

## СЕКЦІЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

При проведенні досліджень, аналізу і розрахунку цілого ряду автоматичних систем мають місце випадки, коли коливні процеси відносяться до класу затухаючих або зростаючих, що наближаються не до лінійних гармонійних, а до лінійних затухаючих або таких, що розходяться, але з таким показником затухання, що повільно змінюється, і власною частотою на визначеному обмеженому часовому інтервалі.

В цьому випадку нелінійна функція має явну залежність від поточного часу, тому цю функцію неможливо представити у вигляді кінцевої суми ряду Фур'є.

В роботі вирішена задача параметричної ідентифікації нелінійних сильно дисипативних коливних систем з одним ступенем вільності, зокрема, отримані аналітичні співвідношення для визначення інерційно – жорсткісних і дисипативних параметрів відповідних лінійних породжувальних систем. Застосовано рівняння першого наближення після перетворення на основі принципу балансу імпульсів сил і метод додаткових мас.

У подальших дослідженнях варто приділити увагу комп'ютерному моделюванню рішень сильно дисипативних нелінійних коливних систем.

## ДОСЛІДЖЕННЯ РІВНОВАГИ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

*О.В.Головань, І.М.Беда*

Багатьом знайомі рядки чудової байки К.А. Крилова „... да Лебедь рвётся в облака, Рак пятится назад, а Щука тянет в воду...”. А чи замислювалися ми над тим, як розрахувати рух возу, якщо відомо, з якими силами його тягнуть Лебідь, Рак і Щука? Ця задача цілком природна, можна сказати, типова: до деякого твердого тіла в певних місцях прикладені сили – що відбудеться?

Якщо більш детально звернути увагу на явища, які відбуваються навколо нас, то можна побачити безліч цікавих

СЕКЦІЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ  
задач. Розв'язки одних цілком очевидні, розв'язки інших  
постають перед нами зовсім з несподіваної сторони.

Мабуть, багато хто пам'ятає про незвичайну поведінку  
ляльки-неваліяни. Відомий поет С.Я.Маршак писав:

Уснули телята, уснули цыплята,  
Не слышно веселых скворчат из гнезда.  
Один только мальчик – по имени Ванька,  
По прозвищу Встанька – не спит никогда.

Лечил его доктор из детской больницы.

Больному сказал он такие слова:

- Тебе, дорогой, потому не лежится,

Что слишком легка у тебя голова!

В даній роботі спробуємо не лише пояснити таку  
поведінку за допомогою законів фізики, але й з'ясувати, при  
яких умовах лялька-неваліяна займає вертикальне положення, як  
тільки перестає діяти сила, яка утримувала його у будь-якому  
іншому положенні. Схематично ляльку неваліяну можна уявити  
собі як дві сфери, які дотикаються, з радіусами  $R$  і  $r$  ( $R > r$ ), рис.1.  
Велика сфера – це „тіло”, а маленька – „голова”. У нижній  
частині „тулуба” знаходиться масивне тіло у формі сферичного  
сегменту висотою  $h$ . Сегмент обмежений частиною поверхні  
„тулуба” і площиною, перпендикулярною до вісі, яка проходить  
через центри сфер і точку їх дотику.

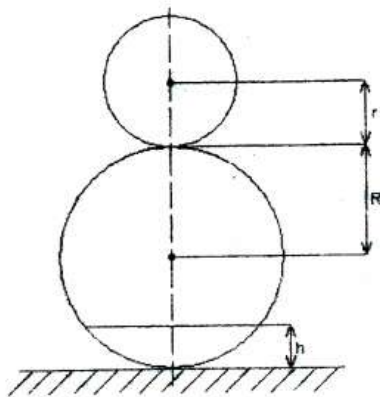


Рисунок 1. Схема ляльки-неваліяни



Якщо спробувати покласти ляльку на горизонтальну поверхню і залишити в спокої, вона миттєво підніметься. Чому? Очевидно, що вертикальне положення ляльки-неваляни є положенням стійкої рівноваги.

Рівновагу будемо досліджувати за допомогою ковзних векторів: виведемо ляльку із положення, відхиливши її вісь на кут  $\alpha$  від вертикалі, рис. 2. нехай  $h_c$  – висота центра ваги масивного тіла при вертикальному положенні вісі,  $M$  – його маса;  $m_2$  – маса

„голови”,  $m_1$  – маса „тулуба”.

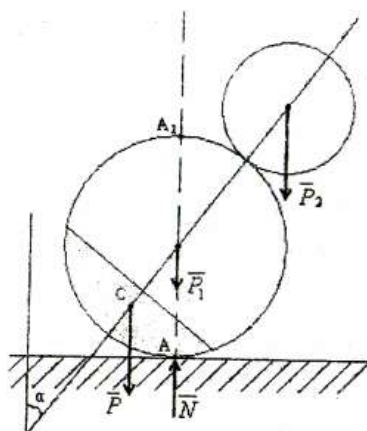


Рисунок 2

Легко побачити, що вертикальне положення буде стійким, якщо

$$P(R - h_c) \sin \alpha > P_2(R + r) \sin \alpha \quad \text{або}$$

$$Mg(R - h_c) \sin \alpha > m_2 g(R + r) \sin \alpha,$$

$$m_2 < M \frac{R - h_c}{R + r},$$

Залишилась невідомою величина  $h_c$ , але її можна виразити через відомі величини  $R$ ,  $h$ , як центр ваги масивного тіла

$$h_c = h \frac{8R - 3h}{12R - 4h}.$$

Тоді одержимо

$$m < M \frac{3(16R^2 - 4hR + h^2)}{4(3R - h)(R - r)}$$

Таким чином, знайдено точну математичну умову, яка показує, у якій мірі повинна бути „легка голова” ляльки-неваліяни, щоб він займав вертикальне положення, як тільки його залишать у спокої.

## МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПАРАМЕТРАМИ

*Доц., канд. ф-т н. Білоус О.А., СумДУ, Суми, Клименко А.В.,  
9 клас, ЗОШ № 29, Сумське територіальне відділення МАН*

Вивчення багатьох фізичних, технічних та економічних процесів, геометричних залежностей часто приводить до розв'язання задач з параметрами. Особливістю таких задач є те, що параметр, як математичний об'єкт не тільки кількісно і якісно характеризує задачу, а й впливає на процес розв'язання і відповідь задачі. У більшості випадків, особливо під час розв'язування складних задач моделювання, параметрів може бути декілька. В математиці це знаходить відображення у задачах-рівняннях, нерівностях, системах, для яких, в залежності від параметру, виконуються різні аналітичні дослідження, на визначених інтервалах отримуються різні результати.

Поряд з тим, постійний інтерес до методів розв'язання задач з параметрами виникає у учнів середніх шкіл. У шкільному курсі звичайних класів дана тематика взагалі не вивчається, у курсі математики фізико-математичних класів - вивчається поверхнево, не глибоко, в той час, як задачі з параметрами постійно присутні на вступних іспитах з математики до вищих навчальних закладів.

Серед існуючих задач з параметрами можна відмітити задачі декількох типів.