диференціального рівняння для перевірки отриманих аналітичних співвідношень.

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГИХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ В НЕОГРАНИЧЕНОЙ ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ С ИНОРОДНЫМ ВКЛЮЧЕНИЕМ

Москаленко Е.И., Фильштинский Л.А., СумГУ

В настоящее время большое развитие получило изучение общих закономерностей распространения волн в различных средах. Изучение дифракции является одной из важнейших частей теории гармонических колебаний и волн в упругих телах. Задача дифракции упругих волн и тесно связанная с ней проблема динамической концентрации стала активно рассматриваться и решаться лишь в настоящее время.

Исследование колебаний упругих тел связано с решением сложных граничных задач теории упругости, электроупругости, термоупругости и т.п. для решения таких задач эффективно применяются методы теории потенциала, техника регулярных и сингулярных уравнений, различного рода дискретизации типа конечного граничного элемента и т.д. В данном случае рассматривается процедура решения дифракционных задач, основанная на специальных интегральных представлениях волновых потенциалов и сведения краевых задач к сингулярным интегральным уравнениям.

Имеется отнесённую к декартовым прямоугольным координатам x_1, x_2, x_3 упругая неограниченная изотропная среда, ослабленная туннельными вдоль x_3 включениями. Поперечное сечение тела плоскостью $x_3 = const$ представляет собой многосвязную область D, ограниченную замкнутыми контурами l_j. Из бесконечности излучается плоская монохроматическая волна расширения или сдвига.

Используем метод Лэмба, согласно которому поля напряжений и перемещений в линейно-упругой изотропной среде можно выразить через волновые потенциалы $\varphi_m(x_1, x_2, t) = \mathrm{Re}(\exp(-i\omega t)\Phi_m)$ $m = 1, 2$.

Волновые потенциалы берём в специальном интегральном виде:

$$\Phi_m(z) = \Phi_m^0 + \int_C \left\{ q_m(\varsigma) \frac{\partial}{\partial \varsigma} H_0^{(1)}(\gamma_n r) d\varsigma + r_m(\varsigma) \frac{\partial}{\partial \bar{\varsigma}} H_0^{(1)}(\gamma_m r) d\bar{\varsigma} \right\}$$

$$\Phi_m^0 = d_m \exp(-i\gamma_m(\xi_1 \cos\beta + \xi_2 \sin\beta)),$$

$$r = |\varsigma - z|, \;\; \gamma_m = \omega / c_m, \;\; \varsigma = \xi_1 + i\xi_2 \in l_j, \;\; m = 1, 2,$$

где $q_m(\varsigma)$, $r_m(\varsigma)$ неизвестные искомые плотности, ω - круговая частота, c_m - скорости распространения волн расширения и сдвига, d_m - соответствующие амплитуды падающих волн, β - угол между нормалью к фронту падающей волны и осью Ox_1

Удовлетворяя краевые условия получаем систему граничных условий. Подставив предельные значения функций в условия сопряжения, перейдем к системе сингулярных интегральных уравнений.

Применяем к системе сингулярных уравнениям метод механических квадратур, сводим их к линейной алгебраической системе.

В результате решения системы интегральных уравнений находим значение плотностей $q_m(\varsigma)$, $r_m(\varsigma)$, $(m = 1,2)$, с помощью которых можем найти все необходимые полевые величины (напряжения и перемещения).

Литература

1. Фильштинский Л.А. Дифракция упругих волн на трещинах, отверстиях, включениях в изотропной среде // Изв. АН СССР. МТТ. 1991. № 4. С. 119-127. 2. Гузь А.Н., Кубенко В.Д., Черевко М.А. Дифракция упругих волн. – Киев: Наук. думка, 1978. – 307 с. 3. Назаренко А.М., Фильштинский Л.А. Взаимодействие волн напряжений с жесткими вставками в полупространстве (плоская деформация) // Изв. АН СССР. ММТ. 1985. № 4. С. 95-102.