Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
Імені академіка Степана Дем’янчука

Р.М. Літнарович

О С Н О В И М А Т Е М А Т И К И

Дослідження результатів психологічного експерименту логарифмічною функцією

Навчальний посібник для студентів
Педагогічного факультету

Частина 3

Рівне 2006

Літнарович Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психологічного експерименту логарифмічною функцією. Навчальний посібник для студентів педагогічного факультету.

Частина 3.МЕГУ. Рівне,2006 – 19 с.

Р е ц е н з е н т и: В. Г. Бурачек, доктор технічних наук, професор

Е. С. Парняков, доктор технічних наук, професор

В. О Боровий, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск:

Й. В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор

Розроблена методика обробки матеріалів за результатами психологічного і педагогічного експерименту. Обробка матеріалів проводиться за способом найменших квадратів. Встановлюється тіснота зв'язку між факторними і результативними ознаками, будується точкова діаграма, підбирається апроксимуюча функція, проводиться контроль і оцінка точності.

Для студентів і аспірантів педагогічних факультетів.

Літнарович Руслан Миколайович
доцент, кандидат технічних наук

О С Н О В И М А Т Е М А Т И К И

Дослідження результатів психологічного експерименту логарифмічною функцією

Навчальний посібник
для студентів педагогічного факультету

Частина 3

Комп'ютерний набір, верстка, редагування і дизайн у редакторі
Microsoft Office 2003 Федорченко Ганна Анатоліївна

Міжнародний економіко-гуманітарний університет ім. акад. С. Дем'янчука

33027, м. Рівне, вул. акад. С. Дем'янчука 4

Місце для нотаток:

З М І С Т

“Знанию всегда предшествует предположение.”
А.Гумбольдт

П Е Р Е Д М О В А

Для обробки матеріалів психологічного і педагогічного експериментів необхідно використати математичний апарат, який дав би можливість визначити зв’язок між факторними і результативними ознаками і вивести формулу такого зв’язку.

При цьому доцільно використати спосіб найменших квадратів, як добре розроблений інструментарій оптимізації розрахунків експериментальних даних з оцінкою точності результатів.

Фундаментом математичної обробки результатів експерименту служить в основному математика, теорія ймовірностей і математична статистика.

В навчальні плани ВНЗ необхідно ввести таку дисципліну як математична обробка педагогічного і психологічного експерименту. Основні задачі дисципліни можна сформулювати наступним чином:

1. Вивчення законів виникнення і розподілу похибок вимірів і обчислень експериментальних даних.
2. Встановлення критеріїв для виявлення в результатах вимірів систематичних похибок і промахів.
3. Знаходження ймовірніших значень вимірюваних величин із результатів їх багатократних вимірів.
4. Попередній розрахунок сподіваної точності і оцінка точності отриманих результатів вимірів.
5. Характеристики точності кінцевих значень

Місце для нотаток:

Місце для нотаток:

результуючих ознак за результатами математичної обробки вимірів.

6. Встановлення сили і форми зв’язку між факторними і результативними ознаками.

Матеріал підготовлений за курсом лекцій, прочитаних автором студентам педагогічного факультету Міжнародного економіко-гуманітарного університету ім. Академіка С. Дем’янчука у 2006р.

Автор виражає щиру вдячність доктору фізико-математичних наук, професору Й.В.Джуню, який позитивно оцінив науковий напрямок і дав можливість прочитати курс лекцій і підготувати матеріал до видання.

Дослідження результатів психологічного експерименту за допомогою логарифмічної функції $y = a + b \ln x$

1.Представлення операційних змінних у вигляді таблиці

Алгоритм експериментального дослідження заключається в :
1) висуванні гіпотези про якісний чинниковий зв'язок між змінними X I Y;
2) здійснення експлораторного (пошукового) дослідження;
3) у разі не підтвердження гіпотези – висування іншої якісної гіпотези і здійснення нового пошукового експерименту. Якщо перша гіпотеза підтверджується, висловлюється гіпотеза про кількісний функціональний зв'язок;
4) здійснення підтверджувального експерименту;
5) прийняття (або відхилення) та уточнення гіпотези про вид зв'язку між змінними.

Таблиця 3.1. Операційні дані психологічного експерименту

X	1.0	1.5	2.75	3.3	4.0	5.0	5.6	7.0	9.0	11
Y	0.73	1.38	2.25	2.56	2.81	3.18	3.31	3.69	4.03	4.35

2. Побудова точкової діаграми

За даними експериментальних досліджень, приведених у таблиці 3.1 будуємо графік з метою

ЛІТЕРАТУРА

1. Бронштейн І.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗОВ – М.: Наука,1980,–975с.
2. Вища математика: Підручник / за ред. Шинкарика М.І.– Тернопіль: видавництво Карп'юка, 2003, –480с.
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навчальний посібник. –К.: А.С.К., 2001,– 648 с.
4. Козира В.М. Елементарна та вища математика: Довідник для учнів, вступників для ВНЗ, студентів. – Тернопіль: СМП „АСТОН", 2004,–100с.
5. Корн Г., Корон Т. Справочник по математике.: М. :Наука, 1973,–831с.
6. Літнарович Р.М. Елементи науково-дослідної роботи студентів під час вивчення теми „Математична обробка та оцінювання точності геодезичних вимірів" Нові технології навчання. Науково-методичний збірник. Випуск 14.- К.:ІСДО, 1995, с.123-126.
7. Лябах Б.В., Литнарович Р.Н. Научно–исследовательская робота студентов как фактор интенсификации познавательной деятельности. Основные пути повышения качества подготовки специалистов для народного хозяйства. Брянск, БСХИ, 1984,–с.99–100.
8. Літнарович Р.М., Кравцов М.І. До питання оцінки точності визначення координат пункту із GPSспостережень. Інженерна геодезія. Науково–технічний збірник. Вип. 50–К.: КНУБА, 2004,–с.125–134.
9. Максименко С.Д., Носенко Є.Л. Експериментальна психологія.-К.:МАУП,2004,-128 с.

Висновки

1. За результатами проведених психологічних досліджень встановлено, що коефіцієнт кореляції між факторними і результативними ознаками дорівнює 0,9998, що говорить про надто високий зв'язок .
2. Побудований тренд функціонального зв'язку. Виведена формула має вигляд :

$$y = 1.75 + 1.50 \ln x.$$

3. Виконана оцінка точності побудованого тренду і встановлено, що виведена нами формула має середню квадратичну похибку m =0,02 по відхиленнях розрахункових даних від експериментальних.
4. Встановлено, що для проведення досліджень при апроксимації прямолінійною функцією $y = a + b \ln x$ нам повністю підходить програма [1 LOG] програмованого мікрокалькулятора CITIZEN SRP–350.
5. Дані експерименту кращим чином апроксимуються лінійною функцією.

виявлення закону для підбору апроксимуючої функції.

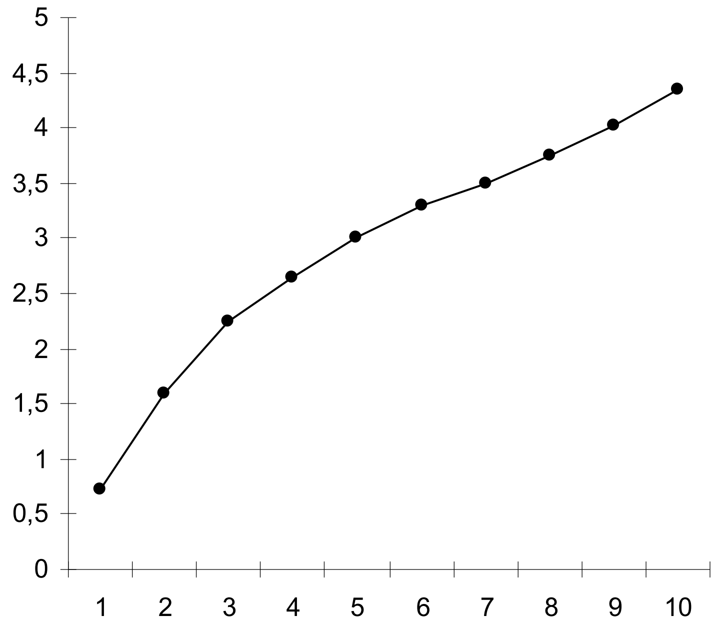

Рис.3.1. Точкова діаграма експериментальних даних.

3. Короткі відомості про логарифми

3.1. Логарифми додатнього числа N за основою a(a>0, a≠1) називається показник степеня X, до якого потрібно піднести основу a для того, щоб одержати числоN:

$$\log_a N = X \text{, тобто } a^x = N \qquad (3.1)$$

Наприклад: $\log_4 16 = 2$

тому, що $4^2 = 16$

Десяткові логарифми:

$$(a = 10), \qquad \log_{10} N = \lg N \qquad (3.2)$$

$$\log_{10} N = X, \qquad 10^{x} = N \qquad (3.3)$$

Натуральні логарифми:

$(a = e)$, запис

$$\ln N = X, \qquad (3.4)$$

$$e^{x} = N, \qquad e = 2.718282. \qquad (3.5)$$

Число e – це основа натурального логарифма.

Залежність між десятковими і натуральними логарифмами :

$$\log N = \log e \ln N, \qquad (3.6)$$

тобто

$$\log N = 0.434294 \log N, \qquad (3.7)$$

де $M = 0.434294$ – модуль переходу до натуральних логарифмів.

$$\ln N = 2.302585. \qquad (3.8)$$

Наприклад, $\log 1000 = 3$, тому що $10^{3} = 1000$;

$\log 0.1 = -1$, тому що $10^{-1} = 0.1$.

Логарифм додатнього числа складається із суми двох чисел : з цілого числа – так званої характеристики і невід'ємного числа, меншого від 1, – мантиси :

$$\log N = Ch + m. \qquad (3.9)$$

3.2 Основна логарифмічна тотожність :

$$a^{\log_a X} = X \quad (a>0,\ a\neq1,\ x>0). \qquad (3.10)$$

3.3 Основні властивості логарифмів (a>0, a≠1), b>0, b≠1, x>0, y>0) :

1) $\log_a XY = \log_a X + \log_a Y$. (3.11)

Вираз (3.11) являється формулою для логарифма добутку.

4) для проведення досліджень нам повністю підходить програма 1LOG програмованого мікрокалькулятора CITIZEN SRP – 350.

Проведемо розрахунок

$$r^2 = \frac{\left[47.0740 - \frac{1}{10}(13.8705 \cdot 28.29)\right]^2}{\left[24.4572 - \frac{1}{10}(13.8705)^2\right]\left[91.7975 - \frac{1}{10}(28.29)^2\right]}.$$

В нашому випадку

$$A = 47.0740 - \frac{1}{10}(13.8705 \cdot 28.29) = 7.8344,$$

$$B = \left[24.4572 - \frac{1}{10}(13.8705)^2\right] = 5.2181,$$

$$r^2 = \frac{61.3778}{5.2181 \cdot 11.76509} = 0.999778,$$

$$r = \sqrt{r^2} = 0.999889.$$

$$b = \frac{A}{B} = \frac{7.8344}{5.2181} = 1.5014,$$

$$a = \frac{1}{10}(28.29 - 1.5014 \cdot 13.8705) = 0.7465.$$

Таким чином :

1) в результаті проведених нами досліджень, встановлено, що коефіцієнт кореляції становить $r = 0.99989,$ що говорить про надто високий зв'язок між факторними і результативними ознаками.

2) По даним експериментальних досліджень отримана регресійна крива у вигляді функції

$$y = 0.75 + 1.50 \ln x. \tag{3.26}$$

3) отримана середня квадратична похибка відхилення виведеної формули регресивної кривої від результатів експериментальних даних $m_{\bar{y}} = 0.018.$

2) $\log_a \frac{X}{Y} = \log_a X - \log_a Y.$ (3.12)

Вираз (3.12) являється формулою для логарифма частки.

3) $\log_a X^r = r \log_a X, r \in R.$ (3.13)

Вираз (3.13) являється формулою для логарифма степеня.

4) $\log_{a^\beta} X^\alpha = \frac{\alpha}{\beta} \log_a X, \beta \neq 0.$ (3.14)

5) $\log_a X = \frac{\log_b X}{\log_b a}.$ (3.15)

Вираз (3.15) являється формулою переходу до нової форми логарифма.

6) $\log_a b \cdot \log_b a = 1.$ (3.16)

7) $\log_a X \cdot \log_b Y = \log_b X \cdot \log_a Y.$ (3.17)

4.Обчислення коефіцієнта кореляції r і коефіцієнтів a та b

Коефіцієнт кореляції розраховується за формулою :

$$r^2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} \ln X_i Y_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i\right]^2}{\left[\sum_{i=1}^{n} (\ln X_i)^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} \ln X_i\right)^2\right]\left[\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2\right]} \tag{3.18}$$

Позначимо

$$\left[\sum_{i=1}^{n} \ln X_i Y_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i\right] = A \qquad (3.19)$$

$$\left[\sum_{i=1}^{n} (\ln X_i)^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} \ln X_i\right)^2\right] = B. \qquad (3.20)$$

Тоді формула (3.18) набуде вигляду :

$$r^2 = \frac{A^2}{B\left[\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2\right]}. \qquad (3.21)$$

Коефіцієнти a і b формули

$$y = a + b\ln x \qquad (3.22)$$

для експериментальних значень X_i Y_i знаходять методом найменших квадратів за формулами :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} \ln X_i Y_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i}{\sum_{i=1}^{n} (\ln X_i)^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} \ln X_i\right)^2}; \qquad (3.23)$$

$$a = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i - b\sum_{i=1}^{n} \ln X_i\right). \qquad (3.24)$$

Помітимо що чисельник формули (3.23) дорівнює чисельнику формули (3.18), який ще у виразі (3.18)

підводиться до квадрату.

Приймаючи до уваги вирази (3.19) і (2.20), формулу (3.23) представимо у вигляді :

$$b = \frac{A}{B} \qquad (3.25)$$

Таким чином, формули (3.19), (3.20), (3.21) і (3.24) та (3.25) повністю рішають поставлену задачу.

5. Практична реалізація

Для проведення обчислень по приведеним робочим формулах виконуємо підготовку необхідних даних в обчислювальній таблиці(Дивись додаток). При цьому слід відмітити, що логарифми і дії з ними слід виконувати з точністю до чотирьох знаків після коми.

i	X_i	Y_i	$\ln X_i$	$Y_i \ln X_i$	$(\ln X_i)^2$	Y_i^2	$y' = 0.75 + 1.5\ln x$	$V_i = \bar{y} - y_i$	V_i^2
1	1.0	0.73	0	0	0	0.5329	0.75	+0.02	0.0004
2	1.5	1.38	0.4055	0.5596	0.1644	1.9044	1.36	-0.02	0.0004
3	2.75	2.25	1.0116	2.2761	1.0233	5.0625	2.26	+0.01	0.0001
4	3.3	2.56	1.1939	3.0564	1.4254	6.5536	2.54	-0.02	0.0004
5	4.0	2.81	1.3863	3.8955	1.9218	7.8961	2.83	+0.02	0.0004
6	5.0	3.18	1.6094	5.1179	2.5902	10.1124	3.16	-0.02	0.0004
7	5.6	3.31	1.7228	5.7025	2.9680	10.9561	3.33	+0.02	0.0004
8	7.0	3.69	1.9459	7.1804	3.7865	13.6161	3.67	-0.02	0.0004
9	9.0	4.03	2.1972	8.8547	4.8277	16.2409	4.04	+0.01	0.0001
10	11	4.35	2.3979	10.4309	5.7499	18.9225	4.35	0	0
n=10	50.15	28.29	13.8705	47.0740	24.4572	91.7975		0	0.0030

Середня квадратична похибка апроксимуючої кривої

$$\bar{y} = 0.75 + 1.5\ln x$$

складає

$$m_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{\sum V_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.003}{9}} = 0.018.$$