

## СЕКЦІЯ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

можна редагувати, додаючи нові питання або змінюючи ті, що існують.

2. Нефіксоване число запитань. Можна задати для одного і того ж тестування різну кількість питань.
3. Декілька варіантів відповідей. Від одного до всіх правильних. Такій підхід значно збільшує об'єктивність оцінювання знань студентів.
4. Високий рівень захисту. Вихідні питання для тесту зашифровані при звичайному перегляді, що захищає їх від несанкціонованого доступу. Шифрування ґрунтуються на використанні технології xml – таблиць.
5. Має таймер. Для відповіді на кожне питання тест дається 1 хвилина.
6. Передача результатів тестування мережею. Програма може передавати результати тестування IP - мережею, при чому це може бути як Intranet (локальна мережа), так і Internet (глобальна мережа). Передача даних забезпечується протоколом TCP/IP, що забезпечує доволі високу надійність та вчасність передачі даних.

Для роботи програми необхідно комп'ютер з встановленим протоколом, та серверний комп'ютер (на якому також встановлений протокол, і запущена викладацька версія програми в режимі отримання результатів). Це дає ще один рівень захисту, адже деякі "розумні студенти" іноді поправляють результати тестування у електронному протоколі.

Автоматично створюється файл із занесенням в нього даних про тестування.

7. Надає можливість задати рівень правильних відповідей (в процентах) та відповідну оцінку.

## ОПТИМАЛЬНОЕ РЕЛЕЙНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ ГРАДИЕНТНОГО ТИПА

Васильев А. А., СумГУ, Сумы

В настоящее время, когда наша страна активно делает шаги на пути развития рыночной экономики, особую актуальность

## СЕКЦІЯ МОДЕЛОВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

приобретает вопрос рационального ведения хозяйства при ограниченном количестве базовых материальных ресурсов. Другими словами, актуален вопрос оптимального управления деятельностью динамической экономической системы с целью максимизации некоторого функционала качества при наличии ограничений на управляющие параметры.

В качестве целевого функционала можно выбрать некоторую фазовую переменную, или их комбинацию, в зависимости от целей ведения хозяйствования и разработанной модели, однако наибольшее распространение на практике получили целевые функционалы с квадратичным критерием качества [1], и в данной работе рассматриваются именно они.

Рассмотрим случай, когда целевой функционал содержит квадратичную форму только от фазовых переменных:

$$\max_{\{u(t)\}} J = \int_{t_0}^{t_1} \left( G_0 + \frac{1}{2} \mathbf{x}' \mathbf{A} \mathbf{x} \right) dt. \quad (1)$$

Здесь  $G_0$  – некоторая константа,  $\mathbf{x}$  – вектор фазовых переменных порядка  $n$ , компонентами которого являются функции  $x_i(t)$ ,  $\mathbf{x}'$  – вектор, транспонированный по отношению к  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{A}$  – заданная отрицательно определенная матрица порядка  $n$ , которая, вообще говоря, неизвестна.

При проведении макроэкономического моделирования в качестве подинтегральной функции в (1) разумно взять функцию, приближенно описывающую динамику валового внутреннего продукта (ВВП). Тогда если положить, что

$$G(\mathbf{x}) = G_0 + \frac{1}{2} \mathbf{x}' \mathbf{A} \mathbf{x}, \quad (2)$$

то можно предложить метод идентификации константы  $G_0$  и матрицы  $\mathbf{A}$ . Известно, что макроэкономические процессы обладают некоторой инерционностью. Это позволяет выдвинуть предположение о том, что если на некотором промежутке времени с помощью эконометрических методов, приблизить реальную динамику ВВП некоторым набором фазовых переменных  $\mathbf{x}$ , тем самым, оценив  $G_0$  и  $\mathbf{A}$ , то в течение времени,

СЕКЦІЯ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

для которого рассчитываются оптимальные параметры функционирования системы, найденные оценки останутся неизменными. В качестве уравнений динамики теоретически обоснована справедливость выбора следующей системы [2]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{U}\mathbf{B}\mathbf{x} \quad (3)$$

с начальными условиями  $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ . Здесь  $\mathbf{U}$  – матрица порядка  $n$ , диагональными элементами которой являются компоненты вектора управления (функции  $u_i(t)$ ), а остальные – нули,  $\mathbf{B}$  – заданная матрица порядка  $n$ . В качестве матрицы  $\mathbf{B}$  можно использовать  $\mathbf{A}$ , сведя тем самым (3) к системе градиентного типа, эффективность использования которой на практике показана в [2]. Ограничения на управляющие параметры можно наложить, исходя из экономических соображений, или выбирая их по значениям, которые принимает  $u_i(t)$  при решении задачи идентификации (2), (3) [3]. Тогда можно записать

$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max} \quad (4)$$

Решение поставленной задачи будем искать с помощью принципа максимума Понтрягина. Функция Гамильтона задачи (1), (3) имеет вид:

$$H = G_0 + \frac{1}{2} \mathbf{x}' \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{y}' \mathbf{U} \mathbf{B} \mathbf{x}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{y}$  – вектор сопряженных переменных, порядка  $n$ , компонентами которого являются функции  $y_i(t)$ . В данной постановке вектор  $\mathbf{y}$  можно истолковать как теневые цены [3], и, следовательно, его значения всегда будут больше нуля.

Согласно принципу максимума,

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{Y} \mathbf{B} \mathbf{x}. \quad (6)$$

Здесь  $\mathbf{Y}$  – матрица порядка  $n$ , диагональными элементами которой являются компоненты вектора  $\mathbf{y}$ , а остальные равны нулю. Так как (6) явно не зависит от  $\mathbf{u}$ , решение задачи будет лежать на границе области управления, т. е. необходимо использовать релейное управление системой (3).

В этом случае значения управляющих параметров будут определяться исходя из знака соответствующей компоненты

## СЕКЦІЯ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

вектора  $Bx$ , а точки переключения управлений системи – точки перемінення знака елементів  $Bx$ . Якщо  $i$ -я компонента вектора  $Bx$  більше нуля, то  $u_i(t) = u_{\max i}$ , а якщо вона менше нуля, то необхідно положити, що  $u_i(t) = u_{\min i}$ .

Каноніческі уравнення для системи (1), (3) мають вид

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \frac{\partial H}{\partial y} = UBx, \quad x(t_0) = x_0, \\ \dot{y} &= -\frac{\partial H}{\partial x} = -Ax - y'UB, \quad y(t_1) = 0.\end{aligned}\tag{7}$$

Тоді розв'язанням початкової задачі буде розв'язання двохточечної краєвої задачі (7) з  $n$  умовами, заданими на левому кінці та  $n$  умовами, заданими на правому, яке в роботі було знайдено аналітически.

**Выводы.** В работе была поставлена и решена задача оптимального управления динамическими системами с квадратичным функционалом качества. Решение задачи осуществлялось с помощью релейного управления в рамках принципа максимума Понтрягина.

### Література:

1. Брайсон А., Хо Ю-Ши Прикладная теория оптимального управления. – М.: «Мир», 1972. – 544 с.
2. Дискретизация и численная идентификация дифференциально-игровых моделей макроэкономической динамики / Васильев А. А., Назаренко А. М. // Вестник Харк. нац. ун-та., – 2006. – № 733. Сер. "Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления". – С. 67-78.
3. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М.: Прогресс, 1975. – 607 с.

## РОЗРОБКА СУПУТНИКІВ З МАЛІМИ РОЗМІРАМИ (МАСОЮ МІКРОСУПУТНИКІВ)

*Василенко С.О., студ. гр. ПМ-21*

Використовуючи досягнення сучасної техніки стало можливим помістити на борту мікросупутників з малою вагою великий (за