

373.442.32

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**ПЕРША МІЖВУЗІВСЬКА НАУКОВО-ТЕХНІЧНА  
КОНФЕРЕНЦІЯ  
ВИКЛАДАЧІВ, СПІВРОБІТНИКІВ І СТУДЕНТІВ  
(17-21 КВІТНЯ)**

**(робочі мови конференції - українська, англійська,  
російська)**

428891

**ПРОГРАМА І ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ**

428891

СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ  
БІБЛІОТЕКА

Суми - 2006

Україна  
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
БІБЛІОТЕКА  
Читальний зал № 4

**Механіко-математичний факультет** – один із провідних факультетів Сумського державного університету - навчального закладу найвищого рівня акредитації, створений у 1995 році. Нині об'єднує 6 кафедр, центр комп'ютерних технологій та проблемну лабораторію вібронадійності та герметичності відцентрових машин, філію кафедри ЮНЕСКО „Нові інформаційні технології в освіті для всіх”.

Навчання проводиться за 155 навчальними дисциплінами у галузі математики, фізики, механіки, програмування, комп'ютерних технологій та інших.

На факультеті навчаються близько 500 студентів та 25 аспірантів. Навчальний процес забезпечують більше 100 викладачів, серед яких 8 професорів і докторів наук, близько 50 доцентів і кандидатів наук.

Про високий рівень підготовки студентів факультету свідчать щорічні призові місця на республіканських олімпіадах з фахових та загальноосвітніх дисциплін.

Студенти факультету отримують іменні стипендії, продовжують навчання в аспірантурі.

### **ПРОГРАМА КОНФЕРЕНЦІЇ**

- 1 Секція математичного моделювання. Засідання відбудеться 18 квітня, початок роботи о 15-00, ауд. Г 905.
- 2 Секція прикладної математики та механіки. Засідання відбудеться 19 квітня, початок роботи о 15-00, ауд. Г 805.
- 3 Секція опору матеріалів та машинознавства. Засідання відбудеться 20 квітня, початок роботи о 9-50, ауд. М 112.
- 4 Секція динаміки та міцності. Засідання відбудеться 18 квітня, початок роботи о 15-00, ауд. Г 1007.
- 5 Секція інформатики. Засідання відбудеться 17-18 квітня, початок роботи о 10-00, ауд. Ц 237.
- 6 Секція моделювання складних систем. Засідання відбудеться 18 квітня, початок роботи о 15-00, ауд. Ц 220.

Підсумкове засідання відбудеться 21 квітня 2006 року, початок о 15-00, ауд. Ц 224.

## СЕКЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Председатель - доц. Ячменев В.А.

Секретарь - ассист. Швырков А.И.

18 апреля 2006 г.

Начало в 15.00 ауд. Г- 905.

1 Плавление пластины конечной толщины под действием потока большой мощности (нелинейная задача).

Докл. – Ячменев В. А., СумГУ.

2 Динамический бильярд в гравитационном поле.

Докл. – Стриж Т.В., Ячменев В. А., СумГУ.

3 Контроль і оцінка особистісно-орієнтованого навчання.

Доп. - Захарченко Н.М., Шуда І.О., СумДУ.

4 Розроблення математичної моделі механічної системи та дослідження її руху.

Доп. - Беда О.І., Беда І.М., СумДУ.

5 Теорія ковзних векторів.

Доп. - Головань О.В., Беда І.М., СумДУ.

6 Апроксимація співвідношень Майядаса-Шатцкеса для питомого опору і температурного коефіцієнта опору полікристалічних металевих конденсатів.

Доп. - Білоус О.А., СумДУ.

7 Математическая модель температурного поля в брусе, обрабатываемом точечным источником тепла.

Докл. – Клименко В. А., Жиленко Т.І., СумГУ.

8 Нестационарное распределение температуры, обусловленное движущимся источником в полупространстве.

Докл. – Клименко В. А., СумГУ.

9 О тестах модульно-рейтинговой системы для курса высшей математики.

Докл. – Маслов А.П., СумГУ.

10 Нові методи ідентифікації коливальних систем зі скінченним числом ступенів вільності.

Доп. – Пузько І.Д., СумДУ.

11 Аналіз і синтез математичних моделей в задачах корекції і ідентифікації коливальних систем.

Доп. – Пузько І.Д., СумДУ.

12 Задача о свободной интерполяции.

Докл. – Швырков О.І., СумГУ.

13 Термодинамічне уявлення біфуркації Хопфа.

Доп. – Шуда І.О., СумДУ.

14 Повышение энергетических показателей гидравлических машин посредством метода математического моделирования течения жидкости в проточной части.

Докл. – Мартынова Н.С., СумГУ.

## **СЕКЦИЯ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ**

Председатель – д-р.физ.-мат.наук, проф. Фильштинский Л. А.

Секретарь - канд.физ.-мат.наук Сушко Т. С.

19 апреля 2006 г.

Начало в 15.00 ауд. Г-805.

1 Опыт многолетнего творческого содружества ученых кафедры прикладной математики и механики со своими коллегами из зарубежных университетов.

Докл. – проф. Фильштинский Л. А.



- 2 О компьютерной системе учета многосторонних интересов.  
Докл. – доц. Фильштинский В. А.
- 3 Гармонические колебания составного пьезокерамического пространства с туннельной полостью (антиплоская деформация).  
Докл. – канд. физ.-мат. наук Сушко Т. С.
- 4 Осереднення магнітних властивостей ферромагнітних волокнистих композитів регулярної структури.  
Докл. – канд. физ.-мат. наук Шрамко Ю. В.
- 5 Застосування методу дискримінантного аналізу даних для моделювання задач екології. Задача визначення водозабору за складом води.  
Докл. – ст. преп. Оглоблина Е. И.
- 6 Смешанная симметричная задача теории упругости для неоднородного цилиндра.  
Докл. – ассист. Стативка Е. Н.  
Рук. – канд. физ.-мат. наук, доц. Ковалев Ю. Д.
- 7 Некласичні просторові задачі зв'язаної термопружності.  
Докл. – ассист. Бондарь А. В.  
Рук. – проф. Фильштинский Л. А.
- 8 Гранична задача термопружності для пружного шару з тунельною порожниною.  
Докл. – ассист. Молдаванова Н. А.  
Рук. – проф. Фильштинский Л. А.
- 9 Фундаментальные решения связанной задачи термоупругости для анизотропной среды с тепловой релаксацией.  
Докл. – асп. Киричек Т. А.  
Рук. – проф. Фильштинский Л. А.

- 10 Функция Грина для слоя с закрепленными основаниями.  
Докл. – асп. Кушнир Д. В.  
Рук. – проф. Фильштинский Л. А.
- 11 Некласичні двовимірні задачі зв'язаної термопружності.  
Докл. – асп. Кобзарь В. Н.  
Рук. – проф. Фильштинский Л. А.
- 12 Дифракция монохроматических волн на включениях.  
Докл. – студ. гр. ПМ – 11 Москаленко Е. И.  
Рук. – проф. Фильштинский Л. А.
- 13 Тепловые волны в слое с полостью.  
Докл. – студ. гр. ПМ – 11 Мангер В. А.  
Рук. – проф. Фильштинский Л. А.
- 14 Дослідження електричних полів у п'єзокерамічному тілі з включенням типу кругового циліндра.  
Докл. – студ. гр. ПМ – 21 Бойко М. В.  
Рук. – проф. Фильштинский Л. А.
- 15 Оптимизация производственных участков.  
Докл. – студ. гр. ПМ – 21 Гетманский Е. С.  
Рук. – доц. Фильштинский В. А.
- 16 Оптимизация маршрутов сборов и доставки.  
Докл. – студ. гр. ПМ – 21 Артюшенко С. В.  
Рук. – доц. Фильштинский В. А.
- 17 Граничная задача электроупругости для слоя с туннельной полостью.  
Докл. – ст. преп. Шрамко Л. В.  
Рук. – проф. Фильштинский Л. А.

18 Об одном алгоритме, базирующемся на основе полиномов П.Л. Чебышева.

Докл. – Заболотный М.И., Ткач М.Ю., СумГУ.

## **СЕКЦИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ И МАШИНОВЕДЕНИЯ**

Председатель – проф. Каринцев И.Б.

Секретарь – ст. преп. Бард Л.В.

20 апреля 2006 года.

Начало в 9-50, ауд.М-112.

1 К вопросу о методике определения условного предела текучести на разрывной машине Р-20.

Докл. - проф. Каринцев И.Б., зав. лаб. Каринцева А.И.

2 Модификация метода расчета на устойчивость продольно сжатых стержней по коэффициенту снижения основных допускаемых напряжений.

Докл. – доц. Катаржнов С.И.

3 Крутильная диагностика и многомерный анализ зубчатых зацеплений.

Докл. - доц. Курочкин В.Б.

4 Напряженно-деформированное состояние слоистых цилиндров с расслоениями.

Докл. - доц. Верещака С.М., асп. Жигилий Д.А.

5 Исследование напряженно-деформированного состояния втулки в петле стержня шатуна.

Докл. - докторант Криворучко Д.Г., асп. Жигилий Д.А.

6 Моделирование слоистых пластин методом конечных элементов.

Докл. - асп. Жигилий Д.А., студ. гр. К-31 Пилипенко В.В.

Рук. - доц. Верещака С.М.

7 О рациональном размещении опор в балках, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой.

Докл. - студ. Суханов В.В., гр. ДМ-41.

Рук. - проф. Каринцев И.Б.

8 Выбор оптимального размещения шарнирно - подвижной опоры в двухопорной балке.

Докл. - студ. Ратушный А. гр. И-53, Скорик А. гр. И-55.

Рук. - проф. Каринцев И.Б.

9 Определение закона движения главного вала рабочей машины.

Докл. - доц. Никитин М.А., студ. Прохина А.Е., гр. ТМ-31.

10 Разработка привода переднего колеса дорожного мотоцикла.

Докл. - доц. Стрелец В.В., студ. Курчки Е.П. гр. ТМ-31.

11 Построение эпюр внутренних силовых факторов для консольных рам и определение перемещений.

Докл. - уч. 11-го кл. Липовая Т., шк. №6, ГЦНТМ.

Рук. - Смирнов В.А.

12 Расчет статически определимых шарнирных многопролетных балок с помощью построения поэтажных схем.

Докл. - уч. 11-го кл. Яковчук А., г. Белополье, дом детей и юношества.

Рук. - Смирнов В.А.

13 Определение несущей способности железобетонной арки опытным путем.

Докл. - уч. 11-го кл. Покутный М., шк. №6, ГЦНТМ.

Рук. - Смирнов В.А.

14 Определение опасных сечений в кривом брусе.

Докл. - уч. 11-го кл. Корниенко К., шк. №6, ГЦНТМ.

Рук. - Смирнов В.А.



15 Сравнение несущих способностей деревянных образцов теоретическим и экспериментальным путем при деформации осевого сжатия.

Докл. - уч. 11-го кл. Волик Ю., Чудопал С. шк. №25, ГЦНТТМ.  
Рук. – Смирнов В.А.

16 Построение эпюр внутренних силовых факторов в аксонометрических проекциях при расчете плоской рамы.

Докл. - уч. 11-го кл. Назаренко Р., шк. №25, ГЦНТТМ.  
Рук. – Смирнов В.А.

17 Построение эпюр внутренних силовых факторов для случая косоугольного изгиба в аксонометрических проекциях.

Докл. - уч. 11-го кл. Качан С., г.Белополье, дом детей и юношества, уч.10-го кл. Бурый А., Вакула Д. шк. №7, ГЦНТТМ.

Рук. – Смирнов В.А.

18 Подбор сечений для статически определимых балок.

Докл. - уч. 11-го кл. Чередниченко Ю., Кривошеев С. г.Белополье, дом детей и юношества.

Рук. – Смирнов В.А.

19 Определение опасных сечений в многоступенчатом брусе при деформации осевого растяжения, сжатия.

Докл. - уч. 10-го кл. Васильев Я., шк. №23, уч.10-го кл. Шульга Р., шк. №7, ГЦНТТМ.

Рук. – Смирнов В.А.

20 Подбор сечений для продольных и поперечных балок покрытия.

Докл. - уч. 10-го кл. Крючков С., шк. №2, ГЦНТТМ.

Рук. – Смирнов В.А.

## СЕКЦИЯ ДИНАМИКИ И ПРОЧНОСТИ

Председатель - проф. Марцинковский В.А.

Секретарь - доц. Савченко Е.Н.

18 апреля 2006 г.

Начало в 13.00 ауд. Г-1007.

1 Численное моделирование потока в бесконтактном уплотнении, сравнение с экспериментом.

Докл. - студ. Устимов С.В., гр. ДП-31.

Рук. - ассист. Тарасевич Ю.Я.

2 Расчет течений в щелевых дросселях.

Докл. - студ. Герун И.О., гр. ДП-21.

Рук. - ассист. Тарасевич Ю.Я.

3 Анализ гидродинамических характеристик торцового дросселя с подвижными стенками.

Докл. - студ. Грибиниченко О.И., гр. ДП-21.

Рук. - ассист. Зуева Н.В.

4 Динамические характеристики аксиально-подвижного кольца торцового уплотнения.

Докл. - ассист. Зуева Н.В.

5 Исследование эффекта зависимости жесткостей щелевых уплотнений на распределение критических частот и динамических коэффициентов влияния.

Докл. - студ. Головач Р.С., гр. ДП-21.

Рук. - проф. Симоновский В.И.

6 Вывод уравнений колебаний несимметричного двухопорного ротора в щелевых уплотнениях.

Докл. - студ. Зимогляд Ю.В., гр. ДП-21.

Рук. - проф. Марцинковский В.А.

7 Вывод уравнений динамики однодискового консольного ротора в щелевых уплотнениях.

Докл. - студ. Петрикова И.Л., гр. ДП-21.

Рук. - проф. Марцинковский В.А.

8 Влияние случайного изменения параметров щелевого уплотнения на собственные частоты колебаний ротора в щелевых уплотнениях.

Докл. - ассист. Тарасевич Ю.Я.

9 Исследование гидродинамических процессов в дросселирующих каналах автоматического уравнивающего устройства.

Докл. - студ. Новикова О.В., гр. ДП-21.

Рук. - ассист. Зуева Н.В.

10 Решение стационарной задачи гидроупругости диска гидропята в первом приближении

Докл. - студ. Павленко И.В., гр. ДП-11.

Рук. - проф. Марцинковский В.А.

11 Способ уравнивания и регулирования осевой силы ступени центробежного насоса изменением граничной скорости.

Докл. - студ. Великодный Е.И., гр. ДП-21.

Рук. - доц. Калиниченко П.М.

12 Исследование влияния демпфирования на устойчивость и качество переходных процессов гидропята.

Докл. - студ. Мандриченко А.А., гр. ДП-11.

Рук. - проф. Симоновский В.И.

13 Способ уравнивания осевой силы ступени центробежного насоса изменение граничной поверхности.

Докл. - студ. Шепиль О.Н., гр. ДП-21.

Рук. - доц. Калиниченко П.М.

14 Способ уравнивания и регулирования осевой силы ступени центробежного насоса изменением граничного давления.

Докл. - студ. Погребной С.А., гр. ДП-11.

Рук. - доц. Калиниченко П.М.

15 Концептуальный взгляд на уравнивание осевой силы насоса.

Докл. - доц. Калиниченко П.М.

16 Статический расчет регулятора перепада давления газ-газ.

Докл. - студ. Зуева Е.В., гр. ДП-21.

Рук. - доц. Загорулько А.В.

17 Конструкция и расчет двойного газового уплотнения.

Докл. - студ. Крисанова А.С., гр. ДП-11.

Рук. - проф. Марцинковский В.А.

18 Автоматизированный расчет напряженно-деформированного состояния основных деталей центробежных машин.

Докл. - студ. Золотарь Т.Н., ДП-11.

Рук. - доц. Загорулько А.В.

19 Автоматизированный расчет динамических характеристик роторов центробежных машин.

Докл. - студ. Герасимова Е.П., гр. ДП-11.

Рук. - доц. Загорулько А.В.

20 Экспериментальное исследование радиальных сальниковых уплотнений.

Докл. - студ. Нестеров О.А., гр. ДП-31.

Рук. - асп. Гудков С.Н.

21 Торцевые сальниковые уплотнения.

Докл. - студ. Ткаченко С.А., гр. ДП-31.

Рук. - проф. Марцинковский В.А.



22 Исследование процессов герметизации торцового сальникового уплотнения.

Докл. - студ. Болдырев Е.Н., гр. ДП-31.

Рук. - асп. Гудков С.Н.

23 Торцовое сальниковое уплотнение с гидродинамической разгрузкой пары трения.

Докл. - асп. Гудков С.Н.

Рук. - доц. Загорулько А.В.

24 Разработка метода анализа динамики ротора в бесконтактных уплотнениях.

Докл. - студ. Дедов В.А., гр. ДП-21.

Рук. - ассист. Тарасевич Ю.Я.

25 Экспериментальное исследование динамики гибких роторов ГПА на балансировочном стенде РБС «Schenck» и уточнение их математических моделей с помощью КЭ комплекса ANSYS.

Докл. - студ. Бровкова Е.В., гр. ДП-21.

Рук. - проф. Симоновский В.И.

26 Расчетное и экспериментальное исследование динамических коэффициентов влияния при балансировке высокочастотных роторов турбокомпрессоров с использованием КЭ – комплекса ANSYS и балансировочного стенда РБС – Шенк.

Докл. - студ. Лейких Д.В., гр. ДП-21.

Рук. - проф. Симоновский В.И.

27 Исследование способов эффективной балансировки гибких роторов центробежных насосов с использованием 3 плоскостей коррекции.

Докл. - студ. Станченко Л.В., гр. ДП-11.

Рук. - проф. Симоновский В.И.

28 Исследование способов успешной балансировки коленчатых валов.

Докл. - студ. Куцый С. А. гр. ДП-11.

Рук. - проф. Симоновский В.И.

29 Система диагностирования газоперекачивающих агрегатов магистральных газопроводов.

Докл. - студ. Хоменко А. А. гр. ДП-11.

Рук. - доц. Савченко Е.Н.

30 Определение собственной частоты соединительной муфты газоперекачивающего агрегата.

Докл. - студ. Гончаренко А.В., гр. ДП-11.

Рук. - доц. Савченко Е.Н.

31 Компьютеризированный измерительный комплекс для сбора, обработки и анализа диагностической информации.

Докл. - студ. Шелегеда А.П., гр. ДП-21.

Рук. - доц. Савченко Е.Н.

32 Автоматизированный комплекс стенда для исследований гидромеханической системы «ротор-опоры-уплотнения».

Докл. - студ. Шкумат В.В., гр. ДП-21.

Рук. - доц. Савченко Е.Н.

33 Автоколебательные системы с высокочастотными источниками энергии.

Докл. - студ. Ивченко М.С., гр. ДП-11.

Рук. - доц. Кафтарян Л.С.

34 Оценка возможности использования физики отказа машин при прогнозировании их ресурса.

Докл. - студ. Жулев С. А., гр. ДП-11.

Рук. - доц. Нагорный В.М.

- 35 Взаимодействие плоских волн с периодической системой тонких вставок.  
Докл. - асп. Ложкин А.М.  
Рук. - доц. каф. МСС, Назаренко А.М.
- 36 Определение усилий в элементах плоской системы сходящихся сил, плоской системы произвольно расположенных сил. Определение центров тяжести сложных сечений, составленных из простых фигур и прокатных профилей.  
Докл. - Дробинин А., Петренко А., 10 кл., шк. №24, Михайлишин Н., 9кл., шк. №24, Сумский центр НТТМ, Сергиенко С., 10 кл., г. Белополье, дом детей и юношества.  
Рук. - Смирнов В.А.
- 37 Сопоставление найденных усилий в элементах фермы способом вырезания узлов и способом моментной точки.  
Докл. - Диденко Павел, 9 кл., шк. №25, Сумский центр НТТМ.  
Рук. - Смирнов В.А.
- 38 Определение центров тяжести сложных сечений, составленных из прокатных профилей.  
Докл. - Сергиенко О., 8 кл., шк. №6, Сумский центр НТТМ.  
Рук. - Смирнов В.А.
- 39 Вычисление значений опорных реакций в статически определимых рамах.  
Докл. - Вовк Денис, 9 кл., шк. №24, Сумский центр НТТМ.  
Рук. - Смирнов В.А.
- 40 Сравнение усилий в тросах при различном угле наклона.  
Докл. - Сутулин Владислав, 8 кл., шк. №25, Сумский центр НТТМ.  
Рук. - Смирнов В.А.

41 Вычисление опорных реакций в жестком закреплении пространственной рамы.

Докл. - Гаврильченко Татьяна, 9 кл., шк. № 25, Сумский центр НТТМ, Качан Наталья, г. Белополье, дом детей и юношества.

Рук. - Смирнов В.А.

42 Сравнительный анализ усилий в ферме при изменении формы поясов.

Докл. - Хализеева А. 8 кл., шк. №25, Сумский центр НТТМ.

Рук. - Смирнов В.А.

## СЕКЦІЯ ІНФОРМАТИКИ

Голова - доц. Любчак В.О., доц. Чекалов О.П.

Секретар – доц. Шаповалов С.П.

17-18 квітня 2006 р.

Початок о 10.00, ауд. Ц -237.

1 Методи та засоби дискретного перетворення форми інформації.

Доп. – Лаврів М.В., Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, м. Івано-Франківськ.

2 Аналіз ефективності методів передбачення нульового порядку при адаптивному стисненні інформації.

Доп. – Ляш Ю.Ю., Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, м. Івано-Франківськ.

3 Multifractal spectrum of the phase space related to generalized thermostatics.

Доп. - Харченко В.О., СумДУ.

4 Электронная лабораторная работа. Определение удельного заряда электрона.

Докл. - Алтынникова Е. В., Брацьких В. М., СумГУ.



5 Комп'ютеризована система моніторингу резонансних явищ коливальних систем.

Доп. - Пелепей Р. Л., Пузько І. Д., СумДУ.

6 Аналіз методів реалізації теоретико-числового перетворення Хаара над полями Галуа.

Доп. - Превисокова Н.В., Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, м. Івано-Франківськ.

7 Многоуровневая система индивидуального обучения.

Докл. - Кривцов В.Е., Шаповалов С. С., Институт системного анализа РАН, г. Москва.

8 Комп'ютерна модель гравітаційної взаємодії матеріальних точок.

Доп. - Сулим В. Ю., СумДУ.

9 Реализация взаимодействия Flash и Java Applets в специальном случае.

Докл. - Кузиков Б.О., СумГУ.

10 Моделювання вуглецевих нанотрубок.

Доп. - Ковтун О.А., Проценко О.Б., СумДУ.

11 Компьютерное моделирование физических объектов методом молекулярной динамики.

Докл. - Лукьянова В.В., Проценко Е.Б., СумГУ.

12 Финансовое прогнозирование с помощью функций Excel: Тенденция и Рост.

Докл. - Андрееенко В.И., Боронос Д.В., СумГУ.

13 Об'єктно-орієнтована реалізація алгоритму навчання та екзамену системи класифікаційного керування.

Доп. - Котенко С. М., СумДУ.

- 14 Визначення оптимального запасу торговельних фірм.  
Доп. - Токмаков М.М., Шаповалов С.П., СумДУ.
- 15 Реализация принципов объектно-ориентированного программирования на примере моделирования электростатического поля.  
Докл. - Борисов С.С., СумГУ.
- 16 Криптографическая защита электронных почтовых сообщений в сети Интернет.  
Докл. - Могилин А. А., СумГУ.
- 17 Об алгоритмах машинной реализации решения задачи приближения функций.  
Докл. - Литвиненко А.А., СумГУ.
- 18 Компьютерный анализ частотных характеристик, связанных с задачей динамической термоупругости.  
Докл. - Скуба М. Б., Бондарь А.В., СумГУ.
- 19 Разработка обучающего программного обеспечения по теме «минимизация автоматов».  
Докл. - Маковейчук В., Маслова З.И., СумГУ.
- 20 Использование функций непропорциональностей для текущего контроля статических характеристик контролируемых объектов.  
Докл. - Слепушко Н.Ю., СумГУ.
- 21 Розпізнавання текстур.  
Доп. – Дзюба О.О., СумДУ.

22 Разработка обучающего программного обеспечения по теме «получение минимальных логических форм».

Докл. - Беспалый А., Маслова З.И.

22 Использование интегральной оценки плотности распределения случайной величины для оценивания эффективности переданной информации.

Докл.-Тимофеева М.А., СумГУ,

Тимофеева А.А., НАУ, Киев.

## СЕКЦИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Председатель - доц. Карпуша В.Д.

Секретарь - доц. Базыль Е.А.

18 апреля 2006 года.

Начало в 15.00, ауд. Ц-220.

1 Зависимость ширины запрещенной зоны сверхрешеток  $HgTe - CdTe$  от толщин слоев бинарных соединений.

Докл. – доц. Денисенко В. Л., ассист. Шовкопляс О.А.

2 Компьютерная реализация графического метода решения задач линейного программирования.

Докл. - Бенберя Т., студ. гр. ПМ-21.

Рук. – доц. Литвиненко О.А.

3 Дослідження самоорганізуючих систем з урахуванням пам'яті. Модель землетрусів.

Докл. - Вернигора І. В., студ. гр. ПМ-11.

Кер. – доц. Харченко Д. О.

4 Моделирование самоорганизованной критичности в экологических системах.

Докл. - Лохоня А.Н., студ. гр. ПМ-11.

Рук. – доц. Харченко Д.О.

- 5 Исследования влияния пластической деформации на структуру аморфных сплавов методом эллипсометрии.  
Докл. - Зеленский А.А, студ. гр. ПМ-11.  
Рук. - асп. Швец У.С.
- 6 Численное моделирование кинетики фазового расслоения в модели Коха-Хилларда.  
Докл. - Бочко И., студ. гр. ПМ-11.  
Рук. - асп. Князь И.А.
- 7 Управление развитием экономических систем, изображенных в дифференциально-игровой форме.  
Докл. - Василенко С.А., студ. гр. ПМ-21.  
Рук. - доц. Назаренко А.М.
- 8 О некоторых моделях оптимизации макроэкономической деятельности.  
Докл. - Васильев А. А., студ. гр. ПМ-11.  
Рук. - доц. Назаренко А.М.
- 9 Математическая модель социогенеза. Качественное исследование модели «политика-экономика».  
Докл. - Дворниченко А.В., студ. гр. ПМ-11.  
Рук. - доц. Карпуша В.Д.
- 10 Эконометрическое моделирование макроэкономических процессов.  
Докл. - Михайленко Ю.П., студ. гр. ПМ-11.  
Рук. - доц. Назаренко А.М.
- 11 Плоская задача дифракции волн на периодической системе цилиндрических полостей.  
Докл. - асп. Ложкин А.М.  
Рук. - доц. Назаренко А.М.



12 Економіко-математичне моделювання комерційної діяльності.

Докл. – Фільченко Д.В., студ. гр. ПМ-21.

Кер. – доц. Назаренко О.М.

13 Застосування вимірювальної системи для оцінювання параметрів низькорівневих сигналів контрольних точок електричної схеми.

Доп. -Азаров О. Д., Вінницький національний технічний університет, Снігур А. В., Вінницький національний технічний університет, Розман Г. В.,Вінницький державний педагогічний університет імені М. Коцюбинського, Кручай І. С., приватне підприємство “КСК-Автоматизація”, м. Вінниця

### **ЗАВЕРШАЛЬНЕ ЗАСІДАННЯ**

21 квітня 2006 року.

Початок о 15-00, ауд. Ц-224.

1 Підбиття підсумків конференції.

Доп. – декан ММФ, доц. Верещака С.М.

## ПЛАВЛЕНИЕ ПЛАСТИНЫ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОТОКА БОЛЬШОЙ МОЩНОСТИ (НЕ- ЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА)

*Ячменёв В.А., СумГУ, г. Сумы*

Исследуется модель, представляющая собой пластину конечной толщины  $l$  с начальной температурой  $T$ .

Теплофизические свойства материала предполагаются различными, а для твердой фазы – нелинейно зависящими от температуры. На внешнюю поверхность пластины ( $x = 0$ ) падает тепловой поток большой мощности, тыльная сторона пластины ( $x = l$ ) теплоизолирована.

Предполагается, что после нагрева передней поверхности до точки плавления  $T_m$  начинается процесс плавления. Исследование процесса прекращается после достижения внешней поверхностью температуры кипения материала.

Скорость движения границы расплав - твердое тело и температурное поле определялись из решения нелинейной системы нелинейных дифференциальных уравнений параболического типа.

## ДИНАМИЧЕСКИЙ БИЛЬЯРД В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

*Стриж Т.В., Ячменев В.А., СумГУ, г. Сумы*

Динамическая система, описываемая уравнением движения материальной точки с ударным выходом на оодностороннюю связь, назовем динамическим бильярдом. В общем случае динамического бильярда движение материальной точки определяется не только ударами, но и действующими на точку силовыми полями.

Рассмотрим плоское движение точечной массы в однородном поле тяготения внутри вертикально стоящего круга. Будем считать, что удар точки с граничной окружностью, абсолютно упругий.

Уравнение движения рассматриваемой задачи имеет вид

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\vec{e}; \quad |\vec{r}| = \frac{\bar{R}}{l}; \quad \vec{v}_* = \vec{v}_- - 2(\vec{v}_-, \vec{n})\vec{n}; \quad (1)$$

$$\vec{r} = \frac{\bar{R}}{l}; \quad \vec{v} = \frac{\vec{V}}{\sqrt{gl}}; \quad t = \sqrt{\frac{g}{l}} T. \quad (2)$$

Здесь  $\vec{R}$  и  $\vec{V}$  соответственно радиус-вектор и скорость точечной массы;  $T$  – текущее время;  $l$  – длина нити в натянутом состоянии;  $\vec{e}$  – единичный вектор вертикального направления;  $\vec{v}_+$  и  $\vec{v}_-$  – безразмерные вектор-скорости непосредственно перед и после удара;  $\vec{n}$  – внутренняя нормаль к граничной окружности.

Были построены многозвенные периодические траектории задачи (1). При фиксированном значении константы  $h$  энергии вычислялись фазовые координаты  $(\alpha, \dot{\alpha})$  в момент выхода на связь ( $r=1$ ). Это позволило получить портреты задачи с регулярными и хаотическими траекториями и проследить эволюцию портретов с изменением уровня энергии.

## КОНТРОЛЬ І ОЦІНКА ОСОБИСТІСНО-ОРІЄНТОВАНОГО НАВЧАННЯ

*Захарченко Н.М., Шуда І.О.*

Зміна соціальної парадигми буття викликала появу особистісно-діяльнісної парадигми вищої освіти і знайшла своє відображення у концепції особистісно-орієнтованого навчання, яке має забезпечити розвиток і саморозвиток особистості студента, ґрунтуючись на виявленні індивідуальних особливостей його як суб'єкта пізнання і предметної діяльності.

Процес вивчення математики дає кожному студенту на підставі його здібностей, нахилів, інтересів, ціннісних орієнтацій і суб'єктного досвіду можливість реалізувати себе у пізнанні, професійно-навчальній діяльності і поведінці. Навчання математики розглядається як процес розкриття і розвитку особистості студента, якість якого забезпечується цілеспрямованим контролем, мірою участі студента у контролюючій навчальній діяльності. В умовах, коли відбувається методична переорієнтація про-



цесу навчання на розвиток творчої особистості студента, контроль має базуватись на принципі позитивного оцінювання згідно якого, у першу чергу враховуються рівні досягнень студентів, а не степінь невдач.

Студенти, які мають високий рівень математичних здібностей, що характеризуються як креативні, бо розв'язування проблемних, нестандартних задач, завдань підвищеної складності є процесом творчим. Процес вивчення математики є репродуктивним (пов'язаним з функцією пам'яті) і продуктивним (пов'язаним з функцією мислення). Оцінювання репродуктивних знань та умінь має бути стандартизованим та уніфікованим (еталонним), тоді як продуктивні знання оцінюються як особистісний внутрішній приріст студента.

Особистісно-орієнтоване навчання змінює критерії оцінки освітньої діяльності. У традиційному навчанні освітній продукт студента оцінюється по степені наближення його до заданого зразка, тобто чим більш точно і повно відтворює студент заданий зміст, тим вища оцінка його освітньої діяльності. У особистісно-орієнтованому навчанні освітній продукт студента оцінюється по степені відмінності від заданого, тобто чим більше науково- і культурно-значимих відмінностей від відомого продукту удається домогтись студенту, тим вища оцінка продуктивності його навчання.

Особистими освітніми продуктами у процесі вивчення математики можуть бути: історичний аналіз, реферат, розв'язання наукової проблеми, доведення теореми, сформульоване правило чи закономірність, складена задача, що стосується вибраного напрямку професійної діяльності, самостійна робота для викладача чи товариша, комп'ютерна програма і т.д.

Не завжди результат роботи студента є продуктом його творчості: одна і та ж робота може бути творчою для одного студента і нетворчою (репродуктивною) для іншого. Визнання суб'єктивності і відносності творчості студентів – керівний принцип у плануванні, діагностиці і оцінці його навчальних досягнень. Поняття “відносність творчості”, “степінь творчості”,



“область творчості” допомагають виявляти творчі процеси і створювати педагогічні умови для побудови освітньої траєкторії особистості. Аналіз і оцінка освітніх результатів здійснюється за такою критеріальною шкалою:

- 1) степінь творчості роботи;
- 2) оригінальність роботи;
- 3) новизна;
- 4) рівень професійності;
- 5) корисність і значимість роботи для автора та інших людей;
- 6) трудомісткість роботи; якість оформлення роботи.

Описані критерії виступають педагогічним інструментарієм для діагностики розвитку і творчої самореалізації студентів.

Особистісний підхід до освіти вимагає відновити у правах суб'єктивізм у оцінці освітніх досягнень студентів, підвищити, а не понизити роль викладача у діагностиці та оцінці дійсних особистісних приростів студентів. Необхідно знайти ефективне сполучення між суб'єктивною і об'єктивною системами оцінювання.

Вимоги до результатів навчання спираються на зовнішню сторону діяльності студентів з предметним змістом, яка прямо витікає із особливостей кожної освітньої області. Контрольні освітні нормативи передбачають наявність творчої освітньої діяльності. Рівень творчої самореалізації студента повинен вважатись загальнонаціональним освітнім параметром, що перевіряється і оцінюється поряд з іншими освітніми стандартами.

## **РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ЇЇ РУХУ**

*О.І.Беда, І.М.Беда, Сумське територіальне відділення МАН,  
СумДУ, м. Суми*

В даній роботі проведена математична експертиза трагічного випадку, що стався в реальному житті: під час сварки в бік людини була кинута сокира, що призвело до смерті людини. На експертизу виноситься питання: трагічний випадок – це навмисне вбивство, чи випадковість. Актуальність розглянутої проблеми є очевидною, а тому ця проблема потребує точного математичного аналізу.

## Секція математичного моделювання

В роботі була розроблена математична модель поставленої задачі. Досліджуваний предмет вважався механічною системою і на основі відомих законів механіки його рух було представлено у вигляді переміщення центра маси тіла та обертанням останнього навколо осі, що проходить через центр маси. Основні допущення, зроблені при розгляді даної задачі, були детально проаналізовані і була доведена адекватність математичної моделі задачі розглянутій проблемі.

Такий підхід дозволив описати рух тіла в загальному вигляді та одержати аналітичну залежність довжини небезпечної зони (частини відстані, де сокира летить гострою частиною вперед) від довжини держака сокири. В роботі показано, що існує критичний розмір держака, при перевищенні якого сокира не може торкнутись вертикальної стіни гострою частиною.

Оскільки параметри, які характеризують рух сокири представляють собою випадкові величини, то проведена оцінка ймовірності настання очікуваного результату. Показано, що в залежності від кількості обертів, які може зробити сокира, ймовірність настання очікуваного результату може коливатись в межах від нуля до 0,25.

На основі одержаних результатів, в роботі зроблено висновок про можливість випадкового (не навмисного) вбивства в даному випадку.

## ТЕОРІЯ КОВЗНИХ ВЕКТОРІВ

*О.В.Головань, І.М.Беда, Сумське територіальне відділення  
МАН, СумДУ, м. Суми*

Навколо нас можна побачити безліч цілком природних цікавих задач. Розв'язки одних цілком очевидні, розв'язки інших постають перед нами зовсім з несподіваної сторони.

В роботі показано, що звичний векторний апарат, який вивчається у школі на уроках фізики й математики, зовсім не підходить для розв'язку подібних задач. Коли ми повинні врахувати не тільки масу, а й розміри тіла, коли ми маємо справу не з абстрактною матеріальною точкою, а з справжнім предметом,



то не завжди зрозуміло, як додавати вектори, які прикладені до предмета в різних місцях, що можна, і чого не можна робити з цими векторами.

В даній роботі дана характеристика векторів як в цілому, так і ковзних векторів зокрема. Ковзні вектори віднесені до так званих „справжніх” силових векторів, реально діючих не на абстрактні нескінченно малі тіла, а на жорсткі предмети, які мають певні розміри і форму.

Детально розглянуті елементарні операції, які можна проводити над ковзними векторами. Показано, що будь-яку систему цих векторів на площині можна привести до еквівалентної їй найпростішої системи: одного вектора або пари. Такий підхід дозволив використовувати теорію ковзних векторів для одержання розв'язків багатьох задач, які розв'язати іншим способом практично неможливо.

В роботі наведено ряд задач з детальними їх розв'язками. Особливу увагу звернуто на задачу, яку названо „механічним парадоксом”. Теоретично отриманий розв'язок даної задачі постає перед нами зовсім з несподіваної сторони: наша інтуїція з цим не може погодитись.

Розглянута в роботі теорія ковзних векторів може бути використана при аналізі задач в інших областях науки.

## **АПРОКСИМАЦІЯ СПІВВІДНОШЕНЬ МАЙЯДАСА-ШАТЦКЕСА ДЛЯ ПИТОМОГО ОПОРУ І ТЕМПЕРАТУРНОГО КОЕФІЦІЕНТУ ОПОРУ ПОЛКРИСТАЛІЧНИХ МЕТАЛЕВИХ КОНДЕНСАТІВ**

*Білоус О.А. СумДУ, м. Суми*

Плівки металів, діелектриків і напівпровідників знайшли широке використання у мікроелектроніці. Фізичні властивості таких об'єктів відрізняються від властивостей масивних зразків, що обумовлено зовнішнім та внутрішнім розмірними ефектами. Розрахунок параметрів електропереносу дозволяє характеризувати електричні явища що відбуваються в металевих конденсатах. Існує ряд теоретичних моделей, які дозволяють коректно

проводити розрахунок таких параметрів при умові, що металеві полікристалічні плівки задовольняють пред'явленим до них вимогам. Асимптотичні вирази лінеаризованої і ізотропної моделей Тельє-Тоссе-Пішара, що є апроксимаціями співвідношення теорії Майядаса-Шацкеса, дозволяють проводити розрахунок при граничному випадку  $L > d$  ( $L$  - середній розмір зерна,  $d$  - товщина плівки). До недоліків вказаних теоретичних моделей можна віднести те, що вони дозволяють лише працювати із розмірною залежністю температурного коефіцієнту опору (ТКО), і не придатні при роботі з даними про питомий опір, електропровідність. У зв'язку з цим було запропоновано асимптотичні співвідношення для питомої провідності та температурного коефіцієнту опору полікристалічних плівок металів для різних граничних випадків.

В рамках запропонованих асимптотичних співвідношень представлені розрахункові залежності питомої провідності та ТКО від приведеної товщини ( $k$ ) та параметра зерномежевого розсіювання ( $\alpha$ ) при різних фіксованих значеннях коефіцієнтів дзеркальності поверхні  $p_1, p_2$  без врахування теплового розширення зразків. Аналізуючи розрахункові дані можна відмітити, що збільшення товщини плівкового зразку ( $k > 2$ ) та параметра зерномежевого розсіювання ( $\alpha > 1$ ) призводить до того, що величина коефіцієнта дзеркальності не впливає на значення питомої провідності та ТКО.

На основі асимптотичних співвідношень запропонована методика та проведений розрахунок значення коефіцієнта розсіювання на межі зерна у плівках  $Cu, Ni$  та  $Mo$ .

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В БРУСЕ, ОБРАБАТЫВАЕМОМ ТОЧЕЧНЫМ ИСТОЧНИКОМ ТЕПЛА

*Клименко В.А., Жиленко Т.И., СумГУ, г. Сумы*

Предполагается, что по одной из сторон обрабатываемого бруса движется точечный источник тепла с зависящей от времени интенсивностью  $q(t)$ . Положив, что все стороны бруса теплоизо-



лированы, а температурное поле не зависит от координаты  $z$ , формулируется следующая задача:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha^2 \Delta u + \frac{q(t)\delta(x-ut)\delta(y)}{c\rho} \quad (1)$$

$$u(x, y, t_0) = u_0(x, y) \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=a} = \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=b} = 0$$

(3)

Ввиду линейности поставленной задачи и на основании принципа суперпозиции задача (1) - (3) может быть разбита на две задачи.

Задача 1. Найти функцию  $v(x, y, t)$ , удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \alpha^2 \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

и начальному условию

$$v(x, y, t_0) = v_0(x, y) \quad (5)$$

и краевым условиям

$$\left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=a} = \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{y=b} = 0. \quad (6)$$

Задача 2. Найти функцию  $\omega(x, y, t)$ , удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \alpha^2 \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \frac{q(t)\delta(x-ut)\delta(y)}{c\rho} \quad (7)$$

начальному условию

$$\omega(x, y, t_0) = 0 \quad (8)$$

и краевым условиям

$$\left. \frac{\partial \omega}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial \omega}{\partial x} \right|_{x=a} = \left. \frac{\partial \omega}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial \omega}{\partial y} \right|_{y=b} = 0 \quad (9)$$

где решение  $v(x, y, t)$  исходной задачи является суммой решений двух последних задач, т.е.

$$u(x, y, t) = v(x, y, t) + \omega(x, y, t).$$

Численно реализована математическая модель температурного поля в бруске обрабатываемом источником тепла, распределенного по нормальному закону. Посчитаны также температурные деформации бруса.

## НЕСТАЦИОНАРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ОБУСЛОВЛЕННОЕ ДВИЖУЩИМСЯ ИСТОЧНИКОМ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

*Клименко В.А., Сумской государственной университет, г. Сумы*

Высокая концентрация тепловой энергии на ограниченном числе "горячих пятен" в зоне контакта и последующих интенсификациях физико-химических и механических процессов приводят к разрушению контактирующих тел.

Рассматривается задача расчета переходных процессов местных повышений температуры поверхности трения при равномерном движении по ней источника тепла. Для определения нестационарного температурного поля в полупространстве  $z \geq 0$  используется уравнение теплопроводности

$$\nabla^2 T + \frac{V}{k} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial T}{\partial t},$$

где  $V$  - скорость движения источника.

С помощью подстановки  $T = T_* e^{\frac{Vx}{2k}}$  и последовательного применения, при учете краевых условий конечного косинус-преобразования Фурье и интегральных преобразований Лапласа и Ханкеля в пространстве изображений приходим к уравнению

$$\frac{d^2 \hat{\hat{T}}_*}{d\zeta^2} - \gamma^2 \hat{\hat{T}}_* = 0$$

(краевые условия не приводятся).

Обратные преобразования позволяют найти температуру вблизи горячих пятен для полупространства при переходных процессах.

## **О ТЕСТАХ МОДУЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

*Маслов А.П., СумГУ, г. Сумы*

Методика контроля знаний по математике в последние десятилетия значительно изменились. Отмена устных экзаменов в школе привела к тому, что ученики даже физико-математических классов плохо ориентируются в теоретическом материале, не умеют логически последовательно проводить доказательство теорем. Упор на письменные экзамены с оценкой знаний по решенным заданиям привел к тому, что математика из “доказательной” дисциплины превратилась в основном в сборник рецептов по применению конкретного набора формул (которые к тому же просто заучивают) к решению заданий.

В результате даже лучшие студенты при изучении математических дисциплин не умеют делать логические выводы, замкнуть цепочку рассуждений, не понимают важности условий теорем и смысла их доказательства.

Введение модульно-рейтинговой системы, как основной методики получения высшего образования, при промежуточном контроле условия дисциплины с помощью традиционного тестирования может полностью изменить смысл математического образования.

Под традиционным тестированием предполагается составление тестов, включающие в себя формулировку задания и выбор одного из предложенных ответов или своего варианта. Такой тест не может достаточно полно проверить цепочку рассуждений и теоретическую базу, усвоенную студентом.

С целью устранения такого типа недостатков предлагается разрабатывать тесты, для ответа на которые необходимо привести всю цепочку рассуждений с указанием на теоретические факты. В тесты возможно включение теоретических вопросов с до-



казательством теорем. Разбиение формулировки и доказательства на цепочку правдоподобных фактов заставит студента выбирать необходимые утверждения. Ответ может выглядеть в виде набора цифр, указывающие номера пунктов промежуточных выкладок.

Рассмотрим пример: Доказать теорему Лагранжа

Формулировка. Если функция  $f(x)$  определена на {1. отрезке  $[a, b]$ ; 2. интервале  $(a, b)$ } и непрерывна на {1. отрезке  $[a, b]$ ; 2. интервале  $(a, b)$ } и существует конечная производная на {1. отрезке  $[a, b]$ ; 2. интервале  $(a, b)$ }, то найдется на {1. отрезке  $[a, b]$ ; 2. интервале  $(a, b)$ } такая точка  $C$ , что

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. f(a) - f(b) = f'(C), \\ 2. f(a) - f(b) = f'(C)(a - b), \\ 3. f(b) - f(a) = f'(C)(b - a). \end{array} \right.$$

При правильном ответе получится набор  $\{1, 1, 2, 2, 3\}$ . Любый другой набор будет неверен.

Аналогично можно представить и доказательства. Подобные варианты тестов можно построить и для примеров с несколькими шагами.

## АНАЛІЗ І СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ В ЗАДАЧАХ КОРЕКЦІЇ І ІДЕНТИФІКАЦІЇ КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ

*Пузько І.Д., СумДУ, м. Суми*

Розглядається обмежена множина диференціальних рівнянь із скінченим числом ступенів вільності, що об'єднує розщеплену систему диференціальних рівнянь другого порядку і два диференціальні рівняння першого порядку, і являє собою математичну модель вібростенда електродинамічного типу з випробуванням об'єктом в лінійному режимі.

Для системи у вигляді автономного диференціального рівняння другого порядку і двох диференціальних рівнянь першого



порядку отримані нові аналітичні співвідношення, а також алгоритми для формування заданої сили реакції між платформою вібростенда і випробуваним об'єктом і заданого переміщення платформи.

Сформовані нові принципи, отримані нові алгоритми і нові аналітичні співвідношення для розв'язання задач параметричної, координатно-параметричної, параметро-координатної, амплітудно – частотної, силової і сигнальної корекції математичних моделей вібростендів електродинамічних типів разом з випробуваними об'єктами при урахуванні умови нестабільності коефіцієнтів диференціальних рівнянь.

Отримані нові аналітичні співвідношення для оцінки коефіцієнтів однорідних диференціальних рівнянь другого порядку розщепленої системи і коефіцієнтів неоднорідних диференціальних рівнянь другого порядку при умові нестационарності по частоті правої частини диференціального рівняння у вигляді лінійного закону зміни частоти з постійною швидкістю – режиму сканування частоти.

Сформовані твердження, щодо можливості визначення оцінок коефіцієнтів однорідних і неоднорідних диференціальних рівнянь другого порядку.

Розроблені нові “спектральні” методи оцінки коефіцієнтів диференціальних рівнянь, а саме: “спектральний” інтервальний, “спектральний” частотно-швидкісний, “спектральний” амплітудно-швидкісний, “спектральний” частотно-амплітудно-швидкісний.

Проведено комп'ютерне моделювання розв'язання однорідних і неоднорідних диференціальних рівнянь другого порядку.

Отримані інформаційні масиви частот максимумів обвідних напіврозмахів коливань динамічних резонансних піків і оцінки резонансних частот статичних резонансних піків, отримані інформаційні масиви інтервалів груп часових інтервалів.

Визначені похибки оцінок резонансних частот від кількості доданків при застосуванні методу найменших квадратів. Побудовані графічні залежності.

## НОВІ МЕТОДИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ ЗІ СКІНЧЕННИМ ЧИСЛОМ СТУПЕНІВ ВІЛЬНОСТІ

*Пузько І.Д., СумДУ, м. Суми*

Розв'язання задач ідентифікації коливальних систем зі скінченим числом ступенів вільності може бути проведено при реалізації режимів розгортки частоти сигналу збудження.

Для отримання оцінок значень коефіцієнтів одного класу математичних моделей у вигляді диференціальних рівнянь другого порядку після проведення операції декомпозиції необхідно забезпечити виконання умов спостереження, керованості і реалізованості деякого класу інформаційних сигналів.

Для випадку наближеного перетворення інтеграла згортки і отримання аналітичних співвідношень в замкненій формі у вигляді залежностей частот і амплітуд максимумів обвідних напіврозмахів коливань динамічних резонансних піків можливо вести розмову про обмежені фіксовані множини частот і амплітуд максимумів обвідних напіврозмахів коливань динамічних резонансних піків, що відповідають множині постійних швидкостей розгортки частоти сигналів збудження.

Визначимо, що обмежена множина частот максимумів обвідних напіврозмахів коливань динамічних резонансних піків – це частотно-швидкісний спектр, обмежена множина максимумів обвідних напіврозмахів коливань динамічних резонансних піків – це амплітудно-швидкісний спектр, а обмежена множина максимумів і частот максимумів – це амплітудно-частотно-швидкісний спектр масива інформаційних сигналів, що застосовані до розв'язування задач параметричної і структурної ідентифікації коливальних систем резонансного типу.

Тоді у випадку приведення аналітичних співвідношень для визначення резонансних частот і максимумів обвідних напіврозмахів коливань статичних резонансних піків до форм лінійних регресійних залежностей будемо визначати статистичні інформаційні масиви максимумів обвідних напіврозмахів коливань і частот максимумів динамічних резонансних піків і при

застосуванні класичного методу найменших квадратів визначати оцінки параметрів отриманих регресійних залежностей.

Наведений спектральний метод параметричної ідентифікації коливальних систем може бути застосованим при проведенні вібровипробувань об'єктів резонансного типу на віброміцність, вібростійкість і вібронадійність при застосуванні стандартної апаратури і пристроїв для проведення вібровипробувань в режимах розгортки частоти сигналу збудження.

### ЗАДАЧА О СВОБОДНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ $A_\phi^\infty$ .

*Швырков А.И., СумГУ, г. Сумы.*

Через  $D$  обозначим единичный круг  $\{z: |z| < 1\}$ . Рассмотрим пространство голоморфных функций

$A_\phi^{-p} := \left\{ f \in H(D) : \|f\|_{A_\phi^{-p}} = \sup_{z \in D} e^{-p\phi(z)} |f(z)| < \infty \right\}$ ,  $p > 0$  и определим

$A_\phi^{-\infty} := \bigcup_{p>0} A_\phi^{-p}$ , где  $\phi(z)$  - субгармоническая функция такая, что

- 1)  $\phi(z) = \phi(|z|)$  для любых  $z$ ;
- 2)  $\phi(z)$  - медленно возрастающая функция, т. е.  $(1-r)\phi(r)$  убывает и существует  $C > 0$  такое, что  $\phi(1-r^2) \leq C\phi(1-r)$ ,  $r \in (0,1)$ ;
- 3)  $\tilde{\Delta}\phi(z) = (1-|z|^2)^2 \Delta\phi(z) \geq \delta$  для некоторого  $\delta > 0$ ;
- 4) существует такое  $C > 0$ , что  $\phi(z) \leq C\tilde{\Delta}\phi(z) \log\left(\frac{e}{1-|z|}\right)$  для любых  $z$ ;
- 5)  $\lim_{r \rightarrow 1} \phi(r) = \infty$ .

**Определение.** Дивизор  $X := \{a_n, q_n\}$ ,  $a_n = r_n e^{i\theta} \in D$ , где  $n$  - натуральное число, называется интерполяционным для пространства  $A_\phi^{-\infty}$ , если для любой последовательности  $\{b_{n,k}\}$ ,

$n \in \mathbb{N}$ ,  $k = 1, 2, \dots, q_n$  такой, что  $\sup_{n \in \mathbb{N}} \left( \sum_{k=1}^{q_n} |b_{n,k}| \right) e^{-p\phi(a_n)} < \infty$  при не-



которм  $p > 0$ , существует функция  $f(z) \in A_\phi^{-\infty}$  такая, что

$$\frac{f^{(k-1)}(a_n)(1-r_n)}{(k-1)!} = b_{n,k}, \quad n \in N; \quad k = 1, 2, \dots, q_n.$$

Доказана следующая

**Теорема.** Следующие утверждения эквивалентны:

1) дивизор  $X$  является интерполяционным для пространства  $A_\phi^{-\infty}$ ;

2)

$$\overline{\lim}_{r_n \rightarrow 1} (\phi^{-1}(|a_n|)) \ln \left\{ \gamma_{n,1} |1 - |a_n||^{-q_n} \right\} < \infty,$$

где

$$\gamma_{n,k} = \frac{1}{(k-1)!} \left( \frac{d}{dz} \right)^{k-1} \frac{(z - a_n)^{q_n}}{1 - zg(z)} \Big|_{z=a_n},$$

$$g(z) \in A_\phi^{-q}: \|g\|_{A_\phi^{-q}} \leq \frac{C}{e^{q_n}}; \quad g^{(l)}(a_n) = \frac{l!(-1)^l}{a_n^{l+1}};$$

3)

$$\sup_{z \in D} J_D^+(z, \delta) < +\infty,$$

$$\phi^{-1}(a_n)(q_n - 1) \ln \frac{1 - |a_n|}{2(1 + |a_n|)} < +\infty,$$

где

$$J_D^+(z, \delta) = \int_0^\delta \frac{\Phi_D(z, \alpha)}{\alpha} d\alpha, \quad \Phi_D(z, \alpha) = \frac{n_D((C(z, \alpha|z|) \setminus a_n))}{\phi(|z|)},$$

$$n_D(G) = \sum_{a_n \in G} g_n.$$



## **ТЕРМОДИНАМІЧНЕ УЯВЛЕННЯ БІФУРКАЦІЇ ХОПФА**

*І.О. Шуда, Сумський державний університет, м. Суми*

У рамках узагальненого гамільтонівського формалізму встановлено, що сумісний розгляд наборів швидких і повільних динамічних змінних приводить до ефективного каліброваного поля при умові, що повільні змінні впливають на величини швидких. Потенціал цього поля зводиться до середньої за кутом канонічної пари дія-кут, яка береться від добутку спряженого імпульсу на похідну швидкої координати по повільній. У випадку біфуркації Хопфа поява такого поля означає, що така біфуркація приводить до обертання не тільки конфігураційної точки у фазовій площині, а і всієї області обмеженої граничним циклом. Іншими словами, фізична картина біфуркації Хопфа представляє її не як математичну конструкцію, а як реальний об'єкт.

У результаті фазова площина, що обертається і містить набір граничних циклів, може бути представлена по аналогії із надтекучим гелієм, що міститься у посудині, яка обертається. У рамках такого уявлення швидко змінний кут зводиться до фази комплексного параметра порядку, квадрат модуля якого відіграє роль узагальненої дії. При цьому векторний потенціал каліброваного поля представляється відносною швидкістю обертання внутрішньої області граничного циклу за відношенням до зовнішньої. Відповідно, повільні змінні зводяться до параметрів розкладу Ландау.

## **ПОВЫШЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МАШИН ПОСРЕДСТВОМ МЕТОДА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ.**

*Мартинова Н.С., СумГУ, Сумы*

Известно, что все течения жидкостей и газов делятся на два типа: спокойные и плавные течения, называемые ламинарными, и их противоположность - так называемые турбулентные течения, при которых скорость, давление, температура и другие гидродинамические величины беспорядочно пульсируют, край-

не нерегулярно змінюючись в пространстві і во часі. Складний характер коливань швидкості і температури при турбулентному течії, багато пульсацій різних періодів і амплітуд, спостережувані на графіках і фотографіях, ілюструють складну внутрішню структуру турбулентних течій, різко відмінюючись в цьому відношенні від ламінарних. Ця складна структура сказується на багатьох властивостях течії, що відбуваються різними в ламінарному і турбулентному випадках. Так турбулентні течії мають набагато більшу здатність до передачі кількості руху і тому в багатьох випадках виконують набагато сильніше силове вплив на обтекаємих рідиною тверді тіла. Аналогічним чином турбулентні потоки мають підвищену здатність до передачі тепла і пасивних домішок, до поширенню хімічних реакцій, до переносу взвешених частинок і т.д. Завдяки наявності внутрішніх неоднорідностей турбулентні течії здатні розсіювати проходять крізь рідину або газ звукові і електромагнітні хвилі.

Перераховані властивості турбулентних течій є дуже важливими для багатьох завдань природознавства і техніки, і, зокрема, для підвищення енергетичних показників гідравлічних машин і їх надійності. Питання про те, чи зустрічаються турбулентні течії, є невідомим практичним і теоретичним інтересом. З'ясовується, що переважаюче більшість реально зустрічаються в природі і техніці течій є саме турбулентними. Тому вивчення турбулентності, безсумнівно, є дуже важливою практичною задачею.

В доповіді наводяться деякі гіпотези побудови замкнених моделей турбулентності і розрахунок втрат механічної енергії в проточній частині гідравлічних машин, використання яких буде сприяти покращенню показників гідравлічних машин.



**ОПЫТ МНОГОЛЕТНЕГО ТВОРЧЕСКОГО СОДРУЖЕСТВА УЧЕНЫХ КАФЕДРЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ СО СВОИМИ КОЛЛЕГАМИ ИЗ ЗАРУБЕЖНЫХ УНИВЕРСИТЕТОВ**

*проф. Фильштинский Л.А., СумГУ*

На кафедре помимо традиционной тематики связанной с разработкой структурной теории композитных материалов, контактными задачами теории оболочек, граничными задачами механики разрушения развиваются новые направления инициируемые запросами механики связанных полей – электро- и магнитоупругость, неклассические проблемы связанной термоупругости, оптимальные управления физическими полями и вынужденными движениями упругих пьезопассивных и пьезоактивных тел, пластин и оболочек. Для решения этих сложных задач математической физики применяется современный математический аппарат – методы теории функций и функционального анализа, обобщенные функции, техника теории сингулярных интегральных уравнений и т.п.

В отдельный блок выделим исследования самого последнего времени в области криптографии, аппроксимации решений функциональных и операторных уравнений, конкретных проблем экономики и планирования.

По многим проблемам ученые кафедры плодотворно сотрудничают с зарубежными вузами и научно-исследовательскими институтами. Так в области структурной теории композитных материалов, регулярных оболочечных и дисковых упругих систем заведующий кафедрой проф. Л.А. Фильштинский проводил совместные исследования с КБ Бондарюка, занимающимся проектированием ядерного двигателя, с НИИ механики МГУ, с комиссией по прочности двигателей, председателем которой был член-корреспондент АН СССР Э.И. Григолюк.

В результате такого творческого союза появился обзор и три монографии [1–4], причем книга [2] была настольной книгой

конструкторов в головному ракетном Всесоюзном научно-исследовательском институте НИИ-88.

Большой объем исследований в области граничных проблем механики разрушения проводился проф. Л.А. Фильштинским, к.ф.-м.н. М.Л. Фильштинским и их учениками и сотрудниками совместно с институтом механики МГУ. Обзор этих исследований содержится в сборнике МГУ [5].

Нас связывает многолетняя творческая дружба с кафедрой механики факультета прикладной математики и физических наук Афинского национального технического университета. По приглашению Афинского университета М.Л. Фильштинский и Л.А. Фильштинский в разное время работали в этом университете и в рамках международной научной программы INTAS, в рамках двухстороннего сотрудничества, и в рамках трехстороннего сотрудничества (АНТУ, МИХМ, СУМГУ).

Глубокие и разносторонние исследования в области наиболее трудных-контактных и смешанных задач электроупругости проведены вед. научным сотрудником М.Л. Фильштинским. Трагическая гибель, помешала ему выполнить задуманное. Однако и того, что он сделал – хватило на несколько книг [6-10].

В области статических и динамических пространственных задач упругости и электроупругости мы имеем творческое сотрудничество с кафедрой механики и инженерных наук Пенсильванского государственного университета (США). С нашей стороны в этом проекте участвует докторант Ковалев Ю.Д. и проф. Фильштинский Л.А. от Пенсильванского университета проф. Ventsel E.S. Совместные результаты опубликованы в статьях [11, 12].

Отметим также, что в области неклассических (гиперболических) задач теплопроводности и проблем связанной термоупругости интенсивно работают аспиранты и сотрудники кафедры Киричек Т.А., Кобзарь В.Н., Бондарь А.В., Молдаванова Н.А., Сиренко Ю.В.

Статические и динамические плоские и пространственные граничные задачи упругости, электро- и магнитоупругости рас-



смагиваются в исследованиях к.ф.-м.н. Сушко Т.С., Шрамко Л.В., асп. Кушнира Д.В., Стативки Е.Н., докторанта Ковалева Ю.Д., доц. Брацьхиной Л.И., науч. сотр. Мизиной Т.Л.

Дальнейшая разработка теории упругих структур регулярного строения, а также регулярных гармонических полей содержится в исследованиях к.ф.-м.н. Шрамко Ю.В.

Работами по направлениям «криптография», «теория аппроксимации» и «математические проблемы экономики» руководит на кафедре доц. Фильштинский В.А.

Цели:

1. Разработка по возможности «непотопляемых» крипто-систем;
2. Разработка приближенных функциональных алгоритмов решения уравнений (функциональных, операторных и т.п.)
3. На основе аппарата прикладной математики, теории аппроксимации, решение актуальных для региона, города, села проблем экономики.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Григолюк Э.И., Фильштинский Л.А. Перфорированные пластинки и оболочки и связанные с ними проблемы. Обзор результатов. – Итоги науки. Механика. «Упругость и пластичность». М.ВИНИТИ. 1965. – с.7-163
2. Григолюк Э.И., Фильштинский Л.А. Перфорированные пластины и оболочки. – М., «Наука», 1970. – 556 с.
3. Григолюк Э.И., Фильштинский Л.А. Периодические кусочно-однородные упругие структуры. – М., Наука, 1992. – 290 с.
4. Григолюк Э.И., Фильштинский Л.А. Регулярные кусочно-однородные структуры с дефектами. – М. Изд-во «Физико-математическая литература», 1994. – 335с.
5. Фильштинский Л.А. Двумерные статические и динамические задачи упругости для тел с трещинами. – Сб. «Теория и расчет элементов тонкостенных конструкций», Издательство МГУ, 1986. – с.107-117

6. М.Л. Фильштинский, Д. Бардзокас Метод граничных интегральных уравнений в проблемах дифракции электроупругих волн: Учебное пособие. – Сумы, 1999. – 194 с.
7. Бардзокас Д.И., Фильштинский М.Л. Электроупругость кусочно-однородных тел. – Сумы: Издательство «Университетская книга», 2000. – 308с.
8. Бардзокас Д.И., Зобнин А.И., Сеник Н.А., Фильштинский М.Л. Математическое моделирование в задачах механики связанных полей. Т.І Введение в теорию термопьезоэлектричества. – М.: КомКнига, 2005.-312 с.
9. Бардзокас Д.И., Зобнин А.И., Сеник Н.А., Фильштинский М.Л. Математическое моделирование в задачах механики связанных полей. Т.ІІ Статические и динамические задачи электроупругости для составных многосвязных тел. – М.: КомКнига, 2005.-376 с.
10. Бардзокас Д.И., Зобнин А.И., Сеник Н.А., Фильштинский М.Л. Задачи по теории термопьезоэлектричества с подробными решениями: Учебное пособие. – М.: КомКнига, 2005.- 176 с.
11. L. A. Fil'shtinskii, Yu.D. Kovalyov, E.S. Ventsel. Solution of the elastic boundary value problems for a layer with tunnel stress raisers. – Int. Journal of Solids and Structures 39 (2002) – 6385-6402
12. L. A. Fil'shtinskii, Yu.D. Kovalyov, E.S. Ventsel. Bending of layers weakened by cuts. – Int. Journal of Solids and Structures 43 (2006) – 346 – 356.

## **О КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЕ УЧЕТА МНОГОСТОРОННИХ ИНТЕРЕСОВ**

*доц. В. А. Фильштинский, СумГУ*

Возможность максимально полного учета взаимных, не обязательно только двусторонних, интересов позволяет существенно ускорить движение средств и активизировать производст-

венную и финансовую деятельность. В сообщении рассматривается соответствующий механизм. В связи с этой задачей:

1. Разработан алгоритм (и его программная реализация), позволяющий решить задачу выхода из финансового тупика группы взаимно заинтересованных предприятий (фирм).

Взаимная заинтересованность может быть выражена достаточно слабо. Термин "финансовый тупик" здесь понимается в следующем смысле: каждый участник данной группы фирм желает приобрести товар у одного или нескольких участников, но средства на эти приобретения ожидает от других участников (все в режиме ожидания).

Пусть к участию в многосторонней сделке привлечено 5 фирм.

Фирмы	1	2	3	4	5
На счету фирмы, тыс.	0	0	80	0	50

Фирмы желают приобрести у перечисленных фирм на сумму

продавец покупатель	1	2	3	4	5
1		100 млн			30 тыс.
2				80 тыс.	
3	120 тыс.				
4			50 тыс.		
5	70 тыс.				

Ни у одной из них НЕДОСТАТОЧНО СРЕДСТВ до перечислений на свой счет от других участников. Налицо - тупиковая ситуация. Но есть ОРГАНИЗАТОР с некоторыми свободными средствами. (10 -15 % от суммы всех сделок; в примере 40 - 50 тыс. от общей суммы в 450 тыс.), который так организует

(а) overdraft = кредитование участников с мгновенным возвратом кредита (кредит выдается только на время, необходимое для обработки информации с помощью ЭВМ);

(б) последовательность и суммы переводов средств со счетов одних участников на счета других,



что все запланированные сделки станут возможны, а на счетах фирм будет:

Фирма	1	2	3	4	5
Счет, тыс.	60	20	10	30	10

Ясно, что именно такие счета должны быть в итоге проведения всех сделок.

Выбрать последовательность платежей можно, например, так:

Шаг 1: фирма 1 берет кредит в 30 тыс. и расплачивается с ф.5.

Шаг 2: фирма 5 расплачивается с ф.1 (70 тыс.).

Шаг 3: фирма 1 возвращает кредит в 30 тыс.

Шаг 4: фирма 3 берет кредит в 40 тыс. и расплачивается с ф.1.

Шаг 5: фирма 1 расплачивается с ф.2 (100 тыс.).

Шаг 6: фирма 2 расплачивается с ф.4 (80 тыс.).

Шаг 7: фирма 4 расплачивается с ф.3 (50 тыс.).

Шаг 8: фирма 3 возвращает кредит (40 тыс.).

В этой последовательности платежей и займов (с возвратами) понадобилось 40 тыс. для выхода из тупика. "Денежный мешок" сыграл роль катализатора. Его деньги не были истрачены, они были в работе лишь на время обработки информации ЭВМ и распечатки банковских документов. Сложность состоит в организации маршрутов движения денег при большом числе участников. Предлагаемая в сообщении система организует (с привлечением ЭВМ) такие многосторонние сделки и может быть адаптирована к внешним требованиям (процент организатору, налоги и т.п.).

Достоинства системы МД (многосторонние договора) прежде всего в том, что за счет временного альянса фирм и наличия организатора последовательное проведение сделок становится параллельным и у альянса появляется возможность выхода из тупиковой ситуации.



Если допустить возможность разбить единый платеж на несколько, то можно вообще обойтись без краткосрочного и иного кредитования.

Но должны быть выделены минимальные средства не менее: для фирмы 3 - это 70 тыс., для фирмы 5 - это 40 тыс., остальные ничего не должны выделять.

Клиринговый вариант решает ту же задачу и минимизирует "путешествия" денег из региона в регион (или из отрасли в другую и т.п.).

Соответствующим образом переработанный алгоритм позволяет обоснованно решать проблемы взаиморасчетов, производимых с помощью сверх краткосрочного кредитования и маршрутизации потоков денежных средств.

С предыдущими задачами тесно связана задача о перерасчете ВНУТРЕННИХ ЦЕН в группе предприятий - как и в предыдущих случаях, имеется нехватка средств. Система назначает такие новые существенно более низкие цены на товары и услуги внутри группы, но так, что разница между доходами и расходами у каждого участника будет такой же, как если бы цены не менялись. Величины новых цен зависят от количеств покупаемых товаров и услуг.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. В.А. Фильштинский, С.В. Фильштинский. Взаиморасчет, взаимозачет, многосторонние сделки. - Харьков: АО «Бизнес Информ». - 1996. - 92 с.

#### **ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ СОСТАВНОГО ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА С ТУННЕЛЬНОЙ ПОЛОСТЬЮ (АНТИПЛОСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ)**

*Сушко Т.С., СумГУ*

Граничные задачи электроупругости приводят к сложным системам дифференциальных уравнений в частных производных эллиптического или гиперболического типа. Для однородных тел эти задачи хорошо разработаны. Однако наиболее ярко проявляется пьезоэлектрический эффект в окрестности различного

рода неоднородностей и при динамических возбуждениях пьезокерамических тел.

В данной работе рассматривается составное пространство, состоящее из двух непрерывно скрепленных вдоль плоскости  $x_2 = 0$  разнородных пьезокерамических полупространств. Предполагается, что в верхнем полупространстве имеется туннельная вдоль оптической оси  $x_3$  полость, поперечное сечение которой ограничено достаточно гладким замкнутым контуром  $L$ , а ее поверхность свободна от усилий. Пусть на линии  $x_1 = x_{11}$ ,

$x_2 = x_{21}$ ,  $-\infty < x_3 < \infty$  равномерно распределены гармонически изменяющиеся во времени сдвиговые усилия или электрические заряды интенсивностей  $-p_1$  и  $p_2$  ( $p_k = const$ ) соответственно.

В указанной постановке в теле имеют место двумерные сопряженные волновые поля соответствующие состоянию антиплоской деформации составного пьезокерамического пространства плоскости  $Ox_1x_2$ .

Процедура сведения рассматриваемой граничной задачи к интегральным уравнениям состоит в следующем. С использованием остроенных ранее фундаментальных решений стационарных динамических уравнений электроупругости строятся интегральные представления решений, которые обеспечивают существование заданной цилиндрической волны от линейного источника и распределение физических полей на контуре туннельной полости, а также выполнение условий сопряжения на поверхности раздела материалов. Осуществляя предельный переход и требуя выполнения заданных граничных условий на контуре полости, построена система сингулярных интегральных уравнений

$$-1)^k \frac{\omega_k(\zeta_0)}{2} + \sum_{n=1}^2 \int_L \omega_n(\zeta) G_{kn}(\zeta, \zeta_0) ds = N_k(\zeta_0) \quad (k=1,2), \quad \zeta_0 \in L. \quad (1)$$

В системе (1) выровнены порядки величин, что благоприятно сказывается на численной реализации, построенного аналитического алгоритма.

Для определения концентрации напряжений интерес представляет тангенциальное сдвиговое напряжение

$$\sigma_{33} = \sigma_{23} \cos \psi - \sigma_{13} \sin \psi \text{ на контуре полости } L.$$

Построенные аналитические алгоритмы реализованы численно. Написаны прикладные программы, позволяющие исследовать зависимости физических полей от различных параметров (геометрических, физических).

Результаты численной реализации построенного аналитического алгоритма приведены ниже. Рассмотрено составное пространство (PZT-4/PP-2), ослабленное круговым в поперечном сечении туннельным отверстием ( $\zeta(\varphi) = \cos \varphi + i(\sin \varphi + 1.2)$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ) для случая, когда вдоль линии  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3$ ,  $-\infty < x_3 < \infty$  равномерно распределены гармонически изменяющиеся во времени сдвиговые усилия интенсивности  $-p_1 = -1$ . На рис. 1-2 приведены графики изменения величины модуля сдвигового напряжения  $|T|$  на контуре отверстия для различных значений относительного волнового числа  $\gamma R$  ( $R$ - характерный размер дефекта). Кривые 1, 2, 3 на рис. 1 даны соответственно для значений  $\gamma R = 0.01$ ; 1.0; 2.0. Кривые 1, 2 на рис. 2 приведены для  $\gamma R = 3.0$ ; 4.0. Как видно из графиков максимумы напряжений расположены симметрично относительно вертикального радиуса окружности и как показывают численные исследования для указанных волновых чисел соответствуют точкам окружности  $\varphi \approx \pi/3$  и  $\varphi \approx 2\pi/3$  (в отличии от однородной пьезокерамической среды, где при таком нагружении максимумы расположены на горизонтальном радиусе отверстия). Последнее обстоятельство непосредственно связано с эффектами, возникающими в составной среде.



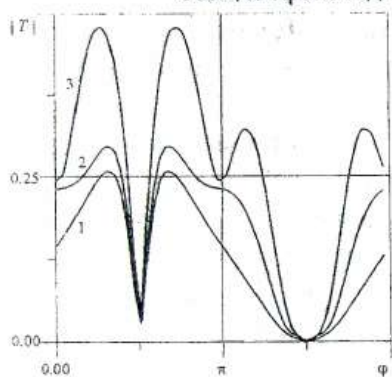


Рис. 1

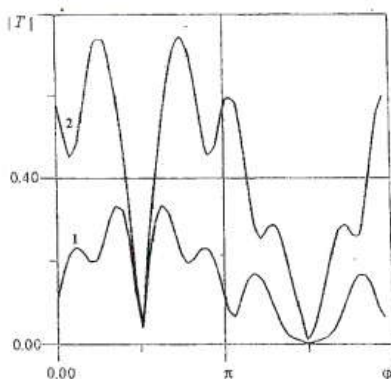


Рис. 2

Исследования показали, что наличие границы раздела двух сред приводит к перераспределению физических полей в среде по сравнению с однородной средой, что обусловлено дополнительным воздействием отраженной волны.

## ОСЕРЕДНЕННЯ МАГНІТНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ФЕРОМАГНІТНИХ ВОЛОКНИСТИХ КОМПЗИТІВ РЕ- ГУЛЯРНОЇ СТРУКТУРИ

*Шрамко Ю.В., СумДУ*

Широке використання автоматичних пристроїв на базі феромагнітних елементів є перспективним напрямком у розв'язанні низки актуальних проблем сучасної техніки та технології, таких як мікромініатюризація пристроїв та систем, створення обчислювальної техніки, вимірювальних приборів і т.н. Розробка та створення феромагнітних композиційних матеріалів дозволяє направлено змінювати фізико-механічні властивості феромагнітних, підвищувати їх міцність та довговічність. У зв'язку з тим, що феромагнітні композити є перспективними матеріалами в різних галузях техніки, виникає потреба побудови математичних моделей, на основі яких можливий адекватний опис фізико-механічних процесів в композиційних матеріалах. За допомогою строгих математичних підходів можливо передбачати властивості композиційних матеріалів и, таким чином, розглянути задачу створення композита із заданими чи оптимальними (за тими чи



іншими характеристиками) властивостями. Істотна неоднорідність композиційних матеріалів призводить до значних труднощів при використанні прямих чисельних методів розрахунків таких середовищ, тому для їх дослідження використовують метод осереднення, який дозволяє отримати аналітичні та чисельні оцінки макроскопічних властивостей композитів із врахуванням геометричних та фізико-механічних характеристик його компонентів. Багато композитів, що випускаються промисловістю, мають регулярну періодичну структуру, врахування якої дає можливість не тільки отримувати осередненні характеристики, але й розв'язувати таку важливу задачу, як визначення мікроскопічних полів у рамках комірки періодичності.

В даній роботі вивчаються властивості феромагнітних матеріалів, армованих регулярною двоперіодичною системою груп циліндричних феромагнітних волокон. Припущено, що в структурі задані середні значення компонент вектора магнітної індукції.

Розв'язання поставленої задачі здійснюється у два етапи. На першому визначається розподіл магнітних полів в регулярному феромагнітному середовищі. Для цього використовується метод інтегральних рівнянь. Загальне представлення розв'язку розшукується в класі квазіперіодичних функцій та описується дзета-функцією Вейерштрасса. Гранична задача магнітостатики в результаті зводиться до системи регулярних інтегральних рівнянь відносно невідомих щільностей, яка в подальшому реалізується чисельно за допомогою методу механічних квадратур.

Наведено розв'язання ряду задач про знаходження магнітних полів у регулярних структурах, армованих циліндричними волокнами еліптичного, трикутного та квадратного поперечного перерізу, при цьому розглянуті випадки, коли в межах фундаментальної комірки розміщено одне волокно, волокно і пара, два волокна (гібридний композит). Отримані результати наведені у вигляді рисунків: побудовані лінії рівня для компонент вектора магнітної індукції. Дослідження проводилось з метою з'ясування впливу геометричних розмірів та форм волокон (пор), їх комбі-

нації та взаємного розміщення на значення компонент магнітного поля.

Так, для композита тетрагональної будови ( $\omega_1 = 2$ ,  $\omega_2 = 2i$ ) виготовленого з фериту F-107 з відносною магнітною проникністю  $\mu_r^{(0)} = 110$  та армованого трикутними волокнами ( $\mu_r^{(1)} = 2500$  – технічне залізо), побудовані ізолінії компонент вектора магнітного поля у випадку, коли на границях фундаментальної комірки задано магнітне поле  $\langle \vec{B} \rangle = (0.5; 0)$  (рис. 1).

З наведених результатів випливає, що у випадку, коли в модельованому феромагнітному середовищі діє однорідне магнітне поле, в структурі композита магнітне поле неоднорідне: мають місце градієнти в околі включень. При цьому встановлено, що максимальні за величиною компоненти вектора магнітної індукції, що виникають в матриці та волокнах, діють у випадку армування матриці трикутними волокнами.

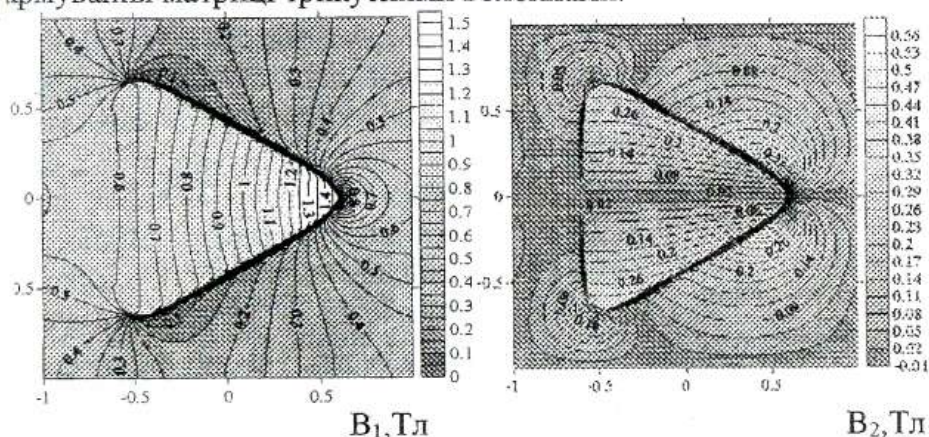


Рис. 1

Далі побудований алгоритм застосовується до осереднення магнітних властивостей волокнистих феромагнітних композитів. Під макромоделлю регулярно-армованого середовища розуміють однорідне феромагнітне середовище, рівняння стану якого збігаються із законом зв'язку між середніми значеннями компонент вектора магнітної індукції, з одного боку, та вектора напруженості магнітного поля – з іншого. У результаті отримуємо:



$$\begin{cases} \langle B_1 \rangle = \langle \mu_{11} \rangle \langle H_1 \rangle + \langle \mu_{12} \rangle \langle H_2 \rangle, \\ \langle B_2 \rangle = \langle \mu_{21} \rangle \langle H_1 \rangle + \langle \mu_{22} \rangle \langle H_2 \rangle, \end{cases}$$

$$\langle \mu_{11} \rangle = \frac{\langle v_{22} \rangle}{\Delta}, \quad \langle \mu_{12} \rangle = \frac{\langle v_{21} \rangle}{\Delta}, \quad \langle \mu_{21} \rangle = \frac{\langle v_{12} \rangle}{\Delta}, \quad \langle \mu_{22} \rangle = \frac{\langle v_{11} \rangle}{\Delta},$$

$$\Delta = \langle v_{11} \rangle \langle v_{22} \rangle - \langle v_{12} \rangle \langle v_{21} \rangle, \quad \langle v_{11} \rangle = \frac{1}{\mu_0 \mu_r^{(0)}} \left( 1 + \frac{2\pi}{F} \operatorname{Im} b^{(1)} \right), \quad \langle v_{12} \rangle = \frac{1}{\mu_0 \mu_r^{(0)}} \frac{2\pi}{F} \operatorname{Im} b^{(2)},$$

$$\langle v_{21} \rangle = -\frac{1}{\mu_0 \mu_r^{(0)}} \frac{2\pi}{F} \operatorname{Re} b^{(1)}, \quad \langle v_{22} \rangle = \frac{1}{\mu_0 \mu_r^{(0)}} \left( 1 - \frac{2\pi}{F} \operatorname{Re} b^{(2)} \right), \quad b^{(n)} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} t p_n(t) ds.$$

Очевидно, матеріал має анізотропію магнітних властивостей, величини  $\langle \mu_{ij} \rangle$  мають зміст ефективних магнітних проникностей.

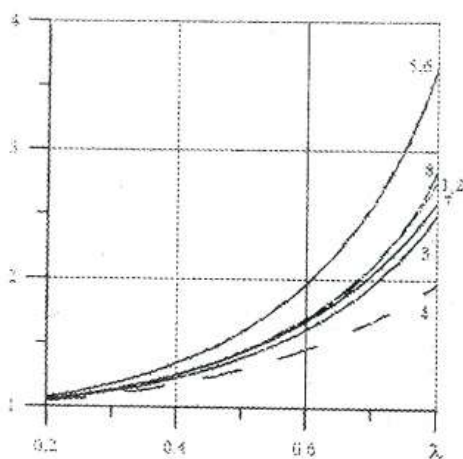


Рис. 2

Алгоритм знаходження макропараметрів середовища реалізований для феромагнітного композита, який має одне циліндричне волокно. Розглянуто феромагнітний композит тетрагональної будови ( $\omega_1 = 2, \omega_2 = 2i$ ) з волокнами кругового, еліптичного, "квадратного" або "трикутного" поперечного перерізу. Відносні магнітні проникності матриці та волокна —  $\mu_r^{(0)} = 110$  (ферит

F107),  $\mu_r^{(1)} = 2500$  (технічне залізо) відповідно. На рис. 2 побудовані осереднені магнітні проникності  $\langle \mu_{11} \rangle / \mu^{(0)}$ ,  $\langle \mu_{22} \rangle / \mu^{(0)}$  у функції параметра  $\lambda = 2R_1 / \omega_1$  для композита з волокнами кругового поперечного перерізу (криві 1, 2 відповідно), з волокнами еліптичного поперечного перерізу  $R_2 = 0.8R_1$  (криві 3, 4 відповідно), а також з квадратними волокнами в функції параметра  $\lambda = 2l / \omega_1$  ( $2l$  — довжина сторони квадрата) (криві 5, 6) та трикутними волокнами в функції параметра  $\lambda = 2l_h / \omega_1$  ( $2l_h$  — довжина висоти трикутника) (криві 7, 8). Із отриманих результатів випливає, що модельне середовище буде ізотропним при армуванні волокнами

кругового та квадратного поперечного перерізу та ортотропним при армуванні еліптичними або трикутними волокнами. Крім того, наявність еліптичності у волокон призводить до зниження значень макропараметрів композита порівняно з композитом, який має кругові волокна.

## **ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ДИСКРИМІНАНТНОГО АНАЛІЗУ ДАНИХ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ЕКОЛОГІЇ. ЗАДАЧА ВИЗНАЧЕННЯ ВОДОЗАБОРУ ЗА СКЛАДОМ ВОДИ.**

*Оглобліна О.І., СумДУ*

Моделювання задач екології, медицини, соціології дуже часто приводить до вивчення властивостей двох або більше груп об'єктів за декількома факторами одночасно. Для розв'язання таких задач застосовуються методи багатовимірного статистичного аналізу [1,3]. Зокрема, на сучасному етапі все більшої популярності для задач вищеназваних галузей науки набуває метод дискримінантного аналізу [1,4].

Дискримінантний аналіз – це узагальнюючий термін, який об'єднує в собі декілька щільно зв'язаних між собою статистичних процедур. Ці процедури можна розділити на методи інтерпретації міжгрупових відмінностей – методи дискримінації і методи класифікації спостережень по групах.

Методи дискримінації дозволяють відповісти на питання можливості розподілення об'єктів, що вивчаються на групи за даним набором факторів, оцінити вагомість кожного з факторів.

Метод класифікації пов'язані з отриманням функцій, які дозволяють згідно відомим значенням факторів розподілити новий об'єкт до однієї з отриманих груп. Такі функції називаються класифікуючими.

З використанням метода дискримінантного аналізу була побудована модель характеристики води, що поступає населенню від одного з 5 водозаборів м. Суми. Дискримінація по групах проводилася за чотирма факторами: вміст сухого залишку, фтору та заліза у воді та коефіцієнт жорсткості води. Для побудови



дискримінантних функцій взято 11 спостережень по кожному з водозаборів.

На основі спостережень вода, яка поступає споживачам, була розділена на п'ять класів за належністю до того чи іншого водозабору. Для кожного з класів були знайдені дискримінантні функції та оцінені їхні розподільні властивості з використанням функції Фішера та відстані Махалабоніса. Зроблений аналіз поведінки побудованої математичної моделі в разі рівної ймовірності розподілу забору води по різних пунктах та з урахуванням дискримінації. Зроблений висновок про ефективність класифікації приналежності води до того чи іншого водозабору.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.
2. Афифи А., Эйзенс С. Статистический анализ. Подход с использованием ЭВМ. Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – 488с.
3. Болч Б., Хуань К.Дж. Многомерные статистические методы для экономики: Пер.с англ. – М.: Статистика, 1979. – 317 с.
4. Факторный, дискриминантный и кластерный анализ: Пер. с англ., /Дж.-Он Ким, Ч.У. Мьюллер и др. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 215с.

### СМЕШАННАЯ СИММЕТРИЧНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОУПРУГОСТИ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО ЦИЛИНДРА

*Е. Н. Стативка, Ю. Д. Ковалёв, СумГУ*

Изучению напряженного состояния транслопного (изотропного) слоя, ослабленного сквозными туннельными отверстиями при скользящей заделке торцов (симметричный случай) посвящены работы [1,2]. В них решения краевых задач строятся с помощью полуобратного метода И.И. Воровича. В [3] рассмотрена

симметричная задача о распределении напряжений около кругового отверстия в нетонкой пьезокерамической пластине. Общий подход к решению смешанных задач теории упругости и электроупругости для слоя, ослабленного сквозными туннельными неоднородностями, отличный от [1,2], предложен в [4]. Исследованию напряженного состояния неоднородного пьезокерамического цилиндра при смешанных условиях на его торцах (кососимметричный случай) посвящена работа [5].

Рассматривается неоднородный пьезокерамический цилиндр конечной длины  $-h \leq x_3 \leq h$ , основания которого покрыты диафрагмой жесткой в своей плоскости и гибкой в перпендикулярном направлении и неэлектродированы, представляющий собой полый пьезокерамический цилиндр в который без предварительного натяжения вклеено или впаяно цилиндрическое включение той же толщины, но изготовленное из другого пьезокерамического материала. При этом направляющие цилиндрических поверхностей представляют собой достаточно гладкие замкнутые контуры  $L_j$  ( $j = 1, 2$ ). Для определенности под контуром  $L_1$  будем понимать направляющий контур цилиндрической поверхности, ограничивающей неоднородный цилиндр, а под контуром  $L_2$  - направляющий контур поверхности спая полого цилиндра и включения. Пусть на границе неоднородного цилиндра действует поверхностная нагрузка  $(N, T, Z, D_n)$ . Предполагаем, что компоненты заданной нагрузки раскладываются в ряды Фурье по координате  $x_3$  на  $[-h, h]$ .

Полная система уравнений, определяющая решение поставленной задачи (при отсутствии в теле объемных сил и зарядов), представлена в [6].

Граничные условия на основаниях цилиндра  $x_3 = \pm h$  возьмем в виде

$$u_1 = 0, \quad u_2 = 0, \quad \sigma_{33} = 0, \quad D_3 = 0. \quad (1)$$

Представим компоненты вектора перемещения и потенциал в виде

$$u_i = \sum_{k=0}^{\infty} u_{ik} \cos \gamma_k x_3 \quad (i=1,2), \quad \{u_3, \varphi\} = \sum_{k=0}^{\infty} \{u_{3k}, \varphi_k\} \sin \gamma_k x_3, \quad (2)$$

Здесь  $\gamma_k = (2k+1)\pi/2h$ .

Представления (2) автоматически удовлетворяют граничным условиям (1) на основаниях цилиндра.

Интегрируя полную систему уравнений из [6], приходим к представлениям вида

$$u_{1k} - iu_{2k} = -2\gamma_k \frac{U}{V} \sum_{m=1}^3 \frac{P_4^*(\mu_m)}{\mu_m^2 - \mu_0^2} \frac{\partial}{\partial z} \Omega_k^{(m)} + 2i \frac{\partial}{\partial z} \Omega_k^{(0)} \quad (k=0,1,\dots),$$

$$u_{3k} = \gamma_k^2 \sum_{m=1}^3 (d_2 \mu_m^2 - \delta_5) \Omega_k^{(m)}, \quad \varphi_k = \gamma_k^2 \sum_{m=1}^3 (\delta_4 - d_1 \mu_m^2) \Omega_k^{(m)} \quad (3)$$

$$(\nabla^2 - \gamma_k^2 \mu_0^2) \Omega_k^{(0)} = 0, \quad (\nabla^2 - \gamma_k^2 \mu_m^2) \Omega_k^{(m)} = 0 \quad \mu_m \quad (m=\overline{1,3})$$

В дальнейшем индекс «1» придадим величинам, описывающим напряженно-деформируемое состояние полого цилиндра, а индекс «2» - включения.

Искомые метагармонические функции, фигурирующие в (3), будем разыскивать в виде

$$\Omega_{1k}^{(m)} = \int_{L_1} p_{1k}^{(m)}(\zeta_1) K_0(\gamma_k \mu_1^{(m)} r_{11}) ds_1 + \int_{L_2} \tilde{p}_{1k}^{(m)}(\zeta_2) K_0(\gamma_k \mu_1^{(m)} r_{12}) ds_2$$

$$\Omega_{2k}^{(m)} = \int_{L_2} p_{2k}^{(m)}(\zeta_2) K_0(\gamma_k \mu_2^{(m)} r_{22}) ds_2 \quad (m=0,1,2,3), \quad (4)$$

Граничные условия на  $L$  запишем в комплексной форме

$$(\sigma_{11} + \sigma_{22}) - e^{2i\psi} (\sigma_{22} - \sigma_{11} + 2i\sigma_{12}) = 2(N - iT),$$

$$\operatorname{Re}\{e^{-i\psi} (\sigma_{13} + i\sigma_{23})\} = Z, \quad D_n = 0, \quad (5)$$

где  $\psi$  - угол между внешней нормалью к поверхности неоднородного цилиндра и осью  $Ox_1$ . Условия сопряжения на границе раздела материалов имеют вид



$$N_1 - iT_1 = N_2 - iT_2, \quad u_{11} - iu_{21} = u_{12} - iu_{22},$$

$$u_{31} = u_{32}, \quad Z_1 = Z_2, \quad E_{1s} = E_{2s}, \quad D_{1n} = D_{2n}. \quad (6)$$

Граничная задача (5) – (6) с учетом представлений (4) сводится при помощи предельного перехода на  $L_1$  и  $L_2$  к системе, состоящей из двенадцати сингулярных интегродифференциальных уравнений (при каждом фиксированном  $k$ ), которую ввиду ее громоздкости здесь не приводим.

В качестве примера рассматривается неоднородный цилиндр, с включением кругового поперечного сечения:

$$L_1: \xi_{11} = R_{11} \cos \varphi_1, \quad \xi_{12} = R_{12} \sin \varphi_1, \quad 0 \leq \varphi_1 \leq 2\pi,$$

$$L_2: \xi_{21} = R_{21} \cos \varphi_2 + d, \quad \xi_{22} = R_{22} \sin \varphi_2, \quad 0 \leq \varphi_2 \leq 2\pi.$$

на поверхности цилиндра действует нагрузка  $N = P$  ( $P = const$ ).

Для характеристики напряженного состояния на границе разделов материалов производился расчет напряжения

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{11} \sin^2 \theta + \sigma_{22} \cos^2 \theta - 2\sigma_{12} \cos \theta \sin \theta, \quad (7)$$

$\theta = \psi - \pi$  – со стороны полого цилиндра и  $\theta = \psi$  – со стороны включения.

На рисунке 1 приведены эпюры распределения относительного окружного напряжения  $\sigma_{\theta\theta}/P$  вдоль «толщинной» координаты в точке  $\varphi_2 = 0$  на границе раздела материалов при  $h = 2$ ,  $R_{11} = R_{12} = 2$  (материал включения – РХЕ-5, материал полого цилиндра – PZT-4), для включения кругового поперечного сечения ( $R_{21} = R_{22} = 1$ ). Кривые 1 и 3 построены со стороны включения и полого цилиндра соответственно. Кривые 2 и 4 приведены для  $d = 0,75$  со стороны включения и полого цилиндра соответственно. Точками вдоль кривых 1 и 3 нанесены результаты точного решения осесимметричной задачи электроупругости для неоднородного кругового цилиндра, полученного методом рядов.

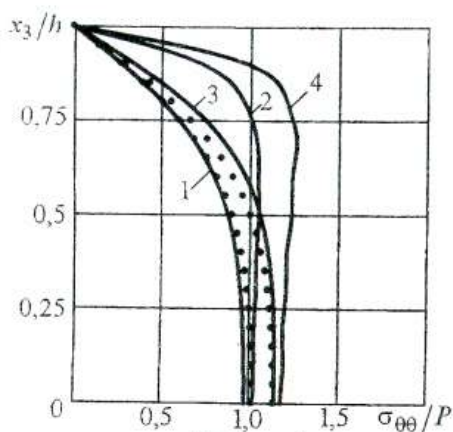


Рисунок 1

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Буланов Г.С., Шалдырван

В.А. Решение смешанной задачи о концентрации напряжений в толстой пластине // Теорет. и прикладная механика. Харьков: Основа, 1984. Вып.15. С.5-9.

2. Алтухов Е.В., Косова В.В. Смешанная краевая задача для тракторного слоя с полостью // Теорет. и прикладная механика. Харьков: Основа, 1995. Вып.25. С.8-15.

3. Хома И.Ю., Хома Ю.И., Проценко Т.М. Трехмерное распределение напряжений около отверстия в нетонкой пьезокерамической пластине // Теорет. и прикладная механика. 2005. Вып.40. С.18-23.

4. Фильштинский Л.А. Периодические решения теории упругости для цилиндра в  $R^3$  // Теорет. и прикладная механика. Харьков: Основа, 1990. Вып.21. С.13-20.

5. Ковалев Ю.Д., Стативка Е.Н. Смешанная кососимметричная задача электроупругости для неоднородного цилиндра // Теорет. и прикладная механика. 2005. Вып.41. С.83-90.

6. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Электроупругость. - Киев: Наук. думка, 1989. -280 с. - (Механика связанных полей в элементах конструкций: в 5 т.: Т.5).

## НЕКЛАСИЧНІ ПРОСТОРОВІ ЗАДАЧІ ЗВ'ЯЗАНОЇ ТЕРМОПРУЖНОСТІ

*Бондар О.В., Фильштинський Л.А., СумДУ*

В сучасному машинобудуванні та будівництві широко застосовуються матеріали, в яких ефект зв'язаності термопружних полів є досить суттєвим. До таких матеріалів відносять матеріали альдегідних груп, такі як полівінілформаль, полівінілбутираль, полістирол та інші. Більшість конструкцій працюють в умовах великих перепадів температур при дії інтенсивних динамічних навантажень. У зв'язку з цим при проектуванні конструкцій та їх елементів виникає необхідність у створенні методик розрахунку, що дозволять оцінювати зв'язані термопружні поля в умовах великих перепадів температур та різноманітних механічних впливів.

В загальному вигляді зв'язана задача термопружності є складною задачею математичної фізики. В літературі існують розв'язки окремих задач для тонкостінних пластин та оболонок, півпросторів з отворами та ін. Тому розробка аналітичних та чисельних процедур розв'язування просторових задач зв'язаної термопружності в теперішній час є досить актуальною проблемою механіки деформівного твердого тіла.

В даній роботі одним з авторів був запропонований новий підхід до розв'язування зв'язаних задач термопружності для багатошарових плит та циліндричних оболонок, що спирається на Ф-розв'язки для шару в  $R^3$ , який зводить задачу до сингулярних інтегральних рівнянь. Приводяться результати чисельних досліджень термопружних полів для тіл різноманітних конфігурацій та фізичних властивостей. Досліджено вплив ефекту зв'язаності термомеханічних полів на розподіл амплітудних значень характеристичних напружень в залежності від зміни відносного хвицьового числа.

Основна система рівнянь зв'язаної термопружності після зиключення з неї часового множника  $e^{-i\omega t}$  має вигляд:

$$\Delta U_j + \sigma \delta_j e^{-\frac{3\lambda + 2\mu}{\mu} \alpha_T \partial_j U_4 + \gamma_2^2 U_j} + \frac{1}{\mu} X_j^* = 0 \quad (j = 1, 2, 3),$$



$$\Delta U_4 + (\gamma_T^2 + i\gamma^2)U_4 + m\omega(j + \tau^*\omega)e + \frac{Q^*}{\lambda_T}(1 - i\omega\tau^*) = 0$$

$$\gamma_T^2 = \frac{\omega^2}{V_T^2}, \quad \gamma^2 = \frac{\omega}{a^2}, \quad \gamma_2^2 = \frac{\omega^2}{V_2^2}, \quad m = \sigma ET_0 \frac{\alpha_T}{\lambda_T}, \quad a^2 = \frac{\lambda_T}{\rho c_\varepsilon}, \quad \sigma = \frac{1}{1-2\nu},$$

$$\partial_j = \frac{\partial}{\partial x_j}, \quad \Delta = \partial_j \partial_j, \quad e = \partial_k U_k, \quad k = 1, 2, 3.$$

де  $U_j$  ( $j = \overline{1,4}$ ),  $X_j^*$  и  $Q^*$  – амплітуди переміщень  $u_j$ , температури  $\theta = T - T_0$ , інтенсивностей об'ємних сил  $F_j$  та теплових джерел  $Q$  відповідно;  $E, \nu, \rho$  – модуль Юнга, коефіцієнт Пуассона та густина матеріалу,  $\alpha_T, \lambda_T, c_\varepsilon$  – коефіцієнти лінійного теплового розширення, теплопровідності та теплоємності матеріалу;  $\lambda, \mu$  – параметри Ламе,  $V_T$  и  $V_2$  – швидкості поширення теплових та механічних зсувних збуджень;  $T_0$  – температура тіла в початковому не збудженому стані,  $\tau^*$  – час релаксації теплового потоку,  $\omega$  – кругова частота.

Нехай вздовж відрізка  $x_1 = x_{10}, x_2 = x_{20}, |x_3| \leq h$  розподілені зусилля  $Y_j = \text{Re}(e^{-i\omega t} X_j)$  або теплові джерела  $q = \text{Re}(e^{-i\omega t} Q)$  з амплітудами

$$\{X_1, X_2, Q\} = \sum_{n=0}^{\infty} \{P_{1n}, P_{2n}, P_{4n}\} \sin(\lambda_n x_3), \quad X_3 = \sum_{n=1}^{\infty} P_{3n} \cos(\lambda_n x_3), \quad \lambda_n = \frac{\pi(1+2n)}{2h}$$

Польові величини представимо у вигляді

$$\{U_1, U_2, U_4\} = \sum_{n=0}^{\infty} \{U_{1n}, U_{2n}, U_{4n}\} \sin(\lambda_n x_3), \quad U_3 = \sum_{n=0}^{\infty} U_{3n} \cos(\lambda_n x_3),$$

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} e_n \sin(\lambda_n x_3), \quad e_n = \partial_1 U_{1n} + \partial_2 U_{2n} - \lambda_n U_{3n},$$

$$T^e - T_0 = \text{Re} \left\{ e^{-i\omega t} U^e \right\}, \quad U^e = \sum_{n=0}^{\infty} U_n^e \sin(\lambda_n x_3),$$

де  $T^e$  – температура зовнішньої середи.

Виключаючи з системи час та товщинну координату  $x_3$ , отримуємо систему диференціальних рівнянь відносно коефіцієнтів Фур'є польових величин. Розглядаючи окремо кожний із чотирьох варіантів збудження, отримуємо матрицю  $\Phi$ -розв'язків  $\|g_{kn}^{(m)}\|$  в наступному вигляді:

$$U_{kn}^{(m)} = \frac{P_{mn}}{4i\mu} g_{kn}^{(m)} \quad \left( k, m = \overline{1,4}; n = 0,1,\dots \right)$$

До елементів матриці  $\Phi$ -розв'язків входять коефіцієнти, що залежать від фізичних параметрів тіла, та функції Ганкеля першого роду відповідного аргументу.

Розглянемо тепер зв'язану динамічну задачу термопружності для циліндра скінченої довжини. Інтегральні представлення польових величин, що описують термопружний стан тіла, введемо за допомогою згортки матриці фундаментальних розв'язків з компонентами вектора переміщень та температури. Відповідно отримаємо

$$U_{kn}(z) = \int_{\Gamma} \sum_{m=1}^4 Z_m^{(n)}(\zeta) g_{kn}^{(m)}(\zeta, z) ds, \quad \zeta \in \Gamma \quad \left( k = \overline{1,4}; n = 0,1,\dots \right)$$

де  $Z_m^{(n)}(\zeta)$  – „щільності”, що належить визначити,  $\Gamma$  – контур поперечного перетину циліндра.

Компоненти тензора напружень представимо у вигляді:

$$\sigma_{ij} = \operatorname{Re} \left\{ e^{-i\alpha z} S_{ij} \right\}, \quad S_{ij} = \mu (\partial_i U_j + \partial_j U_i) + (\lambda \partial_i U_i - 2\mu(1+\nu)\sigma_{\alpha T} U_4) \delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

де  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Нехай на поверхні циліндру  $S$  задані нормальна та дотична компоненти вектора напруження, а тепловий потік задовольняє умові теплообміну з зовнішньою середою за законом Ньютона.

Тоді граничні умови на  $S$  можна записати наступним чином

$$\begin{aligned} S_1^{(n)} - e^{2i\psi} S_2^{(n)} &= 2(N^{(n)} - iT^{(n)}), & S_1^{(n)} - e^{-2i\psi} S_2^{(n)} &= 2(N^{(n)} + iT^{(n)}), \\ S_3^{(n)} e^{i\psi} + S_3^{(n)} e^{-i\psi} &= 2Z^{(n)}, & \frac{\partial U_{4n}}{\partial n} + h^* (U_{4n} - U_n^a) &= 0 \end{aligned}$$

Виконуючи операцію граничного переходу в комбінаціях (2.1), приходимо до системи із чотирьох сингулярних інтегральних рівнянь другого роду при кожному фіксованому  $n = 0, 1, \dots$

$$4iW_p^{(n)}(\zeta_0) + \int_{\Gamma} \sum_{m=1}^4 W_m^{(n)}(\zeta) K_{pm}^{(n)}(\zeta, \zeta_0) d\zeta = F_p(\zeta_0), \quad \zeta_0 \in \Gamma \quad (p = \overline{1,4})$$

де  $W_m^{(n)}$  – нові „щільності”, що є лінійними комбінаціями  $Z_m^{(n)}(\zeta)$ .

Дотичне переміщення  $u_\theta$  на бічній поверхні циліндру має вигляд

$$u_\theta = |u_\theta| \cos(\omega t - \varphi), \quad \varphi = \arg u_\theta, \quad u_\theta = \sum_{n=0}^{\infty} u_\theta^{(n)} \sin \lambda_n x_3$$

В результаті операції граничного переходу отримуємо:

$$u_\theta^{(n)} = \int_{\Gamma} \sum_{m=1}^4 W_m^{(n)}(\zeta) G_n^{(m)}(\zeta, \zeta_0) d\zeta, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Для визначення напружено-деформівного стану скінченного циліндру розраховувався параметр  $\left| \frac{\mu u_\theta}{Tr} \right|$ .  $T$  – компонента вектора дотичного напруження,  $\mu$  – постійна Ламе,  $r$  – характерний лінійний розмір розглядуваного тіла. Інтегральні рівняння розв'язувались чисельно методом механічних квадратур, потім відновлювалися компоненти тензора переміщень. В результаті чисельного експерименту отримані амплітудно-частотні характеристики скінчених циліндрів різноманітних поперечних перерізів в залежності від першого відносного хвильового числа  $\gamma_1 r$ . Розрахунки свідчать про значний вплив коефіцієнту зв'язаності термомеханічних полів на розподіл власних частот характеристичних напружень для скінчених циліндрів.

### Література:

1. Грибанов В.Ф., Паничкин Н.Р. Связанные и динамические задачи термоупругости. – М.: Машиностроение, 1984. – 184 с.
2. Фильштинський Л., Бондар О. Зв'язані термопружні поля в шарі при зосереджених збудженнях (кососиметричний розв'язок) // Машинознавство. – 2004, №6 (84). – с. 30 – 38.



## ГРАНИЧНА ЗАДАЧА ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ ПРУЖНОГО ШАРУ З ТУНЕЛЬНОЮ ПОРОЖНИНОЮ

*Молдаванова Н.О., Фильштинський Л.А., СумДУ*

Питання надійності та строку експлуатації конструкцій сучасного машинобудування безпосередньо пов'язане з концентрацією напружень. Виникають задачі про дослідження хвильових пружних та теплових полів в товстих пластинах (плитах) та скінчених циліндричних тілах. Для адекватного відображення дійсної картини напружено - деформівного стану таких тіл необхідний тривимірний аналіз, який використовує повну систему рівнянь зв'язаної термопружності із врахуванням релаксації теплових потоків.

Одним з ефективних методів дослідження хвильових полів в елементах конструкцій є метод однорідних розв'язків запропонований Лур'є А.І. [1]. Цей метод є ефективним при побудованні набору частинних розв'язків для шару (циліндру) при будь-яких однорідних умовах на його основах.

В даній роботі продовжено дослідження зв'язаних термопружних полів в пружному шарі (циліндрі скінченої довжини).

Раніше була побудована повна система однорідних розв'язків зв'язаної задачі термопружності для шару з урахуванням скінченої швидкості поширення тепла для мішаних граничних умов на його основах (симетричний розв'язок). Ці розв'язки отримано у вигляді рядів Фур'є за товщинною координатою, коефіцієнти яких містять метагармонічні функції.

З використанням однорідних розв'язків було досліджено термопружний стан шару з циліндричною круговою порожниною. Тут розв'язки граничної задачі було знайдено у вигляді рядів за повними системами відповідних метагармонічних функцій від спеціальних аргументів. Таким чином, вихідна гранична задача була зведена до нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Досліджено залежність величин амплітуд напружень  $S_{ij}$  від фізико-механічних властивостей матеріалу.

Розв'язання граничних задач для циліндричних тіл, контур перерізу яких відмінний від кругового доцільно проводити з ви-

користанням підходу, запропонованого проф. Фильштинським Л.А. [2] Цей підхід спирається на отримані  $\Phi$ -розв'язки для шару і приводить до розв'язання системи добре вивчених інтегральних рівнянь.

В даній роботі була поставлена гранична задача зв'язаної термопружності для шару з циліндричною порожниною, поперечний переріз якої обмежений достатньо гладким контуром. На поверхні порожнини діють механічні та температурні напруження, що гармонічно змінюються за часом. На основах шару задані однорідні граничні умови мішаного типу.

Отримано інтегральні представлення польових величин на основі раніше побудованих  $\Phi$ -розв'язків для шару. Запис граничних значень комбінацій напружень, які входять до граничних рівнянь, дає змогу отримати систему сингулярних інтегральних рівнянь відносно невідомих щільностей. Після їх визначення можемо отримати розподіл будь-якої польової величини в шарі.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Лурье А.И. К теории толстых плит // Прикл. матем. и мех. – 1942. – 6, № 2/3. – С. 151-169.
2. Фильштинский Л.А., Ибеда А. Стационарный волновой процесс в упругом слое с полостью // Вісник Донецького держ. ун-ту. Сер. А: Природничі науки. – 2003. – Вип. 1. – С. 72-79.

### **ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ СВЯЗАННОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ С ТЕПЛОВОЙ РЕЛАКСАЦИЕЙ**

*Киричек Т.А., Фильштинский Л.А., СумГУ*

Интерес к изучению неравновесных процессов переноса тепла возник ещё в середине XX ст. Вводя в принцип Онзагера характеристику скорости изменения теплового потока – тепловую инерцию, С. Калиски (см. [1]) установил обобщенный закон теплопроводности анизотропных тел. Для изотропных тел этот закон впервые установил А.В. Лыков. Он, проанализировав обобщенную задачу теплопроводности для полупространства, граничное значение температуры которого изменяется в начальный момент времени незначительно, интерпретирует скорость



распространения тепла как производную по времени от глубины проникновения теплоты. Задачи термоупругости, содержащие в своей постановке неклассический закон теплопроводности (отличный от закона Фурье), получили название обобщенных задач термомеханики. Фундаментальные исследования таких задач для различных областей представлены в работах Я.С. Подстригача, Ю.М. Коляно, В.М. Семерака (см. [1]). Было показано, что влияние тепловой релаксации заметно только при частотах  $\omega > 10^{10} \text{ с}^{-1}$  в случае установившихся колебаний, а значения времен температурной релаксации чрезвычайно малы ( $10^{-9} - 10^{-11} \text{ с}$ ). Эти факты указывают на необоснованность учета эффектов релаксации при решении задач термоупругости. Кроме того, известна работа Зенера (см. [2]), в которой показано, что между адиабатическим (не-релаксационным) и изотермическим (релаксационным) механическим поведением связь слабая, а, следовательно, механическая и тепловая задачи существенно не связаны. Так как связь полей слабая, то переход от равновесной системы к релаксационному состоянию можно рассматривать как квазистатический процесс, описываемый стандартными уравнениями тепловой диффузии.

Тем не менее, остаётся ещё много неразрешимых вопросов в этой области. Как указывают С. Яновский и В. Бубнов (см. [3]), при определенных условиях теплового состояния вещества в тепловом поле могут иметь место релаксационные процессы.

В настоящее время развитие теории термоупругости движется в двух взаимосвязанных направлениях: учет нелокальной природы распространения тепла и учет неравновесного характера процессов теплопереноса. В работе [2] авторы описывают практическую необходимость расчетов связанных полей в средах с термоупругой релаксацией. Речь идет о современных устройствах, использующих механизмы потери энергии (магнитные анизометры, микро- и нано- электромеханические осцилляторы, микро-кронштейны). Эксперименты показывают, что энергетиче-



ческие потёри даже при комнатной температуре эффективно описываются термоупругой релаксацией.

В данной работе рассмотрена задача об установившихся колебаниях неограниченной анизотропной термоупругой среды под действием сосредоточенной силы и сосредоточенного источника тепла в случае плоской задачи. Преобразуя исходную систему дифференциальных уравнений термоупругости по Фурье, определяем трансформанты фундаментальных решений. Далее, используя разложение на простейшие дроби найденных функций и контурное интегрирование, можно получить интегральное представление фундаментальных решений для термоупругой анизотропной среды.

#### Литература.

1. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. *Обобщённая термомеханика*. Киев: Наук. думка, 1976.
2. Norris A. N., Photiadis D. M. *Thermoelastic relaxation in elastic structures, with application to thin plates*. // *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 58(1), 145-163. — 2005.
3. Шашков А. Г., Бубнов В. А., Яновский С. Ю. *Волновые явления теплопроводности. Системно-структурный подход*. М.: УРСС, 2004.

## ФУНКЦИЯ ГРИНА ДЛЯ СЛОЯ С ЗАКРЕПЛЕННЫМИ ОСНОВАНИЯМИ

Кушнир Д. В., Фильштинский Л. А., СумГУ

Для решения трехмерных линейных задач упругости достаточно эффективно используются методы однородных решений, интегральных преобразований, теории потенциала, суперпозиции, конечных элементов [1]. При наличии в теле концентраторов напряжений со сложной геометрией целесообразно использовать технику интегральных уравнений. При этом интегральные представления полевых величин можно получить как свертку матрицы Грина данной задачи с простым или двойным слоем [2].

В представленной работе получена функция Грина для изотропного слоя с однородными граничными условиями на его основаниях.

В декартовой прямолинейной системе координат  $Ox_1x_2x_3$  рассмотрим упругий однородный изотропный слой  $-\infty < x_1, x_2 < \infty$ ,  $|x_3| \leq h$ . На его основаниях примем однородные граничные условия

$$u_k \Big|_{x_3=\pm h} = 0, \quad k = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Пусть в некоторой точке с координатами  $(0, 0, x_{30})$  приложена сосредоточенная сила  $(P_1, P_2, P_3)$ . Тогда дифференциальное уравнение для перемещений имеет вид

$$\Delta u_k + \sigma \partial_k (\partial_i u_i) + \frac{P_k}{\mu} \delta(x) \delta(x_3 - x_{30}) = 0. \quad (2)$$

Решение системы (2), удовлетворяющее граничным условиям (1), является функцией Грина, для рассматриваемой задачи.

Применив к уравнению (2) двумерное интегральное преобразование Фурье относительно  $x_1$  и  $x_2$ , перейдем к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно трансформант Фурье. Решая эту систему стандартными методами, получим функцию Грина в трансформантах Фурье. При помощи обратного преобразования определяем матрицу Грина. Для избежания громоздких преобразований, связанных с процедурой интегрирования при обратном преобразовании Фурье, результат записывается в квадратурах, которые достаточно эффективно вычисляются при помощи численных методов.

На рисунках 1 и 2 представлены результаты расчетов компоненты  $g_1^{(1)}$  матрицы Грина в зависимости от координаты  $x_3$ , для различных значений  $x_1$  ( $x_2 = 0$ ). Принималось, что сосредоточенная сила  $P_1$  приложена в точке  $(0, 0, 0.75)$ , полутолщина слоя  $h = 1$ .

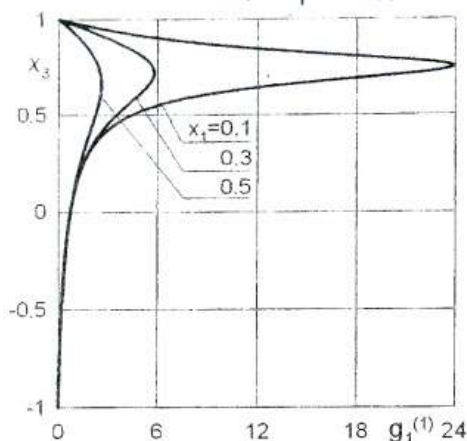


Рис.1

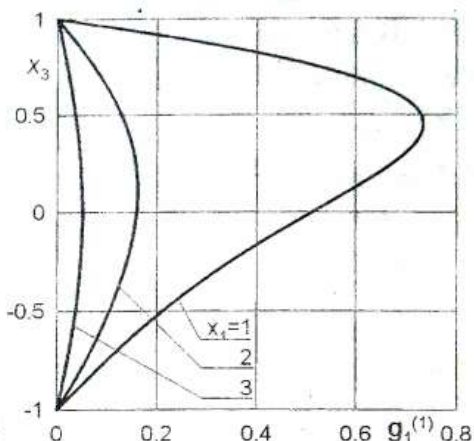


Рис.2

### ЛИТЕРАТУРА.

1. Партон В.З., Перлин П.И. Методы математической теории упругости: Учебное пособие. – М.: Наука. 1981. –688.
2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука. 1971 –512 с.

## ДИФРАКЦИЯ МОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ВКЛЮЧЕНИЯХ

*Москаленко Е.И., Фильштинский Л.А., СумГУ*

Рассмотрим отнесённую к декартовым прямоугольным координатам  $x_1, x_2, x_3$  упругую неограниченную изотропную среду, ослабленную туннельными вдоль  $x_3$  включениями. Из бесконечности излучается плоская монохроматическая волна расширения или сдвига.

Согласно методу Лэмба поля напряжений и перемещений в линейно-упругой изотропной среде можно выразить через волновые потенциалы  $\varphi_m(x_1, x_2, t) = \text{Re}(\exp(-i\omega t)\Phi_m)$ , где функции  $\Phi_m$  ( $m = 1, 2$ ) - решения соответствующих уравнений Гельмгольца.

Напряжения  $\sigma_{mm} = \text{Re}(\exp(-i\omega t)S_{mm})$ .



Необходимые в дальнейшем комбинации амплитуд напряжений

$$\begin{aligned}
 S_{11} + S_{22} &= 2(\lambda + \mu)\nabla^2\Phi_1, & \frac{\partial}{\partial z} &= \frac{1}{2}(\partial_1 - i\partial_2), & \partial_n &= \frac{\partial}{\partial x_n}, \\
 S_{11} - S_{22} + 2iS_{12} &= -8\mu\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\Phi_1 + i\Phi_2), \\
 S_{11} - S_{22} - 2iS_{12} &= -8\mu\frac{\partial^2}{\partial \bar{z}^2}(\Phi_1 - i\Phi_2), \\
 z &= x_1 + ix_2.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Краевые условия

$$\begin{aligned}
 T_{11} + T_{22} - e^{\pm 2i\psi}(T_{22} - T_{11} \pm 2iT_{12}) &= 2(N_* \mp iT_*), \\
 T_{mn} &= S_{mn} + S_{mn}^0 \tag{2}
 \end{aligned}$$

Вектор перемещения  $u_m$  ( $m = 1, 2$ ).

$$\begin{aligned}
 u_m &= \text{Re}(\exp(-i\omega t)U_m), \\
 U_1 - iU_2 &= 2\frac{\partial}{\partial z}(\Phi_1 + i\Phi_2), & U_1 + iU_2 &= 2\frac{\partial}{\partial \bar{z}}(\Phi_1 - i\Phi_2). \tag{3}
 \end{aligned}$$

Условия сопряжения по перемещениям дифференцируют по дуговой координате  $s$ . В силу соотношений (1), (2) и (3) получаем систему граничных условий

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^2 (A_{nm}\Phi_n - A_{nm}^j\Phi_{nj}) &= 0, & (m = \overline{1,4}) \\
 A_{11} &= -\gamma_1^2(\lambda + \mu) + 4\mu e^{2i\psi}d^2, & A_{2n} &= \bar{A}_{1n}, \\
 A_{12} &= 4i\mu e^{2i\psi}d^2, & d &= \partial/\partial z, & A_{4n} &= \bar{A}_{3n}, \\
 A_{31} &= \gamma_1^2 + 4e^{2i\psi}d^2, & A_{32} &= i(\gamma_2^2 + 4e^{2i\psi}d^2)
 \end{aligned} \tag{4}$$

Потенциалы  $\Phi_n$  и  $\Phi_{nj}$  относятся к матрице и  $j$ -у включению соответственно.

Функции  $\Phi_n$  и  $\Phi_{nj}$  представим в виде

$$\Phi_n(z) = \Phi_n^0 + \int_C \left\{ q_n(\zeta) \frac{\partial}{\partial \zeta} H_0^{(1)}(\gamma_n r) d\zeta + r_n(\zeta) \frac{\partial}{\partial \bar{\zeta}} H_0^{(1)}(\gamma_n r) d\bar{\zeta} \right\}$$

$$\Phi_n^0 = d_n \exp(-i\gamma_n(\xi_1 \cos \beta + \xi_2 \sin \beta)), \quad (5)$$

$$r = |\zeta - z|, \quad \gamma_n = \omega / c_n, \quad \zeta = \xi_1 + i\xi_2 \in I_j,$$

Подставив предельные значения функций (5) в условия сопряжения (4), перейдем к системе сингулярных интегральных уравнений вида (6)

$$\sum_{n=1}^2 \left( a_{mn} y_n(\zeta_0) + b_{mn}^j y_n^j(\zeta_0) + \int \left[ G_{mn}(\zeta, \zeta_0) y_n(\zeta) + R_{mn}^j(\zeta, \zeta_0) y_n^j(\zeta) \right] ds \right) = W_m(\zeta_0), \quad (m = \overline{1,4})$$

где

$$y_1(\zeta) = q_1(\zeta), \quad y_2(\zeta) = r_1(\zeta), \quad y_1^j(\zeta) = \alpha_{1j}(\zeta), \quad y_2^j(\zeta) = \beta_{1j}(\zeta),$$

$$a_{11} = 0, \quad a_{12} = -\gamma_1^2(\lambda + \mu) + \mu(\gamma_1^2 + \gamma_2^2),$$

$$a_{21} = -a_{12}, \quad a_{22} = -a_{11},$$

$$b_{mn}^j = a_{mn}^j \quad (m = 1, 2), \quad a_{mn} = b_{mn}^j = 0 \quad (n = 1, 2 \quad m = 3, 4),$$

$$R_{mn}^j = -G_{mn}^j,$$

$$G_{11} = \frac{i}{2} \left[ (\lambda + \mu) \gamma_1^3 e^{i\psi} e^{-i\alpha_0} H_1^{(1)}(\gamma_1 r_0) + \mu e^{2i\psi_0} e^{i\psi} e^{-3i\alpha_0} f_3 \right],$$

$$G_{12} = -\frac{i}{2} \left[ (\lambda + \mu) \gamma_1^3 e^{-i\psi} e^{i\alpha_0} H_1^{(1)}(\gamma_1 r_0) + \mu e^{2i\psi_0} e^{-i\psi} e^{-i\alpha_0} f_1 \right],$$

$$G_{21} = \frac{i}{2} \left[ (\lambda + \mu) \gamma_1^3 e^{i\psi} e^{-i\alpha_0} H_1^{(1)}(\gamma_1 r_0) + \mu e^{-2i\psi_0} e^{i\psi} e^{i\alpha_0} f_1 \right],$$

$$G_{22} = -\frac{i}{2} \left[ (\lambda + \mu) \gamma_1^3 e^{-i\psi} e^{i\alpha_0} H_1^{(1)}(\gamma_1 r_0) + \mu e^{-2i\psi_0} e^{-i\psi} e^{3i\alpha_0} f_3 \right],$$

$$G_{31} = -\frac{i}{2} \left[ e^{i\psi} e^{-i\alpha_0} f_2 - e^{2i\psi_0} e^{i\psi} e^{-3i\alpha_0} f_3 \right],$$

$$G_{32} = \frac{i}{2} \left[ e^{-i\psi} e^{i\alpha_0} f_2 - e^{2i\psi_0} e^{-i\psi} e^{-i\alpha_0} f_1 \right],$$

$$G_{41} = -\frac{i}{2} \left[ e^{i\psi} e^{-i\alpha_0} - e^{-2i\psi_0} e^{i\psi} e^{i\alpha_0} \right] f_1,$$

$$G_{42} = \frac{i}{2} \left[ e^{-i\psi} e^{i\alpha_0} f_1 - \mu e^{-2i\psi_0} e^{-i\psi} e^{3i\alpha_0} f_3 \right],$$

$$f_1 = \gamma_1^3 H_1^{(1)}(\gamma_1 r_0) + \gamma_2^3 H_1^{(1)}(\gamma_2 r_0),$$

$$f_2 = \gamma_1^3 H_1^{(1)}(\gamma_1 r_0) - \gamma_2^3 H_1^{(1)}(\gamma_2 r_0),$$

$$f_3 = -\gamma_1^3 H_3^*(\gamma_1 r_0) + \gamma_2^3 H_3^*(\gamma_2 r_0),$$

$$W_1 = \sigma \gamma_1^2 \Phi_1^0 - \sigma_j \gamma_{1j}^2 \Phi_{1j}^0 + \frac{1}{2} e^{2i\psi_0} e^{-2i\beta} \left[ \left( \gamma_1^2 \Phi_1^0 + i \gamma_2^2 \Phi_2^0 \right) - \left( \gamma_{1j}^2 \Phi_{1j}^0 + i \gamma_{2j}^2 \Phi_{2j}^0 \right) \right],$$

$$W_2 = \sigma \gamma_1^2 \Phi_1^0 - \sigma_j \gamma_{1j}^2 \Phi_{1j}^0 + \frac{1}{2} e^{-2i\psi_0} e^{2i\beta} \left[ \left( \gamma_1^2 \Phi_1^0 - i \gamma_2^2 \Phi_2^0 \right) - \left( \gamma_{1j}^2 \Phi_{1j}^0 - i \gamma_{2j}^2 \Phi_{2j}^0 \right) \right],$$

$$W_3 = \frac{i}{2} \left[ \left( \gamma_1^2 \Phi_1^0 + i \gamma_2^2 \Phi_2^0 \right) - \left( \gamma_{1j}^2 \Phi_{1j}^0 + i \gamma_{2j}^2 \Phi_{2j}^0 \right) \right] \cdot \left[ e^{i\psi_0} e^{-2i\beta} - e^{-i\psi_0} \right],$$

$$W_4 = \frac{i}{2} \left[ \left( \gamma_1^2 \Phi_1^0 - i \gamma_2^2 \Phi_2^0 \right) - \left( \gamma_{1j}^2 \Phi_{1j}^0 - i \gamma_{2j}^2 \Phi_{2j}^0 \right) \right] \cdot \left[ e^{-i\psi_0} e^{2i\beta} - e^{i\psi_0} \right]$$

Применяем к уравнениям (6) метод механических квадратур, сводим их к линейной алгебраической системе вида:

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^2 \sum_{i=1}^N \left( y_n(\zeta(\varphi_i)) \left[ (-1)^{i+l} \operatorname{cosec} \left( \frac{\varphi_i - \varphi_{0l}}{2} \right) a_{mn} + 2\pi G_{nm}(\zeta(\varphi_i), \zeta(\varphi_{0l})) s'(\varphi_i) \right] + \right. \\ \left. + y_n^j(\zeta(\varphi_i)) \left[ (-1)^{i+l} \operatorname{cosec} \left( \frac{\varphi_i - \varphi_{0l}}{2} \right) b_{mn}^j + 2\pi R_{mn}^j(\zeta(\varphi_i), \zeta(\varphi_{0l})) s'(\varphi_i) \right] \right) = W_m(\zeta(\varphi_{0l})),$$

где,  $S'(\varphi) = \sqrt{(\operatorname{Re} \zeta'(\varphi))^2 + (\operatorname{Im} \zeta'(\varphi))^2}$ ,  $\varphi_i = \frac{\pi(2i-1)}{n}$  - узлы

интерполяции,  $\varphi_{0l} = \frac{2\pi(l-1)}{n}$  - узлы коллокации ( $m = \overline{1,4}$ ).



В результате решения системы интегральных уравнений находим значение плотностей  $q_n(\zeta)$ ,  $r_n(\zeta)$ ,  $\alpha_{nj}(\zeta)$ ,  $\beta_{nj}(\zeta)$  на контуре в точках  $\varphi_i$ , ( $i = \overline{1, N}$ ).

Благодарю д.ф.-м.н., проф. Л.А. Фильштинского за оказанную помощь и постоянные консультации.

Список использованной литературы:

1. Фильштинский Л.А. Дифракция упругих волн на трещинах, отверстиях, включениях в изотропной среде // Изв. АН СССР. МГТ. 1991. № 4. С. 119-127.

2. Грузь А.Н., Кубенко В.Д., Черевко М.А. Дифракция упругих волн. – Киев: Наук. думка, 1978. – 307 с.

3. Назаренко А.М., Фильштинский Л.А. Взаимодействие волн напряжений с жесткими вставками в полупространстве (плоская деформация) // Изв. АН СССР. ММТ. 1985. № 4. С. 95-102.

## ТЕПЛОВЫЕ ВОЛНЫ В СЛОЕ С ПОЛОСТЬЮ

*Мангер В.А., Фильштинский Л.А., СумГУ*

За время прохождения преддипломной практики был проведен анализ некоторой литературы, которая непосредственно связана с темой дипломной работы: «Моделирование трехмерных тепловых полей в анизотропной плите». В результате проведенного анализа более подробно были рассмотрены вопросы, касающиеся упругих свойств материалов: были рассмотрены различные виды материалов которые, по своим свойствам, при различного рода деформациях, можно разделить на два типа - упругие и пластические; был проведен анализ получения некоторых формул – закона Гука, уравнения изменения внутренней энергии при деформации тел, основного термодинамического соотношения для деформированных тел, уравнение для свободной энергии кристалла, а также некоторые другие формулы касающиеся данной темы.

Другой частью работы, основной ее частью, был анализ информации по вопросу «Тепловых волн в слое с полостью». В этой части работы были рассмотрены четыре подпункта:

- однородные решения задач о тепловых волнах в слое;
- интегральное уравнение для слоя с полостью;
- однородное уравнение для композитного слоя с термоизолированным основанием;
- теплопроводность слоя с полостью;

Коротко остановимся на том, что содержит каждый подпункт:

• **однородные решения задач о тепловых волнах в слое:** данный подпункт содержит полную систему однородных уравнений для слоя в  $R^3$  при некоторых условиях: температура циклически изменяется во времени, а на основании слоя температура равна нулю; с помощью этих решений задача Неймана для слоя с туннельной сквозной полостью сводится к системе одномерных интегральных уравнений.

• **интегральное уравнение для слоя с полостью:** рассмотрена граничная задача теплопроводности для слоя, содержащего сквозную туннельную полость, на поверхности которой задан циклически изменяющийся во времени тепловой поток, а на бесконечности температура равна нулю, контур поперечного сечения полости - гладкая кривая.

• **однородное уравнение для композитного слоя с термоизолированным основанием:** Здесь развивается аналитическая процедура построения однородных решений уравнения теплопроводности для анизотропного слоя в  $R^3$  при гармоническом изменении теплового поля во времени. Предполагается, что основания слоя термоизолированы. С использованием полученных однородных решений граничная задача теплопроводности для слоя с полостью сводится к системе сингулярных интегральных уравнений.

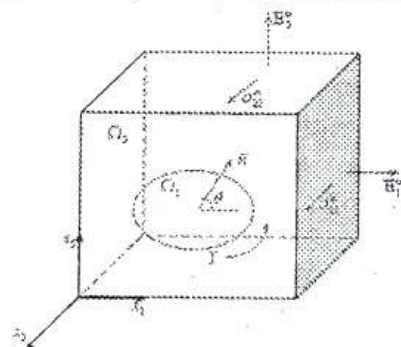
• **теплопроводность слоя с полостью:** в качестве приложения построенных однородных решений, в этой части рассмотрена граничная задача теплопроводности для анизотропно-

го, в смисле теплових свойств слоя (при  $a_{13} = a_{23} = 0$ ), содержащего сквозную туннельную полость в направлении оси  $x_3$ , где на поверхности  $S$  полости задан циклически изменяющийся во времени тепловой поток, соответствующий симметричному, относительно срединной плоскости слоя, тепловому полю.

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПОЛІВ У П'ЄЗОКЕРАМІЧНОМУ ТІЛІ З ВКЛЮЧЕННЯМ ТИПУ КРУГОВОГО ЦИЛІНДРА

*Бойко М.В., Фильштинський Л.А.*

У наведеній праці розглядається кусково-однорідне тіло з включенням типу кругового циліндру, що являють собою два неперервно скріплених між собою різнорідних п'єзокерамічних елементів (рис.1). Тіло знаходиться в стані антиплоскої деформації. Розглядається віднесене до циліндричної системи координат  $O'r\theta x_3$  тіло з нескінчено протяжним уздовж осі  $Ox_3$  включенням типу циліндру. Тіло й включення наділені п'єзокерамічним ефектом. Причому припускаємо, що силові лінії електричного поля попередньої поляризації п'єзокераміки спрямовані вздовж осі  $Ox_3$ . У цих умовах складове середовище знаходиться в умовах антиплоскої деформації.



**Рисунок 1**

Модель антиплоскої деформації має вигляд [1,2]:



Секція прикладної математики та механіки

$$\begin{aligned} \sigma_{13} &= c_{44} \partial_1 u_3 - e_{15} E_1, \\ \sigma_{23} &= c_{44} \partial_2 u_3 - e_{15} E_2, \\ D_1 &= e_{15} \partial_1 u_3 + \varepsilon_{11} E_1, \\ D_2 &= e_{15} \partial_2 u_3 + \varepsilon_{11} E_2, \\ E_1 &= -\partial_1 \varphi, \\ E_2 &= -\partial_2 \varphi. \end{aligned} \quad (1)$$

умови сумісності деформації

$$\partial_1 \sigma_{13} + \partial_2 \sigma_{23} = 0 \quad (2)$$

рівняння вимушеної електростатики:

$$\begin{aligned} \partial_1^2 u_3 + \partial_2^2 u_3 = 0 &\Leftrightarrow \nabla^2 u_3 = 0 \\ \partial_1 E_1 + \partial_2 E_2 = 0 &\Leftrightarrow \nabla^2 \varphi = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Оскільки розглядається модель антиплоскої деформації з уключенням, то на границі середовищ  $\Gamma$  враховуються умови спряження середовищ:

$$u_3^{(1)} = u_3^{(2)}, \quad (4)$$

$$\varphi^{(1)} = \varphi^{(2)}, \quad (5)$$

$$\sigma_{3n}^{(1)} = \sigma_{3n}^{(2)}, \quad (6)$$

$$D_n^{(1)} = D_n^{(2)}. \quad (7)$$

Основний метод дослідження, вживаний в роботі, полягає в поєднанні аналітичного й чисельного підходів. На першому етапі використовується техніка теорії функцій комплексного змінного й інтегральних рівнянь (побудова фундаментальних рішень відповідних рівнянь електропружності з урахуванням умов сполучення фізичних полів на границі розділу матеріалів; виведення інтегральних уявлень рішень граничних задач і зведення останніх до інтегральних рівнянь), на другому – побудовані аналітичні алгоритми реалізуються чисельно із застосуванням одного з методів механічних квадратур. Такий підхід дає можливість провести аналіз фізичних полів у п'єзокераміці залежно

від конфігурації дефектів, вигляду механічних і електричних граничних умов.

Враховуючи поля на нескінченності отримуємо наступну систему інтегральних рівнянь:

$$\left\| \sum_{p=1}^2 \alpha_{mp} \cdot y_p(\xi_0) + \frac{1}{\pi} \int_A \sum_{v=1}^2 g_{mv}(\xi, \xi_0) \cdot y_v(\xi) ds = N_m(\xi_0), m=1,2, \right. \quad (8)$$

де:

$$\alpha_{11} = \alpha_{12} = \alpha_{21} = 1, \alpha_{22} = -\frac{(\varepsilon_{11}^{(1)} + \varepsilon_{11}^{(2)}) \cdot (c_{44}^{(1)} + c_{44}^{(2)})}{(e_{15}^{(1)} + e_{15}^{(2)})^2},$$

$$g_{11}(\xi, \xi_0) = \frac{c_{44}^{(1)} - c_{44}^{(2)}}{c_{44}^{(1)} + c_{44}^{(2)}} \cdot g(\xi, \xi_0), g_{12}(\xi, \xi_0) = \frac{e_{15}^{(1)} - e_{15}^{(2)}}{e_{15}^{(1)} + e_{15}^{(2)}} \cdot g(\xi, \xi_0),$$

$$g_{21}(\xi, \xi_0) = g_{12}(\xi, \xi_0), g_{22}(\xi, \xi_0) = \frac{(c_{44}^{(1)} + c_{44}^{(2)}) \cdot (\varepsilon_{11}^{(2)} - \varepsilon_{11}^{(1)})}{(e_{15}^{(1)} + e_{15}^{(2)})^2} \cdot g(\xi, \xi_0),$$

$$g(\xi, \xi_0) = \operatorname{Re}\left(\frac{e^{i\psi_0}}{\xi - \xi_0}\right), y_1(\xi) = \omega_1(\xi), y_2(\xi) = \frac{e_{15}^{(1)} + e_{15}^{(2)}}{c_{44}^{(1)} + c_{44}^{(2)}} \cdot \omega_2(\xi),$$

$$N_1(\xi_0) = 2 \frac{c_{44}^{(2)} - c_{44}^{(1)}}{c_{44}^{(2)} + c_{44}^{(1)}} \cdot \frac{\sigma_{13}^\infty \cdot \cos \psi_0 + \sigma_{23}^\infty \cdot \sin \psi_0}{c_{44}^{(2)}} +$$

$$+ 2 \frac{e_{15}^{(1)} \cdot c_{44}^{(2)} - e_{15}^{(2)} \cdot c_{44}^{(1)}}{c_{44}^{(2)} + c_{44}^{(1)}} \cdot \frac{E_1^\infty \cdot \cos \psi_0 + E_2^\infty \cdot \sin \psi_0}{c_{44}^{(2)}},$$

$$N_2(\xi_0) = 2 \frac{e_{15}^{(2)} - e_{15}^{(1)}}{e_{15}^{(2)} + e_{15}^{(1)}} \cdot \frac{\sigma_{13}^\infty \cdot \cos \psi_0 + \sigma_{23}^\infty \cdot \sin \psi_0}{c_{44}^{(2)}} +$$

$$+ 2 \frac{\varepsilon_{11}^{(2)} \cdot (1 + \kappa_2^2) - \varepsilon_{11}^{(1)} \cdot (1 + \kappa_1^2)}{e_{15}^{(2)} + e_{15}^{(1)}} \cdot \frac{E_1^\infty \cdot \cos \psi_0 + E_2^\infty \cdot \sin \psi_0}{1}.$$

Для розв'язання заданої системи (9) інтеграли з неї замінюються квадратурними формулами, що досить ефективно обчислюються за допомогою чисельних методів.

На рис. 2, 3 наведено розподіл нормальної складової вектора електричної індукції  $D_n$  вздовж границі розподілу тіла й уключення типу кругового циліндру ( $r=1$  — радіус циліндру) для композицій PZT-4 (зовнішня область  $\Omega_2$ ), PZT-5 (внутрішня область  $\Omega_1$ ) при  $\langle \sigma_{13}^\infty \rangle = 1$ ,  $\langle \sigma_{23}^\infty \rangle = \langle E_1^\infty \rangle = \langle E_2^\infty \rangle = 0$  і  $\langle \sigma_{23}^\infty \rangle = 1$ ,  $\langle \sigma_{13}^\infty \rangle = \langle E_1^\infty \rangle = \langle E_2^\infty \rangle = 0$  відповідно.

Жирним і звичайним пунктиром (у випадку з квадратним циліндром — жирною лінією й пунктиром) зазначено криві, що відповідають віднайденим даним при значеннях діелектричної проникності середовища  $\varepsilon_{11} = 8,85 \cdot 916 \cdot 10^{-12}$  Ф/м і  $\varepsilon_{11} = 8,85 \cdot 916 \cdot 10^{-14}$  Ф/м відповідно.

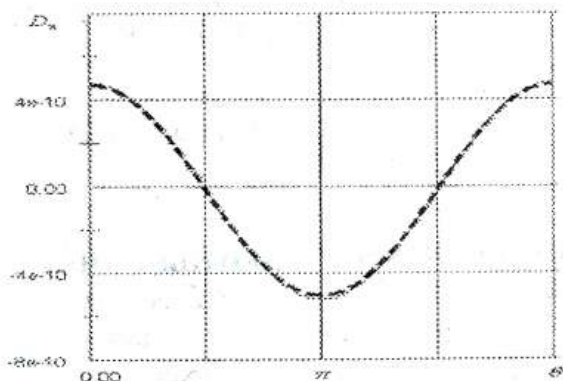


Рисунок 2



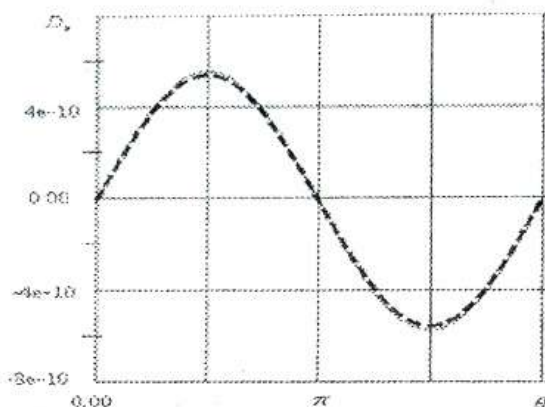


Рисунок 3

### ЛІТЕРАТУРА.

1. Фільштинський Л.А., Фільштинський В.А. Основні моделі електропружності: Навчальний посібник. – К.: ІЗМН, 1998. – 196 с. – Рос. мовою.
2. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Электроупругость. – К.: Наук. думка, 1989. – 280 с.

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ УЧАСТКОВ

*Гетманский Е.С., Фильштинский В. А., СумГУ*

Современная промышленность часто использует в своей работе уже проверенные и наработанные схемы планирования производства, а также реализации этих планов. Такой подход зачастую не является эффективным.

В данной работе решается проблема постановки плана производства для экономической системы, а также его осуществления.

Рассматривается некоторая экономическая система, состоящая из  $N$  экономических объектов (производственных участков). Участки в свою очередь делятся на выпускающие конечную продукцию и обслуживающие участки, продукция которых является сырьем для других участников производства. Данная

экономическая система характеризуется матрицей технологических коэффициентов. Элементами этой матрицы являются коэффициенты, указывающие какие количества продукции других объектов должны быть поставлены каждому из объектов системы, для того чтобы этот объект мог произвести одну единицу продукции. Экономическая система непрерывно подвергается бесчисленному множеству случайных, трудно прогнозируемых возмущений как извне (изменение количества и номенклатуры поставок, изменение спроса на продукты), так и изнутри (появление новых технологий, поломка оборудования и т.п.).

Для постановки плана производства ставится задача максимизации прибыли экономической системы при заданных ограничениях (мощности участков, себестоимость единицы продукции и т.п.). Т.е. фактически решается задача линейного программирования. Т.к. количество ограничений может достигать достаточно большого числа, то реализуется метод исключения ограничений-равенств. Эту задачу можно рассматривать в статическом и динамическом вариантах, когда с течением времени меняются исходные данные по кусочно-линейным законам (себестоимость продукции, мощность производственных участков).

В результате решения этой задачи будет получен оптимальный план производства для данной экономической системы. Но реализация этого плана может быть стеснена за счет ограничений, налагаемых на сами производственные участки. Выполнение этого плана осуществляется на основе балансовой модели производства Леонтьева. С помощью этой модели методом перезаказов составляется новый план, который уже учитывает, не только объем конечной продукции, но и потребности участков в продукции друг друга.

1. Э.М. Браверман Математические модели планирования и управления в экономических системах, Наука, М: 1976, 366 с.

2. С.И. Зуховицкий, Ф.И. Авдеева, Линейное и выпуклое программирование, Наука, М: 1964, 348 с.

## ОПТИМИЗАЦИЯ МАРШРУТОВ СБОРА И ДОСТАВКИ

*Артюшенко С.В., Фильштинский В.А., СумГУ*

Рассматривается задача поиска оптимизированных маршрутов перевозок в один центр из множества пунктов (из множества пунктов в один центр) некоторой однородной продукции.

Для перевозок этой продукции необходимо некоторое количество транспортных средств. Каждое транспортное средство обладает ограниченными возможностями по объёму перевозимых товаров. Время движения загруженной машины ограничено. Каждый пункт отгружает разное количество продукции.

Ставится задача минимизации суммы длин всех маршрутов.

Частным случаем этой задачи является задача коммивояжёра, известная своей сложностью.

Для решения поставленной задачи по исходным данным стоит:

- оцифрованная карта дорог;
- дерево кратчайших расстояний от центрального пункта (методом Форда-Фалкерсона);
- рассчитывается первый маршрут;
- заново пересчитываются входные данные и «усекается» карта дорог;
- перестраиваем карту дорог и повторяем предыдущие шаги.

Предложенный эвристический алгоритм является квазиоптимальным.

Применение метода к реальным задачам показывает большой экономический эффект от внедрения предложенного метода.

Примером возможных применений могут являться перевозки любых однородных грузов, а так же его сбор у производителя и последующая доставка потребителю.



**Список литературы:**

1. С.И.Зуховицкий, А.И.Авдеева, Линейное и выпуклое программирование, Наука, М.:1964, 348с.
2. Ю.Л. Зайченко, Исследование операций, Высшая школа, К.:1988, 552с.

**ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ЭЛЕКТРОУПРУГОСТИ  
ДЛЯ СЛОЯ С ТУННЕЛЬНОЮ ПОЛОСТЬЮ**

*Шрамко Л.В., Фильштинский Л.А., СумГУ*

При решении пространственных задач теории упругости и электроупругости часто используют метод однородных решений и метод собственных функций. При этом интегральные представления решений граничных задач обычно строят на основе однородных решений, что приводит к системе интегродифференциальных уравнений. Целесообразнее строить интегральные представления решений, исходя из матрицы Фрешений. В [1] предложен общий подход к решению смешанных задач теории упругости и электроупругости для слоя, ослабленного сквозными туннельными неоднородностями. Эти исследования продолжены в данной статье.

Рассмотрим пьезокерамический слой  $-\infty < x_1, x_2 < \infty$ ,  $|x_3| \leq h$ , ослабленный туннельной вдоль  $Ox_3$  сквозной полостью, поперечное сечение которой – достаточно гладкий замкнутый контур  $L$ . Допустим, что ось  $Ox_3$  направлена вдоль силовых линий электрического поля предварительной поляризации керамики. Будем исходить из системы уравнений электроупругости в переменных  $u, v, w, \varphi$  [2]. Пусть на основаниях слоя  $x_3 = \pm h$  имеют место граничные условия вида:

$$u(x_1, x_2, \pm h) = v(x_1, x_2, \pm h) = \sigma_{33}(x_1, x_2, \pm h) = D_3(x_1, x_2, \pm h) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $u, v, w$  - компоненты вектора упругого перемещения,  $\sigma_{pi}, D_p$  - компоненты тензора напряжений и вектора электрической индукции.

Пусть на поверхности полости,  $S$ , заполненной воздухом, задан вектор напряжения. Тогда граничные условия примут вид:

$$\sigma_{p1}n_1 + \sigma_{p2}n_2 = X_p, \quad D_n = 0 \quad (p = 1, 2, 3). \quad (2)$$

Здесь  $\vec{X} = \{X_1, X_2, X_3\}$  - вектор напряжения на площадке с внешней нормалью  $\vec{n} = \{n_1, n_2, 0\}$ ,  $D_n$  - нормальная составляющая вектора  $\vec{D}$ .

Рассмотрим кососимметричное относительно срединной плоскости слоя электроупругое состояние. В соответствии с построенными ранее однородными решениями [3], компоненты вектора перемещений и электростатический потенциал в слое представим в виде:

$$\begin{aligned} \{u, v\} &= \sum_{k=1}^{\infty} \{U_1^{(k)}, U_2^{(k)}\} \sin(\gamma_k x_3), \\ \{w, \varphi, D_n\} &= \sum_{k=0}^{\infty} \{U_3^{(k)}, U_4^{(k)}, D_n^{(k)}\} \cos(\gamma_k x_3), \quad \gamma_k = \pi k / h. \end{aligned} \quad (3)$$

В предположении, что заданные на  $S$  компоненты внешней нагрузки  $\{N, T, Z\}$  могут быть представлены своими рядами Фурье, запишем:

$$\{N, T\} = \sum_{k=1}^{\infty} \{N^{(k)}, T^{(k)}\} \sin(\gamma_k x_3), \quad Z = \sum_{k=0}^{\infty} Z^{(k)} \cos(\gamma_k x_3) \quad (4)$$

Тогда граничные условия (2) в точке  $\zeta \in L$  сводятся к граничным условиям относительно коэффициентов Фурье

$$\begin{aligned} 2(N^{(k)} - iT^{(k)}) &= (\sigma_{11}^{(k)} + \sigma_{22}^{(k)}) - e^{2i\psi} (\sigma_{22}^{(k)} - \sigma_{11}^{(k)} + 2i\sigma_{12}^{(k)}), \\ Z^{(k)} &= \operatorname{Re} \left\{ e^{i\psi} (\sigma_{13}^{(k)} - i\sigma_{23}^{(k)}) \right\}, \quad \operatorname{Re} \left\{ e^{i\psi} (D_1^{(k)} - iD_2^{(k)}) \right\} = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\sigma_{pj}^{(k)}, D_p^{(k)}$  - коэффициенты разложений в ряды для  $\sigma_{pj}, D_p$ ,  $\psi$  - угол между положительным направлением нормали  $\vec{n}$  в точке  $\zeta \in L$  и  $Ox_1$ .

Интегральные представления решений построены в виде:

$$U_j^{(k)}(z) = \int_L \sum_{m=1}^4 Z_m^{(k)}(\zeta) g_{jk}^{(m)}(\zeta, z) ds \quad (j=1,2,3,4) \quad (k=1,2,\dots), \quad (6)$$

где  $z = x_1 + ix_2$ ,  $\zeta \in L$ ,  $g_{jk}^{(m)}$  - соответствующая матрица Фрешений [4],  $Z_m^{(k)}$  - неизвестные пока плотности.

Из граничных условий (5) с использованием интегральных представлений (6), была получена система сингулярных интегральных уравнений, которая была решена методом механических квадратур.

В результате численной реализации алгоритма получено распределение относительного нормального окружного напряжения  $\sigma_{\theta\theta}/\Lambda$  на контуре полости, с поперечным сечением - прямоугольником размера  $2a \times 2b$  со скругленными углами.

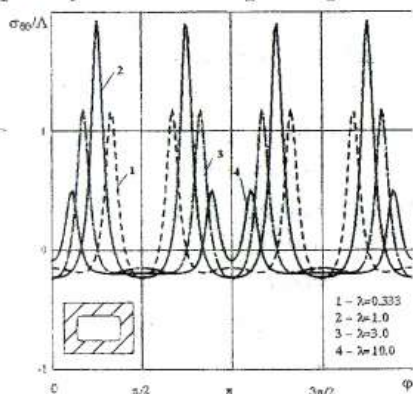


Рис. 1

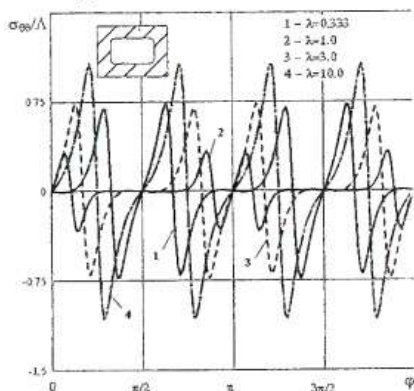


Рис. 2

На рис. 1, 2 приведено распределение относительного напряжения  $\sigma_{\theta\theta}/\Lambda$  для различных значений параметра  $\lambda = a/b$  в сечении  $x_3 = 0.5h$  ( $b/h = 1$ ). Распределение напряжения  $\sigma_{\theta\theta}/\Lambda$  на контуре полости при действии на нем нормальной осесимметричной нагрузки  $N = \Lambda x_3 / h$  ( $\Lambda = const$ ) приведено на рис. 1, а при действии касательной нагрузки  $T = \Lambda x_3 / h$  - на рис. 2. Численные результаты получены для пьезокерамики PZT-5H [5].



На основе проведённых численных исследований можно сделать следующие выводы: 1. Среди всех рассмотренных конфигураций прямоугольной полости напряжение  $\sigma_{\theta\theta}/\Lambda$  при действии нормальной нагрузки максимально в углах квадрата ( $\lambda = 1$ ), а при действии касательной нагрузки - в углах сильно вытянутого прямоугольника ( $\lambda = 10$ ). 2. При действии нормальной нагрузки в точках контура с наименьшей кривизной (на сторонах прямоугольника) минимальные значения напряжения  $\sigma_{\theta\theta}/\Lambda$  почти неизменны и отрицательны, что соответствует равномерному сжатию материала.

### ЛИТЕРАТУРА.

1. Фильштинский Л.А. Периодические решения теории упругости и электроупругости для цилиндра в  $R^3$  // Теоретическая и прикладная механика. 1990. № 21. С. 13-20.
2. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Электроупругость. К., 1989. 280 с. (Механика связанных полей в элементах конструкций. В 5 т. Т. 5)
3. Фільштинський Л.А., Шрамко Л.В. Однорідні рішення для п'єзокерамічного шару в  $R^3$  (кососимметричний випадок, мішані крайові умови) // Фізико-хімічна механіка матеріалів. 2003. № 1. С. 35-40.
4. Фильштинский Л.А., Шрамко Л.В. Фундаментальные решения для пьезокерамического слоя в  $R^3$  (кососимметричный случай, смешанные граничные условия) // Теоретическая и прикладная механика. Харьков, 2003. № 38. С. 53-58.
5. Berlincourt D., Crueger H.A. Properties of Morgan ElectroCeramic Ceramics. Technical Publication TP-226. Morgan ElectroCeramics, 2000.

### ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ, БАЗИРУЮЩЕМСЯ НА ОСНОВЕ ПОЛИНОМОВ П.Л. ЧЕБЫШЕВА

*Заболотный М.И., Ткач М.Ю., СумГУ*

Доклад относится к разделам криптографии и посвящен системам асимметричного шифрования. Предлагается алгоритм

обобщающий известную систему RSA [1,2,3] и базирующейся на системах многочленов П.Л. Чебышева 1-го и 2-го рода.

Предложенная схема шифрования обладает некоторыми преимуществами перед системой RSA, сохраняя время шифрования/расшифрования и стойкость. Предложенный алгоритм шифрования позволяет при той же стойкости что и RSA уменьшить длину ключей, что в свою очередь позволяет уменьшить время шифрования/расшифрования.

## Литература

1. R.L. Rivest "A short Report on the RSA Chip", advances in cryptology: Proceed in of crypto 82, plenum Press, 1983, p 327
2. R.L. Rivest "RSA Chip (Past/ Present/ Future)", Advances in Cryptology Proceedings of EUROCRY PT 84, Springer- Verlag, 1985, pp.159-162
3. Брюс Шнайер "Прикладная криптография" 2-е издание 1996. Протоколы и исходные тексты на С.

## НЕКЛАССИЧЕСКИЕ ПЛОСКИЕ ЗАДАЧИ СВЯЗАННОЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ

*Фильштинський Л.А., Кобзарь В.Н.*

*Сумський державний університет, г. Суми*

В современном машиностроении применяются материалы, в которых эффект связанности полей деформации и температуры является существенным. К таким материалам, применяемым в электротехнике, строительных конструкциях, при производстве небьющегося стекла, относятся материалы альдегидных групп, такие как поливинилформаль, поливинилбутираль и др. При воздействии на конструкцию из таких материалов мощных излучателей возникают сложные картины волновых термоупругих полей, описание которых представляет собой непростую задачу. Подобные исследования оказались необходимыми, в частности, для разработки методов применения лазеров в технологических операциях (резание, сварка); для изучения условий ра-

боты лазероактивных материалов (стекла с неодимом, рубин); при исследовании синтеза и свойств теплостойких (термостабильных) полимеров в условиях радиационного облучения или резких температурных перепадов; в полимерной технике и т.п. Первое решение динамической задачи о тепловом ударе на границе полупространства получено в [1]. Общие соотношения модели связанной термоупругости, решение конкретных задач с анализом эффектов связанности полей содержатся в [2-7] и др. В данной работе рассматриваются двумерные граничные задачи связанной термоупругости для многосвязных пластин с учетом конечной скорости распространения тепловых импульсов. Все аналитические процедуры основаны на построенных фундаментальных решениях соответствующих уравнений и технике сингулярных интегральных уравнений.

Рассматривается упругая многосвязная пластинка, ограниченная достаточно гладким контуром  $\Gamma = \cup \Gamma_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ). Пусть на  $\Gamma$  задан вектор напряжения и (или) тепловой поток, гармонически меняющиеся во времени.

Исключив в уравнениях движения и теплопроводности [2] временной множитель  $e^{-i\omega t}$ , представим их в амплитудах:

$$\begin{cases} (\nabla^2 + \gamma_2^2)U_j + \sigma \partial_j e_* - \alpha_0 \partial_j U_3 = -\frac{1}{\mu} X_j & (j = 1, 2), \quad \partial_j = \partial / \partial x_j, \\ m\omega(i + \tau^* \omega) e_* + (\nabla^2 + \gamma_T^2 + i\gamma^2)U_3 = -\frac{1}{\lambda_T} (1 - i\omega \tau^*) Q, \quad \nabla^2 = \partial_1^2 + \partial_2^2, \end{cases}$$

$$\gamma_2 = \frac{\omega}{c_2}, \quad \gamma = \sqrt{\frac{\omega}{a^2}}, \quad \gamma_T = \frac{\omega}{v_T}, \quad \alpha_0 = 2(1 + \nu)\sigma\alpha_T, \quad \sigma = (1 - 2\nu)^{-1}, \quad (1)$$

где  $a^2 = \lambda_T / c_\epsilon \rho$  — коэффициент температуропроводности,  $v_T = \sqrt{a^2 / \tau^*}$  — скорость распространения тепловых импульсов,  $\tau^*$  — время релаксации теплового потока,  $U_j$ ,  $e_* = \partial_k U_k$  ( $k = 1, 2$ ),  $U_3$ ,  $Q$  — соответственно, амплитуды перемещений, объемного расширения, величины  $\theta = T - T_0$ , тепловых источников;  $T_0$  и  $T$  — температура тела в исходном (недеформирован-



ном) состоянии и абсолютная температура в процессе деформирования);  $\lambda, \mu, \nu$  — постоянные Ламе и коэффициент Пуассона;  $c_2$  — скорость распространения поперечной волны;  $\alpha_T$  — коэффициент линейного теплового расширения.

Пусть в точке  $(x_{10}, x_{20})$  действует гармонически изменяющаяся во времени сосредоточенная сила  $P = (P_1, P_2)$  или сосредоточенный тепловой источник  $P_3$ . Согласно технике работы [3], запишем выражения для амплитуд полевых величин:

$$U_n^{(k)} = \frac{P_k}{4i\mu} g_n^{(k)} \quad (n, k = 1, 2, 3), \quad g_1^{(2)} = g_2^{(1)} = a_0 \sum_{j=0}^2 (-1)^j d_j b_j \partial_1 \partial_2 H_0^{(1)}(\mu_j r),$$

$$g_1^{(1)} = -H_0^{(1)}(\gamma_2 r) + a_0 \sum_{j=0}^2 (-1)^j d_j b_j \partial_1 \partial_1 H_0^{(1)}(\mu_j r),$$

$$g_3^{(1)} = i m \omega a_0 \sum_{j=1}^2 (-1)^j \partial_1 H_0^{(1)}(\mu_j r), \quad g_1^{(3)} = \mu \frac{1+\nu}{1-\nu} \beta \alpha_T \sum_{j=1}^2 (-1)^j \partial_1 H_0^{(1)}(\mu_j r),$$

$$g_3^{(3)} = \mu \beta \sum_{j=1}^2 (-1)^j (\gamma_1^2 - \mu_j^2) H_0^{(1)}(\mu_j r) \quad (l = 1, 2), \quad \beta = -\frac{1 - i \omega \tau^*}{\lambda_T (\mu_1^2 - \mu_2^2)},$$

$$d = \gamma_1^2 + i \gamma^2 + \gamma_T^2 + \alpha_0 \mu \beta_0 (1 + \sigma)^{-1} (i + \omega \tau^*), \quad b = \gamma_1^2 (i \gamma^2 + \gamma_T^2),$$

$$\beta = \frac{\alpha_0 T_0 \omega}{\lambda_T}, \quad a_0 = \frac{1}{2\sigma(1-\nu)(\mu_1^2 - \mu_2^2)}, \quad d_0 = 1, \quad b_0 = -\frac{1}{a_0 \gamma_2^2},$$

$$d_j = (\sigma + 1)d - \gamma_2^2 - i \gamma^2 - \gamma_T^2 - \sigma \mu_j^2, \quad b_j = (\gamma_2^2 - \mu_j^2)^{-1} \quad (j = 1, 2), \quad (2)$$

де  $H_p^{(1)}(x)$  — функция Ганкеля первого рода, порядка  $p$ ;  $\mu_j$  и  $m \mu_j > 0, j = 1, 2$ ) — корни уравнения  $z^4 - dz^2 + b = 0$ ; величина  $U_n^{(k)}$  ( $n = 1, 2$ ) — амплитуда перемещения вдоль оси  $x_n$ , от источника, действующего в направлении оси  $x_k$ ,  $U_3^{(k)}$  — амплитуды величины  $\theta$  от силы, действующей в направлении оси  $x_k$  ( $k = 1, 2$ ) или от теплового источника ( $k = 3$ ).

Комплексные граничные равенства в случае силового и теплового возбуждения тела имеют вид на  $\Gamma$ :

$$S_1 - e^{2i\psi} S_2 = 2e^{i\psi} (X_1 - iX_2), \quad S_1 - e^{-2i\psi} \tilde{S}_2 = 2e^{-i\psi} (X_1 + iX_2), \\ -\lambda_T \frac{\partial U_3}{\partial n} = \Phi,$$

$$S_1 = S_{11} + S_{22}, \quad S_2 = S_{22} - S_{11} + 2iS_{12}, \quad \tilde{S}_2 = S_{22} - S_{11} - 2iS_{12}, \quad (3)$$

где  $\psi$  — угол между внешней нормалью  $\bar{n}$  к контуру  $\Gamma$  и осью  $Ox_1$ ,  $S_{km}$  и  $U_3$  — амплитуды соответствующих напряжений  $\sigma_{km}$  и функции  $\theta$ .

Для определения волновых полей напряжений и температуры, введем интегральные представления полевых величин в виде сверток:

$$U_k(z) = \int_{\Gamma} \sum_{m=1}^3 Z_m(\zeta) g_k^{(m)}(\zeta, z) ds \quad (k=1,2,3), \quad (4)$$

где  $g_k^{(m)}$  — компоненты матрицы фундаментальных решений (2).

После записи интегральных представлений комбинаций (3) и подстановки их предельных значений в граничные условия (3) на  $\Gamma$ , приходим к системе сингулярных интегральных уравнений второго рода:

$$\pm 4iW_p(\zeta_0) + \int_{\Gamma} \sum_{m=1}^3 W_m(\zeta) K_{pm}(\zeta, \zeta_0) ds = F_p(\zeta_0) \quad (p=1,2,3),$$

$$F_1 = \frac{1}{\mu}(N + iT), \quad F_2 = \frac{1}{\mu}(N - iT), \quad F_3 = -\frac{2\alpha_T}{1 - i\omega\tau^*} \Phi,$$

$$Z_1 = W_1 e^{i\psi} + W_2 e^{-i\psi}, \quad iZ_2 = W_1 e^{i\psi} - W_2 e^{-i\psi}, \quad \mu\alpha_T Z_3 = W_3, \quad (5)$$

где  $N$  и  $T$  — нормальное и касательное усилия, приложенные к  $\Gamma$ ,  $\Gamma = \cup \Gamma_j$ ,  $\zeta_0 \in \Gamma$ . Здесь верхний знак соответствует внутренней, нижний — внешней задаче. Ядра интегральных уравнений здесь не приводим ввиду их громоздкости.

На основании полученных результатов решения этой и аналогичных задач можно сделать вывод, что для таких материалов как поливинилбутираль эффект связанности может быть значительным, особенно в области пиковых значений частоты

возбуждения. Существенно меняются и амплитудно-частотные характеристики конечных пластин.

**Список литературы:** 1. Даниловская В.И. Термоупругие напряжения в упругом полупространстве, возникающие вследствие внезапного нагрева его границы. Прикл. мат. и мех., 1950, 14, №3. С. 316–318. 2. Коваленко А.Д. Термоупругость. Киев: Вища школа, 1975. 216 с. 3. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. М.: Мир, 1964. 520 с. 4. Новацкий В. Динамические задачи термоупругости / Пер. с польск. М., 1970. 5. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Обобщенная термомеханика. Киев, 1977. 312 с. 6. Фильштинский Л.А., Сиренко Ю.В. Двумерные фундаментальные решения в связанной задаче термоупругости. Теорет. и прикл. механика, 2003. Вып. 37. С. 157–161. 7. Фильштинский Л.А., Сиренко Ю.В. Связанные термоупругие поля в слое при сосредоточенных возбуждениях. Мат. методы и физико-механические поля. 2005. Т. 48, №2. С. 137–146.



Секція опору матеріалів та машинознавства  
**К ВОПРОСУ О МЕТОДИКЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
УСЛОВНОГО ПРЕДЕЛА ТЕКУЧЕСТИ НА РАЗРЫВНОЙ  
МАШИНЕ Р-20**

*Каринцев И.Б., Каринцева А.И.*

Как известно, статические испытания на растяжения являются самым распространенным видом испытаний в заводских лабораториях, так как они наиболее просты и в тоже время дают возможность достаточно верно судить о поведении материала не только при растяжении, но и при других видах деформации. Целью таких испытаний является определение прежде всего следующих механических характеристик материала:  $\sigma_{\delta}$ ,  $\sigma_T$  или  $\sigma_{0,2}$ ,  $\delta$  и  $\psi$ . Если временное сопротивление и предел текучести (физический) легко могут быть определены из первичной диаграммы  $P-\Delta l$ , то определение условного предела текучести  $\sigma_{0,2}$  связано с определенными трудностями. Объясняется это тем, что диаграммный аппарат разрывной машины записывает по оси абсцисс не деформацию испытываемого образца, а перемещение активного захвата. А это не одно и то же.

Наши испытания на разрывной машине Р-20 показали, что жесткость машины соизмерима с жесткостью стандартного цилиндрического образца диаметром 10 мм. Все это приводит к тому, что в перемещения активного захвата одновременно входят деформации образца и самой машины, т.е.  $\Delta l_{\delta} = \Delta l_{\text{обр}} + \Delta l_{\text{м}}$ . Чтобы выделить составляющую  $\Delta l_{\text{м}}$ , проводились специальные испытания, при которых захваты машины были жестко связаны. В результате была получена диаграмма  $P-\Delta l_{\text{м}}$ , которая в дальнейшем использовалась (путем вычитания) для получения диаграммы растяжения стандартного образца. Условный предел текучести далее определялся графическим способом в соответствии с ГОСТом 1497-84.

По этой диаграмме можно также определить и модуль продольной упругости  $E = \frac{P\ell}{F\Delta l_0}$

Более точное определение модуля упругости должно определяться расчетным путем с использованием тензометра.

## **МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА РАСЧЕТА НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПРОДОЛЬНО СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ ПО КОЭФФИЦИЕНТУ СНИЖЕНИЯ ОСНОВНЫХ ДОПУСКАЕМЫХ НАПРЯЖЕНИЙ**

*Катаржнов С.И.*

Как известно, применение формулы Л.Эйлера при определении критической силы продольно сжатого стержня ограничено условием не превышения значений критических напряжений предела пропорциональности. Это объясняется тем, что в основу вывода формулы положено дифференциальное уравнение упругой линии, которым можно пользоваться лишь в пределах закона Р. Гука. Расчетные формулы показывают, что критические напряжения зависят от реальной гибкости стержня. Тогда условие применимости формулы Л.Эйлера можно сформулировать как условие, когда реальная гибкость стержня больше предельной гибкости, которая зависит от механических характеристик материала (модуля продольной упругости и предела пропорциональности).

Для случая, когда реальная гибкость стержня меньше предельной, критические напряжения определяются по эмпирической формуле Ф. Ясинского.

Таким образом, предельная гибкость является границей интервалов применимости формулы Л.Эйлера и формулы Ф. Ясинского на графике зависимости критических напряжений от гибкости.

При проведении проектировочных расчетов на устойчивость первоначально реальная гибкость стержня не известна. Таким образом, имеется неопределенность в возможности использования формул Л.Эйлера или Ф. Ясинского. В связи с этим был разработан универсальный метод расчета на устойчивость по коэффициенту  $\varphi$  снижения основных допускаемых напряжений, который является по сути методом последовательных прибли-



Секція опору матеріалів та машинознавства  
жений. Практика расчетов этим методом показывает, что сходимость процесса ухудшается при малых и больших значениях гибкостей в интервале табличных значений коэффициента  $\varphi$ , что приводит к затруднению расчетов. Метод имеет и некоторые другие недостатки.

В данной работе предлагается модификация метода расчета на устойчивость по коэффициенту снижения основных допускаемых напряжений.

Суть модификаций заключается в следующем. Используется аналитическое выражение коэффициента  $\varphi$ . В качестве критического напряжения, которое входит в выражение, принимается напряжение, вычисляемое по формуле Ф.Ясинского с подстановкой в нее предельного значения гибкости. Таким образом вычисляется значение  $\varphi_{пред.}$ , соответствующее предельному значению гибкости. Именно это значение коэффициента назначается в первом приближении, то есть  $\varphi_1 = \varphi_{пред.}$ , а не произвольное.

Если первое приближение дает результат  $\varphi_1' < \varphi_{пред.}$ , то дальнейший расчет ведется по формуле Л.Эйлера, если  $\varphi_1' > \varphi_{пред.}$ , то дальнейший расчет ведется по формуле Ф.Ясинского.

Модифицированный метод позволяет упростить проекторочный расчет продольно сжатых стержней.

## **КРУТИЛЬНАЯ ДИАГНОСТИКА И МНОГОМЕРНЫЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ**

*Курочкин В.Б.*

Актуальность проблемы диагностики зубчатых зацеплений диктуется острой необходимостью организации оперативного безразборного контроля технического состояния редукторов на стадиях их жизненного цикла: на этапах проектирования, изготовления, испытаний, доводки, эксплуатации и ремонта.

В докладе рассматривается новый метод диагностики зацеплений, основанный на регистрации и анализе параметров кру-



крутильных колебаний и постановке диагноза по изменению во времени крутящего момента и мгновенной угловой скорости.

Математическая модель крутильных колебаний редуктора имеет вид:

$$[I]\{\ddot{\varphi}\} + [k]\{\dot{\varphi}\} + [c]\{\varphi\} = \{M_{\text{ед}}\}$$

где

$[I]$  и  $[k]$  – диагностические матрицы соответственно коэффициентов инерции и демпфирования,

$[c]$  – кодиагональная матрица коэффициентов жёсткости,

$\{\dot{\varphi}\}$ ,  $\{\ddot{\varphi}\}$ ,  $\{\varphi\}$ ,  $\{M_{\text{кр}}\}$  – зависящие от времени векторы соответственно угловых ускорений, скоростей, перемещений и крутящих моментов.

Зависимость параметров крутильных колебаний валов редуктора от вида дефекта входит в неявном виде. В условиях функционирования редуктора возмущающие воздействия и динамические характеристики зацеплений являются ненаблюдаемыми параметрами, а вид и глубина дефекта определяются только по выходным сигналам  $\Delta\varphi(t)$  и  $M_{\text{кр}}(t)$ .

Из данной модели видно, что для получения диагностической информации возможны два основных вида измерительных систем:

- 1) торсиографическая измерительная система, основанная на регистрации информации  $\Delta\varphi(t)$ ,
- 2) тензометрическая система измерений, регистрирующая зависимость крутящего момента от времени  $M_{\text{кр}}(t)$ .

Многомерность анализа состоит в оценке параметров крутильных колебаний в различных сечениях вала и различных секторах угла поворота. Повышение точности постановки диагноза зубчатых зацеплений редукторов производится путем применения прямого и обратного GF(p)-преобразований измерительных сигналов.

Оценка технического состояния редукторов может производиться как на переходных, так и стационарных режимах. Статистический анализ изменений мгновенной угловой скорости по

углу поворота вала позволил определить дефекты зубьев шестерни мультипликатора винтовой компрессорной установки ПВ-10/8. По изменению формы распределений, появлению новых экстремумов, изменению дисперсии, коэффициентов асимметрии и эксцесса можно видеть развитие дефекта зубчатых зацеплений. При этом многомодальность распределений свидетельствует о нестабильной работе редуктора и его зацеплений.

### **НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СЛОИСТЫХ ЦИЛИНДРОВ С РАССЛОЕНИЯМИ**

*Верецака С.М., Жигилий Д.А.*

На основе дискретно-структурной теории тонких оболочек предложен вариант расчётной модели многослойных тонкостенных элементов из нескольких жёстких анизотропных слоёв. Считается, что напряжения поперечного сдвига и обжатия на границе контакта равны между собой. Допускается упругое проскальзывание по поверхности контакта смежных слоёв. Исследовано напряжённно-деформированное состояние двухслойных трансверсально изотропных цилиндров с расслоениями.

### **ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВТУЛКИ В ПЕТЛЕ СТЕРЖНЯ ШАТУНА**

*Криворучко Д.Г., Жигилий Д.А.*

В работе моделируется методом конечных элементов программного комплекса ANSYS 10.0 динамика пальца в петле стержня шатуна с целью определения окружных перемещений втулки. Конструктивно во втулке присутствует отверстие с осью, перпендикулярной оси симметрии, для подачи смазки в пары трения. При большом числе циклов нагружения возможен проворот втулки и закрытие отверстия и, как следствие, разрушение пар трения.

Моделирование произведено в трёхмерной постановке. Втулка посажена в стержень с натягом 0,02 мм. Твердотельная модель представляет собой два концентрических полых цилинд-

ра - петля и втулка. Во внутреннем подем цилиндра присутствует отверстие. Внутри втулки находится цилиндр-палец. Конечно элементная модель представлена ансамблем в 100000 трёхмерных десятиузловых тетраэдрических элементов объёмного НДС и элементами контактных пар. Моделируются две пары трения: петля-втулка и палец-втулка. Коэффициент трения пар  $f=0,1$ . На палец действует переменная сила с амплитудой 172 кН и коэффициентом асимметрии цикла:  $R=-3,5$ . Отношение длины шатуна к длине кривошипа  $\lambda=4$ . Предполагается синусоидальный характер роста с линейным убыванием переменной силы.

Исследовано напряжённо-деформированное состояние втулки в петле стержня шатуна. Полученный контактный статус пары трения показывает отсутствие проскальзывания, однако абсолютные перемещения в окружном направлении находятся в пределах 0,01-0,02 мм за 1 цикл нагружения.

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОИСТЫХ ПЛАСТИН МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

*Верещака С.М., Жигилий Д.А., Пилипенко В.В.*

На основе дискретно-структурной теории тонких пластин проведены вариантыные расчёты многослойных пластин. В трёхмерной постановке (метод конечных элементов, программный комплекс ANSYS 8.0) рассмотрен ряд условий контакта по соприжённным поверхностям:

- 1) два жёстких трансверсально изотропных слоя идеально контактируют;
- 2) два жёстких трансверсально изотропных слоя контактируют через промежуточный мягкий клеевой слой;
- 3) два жёстких трансверсально изотропных слоя контактируют с упругим проскальзыванием;
- 4) однослойная трансверсально изотропная пластина (моделирование элементом-оболочкой).

Исследовано напряжённо-деформированное состояние круглых двухслойных пластин, края которых шарнирно оперты



Секція опору матеріалів та машинознавства  
или жёстко зацементированы, при действии постоянного давления по  
одной из сторон.

## **О РАЦИОНАЛЬНОМ РАЗМЕЩЕНИИ ОПОР В БАЛКАХ, НАГРУЖЕННЫХ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКОЙ**

*Суханов В.В.*

С точки зрения прочности и жесткости балок, работающих на изгиб, важное значение имеют не только правильный выбор количества опор, на которые опирается балка, но и их правильное размещение по длине.

В настоящей работе рассматривается изгиб балок нагруженных равномерно распределенной нагрузкой. Количество опор менялось от двух до четырех. То есть рассматривались как статически определимые, так и статически неопределимые балки.

Проведенный анализ показал, что рациональное размещение двух опор в однопролетной балке уменьшает максимальный изгибающий момент в 5,84 раза. Увеличение опор до 3 уменьшает изгибающий момент в 2 раза только при их правильном размещении. Рационально размещение 4 опор уменьшает максимальный изгибающий момент в 3,5 раза по сравнению с двухопорной балкой и в 1,7 раза по сравнению с трехопорной балкой. Следует также отметить, что рациональное размещение опор всегда выгоднее, чем их простое увеличение.

## **ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ШАРНИРНО-ПОДВИЖНОЙ ОПОРЫ В ДВУХОПОРНОЙ БАЛКЕ**

*Ратушный А., Скорик А.*

Проведено исследование деформации двухопорной балки с нависающей консолью, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой. Определялось оптимальное расположение шарнирно-подвижной опоры из условий прочности и жесткости.

Оптимальное расположение подвижной опоры, с точки зрения прочности, имеет место при  $x = 0,293l$ . В этом случае максимальный изгибающий момент уменьшается в 3 раза по сравнению с однопролетной балкой без консоли. Оптимальное расположение подвижной опоры с точки зрения жесткости определялось с использованием метода начальных параметров. В результате было получено следующее значение длины консоли:  $x = 0,33l$ . Максимальный прогиб при этом уменьшился в 9,5 раза.

Результаты теоретических расчетов были проверены экспериментально на специальной установке, позволяющей перемещать шарнирно-подвижную опору. Прогибы определялись индикаторами часового типа с ценой деления 0,01 мм. Расхождение не превышало 5 %.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ ГЛАВНОГО ВАЛА РАБОЧЕЙ МАШИНЫ

*Прохина А.Е., Никитин М.А.*

Задача состоит в определении частоты вращения главного вала рабочей машины. В этом случае рассматриваются два этапа. Первый этап – стадия проектирования и второй – стадия испытания готовой машины на соответствие рабочих параметров, предъявляемых к данному типу машин. При этом учитываются все силы, действующие в механизме в процессе движения. Для работающей машины всегда можно определить частоту вращения главного вала тахометром за один цикл или же за какое либо время.

На стадии проектирования эту задачу можно решить, если воспользоваться методиками Н.И.Мерцалова или Ф.Виттенбауэра. Эти методы основаны на теоретических знаниях процесса движения твердого тела. При этом все силы и моменты, действующие на звенья механизма, сводятся к одной силе (моменту), действующей на так называемую динамическую модель. Эта динамическая модель должна соответствовать определенным требованиям. Во первых угловая скорость динамической модели  $W_m$  должна быть равна угловой скорости главно-



го вала рабочей машины ( $W_1$ ). Кроме того, массы всех звеньев (инертность) заменяется суммарным приведенным моментом инерции  $I^{\text{пр}}_{\Sigma}$ . Рабочая многозвенная машина, нагруженная большим количеством сил, заменяется простой моделью, к которой приложены  $M^{\text{пр}}_{\Sigma}$  и  $I^{\text{пр}}_{\Sigma}$ , которые можно определить за цикл установившегося движения. На основании найденного  $M^{\text{пр}}_{\Sigma}$  определяется работа от сил сопротивления и сил движущих. Динамическая модель представляет "звено" вращения. Кинетическая энергия такого звена  $T = I^{\text{пр}}_{\Sigma} \cdot W_1^2 / 2$ , что позволяет определить угловую скорость ( $W$ ). Таким образом, имея значения кинетической энергии и приведенного момента инерции, определим частоту вращения главного вала машины. Кроме того удастся определить коэффициент неравномерности главного вала машины ( $\delta$ ) и сравнить его с рекомендуемыми значениями для данного типа механизмов.

Если выявлены значительные расхождения  $\delta$ , то необходимо решать дополнительные вопросы, связанные с уравниванием звеньев, установкой маховиков или регуляторов.

## РАЗРАБОТКА ПРИВОДА ПЕРЕДНЕГО КОЛЕСА ДОРОЖНОГО МОТОЦИКЛА

*Стрелец В.В., Курочки Е.П.*

Идея создания полноприводного мотоцикла «2×2» на базе дорожного мотоцикла возникла из-за сложностей прохождения на обычном заднеприводном мотоцикле грязелистых дорог, песчаных и заболоченных местностей. Одновременный привод заднего и переднего колес мотоцикла обеспечивает более надежное, без пробуксовки, сцепление колес с вязкой и скользкой поверхностью, что обусловлено, главным образом, снижением вращающего момента на активно вращающихся колесах.

Преимущества полного привода уже реализованы в мотоциклах фирм Yamaha и КТМ. Принципиальные отличия в конструкциях приводов мотоциклов и автомобилей не позволяют широко использовать на мотоциклах узлы переднего привода автомобилей. Для новых или модернизируемых моделей дорож-



### Секція опору матеріалів та машинознавства

ных мотоциклов требуется разработка привода переднего колеса. При решении такой задачи основными проблемами являются следующие: создание малогабаритного и надежного механизма для передачи вращающего момента на постоянно поворачивающееся при маневрировании колесо; учет высокоамплитудного движения переднего колеса в вертикальной плоскости.

Были проанализированы уже существующие варианты конструкций цепного и гидравлического насосного приводов переднего колеса. Отмечены основные недостатки таких конструкций: существенное увеличение веса мотоцикла и неподрессоренных масс.

В данной работе предложена конструкция привода переднего колеса с помощью двух конических редукторов, соединенных двухсекционным трансмиссионным валом. Первый редуктор с передаточным числом равным 1 обеспечивает передачу вращательного движения от двигателя через упругую муфту и ШРУС (шарнир равных угловых скоростей) на второй редуктор, который имеет передаточное число равное 3,88 и соединен со ступицей переднего колеса. Упругая муфта взята из мотоцикла «Днепр», а ШРУС - с автомобиля ВАЗ-2109, второй редуктор представляет собой главную передачу мотоцикла «Урал Волк».

В результате проектирования привода рассчитана конструкция и выполнены чертежи первого редуктора, модернизирован ШРУС для обеспечения поворота колеса на  $30^\circ$ , разработаны соединение второго редуктора с колесом, защита водителя и двигателя от выбросов из-под переднего колеса. Особое внимание уделено проектированию маятниковой передней подвески консольного типа, имеющей преимущество над телескопической в части управляемости передним колесом при динамическом нагружении. Сделана эскизная проработка этой подвески.

Результаты выполненной работы могут найти применение в доработке дорожных мотоциклов для походов по пересеченной местности.

## ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ ДЛЯ КОНСОЛЬНЫХ РАМ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

*Липовая Т.*

В работе были рассмотрены три расчетные схемы двухконсольной, статически определимой рамы с различными схемами загрузки нагрузкой  $q$ . Строились эпюры поперечных сил, изгибающих моментов, продольных усилий. Проводилась статическая проверка узлов рамы. Определялось перемещение крайней левой точки консоли с помощью интеграла Мора. Подбирались сечения из прокатных профилей.

Для подобранных сечений строились эпюры нормальных и касательных напряжений.

## РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ ШАРНИРНЫХ МНОГОПРОЛЕТНЫХ БАЛОК С ПОМОЩЬЮ ПОСТРОЕНИЯ ПОЭТАЖНЫХ СХЕМ

*Яковчук А.*

Расчету подлежали три балки с различными схемами загрузки и пролетами. Выбирались основные, передаточные, подвесные балки, для которых строились поэтажные схемы, с целью упрощения расчетов. Вначале определялись опорные реакции, их проверка, затем строились эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. После этого, построенные эпюры для простых балок суммировались для многопролетных балок. Выполнялась проверка правильности построения эпюр, с нахождением опасных сечений.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ АРКИ ОПЫТНЫМ ПУТЕМ

*Покутный М.*

В прошлом учебном году были построены эпюры внутренних силовых факторов для трех схем статически определенных, шарнирных арок загруженными внешними силовыми факторами  $q$  и  $F$ . В расчетных схемах арок изменялась только



кривизна оси, при постійному пролеті. На основанні побудованої епюры  $M$  в сечення арки була введена арматура, попередньо випробувана на розрив. При проведенні експериментів спостерігалося утворення нормальних і нахилених тріщин к продольній осі арки, які порівнювалися з побудованими епюрами. Проблемні питання виникли: при виконанні опалубки з урахуванням заданої кривизни арки, фіксація арматури в заданому сеченні, відповідність теоретичної і експериментальної навантажувальних, вибір складу бетону, вибір опор арки. З метою більшої наочності виконано стенд на якому представлені результати експериментів, а також складено пояснювальну записку з відображенням як теоретичних так і практичних висновків.

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПАСНЫХ СЕЧЕНИЙ В КРИВОМ БРУСЕ**

*Корниенко К.Ю.*

Задано три розрахункові схеми кривого бруса, що знаходяться під дією горизонтальної, рівномірно розподіленої навантаження  $q$ . Намечалися і вираховувалися координати заданих характерних точок бруса. Далі знаходилися значення внутрішніх силових факторів для даних точок.

Виконувалися їх аналізи. Для більшої наочності значення епюр  $Q$ ,  $M$ ,  $N$  побудовано в тривимірному просторі. Використовуючи спосіб заміни площин проекцій отримано графічні залежності (з точки зору площаді) значень внутрішніх силових факторів в кривому брусі.

## **СРАВНЕНИЕ НЕСУЩИХ СПОСОБНОСТЕЙ ДЕРЕВЯННЫХ ОБРАЗЦОВ ТЕОРЕТИЧЕСКИМ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ПУТЕМ ПРИ ДЕФОРМАЦИИ ОСЕВОГО СЖАТИЯ**

*Валик Ю., Чудопал С.*

Спочатку виконувалися теоретичні розрахунки по визначенню несущої спроможності дерев'яних зразків вздовж і попе-



рек волокон. Затем проводились опыты по определению допускаемой нагрузки. Материал образцов – сосна. Для получения более достоверного результата каждый опыт включал в себя проведение пяти испытаний.

Размеры образцов  $b \times a \times h$  (мм): 20 x 20 x 20, 20 x 20 x 30, 20 x 20 x 40, при испытании вдоль волокон,  $b \times a \times h$  (мм) - 20 x 20 x 20 при испытании поперек волокон. Далее строились графические зависимости несущей способности полученные теоретическим и экспериментальным путем.

Затем проводились испытания образцов, размерами  $b \times a \times h$  (мм) - 20 x 20 x 20 со следующими температурными режимами:  $t^0=0^0\text{C}$ ,  $t^0=-10^0\text{C}$ , влажностными режимами, образцы находились в воде 1 час и 3 часа. Проведены теоретические расчеты для получения несущей способности. Далее анализировались полученные результаты. Кроме этого проведена определенная работа по изучению методов расчета элементов, физико-механических свойств древесины, даны рекомендации по проведению дальнейших экспериментов.

Представлены два стенда с фотографиями до и после испытаний, исследуемыми образцами и пояснительной запиской.

## **ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ В АКСОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЯХ ПРИ РАСЧЕТЕ ПЛОСКОЙ РАМЫ**

*Назаренко Р.*

Рассмотрена статически определимая двухконсольная рама, нагруженная равномерно нагрузкой  $q$ , как вертикальной, так и горизонтальной. Схем нагружения – восемь. Для каждой схемы построены эпюры  $Q$ ,  $M$ ,  $N$ . Выполнялась статическая проверка узлов рамы. Составлялись таблицы значений внутренних силовых факторов на основании которых выбраны две схемы нагружения. Для данных схем; характерных точек на ригеле и стойках, откладывались значения  $Q$ ,  $M$ ,  $N$  в одномерном пространстве двумерном пространстве, трехмерном пространстве.

Давался графический анализ значений ординат изгибающего момента.

## ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ ДЛЯ СЛУЧАЯ КОСОГО ИЗГИБА В АКСОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЯХ

*Качан С., Бурый А., Вакула Д.*

Конструктивные схемы задач представлены в трехмерном пространстве. Расчеты выполнялись для статически определенных однопролетных балок, однопролетных одноконсольных балок и консольных балок. Загружение внешними силовыми факторами —  $q$ ,  $F$ ,  $m$ . Сложный вид деформации преобразовывался в простые виды. Рассматривались как статические, так и физические задачи поперечного изгиба. Эпюры  $Q$ ,  $M$ , строились с учетом правил знаков. Выполнялась проверка правильности построения эпюр. Анализировались значения внутренних силовых факторов с учетом опасных сечений балок.

## ПОДБОР СЕЧЕНИЙ ДЛЯ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ БАЛОК

*Чердниченко Ю.*

Рассмотрены три типа статически определимых балок, для которых строились значения внутренних силовых факторов —  $Q$ ,  $M$ . Характер загрузки —  $q$ ,  $F$ ,  $m$  с учетом различного сочетания. Исходя из условия прочности при деформации поперечного изгиба подбирались несколько сечений: из прокатных профилей, квадратное, круглое из древесины. Строились эпюры  $\sigma$ ,  $\tau$ . Давался сравнительный анализ сечений, как для вида деформаций так и по расходу материалов. Кроме этого, в работе вычислялись главные центральные моменты инерции для симметричных сечений, выполненных в аксонометрических проекциях.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПАСНЫХ СЕЧЕНИЙ В МНОГОСТУПЕНЧАТОМ БРУСЕ ПРИ ДЕФОРМАЦИИ ОСЕВОГО РАСТЯЖЕНИЯ, СЖАТИЯ

*Васильев Я., Шульга Р.*

Рассматривались статическая, физическая, геометрическая задачи для трех схем многоступенчатого бруса находящегося под действием внешних сил  $F$ . Поперечные сечения бруса представлены как цельные, так и с ослаблением. Для построения эпюр использовался принцип независимости действия сил, метод сечений. Учитывался собственный вес бруса. Выбиралось опасное сечение.

В работе рассматривался подбор сечений для статически определимых балок, строились эпюры  $Q$ ,  $M$  и  $\sigma$ ,  $\tau$ .

## ПОДБОР СЕЧЕНИЙ ДЛЯ ПРОДОЛЬНЫХ И ПОПЕРЕЧНЫХ БАЛОК ПОКРЫТИЯ

*Крючков С.*

Разработана конструктивная схема каркаса для реконструкции цеха, состоящая из колонн, продольных и поперечных балок выполненная проектным институтом. Целью работы было в реальных условиях просчитать поперечное сечение двух балок исходя из условия прочности. Разработана схема сбора нагрузок, аксонометрическая схема одного блока пространственного каркаса, сечение покрытия. Сечение балок представлено двух типов: симметричное и не симметричное. Строились эпюры внутренних силовых факторов, подбирались сечения. Вычислялись главные центральные моменты инерции. На основании полученных результатов делался вывод о подборе сечения балок.



## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТОКА В БЕСКОНТАКТНОМ УПЛОТНЕНИИ, СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

*Устимов С.В.*

Бесконтактные уплотнения и в настоящее время широко применяются в насосных агрегатах различного назначения.

При работе насоса в зазоре уплотнения формируется сложное спиральное течение, описание которого аналитическими методами является практически невозможным. Именно поэтому в последнее время для определения гидродинамических характеристик используются численные методы моделирования.

Рассмотрено течение в кольцевом канале, образованном втулкой и вращающимся и прецессирующим валом. Численными методами, в частности используя К- $\epsilon$  модель и модель низких чисел Рейнольдса для описания турбулентности, получены профили осевой, радиальной и окружной скоростей в уплотнении. Полученные результаты сравнивались с экспериментальными.

## РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЙ В ЩЕЛЕВЫХ ДРОССЕЛЯХ

*Герун И.О.*

Щелевые и лабиринтные уплотнения широко распространены в агрегатах современных гидравлических, масляных и топливных систем: в насосах и гидродвигателях, в распределительных и регулирующих устройствах, в силовых цилиндрах.

Анализ показал, что существующие методы определения утечки через зазоры щелевых уплотнений, распределения давления и сил, действующих на уплотняющие поверхности, могут быть использованы лишь для ограниченного круга задач и не охватывают всего разнообразия конструктивных схем и условий работы бесконтактных уплотнений.

Отсутствие надежных методов расчета и проектирования щелевых и лабиринтных уплотнений вынуждает затрачивать большие усилия на экспериментальную доводку гидроаппаратуры, получать конструкции, далекие от совершенства. Поэтому изучение закономерностей течения жидкости в зазорах бесконтактных уплотнений является актуальной задачей и особенно в свете вопросов, поставленных новой техникой.

В работе приводится решение плоской задачи гидродинамики в бесконтактных уплотнениях. В результате получены: распределение давления и скоростей в канале, расходы, силы и моменты действующие на стенки канала.

## **АНАЛИЗ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТОРЦОВОГО ДРОССЕЛЯ С ПОДВИЖНЫМИ СТЕНКАМИ**

*Грибишченко А.И.*

Одной из важнейших проблем развития машиностроения в различных отраслях современной технологии является проблема создания надежных и герметичных уплотнений, от работы которых зависит надежность и экономичность технической установки в целом.

Среди многообразия видов уплотнений в наибольшей степени требованиям развивающейся техники удовлетворяют торцовые уплотнения, область применения которых непрерывно расширяется, чему во многом способствует появление новых износостойких материалов (угле- и пирографитов, силицированных графитов, металлокерамических сплавов и т.д.), а также использование гидродинамического и термогидродинамического расклинивания пар трения.

Они отличаются большой долговечностью и обладают высокой герметичностью, работают удовлетворительно при сравнительно больших радиальных биениях вала и сравнительно мало чувствительны к смещению вала относительно корпуса машины.

Различные отрасли современной промышленности в машинах требуют более высоких показателей скорости, подачи, давления, что в свою очередь приводит к температурным и силовым нагрузкам, нарушающим плоскостность контактных поверхностей. Изменение плоскостности ведет к перераспределению гидравлического давления в торцовой щели, а, следовательно, к изменению сил и моментов. В связи с этим возникает актуальная задача исследования гидродинамических характеристик течения жидкости в торцовом дросселе с подвижными стенками с учетом тепловых процессов и упругих деформаций уплотнительных колец.

### **ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АКСИАЛЬНО-ПОДВИЖНОГО КОЛЬЦА ТОРЦОВОГО УПЛОТНЕНИЯ**

*Зуева Н.В.*

Разработка новых конструкций торцовых уплотнительных узлов связана с задачей более детального исследования гидродинамических процессов, протекающих в уплотнении. В первую очередь это относится к процессам, имеющим место в торцовом дросселе, образованном парой трения, который является основным элементом не только торцовых уплотнений, но и упорных подшипников, гидродяг, уплотнений с плавающими кольцами.

В работе рассмотрено нестационарное течение жидкости в торцовом дросселе. Получено распределение давления по длине щели с учетом сил инерции жидкости и влияния местных потерь на граничные условия для давления. Давление пленки жидкости, разделяющей поверхности дросселя, воз-



нікает за счет гидростатического (перепад давления на торцовом дросселе) и за счет гидродинамического (влияние подвижности стенок дросселя) эффектов. В свою очередь силы давления, действующие со стороны жидкости на торцовые кольца, влияют на статические и динамические характеристики элементов уплотнения. Рассмотрены угловые и осевые колебания аксиально-подвижного кольца уплотнения. Получены статические и динамические характеристики гидропаты с учетом сил и моментов в торцовом дросселе, обусловленных инерцией жидкости.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА ЗАВИСИМОСТИ ЖЕСТКОСТЕЙ ЩЕЛЕВЫХ УПЛОТНЕНИЙ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ И ДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВЛИЯНИЯ

*Головач Р.С.*

В центробежных насосах перепад давления на щелевых уплотнениях определяется напором ступени, который пропорционален квадрату частоты вращения ротора. Поэтому жесткости уплотнений также пропорциональны квадрату частоты вращения  $\omega$ . Критические частоты должны быть определены с учетом этой зависимости. Интерес представляют также значения собственных частот, вычисленных в предположении постоянства жесткости уплотнений, так как, если на вращающийся с номинальной частотой ротор действуют периодические вращающие силы с иной частотой, то возможен резонансный режим при совпадении частоты этих сил с собственной частотой. Критические частоты, вычисленные с учетом пропорциональности жесткости квадрату частоты вращения  $\omega$ , необходимы для определения запасов постройке от резонансных режимов и устойчивости. Кроме того, эти зависимости нужно учитывать при проектировании многорежимных машин. Таким образом, практический интерес представляет определение как критических, так и собственных частот.

В результате численных экспериментов для двух роторов насосов №1 – ПЭ 380-200-3, №2 – ПЭ 400-250-3 проведены сопоставления спектров критических и собственных частот. Подтверждены общие закономерности, заключающиеся в том, что для частот вращения выше рабочей критические частоты всегда превышают соответствующие собственные. А для частот ниже рабочих, наоборот, каждая критическая частота оказывается ниже соответствующей рабочей.

В результате численных экспериментов, проведенных по программе расчета вынужденных колебаний, показано, что учет квадратической зависимости жесткостей уплотнений от частоты вращения существенно изменяет частотные характеристики коэффициентов влияния. Поэтому можно сделать вывод, что эффективная балансировка может быть реализована только с учетом этой зависимости.



## ВЫВОД УРАВНЕНИЙ КОЛЕБАНИЙ НЕСИММЕТРИЧНОГО ДВУХОПОРНОГО РОТОРА В ЩЕЛЕВЫХ УПЛОТНЕНИЯХ

*Зимогляд Ю. В.*

В центробежных насосах в качестве бесконтактных уплотнений проточной части широко используются щелевые уплотнения. Они представляют собой кольцевые дроссели с малыми 0,2-0,3 мм радиальными зазорами. На передних уплотнениях рабочих колес дросселируются осевые перепады давления, равные развиваемому центробежной ступенью давлению. Неизбежные эксцентриситеты и перекосы ограничивающих кольцевой зазор поверхностей нарушают осевую симметрию распределения давления в зазоре. В результате возникают значительные радиальные гидродинамические силы и их моменты, которые зависят также от частот собственного и прецессионного вращений ротора, от амплитуд его радиальных и угловых колебаний. В свою очередь гидродинамические характеристики щелевых уплотнений в значительной мере определяют вибросостояние ротора: между вибрациями и силами в уплотнениях существует обратная связь, а ротор и уплотнения представляют замкнутую гидромеханическую систему.

Правильным выбором конструкции и геометрических параметров щелевых уплотнений можно обеспечить их большую радиальную и угловую гидродинамическую жесткость. В этом случае уплотнения могут выполнять одновременно функции гидростатических опор взамен традиционных выносных подшипников скольжения или качения. Примером использования щелевых уплотнений в качестве опор могут служить так называемые *безвальные насосы*. Такие конструкции центробежных насосов с комбинированными опорно-уплотнительными узлами по сравнению с обычными схемами более просты, менее материалоемки, обладают лучшими виброакустическими характеристиками, обеспечивающими их более высокую вибрационную надежность.

В данной работе рассматриваются радиально-угловые колебания простейшей модели однодискового несимметричного ротора с невесомым упругим валом, вращающимся в жестких опорах. В уравнениях колебаний использованы линеаризованные выражения гидродинамических сил и моментов, учитывающие собственное и прецессионное вращение ротора, а также радиальные и угловые колебания диска. Силовые факторы получены с учетом локальных и конвективных составляющих сил инерции потока вязкой жидкости в кольцевых зазорах с конусностью. Проведена количественная оценка влияния сил инерции на демпфирование уплотнений.

## ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ ОДНОДИСКОВОГО КОНСОЛЬНОГО РОТОРА В ЩЕЛЕВЫХ УПЛОТНЕНИЯХ

Петрикова И.Л.

Щелевые уплотнения являются наиболее распространенным видом бесконтактных уплотнений центробежных насосов. Основой щелевых уплотнений являются узкие каналы. В них дросселируются большие перепады давлений протекающей среды. Из-за неизбежных эксцентриситетов и перекосов ротора распределение давления в зазоре будет нарушено в осевом направлении. Вследствие этого возникают радиальные гидродинамические силы и их моменты. Они зависят от частот собственного и прецессионного движения ротора, а также амплитуд его радиальных и угловых колебаний.

Отличительной особенностью щелевых уплотнений является их способность выполнять одновременно функции гидростатических опор с высокой несущей способностью и, тем самым, определять вибрационное состояние ротора. Примером использования щелевых уплотнений в качестве опор могут служить так называемые *безвальные насосы*. Для обеспечения нормального вибростояния машины необходимо учитывать связь ротора с уплотнениями, которые представляют собой замкнутую гидромеханическую систему.

В данной работе рассмотрены радиально-угловые колебания простой модели однодискового консольного ротора с невесомым упругим валом, вращающимся в жестких опорах. Из-за нелинейности уравнений движения использовались линеаризованные выражения гидродинамических сил и их моментов. Эти уравнения учитывают радиальные и угловые колебания диска, собственное и прецессионное движение ротора. Составление уравнений производилось с учетом локальных и конвективных составляющих сил инерции потока вязкой среды в кольцевых зазорах с конусностью. Это позволило с приемлемой точностью количественно оценить силы и моменты, выяснить их природу и зависимость от геометрических параметров канала. Для наглядности результатов была произведена численная оценка гидродинамических сил, и как результат построена амплитудно-частотная характеристика.

## ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНОГО ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЩЕЛЕВОГО УПЛОТНЕНИЯ НА СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ РОТОРА В ЩЕЛЕВЫХ УПЛОТНЕНИЯХ

Тарасевич Ю.Я.

Щелевые уплотнения применяются в качестве уплотнений проточной части большинства центробежных насосов. Для описания процессов, происходящих в коротких кольцевых дросселях используются различные модели. Анализ теоретических и экспериментальных данных по определению влияния бесконтактных уплотнений на вибрационные характеристики ротора на-



соса показал, что данная задача решена не полностью. Методы, которые используются для расчета вибрационных характеристик роторов насосов позволяют рассчитывать только детерминированные модели, кроме того достоверность расчета в значительной степени зависит от точности определения сил и моментов в зазорах бесконтактных уплотнений. Упругие и демпфирующие характеристики ротора являются случайными величинами, поскольку определяются случайными параметрами щелевых уплотнений (радиальным зазором, конусностью, перекосом). Поэтому оценку собственных частот и границ устойчивости необходимо проводить с использованием методов теории вероятности.

Целью этой работы является определение влияния случайных изменений параметров щелевого уплотнения на собственную частоту многомассового ротора насоса.

Решение поставленной задачи проводилось на основе метода начальных параметров в сочетании с элементами математического моделирования случайных величин и процессов. Анализ влияния случайного изменения радиального зазора и конусности втулки щелевого уплотнения на собственные частоты ротора проводился на основе метода статистического моделирования Монте-Карло.

Для определения вероятностных характеристик собственной частоты многомассового ротора был разработан алгоритм и программа расчета, позволяющая проводить расчет собственных частот при различных конструктивных и режимных параметрах как с учетом случайного изменения параметров щелевых уплотнений, так и для детерминированных значений этих параметров. Выходными данными расчета являются: математическое ожидание, среднеквадратичное отклонение, предполагаемый теоретический закон распределения, изменение математического ожидания со временем.

Проведенные расчеты показали, что для высоконапорных центробежных насосов первоначальная остройка от резонансных частот может невыполняться вследствие изменения зазоров в бесконтактных уплотнениях проточной части и случайного изменения их параметров.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ДРОССЕЛИРУЮЩИХ КАНАЛАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО УРАВНОВЕШИВАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА**

*Новикова О.В.*

При работе насоса на его ротор действует сложная система сил, среди которых самой большой по абсолютному значению является осевая сила. Для уравновешивания осевой силы используют следующие устройства: осевые подшипники, разгрузочные поршни (думмисы), и гидропаты (автоматические разгрузочные устройства). Преимущества автоматических уравновешивающих устройств обусловлены, главным образом, тем, что они представляют



## Секція динаміки та міцності

собой систему автоматического регулирования торцового зазора, несущей способности и протечек.

Для многоступенчатых высоконапорных насосов осевая сила измеряется десятками и даже сотнями тонн, поэтому устройства для уравнивания осевых сил оказываются напряженными и энергонасыщенными. Доля поврежденных гидроплат насосов в среднем составляет 2 – 8 % общего числа поврежденных насоса. При проектировании конструкций автоматического уравнивающего устройства нужно учитывать, главным образом, чрезмерное уменьшение торцового зазора при возможных изменениях осевой силы.

В работе рассматривается напряженное состояние диска уравнивающего устройства. Получено распределение давления и гидродинамические характеристики в торцовой щели с учетом деформаций диска. Из уравнений равновесия и баланса расходов найдена зависимость давления в камере гидроплат от торцового зазора. Проведен анализ влияния деформаций диска на статическую характеристику.

### РЕШЕНИЕ СТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ГИДРОУПРУГОСТИ ДИСКА ГИДРОПЛАТЫ В ПЕРВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

*Павленко И.В.*

Наряду с большим количеством работ, посвященных исследованию гидроплат, практически неизученной является проблема гидроупругости. Поле давлений в торцовом зазоре приводит к деформациям диска гидроплат, что в свою очередь сказывается на перераспределении давления по радиусу в связи с образованием диффузорного зазора.

В работе изучено напорное течение жидкости через торцовый зазор, образованный двумя дисками, один из которых абсолютно жесткий, другой – деформируемый.

В результате решения уравнений Навье-Стокса в цилиндрических координатах с учётом ряда допущений, связанных с рассмотрением осесимметричного случая, можно прийти к интегральной зависимости между функцией зазора и полем давления по радиусу торцовой щели:

$$p(r) = p_1 - \frac{\int_0^r \frac{dr}{r h^3(r)}}{\int_0^r \frac{dr}{r h^3(r)}} \Delta p. \quad (1)$$

Поскольку функция  $h(r)$  заведомо неизвестна, то необходимо учесть зависимость между давлением в торцовом зазоре и деформациями диска (уравнение Софи-Жермен):

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r \frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dh(r)}{dr} \right) \right] \right\} = \frac{p(r)}{D}. \quad (2)$$

Система двух полученных уравнений позволяет решить проблему гидроупругости в стационарной постановке, то есть установить поле деформаций диска гидропята и действительный закон распределения давления в торцовом зазоре.

## **СПОСОБ УРАВНОВЕШИВАНИЯ И РЕГУЛИРОВАНИЯ ОСЕВОЙ СИЛЫ СТУПЕНИ ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА ИЗМЕНЕНИЕМ ГРАНИЧНОЙ СКОРОСТИ**

*Великодный Е.И.*

Приводится эффективный способ разгрузки от осевого усилия ступени центробежного насоса на всех его режимах работы. Механизм уравнивания осевой силы заключается в увеличении относительной скорости в задней пазухе ступени насоса путем уменьшения ширины канала пазухи. Наиболее удобным и эффективным, с точки зрения потерь, является местное сужение канала задней пазухи, представляющее торцевой дроссель. Регулирование осевой силы, под которым подразумевается его уравнивание на режимах отличных от оптимального, осуществляется автоматическим изменением ширины канала торцевого дросселя приводящей к изменению относительной скорости торцевого канала. Данная схема разгрузки и регулирования по своему конструктивному исполнению подобна механизму гидропята.

По предварительному анализу, приведенный способ автоматического уравнивания осевой силы ступени насоса является наиболее надежным и экономичным.

Разработана методика расчета проточного канала задней пазухи из условия обеспечения допустимого торцевого зазора регулирующего устройства, обеспечивающего его надежную работу во всем диапазоне подач.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДЕМПФИРОВАНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ И КАЧЕСТВО ПЕРЕХОДНЫХ ПРО- ЦЕССОВ ГИДРОПЯТЫ**

*Мандриченко А. А.*

В современных высоконапорных центробежных насосах суммарная осевая сила, действующая на ротор, достигает десятков тонн. Уравнивание таких нагрузок затруднительно и требует значительных затрат мощности. Во многих случаях применяют гидропату – автоматическое уравнивающее устройство, выполняющее одновременно функции упорного подшипника и комбинированного концевое уплотнения с саморегулируемым зазором. Работа гидропаты основана на том, что осевая сила, действующая на торцевую пару, зависит от торцевого зазора.

В работе проведен динамический расчет гидропаты, получены дифференциальные уравнения в безразмерных отклонениях. Составлена структурная



### Секція динаміки та міцності

схема, определена передаточная функция замкнутой системы. Построена область устойчивости в плоскости параметров  $T_2$ ,  $\tau_4$  (параметр  $T_2$  определяет демпфирование при колебаниях ротора в осевом направлении, коэффициент  $\tau_4$  пропорционален площади торцового сечения полости гидropyтa). Сделан вывод о влиянии демпфирования на устойчивость. С помощью ПЭВМ были вычислены и построены переходные характеристики  $h(t)$  для различных значений постоянной времени  $T_2$ ; построена зависимость времени затухания от значений постоянной времени  $T_2$ , сделаны выводы о влиянии постоянной времени  $T_2$  на качество затухания переходных процессов.

## СПОСОБ УРАВНОВЕШИВАНИЯ ОСЕВОЙ СИЛЫ СТУПЕНИ ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА ИЗМЕНЕНИЕМ ГРАНИЧНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

*Шетиль О. Н.*

Механизм уравнивания осевой силы, изменением граничной поверхности, заключается в увеличении радиусов основного и покрывающего дисков за пределы лопастной системы. В результате этого кривая давления, с задающим давлением, смещается в радиальном направлении до уравнивания эпюр давления в передней и задней пазухах ступени насоса.

Более эффективной реализацией такого способа уравнивания является увеличение радиуса одного основного диска рабочего колеса насоса. При этом радиальный размер рабочего колеса намного уменьшается, тем самым снижаются попутные дисковые потери.

О целесообразности предлагаемого способа уравнивания осевой силы можно говорить лишь после проведения балансовых исследований предлагаемого и традиционного способа уравнивания осевой силы насоса.

## СПОСОБ УРАВНОВЕШИВАНИЯ И РЕГУЛИРОВАНИЯ ОСЕВОЙ СИЛЫ СТУПЕНИ ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА ИЗМЕНЕНИЕМ ГРАНИЧНОГО ДАВЛЕНИЯ

*Погребной С.А.*

Механизм уравнивания и регулирования осевой силы ступени центробежного насоса заключается в подводе давления  $P_0$  в определенной части поверхности диска рабочего колеса и его автоматического изменения в зависимости от осевой силы. В результате этого, следуя рис. 1, изменяется, а более точно, конгруэнтно смещается в осевом направлении эпюра распределения давления  $P(r)$ , выдерживая в требуемой точке эпюры подводимое давление питателя  $P_0$ .

Более удачная реализация данного способа регулирования осуществлена при увеличении эпюры давления в передней пазухе рабочего колеса путем



## Секція динаміки та міцності

подвода давления  $P_2$  в область расположения переднего уплотнения при введении дополнительного цилиндрического дросселя в периферийную часть покрывающего диска рабочего колеса (рис.1).

Расчетные балансовые исследования на насосе ПО 600-300 показали на увеличение экономичности предлагаемого способа разгрузки на  $1\div 2\%$  по сравнению с традиционным на оптимальном режиме работы насоса.

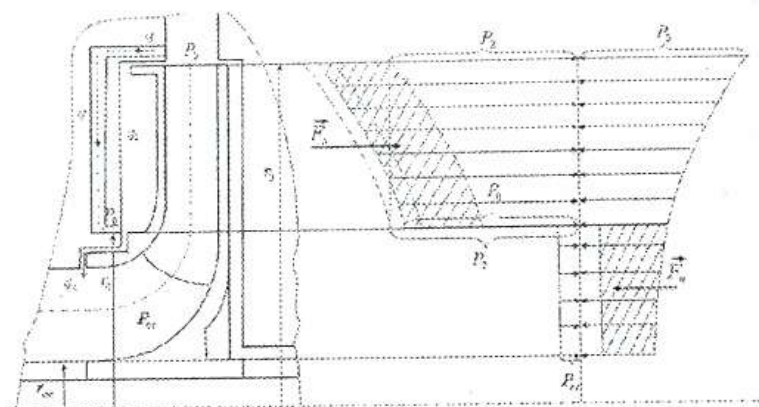


Рис 1 - Конструктивная схема и механизм реализации способа уравнивания и регулирования осевой силы изменением граничного давления

На режимах отличных от оптимального незначительное остаточное осевое усилие уравнивается механизмом автоматического регулирования. Задающим автоматического регулирования является переменный зазор торцового дросселя  $l$  переднего уплотнения, приводящий к изменению потерь, вследствие изменения протечки  $q_2$ , дросселя 2 на выходе из канала питателя. Это приводит к изменению граничного давления  $P_0$ , а следовательно к конгруэнтному смещению эпюры давления до осевого уравнивания рабочего колеса ступени насоса.

В работе предложена методика расчета приведенного способа уравнивания и регулирования осевой силы ступени центробежного насоса, решена задача оптимизации геометрии дросселирующих каналов из условия устойчивости обеспечения зазора торцового дросселя  $l$ .

## КОНЦЕПТУАЛЬНЫЙ ВЗГЛЯД НА УРАВНОВЕШИВАНИЕ ОСЕВОЙ СИЛЫ НАСОСА

*Калиниченко П.М.*

Современный традиционный взгляд на осевое уравнивание заключается в уравнивании суммарной осевой силы действующей на ротор насоса. Осевая сила складывается, в основном, из осевых сил, действующих

## Секція динаміки та міцності

на рабочее колесо насоса. Осевые силы рабочих колес это результат неодинаковой по величине равнодействующей, распределенной нагрузки по обе стороны рабочего колеса. Имеющиеся способы уравнивания ступени также как изменение угловой скорости вращения жидкости в пазухах рабочего колеса, применение симметричных уплотнений и т.д. связаны с потерей энергии, которая составляет  $(3\div 5)\%$  к.п.д. ступени.

Отсутствие экономичных способов осевой разгрузки ступени не составляют альтернативы суммарной разгрузке осевого усилия разгрузочными устройствами. В основном это разгрузочные барабаны и гидروطы со своими преимуществами и недостатками.

Поэтому основная задача данной работы в повышении надежности насосов при разгрузке осевой силы путем ухода от сложившегося стереотипа на уравнивания суммарной осевой силы разгрузочными устройствами насоса. Предлагается разгружать рабочие колеса ступени насоса. Для этого проведены исследования по получению экономичных способов разгрузки рабочего колеса насоса. Анализ уравнения относительного движения жидкости в пазухе насоса указывает на три независимых способа разгрузки. Получение способов разгрузки ступени, их конструктивные схемы, эффективность применения и анализ, составляют содержание данной научной работы.

## СТАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РЕГУЛЯТОРА ПЕРЕПАДА ДАВЛЕНИЯ ГАЗ-ГАЗ

*Зуева Е.В.*

Сухие газовые уплотнения применяются уже более 20 лет. В настоящее время во всем мире свыше 80 % парка центробежных компрессоров оснащено подобными системами герметизации. Использование сухих газовых уплотнений в составе газоперекачивающих агрегатов требует установки вспомогательного оборудования, основным назначением которого является подача очищенного буферного газа с заданным расходом и регулируемой величиной перепада давления. В качестве таких устройств чаще всего применяют автоматические регуляторы перепада давления газ-газ.

Испытания конструкции регулятора перепада давления газ-газ, разработанной на ОАО «СМНПО им. Фрунзе», проведенные на этом предприятии показали, что существующая конструкция обеспечивает регулирование перепада давлений в довольно узком диапазоне изменения внешних параметров, кроме того, на рабочем режиме довольно часто наблюдаются автоколебания золотника регулятора.

Для обеспечения нормальной работы регулятора перепада давления необходимо проведение теоретических исследований, а в частности, статического и динамического расчетов. На основании решения уравнений балансов расходов и уравнений баланса сил были получены статические и расходные характеристики регулятора перепада давления, которые достаточно хорошо



согласуются с результатами экспериментов. Что позволяет в дальнейшем проводить динамический расчет необходимый для обеспечения отстройки регулятора от режима автоколебаний, а также предлагать новые более совершенные конструкции и основывать их расчет на уже отработанной методике статического расчета

## КОНСТРУКЦИЯ И РАСЧЕТ ДВОЙНОГО ГАЗОВОГО УПЛОТНЕНИЯ

*Крисанова А.С.*

С повышением требований к экологической безопасности проблемы герметизации машин и оборудования становятся все более актуальными. Особенно сложны и ответственны задачи уплотнения вращающихся валов центробежных насосов и компрессоров, перекачивающих агрессивные, токсичные, радиоактивные, взрыво- и пожароопасные жидкости и газы. Для предотвращения неконтролируемых протечек таких сред используются двойные, чаще всего механические торцовые уплотнения с внешним подводом нейтральных запирающих жидкостей или газов.

В последнее время все большее применение находят бесконтактные торцовые газодинамические уплотнения, обладающие существенными преимуществами перед контактными уплотнениями.

Еще одним из перспективных направлений является внедрение затворных импульсных торцовых уплотнений, к преимуществам которых можно отнести относительно низкую себестоимость и простоту в эксплуатации. Благодаря коаксиальному расположению ступеней упрощается конструкция узла и уменьшаются его габариты при сохранении повышенной надежности и герметичности, характерных для саморегулируемых импульсных уплотнений.

В докладе рассмотрены двухступенчатые уплотнения к коаксиальным расположением ступеней, созданные на основе хорошо зарекомендовавших себя импульсных торцовых уплотнений.

Основные преимущества двойных газовых торцовых уплотнений перед другими видами уплотнений:

1. Бесконтактная работа. В бесконтактных уплотнениях практически полностью отсутствует износ, теоретически эти уплотнения не имеют ограничений по окружной скорости вращения ротора и уплотняемому перепаду давления. Применение бесконтактных герметизирующих устройств открывает широкие перспективы для создания турбокомпрессоров на сверхвысокие параметры.

2. Работа бесконтактных уплотнений в режиме газовой смазки - характерная черта рассматриваемых в работе уплотнений. Применение таких уплотнений позволяет избежать загрязнения перекачиваемой среды маслом или иной запирающей жидкостью.



## Секція динаміки та міцності

3. Высокая герметичность уплотнения достигается благодаря сверхмалым дросселирующим зазорам. На основе практического опыта можно констатировать, что микронную величину зазора можно получить только в торцовых уплотнениях. Предельная величина торцовой щели в этом случае определяется плоскостностью торцовых поверхностей. Таким образом, двойные газовые бесконтактные торцовые уплотнения - наиболее перспективная и реальная альтернатива традиционным уплотнительным системам турбокомпрессорных машин.

4. Герметичность на стоянке (при не вращающемся роторе).

## АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ОСНОВНЫХ ДЕТАЛЕЙ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ МАШИН

*Золотарь Т.Н.*

Современное развитие теплоэнергетики высоких и сверхвысоких параметров пара, атомных станций, нефтяной, горнорудной, угольной, металлургической и химической промышленности связано с применением различных типов многоступенчатых центробежных насосов широкого диапазона подачи и давлений. В связи с увеличением размеров насосов и развиваемого давления, ростом частоты вращения и потребляемой мощности значительно возросли статические и динамические нагрузки на основные элементы конструкции, и поэтому вопросы прочности приобрели большое значение.

Многие задачи, с которыми приходится сталкиваться исследователям, либо не поддаются аналитическому решению, либо требуют огромных затрат на их экспериментальную реализацию. Конечно-элементный анализ с помощью программы ANSYS значительно уменьшает расходы на проектирование и изготовление. Программа ANSYS представляет собой универсальный программный комплекс, в который заложена общая процедура метода конечных элементов, но при этом отсутствуют специальные модули для автоматизированного расчета деталей машин, в том числе и деталей центробежных насосов. Для создания отдельного модуля для расчета напряженно-деформированного состояния секции корпуса и крышки нагнетания насоса в программе ANSYS требуется написание специальных подпрограмм макросов обеспечивающих автоматизацию построения расчетной модели, выдачу результатов расчета, а также создание графического интерфейса пользователя.

В работе приведены результаты расчетов напряженно-деформированного состояния секций, корпуса, уравновешивающего устройства и крышки нагнетания насоса ЦНС 60-330. Разработаны подпрограммы автоматизированного расчета на макроязыке Tcl/Tk.

## **АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РОТОРОВ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ МАШИН**

*Герасимова Е.*

Задача анализа динамических характеристик вращающихся конструкций, в частности, расчет критических скоростей роторов и исследование реакции конструкции на возможные дисбалансы – одна из наиболее важных при проектировании и доводке роторных машин. Кроме того, при колебаниях несимметричного ротора наблюдаются угловые колебания диска, в связи с этим появляются моменты сил инерции. Для некоторых роторов, особенно консольных, моменты могут оказаться значительными, и их нужно учитывать при вычислении критических частот. Поэтому задача учета гироскопических моментов дисков ротора является также достаточно актуальной, прежде всего, для роторов турбин.

В работе представлено программное приложение для автоматизированного расчета динамических характеристик роторов центробежных машин с учетом возможных дисбалансов, гироскопических моментов дисков и прецессии ротора в программном комплексе ANSYS. Получены критические частоты и формы колебаний роторов многоступенчатого насоса и турбины.

## **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИАЛЬНЫХ САЛЬНИКОВЫХ УПЛОТНЕНИЙ**

*Нестеров О.А.*

Одной из наиболее важных и сложных проблем современного машиностроения является проблема герметизации роторов центробежных насосов и компрессоров, в которых перекачиваемая среда находится под большим давлением и необходимо предотвратить ее вытекание через неизбежные зазоры между вращающимся валом и неподвижным корпусом. Важность проблемы герметизации обусловлена тем, что протечки через уплотнения роторов в целом приводят к огромным потерям энергии, ценного сырья, химических и пищевых продуктов, горюче-смазочных материалов, пресной воды.

Исследования, проведенные Европейской ассоциацией производителей уплотнений (European Sealing Association), показали, что наиболее распространенным типом уплотнений роторов насосов до сих пор остаются сальниковые уплотнения, что обуславливлено их относительной простотой и дешевизной. Для достижения требуемой герметичности сальникового уплотнения нужно, чтобы контактное давление хотя бы на части длины пакета сальниковой набивки превышало давление уплотняемой среды. Чем больше это превышение, тем меньше протечки, но тем больше трение набивки по валу, температура контакта, скорость изнашивания набивки и поверхности вала. Таким образом, задача определения соотношения между герметичностью и ресурсом остается актуальной.



## Секція динаміки та міцності

В работе проведены экспериментальные исследования традиционной конструкции сальникового уплотнения. Получено распределение гидростатического давления жидкости по длине пакета сальниковой набивки при различных уплотняемых давлениях и силы давления поджатия пружин. Выполнен теоретический расчет традиционной конструкции радиального сальникового уплотнения. Проведен сравнительный анализ экспериментальных и теоретических результатов.

### ТОРЦЕВЫЕ САЛЬНИКОВЫЕ УПЛОТНЕНИЯ

*Ткаченко С.А.*

В современных машинах и их отдельных узлах всегда возникала проблема герметизации. Она и до сих пор не утратила своей актуальности. Как и раньше в местах выхода вращающегося вала из корпуса происходят потери перекачиваемой среды и энергии. Потери перекачиваемой среды (топливо, пресная вода; вода, охлаждающая атомный реактор и т.д.) чреват экологическими проблемами. А потери энергии при трении — это дополнительные экономические затраты. Следственно проблема герметизации является одной из приоритетных при разработке насосного и компрессорного оборудования.

С давних времён сальниковые уплотнения наиболее часто используют во всех отраслях машиностроения. Это обусловлено простотой их изготовления, легкостью их монтажа, широким диапазоном рабочих скоростей, давлений, температур; относительной дешевизной и т.д. Но всё-таки существует проблема расчёта таких сальников. Некоторые факторы очень сложно учитывать при расчётах, это: не однородность материала набивки, не постоянность со временем физических свойств набивки, невозможность измерения зазора между трущимися поверхностями, образованного уплотняемой жидкостью и многие другие. Все эти факторы сложно учитывать при расчётах.

В данной работе приведена принципиальная схема и расчёты торцевого сальникового уплотнения, а так же саморегулируемого торцевого сальникового уплотнения. В работе приведены расчёты протечек через уплотнения, мощность трения и ещё некоторые характеристики торцевых сальников.

### ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ГЕРМЕТИЗАЦИИ ТОРЦОВОГО САЛЬНИКОВОГО УПЛОТНЕНИЯ

*Болдырев Е.Н.*

С развитием техники проблема герметизации непрерывно усложняется. Одной из наиболее важных и сложных задач, решаемых при разработке насосного оборудования, является задача герметизации вращающегося вала. Выход из строя уплотнения приводит к загрязнению окружающей среды, большим потерям энергии и экономическому ущербу.

Наиболее распространенным типом уплотнений роторов насосов все еще остаются сальниковые уплотнения. Широкие возможности расширения



сферы применения сальниковых уплотнений связаны с торцовым сальниковым уплотнением одним из элементов пары трения, которого является разъемное кольцо сальниковой набивки. Основными достоинствами таких уплотнений являются относительная простота конструкции, а также возможность быстрой замены уплотнителя без разборки насоса. Они успели уже достаточно хорошо себя зарекомендовать в насосном оборудовании и показали хорошие характеристики.

В работе проведено экспериментальное исследование процессов герметизации торцового сальникового уплотнения. Получено распределение давления по ширине пары трения при разных давлениях уплотняемой среды. Измерены протечки через уплотнение. Проведен теоретический расчет торцового сальникового уплотнения. Выполнен сравнительный анализ экспериментальных и теоретических результатов.

## **ТОРЦОВОЕ САЛЬНИКОВОЕ УПЛОТНЕНИЕ С ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ РАЗГРУЗКОЙ ПАРЫ ТРЕНИЯ**

*Гудков С.Н.*

Основной проблемой конструирования насосного и компрессорного оборудования является проблема герметизации вращающихся валов. Важность, которой обусловлена тем, что протечки через уплотнения в целом приводят к большим потерям энергии, перекачиваемого сырья, к загрязнению окружающей среды, экономическим затратам. Среди всех видов уплотнений вращающихся валов наиболее распространенным все еще остаются сальниковые уплотнения. В настоящее время они уже не удовлетворяют предъявленным требованиям по ресурсу и герметичности. Значительными преимуществами обладают торцовые сальниковые уплотнения (ТСУ), в котором одним из элементов пары трения является разъемное кольцо сальниковой набивки. Обслуживание такого уплотнения сводится лишь к замене сальниковой набивки и в тоже время обеспечивают ресурс уплотнительного узла в целом сравнимый с ресурсом агрегата.

Несмотря на это, пара трения ТСУ является достаточно перегруженной. Опыт исследования ТСУ показал что, для обеспечения необходимой герметичности требуется значительно меньшие контактные давления сравнимые с контактными давлениями поджатия пружинами. Поэтому необходимо применять соответствующие конструктивные мероприятия по разгрузке пары трения, обеспечивая при этом работу уплотнения в режиме смешанной смазки с минимальными коэффициентами трения и минимальными протечками. Для создания гидродинамической разгрузки пары трения и уменьшения протечек через уплотнение была разработана новая конструкция торцового сальникового уплотнения, в которой на торцовой поверхности металлического кольца выполнены канавки специальной формы. Эти канавки обеспечивают гидродинамическую разгрузку пары трения и обратное нагнетание части по-

тока жидкости в зазоре уплотнения в сторону рабочей среды.

В данной работе представлены результаты экспериментальных исследований традиционной конструкции ТСУ и конструкции ТСУ с гидродинамической разгрузкой пары трения. Получены распределение давлений по ширине пары трения, величины протечек через уплотнение и значения коэффициентов трения при различных значениях уплотняемого давления. Сравнительный анализ этих характеристик, позволяет судить об эффективности новой конструкции ТСУ с гидродинамической разгрузкой пары трения.

## РАЗРАБОТКА МЕТОДА АНАЛИЗА ДИНАМИКИ РОТОРА В БЕСКОНТАКТНЫХ УПЛОТНЕНИЯХ

*Дедов В.А.*

Повышение надежности и долговечности центробежных машин является актуальной научно-технической проблемой. Это обуславливается ростом рабочих параметров и, одновременно, высокими требованиями к экономичности и безопасности как отдельных агрегатов так и технических установок в целом.

Надежность и безопасность роторных машин во многом определяется гидродинамическими силами и моментами в уплотнениях. Бесконтактные уплотнения характеризуются наличием гарантированного зазора между уплотняющими поверхностями, поэтому эти уплотнения работают с постоянной утечкой, но практически без износа.

В работе рассмотрен одномассовый симметричный ротор в щелевых уплотнениях. Найдены силы и моменты, возникающие в радиальном щелевом уплотнении. Получены критические частоты и формы собственных колебаний. Показано существенное влияние щелевого уплотнения на критические частоты ротора и амплитуды его вынужденных колебаний.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ГИБКИХ РОТОРОВ ГПА НА БАЛАНСИРОВОЧНОМ СТЕНДЕ РБС «SCHENCK» И УТОЧНЕНИЕ ИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ КЭ КОМПЛЕКСА ANSYS

*Бровкова Е. В.*

Для балансировки роторов ГПА на ОАО СМНПО им. М.В. Фрунзе используется разгонно-балансирувочный стенд (РБС) фирмы «Schenck». В частности, балансируются роторы ГПА, рабочая частота которых  $640 \div 880$  рад/с, а первая критическая примерно равна  $445 \div 455$  рад/с.

В основе методов балансировки гибких роторов лежит экспериментальный анализ коэффициентов влияния, который позволяет выбрать наиболее эффективные плоскости коррекции.

Методика балансировки двухопорных гибких роторов ГПА на РБС предполагает оптимизацию количества и расположения плоскостей коррекции путем



численного моделирования вынужденных колебаний.

Разработана математическая модель ротора, основанная на программе КЭ комплекса ANSYS.

В результате численных экспериментов на ЭВМ рассчитаны критические частоты, построены собственные и вынужденные формы колебаний. Произведено оценивание жесткостей сегментных подшипников, в результате чего достигнуто удовлетворительное совпадение динамических коэффициентов влияния расчетной модели и реального ротора.

Построенная уточненная математическая модель ротора ГПА с достаточной для практики точностью позволяет эффективно осуществлять балансировку реальных роторов.

## **РАСЧЕТНОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВЛИЯНИЯ ПРИ БАЛАНСИРОВКЕ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ РОТОРОВ ТУРБОКОМПРЕССОРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КЭ – КОМПЛЕКСА ANSYS И БАЛАНСИРОВОЧНОГО СТЕНДА РБС - ШЕНК**

Лейких Д.В.

Методика балансировки роторов на разгонно-балансирующем стенде (РБС) предполагает определение динамических коэффициентов влияния (ДКВ) от пробных грузов, приложенных в плоскостях коррекции при нескольких частотах вращения. На основании пробных пусков строится матрица ДКВ и определяется уравнивающая система грузов. Балансировка на стенде проводится в собственных подшипниках. ДКВ зависят от жесткости опор РБС, а также от динамических характеристик подшипников. Если построить расчетную модель системы ротор-опоры, то на основании сравнения расчетных и экспериментальных ДКВ можно подобрать соответствующие коэффициенты жесткости подшипников.

Была произведена балансировка высокооборотного ротора турбокомпрессора, рабочая частота которого равна 1300 рад/с, первая критическая частота – 414,4 рад/с, вторая – 1507,4 рад/с, и были получены экспериментальные ДКВ.

Разработана математическая модель ротора турбокомпрессора, основанная на программном КЭ – комплексе ANSYS. В результате численных экспериментов на ПЭВМ были оценены жесткости собственных подшипников ротора. В итоге была построена математическая модель роторной системы, дающая удовлетворительные совпадения динамических коэффициентов влияния на опорах расчетной модели и реального ротора.

Разработанная математическая модель ротора турбокомпрессора позволяет эффективно производить балансировку реальных роторов.



## **ИССЛЕДОВАНИЕ СПОСОБОВ ЭФФЕКТИВНОЙ БАЛАНСИРОВКИ ГИБКИХ РОТОРОВ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ НАСОСОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ 3-Х ПЛОСКОСТЕЙ КОРРЕКЦИИ**

*Станченко Л.В.*

Рассмотрен способ балансировки ротора, работающего на частоте вращения, превышающей первую критическую, заключающийся в двухэтапном уравнивании. Первый этап проводится на критической частоте путем определения уравнивающих дисбалансов в трех назначенных плоскостях коррекции по программе линейного оценивания дисбалансов (Iodis). На втором этапе осуществляется добалансировка на рабочей частоте в тех же плоскостях.

В результате численных экспериментов («виртуальной балансировки») показано, что предложенный двухэтапный способ дает удовлетворительные результаты для рассмотренных конструкций роторов центробежных насосов.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ СПОСОБОВ УСПЕШНОЙ БАЛАНСИРОВКИ КОЛЕНЧАТЫХ ВАЛОВ**

*Куцый С. А.*

Повышенная вибрация поршневых машин (например ЗВШ 1,6-3/46), вызвана в основном неуравновешенностью коленчатого вала, что требует довольно точной балансировки.

В результате эксперимента на модельном роторе, было получено, что балансировка в двух плоскостях коррекции достаточна для данного типа роторов (коленчатых валов). Было выявлено, что для успешной балансировки наиболее эффективными будут пробные грузы, которые по массе максимально приближены к реальному дисбалансу. Так начальная вибрация на опорах балансировочного станка составляла 7,5 мм/с, то после балансировки на этой же опоре виброскорость составила 0,2 мм/с. Вибрация уменьшилась в 37,5 раза. Т. е. выбранный метод балансировки коленчатых валов удовлетворяет балансировку в рамках допустимого остаточного дисбаланса для данного ряда шатунно-поршневой группы.

Было поставлено и выполнено целый ряд опытов, результаты которых были положительными. Так же необходимым является процесс расчёта массы технологической втулки для балансировки коленчатого вала данной группы согласно ГОСТ 22061-76 (Машины и технологическое оборудование. Система классов точности балансировки. Основные положения) и ГОСТ 19534-74.

## **СИСТЕМА ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ГАЗОПЕРЕКАЧИВАЮЩИХ АГРЕГАТОВ МАГИСТРАЛЬНЫХ ГАЗОПРОВОДОВ**

*Хоменко А.А.*

В докладе рассмотрены принципы построения и функциональные возможности системы сбора, обработки и анализа измерительной информации ВИЗА-РС на газоперекачивающем оборудовании станций магистральных газопроводов на примере ГПС «Роменская - 1».

Все объекты магистральных газопроводов оборудованы современными средствами автоматизации, телемеханизации и контроля качества газа. Оперативно-диспетчерское управление технологическими процессами транспортирования газа осуществляется из центрального диспетчерского пункта в г. Киеве.

Для оценки технического состояния газовых агрегатов контролируется и постоянно регистрируется системой горизонтальные и вертикальные значения виброскорости на трех опорах скольжения турбины. Оценка состояния осуществляется по сопоставлению измеренных значений с предельно допустимыми уровнями, установленными для используемых агрегатов на ГПС. В случае превышения параметров вибрации допустимых значений система немедленно реагирует и автоматически отключает ГПА.

Проведенный анализ накопленной за последний год измерительной информации на станции ГПС «Роменская - 1» Сумского ЛПУМГ показывает, что оборудование работает достаточно устойчиво.

Обработка результатов наблюдений и анализа получаемой информации позволяет сделать ряд конкретных выводов об изменении состояния используемого оборудования а также выдать предложения о возможных путях совершенствования системы, связанных, в частности, с расширением возможностей диагностирования и прогнозирования ресурса газоперекачивающих агрегатов.

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ СОЕДИНИТЕЛЬНОЙ МУФТЫ ГАЗОПЕРЕКАЧИВАЮЩЕГО АГРЕГАТА**

*Гончаренко А.В.*

Рост скоростей вращения и мощностей роторных машин при одновременной тенденции к уменьшению массогабаритных показателей выдвигает проблему повышения долговечности подшипниковых узлов. Традиционные подшипники качения и скольжения к настоящему времени достигли высокого технического уровня, однако природа протекающих в них процессов ограничивает, а иногда делает принципиально невозможным их применение для достижения указанных выше целей. От таких недостатков свободны под-



шипники, в которых для создания опорных реакций используется магнитные и электрические поля. Наибольший практический интерес представляют активные магнитные подшипники (АМП).

При проектировании газоперекачивающих агрегатов с АМП была использована такая же соединительная муфта, как и на агрегатах с подшипниками скольжения. Однако при запуске таких агрегатов возникали осевые и радиальные вибрации, превышающие допустимые значения. Проведенный анализ показал, что в спектре присутствуют колебания с частотами 124 и 150 Гц. При «взвешивании» ротора на магнитном подвесе на невращающемся роторе возникали колебания дисков муфты с этими же частотами. Они возбуждались осевым магнитным подшипником. Хотя все машины были запущены, у разработчиков магнитных подшипников были трудности при демпфировании колебаний с данными частотами. Поэтому они высказали пожелание об изменении конструкции муфты и увеличении собственных частот дисков муфты до 200 Гц и выше.

Целью работы было определение собственной частоты соединительной муфты газоперекачивающего агрегата и влияния конструктивных параметров на собственные колебания муфты.

Для ее достижения были решены следующие задачи:

1. На основе разработанной методики с помощью программы ANSYS создана объемная модель соединительной муфты.
2. С помощью программы ANSYS определены критические частоты и получены формы собственных колебаний муфты.
3. Проведен сравнительный анализ динамических расчетов двух различных моделей соединительных муфт.
4. Проведено сравнение результатов, полученных при расчете двух конструктивно различных моделей муфт.

## **КОМПЬЮТЕРИЗИРОВАННЫЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ СБОРА, ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ДИ- АГНОСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ**

*Шелегеда О.П.*

Появление достаточно сложных и ответственных машин, в том числе роторных, к которым относятся насосы и компрессоры, и отказы которых приводят к серьезным материальным потерям, требует проведения контроля их технического состояния.

Развитие микропроцессорной и компьютерной техники, позволяющей обеспечить автоматизацию процесса сбора, обработки и последующего логического анализа получаемой информации, существенно упрощает решение этой задачи. Однако специализированные современные измерительные и диагностические комплексы отличаются непомерно высокой ценой, зачастую непосильной для отечественных потребителей.



## Секція динаміки та міцності

В качестве компромиссного решения предлагается вариант создания такого комплекса на базе портативного компьютера типа «Note Book». Для этого необходимо только укомплектовать его соответствующим датчиком вибросигнала с усилителем и специализированным программным обеспечением. Аналого-цифровое преобразование и ввод вибросигнала в память компьютера с успехом может быть осуществлено с помощью имеющейся в компьютере звуковой карты.

Более серьезной проблемой является отсутствие эффективных методик диагностирования технического состояния машин. Поэтому для комплектования создаваемого прибора программным обеспечением предлагается использовать алгоритм диагностирования роторных машин разработанный на кафедре ОМ и ДМ. Алгоритм позволяет:

- получить вектор пространственных колебаний машины в точке контроля,
- оценить в каждой контрольной точке степень развития дефекта, причину его появления, наработку машины до момента достижения им предельного состояния,
- поставить диагноз технического состояния машины и оценить ее ресурс в каждой из контрольных точек, а также в целом для всей машины,
- указать момент остановки машины на ремонт и причину этого ремонта.

## **АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС СТЕНДА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЙ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ «РОТОР-ОПОРЫ-УПЛОТНЕНИЯ»**

*Шкумат В. В.*

Опыт разработки и эксплуатации роторных машин показывает, что их надежность, долговечность, эксплуатационные и экономические показатели во многом зависят от работоспособности уплотнений ротора.

Одним из основных факторов, ограничивающих надежность и долговечность уплотнений, является вибрация ротора. Изучение характеристик гидромеханической системы «ротор-опоры-уплотнения» позволяет выбирать оптимальные в смысле снижения виброактивности машин и объемных потерь, геометрические формы дросселирующих каналов.

Для проведения экспериментов и исследования характеристик системы «ротор-опоры-уплотнения» в лаборатории кафедры ОМ и ДМ был создан экспериментальный стенд, предназначенный для исследования гидродинамики щелевых дросселей.

Для оснащения разработанного экспериментального стенда, учитывая необходимость регистрации быстроизменяющихся процессов, была создана специальная автоматизированная измерительная система на базе IBM-совместной ПЭВМ. Система позволяет автоматически регистрировать, сохранять в памяти и накапливать на носителях результаты одновременных

измерений всех контролируемых в процессе исследований параметров: давления, величины зазора, температуры, частоты вращения ротора.

Для измерения давления в системе используется измерительный комплекс фирмы Endevco. Для контроля температуры — многоканальный электронный термометр с компактными полупроводниковыми датчиками. Для измерения величины зазора между подвижными торцовыми поверхностями в уплотнении и регистрации колебаний кольца и стержня в установке, для исследования гидродинамики цилиндрических дросселей, в измерительной системе используется многоканальная аппаратура на основе бесконтактных датчиков зазора вихревого типа. Для измерения частоты вращения вала в системе применяется измерительный прибор "Vibroport" фирмы Schenk в комплекте с бесконтактным фотоэлектрическим датчиком.

Использование автоматизированного измерительного комплекса в составе экспериментального стенда не только повышает эффективность выполняемых исследований и достоверность получаемых результатов, но и исключает так называемый субъективный фактор посредством полной автоматизации сбора, хранения и обработки информации.

## АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ С ВЫСОКОЧАСТОТНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГИИ

*Ивченко М.С.*

Автоколебательные системы - это системы, преобразующие энергию постоянного, неосциллирующего источника в энергию колебаний. Действительно, такие системы удовлетворяют характерным признакам автоколебательных систем, которые на современном языке могут быть сформулированы следующим образом:

1) независимость амплитуды установившихся колебаний от начального состояния системы в широком диапазоне, т. е. существование в фазовом пространстве хотя бы одного аттрактора.

2) независимость спектра колебаний от спектра источника.

Однако для реализации указанных признаков автоколебательных систем наличие именно постоянного источника энергии не является обязательным. Толчком к пересмотру определения автоколебательных систем явилось открытие возможности хаотических колебаний в пассивных нелинейных осцилляторах, находящихся под действием периодической внешней силы.

В физике давно известен ряд систем, преобразующих энергию высокочастотного источника в низкочастотные колебания, частота которых практически не связана с частотой источника. Эти системы также удовлетворяют двум указанным признакам, и поэтому их можно отнести к разряду автоколебательных систем.

Рассмотрены три типа автоколебательных систем с высокочастотными источниками энергии, возбуждение колебаний в которых обусловлено тремя



различными причинами.

Первый тип систем — это системы с малым по сравнению с периодом возникающих автоколебаний временем взаимодействия с источником энергии. При этом система так регулирует послушание энергии, что за время взаимодействия она получает толчки нужной величины и в нужной фазе.

Системы второго типа — это нелинейные системы, имеющие две степени свободы, одна из которых откликается на внешние высокочастотные воздействия (эта степень свободы, в частности, может быть вырожденной), а другая — на низкочастотные (внутренние). За счет нелинейного взаимодействия между динамическими переменными возникают комбинационные частоты, так что колебания становятся квазипериодическими. В результате взаимодействия этих колебаний с колебаниями источника происходит перекачка энергии высокочастотного источника в энергию низкочастотных колебаний.

Третий тип систем — термомеханические системы — по существу, совпадает с классическим. Роль высокочастотного источника энергии здесь заключается только в том, чтобы поддерживать нужную температуру нагреваемого элемента системы. В отличие от первых двух типов, уравнения, описывающие автоколебания в системах третьего типа, сводятся к автономным, т. е. не содержащим времени явно.

## ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ФИЗИКИ ОТКАЗА МАШИН ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ ИХ РЕСУРСА

*Жулёв С.А.*

Изучение влияния физики отказа при прогнозировании ресурса машин является актуальной проблемой сегодняшнего дня. Изменение начальных свойств и состояния материалов, из которых выполнено изделие, является первопричиной потери им работоспособности. Чем глубже изучены закономерности, описывающие процессы изменения свойств и состояния материалов, тем достовернее можно предсказать поведение изделия в данных условиях эксплуатации и обеспечить сохранение показателей надежности в требуемых пределах. Нельзя точно предсказать, как будет протекать процесс повреждения материала, т.к. при эксплуатации машины происходят непредвиденные изменения и колебания нагрузок, скоростей, температур, степени загрязнения поверхностей. Более того, сами детали машины могут быть выполнены с различными допусками на технологические параметры (точность, однородность материала и др.). Процессы старения характеризуются сложными и разнообразными явлениями, происходящими в материалах деталей машины. По внешнему проявлению деформации детали, её износу, изменению свойств и другим показателям, можно судить о степени повреждения материала детали и оценить близость изделия к предельному состоянию.



**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛОСКИХ ВОЛН С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ ТОНКИХ ВСТАВОК***Ложкин А.М.*

В работе рассматривается взаимодействие плоских гармонических продольных или поперечных волн с периодической системой туннельных абсолютно жестких тонких криволинейных вставок. Взаимодействуя с поверхностью вставки, падающая волна порождает отраженные продольные и поперечные волны. Их совокупность обуславливает волновое поле в окрестности вставки, которое необходимо определить.

Общее волновое поле находилось из принципа суперпозиции, то есть как сумма амплитуд перемещений и напряжений падающего и отраженного волновых полей. В установившемся режиме амплитуды перемещений должны удовлетворять уравнениям движения, которые сводятся к двум уравнениям Гельмгольца. Амплитуды перемещений отраженного поля искались в виде интегральных представлений, ядрами которых являются компоненты матрицы Грина, а их плотностями неизвестные функции точек контура интегрирования. Известно, что при указанном выборе представлений для перемещений уравнения движения выполняются автоматически, кроме того, удовлетворяется условие непрерывности перемещений на контуре вставки. Также можно указать, что плотности интегральных уравнений представляют собой скачки напряжений при переходе через контур вставки. Ядра интегральных представлений выбирались таким образом, чтобы выполнялось условие излучения на бесконечности. Удовлетворение граничных условий на контуре вставки, приводит к системе сингулярных интегральных уравнений первого рода. В работе обосновывается выбор необходимых дополнительных условий для разрешимости полученной системы уравнений. При численной реализации интегральных уравнений использовался метод механических квадратур. Проведен анализ напряженного состояния среды вблизи вершин вставок.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СХОДЯЩИХСЯ СИЛ, ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ ПРОИЗВОЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫХ СИЛ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРОВ ТЯЖЕСТИ СЛОЖНЫХ СЕЧЕНИЙ, СОСТАВЛЕННЫХ ИЗ ПРОСТЫХ ФИГУР И ПРОКАТНЫХ ПРОФИЛЕЙ**

*Дробинин А., Петренко А. 10 кл., шк. №24, Михайлишин Н., 9 кл., шк. №24, центр НТТМ, Сергиенко С., 10 кл., г. Белополье, дом детей и юношества*

Для определения усилий в элементах ферм использовался метод сечений. Усилия определялись аналитическим способом: методом вырезания узлов и моментной точкой. Выполнялась проверка решения, при этом предварительно определялись опорные реакции.

Опорные реакции в статически определимых балках, рамах, арках определялись используя принцип освобожденности от связей. Составлялось необ-

ходимое количество независимых уравнений статики. Выполнялась проверка решения.

Нахождение центров тяжести сложных сечений проводилось с предварительным определением положения центральных осей простых фигур. Вычислялся статический момент площади. Находилась «ядро» сечения. Для большей наглядности сечения выполнялись в аксонометрических проекциях.

Решение представлялось на листе ватмана формата А1.

## **СОПОСТАВЛЕНИЕ НАЙДЕННЫХ УСИЛИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ ФЕРМЫ СПОСОБОМ ВЫРЕЗАНИЯ УЗЛОВ И СПОСОБОМ МОМЕНТНОЙ ТОЧКИ**

*Диденко Павел, 9 кл. шк. №25, центр НТТМ*

Для заданной статически определимой полигональной фермы определялись усилия аналитическим способом. При этом предварительно находились значения опорных реакций и выполнялась их проверка. Вычислялись углы между стойками и раскосами, верхним и нижним поясом фермы. Определение усилий начиналось с узла, в котором сходились не более двух стержней фермы (для способа вырезания узлов). Для способа моментной точки проводилась секущая плоскость, пересекающая не более трех стержней и с использованием линии действия сил находилось положение данной точки, для которой составлялось уравнение  $\sum M_i = 0$ . Далее проводился анализ значений найденных усилий.

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРОВ ТЯЖЕСТИ СЛОЖНЫХ СЕЧЕ- НИЙ, СОСТАВЛЕННЫХ ИЗ ПРОКАТНЫХ ПРОФИЛЕЙ**

*Сергиенко Олег, 8 кл., шк. №6, центр НТТМ*

Сложные симметричные сечения составлялись из прокатных профилей – двутавра, швеллера, уголка равнополочного и не равнополочного, полосовой стали. Вначале определялись положения центральных осей, площади простых фигур. Далее выбиралась система координат, определялось положение центров тяжести каждой фигуры в выбранной системе координат. Определялся центр тяжести всей фигуры с учетом статического момента площади. Проводились главные центральные оси. Строилось ядро сечения.

## **ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ОПОРНЫХ РЕАКЦИЙ В СТА- ТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ РАМАХ**

*Вовк Денис, 9 кл., шк. №24, центр НТТМ*

При определении опорных реакций использовался принцип освобождения от связей, принцип независимости действия сил. Поскольку рамы относятся к плоской системе произвольно расположенных сил для их равнове-



сия необходимо составлять не менее трех независимых уравнений статики. В работе определялась степень статической неопределимости. Выполнялась проверка вычисления опорных реакций.

## СРАВНЕНИЕ УСИЛИЙ В ТЯГАХ ПРИ РАЗЛИЧНОМ УГЛЕ НАКЛОНА

*Сутулин Владислав, 8 кл., шк. №25, центр НТТМ*

Рассматривались шесть задач по определению продольных усилий в двух тягах, удерживающий груз  $F$  изменялся угол наклона, высота закрепления, материал. Усилия определялись универсальным методом сечений. Составлялись два независимых уравнения статики. Приведены рекомендации по уменьшению усилий с учетом изменения угла.

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПОРНЫХ РЕАКЦИЙ В ЖЕСТКОМ ЗАКРЕПЛЕНИИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ РАМЫ

*Гаврильченко Татьяна, 9 кл., шк. № 25, центр НТТМ*

*Качан Наталья, г. Белополье, дом детей и юношества*

Для заданных пространственных рам и ломаных брусьев определялись опорные реакции. Составлялись шесть независимых уравнений статики. Заружение внешними силовыми факторами представлено в виде распределенной нагрузки, сосредоточенной силы и момента ( $q, F, m$ ). Использовался принцип освобожденности от связей. Выбиралось наиболее рациональное направление ортогональных осей. Определенную сложность в вычислении оставило определение алгебраической суммы моментов сил относительно осей. Выполнялась проверка полученного решения.

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ УСИЛИЙ В ФЕРМЕ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ФОРМЫ ПОЯСОВ

*Хализеева Алена, 8 кл., шк. №25, центр НТТМ*

Для заданной треугольной фермы, при неизменной сземе нагружения вычислялись усилия способом вырезания узлов: в верхнем и нижнем поясе, решетке. Затем изменялось положение поясов и опять вычислялись усилия в тех же элементах. Проводился сравнительный анализ найденных усилий. Предложен вариант конструктивной схемы феры в аксонометрической проекция. Решение представлено на листе ватмана формата А1.



## МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ ДИСКРЕТНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ФОРМИ ІНФОРМАЦІЇ

*Лаврів М.В., Прикарпатський національний університет  
імені Василя Стефаника, м. Івано-Франківськ*

На сьогоднішній день велика частина праць, які пов'язані зі створенням нових обчислювальних і автоматизованих систем, зосереджена не на розробку цифрових обчислювальних машин (ЦОМ), а на створення пристроїв обміну інформацією, тобто засобів зв'язку між ЦОМ і іншими частинами системи. Аналого-цифрові і цифрово-аналогові перетворювачі являються найбільш складними частинами пристроїв обміну інформацією, які в значній мірі визначають якість та ефективність функціонування системи в цілому. Проблема розробки теорії і проектування перетворювачів форми подання інформації є однією з найактуальніших проблем, від вирішення якої безпосередньо залежать експлуатаційно-технічні показники пристроїв і систем обробки цифрової інформації.

В залежності від техніко-економічних вимог застосовуються різноманітні архітектури перетворювачів. АЦП в загальному випадку розрізняються на декілька класів за дозволяючою спроможністю, швидкодією, архітектурними та вартісними ознаками.

Проведено аналіз відомих методів АЦП за наступними оцінками: швидкодія – структурна складність – вартість.

Здійснюючи аналіз за швидкодією слід відмітити, що найбільшою швидкодією володіють паралельні АЦП. Для них характерне велике число компараторів, які одночасно зчитують сигнал за один такт. Проте зі збільшенням числа розрядів квантування (тобто зі збільшенням роздільної здатності) число компараторів подвоюється. Така структура реалізації обмежує їх застосування на практиці. Їх схеми занадто громіздкі і найдорожчі внаслідок розпаралелення архітектури перетворювача. До переваг послідовних АЦП можна віднести порівняльну простоту їх

## Секція інформатики

реалізації, що визначається послідовним характером виконання процесу перетворення. Проте плата за простоту полягає в тому, що цей АЦП працює повільно. Щодо структури, то слід відмітити, що перетворювач послідовного рахування з ступінчатою напругою містить двійковий лічильник і ЦАП в ланцюгу зворотнього зв'язку. Послідовно-паралельні АЦП являються компромісом між отриманням високої швидкодії і бажанням зробити це за найменшу ціну. АЦП порозрядного врівноваження (послідовного наближення) володіє середньою швидкістю і дають досить високу роздільну здатність. Але завадостійкість цих перетворювачів невисока. АЦП інтегруючого типу, володіючи найменшою швидкістю, забезпечують найбільшу точність перетворення. Інтегруючі перетворювачі до появи дельта-сигма АЦП монополюсно володіли областю високоточних вимірювань.

Аналізуючи розвиток методів та схемотехніки АЦП, спостерігається чітка спеціалізація аналого-цифрових інтегральних схем щодо задач застосування. Спостерігаються наступні тенденції в розробці ефективних АЦП: напрямок аналого-цифрових процесорів (на основі дельта-сигма АЦП), комбінування багатокаскадних структур з гібридною технологією виготовлення інтегральних схем та перехід до нових кодових систем перетворення. Проте широкою залишається область застосування традиційних АЦП з подвійним інтегруванням, які дозволяють забезпечити значний динамічний діапазон (більше 14 розрядів). Сигнали для інтегруючого перетворювача легко мультиплексуються, проте межею частоти перетворення є 10-60 відліків/с в залежності від розрядності вихідного коду перетворення. Найближчим часом не передбачається тенденцій щодо витіснення інтегруючих та багатокаскадних новими спеціалізованими дельта-сигма АЦП. Користувачі точних дельта-сигма перетворювачів вимушені застосовувати АЦП індивідуально на кожний із каналів внаслідок значного часу встановлення вхідних фільтрів, коли інтегруючі, багатокаскадні та АЦП послідовного перетворення дозволяють здійснювати багатоканальне мультиплексування.



При розробці та виготовленні кристалів АЦП необхідно враховувати різнотипність елементів в складі АЦП, технологічні вимоги та вимоги щодо характеристик точності, температурної і часової стабільності, регулярності структури та наявності нелінійних елементів.

Із вищенаведеного, основні тенденції розвитку методів та засобів аналого-цифрового перетворення полягають в розширенні функціональних можливостей, піднятті швидкодії, виробничої та експлуатаційної надійності, підвищенні регулярності архітектури, зменшенні габаритів та кількості виводів кристалу, зниженні енергоспоживання, зменшенні вартості серійного виробництва. Зі збільшенням числа компараторів, зростає швидкодія, яка зумовлює спектральні характеристики, але зростають габарити пристрою та його вартість. Збільшення кількості тактів перетворення знижує швидкодію, проте дозволяє зменшити число компараторів, спростити структуру АЦП та знизити вартість. Застосування імовірнісного методу сканування Монте-Карло дозволяє значно розширити частотну смугу сигналів перетворення та реалізувати багатовимірне інтегрування за умови інваріантного архітектурного вирішення та апаратурних і грошових витрат у порівнянні з інтегруючими АЦП, що зумовлює актуальність проведення досліджень у вказаному напрямку.

Обмежене застосування методу Монте-Карло до цього часу було зумовлене технічними та алгоритмічними труднощами реалізації генераторів псевдовипадкових сигналів із рівномірним розподілом. Перехід до алгоритмів рекурсивного формування псевдовипадкових послідовностей Галуа на регістрах зсуву значно спростив технічну реалізацію та підвищив якість розподілу випадкових величин генераторів. Використання методів АЦП Монте-Карло вважається одним із перспективних внаслідок досягнення кращих технічних показників при невисокій вартості виробництва і не обмежується представленим обсягом схемотехнічних рішень.



## АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ МЕТОДІВ ПЕРЕДБАЧЕННЯ НУЛЬОВОГО ПОРЯДКУ ПРИ АДАПТИВНОМУ СТИСНЕННІ ІНФОРМАЦІЇ

*Іляш Ю.Ю., Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, м. Івано-Франківськ*

При представленні вхідного потоку даних можна використовувати як коефіцієнти  $a_k$  ряду  $f = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \varphi_k(x)$ , які знаходяться у відповідності до тих базисних функцій на основі яких був утворений даний ряд, так і точні значення функції, яка описує інформаційний потік вхідних даних. Якщо вхідний інформаційний потік являє собою поліном степеня  $m$   $f^* = \sum_{k=0}^m a_k \varphi_k(x)$ , тоді для точного відновлення інформації достатньо знати  $(m+1)$  коефіцієнт  $a_k$  або  $(m+1)$  значень функції, які відбираються за певними правилами в залежності від алгоритму ущільнення.

Оскільки значення вхідного потоку даних поступають в компресор через однакові проміжки часу  $\Delta t$ , то основним завданням адаптивного алгоритму є відбір істотних вибірок.

Тому однією з класифікацій таких алгоритмів може бути правило відбору істотних відліків. При аналізі вхідного потоку даних представленого точними значеннями деякої аналітичної функції відбувається порівняння відліку отриманого в даний момент часу  $t$ , з останнім істотним відліком  $f^*(t_j)$  і в разі перевищення різницею  $[f^*(t_j) - f(t)]$  деякої заданої величини  $\varepsilon$  отриманий відлік  $f(t)$  стає істотним.

Крім того існує цілий клас алгоритмів де істотні відліки замінюються своїми наближеними значеннями, які утворені на основі попередніх не обов'язково істотних відліків. У зв'язку з цим появляються деякі відхилення відновленого потоку від початкового. Це зумовлено або заміною точних значень на набли-

жені або відкиданням певної кількості неінформативних відліків.

Тому при таких умовах алгоритми ущільнення даних можна розбити на два класи: передбачення та інтерполяції. В алгоритмах передбачення та інтерполяції в якості апроксимуючої функції найчастіше використовують поліном  $m$ -го степеня. В цьому випадку такі методи ущільнення називаються поліномні. В їх основу входять методи скінчених різниць, за допомогою яких можна відновити поліном  $n$ -го степеня по  $n+1$  значенню(відліку)

$$s(t) = b_0 + b_1 t + \dots + b_n t^m$$

В алгоритмах передбачення для кожного наступного відліку  $S_{i+1}$  формується оцінка  $\hat{S}_{i+1}$  на основі попередніх відліків  $y_i, y_{i-1}, \dots$ . Правило формування оцінок виражається формулою

$$\hat{S}_{i+1} = \sum_{j=0}^m (-1)^j C_{m+1}^{j+1} y_{i-j}$$

або

$\hat{S}_{i+1} = y_i + \Delta y_i + \Delta^2 y_i + \dots + \Delta^n y_i$  де  $\Delta y_i$  - скінченні різниці відповідного порядку, які обчислюються за формулами  $\Delta y_i = y_i - y_{i-1}$ ,  $\Delta^n y_i = \Delta^{n-1} y_i - \Delta^{n-1} y_{i-1}$ .

$S_i$  замінюється на свою оцінку  $\hat{S}_i$ , якщо похибка наближення  $|S_i - \hat{S}_i|$  не перевищує допустиму похибку  $\varepsilon$ .

Згідно структури алгоритму та методу відбору істотних відліків алгоритми передбачення можна класифікувати за 3 ознаками:

- порядком полінома за допомогою якого відбувається передбачення значень вибірок;
- положенням апертури (полоси допуску), ширина якої залежить від допустимої максимальної похибки. Апертура може бути фіксована, плаваюча, із зсувом;

- характеру відліку, який передається: це може бути істотний відлік, відлік який передує істотному, передбачений відлік, який передує істотному.

Найпростішим методом реалізації поліномного передбачення, є передбачення нульового порядку, тобто  $n = 0$ . Тоді

$\hat{S}_{i+1} = y_i$ , тобто оцінка наступного відліку рівна попередньому.

Легко замітити, що відлік  $y_i$  за своєю величиною рівний останньому істотному відліку. Тому для передбачення всіх наступних відліків достатньо пам'ятати значення останнього істотного відліку.

Таким чином в роботі розглянуто теоретичні основи адаптивних методів ущільнення інформації на основі відбору інформативних вибірок, досліджено алгоритми передбачення нульового порядку, подано їх класифікація та наведена порівняльна характеристика методів передбачення нульового порядку з фіксованою, плаваючою та апертурою із зсувом.

## MULTIFRACTAL SPECTRUM OF THE PHASE SPACE RELATED TO GENERALIZED THERMOSTATISTICS

*Vasiliy O. Kharchenko*

*Modeling of complex systems department,*

*Sumy State University*

The whole set of monofractals within a multifractal related to the phase space, which gives the support of a generalized thermostatics, is modeled by the exponent  $\tau$  that determines the statistical weight  $w_q(\gamma) \propto \gamma^{\tau(q)}$  at given volume  $\gamma$ .

To be the entropy of positive definite, concave, Lesche stable et cetera, the exponent  $\tau$  should be a function, monotonically increasing within the interval  $[0,1]$  at multifractal exponent variation within the domain  $[1, \infty)$ . The simplest case of a such function gives the hyperbolic tangent  $\tau = \tanh(q-1)$  whose deformed form



$$\tau_{\kappa}(q) = \tanh_{\kappa}(q-1) \equiv \frac{\exp_{\kappa}(q-1) - \exp_{\kappa}(1-q)}{\exp_{\kappa}(q-1) + \exp_{\kappa}(1-q)} \quad (1)$$

defined in accordance with both Tsallis

$[\exp_{\kappa}(x) \equiv (1 + \kappa x)^{1/\kappa} \text{ at } 1 + \kappa x > 0 \text{ and } 0, \text{ otherwise}]$  and

Kaniadakis  $[\exp_{\kappa}(x) \equiv (\kappa x + \sqrt{1 + \kappa^2 x^2})^{1/\kappa}]$  exponentials allows one to describe explicitly arbitrary multifractal phase space.

In this way, the Tsallis deformation arrives at more fast variations of the statistical weight index  $\tau$  in comparison with non-deformed hyperbolic tangent, whereas the Kaniadakis one slows down these variations with increasing the deformation parameter  $\kappa$ . All possible dependencies  $\tau(q)$  are bounded from above by the linear function  $\tau^{(Ts)} = q - 1$  at  $q \in [1, 2]$  which is transformed into the constant  $\tau = 1$  at  $q = 2$ . This dependence relates to the smooth phase space within the interval  $q \in [1, 2]$ .

The dependence  $N_d(\gamma) = \gamma^{-f(d)}$  of the number of monofractals within the phase space volume  $\gamma$  related to the multifractal with the specific dimension  $d$  is determined by the spectrum function  $f(d)$ . This function increases monotonically, taking the minimum value  $f = -1$  at  $d = 0$  and maximum  $f = 1$  at  $d = 1$ ; by this, its derivative equals  $f'(0) = \infty$  on the left boundary and  $f'(1) = 1$  on the right one. The whole set of the spectrum functions is bounded by the limit dependencies  $f^{Ts} = 2d - 1$  and  $f^K = d$ , the first of which relates to limit magnitude of the Tsallis deformation parameter  $\kappa = 1$  and the second one corresponds to the Kaniadakis limit  $\kappa = \infty$ . The number of monofractals within the multifractal increases with the  $\gamma$  volume growth at small dimensions  $d$  and falls down in the limits  $d \rightarrow 1$  to give infinitely increasing at  $\gamma \rightarrow 0$ .

## ЭЛЕКТРОННАЯ ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА

Алтынникова Е. В., Брацыхин В. М., СумГУ

Удельным зарядом электрона  $e/m$  называется отношение заряда  $e$  электрона к его массе  $m$ .

Удельный заряд можно определить, изучая движение частицы, в котором роль массы проявляется под действием сил, действующих на заряд частицы. Наиболее просто это реализуется во взаимно-перпендикулярных электрическом и магнитном полях. Значение удельного заряда электрона:

$\frac{e}{m} = (1,78 \pm 0,03) \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$  - при реальной траектории для режима эксперимента с защитными кольцами и

$\frac{e}{m} = (1,80 \pm 0,03) \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$  для режима без защитных колец

Целью данной работы является создание электронной модели лабораторной работы по определению удельного заряда электрона методом магнетрона, построение графика зависимости величины  $I_K/I_{K_{\max}}$  от тока соленоида  $I_C$ , сравнение полученных результатов для разных экспериментов.

Данная лабораторная работа предусматривает два режима проведения эксперимента: с защитными кольцами и без защитных колец. Также она предусматривает интерактивное взаимодействие пользователя с программой: ввод значений величин при каждом эксперименте, изменение переменных величин путём перемещения курсором мыши положения переменного сопротивления.

График зависимости величины  $I_K/I_{K_{\max}}$  от тока соленоида  $I_C$  построен двумя способами. Первый – автоматическое построение. При этом на координатную плоскость будет выводиться сплошная линия, выражающая закон зависимости этих величин. При втором режиме построения графика на координатной

натную плоскость выводятся отдельные точки. Значение  $I_C$  пользователь выбирает самостоятельно, устанавливая положение переменного сопротивления, которое отвечает за величину  $I_C$ .

Рабочие формулы для определения удельного заряда электрона есть:

для варианта без защитных колец: 
$$\frac{e}{m} = \frac{8(D^2 + L^2)}{(\mu_0 N(b - a))^2} \cdot \frac{U_A}{I_{C\text{св}}^2},$$

для варианта с защитными кольцами -

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_A}{B_{\text{св}}^2 b^2 \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)^2} = \frac{8(D^2 + L^2)b^2}{(\mu_0 N(b^2 - a^2))^2} \cdot \frac{U_A}{I_{C\text{св}}^2}.$$

В этих выражениях величины:

$D = 5$  см – средний диаметр соленоида,  $L = 18$  см – длина соленоида,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = (12,6) \cdot 10^{-7}$  Гн/м,  $N = 3000$  – число витков соленоида.

Величины, отличающиеся для разных вариантов:

$l_1 = 5$  см – длина анода без защитных колец,  $l_2 = 3$  см – длина анода с защитными кольцами.

Остальные величины могут принимать изменяющиеся значения: радиус катода  $a = (0,3 \div 0,5)$  мм, внутренний радиус анода  $b = (3 \div 8)$  мм, ток накала катода  $I_K = (1 \div 3)$  А, ток соленоида  $I_C = [(0 \div 1,3)] \cdot I_{C\text{кк}}$ , напряжение анода  $U_A = (80 \div 150)$  В. Радиус катода и внутренний радиус анода пользователь вводит с клавиатуры. Результирующее значение удельного заряда электрона выводится с соответствующими пояснениями для реальной траектории электрона и круговой траектории. Значения  $a$  и  $b$  должны сохраняться для нескольких опытов, с возможностью сравнения полученных результатов. При этом во всех расчётах будут принимать указанные пользователем значения из всех введённых.



Реализация задачі была выполнена в среде Delphi. Програма может быть использована студентами и преподавателями для проведения лабораторных работ по вычислению удельного заряда электрона.

## КОМП'ЮТЕРИЗОВАНА СИСТЕМА МОНІТОРИНГУ РЕЗОНАНСНИХ ЯВИЩ КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ

Пелепей Р. Л. Пузько І. Д., СумДУ

Задачі ідентифікації являється однією з важливіших і треба, відмітити, найбільш складних задач теорії і практики регулювання і керування.

Важливість такої задачі визначається тим, що без знання або визначення характеристик і параметрів керованого об'єкту не може бути розробленим передумовний (на стадії проектування) аналіз і синтез процесів керування об'єктами. Значна складність рішення задачі ідентифікації обумовлена тим фактом, що контроль параметрів об'єкту відбувається не безпосередньо, а при умові виміру вхідних і вихідних величин, складним чином залежних від параметрів. До того ж вимір вхідних і вихідних величин визначається в умовах різного роду завод і шумів.

Для вирішення задач ідентифікації потрібно спочатку проводити вибір математичної моделі вибраного технологічного процесу або вибраної моделі об'єкту.

Математичні моделі механічних систем різного класу мають вигляд однорідних і неоднорідних диференціальних рівнянь із кінцевим числом ступенів вільності із постійними або змінними коефіцієнтами, розподілених диференціальних або інтегральних рівнянь, зокрема, у вигляді інтеграла згортки, що знаходить застосування для лінійних систем з постійними і змінними параметрами. Задача ставиться як така, що призводить до необхідності визначення коефіцієнтів математичної моделі, а самі диференціальні рівняння об'єднані єдиними методами їх дослідження – математичними методами теорії коливань

Коливальний процес математично можна описати за допомогою диференціального рівняння другого порядку вигляду:

$$x'' + 2hx' + \omega_0^2 x = F_a \sin \omega t, \quad (A)$$

де  $x(t)$  - амплітуда коливального процесу,  $t$  - час, а права частина є збуджуючою силою ( $\omega$  може бути постійною або залежною від  $t$ ).

Моделювання даного процесу можна провести, розв'язавши рівняння, що описує процес, чисельно методом Рунге-Кутта четвертого порядку.

Одним із ефективних режимів, що застосовується при проведенні вібровипробувань, являється режим сканування частоти сигналу збудження вібратора. Введення такого режиму для рішення завдань вібровипробувань коливальних систем резонансного типу в математичному плані призводить до необхідності проведення комп'ютерного моделювання неоднорідного диференціального рівняння другого порядку при лінійній зміні частоти правої частини диференціального рівняння.

Аналогічні алгоритми виникають також при рішенні завдань параметричної і структурної ідентифікації резонансних піків коливальних систем із кінцевим числом ступенів вільності.

Передбачається провести комп'ютерне моделювання вищевказаних моделей коливальних систем, що дозволяє визначити власні частоти, добротності і параметри резонансних піків по вимірюваннях в перехідних режимах роботи в процесі експлуатації без істотного впливу на режими роботи виробу.

Механічні параметри і параметри резонансних піків визначаються без зупинок і затримок на резонансних частотах, що зменшує вірогідність поломок виробу. У ряді випадків метод сканування дозволяє зменшити час проведення вимірювань.

Проведено комп'ютерне моделювання рішень неоднорідного диференціального рівняння другого порядку із зосередженою масою і нестационарною правою частиною.

Отримані інформаційні масиви максимумів обвідних напіврозмахів коливань динамічних резонансних піків і частот максимумів при застосуванні інформаційного масиву постійних



швидкостей розгортки частот правої частини диференціального рівняння по лінійному закону.

Проведене модулювання режимів розгортки частоти як в бік збільшення частоти, так і в бік зменшення.

Інформаційний масив частот максимумів обвідних напіврозмахів коливань динамічних резонансних піків застосовано для визначення оцінок резонансної частоти статичного резонансного піку. Для рішення задачі оцінки резонансної частоти застосовані наближенні аналітичні співвідношення, які отримані на підставі наближених перетворень інтеграла згортки.

Для визначення оцінок резонансної частоти застосоване лінійне регресійне рівняння і метод найменших квадратів.

По результатам моделювання можна зробити висновок про можливість застосування режимів розгортки частоти для визначення резонансних частот статичних резонансних піків в режимі експлуатації без впливу на режим роботи випробуваного об'єкта при проведенні вимірів. Таким методом можна визначати оцінки параметрів об'єкта без зупинок і затримок на резонансних частотах, що зменшує вірогідність поломок об'єкта.

Особливо перспективне застосування такого методу для визначення оцінок параметрів і параметрів резонансних коливань для класу об'єктів, для яких недопустимі резонанси при стаціонарних режимах.

Застосування такого методу призводить до зменшення інтенсивності появи тріщин і приведе до збільшення ресурсу і надійності випробуваних об'єктів.

## **АНАЛІЗ МЕТОДІВ РЕАЛІЗАЦІЇ ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ХААРА НАД ПОЛЯМИ ГАЛУА**

*Превисокова Н.В., Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, м. Івано-Франківськ*

Зростання об'ємів інформаційних потоків визначає необхідність підвищення продуктивності систем цифрової



обробки інформації (ЦОІ) та максимальне використання їх обчислювальних потужностей. Розв'язання задач ЦОІ полягає в побудові математичної моделі системи та засобів її реалізації. Математичні моделі систем цифрової обробки інформації, побудовані із застосуванням теорії полів Галуа повніше враховують структуру цифрового інформаційного потоку, спрощують реалізацію моделей та зменшують апаратні затрати при реалізації спеціалізованих пристроїв [1, 2]. Апаратом для проведення цифрової обробки інформації є дискретні перетворення Фур'є, Уолша, Хаара, теоретико-числові перетворення та ін. Відомими є методи виконання перетворення Хаара над полями Галуа із використанням двійкового числення [1, 2, 3].

Дискретне ортогональне перетворення Хаара послідовності  $\{x(i)\} = \{x(0), x(1), \dots, x(N-1)\}$ , визначене над полем Галуа  $F = GF(2^n)$  (перетворення Хаара-Галуа), подається у матричному вигляді [1]:

$$S(n) = H(n)x(n), \quad (1)$$

де  $S(n)$  - вектор коефіцієнтів перетворення Хаара-Галуа розмірністю  $N = 2^n$ , де  $n = 1, 2, \dots$ ,  $S(n) = [S(0), S(1), \dots, S(N-1)]$ ,  $H(n)$  - матриця  $N \times N$  дискретних значень функцій Хаара над полем Галуа.

Результати досліджень визначили можливість використання інших методів кодування для реалізації відповідних системних функцій цифрової обробки інформації. В роботі [4] наведено теоретичні основи перетворення форми та цифрової обробки інформації в полях Галуа та розроблено метод виконання арифметичних операцій додавання-віднімання та множення із використанням кодування Галуа.

Автором встановлено можливість використання кодів Галуа для подання інформації при реалізації ортогонального дискретного перетворення Хаара над полями Галуа, що дозволяє збільшити швидкість цифрової обробки інформації, та запропоновано схему апаратної реалізації математичної моделі систе-

ми виконання швидкого перетворення Хаара над полем Галуа із застосуванням Галуа-кодування.

Здійснено порівняння обчислювальних пристроїв схем реалізації ШПХГ із поданням інформації у двійковій системі та із використанням Галуа-кодування за показником часу виконання арифметичних операцій.

Перетворення Хаара над полем Галуа обчислюється за швидкими алгоритмами перетворення Хаара (ШПХГ), які дозволяють зменшити кількість арифметичних операцій, а саме вимагають  $2(N-1)$  додавань та  $N-1$  множень на відміну від  $N(N-1)$  додавань та  $\frac{N}{2}(N-1)$  множень, необхідних при безпосередньому обчисленні перетворення згідно виразу (1).

Арифметичні дії, які складають базову операцію на кожному проміжному етапі перетворення подаються у вигляді

$$x_m(i) = x_{m-1}(i) + x_{m-1}(j); \quad (2)$$

$$x_m(j) = x_{m-1}(i) + [(-1) \bmod (2^n - 1)]x_{m-1}(j). \quad (3)$$

Модульні операції над полем Галуа  $F = GF(2^n)$  в двійковому численні реалізовано на підставі введення додаткових зв'язків переносів між розрядами суматорів з метою досягнення заданої величини модуля, відмінної від величини модуля суматора без додаткових переносів, яка становить  $2^n$ , де  $n$  - число розрядів суматора [1].

При паралельному виконанні додавання та множення згідно виразів (2) та (3) відповідно тривалість базової операції в двійковій системі становить

$$T_{д.б.} = T_{д.с. \bmod} + T_{д.м. \bmod},$$

де  $T_{д.с. \bmod}$  та  $T_{д.м. \bmod}$  - тривалість виконання операцій додавання та множення за модулем  $2^n - 1$  відповідно.

Визначено, що час виконання базової операції (2)-(3) в кодах Галуа становить

$$T_{G.б.} = 2T_{G.с.},$$

де  $T_{G.c.}$  - тривалість виконання операції сумування в кодах Галуа [4].

Повний час, який витрачається на виконання арифметичних операцій при реалізації ШПХГ послідовностей довжини  $N = 2^n$ , поданих у двійковій системі числення та у кодах Галуа визначається відповідно:

$$T_{\partial.ШПХГ} = T_{\partial.б.}(N-1) = (T_{\partial.c.mod} + T_{\partial.m.mod})(N-1);$$

$$T_{G.ШПХГ} = T_{G.б.}(N-1) = 2T_{G.c.}(N-1).$$

Таким чином, скорочення часу виконання арифметичних операцій в кодах Галуа у порівнянні із часом виконання обчислень у двійковій системі становить

$$\Delta T = T_{\partial.ШПХГ} - T_{G.ШПХГ} = (T_{\partial.c.mod} + T_{\partial.m.mod} - 2T_{G.c.})(N-1).$$

Для оцінки скорочення часу виконання обчислень при застосуванні запропонованого методу кодування Галуа проведено розрахунки часу виконання арифметичних операцій [1, 3, 5] для різних розрядностей обчислювальних пристроїв та відповідних довжин вхідних послідовностей.

Визначено, що для розрядностей від  $n = 4$  до  $n = 64$  та довжин послідовностей від  $N = 4$  до  $N = 2^{64}$  виконання арифметичних операцій додавання та множення при реалізації перетворення Хаара із застосуванням методу кодування Галуа потребує приблизно у  $k_T \approx 2 \div 15$  разів менше часу, ніж у двійковому численні:

$$k_T = \frac{T_{\partial.c.ШПХГ}}{T_{G.ШПХГ}} \approx 2 \div 15.$$

Таким чином, проаналізовано швидкодію апаратурної реалізації перетворення Хаара при виконанні арифметичних операцій в двійковій системі числення. Визначено можливість реалізації ШПХГ із поданням інформації та виконанням арифметичних операцій в кодових системах Галуа. Проаналізовано швидкодію пристроїв виконання арифметичних операцій перетво-



рення Хаара-Галуа в двійковій системі числення та при Галуа-кодунанні.

Встановлено, що при реалізації перетворення Хаара-Галуа в кодових системах Галуа час виконання арифметичних операцій та час виконання перетворення менший, ніж при використанні двійкової системи числення для подання інформації.

1. Вариченко Л.В., Лабунец В.Г., Раков М.А. Абстрактные алгебраические системы и цифровая обработка сигналов. – К.: Наукова думка, 1986. – 248 с.
2. Муттер В.М. Основы помехоустойчивой телепередачи информации. – Л.: Энергоатомиздат., 1990. – 228 с.
3. Бабич Н.П., Жуков И.А. Компьютерная схемотехника. Методы построения и проектирования: Учебное пособие. – К.: МК-Пресс, 2004. - 576 с.
4. Петришин Л. Б. Теоретичні основи перетворення форми та цифрової обробки інформації в базисі Галуа: Навчальний посібник. – К.: ІзіМН МОУ, 1997. – 237с.
5. Угрюмов Е.П. Цифровая схемотехника: Учеб. пособие для вузов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 800 с.

## **МНОГОУРОВНЕВАЯ СИСТЕМА ИНДИВИДУАЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ**

*Кривцов В.Е., Шаповалов С. С., Институт системного анализа РАН, г. Москва*

Рассматривается модель системы индивидуального обучения, в которой учебный материал разделён на разделы-уровни таким образом, что изучение нового раздела невозможно без полного изучения предыдущего. При этом участник этой системы может обратиться к другому участнику, достигшему более высокого уровня, с целью получения от него репетиторских услуг. Таким образом, участнику системы доступны три типа активности: самостоятельное обучение, обучение с преподавателем и оказание репетиторских услуг.

Модель задається системою дифференціальних рівнянь з запоздыванием:

$$dy_k/dt = y_{k-1}(t-\tau_{k-1}) - y_k(t-\tau_k),$$

где  $y_k$  – количество учащихся на  $k$ -ом уровне,  $\tau_k$  – время обучения на  $k$ -ом уровне.

Поскольку уровни характеризуются временем их изучения  $T_k$ , то время обучения находится из уравнения:

$$\int_0^{\tau_k} \text{studied\_material}(t) dt = T_k,$$

где  $\text{studied\_material}(t)$  есть функция, выражающая зависимость количества изученного материала от времени и учитывающая индивидуальные способности учащегося к обучению самостоятельно и с репетитором. Также учитывается управление, задаваемое долями доступного времени, затрачиваемыми учащимся на различные типы активности.

С помощью указанной модели изучается динамика количества участников системы на каждом уровне. Исследуется влияние внешних факторов, таких как несбалансированность уровней по своей сложности, неоднородность появления в системе новых участников (новичков, приходящих на первый уровень), управление обучающихся своими временными ресурсами.

Также вводится модель рынка репетиторских услуг. Рассматриваются прямые спроса и предложения, зависящие от количества и возможностей субъектов рынка. Исследуется динамика цены, формирующейся в условиях свободного рынка. Предложены механизмы внешнего регулирования данного рынка, рассмотрены возможности влияния на формирующуюся цену на услуги.

Получены как практические результаты с применением математического программного пакета MatLab, так и аналитическое решение для некоторых частных случаев. Обнаружены закономерности и тенденции развития системы, условия возникновения динамического равновесия между уровнями системы.

Модель позволяет провести предварительные расчёты при создании подобных систем, как доступных online в сети Интернет, так и существующих в виде завершённых программных пакетов.

## КОМП'ЮТЕРНА МОДЕЛЬ ГРАВІТАЦІЙНОЇ ВЗАЄМОДІЇ МАТЕРІАЛЬНИХ ТОЧОК

Сулим В. Ю., СумДУ

Учбово-демонстраційна програма *SVYGravityModel* є комп'ютерною моделлю такої фізичної системи, як гравітаційна взаємодія матеріальних точок. Програма дозволяє легко будувати системи тіл і наочно представляти поведінку її елементів графічно та за допомогою анімації.

Імпульсом створення програми була зацікавленість у застосуванні на практиці теорії механіки Ньютона і деяких знань із курсу астрономії. Метою роботи над проектом була розробка ефективного зручного у користуванні програмного засобу моделювання і відображення руху необхідної кількості тіл.

Основою математичної моделі двовимірного руху одного тіла є система з чотирьох диференціальних рівнянь першого порядку, що описують залежність координат та проекцій швидкості від часу. При обчисленні траєкторій з метою вивчення чисто гравітаційної взаємодії до уваги не беруться інші фактори, що впливають на рух тіла, наприклад, опір повітря, форма і структура тіл та ін. Прискорення в конкретний момент часу знаходиться із рівнодіючої сил тяжіння зі сторони інших матеріальних точок за законом всесвітнього тяжіння та другим законом Ньютона. Для розв'язання цієї системи для будь-якої кількості тіл в проєкті використовується алгоритм чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, а саме модифікація Гілла методу Рунге-Кутта четвертого порядку точності. Такий алгоритм обчислення траєкторій дозволяє досить точно описати рух матеріальних точок.

Характерною рисою даного програмного продукту є його гнучкість стосовно побудови систем тіл. До можливостей складання нових моделей входять створення, видалення і копіюван-



ня об'єктів, прив'язування до об'єктів інших матеріальних точок у якості супутників, функція вимірювання відстаней між двома точками простору. Редагування властивостей тіл таких як маса, координати, проекції швидкостей, колір, назва і радіус здійснюється у відповідному вікні, що викликається для кожного об'єкта окремо. Об'єкти можуть бути переміщені за вказівником миші. За допомогою функції зміни масштабу зображення і переміщення видимої області за вказівником миші можна швидко переглянути будь-яку частину двовимірного простору, в якому розташована система. Практично проєкт *SVYGravityModel* є візуальним конструктором гравітаційних систем. Всі художні елементи інтерфейсу були розроблені безпосередньо автором даного проєкту.

До пакету установки програми входять приклади вже побудованих систем. Серед них: система, що ілюструє запуск космічних апаратів з поверхні Землі з різними швидкостями і їх вихід на стандартні типи траєкторій; Сонячна система; симетричні системи тіл; системи об'єктів, що мають супутники, та деякі довільні фізичні системи тіл. Один із прикладів представляє модель такої гравітаційної системи як подвійна зірка.

Розроблений програмний продукт може бути застосований у якості ефективного навчального посібника в шкільних та університетських курсах фізики й астрономії. За допомогою проєкту можна підготувати презентацію тієї чи іншої системи і представити її учням або студентам, використовуючи персональні комп'ютери. Вона дозволяє проілюструвати загальновідомі закони фізики на конкретних прикладах та вивчити або передбачити різноманітні аспекти руху матеріальних точок. Крім того, програма може бути застосована під час розв'язку великої кількості прикладних задач з вище згаданих курсів для перевірки отриманих результатів тощо.

## РЕАЛИЗАЦИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ FLASH И JAVA APPLETS В СПЕЦИАЛЬНОМ СЛУЧАЕ

*Кузиков Б.О., студ. Сумський державний університет*

На рынке веб-приложений давно закрепились такие технологии как Macromedia Flash и Java Applets. К безусловным преимуществам первого относятся простота использования в сфере дизайна. Java же предоставляет богатые функциональные возможности, в частности в области вычислений и работы с различными серверами. В частности в рамках лаборатории дистанционного обучения СумГУ, при подготовке учебного материала, Flash применяется для создания виртуальных лабораторных столов по ряду предметов, а на базе Java разрабатываются интерактивные тренажеры, типичными операциями для которых является отображение и проверка формул, поддержка нескольких языков интерфейса, сохранение промежуточных результатов, связь с преподавателем.

Иногда возникают ситуации, когда нужно объединить наглядность представления данных со сложными математическими расчетами и гибким взаимодействием с сервером. Поэтому были предприняты исследования возможности реализации взаимодействия указанных технологий.

Следует понимать, что Java Applets, как и Flash в разных системах имеют разную реализацию контейнеров-интерпритаторов, а их выполнение их в контексте браузера налагает определенные ограничения в плане безопасности. Значит прямое взаимодействие объектов на разных платформах может различаться. Требуется найти некоторый универсальный способ их взаимодействия. Нами были рассмотрены возможность реализации такого взаимодействия в специальном случае – когда апплет и ролик находятся в разных окнах браузера или фреймах, а само взаимодействие происходит в контексте браузера, без использования взаимодействия с сервером. Был реализован механизм взаимодействия с использованием промежуточного JavaScript слоя, по-

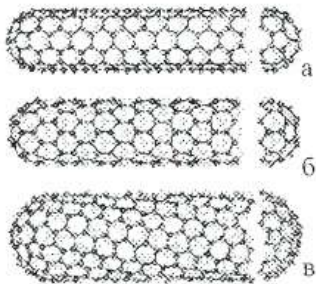
строена принципіальна схема такого взаємодіяння з використанням пакетів flash.external и netscape.javascript.

## МОДЕЛЮВАННЯ ВУГЛЕЦЕВИХ НАНОТРУБОК

*Костун О.А., Проценко О.Б.  
Сумський державний університет, м. Суми*

Останнім часом великий інтерес у науці і техніці приділяється нанотехнологіям. Основною причиною цього є необхідність створення і впровадження в мікро-, оптоелектроніку, приладобудування і сенсорну техніку якісно нових матеріалів, здатних задовольнити вимогам матеріалознавців, конструкторів і технологів. Елементи мікросхем, виготовлених на основі таких матеріалів, мають широкий спектр функціональних можливостей.

Вуглецеві нанотрубки представляють собою молекули циліндричної форми, що складаються з атомів вуглецю і можуть мати запаяні або відкриті кінці, бути одно- та багаточаровими. За своїми фізичними властивостями нанотрубки значно відрізняються від відомих матеріалів. Наприклад, електропровідність нанотрубки в 100 разів перевищує за електропровідність металевого кабелю, а модуль Юнга складає 7000 ГПа, в той час як для сталі значення цього параметра дорівнює 200 ГПа.



Електрофізичні властивості нанотрубок залежать від її типу. В залежності від геометричного параметру, який асоціюється з вектором скручування, розділяють нанотрубки типу „zigzag” (а), „armchair” (б) та „chiral” (в). Оскільки нанотрубки є дуже дорогим матеріалом, то дослідження їх властивостей здійснюється в основному на рівні математичного моделювання.



В роботі були проаналізовані механізми утворення нанотрубок, їх можливі параметри. В процесі дослідження були отримані математичні моделі нанотрубок різних типів. За основу взяте співвідношення Бренера для міжатомного потенціалу вуглецевих зв'язків

$$V(r_{i,j}) = V_R(r_{i,j}) - B_{i,j} V_A(r_{i,j}),$$

де індекси  $i, j$  відповідають двом атомам на кінцях зв'язку,  $r_{i,j}$  – довжина зв'язку,  $V_R$ ,  $V_A$  – складові, що характеризують відштовхуючу і притягуючу взаємодію атомів вуглецю,  $B_{i,j}$  параметр взаємодії даної пари атомів з усією системою. Комп'ютерна реалізація моделі нанотрубки здійснювалася за допомогою бібліотеки OpenGL, що дозволяє отримати 3D- зображення. В результаті отримані модельні зразки нанотрубок різних типів, що може бути використане для дослідження різних їх властивостей.

Jiang H., Zhang P., Liu B. et al. The effect of nanotube radius on the constitutive model for carbon nanotubes // Computational Material Science. – 2003. - №28. – P.429 – 442.

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ МЕТОДОМ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ

*Лукьянова В.В., Проценко Е.Б.*

*Сумской государственной университет, г.Сумы*

В научных исследованиях компьютерное моделирование наиболее существенную роль играет в тех случаях, где необходимо большое количество численных расчетов или задачи не могут быть решены простыми аналитическими методами.

В реальных телах частицы связаны друг с другом силами различной величины и природы, такими как: химическая связь, межмолекулярное взаимодействие, электростатическая и элек-

ромагнитная силы. Потенциалы взаимодействия сложным образом зависят от расстояния и направления.

При компьютерном моделировании поведения системы в целом исходят из упрощенного представления молекул и атомов и взаимодействий между ними. Отдельный атом представляется в виде материальной точки. При моделировании обычно меж-атомные взаимодействия описываются потенциальными функциями.

В последнее время большой популярности достиг метод молекулярной динамики, который заключается в следующем. Исследуемая система рассматривается как совокупность атомов, при этом имеется информация о каждом атоме: известны координата и импульс атома в начальный момент времени; известны силы (потенциальные энергии взаимодействия) атомов друг с другом. Зная все это, можно составить дифференциальные уравнения движения для всех частиц (получить развитие системы). Решив их, получим зависимость координаты, импульса каждого атома, далее, на основе некоторых законов, можно определить макро-состояние системы атомов (например, кристалла) в любой момент времени.

Макро-состояние описывается такими величинами, как полная энергия системы, потенциальная, кинетическая, скорость всей системы как целого (это скорость центра масс) и т.п.

Технология моделирования методом частиц широко описана в [1,2,3]. Уравнение движения частиц в простейшем случае имеют вид:

$$m\vec{r}_k = \sum_{n=1}^N \frac{f(|r_k - r_n|)}{|r_k - r_n|} (r_k - r_n), \quad (1)$$

где  $r_k$  – радиус  $k$ -й частицы,  $m$  – масса частицы,  $N$  – общее число частиц,  $f(r)$  – сила взаимодействия между частицами, соответствующая потенциалу взаимодействия.

Моделирование с математической точки зрения представляет собой решение задачи Коши для уравнений (1). Генерация

начальных условий представляет собой отдельную нетривиальную задачу, т.к. начальное положение частиц, их скорости существенно влияют на результат. Задание начальных условий происходит на двух масштабных уровнях, которые можно условно назвать макро- и микроскопическим.

На макроскопическом уровне задается внешняя форма объектов моделирования и их макроскопические скорости. На микроскопическом уровне задается структура материала, скорости теплового движения.

1 Zhou L.G., Shi S.Q. Molecular dynamics simulations on tensile mechanical properties of single-walled carbon nanotubes with and without hydrogen storage // Computational Materials Science. - №23, 2002. – P.166-174.

2 Haslam A.J., Yamakov V., Moldovan D. et al. Effects of grain-boundary diffusion creep by molecular dynamics simulation // Acta Materialia. - № 52, 2004. – P.1971 - 1987.

## **ФИНАНСОВОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИЙ EXCEL ТЕНДЕНЦИЯ И РОСТ**

*Андрееенко В.И., Боронос Д.В., СумГУ*

В условиях рыночной экономики, роста самостоятельности предприятий и их ответственности за результаты деятельности появляется объективная потребность в определении тенденций развития финансового состояния и перспективных финансовых возможностей. На решение этих вопросов и направляется финансовая стратегия предприятия.

Реализация финансовой стратегии предприятия тесно связана с его перспективным финансовым планированием.

Перспективное финансовое планирование определяет основные показатели, пропорции и темпы воспроизводства, является основной формой реализации главных целей предприятия. Перспективное планирование включает прогнозирование фи-



нансовой деятельности предприятия и разработку его финансовой стратегии.

При разработке финансовой стратегии предприятия необходимо оценивать её эффективность, основанную на расчётах финансовых показателей и коэффициентов. Прогнозирование предусматривает разработку альтернативных финансовых показателей и параметров, использование которых с учетом тенденций смены ситуации на рынке дает возможность определить основную вариант развития финансового состояния предприятия.

Базой финансового прогнозирования служит обобщенная и проанализированная информация с последующим моделированием и учетом факторов возможных вариантов развития ситуации и финансовых показателей.

Метод экономико-математического моделирования дает возможность нахождения количественного выражения взаимосвязей между финансовыми показателями и факторами, которые их определяют. Экономико-математическая модель-это точное математическое описание факторов, характеризующих структуру и закономерности изменения данного экономического явления и осуществляемых с помощью математических методов. Моделирование может предусматривать функциональную или корреляционную связь факторов. Корреляционная связь-это вероятностная зависимость, определяемая только в общем виде и при большом количестве наблюдений. Эта связь выражается уравнениями регрессии разного вида и является наиболее перспективной в финансовом прогнозировании.

С помощью Excel можно прогнозировать изменения многих переменных величин, если, конечно, у нас есть приемлемая базовая линия для составления прогноза.

Использование функции *Тенденция* - это самый простой способ вычисления регрессионного анализа. Функция *Тенденция* вычисляет прогнозы, основанные на линейной связи между результатом наблюдения и временем, в которое это наблюдение было зафиксировано. Если необходимо составить линейный график данных, на вертикальной оси которого отмечаются ре-

## Секція інформатики

зультаты наблюдений, а на горизонтальной фиксируются временные моменты их получения, и эта зависимость носит линейный характер, то линия на графике будет либо прямой, либо слегка наклоненной в одну или другую сторону, либо горизонтальной. Это и будет лучшей подсказкой о том, что взаимосвязь является линейной, и поэтому в данном случае функция *Тенденция* - самый удобный способ регрессивного анализа.

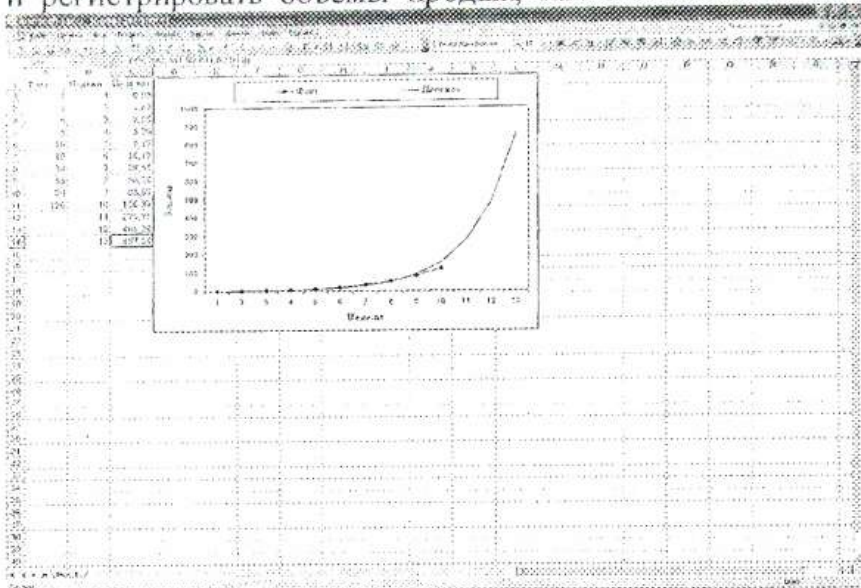
Однако, если линия резко изгибается в одном из направлений, то это означает, что взаимосвязь показателей носит нелинейный характер. Существует большое количество типов данных, которые изменяются во времени нелинейным способом. Некоторыми примерами таких данных являются объем продаж новой продукции, прирост населения, выплаты по основному кредиту и коэффициент удельной прибыли. В случае нелинейной взаимосвязи функция Excel *Рост* поможет получить более точную картину направления развития бизнеса, чем при использовании функции *Тенденция*.

Применение функции *Рост* для прогнозирования объёмов продаж можно рассмотреть для конкретной ситуации.

### **Анализ ситуации: книжная торговля**

Представим, что менеджер по закупкам отдела "Книга-почтой" недавно разослал клиентам новый каталог, рекламирующий роман, получивший очень высокую оценку критиков. Менеджер считает, что следует заранее заказать дополнительное количество экземпляров, чтобы не оказаться в ситуации, когда книга закончится раньше, чем перестанут приходить заявки на нее. Менеджер начал отслеживать ежедневные заказы на роман,

и регистрировать объёмы продаж, как это показано на рис.1.



**Рис.1. Функция *Рост* очень удобна при прогнозировании нелинейных базовых линий**

На рис.1. демонстрируется, каким образом фактические и прогнозируемые данные фиксируются в стандартном линейном графике. Поскольку линия имеющихся в наличии товаров резко изгибается вверх, менеджер принимает решение составить прогноз с использованием функции *Рост*. Как и при использовании функции *Тенденция*, пользователь в данном случае может генерировать прогнозы, просто подставляя *новые-значения-x*. Чтобы спрогнозировать результаты 11-13 недель, следует ввести эти числа в ячейки B12:B14, а затем с помощью формулы массива в диапазон ячеек C2:C14 ввести следующее:

$$= \text{РОСТ}(A2 : A11; B2 : B11; B2 : B14)$$

В ячейках C12:C14 приведены значения предварительной оценки количества заказов, которое может ожидать менеджер в последующие три недели при условии, что текущая тенденция роста останется неизменной.



Экономико-математическое моделирование дает возможность перехода в планировании от средних величин до оптимальных вариантов. Повышение уровня научной обоснованности планирования требует разработки нескольких вариантов планов с учетом различных условий и направлений развития предприятия с последующим выбором оптимального финансового плана.

## ОБ'ЄКТНО-ОРІЄНТОВАНА РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМУ НАВЧАННЯ ТА ЕКЗАМЕНУ СИСТЕМИ КЛАСИФІКАЦІЙНОГО КЕРУВАННЯ.

*Котенко С. М., СумДУ*

Незважаючи на значні досягнення в розробці інформаційних технологій (ІТ) в різних галузях соціально-економічної сфери суспільства, проблема машинного прийняття рішень не отримала свого вирішення.

Серед відомих підходів до створення ефективних систем прийняття рішень (СПР) найбільш прогресивним вважається класифікаційний підхід, що ґрунтується на ідеях та методах теорії розпізнавання образів.

У рамках цього підходу розглянемо реалізацію алгоритмів навчання та екзамену за методом функціонально-статистичних випробувань (ФСВ) [1], що ґрунтується на прямій оцінці інформаційної спроможності системи за умов апріорної невизначеності, інформаційних та ресурсних обмежень.

Розглянемо етапи реалізації алгоритму навчання:

1. Формування бінарної навчальної матриці  $\|x_{m,i}^{(j)}\|$ , елементи якої дорівнюють

$$x_{m,i}^{(j)} = \begin{cases} 1, & \text{if } y_{m,i}^{(j)} \in \delta_{K,j}; \\ 0, & \text{if } y_{m,i}^{(j)} \notin \delta_{K,j}. \end{cases} \quad (1)$$

2. Формування масиву еталонних двійкових векторів  $\{x_{m,i} \mid m = \overline{1, M}, i = \overline{1, N}\}$ , елементи якого визначаються за правилом:

$$x_{m,i} = \begin{cases} 1, & \text{if } \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{m,i}^{(j)} > \rho_m; \\ 0, & \text{if } \text{else,} \end{cases} \quad (2)$$

де  $\rho_m$  – рівень селекції координат вектору  $x_m \in X_m^0$ .

3. Розбиття множини еталонних векторів на пари найближчих "сусідів":  $\mathfrak{R}_m^{[2]} = \langle x_m, x_l \rangle$ , де  $x_l$  – еталонний вектор сусіднього класу  $X_l^0$ , за таким алгоритмом:

а) структурується множина еталонних векторів, починаючи з вектора  $x_l$  базового класу  $X_l^0$ , який характеризує найбільшу функціональну ефективність ІСК;

б) будується матриця кодових відстаней між еталонними векторами розмірності  $M \times M$ ;

в) для кожної строки матриці кодових відстаней знаходиться мінімальний елемент, який належить стовпчику вектора – найближчого до вектора, що визначає строку. При наявності декількох однакових мінімальних елементів вибирається з них будь-який, оскільки вони є рівноправними;

г) формується структурована множина елементів попарного розбиття  $\{\mathfrak{R}_m^{[2]} \mid m = \overline{1, M}\}$ , яка задає план навчання.

4. Оптимізація кодової відстані  $d_m$  відбувається за рекурентною процедурою. При цьому приймається  $E_m(0) = 0$ .

5. Процедура закінчується при знаходженні максимуму КФЕ в робочій області його визначення:  $E_m^* = \max_{\{d\}} E_m$ , де  $\{d\} = \{0, 1, \dots, d < d(x_m \oplus x_l)\}$  – множина радіусів концентрованих гіперсфер, центр яких визначається вершиною  $x_m \in X_m^0$ .

Розглянемо алгоритм екзамену в загальному випадку (для нечіткого розбиття):

1. Для кожного класу обчислюємо значення функції

$$\mu_m = 1 - \frac{d(x_m \oplus x^{(j)})}{d_m^*}$$

2. Визначається максимальне значення  $\mu_m$  для всіх класів.

3. Якщо  $\mu_m$  максимальне, то  $x^{(j)} \in X_m^0$ .

Реалізація алгоритмів навчання та екзамену здійснена в рамках об'єктно-орієнтованого програмування.

- Результатом проведеної роботи стала програмні бібліотеки SPR та CircleSPR. Мова реалізації – C++. Класи реалізовано як шаблони, які можна використовувати для всіх типів даних.

- В бібліотеці SPR реалізовано набір шаблонів:
- Param – реалізує функціональність параметру.
- Data – реалізує функціональність елемента даних.
- KD – реалізує функціональність контрольного допуску для певного параметру.

- Class – реалізує функціональність класу.
- Container – абстрактний клас, що реалізує базовий набір функцій контейнеру та об'являє набір функцій, що мають бути реалізовані у конкретних реалізаціях класу Container.

- PR – абстрактний клас, що реалізує базову функціональність СПР (методи для роботи з класом, методи для роботи з даними та метод екзамену.) залежно від типу контейнеру. Метод, що реалізує алгоритм навчання об'явлено абстрактним, адже його реалізація залежить від виду контейнеру.

- Backup – клас для збереження даних, що оброблюються на кожному кроці алгоритму навчання та оптимізації різних параметрів. Це потрібно для роботи з цими даними зовнішніх модулів (побудова графіків, тощо...).

В бібліотеці CircleSPR реалізовано набір шаблонів:



### Секція інформатики

- CircleContainer – реалізує набір функцій класу Container для гіперсферичних контейнерів.
- SelectLvl – реалізує функціональність рівня селекції.
- CircleSPR – реалізує алгоритм навчання SPR для CircleSPR.

Подальший напрямок роботи полягає в оптимізації інших просторово-часових параметрів функціонування СПР.

Таким чином, розроблено бібліотеку, що дозволяє:

1. З використанням технології об'єктно-орієнтованого програмування швидко та ефективно розробляти власні системи СПР.
2. Завдяки гнучкості об'єктно-орієнтованого підходу програмування, можна без значних зусиль випробовувати власні модернізації методу функціонально-статистичних випробувань.

### *Література*

1. Краснополюсовський А.С. Інформаційний синтез інтелектуальних систем керування. – Суми; СумДУ, 2004. – 261с.
2. Либерти, Джесс Освой самостійно С++ за 21 день Ж 3-е изд. Пер. с англ. : Уч. Пос. - М. : Вильямс, 2001. – 816 с.

## **ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ЗАПАСУ ТОРГІВЕЛЬНИХ ФІРМ**

*Токмаков М.М., Шаповалов С.П., СумДУ*

Розглянемо проблему визначення оптимального запасу продукції торгівельних фірм методами теорії ігор, прийнявши одного гравця за торгівельну фірму, а іншого гравця – за деякого умовного замовника ( ринок ) з відомою функцією розподілу попиту на продукцію фірми.

Позначимо через  $x$  ринковий попит на продукцію торгівельної фірми для деякого фіксованого періоду часу, який наперед невідомий. Одиниці виміру продукції, що продається,

### Секція інформатики

можуть бути як фізичні (кілограми, літри тощо), так і грошові. Припустимо, що нереалізована за такий період продукція втрачає свої споживчі якості за час зберігання і не може бути продана в наступний період. Позначимо через  $C_1$  суму собівартості та додаткових витрат на зберігання одиниці продукції, яка не була реалізована за згаданий проміжок часу у зв'язку з тим, що попит на неї був менший за прогнозований, а через  $C_2$  - втрати прибутку на одиницю продукції, які зумовлені її відсутністю, коли попит на неї перевищує її кількість  $s$ , яка є на фірмі.

З урахуванням вищезгаданих позначень втрати фірми визначаються функцією

$$V(x, s) = \begin{cases} C_1(s - x), & \text{коли } s \geq x. \\ C_2(x - s), & \text{коли } s < x. \end{cases}$$

Будемо розглядати попит на продукцію  $x$  як випадкову величину з функцією розподілу  $F(x)$ , яка може бути визначена на основі статистичних спостережень або іншої інформації. Тоді втрати фірми  $V(s, x)$ , які визначаються співвідношенням, є функція випадкової величини  $x$  (попиту) та величини запасу продукції  $s$ , і задачу про визначення оптимального запасу торгівельної фірми можна розглядати як статистичну гру з «природою». Гравець А – торгова фірма, гравець В – деякий умовний замовник (ринок) з відомою функцією розподілу  $F(x)$ . Мета фірми – знайти таке значення запасу продукції  $s$ , яке б мінімізувало математичне сподівання її витрат

$$M[V(x, s)] = \int_{-\infty}^{\infty} V(x, s) dF(x).$$

Результатом мінімізації функції буде співвідношення для визначення оптимального запасу продукції торгівельної фірми.

Визначаємо такий алгоритм розв'язку:

1. На основі статистичних даних будуємо функцію розподілу попиту  $F(x)$ .

2. За співвідношеннями оптимальності, знаходимо значення  $s_0$ , яке відповідає функції  $F(s_0)$ .

Отже, маючи статистичні дані попиту за вибраний проміжок часу, та значення  $C_1, C_2$  ми зможемо прогнозувати оптимальний запас продукції, а отже об'єм закупок фірми.

## РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИНЦИПОВ ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ НА ПРИМЕРЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

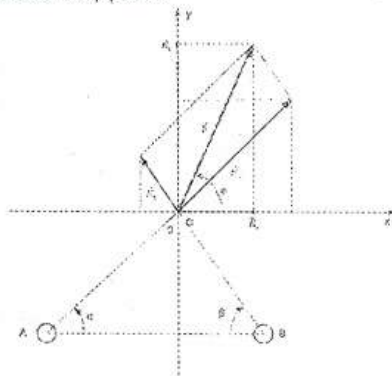
*Борисов С.С., СумГУ*

Актуальность компьютерного моделирования физических процессов очень высока, так как именно модель предоставляет возможность довольно точно и наглядно воспроизвести конкретный физический процесс. В научной работе раскрывается принцип суперпозиции электростатических полей и производится вычисление и построение вектора напряжённости в заданной точке. Модель может служить для наглядности и закрепления знаний учащихся по этой теме. Также принципы написания данной программы демонстрируют основные принципы объектно-ориентированного программирования, такие как инкапсуляция, наследование и полиморфизм.

Модель является классической физической задачей. На плоскости размещены  $N$  зарядов. Известны знаки зарядов (+/-), их величины  $(q_1, q_2, \dots, q_n)$ , а также координаты  $((x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n))$ . Выбирается точка на плоскости. Необходимо построить вектор напряжённости, найти его абсолютное значение и найти величину потенциала в данной точке. Полагать, что среда идеальна ( $\epsilon = 1$ ).



## Математическая модель.



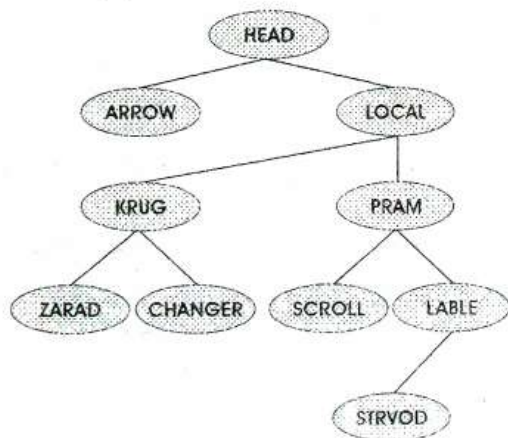
Описывается следующими формулами:

$$\begin{cases} E_x = E_A \cos \alpha - E_B \cos \beta \\ E_y = E_A \sin \alpha + E_B \sin \beta \end{cases}, \text{ где}$$

$$\cos \alpha = \frac{AB^2 + AC^2 - CB^2}{2 * AC * AB} \quad \cos \beta = \frac{AB^2 + CB^2 - AC^2}{2 * AB * CB}$$

$$E_A = k \frac{q_A}{AC^2} \quad E_B = k \frac{q_B}{CB^2} \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{E_y}{E_x}$$

Раскрытие принципов объектно-ориентированного программирования:



HEAD – родоначальник, инициализатор;  
ARROW – вектор;

LOCAL – общие действия визуального объекта;

KRUG – круг;

PRAM – прямоугольник;

ZARAD – заряд;

CHANGER – переключатель;

SCROLL – полоса прокрутки;

LABLE – надпись;

STRVOD – строка ввода.

Результатом работы стало раскрытие основных принципов объектно-ориентированного программирования: полиморфизм, наследование, инкапсуляция.

## **КРИПТОГРАФИЧЕСКАЯ ЗАЩИТА ЭЛЕКТРОННЫХ ПОЧТОВЫХ СООБЩЕНИЙ В СЕТИ ИНТЕРНЕТ**

*Могилин А. А., Сумский государственный университет*

Проблема защиты информации волновала человечество с незапамятных времен. С усложнением информационных взаимодействий в обществе, развитием сети Интернет и услуг, предоставляемых Сетью, возникли и продолжают возникать новые задачи по защите информации. Например, для такого сервиса Интернет как электронная почта, который возник несколько десятилетий тому назад и непрерывно развивается все это время, проблема защиты информации от несанкционированного доступа третьих лиц остается актуальной и сегодня.

Двумя главными составными данной проблемы являются следующие задачи:

- защита сообщений от перехвата и изменения;
- аутентификация сообщения, т.е. определение того, действительно ли рассматриваемое сообщение послано лицом, которое указано как отправитель.

Используя комплекс криптографических алгоритмов и протоколов, есть возможность решить эти проблемы если и не

полностью, то, по крайней мере, большую их часть. Предлагаются следующие методы решения:

1. Для защиты сообщений от перехвата использовать блочные шифры (например, 3DES, Blowfish) с новым сеансовым ключом для каждого сообщения. Отправитель шифрует, а получатель дешифрует сообщение одним и тем же сеансовым ключом. Предполагается, что сеансовый ключ известен обеим сторонам.

2. Для защиты сообщений от возможных изменений при пересылке по сети (случайных или преднамеренных) использовать алгоритм хеширования (например, MD5). Для каждого зашифрованного сообщения на компьютере отправителя вычисляется хеш, который присоединяется к сообщению. Получатель, вычислив хеш на своем компьютере и сравнив его с полученным хешем, имеет возможность сделать вывод о целостности данных.

3. Для аутентификации пользователя, пославшего сообщение использовать алгоритмы шифрования с открытым ключом (например, RSA). Тут можно воспользоваться свойством этих алгоритмов, что оба ключа могут использоваться как для шифрования, так и дешифрования. Отправитель, зашифровав сообщение своим личным (закрытым) ключом, тем самым сможет доказать получателю, который должен провести дешифрацию с помощью открытого ключа отправителя, что сообщение послано именно он.

Также эти алгоритмы использованы при реализации обмена сеансовыми ключами.

#### Литература:

1. Б. Шнайр Прикладная криптография. Протоколы, алгоритмы, исходные тексты на языке Си. – М.: Издательство ТРИУМФ, 2002
2. Вильям Столлингс. Криптография и защита сетей. Принципы и практика – М.: Издательство «Вильямс», 2001



Секція інформатики

**ОБ АЛГОРИТМАХ МАШИННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ  
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ**

*Литвиненко А.А., доцент СумГУ*

В теории приближения функций метод наименьших квадратов (МНК) является одним из основных инструментов. По окончании обучения в вузе редко какой инженер не будет применять его на практике в той или иной интерпретации. Между тем, есть вопросы, которым в курсе не уделяется внимание или уделяется, но не достаточно. Отметим два таких вопроса:

- 1) Об особенностях применения МНК при использовании ПК.
- 2) О соответствии основных физических предпосылок критериям МНК.

Обычно начинают рассматривать этот метод с построения линейной функции  $y = ax + b$ , при условии, что в заданных точках  $x_i$  известны значения  $y_i$ , где  $i = \overline{1, n}$ .

Согласно критерию Лежандра определяются такие параметры  $a$  и  $b$ , для которых

$$S_1(a, b) = \min S_1(A, B) = \min \sum_{i=1}^n [y_i - (Ax_i + B)]^2 \quad (1)$$

Необходимое условие достижения экстремума для функции двух неизвестных в данном случае дает систему линейных уравнений, называемую системой нормальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial A} S_1(A, B) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial B} S_1(A, B) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Матрица этой системы нормальных уравнений в ряде случаев имеет большое число обусловленности и тогда теория гласит, что «каким бы методом не решались нормальные уравнения, ошибки во входной информации и ошибки округлений, внесенные в процессе решения, чрезмерно преумножаются в вычисленных коэффициентах» [1, стр. 212].

Итак, несмотря на то, что мы имеем дело с одним из точных методов решения задачи, ее решение мы можем получить далеко не точное.

$$\text{Замена переменных } x_i = \bar{x} + t_i, \quad (3)$$

где  $\bar{x}$  – среднее арифметическое значений  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , приведет к такому преобразованию системы нормальных уравнений, при котором она будет иметь малое число обусловленности (конечно, при условии, что изначально система не является вырожденной). И решение системы мы получим по следующим формулам:

$$a = \left( \sum_{i=1}^n t_i y_i \right) / \sum_{i=1}^n t_i^2, \quad b = \bar{y} - a\bar{x}, \quad (4)$$

где  $\bar{y}$  – среднее арифметическое значений  $y_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Теперь рассмотрим второй вопрос, о котором мы говорили выше, т.е. о соответствии основных физических предпосылок критериям МНК.

Критерий Лежандра соответствует следующей предпосылке: абсолютные погрешности величины «у» одинаковы для любых значений аргумента. Однако, вполне возможно, что задача будет такова, когда «постоянными» предполагаются не абсолютные, а относительные погрешности наблюдаемой величины (это может быть обусловлено, например, спецификой показаний приборов). Итак, при такой постановке вопроса параметры  $a$  и  $b$  мы должны искать, используя следующий критерий:

$$S_2(a, b) = \min S_2(A, B) = \min \sum_{i=1}^n \left[ \frac{y_i - (Ax_i + B)}{y_i} \right]^2 \quad (5)$$

Если мы еще изменим предпосылку: для любых значений аргумента «постоянным» является произведение абсолютной на относительную погрешность величины  $y$ .

Получим следующий критерий:

$$S_3(a, b) = \min S_3(A, B) = \min \sum_{i=1}^n \frac{[y_i - (Ax_i + B)]^2}{|y_i|} \quad (6)$$

Заметим, что последний критерий дает результат, который наиболее близок к решению, для которого мы вообще-то можем выписать критерий, это:

$$S_4(a, b) = \min S_4(A, B) = \min \sum_{i=1}^n |y_i - (Ax_i + B)|,$$

но для которого из-за не гладкости функции  $S_4(A, B)$  найти решение весьма сложно. Впрочем, с учетом того, что ныне у нас на вооружении мощные ПК, последнее утверждение вполне можно оспорить. Не так уж и трудно, используя метод имитационного моделирования, найти решение и для этого случая.

Матрицы систем нормальных уравнений, соответствующие критериям (5) и (6) так же, как и для критерия (1), могут иметь большое число обусловленности.

Как и там, здесь тоже следует преобразовать систему нормальных уравнений путем надлежащей замены переменных. Для критерия (5) представим

$$x_i = \tilde{x} + \xi_i, \quad (7)$$

$$\text{где } \tilde{x} = \left( \sum_{i=1}^n x_i y_i^{-2} \right) / m, \quad m = \sum_{i=1}^n y_i^{-2},$$

тогда получим следующие расчетные формулы:

$$a = \left( \sum_{i=1}^n \xi_i y_i^{-1} \right) / \sum_{i=1}^n \xi_i^2 y_i^{-2}, \quad b = \frac{m_1}{m} - a\tilde{x}, \quad m_1 = \sum_{i=1}^n y_i^{-1} \quad (8)$$

Аналогично, для критерия (6) представим

$$x_i = \hat{x} + \zeta_i, \quad (9)$$

где  $\hat{x} = \left( \sum_{i=1}^n x_i y_i^{-1} \right) / m_1$ , а  $m_1$  определено выше (смотри (8)).

Тогда коэффициенты  $a$  и  $b$  получим согласно формул:

$$a = \left( \sum_{i=1}^n \zeta_i \right) / \sum_{i=1}^n \zeta_i^2 y_i^{-1}, \quad b = \frac{n}{m_1} - a\hat{x}. \quad (10)$$

Заметим, что в последнем случае мы предполагаем, что все значения  $y$  положительны. Если изначально это не так, то нам никто не мешает прибавить ко всем этим значениям величину  $C$



такую, щоб все  $y$  стали положительными. Определив искомые значения  $a$  и  $b$ , из последней величины мы вычтем величину  $C$ .

Теперь рассмотрим применение МНК для построения нелинейной зависимости вида

$$y = dx^c, \quad (11)$$

где  $d$  и  $c$  – искомые константы. Логарифмируя равенство  $y = dx^c$  и вводя новые переменные  $V = \ln y$ ,  $u = \ln x$  перейдем к линейной зависимости вида

$$V = au + b, \quad (12)$$

где  $a = c$ , а  $b = \ln d$ .

Таким образом, по исходным значениям  $x_i, y_i$  определяются величины  $u_i, V_i$ , далее находятся значения  $a$  и  $b$ , после чего

$$d = e^b, c = a.$$

Но использовать для линейной зависимости (12) рассмотренные ранее критерии нельзя, если мы решаем задачу построения нелинейной зависимости вида (11) [2]. А какие же критерии следует применять? Прежде чем ответить на этот вопрос рассмотрим исходную зависимость (11) и предполагая постоянство

1) абсолютных погрешностей, 2) относительных погрешностей, 3) произведения абсолютных и относительных погрешностей,

напишем соответствующие критерии:

$$S_5(d, c) = \min S_5(D, C) = \min \sum_{i=1}^n (D \cdot x_i^c - y_i)^2, \quad (13)$$

$$S_6(d, c) = \min S_6(D, C) = \min \sum_{i=1}^n \left( \frac{D \cdot x_i^c - y_i}{y_i} \right)^2, \quad (14)$$

$$S_7(d, c) = \min S_7(D, C) = \min \sum_{i=1}^n \frac{(D \cdot x_i^c - y_i)^2}{y_i}. \quad (15)$$

А теперь о критериях для линейной задачи. Как оказывается, критерию (14) для зависимости (11) должен соответствовать критерий (1) для зависимости (12) (с заменой  $x$  и  $y$  соответственно на  $u$  и  $V$ ). Критериям же (13) и (15) будут соответствовать следующие критерии для зависимости (12):

$$S_8(a, b) = \min S_8(A, B) = \min \sum_{i=1}^n (V_i - (Au_i + B))^2 y_i^2, \quad (16)$$

$$S_9(a, b) = \min S_9(A, B) = \min \sum_{i=1}^n (V_i - (Au_i + B))^2 y_i, \quad (17)$$

Для получения надежных расчетных формул преобразуем системы нормальных уравнений, соответствующие критериям (16) и (17), используя обозначения:

$$M = \sum_{i=1}^n y_i^2, \quad \tilde{u} = \left( \sum_{i=1}^n u_i y_i^2 \right) / M, \quad u_i = \tilde{u} + \tau_i,$$

$$M_1 = \sum_{i=1}^n y_i, \quad \hat{u} = \left( \sum_{i=1}^n u_i y_i \right) / M_1, \quad u_i = \hat{u} + \eta_i.$$

Тогда согласно критерию (16) получим:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i V_i y_i^2}{\sum_{i=1}^n \tau_i^2 y_i^2}, \quad b = M^{-1} \sum_{i=1}^n V_i y_i^2 - \tilde{u} \cdot a, \quad (18)$$

а согласно критерию (17) получим следующий результат:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n \eta_i V_i y_i}{\sum_{i=1}^n \eta_i^2 y_i}, \quad b = M_1^{-1} \sum_{i=1}^n V_i y_i - \hat{u} \cdot a. \quad (19)$$

### Литература:

1. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. М.: 1980. – 279с.
2. Лелянов С.П. Определение параметра криволинейной регрессии методом наименьших квадратов. – Заводская Лаборатория, XXXIII, 1967, № 11, с. 1417-1420.

## КОМПЬЮТЕРНЫЙ АНАЛИЗ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК, СВЯЗАННЫХ С ЗАДАЧЕЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ

*Скуба М. Б., Бондарь А.В., СумГУ, г. Сумы*

**Постановка задачи:** В современном машиностроении конструкции и их элементы работают в условиях больших динамических нагрузок. В результате этого при определенных условиях возникает опасность разрушения материалов и конструктивных элементов. В связи с этим очень важно на этапе проектирования провести точный расчет максимально возможных напряжений, которые могут появиться в процессе эксплуатации. Проведение численно-аналитических экспериментов позволяет значительно сократить материальные затраты при проектировании конструкций.

С середины XX века была разработана теория, согласно которой поля напряжений и температур в телах взаимосвязаны: изменение температуры вызывает изменение напряжения и наоборот. Соответственно при проектировании конструкций важно учитывать эффект взаимосвязи полей напряжения и температур. В силу вышесказанного приобретает особую актуальность решение связанных задач динамической термоупругости с учетом тепловой релаксации.

Рассмотрим задачу об изменении колебаний слоя с полостью или конечного цилиндра. При решении поставленной задачи методом сингулярных интегральных уравнений, возникает необходимость в проведении анализа поведения различных величин, входящих в ядра интегральных уравнений. На основании такого анализа можно спрогнозировать возможные места сбоя работы численного алгоритма.

**Реализация** задачи была выполнена в среде Delphi 5.0. Для хранения всех величин использовался двухмерный массив размером  $23 \times 8000$ , элементы типа Extended - для получения результатов более высокой точности. В программе предусмотрена



возможность изменять входные данные рассчитываемого материала.

Данные о материале хранятся в \*.dbf файле, который может быть отредактирован любым доступным редактором. Файл базы имеет простую структуру – 10 полей, из которых одно символьное (название материала на 30 символов), а остальные 9 – двойной точности (характеристики материала). Доступ к данным из программы организуется через Advantage Database Local Server.

**Алгоритм работы программы разбит на следующие этапы:**

1. Производится просчет констант из входных данных, которые зависят от выбранного материала и не зависят от  $\gamma_1 \cdot r$ .
2. Просчет величин, зависящих от  $\omega$ , а значит и от  $\gamma_1 \cdot r$ .
3. Из данных рассчитанных в пунктах 1. и 2. составляется биквадратное уравнение с комплексными коэффициентами, где  $\mu_{jn}$  ( $j=1, 2$ ) – корни уравнения.
4. По найденным корням биквадратного уравнения строим график, рассчитываем остальные величины ( $M_n, M_{1n}, M_{2n}, \alpha_n, \beta_n, d_n^2, \rho_{1,2n}, \beta_n^*, \delta_{1,2n}, \beta_{1,2n}, \beta_{0n}, C_{1,2n}, m^*, A_n, B_n$ ), по которым также строим графики.

Просчет производится в одной процедуре, где просчитывается сразу весь массив модулей необходимых комплексных величин, зависящих от значения  $\gamma_1 \cdot r$  на момент вызова процедуры. Так формируется двумерный массив на 23 величины, протабулированных по  $\gamma_1 \cdot r$  от 0,001 до 8 с шагом 0,001. С использованием компонента класса TChart строим график выбранной величины. При необходимости можно сохранить график в виде метафайла и таблицу данных для заданной величины.

Также в программе имеется возможность изменять геометрические параметры тела ( $h$  – толщина,  $r$  – радиус отверстия полуцилиндра), изменять номер члена ряда при разложении в ряд Фурье (0, 1, 2, ...,  $n$ ). Есть возможность сохранения получающихся графиков в виде метафайлов Windows (\*.wmf) и таблиц значений рассчитываемых величин. Также, если график

имеет вид галочки, то выводятся координаты пика. Для оперирования в Delphi комплексными числами были написаны специальные функции.

**Интерфейс:** Программа имеет дружелюбный Windows-ориентированный интерфейс. Для более удобного использования программы и избегания загромождения главной формы лишними элементами управления был разработан класс `TMovingPanel`, наследник от `TPanel`. На экземпляре объекта этого класса расположены компоненты, содержащие значения промежуточных величин, которые просчитываются в самом начале главной процедуры расчёта. При отсутствии необходимости просмотра этих величин панель прячется путём “уплывания” за пределы формы, и появляется при наведении мыши на область её расположения.

На кнопках расположены глифы, которые интуитивно подсказывают о назначении кнопок. Имеется `api`-анимация курсора, которые загружается из ресурсов выполняемого файла через абстрактные переменные класса `TStream`. Для уменьшения размеров выполняемый файл сжат `UPX`-компрессором версии 1.24 от 2002 года. Вся программа, вместе с сопровождающими файлами вмещается на дискету 1,44 Мб.

Программа протестирована на машинах с процессорами: AMD Athlon XP+ 1600 (1.4 GHz) – 32 разрядная машина; AMD Athlon XP 3000+ (1.8 GHz) – 64 разрядная машина; Intel Pentium IV (1.8 Ghz) – 32 разрядная машина;

При произведении вычислений на компьютерах с процессором Intel Celeron наблюдались искажения результатов расчета корней биквадратного уравнения ( $M_n$ ,  $M_{1n}$ ,  $M_{2n}$ ) при  $n = 0$ ,  $h = 1$ .  $r = 0,01$  для материала Поливинилбутираль. График получается “дрожащим”. Возможно, это связано с ошибками при оперировании процессора с числами типа `Extended` (числа с плавающей точкой).

Похожая ошибка была в процессорах семейства Intel x86 (386, 486). В то время компания производила бесплатную замену таких процессоров.

## **РАЗРАБОТКА ОБУЧАЮЩЕГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПО ТЕМЕ 'МИНИМИЗАЦИЯ АВТОМА- ТОВ'**

*Маковейчук В., Маслова З.И.*

Для углубленного изучения курса 'Дискретная математика' наиболее рациональной является комплексная проработка материала. Разработанная программа является универсальной, потому что она может использоваться для изучения нескольких алгоритмов: Мили и Полла-Ангера (для частичных автоматов). Углубленное овладение выбранным алгоритмом достигается благодаря тому, что студенту могут быть предложены следующие режимы работы программы: демонстрация работы алгоритма, тестовый пример и проверка знаний и умений на контрольном примере.

Разработанная программа может быть использована студентами любой формы обучения, но наиболее эффективна для дистанционной.

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФУНКЦИЙ НЕПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЕЙ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОНТРОЛИРУЕМЫХ ОБЪЕКТОВ**

*Слепушко Н.Ю., СумГУ*

Многие технические объекты работают в условиях, когда можно не учитывать их динамические свойства и считать, что они безинерционные. В этом случае основной задачей технической диагностики таких объектов является контроль их статической характеристики.

Рассмотрены следующие случаи контроля статической характеристики.



1. Для широкого класса безинерционных объектов, основным признаком их нормального состояния является пропорциональная зависимость между входным  $x(t)$  и выходным  $y(t)$  процессами. В этом случае статическая характеристика имеет вид

$$y = kx \quad (1)$$

Соответственно

$$y(t) = kx(t), \quad (2)$$

где  $t$  - время;

$k$  - коэффициент пропорциональности.

2. Статическая характеристика может приобрести вид:

$$y = kx + b \quad (3)$$

3. Может также иметь место случай, когда временно коэффициент  $k$  в (1), (2) становится зависимым от времени. Тогда зависимость  $x(t)$  от  $y(t)$  приобретает вид:

$$y(t) = k(t)x(t) \quad (4)$$

4. Статическая характеристика становится нелинейной.

Например:

$$y = k(x)x + b \quad (5)$$

Таким образом, ставится задача реализовать текущий контроль статических характеристик объектов, который позволил бы определить в каком техническом состоянии находится объект в заданный момент времени  $t$ , а именно: какая из зависимостей (1), (3), (4), (5) имеет место.

Обычно коэффициент  $k$  в (1), (2) медленно по сравнению с  $x(t)$  изменяется во времени и носит случайный характер. Поэтому его значение в текущий момент времени обычно неизвестно. Таким образом решить поставленную задачу путем деления  $y(t)$  на  $x(t)$  нельзя.

Для текущего контроля статической характеристики предлагается использовать предложенные в [1] характеристики числовых функций - непропорциональности.

Конкретно предлагается использовать непропорциональность по значению 1-го порядка для случая, когда  $x$  и  $y$  зави-

сят от параметра  $t$ , так как ее единицы измерения совпадают с единицами измерения  $y$ . Эта непропорциональность имеет следующий вид

$$Z(t) = @ \mathcal{G}_x^{(1)} y = y(t) - x(t) \frac{dy/dt}{dx/dt} \quad (6)$$

Для первого случая непропорциональность (6) равна нулю, при любом значении  $k$ . Тогда можно сделать вывод, что связь между  $x(t)$  и  $y(t)$  является пропорциональной (2) и контролируемый объект находится в исправном состоянии.

Для второго случая непропорциональность (6) не будет равняться нулю и примет следующее значение:

$$Z(t) = @ \mathcal{G}_x^{(1)} y = kx(t) + b - x(t)k \frac{dx/dt}{dx/dt} = b \quad (7)$$

В таком случае необходимо вычислить непропорциональность по значению 1-го порядка  $\frac{dy}{dt}$  по  $\frac{dx}{dt}$ .

$$@ \mathcal{G}_{\frac{dx}{dt}}^{(1)} \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dt} - \frac{dx}{dt} \frac{d^2 y / dt^2}{d^2 x / dt^2} = \frac{dy}{dt} - k \frac{dx}{dt} = 0 \quad (8)$$

Если, непропорциональность (6) не равна нулю, а непропорциональность (8) равна нулю, можно утверждать, что статическая характеристика линейная, но не проходит через ноль и имеет вид (3).

Случай нестационарного поведения объекта, когда  $k$  в (2) изменяется во времени, можно установить по отклонению непропорциональности (6) от нуля и возвращению ее через какое-то время к нулю. Обычно это бывает, когда эффективность технологического процесса, а значит коэффициент  $k$ , быстро (относительно  $x(t)$ ) изменяется от одного постоянного значения к другому, тоже постоянному.

В цьому случає непропорциональність (6) для  $y(t)$  по  $x'(t)$  имеет вид:

$$\begin{aligned} Z(t) &= @g_{x(t)}^{(1)} y(t) = y(t) - x(t) \frac{y'}{x'} = \\ &= k(t)x(t) - x(t) \left[ \frac{k'x + kx'}{x'} \right] = - \frac{k'x^2(t)}{x'(t)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для квазистационарных объектов коэффициент  $k$  изменяется медленно и обычно  $k'$  практически равняется нулю.

Соответственно равняется нулю непропорциональность  $Z(t)$  (9). И только во время переходного процесса, когда  $k'(t) \neq 0$ , непропорциональность (9) не равняется нулю.

Когда непропорциональность  $Z(t)$  (6) не нулевая и не возвращается к нулю, то статическая характеристика объекта является нелинейной (5) - четвертый случай.

Для рассмотренных случаев, разработан алгоритм и компьютерная программа для текущего контроля статической характеристики контролируемых объектов по входным и выходным процессам и их производным.

### Литература:

1. Авраменко В.В. Характеристики непропорциональности числовых функций и их применение. Деп. В ГНТБ Украины 19.01.98, N59- Ук98.

## РОЗПІЗНАВАННЯ ТЕКСТУР

*Дзюба О.О. СумДУ*

У зв'язку з розвитком комп'ютерних технологій та застосуванням їх у різноманітних областях все більш актуальною проблемою є моделювання евристичних процесів, притаманних людині. Одним з таких процесів є розпізнавання образів. Метою даної роботи є застосування методу функціонально-



статистичних випробувань (МФСВ) [1] для розпізнавання текстур.

Навчання класифікатора відбувається за навчальними вибірками, заданими матрицями яскравості розміром  $100 \times 100$  пікселів.

Розглянемо математичну модель розпізнавання образів за МФСВ. Математична модель повинна включати як обов'язкову складову частину вхідний математичний опис, який подамо у вигляді теоретико-множинної структури  $\Delta_B = \langle G, T, \Omega, Z, Y, \Psi, \Phi \rangle$ , де  $G$  – простір вхідних сигналів (факторів);  $T$  – множина моментів часу зняття інформації;  $\Omega$  – простір ознак розпізнавання;  $Z$  – простір можливих станів;  $Y$  – множина сигналів після первинної обробки інформації;  $\Psi: G \times T \times \Omega \rightarrow Z$  – оператор переходів, що відбиває механізм зміни станів під дією внутрішніх і зовнішніх збурень;  $\Phi: G \times T \times \Omega \times Z \rightarrow Y$  – оператор оброблення зображення (формування вибіркової множини  $Y$  на вході системи прийняття рішень (СПР)).

Для чіткого детермінованого розбиття  $\mathfrak{R}^{[M]}$  потужності  $M$ , оператор побудови розбиття  $\eta$  задає відображення  $\eta: Y \mapsto \mathfrak{R}^{[M]}$ . Априорно оператором  $\nu: Y \rightarrow L^{[M]}$  будується покриття  $L^{[M]} = \{X_m^o\}$ , яке визначає абетку класів розпізнавання. Оператор  $\varkappa: \mathfrak{R}^{[M]} \rightarrow L^{[M]}$  замикає комутативне кільце. Перевірка гіпотези про належність реалізацій образу здійснюється оператором класифікації  $\Psi: \mathfrak{R}^{[M]} \rightarrow I^{[M+1]}$ , де  $I^{[M+1]} = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M, \gamma_{M+1}\}$  – множина допустимих гіпотез (рішень). При цьому гіпотеза  $\gamma_{M+1}$  означає відмову від класифікації. У загальному випадку математичну модель подамо у вигляді діаграми відображень відповідних множин:

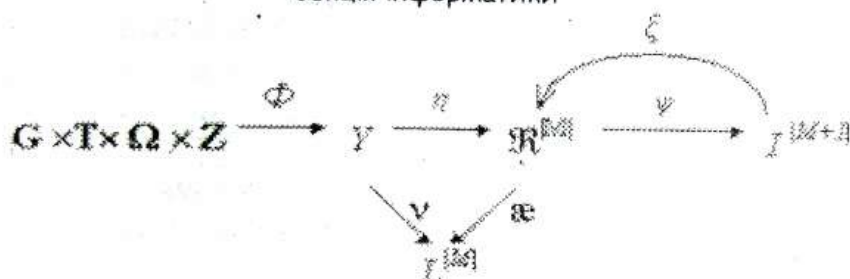


Рисунок 1 - Математична модель ІСК

Оператор зворотного зв'язку  $\xi$  корегує геометричні параметри розбиття  $\mathbb{R}^M$  з метою поліпшення точнісних характеристик СПР.

Вхідною інформацією для навчання за базовим алгоритмом є дійсний, масив реалізацій образу  $\{y_m^{(j)} \mid m = \overline{1, M}; j = \overline{1, n}\}$ ; система полів контрольних допусків  $\{\delta_{k,i}\}$  і рівні селекції  $\{\rho_m\}$ , які за умовчанням дорівнюють 0,5 для всіх класів розпізнавання.

Для обчислення КФЕ оператор  $\gamma: I^q \rightarrow \mathcal{J}^q$  шляхом оцінки прийнятих гіпотез  $\gamma_i$  формує множину точнісних характеристик (ТХ)  $\mathcal{J}^q$ , де  $q=l^2$  – кількість ТХ, а оператор  $\varphi: \mathcal{J}^q \rightarrow E$  обчислює множину значень інформаційного КФЕ, який є функціоналом від ТХ. Ітераційний процес оптимізації геометричних параметрів розбиття  $\tilde{\mathbb{R}}^M$  реалізується оператором  $r: E \rightarrow \tilde{\mathbb{R}}^M$  шляхом пошуку максимуму КФЕ  $E_m^* = \max_{\{d\}} E_m(d)$ , де  $\{d\}$  – множина кроків навчання розпізнаванню реалізацій класу  $X_m^o$ .

Основні етапи реалізації алгоритму:

1. Формування бінарної навчальної матриці  $\|x_{m,i}^{(j)}\|$ , елементи якої дорівнюють

$x_{m,i}^{(j)} = \begin{cases} 1, & \text{if } y_{m,i}^{(j)} \in \delta_{K,i}; \\ 0, & \text{if } y_{m,i}^{(j)} \notin \delta_{K,i}. \end{cases}$	(3.1)
---	-------

2. Формування масиву еталонних двійкових векторів  $\{x_{m,i} \mid m = \overline{1, M}, i = \overline{1, N}\}$ , елементи якого визначаються за правилом:

$x_{m,i} = \begin{cases} 1, & \text{if } \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{m,i}^{(j)} > \rho_m; \\ 0, & \text{if } \text{else,} \end{cases}$	(3.2)
--	-------

де  $\rho_m$  – рівень селекції координат вектору  $x_m \in X_m^0$ .

3. Розбиття множини еталонних векторів на пари найближчих "сусідів":  $\mathcal{R}_m^{[2]} = \langle x_m, x_l \rangle$ , де  $x_l$  – еталонний вектор сусіднього класу  $X_l^0$ , за таким алгоритмом: структурується множина еталонних векторів, починаючи з вектора  $x_1$  базового класу  $X_1^0$ , який характеризує найбільшу функціональну ефективність ІСК; будується матриця кодових відстаней між еталонними векторами розмірності  $M \times M$ ; для кожної строки матриці кодових відстаней знаходиться мінімальний елемент, який належить стовпчику вектора – найближчого до вектора, що визначає строку. При наявності декількох однакових мінімальних елементів вибирається з них будь-який, оскільки вони є рівноправними; формується структурована множина елементів попарного розбиття  $\{\mathcal{R}_m^{[2]} \mid m = \overline{1, M}\}$ , яка задає план навчання.

4. Оптимізація кодової відстані  $d_m$  відбувається за рекурентною процедурою.

5. Процедура закінчується при знаходженні максимуму КФЕ в робочій області його визначення:  $E_m^* = \max_{\{d\}} E_m$ , де  $\{d\} = \{0, 1, \dots, d < d(x_m \oplus x_l)\}$  – множина радіусів концентрова-



них гіперсфер, центр яких визначається вершиною  $x_m \in X_m^0$ . Таким чином, базовий алгоритм навчання знаходить оптимальний радіус контейнера:

$$d_m^* = \arg \max_{\{d\}} E_m^* \quad (3.3)$$

На рисунку 3 та 4 показано процес оптимізації параметрів контейнерів двох класів.

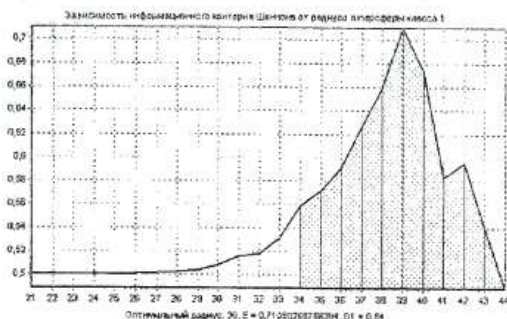


Рис.3. Оптимізація радіуса контейнера першого класу

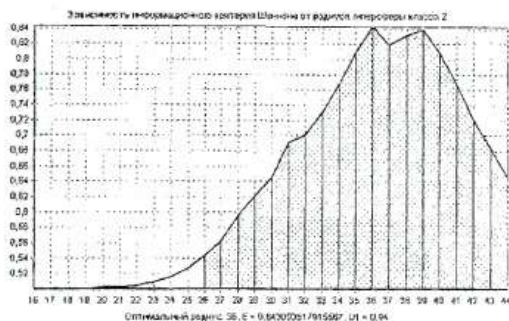


Рис.4. Оптимізація радіуса контейнера другого класу

В результаті побудований класифікатор може здійснювати розпізнавання текстур поданих класів з вірогідністю помилки 11%, що обумовлює необхідність оптимізації інших парамет-

рів функціонування СПР, наприклад контрольних допусків на ознаки розпізнавання.

## Література

1. Краснополюсовський А.С. Інформаційний синтез інтелектуальних систем керування. – Суми: Видавництво СумДУ, 2004. – 261с.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПЕРЕДАНОЙ ИНФОРМАЦИИ

*Тимофеева М.А., СумГУ; Тимофеева А.А., НАУ, Киев*

Очень часто возникает необходимость оценить результаты практических занятий, то есть, определить количество информации переданной студентам и ее эффективность. Обычно для таких оценок используются математическое ожидание, энтропия. Но такие оценки не всегда эффективны. Следовательно, необходима такая числовая характеристика, которая оценивала бы одновременно и положение кривой по оси, и форму кривой плотности распределения. Для решения поставленной задачи будем использовать информационную оценку [1] Такая оценка  $I_x(t)$  для плотности распределения  $f(x,t)$  случайной величины  $x$  разработано в [2]:

$$I(t) = \int_{\substack{f(x,t) > \lambda_x \\ |x| > |\epsilon_x|}} \frac{1}{|x|} \ln \frac{f(x,t)}{\lambda_x} dx, \quad (1)$$

где  $f(x,t)$  – плотность распределения случайной величины  $X$  в момент времени  $t$ ,

$\lambda_x$  – постоянный параметр, имеющий ту же размерность, что и  $f(x,t)$ . Фактически  $\lambda_x$  определяет ненаблюдаемую часть в

общем случае бесконечного графика  $f(x, t)$  плотности распределения;

$|\delta_x|$  – модуль порогового значения для  $x$ , который вводится с целью избежания деления на нуль. Значение  $\lambda_x$  и  $|\delta_x|$  выбираются исследователем в зависимости от решаемой задачи.

Использование оценки позволяет количественно оценить изменение графика плотности распределения случайной величины или графика полученной по результатам наблюдений гистограммы. Фактически текущему графику двумерной функции  $f(x, t)$  ставится в соответствии значение  $I_x(t)$  одномерной функции. Как показано в [2], такой переход упрощает исследование статистических связей между двумерными или двумерными и одномерными случайными функциями.

Рассмотрим пример. Есть группа тестируемых студентов (123 человека), при этом тестирование проводится в течение строго определенного времени: до проведения практических занятий (после лекционных занятий) и после. По результатам были построены графики проверки знаний (рис. 1, рис. 2).



Рисунок 2. График успеваемости студентов до проведения практических занятий.





**Рисунок 3. График успеваемости студентов после проведения практических занятий.**

По результатам наблюдений видно, что после проведения практических занятий энтропия, математическое ожидание и информационная оценка изменились с 74,893 до 65,458, с 7,2862 до 6,7847, с 10,279 до 9,648 соответственно. Неопределенность уменьшилась, значит, проведение практических занятий позволило лучше усвоить студентам лекционный материал.

Таким образом, показана возможность количественно оценивать ценность полученной студентами информации по результатам практических занятий, где используется информационная оценка наряду с другими хорошо известными методами оценивания.

### Список литературы

1. Авраменко В.В., Карпенко А.П. Интегральная оценка плотности распределения случайной величины //Современные технологии машиностроения. Прогрессивные технологии в вузе.: Тематический сборник научных статей. – Киев: ИС-МО, Сумы, СумГУ, 1997. – Вып.1.-263с.
2. Авраменко В.В. Интегральная оценка двухмерной функции и ее применение для технической диагностики //Вест. Сум.гос.ун-та, 1994. - с.59-64.

**РАЗРАБОТКА ОБУЧАЮЩЕГО ПРОГРАММНОГО  
ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПО ТЕМЕ 'ПОЛУЧЕНИЕ МИНИМАЛЬ-  
НЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ФОРМ'**

*Беспальый А., Малова З.И.*

Цель создания программы – помочь студентам овладеть методами нахождения МДНФ и МКНФ. Разработанная программа обеспечивает системный подход в изучении необходимых алгоритмов. Минимальные ДНФ и КНФ находятся методами Квайна и карт Карно. Для лучшего усвоения темы в программе предусмотрено трансформирование одного и того же материала в обучающие, тестирующие и контролирующие задачи. Интерфейс разработан таким образом, что он помогает изучать и соответствующий теоретический материал.

Предлагаемая обучающая программа может быть рекомендована студентам всех форм обучения.

## ЗАВИСИМОСТЬ ШИРИНЫ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНЫ СВЕРХРЕШЕТОК $HgTe - CdTe$ ОТ ТОЛЩИН СЛОЕВ БИНАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Денисенко В. Л., Шовкопляс О.А.

В настоящей работе рассмотрено влияние толщин слоев  $HgTe$  и  $CdTe$  на энергетическую зонную структуру носителей тока в сверхрешетках (СР)  $HgTe - CdTe$  при заданных величинах энергетических зазоров, таких как спин-орбитальное расщепление  $\Delta$  и сдвиг  $\Lambda$  валентной зоны  $HgTe$  относительно валентной зоны  $CdTe$ .

Дисперсионное соотношение для легких носителей вдоль оси СР было получено из граничных условий Бастарда [1] для огибающих волновых функций

$$\cos q(d_1 + d_2) = \cos k_1 d_1 \cos k_2 d_2 - \frac{1}{2}(\xi + \xi^{-1}) \sin k_1 d_1 \sin k_2 d_2 \quad (1)$$

Здесь  $-\pi/(d_1 + d_2) < q < \pi/(d_1 + d_2)$  – волновой вектор,

$d_1, d_2$  – толщины слоев  $CdTe$  и  $HgTe$  соответственно,

$\xi = k_1 m_2 / k_2 m_1$ , эффективные массы задаются выражениями

$$m_1^{-1} = \frac{2P^2}{3} \left( \frac{2}{E} + \frac{1}{E + \Delta_1} \right), \quad m_2^{-1} = \frac{2P^2}{3} \left( \frac{2}{E - \Lambda} + \frac{1}{E - \Lambda + \Delta_2} \right). \quad (2)$$

Значения  $k_1$  и  $k_2$  в (1) определялись с использованием модели Кейна из соотношений

$$E(E - \varepsilon_{g1})(E + \Delta_1) = (\hbar k_1 P)^2 (E + 2\Delta_1 / 3), \quad (3)$$

$$(E - \Lambda)(E - \Lambda + \varepsilon_{g2})(E - \Lambda + \Delta_2) = (\hbar k_2 P)^2 (E - \Lambda + 2\Delta_2 / 3), \quad (4)$$

где  $\varepsilon_{g1}, \varepsilon_{g2}$  и  $\Delta_1, \Delta_2$  – ширины запрещенной зоны и спин-орбитальные расщепления валентной зоны для  $CdTe$  и  $HgTe$  соответственно,  $P$  – матричный элемент Кейна.

Зонная структура тяжелых носителей рассчитывалась с использованием уравнения (1) при  $\xi = k_1 / k_2$ , где  $k_1, k_2$  заданы выражениями



Секція моделювання складних систем

$$-\hbar^2 k_1^2 / 2m_{HH} = E, \quad -\hbar^2 k_2^2 / 2m_{HH} = E - \Lambda. \quad (5)$$

Масса тяжелых дырок принята равной  $m_{HH} = 0,3m_0$ .

Результаты числовых расчетов структуры минизон приведены на рис.1 ( $d = 11a_0$ ,  $\Lambda = 350$  мэВ). Буквами  $E_i$ ,  $LH_i$ ,  $HH_i$  обозначены зоны электронов, легких и тяжелых дырок соответственно ( $i = 1, 2, \dots$  – номера зон).

Период СР  $d$  выбран фиксированным и кратным периоду кристаллической решетки  $HgTe$

$$a_0 = 0,646 \text{ нм}.$$

$E$ , мэВ

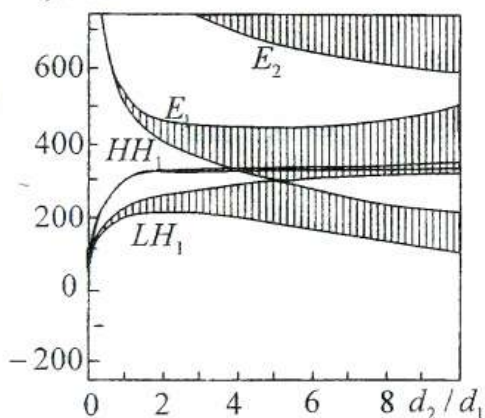


Рисунок 1

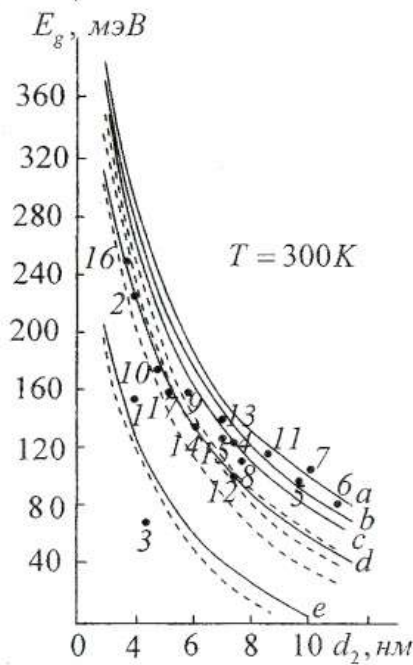


Рисунок 2

Ширина запрещенной зоны СР рассчитывалась как разность:  $E_g = E_1 - HH_1$ .

Рассчитанные в настоящей работе зависимости  $E_g(d_2)$  при  $\Lambda = 40$  мэВ (сплошные кривые) и  $\Lambda = 350$  мэВ (штриховые) и  $d_1$ , равных 10 (a), 4 (b), 3 (c), 2 (d) и 1 нм (e), приведены на рис.2.

Точки – экспериментальные значения  $E_g$  для СР, толщины слоев которых приведены в таблице, числа у точек соответствуют номерам образцов в таблице.

№ образца	$d_1, \text{нм}$	$d_2, \text{нм}$	$E_g, \text{мэВ}$	№ образца	$d_1, \text{нм}$	$d_2, \text{нм}$	$E_g, \text{мэВ}$
1	2,0	4,0	155	10	3,0	4,7	175
2	6,0	4,0	225	11	4,5	8,5	117
3	1,7	4,5	68	12	3,2	7,4	104
4	3,6	7,4	125	13	3,5	7,0	143
5	6,0	9,7	100	14	2,5	6,1	135
6	4,0	11,0	85	15	4,1	7,0	128
7	3,6	10,0	105	16	6,1	3,7	250
8	3,8	7,7	113	17	3,4	5,2	161
9	3,5	5,8	161				

Тот факт, что совпадение экспериментальных и рассчитанных значений  $E_g$  хуже при малых толщинах полупроводниковых слоев ( $d_1, d_2 < 2,5 \text{ нм}$ ), может быть объяснен изменением отношения  $d_2/d_1$  вследствие диффузионных процессов, протекающих при изготовлении многослойных структур.

Более точные значения толщин слоев, а также постоянные решеток, могут быть определены обратным резерфордским рассеянием совместно с каналированием пучков заряженных частиц в кристаллах.

1. Bastard G. //Phys. Rev. B. – 1982. – 25, N 12. – P. 7584 – 7597.

## КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

*Литвиненко О.А., Бенберя Т., студ гр. ПМ-21*

Наряду с традиционными формами обучения студентов, такими как очное и заочное, в настоящее время все большее

### Секція моделювання складних систем

признание получает дистанционная форма обучения, позволяющая студенту изучать материалы дисциплин с использованием телекоммуникационных технологий. Компьютерная реализация графического метода решения задач линейного программирования позволит студентам дистанционной формы обучения в кратчайшие сроки освоить данный метод, а также иметь наглядное представление о решении поставленной задачи.

Линейное программирование - это наука о методах исследования и отыскания наибольших и наименьших значений линейной функции, на неизвестные которой наложены линейные ограничения. Таким образом, задачи линейного программирования относятся к задачам на условный экстремум функции.

Стандартная форма записи задачи линейного программирования представляется в виде:

$$\max f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

при ограничениях

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_j \geq 0 \quad j=1,2,\dots,n$$

Если система ограничений совместна, то она образует общую часть  $n$ -мерного пространства, называемую многогранником решений, так как координаты каждой его точки являются решением. Таким образом, геометрически задача линейного программирования представляет собой отыскание такой точки многогранника решений, координаты которой доставляют экстремум линейной функции, причем допустимыми решениями служат все точки многогранника решений.



Графический метод основан на геометрической интерпретации задачи линейного программирования и применяется в основном при решении задач двумерного пространства, возможно его применение при решении задач, в которых число переменных больше числа ограничений на 2, а также некоторых задач трехмерного пространства, так как довольно трудно построить многогранник решений, который образуется в результате пересечения полупространств. Задачу пространства размерности больше трех изобразить графически вообще невозможно.

Разработанная программа позволяет найти наибольшие и наименьшие значения линейной функции двух переменных при любом количестве линейных ограничений, наложенных на неизвестные.

Данный проект может также использоваться студентами других форм обучения для эффективного усвоения графического метода решения задач линейного программирования.

## ДОСЛІДЖЕННЯ САМООРГАНІЗУЮЧИХСЯ СИСТЕМ З УРАХУВАННЯМ ПАМ'ЯТІ. МОДЕЛЬ ЗЕМЛЕТРУСІВ

*Харченко Д. О., Вернигора І. В., студ. гр. ПМ-11*

Парадигмою для вивчення феномену самоорганізованої критичності (СОК) є модель «гірки піску», запропонована Баком, Тангом та Вайсенфільдом у 1987 році. Але слід зазначити, що вона не досить адекватно описує наявні у природі процеси, бо не враховує накопичену системою пам'ять. Як приклад системи, де враховується накопичена пам'ять, можна розглядати модель землетрусів. Під терміном *сейсмічність* маємо на увазі типовий фізичний процес зі степеневим законом розподілу землетрусів за їх розмірами та сильними кореляціями між подіями.

Розглядаючи проблему представлення часових кореляцій в рамках СОК, модель гірки піску може бути представлена у

вигляді моделі Беріджа-Кнопова, яка була запропонована для опису виникнення землетрусів. В цій моделі континентальна плита представляється як сукупність блоків, зв'язаних між собою та з негнучкою рухомою плитою за допомогою пружин; тоді  $\sigma_i$  – це сила, що діє на  $i$ -тий блок, а  $\sigma_c$  – критичне значення для зсуву. У контексті СОК пам'ять представляється у такий спосіб: локальна нестійкість залежить не тільки від миттєвого значення  $\sigma_i$ , але й від всієї історії накопичення енергії.

Землетруси мають тенденцію з'являтися у кластерах, тимчасово розташованих після головних подій: кількість подій, що з'являються після головної події через час  $t$ ,  $r(t)$ , підпорядковується степеневому закону Оморі  $r(t) \sim 1/t$ . Більш того, великий землетрус провокує різку зміну сейсмічної активності на великій площині.

В даній роботі був досліджена наведена вище модель землетрусів і за допомогою алгоритму клітинного автомату був реалізований комп'ютерний експеримент. Модель побудована наступним чином. Розглядаємо квадратну решітку розміру  $N$ , кожна сторона якої характеризується не тільки величиною локальної напруги  $\sigma_i$  але й лічильником  $c_i$ , який представляє локальну пам'ять. Під час симуляції на кожному кроці розраховувались значення проміжних параметрів  $p_i$  та  $\alpha_i$ , за допомогою яких система оновлювалась. Головне правило, за яким визначався стан системи можна вважати подібним до закону тертя:  $c_i^{new} = c_i^{old} + \alpha_{\min} p_i$ . У такий спосіб враховується стан системи у попередні моменти часу, тому, накопичена системою пам'ять впливає на подальшу еволюцію.

Візуально така модель відрізняється від моделі «гірки піску» виглядом утворень – лавин. Вони мають характерний вигляд розлому. Розподіл часу між подіями,  $N(\Delta t)$ , для «гірки піску» має експоненційний вигляд, тоді як для моделі землетрусів має більш складу степеневу форму.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ САМООРГАНИЗОВАННОЙ КРИТИЧНОСТИ В ЭКОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

*Харченко Д.О., доц.; Лохоня А.Н., студ. гр. ПМ-11.*

Работа посвящена исследованиям перехода в режим самоорганизованной критичности в экологических системах на примере модели «лесного пожара». Режим самоорганизованной критичности характеризуется тем, что большие и сложные системы имеют тенденцию развиваться к некоторому метастабильному, критическому состоянию, в котором незначительное колебание может привести к событиям, которые называются лавинами.

Известно, что динамическая система демонстрирует критическое поведение, когда возмущение, которое достигло критического значения, может быть поглощено системой или же вызвать катастрофические события. Типичным свойством таких систем есть то, что Фурье спектр мощности временного ряда для параметров системы имеет вид степенной зависимости с показателем, спектральным индексом, близким к  $-1$  (фликер-шум).

В рамках стандартного представления модели «лесного пожара» на основе клеточного автомата для идентификации сложности поведения системы, используются следующие критерии:

1. фрактальная геометрия системы развития;
2. аномальное временное развитие с  $1/f$  спектром:  
$$S(f) = 1/f;$$
3. катастрофы или лавины;
4. степенное распределение по размерам лавин  
$$P(S) = S^{-\tau}.$$

Отметим, что целью работы было экспериментальное подтверждение выше приведенных характеристик, а так же визуализация процесса лавинообразования для модели «лесного пожара».



Модель «лесного пожара» определена на  $d$ -мерной решетке. Каждый участок решетки может быть представлен в одном из различных состояний: участок может быть пуст; участок может содержать зеленое дерево; участок может содержать горящее дерево.

Решетка обновляется согласно следующему алгоритму:

1. участок, занятый горящим деревом, со временем становится пустым;
2. зеленое дерево становится горящим, если один или более его самых близких участков содержат горящее дерево;
3. пустой участок становится занятым зеленым деревом с вероятностью  $p$  (норма роста), в каждый шаг времени;
4. зеленое дерево, которое не соседнее к горящим участкам, загорается спонтанно с вероятностью  $f$  (норма воспламенения), в каждом шаге времени.

Средне полевое описание модели «лесного пожара» состоит из набора уравнений движения для трех плотностей характеризующих состояние модели. При исследовании этих уравнений было установлено тип особой точки, построен фазовый портрет. Также, были установлены зависимости для плотности деревьев и плотности деревьев в огне с вероятностью роста  $p$  и вероятностью воспламенения  $f$ .

Было проведено моделирование процесса лавинообразования, численно получены значения некоторых критических показателей. Полученные результаты соответствуют результатам теории среднего поля.

Исследованы режимы отвечающие различным соотношениям между вероятностью роста  $p$  и вероятностью воспламенения  $f$ . Установлено, что режим самоорганизованной критичности отвечает отношению  $f/p \leq 0,01$ .

## ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА СТРУКТУРУ АМОРФНЫХ СПЛАВОВ МЕТОДОМ ЭЛЛИПСОМЕТРИИ

*Швец У.С., аспирант; Зеленский А.А., студ. гр. ПМ-11*

Аморфные сплавы обладают комплексом физико-химических свойств, существенно превосходящим свойства кристаллических материалов, что связано с особенностями их строения. В тоже время для данного рода материалов характерна структурная и химическая неоднородность, а также термическая нестабильность.

В реальных условиях эксплуатации деталей неизбежно происходит деформация, вызывающая изменение структуры и, как следствие, свойств сплава. Однако в настоящее время вопрос о влиянии деформационного воздействия на физические свойства аморфных сплавов изучен недостаточно.

Особое место в исследовании приповерхностных свойств таких объектов занимают оптические методы, которые характеризуются бесконтактностью и чувствительностью. К их числу относится эллипсометрический метод, определяющий толщину и оптические параметры приповерхностного слоя исследуемого образца. Спектроэллипсометрический метод Битти-Конна хотя и имеет более высокую погрешность (3-4%) по сравнению с нулевым методом, однако позволяет получить дисперсионные зависимости оптических параметров исследуемых образцов.

В настоящей работе исследованы образцы аморфного сплава  $Ni_{85}C_{15}$ , полученные методом плазменного напыления. Одновременно, для сравнительной оценки, проведены исследования для образцов  $Ni_{85}C_{15}$ , имеющих кристаллическое строение.

Для определения параметров аморфных сплавов был использован спектроэллипсометрический метод Битти-Конна для угла падения света  $\varphi = 72^\circ$  и диапазона энергий фотона  $E = 0,53 \div 5$  эВ. Оптические характеристики исследуемых образцов (коэффициент преломления  $n_1$  и поглощения  $k_1$

### Секція моделювання складних систем

пленки, коэффициент преломления  $n_2$  и поглощения  $k_2$  подложки, толщина оптического слоя  $d$ , оптическая проводимость  $\sigma$ ) получены для модели "тонкая однородная пленка — однородная подложка" на основании основного уравнения эллипсоидности.

Для анализа компонентного состава приповерхностного слоя аморфного сплава до и после деформационного воздействия была выбрана модель эффективной среды, отображающая распределение аморфной и кристаллической фаз. Моделирование топологии гетерогенных систем выполнено с учетом приближений Максвелла-Гарнетта и Бругемана.

В результате проведенных исследований получены спектральные зависимости оптической толщины приповерхностного слоя для аморфного сплава, а также сплава этого же химического состава, подвергнутого деформации, и с кристаллической структурой, которые изменяются одинаково по отношению к исходному образцу аморфного сплава. Сближение значений оптической толщины пластически деформированного и кристаллического сплавов данной совокупности атомов может быть результатом образования сходных структур.

Спектральные зависимости объемной доли кристаллической фазы в приповерхностном слое аморфного сплава до и после деформации в рамках модели эффективной среды позволяют сделать вывод об увеличении концентрации кристаллической фазы, что подтверждает предположение об упорядочении структуры вследствие деформации. Характер спектральных зависимостей объемной доли кристаллической фазы свидетельствует о том, что с увеличением длины волны падающего света наблюдается уменьшение концентрации кристаллических включений.

Таким образом, при пластическом деформировании аморфного сплава его физические свойства изменяются в направлении сплавов с кристаллической структурой.



## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ ФАЗОВОГО РАССЛОЕНИЯ В МОДЕЛИ КОХА- ХИЛЛАРДА.

*Бочко И.А. ст. гр. ПМ-11*

Охлаждение двухфазной смеси в однородной фазе ниже критической температуры переведет ее в состояние термодинамической нестабильности. В связи с этим система эволюционирует к новому равновесному состоянию, которое характеризуется появлением областей обогащенных одним или другим компонентом смеси. Подобная трансформация в литературе называется фазовым расслоением и является интересной и малоизученной областью, которая позволяет выяснить нетривиальные аспекты фазового расслоения бинарных систем. Известно, что вносимый системой и окружением шум играет существенную роль на первоначальных этапах эволюции таких систем. Открытым остается вопрос о влиянии цветности шума на характер фазового расслоения и характерный размер образующихся доменов. Известно, что для детерминистических систем с не сохраняющимся параметром порядка рост домена определяется законом Лифшица-Коха-Аллена  $L(t) \sim t^{\frac{1}{2}}$ , а для детерминистических систем с сохраняющимся параметром порядка —  $L(t) \sim t^{\frac{1}{3}}$ .

В работе в качестве модели, описывающей динамику фазового расслоения, выберем феноменологическую модель

$$\frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ M(\phi) \nabla \left( \frac{\delta H[\phi(\vec{r}, t)]}{\delta \phi(\vec{r}, t)} \right) \right] + \xi, \quad (1)$$

где  $\xi$  - шум с соответствующими свойствами  $\xi(\vec{r}, t) = 0$ ,  $\xi(\vec{r}, t) \xi(\vec{r}', t') = C(\vec{r}) \delta(\vec{r} - \vec{r}') \delta(t - t')$ ,  $\phi(\vec{r}, t)$  - параметр порядка в точке  $\vec{r}$  и моментом времени  $t$ , который играет роль разности плотностей двух компонентов А и В раствора (смеси), а  $M(\phi)$  -

### Секція моделювання складних систем

играет роль мобильности, которая в общем случае является параметром порядка. Функционал свободной энергии выбирается в стандартной форме

$$H[\phi(\vec{r}, t)] = \int d\vec{r} \left[ -\frac{1}{2} \phi(\vec{r}, t)^2 + \frac{1}{4} \phi(\vec{r}, t)^4 + \frac{1}{2} (\nabla \phi(\vec{r}, t))^2 \right], \quad (2)$$

где полагается, что вся энергия обезразмерена. Динамика уравнений (1)-(2) ведет параметры порядка к локальным фиксированным точкам со значениями  $\phi_0 = \pm 1$ , которые соответствуют фазам А и В. Временная эволюция уравнения (1) предполагает, что параметр порядка сохраняется со временем  $\int d\vec{r} \phi(\vec{r}, t) = const$ . Имеется много исследований уравнения (1), простейший случай, когда  $M(\phi) = 1$ , а мы выбираем более сложный случай, когда коэффициент мобильности имеет вид

$$M(\phi) = 1 - \alpha \phi^2, \quad (3)$$

где параметр  $\alpha$  зависит от температуры.

Для проведения численного моделирования мы выбираем решетку размером  $N \times N$ . Оператор набла в (1)-(2) заменяем дискретным эквивалентом, включающим ближайших соседей. Считается, что соседи краевых узлов решетки есть узлы, которые находятся на крае противоположной стороны решетки. Однако, дискретная реализация нашей модели с коэффициентом мобильности имеет неприятную особенность — это нестабильность для  $\phi > 1$ . При  $\phi_0 \approx 0.9999$ , это вызывает численную проблему из-за близости величины насыщения около  $\pm 1$ . Мы обходим эту проблему используя тонкий размер сетки ( $\Delta t = 0.001$  и  $\Delta x = 1$ ) и устанавливая величину  $\phi$  равной  $\phi_0$  (или  $-\phi_0$ ) всякий раз, когда она превышает  $\phi_0$  (или становится меньше чем  $-\phi_0$ ). Подтверждено, что эта процедура не вызывает ни какого ощутимого нарушения сохранения параметра порядка для чрезвычайно тонкой сетки, которую мы использовали.

Результаты численного моделирования показаны на рисунке 1.



Рис.1 – Эволюция системы, где изображения эволюции показаны в течение времени 0, 5, 10, 20, 100.

Также, в работе была рассмотрена зависимость структурного фактора от волнового вектора  $k$ , анализ показал, что со временем максимум структурного фактора сдвигается вправо, наличие ненулевых корреляций шума приводит к замедлению роста доменной структуры, причем  $L(t)$  лежит в пределах от  $t^{\frac{1}{3}}$  до  $t^{\frac{1}{2}}$ .

## УПРАВЛЕНИЕ РАЗВИТИЕМ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ИЗОБРАЖЕННЫХ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ИГРОВОЙ ФОРМЕ

*Василенко С.А., студ. гр. ПМ-21*

Цель любой фирмы состоит в максимизации ее прибыли. Исходя из этого и принципа максимизации в экономическом анализе, в работе при построении моделей рассматривается рынок, все участники которого имеют одну цель – максимизировать собственную прибыль.

Будем предполагать, что в каждый момент времени  $t$  имеются статистические данные о валовом продукте  $p$ , стоимости материальных ресурсов  $q$  и прибыли  $h$ , полученной предприятиями.

Опираясь на статистические данные, исследуем зависимость  $h = G(p, q)$  прибыли от валового продукта и материальных затрат. По смыслу зависимости прибыли от валового продукта и материальных затрат, функция  $G(p, q)$  удовлетворяет условию



$$G(0, q) = G(p, 0) = 0. \quad (1)$$

Вид аналитической зависимости функции  $G(p, q)$  от переменных  $p, q$  неизвестен, поэтому в работе она аппроксимируется многочленом некоторой степени переменных  $p$  и  $q$  с неопределенными коэффициентами, которые оцениваются методом наименьших квадратов.

Чтобы получить результат, отображающий статистические данные с любой необходимой точностью, в соответствии с условием (1) будем полагать:

$$G(p, q) = pq[a + f(1)(p, q) + \dots + f(m)(p, q)], \quad (2)$$

где  $a$  – постоянная; символ  $f(m)$  означает однородную форму  $m$ -го порядка переменных  $p$  и  $q$  с коэффициентами, подлежащими определению; число  $m$  зависит от точности, с которой необходимо вести расчеты, и от статистических данных, которые обрабатываются.

Ситуацию можно рассматривать как игровую, с двумя игроками – производителем товаров и услуг и поставщиком материальных ресурсов. Производители товаров в каждый момент времени выбирают объем производства и цены продаж, стремясь максимизировать свою прибыль  $h = G(p, q)$ , в то время как потребители материальных ресурсов, напротив, своими действиями минимизируют величину  $h = G(p, q)$ . Это означает, что функцию  $G(p, q)$  можно рассматривать как результат разрешения конфликта в каждый конкретный момент времени при данных  $p(t)$  и  $q(t)$ .

Используя методику применения уравнений градиентного типа в теории дифференциальных игр, можно предположить что эволюция  $\{p(t), q(t)\}$  изучаемого процесса рыночного конфликта и противоборства происходит вдоль градиентной кривой функции  $G(p, q)$ , т.е. функции  $p(t), q(t)$  являются решением системы дифференциальных уравнений

$$\frac{dp}{dt} = u(t) \frac{\partial G(p, q)}{\partial p}, \quad \frac{dq}{dt} = -v(t) \frac{\partial G(p, q)}{\partial q} \quad (3)$$

Секція моделювання складних систем  
при начальных условиях  $p(0) = p^*(0)$ ,  $q(0) = q^*(0)$ .

Содержательный смысл функций  $u(t)$  и  $v(t)$  следующий: функция  $u(t)$  характеризует скорость, с которой производителю удается в действительности наращивать производство и сбыт своей продукции, а функция  $v(t)$  характеризует скорость роста его материальных расходов.

Будем аппроксимировать истинные значения величин  $u$  и  $v$  многочленами некоторой степени с неизвестными коэффициентами вида

$$\begin{aligned} u &= a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_k t^k, \\ v &= b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + \dots + b_m t^m. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь степени  $k$  и  $m$  устанавливаются экспериментально. Запишем систему (4) в интегральном виде

$$\begin{cases} p(t) = p_0 + \int_0^t u(t) \frac{\partial G(p(t), q(t))}{\partial p} dt, \\ q(t) = q_0 - \int_0^t v(t) \frac{\partial G(p(t), q(t))}{\partial q} dt. \end{cases} \quad (5)$$

В работе систему (5) предлагается заменить следующей приближённой моделью:

$$\begin{aligned} p_t &= p_0 + \sum_{i=0}^{t-1} u(i) \frac{\partial G(p, q)}{\partial p} \Big|_{t=i} = p_0 + a_0 \sum_{i=0}^{t-1} \frac{\partial G(p, q)}{\partial p} \Big|_{t=i} + \dots + a_k \sum_{i=0}^{t-1} i^k \frac{\partial G(p, q)}{\partial p} \Big|_{t=i} + u_k, \\ q_t &= q_0 - \sum_{i=0}^{t-1} v(i) \frac{\partial G(p, q)}{\partial q} \Big|_{t=i} = q_0 + b_0 \sum_{i=0}^{t-1} \frac{\partial G(p, q)}{\partial q} \Big|_{t=i} + \dots + b_m \sum_{i=0}^{t-1} i^m \frac{\partial G(p, q)}{\partial q} \Big|_{t=i} + v_m, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $u_k$  и  $v_m$  - случайные отклонения.

Данная модель позволяет не только идентифицировать функции  $u(t)$  и  $v(t)$ , оценив неизвестные коэффициенты методом наименьших квадратов, но и, в силу того, что значения величин  $p$  и  $q$  в момент времени  $t$  зависят только от их значений в

предыдущие моменты времени, дать краткосрочный прогноз развития изучаемых величин.

Модель (2), (6) может быть использована для качественного и количественного анализа явлений, происходящих в регионе. Она позволяет выработать предварительные управленческие решения о воздействии на экономику региона. Очевидно, она также может применяться для описания деятельности отдельных предприятий, отраслей производства и т.д. Уравнения модели могут быть использованы и для краткосрочного прогнозирования.

В работе разработан эконометрический алгоритм идентификации динамической математической модели производственной деятельности с целью выработки сценариев краткосрочного прогноза. Полученная модель является адекватной и может быть использована для краткосрочного прогнозирования.

## **О НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЯХ ОПТИМИЗАЦИИ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

*Назаренко А. М., Васильев А. А. студ. гр. ПМ-11*

В данной работе на основе модели, предложенной в [1], предлагаются некоторые подходы к постановке и решению задач оптимизации макроэкономической деятельности.

Следуя [1], рассмотрим рынок, состоящий из двух обобщенных участников. Первый – это производители товаров и услуг, которые выпускают конечный продукт. Вторым участником – это домохозяйства, предоставляющие факторы производства и участвующие в производстве валового внутреннего продукта (ВВП). Будем характеризовать деятельность первого участника объемом основных фондов  $p$ , а второго – численностью рабочей силы  $q$ . Тогда, исходя из экономических соображений, можно предположить, что они в процессе экономической деятельности стремились максимизировать ВВП  $h$ , и как следствие – свою прибыль. Следовательно, если описать  $h$  некоторой функцией  $G(p, q)$ , то она будет эмпирическим законом зависимости ВВП



Секція моделювання складних систем

от объема основных фондов и количества рабочей силы, и может быть истолкована как результат кооперационной деятельности этими игроками.

Тогда функции  $p(t)$  и  $q(t)$  можно описать следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{dp}{dt} = u(t) \frac{\partial G(p, q)}{\partial p}, \quad \frac{dq}{dt} = v(t) \frac{\partial G(p, q)}{\partial q} \quad (1)$$

при начальных условиях  $p(0) = p_0, q(0) = q_0$ .

Функция  $G(p, q)$  может быть любой гладкой производственной функцией, связывающей показатели в системе (1). Применение в качестве  $G(p, q)$  мультипликативной производственной функции типа Кобба-Дугласа

$$G(p, q) = a_0 \cdot p^\alpha \cdot q^\beta \quad (2)$$

позволит не только замкнуть модель, но и дать качественное экономическое обоснование полученным результатам. Будем считать, что положительные (по смыслу задачи) константы  $a_0, \alpha$  и  $\beta$  являются неизменными для отдельной страны и определяются установившейся в ней формой экономических связей. Они могут быть оценены, и использоваться в дальнейшем, на основании известных статистических данных.

При оптимальном ведении хозяйственной деятельности в (1) следует выбрать функции управления  $u(t)$  и  $v(t)$  таким образом, чтобы максимизировать величину ВВП, т. е. функцию  $G(p, q)$ . Тогда задачу оптимизации можно записать так:

$$\mathfrak{Z}(p, q) = \int_0^T a_0 p^\alpha q^\beta dt \rightarrow \max. \quad (3)$$

Изменение фазовых переменных (из (1)) происходит согласно закону:

$$\frac{dp}{dt} = u(t) \cdot a_0 \cdot \alpha \cdot p^{\alpha-1} \cdot q^\beta, \quad \frac{dq}{dt} = v(t) \cdot a_0 \cdot p^\alpha \cdot \beta \cdot q^{\beta-1}. \quad (4)$$

Положение системы в начальный момент времени задано краевыми условиями

$$p(0) = p_0, q(0) = q_0. \quad (5)$$

Правый конец системы также может быть задан краевыми условиями  $p(T) = p_T, q(T) = q_T$ , но в работе это ограничение отсутствует.

Необходимые условия оптимальности в данной задаче, точнее, необходимые условия сильного локального максимума, даются принципом максимума Понтрягина, который утверждает, что функционал (3) достигает своего максимума при выполнении ниже следующих условий.

Пусть  $(p^*(t), q^*(t), u^*(t), v^*(t))$  – оптимальный процесс в задаче (3) – (4). Тогда найдутся одновременно не равные нулю множители  $\lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2) \in R^3, \lambda_0 \geq 0$  и  $\psi(t) = (\psi_1(t), \psi_2(t)) \in R^2$  такие, что:

а) функция Понтрягина задачи

$$H = \lambda_0 \cdot a_0 p^\alpha q^\beta + \psi_1(t) \cdot u(t) a_0 \alpha p^{\alpha-1} q^\beta + \psi_2(t) \cdot v(t) a_0 \beta p^\alpha q^{\beta-1} \quad (6)$$

при каждом  $t \in [0, T]$  достигает максимума по  $u$  и  $v$  в точке  $(u^*(t), v^*(t))$ , если  $p = p^*(t)$  и  $q = q^*(t)$ ;

б) вектор-функция  $\psi(t)$  удовлетворяет сопряженной системе дифференциальных уравнений:

$$\frac{d\psi_1(t)}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial p}, \quad \frac{d\psi_2(t)}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q}; \quad (7)$$

с) условиями трансверсальности

$$\psi_1(0) = 0, \psi_2(0) = 0; \quad \psi_1(T) = 0, \psi_2(T) = 0; \quad (8)$$

в) выполнены условия на правый подвижный конец

$$H(p^*(t), q^*(t), u^*(t), v^*(t))|_{t=T} = 0. \quad (9)$$

В силу линейной зависимости функции  $H$  и функций управления, функция Понтрягина достигает максимума при

$$u^*(t) = \text{sign}(\psi_1(t)), \quad v^*(t) = \text{sign}(\psi_2(t))$$

и заданных ограничениях на значения функций управления.

Тогда оптимальная траектория системы находится численным решением уравнений (4), (7) с начальными условиями (5), (7), (8).

В работе также предложен другой подход к решению задачи оптимизации. Система (1) – это непрерывный аналог системы градиентного типа. Записав ее в дискретной форме для  $G(p, q)$  вида (2), получим:

$$p_{t+1} = p_t + \gamma_1 \cdot a_0 \cdot \alpha \cdot p^{\alpha-1} \cdot q^\beta, \quad q_{t+1} = q_t + \gamma_2 \cdot a_0 \cdot \beta \cdot p^\alpha \cdot q^{\beta-1}. \quad (10)$$

Из экономического смысла задачи следует, что  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – инвестиции, которые вкладываются в соответствующую отрасль. Предположим, что на каждом шаге  $t$  имеется определенный объем инвестиций  $\Gamma_t$ , который следует перераспределить между двумя рассматриваемыми отраслями. Тогда (10) переписется в виде:

$$p_{t+1} = p_t + \gamma_t \cdot a_0 \alpha p^{\alpha-1} q^\beta, \quad q_{t+1} = q_t + (\Gamma_t - \gamma_t) \cdot a_0 \beta p^\alpha q^{\beta-1}, \quad (11)$$

а  $\gamma_t$  следует выбирать из условий достижения максимума функции  $G(p_{t+1}, q_{t+1})$  по параметру  $\gamma_t$ . После необходимых вычислений и преобразований получим:

$$\gamma_t = \frac{\alpha^2 q_t^2 + \alpha^2 a_0 p_t^\alpha q_t^\beta \beta \Gamma_t - \beta^2 p_t^2}{\alpha a_0 p_t^\alpha q_t^\beta \beta (\alpha + \beta)}.$$

При этом следует учитывать, что  $\gamma_t \leq \Gamma_t$ . Если получается обратное, следует положить  $\gamma_t = \Gamma_t$ .

## Литература

1. Назаренко А. М. Об эконометрико-игровом методе построения и идентификации математических моделей макроэкономических процессов // Механизм регулирования экономики – Сумы: ИТД «Університетська книга», 2006. – № 1. – С. 105-114.



Секція моделювання складних систем  
**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОЦИОГЕНЕЗА.  
КАЧЕСТВЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ  
«ПОЛИТИКА-ЭКОНОМИКА»**

*Карпуша В.Д., Дворниченко А.В., студ. гр ПМ-11*

В данной работе рассматривается математическую модель социогенеза, построенная на основе теории общества американского социолога Т.Парсонса. Парсонс выделяет следующие подсистемы социальной системы (общества): социетальное сообщество, систему поддержания институционализированных этнических образцов, экономическую и политическую системы.

При изучении динамики величины  $X$  в левой части уравнения записывается скорость ее изменения во времени, в правой части по очереди выписываются потоки, непосредственно связанные с подсистемами социальной системы; причем перед потоком ставится знак "+", если поток содействует развитию  $X$ , и знак "-", если сдерживает развитие. Время  $t$  считается непрерывным и измеряется в годах.

В качестве управляющего параметра выбран уровень пассионарного напряжения (характеристика этноса), т.к. социальная система в рамках нашей модели имеет этническую основу. Пассионарность как характеристика поведения - эффект избытка биохимической энергии живого вещества (людей), порождающий способность к самопожертвованию ради (часто) иллюзорной цели.

Рассмотрим политическую систему с точки зрения теории модернизации. Под модернизацией понимаются глубинные преобразования в экономической, политической и ценностных системах общества (не обязательно синхронизированные). Модернизацию и реформы, происходящие в политической системе, будем отслеживать, используя понятие социальный институт.

Развитие экономической системы рассмотрим через изменение величины общего капитала. Будем измерять степень

економічного розвитку в умовних одиницях - одиницях фондів.

Считається, що розвиток соціетального союбщества, в рамках пропонуваної моделі, вимірюється в кількості соціальних інститутів, за допомогою яких здійснюється інтеграція союбщества.

Приймається, що в моделі розвиток системи підтримання інституціоналізованих етнічних образців вимірюється в кількості соціальних інститутів, які образують цю підсистему. Під підтриманням образців розуміємо систему власних мер і законів, захищаючих етнічні цінності і образці поведінки.

Описуючи кожну підсистему більш детально, отримуємо систему диференціальних рівнянь, розв'язуючи яку, приходимо до висновку, що система має періодичне рішення при певних значеннях параметра (пасіонарного напруження етноса), яке стійке при певних умовах на коефіцієнти. Комп'ютерне моделювання (Рис.1) показало, що рішення періодичне і стійке. Отримані результати збігаються з соціологічною теорією.

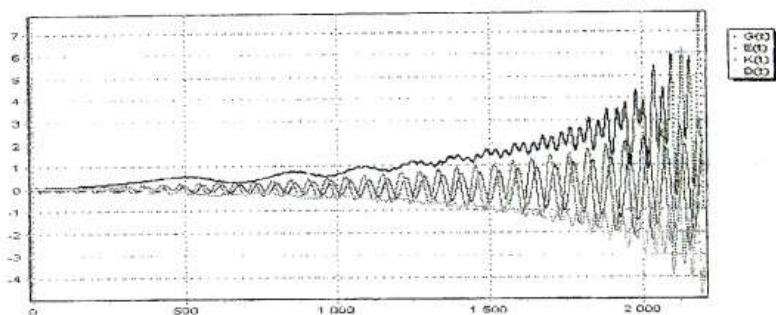


Рис.1

Соціальна система не статична, а постійно в русі, то єсть, досягнувши певного рівня, криві періодично коливаються навколо цього рівня з постійною амплітудою. Початкові дані задаємо довільно (близькими до нуля, т.к. в початку еволюції всі підсистеми ще не розвинулися).

### Секція моделювання складних систем

Рассматривая систему (1) из двух дифференциальных уравнений, описывающих политику и экономику, сделаны такие выводы: при исследовании задавался параметр  $A$  некоторым числом, предполагая, что значение пассионарной напряженности  $P$  берется из математической модели этногенеза.

$$\begin{cases} \frac{dG}{dt} = AG + l_1 E - k_1 E^2 \\ \frac{dE}{dt} = AE - l_2 G + k_2 G^2 \end{cases} \quad (1)$$

Пассионарная напряженность - это качественная характеристика, которую следует рассматривать как некую усредненную оценку этнической системы. То есть этот параметр характеризует уровень развития этнической компоненты общества. В начале развития этноса  $P$  возрастает, потом стабилизируется возле некоторого значения (возле которого возможны некоторые колебания), а затем идет постепенное убывание.

Было выяснено, что если параметр  $A$  близок к нулю, то есть четыре точки равновесия - два фокуса и два седла. Причем, при  $A < 0$  фокусы устойчивы (Рис.2а) (траектории приближаются к фокусу по спирали), а при  $A > 0$  фокусы неустойчивы (Рис.2в) (траектории удаляются от фокуса по спирали). Если  $A = 0$  (Рис.2б), то фокусы становятся центрами - вокруг них множество замкнутых траекторий (циклов). Если параметр  $A$  удален от нуля на достаточное расстояние, то имеются две точки равновесия - фокус (устойчивый при  $A < 0$  и неустойчивый при  $A > 0$ ) и седло.

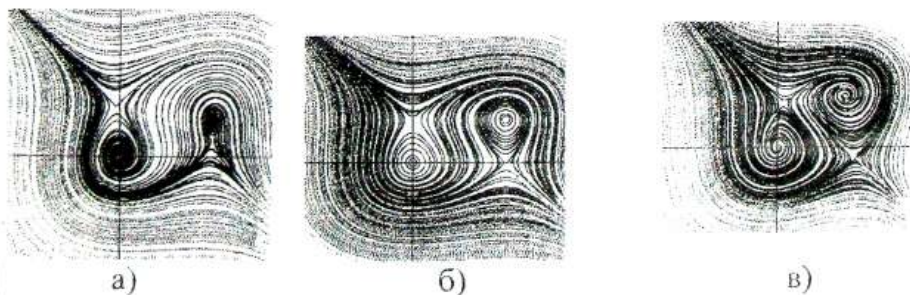


Рис.2. а)  $A < 0$ ; б)  $A = 0$ ; в)  $A > 0$



Секція моделювання складних систем  
**ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

*Михайленко Ю.П. студ. гр. ПМ-11*

Моделирование и прогнозирование макроэкономических процессов является, несомненно, актуальной проблемой для украинской экономики.

Будем опираться на статистические данные о динамике национального дохода  $h$ , основных фондов  $p$ , продукции промышленности  $q$  и общественного дохода  $r$ . Необходимо разработать динамическую модель, связывающую величины  $p$ ,  $q$ ,  $r$  и  $h$ . Построим зависимость  $h = G(p, q, r)$ , вид которой неизвестен и выбирается на основании опыта и интуиции исследователя. Будем аппроксимировать модель многочленом второй степени переменных  $p$ ,  $q$  и  $r$  с неопределенными коэффициентами:

$$G(p, q, r) = a_0 + a_1 p + a_2 q + a_3 r + \dots + a_9 r^2, \quad (1)$$

где  $a_i$  ( $i = \overline{0, 9}$ ) – неопределенные коэффициенты, которые оцениваются при помощи метода наименьших квадратов.

Выдвинем гипотезу о том, что рассматривается рынок, все участники которого имеют одну цель – максимизировать собственную прибыль. Эволюция  $\{p(t), q(t), r(t)\}$  изучаемого процесса рыночного конфликта и противоборства происходит вдоль градиентной кривой функции  $G(p, q, r)$ , т.е. функции  $\{p(t), q(t), r(t)\}$  являются решением системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = u(t) \frac{\partial G(p, q, r)}{\partial p}, \\ \frac{dq}{dt} = v(t) \frac{\partial G(p, q, r)}{\partial q}, \\ \frac{dr}{dt} = -w(t) \frac{\partial G(p, q, r)}{\partial r} \end{cases} \quad (2)$$

### Секція моделювання складних систем

при начальных условиях  $p(0) = p^*(0)$ ,  $q(0) = q^*(0)$ ,  $r(0) = r^*(0)$ .

Процедура вычисления функций  $u(t)$ ,  $v(t)$  и  $w(t)$  представляет собой задачу апостериорного оценивания неизвестных сил (помех или параметров) в динамических системах по результатам измерения фазовых координат в заданные дискретные моменты времени.

В рамках данного подхода будем аппроксимировать истинные значения величин  $u(t)$ ,  $v(t)$  и  $w(t)$  многочленами некоторой степени с неизвестными коэффициентами вида:

$$\begin{aligned}u &= a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_k t^k, \\v &= b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + \dots + b_l t^l, \\w &= c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + \dots + c_m t^m.\end{aligned}\tag{3}$$

Здесь степени  $k$ ,  $l$  и  $m$  устанавливаются экспериментально.

Для идентификации функций  $u(t)$ ,  $v(t)$  и  $w(t)$  система (3) записывалась в интегральном виде с помощью формулы прямоугольников по левому краю и методом наименьших квадратов оценивались неизвестные коэффициенты. После этого рассчитывались прогнозные значения параметров  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $h$  и сравнивались с известными. Для удовлетворения точности вычислений в работе использовался итерационный метод; необходимая точность удовлетворялась за 12 итераций.

Таким образом, разработан итерационный алгоритм идентификации динамических математических моделей макроэкономических процессов с целью выработки сценариев краткосрочного прогноза. В ходе работы было проведено сравнение результатов при использовании двух ( $p$  и  $q$ ) и трех ( $p$ ,  $q$  и  $r$ ) факторов. Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что добавление третьего фактора приводит к получению краткосрочного прогноза с более высокой точностью.

Дальнейшее развитие исследований заключается в выборе экономически обоснованных функций управления в виде

Секція моделювання складних систем  
зависимостей не только от времени, но и от параметров задачи и скорости их роста.

## ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ДИФРАКЦИИ ВОЛН НА ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПОЛОСТЕЙ

Назаренко А.М., к.ф.-м.н.; Ложкин А.М., аспирант

В декартовой прямоугольной системе координат  $Ox_1x_2x_3$ , рассмотрим упругую изотропную среду, содержащую  $2d$ -периодическую вдоль оси  $Ox_1$  систему цилиндрических полостей. Предполагается, что контуры цилиндров в поперечном сечении ограничены замкнутыми гладкими кривыми  $L_j = L(\text{mod } 2d)$ . Из бесконечности на цилиндры набегают плоская гармоническая волна расширения-сжатия

$$U_1^{(0)} = 0, \quad U_2^{(0)} = \tau_1 e^{-i\gamma_1 x_2}, \quad \tau_1 = \text{const} \quad (1)$$

или сдвига

$$U_1^{(0)} = \tau_2 e^{-i\gamma_2 x_2}, \quad U_2^{(0)} = 0, \quad \tau_2 = \text{const}. \quad (2)$$

В результате взаимодействия падающей волны с полостями возникают отраженные продольные и поперечные волны. Общее поле перемещений и напряжений представим как суперпозицию падающего и отраженного волновых полей

$$U_k = U_k^{(0)} + U_k^{(1)}, \quad \tau_{mn} = \tau_{mn}^{(0)} + \tau_{mn}^{(1)} \quad (k, m, n = 1, 2). \quad (3)$$

Здесь  $U_k^{(0)}$ ,  $\tau_{mn}^{(0)}$  и  $U_k^{(1)}$ ,  $\tau_{mn}^{(1)}$  - амплитуды перемещений, напряжений падающего и отраженного полей соответственно. В качестве граничных условий на контуре  $L$  полости выберем равенства нулю касательной  $S_1$  и нормальной  $S_2$  компонент вектора напряжений:

$$(S_1 + iS_2)|_L = 0, \quad (S_1 - iS_2)|_L = 0. \quad (4)$$

Амплитуды перемещений и напряжений возмущенного волнового поля представим в виде (суммирование по  $n=1, 2$ )



### Секція моделювання складних систем

$$U_k^{(1)}(M) = \int_L V_n^{(k)}(M, P) p_n(s) ds, \quad \tau_{mk}^{(1)} = \int_L \sigma_{mk}^{(n)}(M, P) p_n(s) ds. \quad (5)$$

Здесь  $p_n(s)$  - неизвестные плотности;  $V_n^{(k)}(M, P)$  - компоненты матрицы Грина.

Представления (5) автоматически удовлетворяют уравнениям динамики и условиям излучения на бесконечности. Удовлетворяя граничные условия (4), приходим к системе сингулярных интегральных уравнений второго рода:

$$-\frac{1}{2} f_n(s_0) + \int_L (f_1(s) E_{n1}(s, s_0) + f_2(s) E_{n2}(s, s_0)) ds = K_n(s_0), \quad (6)$$

$$f_1 = p_1 + ip_2, \quad f_2 = p_1 - ip_2, \quad s_0 \in L,$$

где  $E_{11}$  и  $E_{22}$  - сингулярные ядра, а  $E_{12}$  и  $E_{21}$  - непрерывные.

Система интегральных уравнений (6) реализовывалась численно методом механических квадратур. В качестве примера рассматривалась среда, содержащая периодическую систему цилиндрических полостей эллиптического поперечного сечения

$$\xi = a \sin \beta, \quad \eta = -b \cos \beta, \quad 0 \leq \beta \leq 2\pi. \quad (7)$$

На контуре полости проводилось вычисление напряжения  $\sigma_\beta = |\tau_s|/P$ , где

$P$  - максимальное напряжение в падающей волне.

На рис.1 приведены распределения контурного напряжения  $\sigma_\beta$  при  $a/d = 0,5$ ;  $\nu = 0,3$ ;  $\gamma_1 a = 0,5$  ( $\nu$  - коэффициент Пуассона среды). Сплошные линии соответствуют набеганию на цилиндры продольной волны (1), а пунктирные - поперечной волны (2). Кривые 1 и 2 построены для значений  $b/a = 0,2$  и  $0,8$  соответственно. Как видно, существуют принципиальные различия в распределении контурных напряжений при излучении различных типов волн: так, в  $P$ -случае максимум напряжений достигается вблизи точки соскальзывания  $\beta = 90^\circ$ , в то время, как в  $SV$ -случае вблизи этой точки наблюдается локальный минимум напряжений. Следует отметить, что в  $SV$ -случае напряжения в теневой  $\beta = 0^\circ$  и лобовой  $\beta = 180^\circ$  точках равны нулю, кроме того, как показывают расчеты, при

уменьшений параметра  $b/a$  максимумы смещаются в направлении точки соскальзывания.

Рис. 2 иллюстрирует зависимости максимальных напряжений на контуре включения от безразмерного волнового числа  $\gamma_1 a$  в случае  $P$ -волны. Кривые 1, 2 соответствуют значениям  $a/d=0,5$  и  $0,8$  соответственно при  $b/a=0,2; \nu=0,3$ . Анализ показывает, что вблизи точек скольжения ( $\gamma_1 a = \pi k a/d, k=1, 2, \dots$ ) наблюдается резкое увеличение максимальных контурных напряжений.

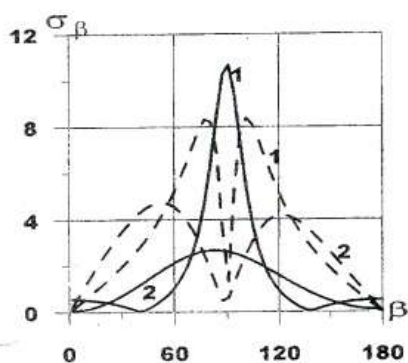


Рис. 1

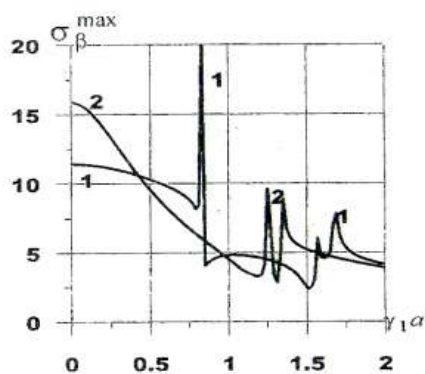


Рис. 2

## ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОМЕРЦІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

*Фільченко Д.В., студ. гр. ПМ-21*

В сучасних українських умовах, коли традиційне централізоване управління грошовою масою змінюється ідеєю ліберальної самоорганізації ринку, необхідність застосування економіко-математичного моделювання стрімко зростає. Дотримуючись принципів системного підходу, автором була побудована модель накопичення коштів в комерційній

Секція моделювання складних систем

діяльності для закритої та відкритої стаціонарної економіки, а також закритої економіки в нестабільних умовах.

На рис.1 наведена схема динамічної моделі накопичення власних коштів в закритій економіці.

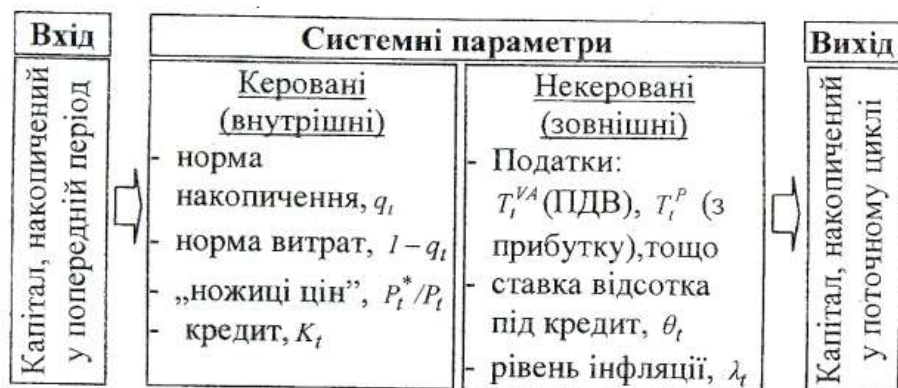


Рисунок 1 – Комерційна діяльність (цикл  $t$ ) в термінах кібернетичного підходу

Така схема накопичення власних коштів дозволила побудувати економіко-математичну модель, кінцевий вигляд якої представлений наступною рекурентною формулою:

$$S_{t+1} = a_t S_t + b_t \quad (t = 0, \dots, n-1),$$

де  $S_t$  - вхід,  $S_{t+1}$  - вихід,  $a_t = f_1(P_t^*/P_t, q_t, T_t^{VA}, T_t^P, \lambda_t)$  і  $b_t = K_t \cdot f_2(P_t^*/P_t, T_t^{VA}, T_t^P, \theta_t, \lambda_t)$  - агреговані параметри, які повністю визначають стан системи в кожному з циклів комерційної діяльності і мають наступний вигляд:

$$a_t = \frac{1 - T_t^P}{1 + T_t^{VA}} \frac{P_t^*}{P_t} q_t + T_t^P,$$

$$b_t = (1 - T_t^P) \left( \frac{1}{1 + T_t^{VA}} \frac{P_t^*}{P_t} - (1 + \theta_t) \right) K_t.$$



Зростання власних коштів відбувається за умови  $a_1 > 1$ . Параметр  $a_1$  із отриманої рекурентної формули залежить від „ножиць цін”, податкових ставок та норми накопичення. Тому успіх комерційної діяльності буде досягатися тоді, коли ціни продажу товару будуть „із запасом” перевищувати ціни купівлі, а величину цього „запасу” визначають податки на додану вартість і прибуток та норма накопичення. Наведена умова дозволяє визначити необхідні мінімальні значення таких параметрів, як „ножиці цін” та норма накопичення.

Побудована модель також дозволила дослідити вплив інфляції на накопичення капіталу та отримати три умови отримання накопичення не меншого за номінальне. Вважаючи, що податки та норма накопичення в нестабільних умовах природно залишаються незмінними, згадані умови пропонують на кожному циклі коригувати „ножиці цін” та суму кредиту таким чином, щоб вони були не меншими певної нижньої границі, а проценти під кредит обирати такими, щоб вони були не більшими певної верхньої границі.

Для отримання моделі накопичення коштів для зовнішньоекономічної комерційної діяльності, до побудованої моделі були включені додаткові параметри, які певним чином змінили вигляд функцій  $f_1$  та  $f_2$ . На базі такої моделі був продемонстрований приклад комерційної кооперації між українським та польським підприємствами за різноманітних умов поставок (EXW, DDP, тощо), а також за умови, що українське підприємство працює через офф-шор. Більш того, як і для випадку моделі накопичення в закритій економіці, була розв’язана проблема отримання мінімального значення „ножиць цін” та норми накопичення.

## ЗАСТОСУВАННЯ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ НИЗЬКОРІВНЕВИХ СИГНАЛІВ КОНТРОЛЬНИХ ТОЧОК ЕЛЕКТРИЧНОЇ СХЕМИ

*Азаров О. Д., Вінницький національний технічний університет,  
м. Вінниця; Снігур А. В., Вінницький національний технічний  
університет, м. Вінниця; Розман Г. В., Вінницький державний  
педагогічний університет імені М. Коцюбинського, м. Вінниця;  
Кручай І. С., приватне підприємство "КСК-Автоматизація",  
м. Вінниця*

Застосування певної системи може визначати режими її функціонування. В даній роботі розглядається можливість застосування інформаційно-виміральної системи (ІВС) оцінювання параметрів низькорівневих сигналів контрольних точок (КТ) електричної схеми для вимірювання параметрів точок акупунктури (ТА) людини [1]. Сучасні ІВС для оцінювання параметрів сигналів ТА як правило функціонують у режимі однократних вимірювань (для експрес-способу оцінювання параметрів), при цьому не враховуються додаткові інформативні параметри – "піки" у сигналах та швидкість змінень значень рівнів сигналів точок акупунктури. Це знижує загальну інформативність вимірювання та може вносити похибки у кінцеві результати дослідження [1].

Актуальним можна вважати підхід, що розширює можливості функціонування існуючих ІВС, що здійснюють оцінювання параметрів ТА для зазначеного підвищення інформативності вимірювань та зменшення похибки у кінцевих результатах дослідження.

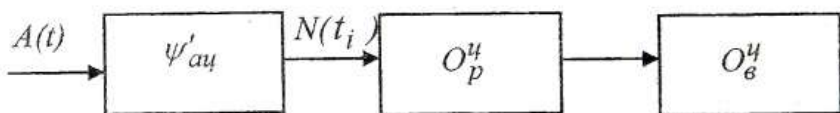
Низькорівневі сигнали множини ТА порівняно з існуючими підходами їх дослідження додатково можна охарактеризувати такими параметрами [1]:

- швидкість змінень значень рівнів сигналів ТА – параметр  $V_h$ , який дозволяє оцінити вплив на точки факторів зовнішнього середовища;

- середнє арифметичне значення швидкостей  $V_{Hs}$  протягом певного періода часу спостереження – параметр  $V_h$ , який дозволяє визначити загальну тенденцію до збільшення (зменшення) параметрів ТА;
- додатковий інформативний параметр –  $s$ , що враховує наявність “піків” у сигналах ТА (приймає значення з множини  $\{0; 1\}$ ), “піки” у свою чергу сигналізують про загальний час початку збільшення ( $s=1$ ) або зменшення ( $s=0$ ) параметрів ТА.

Процес оцінювання зазначених параметрів пов’язаний з режимом роботи відповідної системи [2]. Отже, отримання параметра  $V_h$  можливе, якщо ввести до режими роботи зазначеної ІВС, що пропонується авторами, додатковий режим – реєстрування, при цьому операторний алгоритм та блок-схема роботи пристрою будуть мати вигляд

$$\psi'_{сир} : A(t) \rightarrow N(t_i) \rightarrow O_p^u \rightarrow O_v^u,$$

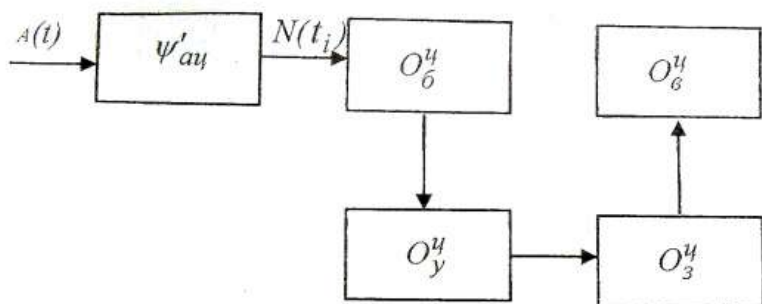


де  $\psi'_{сир}$  – оператор цифрової реєстрації сигналів ТА, що реалізує аналого-цифрове перетворення, та збереження отриманих результатів, де  $\psi_{au}$  – оператор аналого-цифрового перетворення рівнів вхідного сигналу ТА  $A(t)$  у цифровий код  $N(t_i)$  в момент часу  $t_i$ ,  $O_p^u$  та  $O_v^u$  – відповідно оператори реєстрування та відображення цифрових еквівалентів рівнів сигналів ТА.

Необхідно також відмітити, що існуючі системи при експрес підходах оцінювання параметрів сигналів точок акупунктури виконують як правило однократні вимірювання. При цьому вплив у даному випадку випадкових похибок може суттєво вплинути на кінцеві результати дослідження. Для усунення зазначеного недоліку пропонується забезпечити у даному випадку роботу ІВС згідно алгоритму та блок-схеми



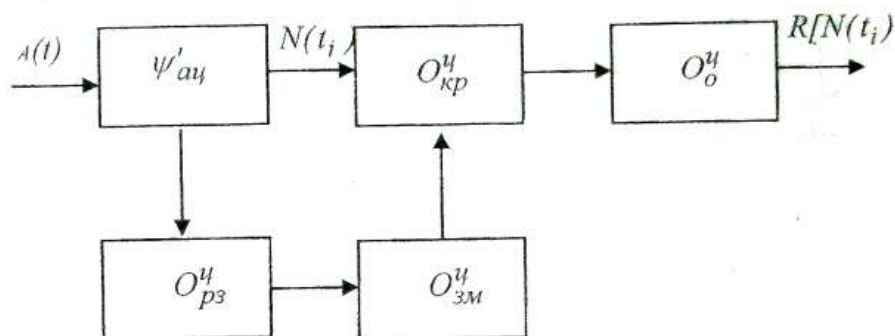
$$\psi'_{ay}: A(t) \rightarrow O'_b \rightarrow O'_y \rightarrow O'_3 \rightarrow O'_6,$$



де  $O'_b$  - операція багатократного вимірювання рівнів сигналів ТА,  $O'_y$  - операція усереднення у цифровому вигляді кодових еквівалентів  $N(t_i)$  рівнів сигналів ТА. Як видно з блок-схеми, у системі здійснюється багатократні вимірювання інформативних параметрів із наступним їх усередненням, що дає можливість зменшити вплив випадкових похибок у  $\sqrt{b}$  разів [1], де  $b$  - кількість багатократних вимірювань.

Розширити можливості функціонування ІВС для оцінювання параметрів сигналів ТА можна, шляхом використання як її "ядра" - аналого-цифрового перетворювача (АЦП) на основі надлишкових позиційних систем числення (НПСЧ) [1]. Такі пристрої дозволяють опрацьовувати додаткові інформативні параметри - "піки" у сигналах ТА з мінімальними динамічними похибками. Окрім цього, у таких перетворювачах здійснюється періодичне відновлення їх метрологічних характеристик, що у свою чергу дає можливість відновлювати метрологічні характеристики всього вимірювального каналу системи та забезпечити її функціонування як у стаціонарних так додатково і у нестаціонарних (польових) умовах. Операторний алгоритм та блок-схема функціонування ІВС в даному випадку є такими

$$\psi'_{ац}: A(t) \rightarrow O_{рз}^ч \rightarrow O_{зм}^ч \rightarrow O_{кр}^ч \rightarrow O_o^ч,$$



де  $O_{рз}^ч$  – операція визначення реальних ваг розрядів АЦП на основі НПСЧ,  $O_{зм}^ч$  – операція визначення похибки зміщення нуля,  $O_{кр}^ч$  – операція коригування реальних ваг розрядів та похибки зміщення нуля,  $O_o^ч$  – операція, що реалізує попередні обчислювальні дії над вихідним цифровим кодом перетворювача  $N(t_i)$ , наприклад, переведення коду із НПСЧ до двійкового,  $R[N(t_i)]$  – цифровий код отриманий у процесі попередніх обчислювальних дій.

Застосування АЦП на основі НПСЧ у складі описаної ІВС дає можливість в комплексі підвищити точність та швидкодію вимірювань параметрів ТА.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Азаров О. Д., Галаган О. Я., Звенигородський Е. Л., Снігур А. В. Оцінювання активності акупунктури людини на основі вимірювальної інформації // Вісник ВПІ. – Вінниця; 2005. – N4. – С 5 – 8.
2. Walt Kester Which ADC architecture is right for your application // Analog Dialogue 39-06 June 2005

