условие неизвестно, теплообмен происходит одновременно излучением и вынужденной конвекцией.

Таким образом граничные условия имеют вид:

$$q(0;t)=0 \tag{2}$$

$$q(1;t)=\beta\left[(u(1;t)+1)^4-\theta_c^{\;4}\right]+\eta\left[(u(1;t)+1)-\theta_c\right] \tag{3}$$

Предположим, что в некоторой точке стержня, например, $x_1=0{,}5$ проводились измерения температуры и температура в этой точке известна $u_m(x)$. Задача состоит в определении коэффициентов β, q по результатам этого измерения, т.е. в идентификации граничных условий.

Для восстановления функции $u(1;t)$мы используем равенство (2) и известную температуру в сечении $x=0{,}5$.

РЕШЕНИЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Чаплыгин А.А., СумГУ

Рассматривается одномерная задача нагрева тонкого стержня внутренними источниками тепла с учётом конечности скорости его распространения. Теплопроводность в теле в данном случае описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned} &\rho\, c\frac{\partial T}{dt}=-div\,\overline{q}+q_V;\\ &\tau^*\frac{\partial \overline{q}}{dt}=-\lambda\, grad\,T-\overline{q}. \end{aligned} \tag{1}$$

где ρ - плотность тела, c - его удельная теплоёмкость, T - температура, $\overline{q}$ - вектор удельного теплового потока, q_V - объёмная мощность источников тепла в теле, τ^* - время релаксации (параметр среды).

Изменение q должно происходить с временем меньшим или сравнимым с τ^*.

Система (1) сводится к одному дифференциальному уравнению теплопроводности относящемуся к гиперболическому типу:

$$\tau^* \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{\partial T}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{q_V}{c\rho}, \quad \text{где } a = \frac{\lambda}{c\rho} \qquad (2).$$

Зададим постановку задачи соответствующей данному уравнению:

1) рассмотрим стержень длиной l;
2) теплофизические свойства материалы будем считать не зависящими от температуры;
3) температуру в начальный момент $t = 0$ положим T_0;
4) внутренние источники, действующие в теле, постоянной интенсивности;
5) тепловой поток на границе равен нулю;
6) на концах стержня поддерживается постоянная температура T_0.

Для решения поставленной задачи будем использовать метод характеристик. Разобьём отрезок $[0;l]$ на n частей с шагом $h = \frac{l}{n}$, получим точки $x_k = kh$, где $k = \overline{0,h}$. Через эти точки проведём характеристики 1-го и 2-го семейства и покроем всю область сеткой. Характеристиками будут прямые линии с угловыми коэффициентами $\pm\sqrt{\frac{a}{t^*}}$.

Условия на характеристиках могут быть заданы в виде:

$$\begin{aligned} &\lambda dT + \sqrt{a\tau^*}\,dq + \left(q - \sqrt{a\tau^*}\,q_V\right)dx = 0 \\ &\lambda dT - \sqrt{a\tau^*}\,dq + \left(q + \sqrt{a\tau^*}\,q_V\right)dx = 0 \end{aligned} \qquad (3)$$

для 1-го и 2-го семейства характеристик соответственно.

Вместо этих соотношений можно записать их разностный аналог:

$$\begin{aligned} &\lambda(T_3 - T_1) + \sqrt{a\tau^*} \cdot (q_3 - q_1) + \left(\frac{q_1 + q_3}{2} - \sqrt{a\tau^*} \cdot q_V\right)\frac{h}{2} = 0 \\ &\lambda(T_3 - T_2) - \sqrt{a\tau^*} \cdot (q_3 - q_2) - \left(\frac{q_1 + q_3}{2} + \sqrt{a\tau^*} \cdot q_V\right)\frac{h}{2} = 0 \end{aligned} \qquad (4)$$

причём точки 1 и 3 лежат на одной характеристике первого семейства, а точки 2 и 3 на одной характеристике второго семейства.

Из последних двух уравнений определяем значение искомой функции в точке 3:

$$\begin{aligned} &T_3 = \frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{4\sqrt{a\tau^*} - h}{4\lambda}(q_2 - q_1) + \frac{h\sqrt{a\tau^*}}{2\lambda} q_V \\ &q_3 = \frac{2\lambda}{4\sqrt{a\tau^*} + h}(T_1 - T_2) + \frac{4\sqrt{a\tau^*} - h}{4\sqrt{a\tau^*} + h} \cdot \frac{q_1 + q_2}{2} \end{aligned} \qquad (5).$$

БАЛАНСУВАННЯ ВІДЦЕНТРОВОЇ МАШИНИ

Беда О.І., Беда І.М.

Основною причиною збільшення вібрацій відцентрової машини є неврівноважений ротор. Це виникає внаслідок того, що на ньому присутні отвори, гайки и т.д., а тому центр ваги перерізу ротора не співпадає з його геометричним центром і при обертанні ротора навколо геометричного центру на нього діє відцентрова сила $F = me\omega^2$ (де m – маса ротора, e – зміщення центра ваги, ω – кутова швидкість обертання), величина якої й зумовлює вібраційний стан машини.