

Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко – гуманітарний університет
імені академіка Степана Дем'янчука

Р. М. Літнарівч

ОСНОВИ МАТЕМАТИКИ

ФУНКЦІЇ І ГРАФІКИ

Навчальний посібник
для студентів педагогічного факультету
Частина I

Рівне 2006

Літнарівч Р. М. Основи математики. Функції і графіки.
Навчальний посібник для студентів педагогічного факультету.
Частина I. МЕНУ, Рівне, 2006, – 14 с.

Рецензувати: В. Г. Бурачек, доктор технічних наук, професор
Е. С. Парняков, доктор технічних наук, професор
В. О. Боровий, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск:

Й. В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор

Розглядаються властивості функції і еталонні графіки для підбору апроксимуючої функції результатів психологічного і педагогічного експериментів. Приводиться графік лінійної функції, логарифмічної і експоненціальної функції. Приділяється увага квадратичній, гіперболічній і тригонометричним функціям.

Для студентів і аспірантів педагогічних факультетів.

© Р. М. Літнарівч

Зміст

Передмова	4
1. Функція.....	5
2. Область значень функції.....	6
3. Графік функції.....	6
4. Зростаючі та спадні функції	6
5. Парність та непарність функції.....	6
6. Періодичність функції	6
7. Існування оберненої функції.....	6
8. Графіки основних елементарних функцій.....	7
9. Перетворення графіків функцій	9
Практична робота	11
Висновки	12
Література	13

Передмова

Для обробки матеріалів психологічного і педагогічного експериментів необхідно використати математичний апарат, який дав би можливість визначити зв'язок між факторними і результативними ознаками і вивести формулу такого зв'язку.

При цьому доцільно використати спосіб найменших квадратів, як добре розроблений інструментарій оптимізації розрахунків експериментальних даних з оцінкою точності результатів.

Фундаментом математичної обробки результатів експерименту служить в основному математика, теорія ймовірностей і математична статистика.

В навчальні плани ВНЗ необхідно ввести таку дисципліну, як Математична обробка педагогічного і психологічного експерименту. Основні задачі дисципліни можна оформлювати наступним чином:

- 1) вивчення законів виникнення і розподілу похибок вимірів і обчислень експериментальних даних;
- 2) встановлення критеріїв для виявлення в результатах вимірів систематичних похибок і промахів;
- 3) знаходження ймовірніших значень вимірних величин із результатів їх багатократних вимірів;
- 4) попередній розрахунок сподіваної точності і оцінка точності отриманих результатів вимірів;
- 5) характеристика точності кінцевих значень результуючих ознак за результатами математичної обробки вимірів;
- 6) встановлення сили і форми зв'язку між факторними і результативними ознаками.

Матеріал підготовлений за курсом лекцій, прочитаних автором студентам педагогічного факультету Міжнародного економіко – гуманітарного університету імені академіка Степана Дем'янчука у 2006 році.

Автор виражає щирі вдячність доктору фізико-математичних наук, професору Йосипу Володимировичу Джуню, який позитивно оцінив науковий напрямок і дав можливість прочитати курс лекцій і підготувати матеріал до видання.

«Науки только выигрывают, если используют заимствованные друг у друга методы и факты. Каждое такое соприкосновение наук всегда является шагом вперед. Правда, в момент, когда происходит движение вперед, подготовленное наукой, всегда находятся отсталые люди, выступающие с требованием прекратить нарушение незыблемых правил, установленных их наукой»

Л. Пастер

Функції і графіки

Побудова і підбір оптимального графіка.

Однією із основних задач психолого-педагогічного експерименту є встановлення функціональної залежності за результатами експериментальних досліджень, побудови і підбору оптимального графіка, який би оптимально підходив до вивчаємого процесу.

1. Якщо кожному значенню змінної x з деякої множини D відповідає єдине значення змінної y , то таку відповідність називають *функцією*. При цьому x називають *незалежною змінною*, або аргументом, y – *залежною змінною*, а множину D – областю визначення, або *областю*

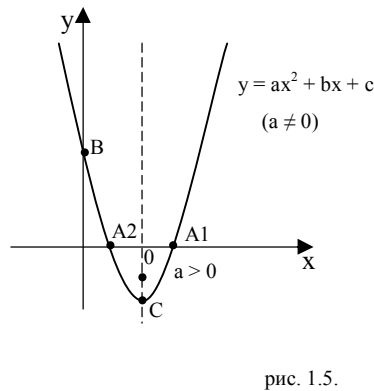
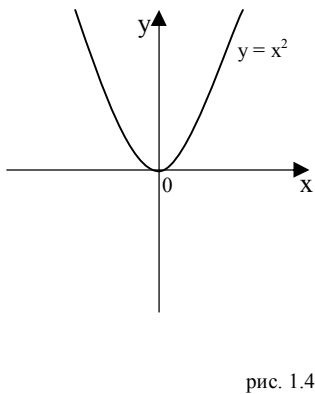
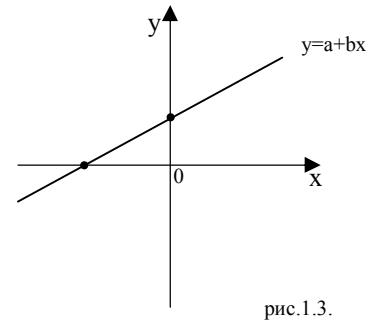
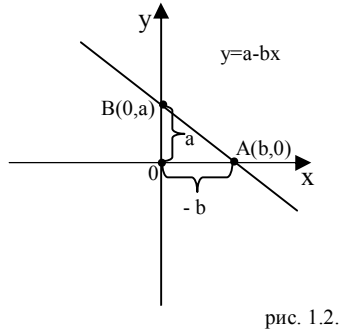
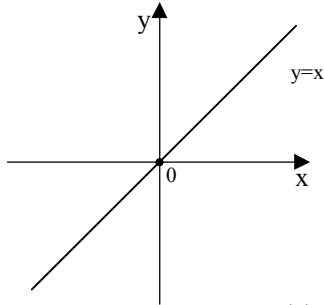
допустимих значень(ОДЗ) функції. Найчастіше функції задаються формулами $y = f(x)$;

2. Множину, що складається з усіх значень, яких набуває залежна змінна (Y), називають *областю значень функції* $y = f(x)$ і позначають $E(f)$;
3. Множину точок $M(x; f(x))$, де $x \in D$, називають *графіком функції* $y = f(x)$;
4. Функцію $y = f(x)$ називають зростаючою(спадною) на деякому проміжку I , якщо для будь яких двох значень $x_1, x_2 \in I$ і більшому значенню аргументу відповідає більше(менше) значення функції, тобто, якщо з нерівності $x_2 > x_1$ випливає нерівність $f(x_2) > f(x_1)$ (з нерівності $x_2 > x_1$, випливає $f(x_2) < f(x_1)$);
5. Функцію $y = f(x)$ називають *парною(непарною)*, якщо для будь-якого x з її області визначення виконується рівність $f(-x) = f(x)$ ($f(-x) = -f(x)$).
 - Графік парної функції симетричний відносно осі ординат (OY).
 - Графік непарної функції симетричний відносно початку системи координат.
6. Функцію $y = f(x)$ називають періодичною, якщо існує число $T \neq 0$, таке що для довільного x з ОДЗ функції числа $x + T$, $x - T$ також належать ОДЗ функції і виконуються рівності $f(x + T) = f(x) = f(x - T)$. У випадку періодичності число T називають періодом функції.

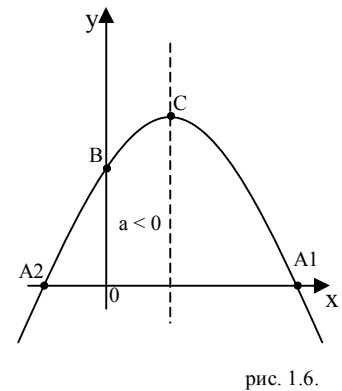
Щоб побудувати графік періодичної функції з найменшим додатним періодом T , достатньо здійснити побудову на відрізку завдовжки T , а потім побудовану частину графіку перенести на відстані $nT (n \in N)$ вправо і вліво вздовж осі Ox .
7. Якщо функція $y = f(x)$ монотонна (зростаюча або спадна) на деякому проміжку I , то існує *обернена* для неї функція $y = g(x)$.

Графіки взаємно обернених функцій симетричні відносно прямої $y = x$.

8. Графіки основних елементарних функцій:



Парабола з віссю симетрії,
 II осі Y, і вершиною $C(-b/(2a))$,
 $((4abc - b^2)/(4a))$



Графік перетинає вісь Y у точці $B(0,C)$.
 у випадку, якщо дискримінант
 $\Delta = 4ac - b^2 < 0$ він перетинає вісь X
 в точках $A_1((-b + \sqrt{-\Delta})/(2a), 0)$
 і $A_2((-b - \sqrt{-\Delta})/(2a), 0)$.

При $\Delta = 0$ крива дотикається осі X в точці $(-b/(2a), 0)$ (дотик 2-го порядку);
 при $\Delta > 0$ точок перетину з віссю X немає. Якщо $a > 0$, то функція в точці
 $X_C = -b/(2a)$ (абсциса вершини) має мінімум, а при $a < 0$ – максимум.

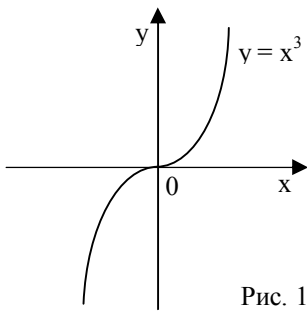


Рис. 1.7

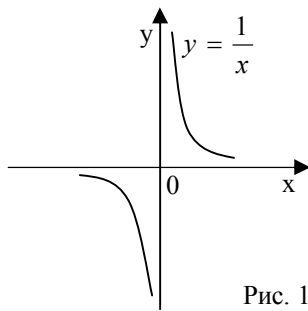


Рис. 1.8

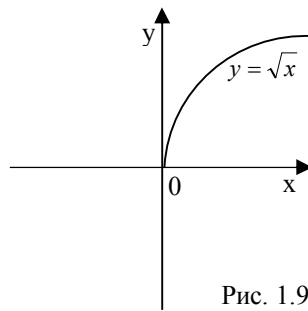


Рис. 1.9

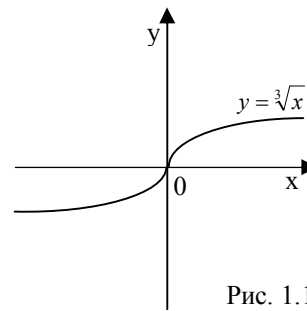


Рис. 1.10

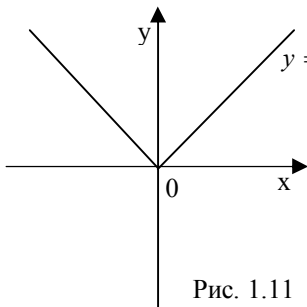


Рис. 1.11

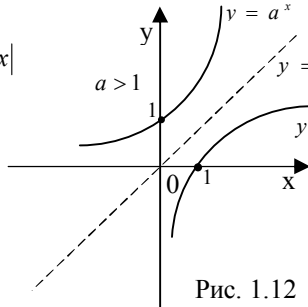


Рис. 1.12

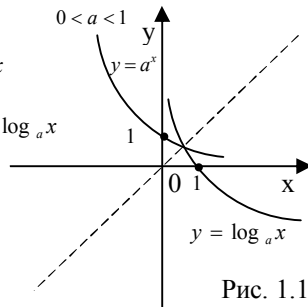


Рис. 1.13

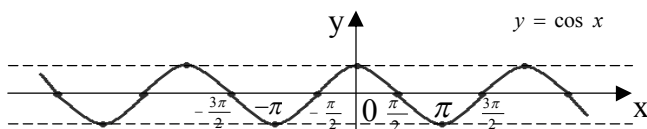


Рис. 1.14

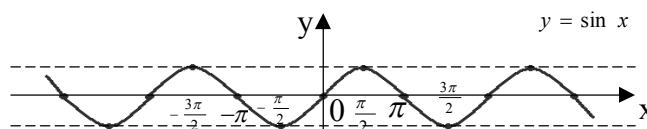


Рис. 1.15

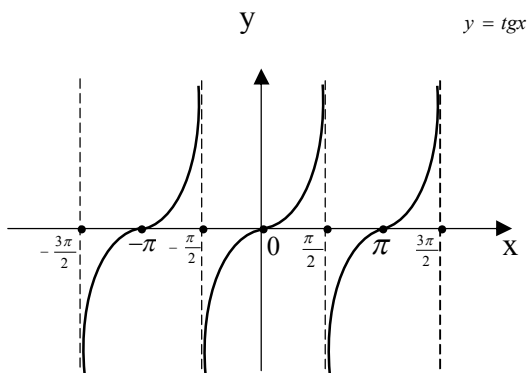


Рис. 1.16

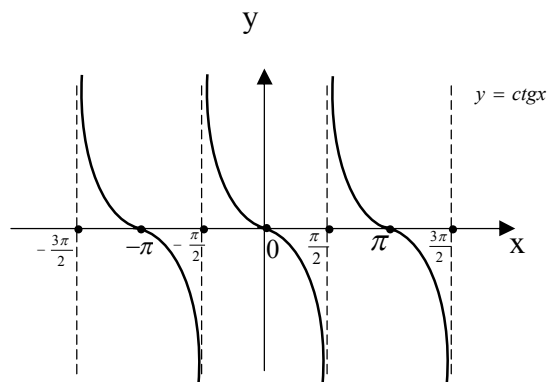


Рис. 1.17

9. Перетворення графіків функцій.

Нехай графік функції $y = f(x)$ побудований. Тоді:

1. Графік функції $y = f(x) + b$ можна отримати з графіка функції $y = f(x)$ паралельним перенесенням на вектор $\vec{r}(0; b)$;
2. Графік функції $y = f(x + a)$ можна отримати з графіка функції $y = f(x)$ паралельним перенесенням на вектор $\vec{r}(-a; 0)$;
3. Графік функції $y = Af(x)$ ($A \neq 0$) можна отримати з графіка функції $y = f(x)$ заміною кожної його точки $(x_0; y_0)$ точкою $(x_0; Ay_0)$.

Ця заміна означає:

- a) розтягування графіка від осі Ox в A разів, якщо $A \geq 1$;
 - b) стискання графіка до осі Ox в $\frac{1}{A}$ разів, якщо $0 < A < 1$;
 - c) симетрію відносно осі Ox , якщо $A = -1$;
 - d) симетрію відносно осі Ox і розтягування від цієї осі в $|A|$ разів, якщо $A < -1$ (або навпаки – спочатку розтягування, а потім – симетрію);
 - e) симетрію відносно осі Ox і стискання до цієї осі в $\frac{1}{|A|}$ разів, якщо $-1 < A < 0$ (або навпаки – спочатку стискання, а потім – симетрію).
4. Графік функції $y = f(kx)$ ($k \neq 0$) можна отримати з графіка функції $y = f(x)$ заміною кожної його точки $(x_0; y_0)$ точкою $(\frac{x_0}{k}; y_0)$. Ця заміна означає:
 - a) стискання графіка до осі Oy в k разів, якщо $k \geq 1$;
 - b) розтягування графіка від осі Oy в $\frac{1}{k}$ разів, якщо $0 < k < 1$;
 - c) симетрію відносно осі Oy , якщо $k = -1$;
 - d) симетрію відносно осі Oy і стискання до цієї осі в $|k|$ разів, якщо $k < -1$ (або навпаки – спочатку стискання, а потім – симетрію);

е) симетрію відносно осі Oy і розтягування від цієї осі в $\frac{1}{|k|}$ разів, якщо $-1 < k < 0$ (або навпаки – спочатку розтягування, а потім – симетрію).

5. Функція $y = f(|x|)$ парна. Для побудови її графіка будемо графік функції $y = f(x)$ для $x \geq 0$ і відображаємо його симетрично відносно осі ординат.
6. Графік функції $y = |f(x)|$ можна побудувати так: будемо графік функції $y = f(x)$ і ту його частину, яка розташована в нижній півплощині, симетрично відображаємо відносно осі абсцис.
7. графік функції $y = |f(|x|)|$ можна побудувати, виконавши послідовно описані вище перетворення: $y = f(x) \rightarrow y = f(|x|) \rightarrow y = |f(|x|)|$ або $y = f(x) \rightarrow y = |f(x)| \rightarrow y = |f(|x|)|$.

Практична робота.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	--

Задача1. Побудувати графік функції $y = 30,27 - 7,88x$;

Задача2. Побудувати графік функції $y = 0,75 + 1,50 \ln x$;

Задача3. Побудувати графік функції $y = 0,77e^{0,64x}$;

Задача4. Побудувати графік функції $y = 3,1x^{0,7}$;

Задача5. Побудувати графік функції $y = 2 + \frac{12}{x}$;

Задача6. Побудувати графік функції $y = 3,37 - 2,54x + 1,08x^2$;

Задача7. Побудувати графік функції $y = \frac{1}{0,48x + 2,9}$;

Задача8. Побудувати графік функції $y = \frac{x}{2,2x + 5,97}$.

Висновки

1. Розглядаються властивості функцій з точки зору підбору апроксимуючої функції по результатам психологічного чи педагогічного експерименту.
2. Акцентується увага на визначення області допустимих значень (ОДЗ) функції.
3. Приводяться шаблонні графіки для вибору закону, якому підкоряються результати експериментальних досліджень.
4. Розглядається графік лінійної функції, якою у другій частині посібника апроксимується залежність між ситуативною тривожністю і характеристиками пам'яті.
5. Приводиться графік логарифмічної функції, яка застосовується у третій частині посібника.
6. Степенна функція розглядається у п'ятій частині посібника, а експоненціальна – у четвертій.
7. Приділяється увага квадратичній і гіперболічній, а також дробово-раціональним функціям.

Література

1. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВУЗов. – М.: Наука, 1980, – 975 с.
2. Вища математика: Підручник / За ред. Шинкарика М. І. – Тернопіль: видавництво Карп'юка, 2003, – 480 с.
3. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика: Навчальний посібник. – К.: А. С. К., 2001, – 648 с.
4. Козира В. М. Елементарна та вища математика: Довідник для учнів, вступників до вузів, студентів. – Тернопіль: СМП «АСТОН», 2004, – 100 с.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1973, – 831 с.
6. Літнарівч Р. М. Елементи науково-дослідної роботи студентів під час вивчення теми «Математична обробка та оцінювання точності геодезичних вимірів». Нові технології навчання. Науково-методичний збірник. Випуск 14. – К.: ІСДО, 1995, с. 123 – 126.
7. Лябах Б. В., Літнарівч Р. М. Научно-исследовательская работа студентов как фактор интенсификации познавательной деятельности. Основные пути повышения качества подготовки специалистов для народного хозяйства. Брянск, БСХИ, 1984, – с. 99-100.
8. Літнарівч Р. М., Кравцов М. І. До питання оцінки точності визначення координат пункту із GPS спостережень. Інженерна геодезія. Науково-технічний збірник. Вип. 50, – К.: КНУБА, 2004, – с. 125 – 134.
9. Максименко С. Д., Косенко Є. Л. Експериментальна психологія. – К.: МАУП, 2004, – 128 с.
10. Опря А. Т. Статистика, – К.: Центр навчальної літератури, 2005, – 472 с.
11. Очков В. Ф., Хмелюк В. А. От микрокалькулятора к персональному компьютеру / Под ред. А. Б. Бойко. – М.: Изд. МЭЙ, 1990, – 224 с.
12. Рывкин А. А. и др. Справочник по математике. Изд. 3-е. М.: Высшая школа, 1975, – 554 с.
13. Статическая обработка результатов экспериментов на микро-ЭВМ и программируемых калькуляторах / А. А.

- Костылев, П. В. Миляев, Ю. Д. Дорский и др.: Л.: Энергоатомиздат, 1991, – 304 с.
14. Трофименко Я. К., Любич Ф. Д. Инженерные расчёты на микрокалькуляторах. – К.: Техника, 1980, – 384 с.
 15. Уманець Т. В., Пігарєв Ю. Б. Статистика: Навч. посіб. К.: Віктар, 2003, – 623 с.
 16. Фильчиков П. Ф. Справочник по высшей математике. К.: Наукова думка, 1972, – 744 с.
 17. Франтішек Латка. Математичний міні лексикон. Львів: Світ, 1990, –107 с.
 18. Цыпкин А. Г., Цыпкин Г. Г. Математические формулы. Алгебра. Геометрия. Математический анализ: Справочник. – М.: Наука, 1985, – 128 с.

Літнарівч Руслан Миколайович
доцент, кандидат технічних наук

ОСНОВИ МАТЕМАТИКИ

ФУНКЦІЇ І ГРАФІКИ

Навчальний посібник
для студентів педагогічного факультету

Частина I

Комп'ютерний набір, верстка, редагування і дизайн у редакторі
Microsoft® Office® Ковбасюк Дар'я Дорофіївна

Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. акад. Степана Дем'янчука

33027, м. Рівне, вул. акад. С. Дем'янчука, 4