазоне чисел Архимеда  $2,5 \cdot 10^3 < Ar_i \dots Ar_o < 10^5$ ) и турбулентного (в диапазоне чисел Архимеда  $10^5 < Ar_i \dots Ar_o < 1 \cdot 10^7$ ) режимов обтекания зерен в зависимости от параметров взаимодействующих фаз (плотности и вязкости жидкой фазы, плотности, размеров частиц и объемной концентрации твердой фазы),

гидродинамических свойств суспензии на входе в конус, а также от параметрических характеристик конической секции ( $D_o$ ,  $h_i$ ,  $h_i/D_o$ ,  $\alpha$ ).

## SUMMARY

### MODELING AND DESIGN OF THE PARAMETERS FOR THE OF FLUIDISED POLYDISPERSE SUSPENSION IN THE CYLINDROCONICAL APPARATUS

Vragov A.P., Smirnov V.A., Yasyrev V.P.  
Sumy State University, Sumy

In the article are developed the mathematical modelling and correlations for estimate of the local parameters fluidised polydisperse suspension in the cylindroconical apparatus. On this basis are determined the conditions for classification, separation and settling of solid polydisperse particles on dependence from dynamical situation on around of the particles diameter in conical sections for intermediate and turbulence regimes flow into the ranges Archimedes number  $2,5 \cdot 10^3 < Ar_i \dots Ar_o < 1 \cdot 10^5$  and  $10^5 < Ar_i \dots Ar_o < 1 \cdot 10^7$  respectively.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барский М.Д., Ревнивцев В.И., Соколкин Ю.В. Гравитационная классификация зернистых материалов. – М.: Недра, 1974. – 232 с.
2. Романков П.Г., Курочкина М.И. Экстрагирование из твердых материалов. – Л.: Химия, 1983. – 256 с.
3. Аксельруд Г.А., Молчанов А.Д. Растворение твердых тел. – М.: Химия, 1977. – 272 с.
4. Врагов А.П. Классифицирующие кристаллизаторы (основы теории и расчет). – Киев: ИСМО, 1998. – 203 с.
5. Гельперин Н.И., Айнштейн В.Г., Кваша В.Б. Основы техники псевдоожижения. – М.: Химия, 1967. – 664 с.
6. Романков П.Г., Курочкина М.И. Гидромеханические процессы химической технологии. – 3-е изд., перераб. – Л.: Химия, 1982. – 288 с.
7. Расчеты аппаратов кипящего слоя: Справочник / Под ред. И.П. Мухленова, Б.С. Сажина, В.Ф. Фролова. – Л.: Химия, 1986. – 352 с.
8. Броунштейн Б.И., Щеголев В.В. Гидродинамика, массо- и теплообмен в колонных аппаратах. – Л.: Химия, 1988. – 336 с.
9. Врагов А.П. Расчет режимов гидравлической классификации и сепарации кристаллов во взвешенном слое в цилиндрических аппаратах // ЖПХ. – 1987. – Т. 60, №9. – С. 2013-2019.
10. Врагов А.П., Ясырев В.П. Моделирование и расчет процессов гидроклассификации суспензий во взвешенном слое в цилиндрических аппарата // Вісник Сумського державного університету. Серія Технічні науки. – 2008. – №1. – С. 10 – 21.
11. Лева М. Псевдоожижение. / Пер. с англ.; Под ред. Н.И. Гельперина. – М.: Гостоптехиздат, 1961. – 400 с.
12. Беранек Я., Сокол Д. Техника псевдоожижения / Пер. с чеш. – М.: Гостоптехиздат, 1962. – 160 с.
13. Забродский С.С. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожиженнем (кипящем) слое. – М. – Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 488 с.
14. Аэроп М.Э., Тодес О.М. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем. – Л.: Химия, 1968. – 512 с.
15. Ричардсон Дж. Ф. Начало псевдоожижения и однородные системы // Псевдоожижение / Пер. с англ.; Под ред. И. Дэвидсона и Д. Харрисона. – М.: Химия, 1974. - С.37 – 73.
16. Врагов А.П. Расчет параметров взвешенного слоя дисперсной фазы, псевдоожиженнной в цилиндроконическом аппарате // ЖПХ. – 1989. – Т. 62 , № 3. – С. 563 – 569.

**Врагов А.П.**, доктор техн. наук, профессор;  
**Смирнов В.А.**, ассистент;  
**Ясырев В.П.**, аспирант

Поступила в редакцию 27 ноября 2008 г.