

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

На правах рукопису

**Дехтярук Леонід Васильович**

УДК 539.292

**ЕЛЕКТРОННІ ТРАНСПОРТНІ ЕФЕКТИ У БАГАТОШАРОВИХ**  
**ПЛІВКОВИХ СИСТЕМАХ**

01.04.07 – фізика твердого тіла

Дисертація на здобуття наукового ступеня  
доктора фізико-математичних наук

Науковий консультант:  
**Проценко Іван Юхимович**  
Заслужений діяч науки і  
техніки України, доктор  
фізико - математичних наук,  
професор

Суми – 2008

## ЗМІСТ

СТР

<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ СКОРОЧЕНЬ .....</b>	<b>7</b>
<b>ВСТУП .....</b>	<b>8</b>
<b>РОЗДІЛ 1</b>	
<b>ТРАНСПОРТНІ РОЗМІРНІ ЕФЕКТИ В МАГНІТНИХ ТА</b>	
<b>НЕМАГНІТНИХ БАГАТОШАРОВИХ ПЛІВКАХ</b>	
<b>(ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД) .....</b>	
<b>1.1. Гігантський магніторезистивний ефект у магнітних мультишарах .....</b>	<b>17</b>
1.1.1. Магніторезистивний ефект у металах .....	17
1.1.2. Ефект гігантського магнітоопору в магнітовпорядкованих структурах.....	19
1.1.3. Резисторна модель ефекту гігантського магнітоопору .....	25
1.1.4. Теоретичні моделі гігантського магніторезистивного ефекту .....	29
1.2. Розмірні ефекти в немагнітних одно - та багатошарових плівкових системах .....	33
1.2.1. Зовнішній та внутрішній розмірні ефекти у провідності одно – та багатошарових плівок .....	33
1.2.2. Розмірний гальваномагнітний ефект у металах .....	44
1.2.3. Вплив дифундуючого ультратонкого шару атомів домішок на провідність плівки .....	46
Висновки до розділу 1 .....	48
<b>РОЗДІЛ 2</b>	
<b>ЕФЕКТ ГІГАНТСЬКОГО МАГНІТООПОРУ В МАГНІТНИХ</b>	
<b>МУЛЬТИШАРАХ ТА САНДВІЧАХ.....</b>	
<b>2.1. Загальні та асимптотичні формули для провідності сандвіча та мультишару з <math>AP</math> - та <math>P</math> - конфігураціями зі спейсерами кінцевої товщини....</b>	<b>50</b>

	3
2.2. Гігантський магніторезистивний ефект у монокристалічних три - та багат шарових магнітних плівках з ультратонкими прошарками.....	63
2.2.1. Загальна та асимптотичні формули для провідності сандвіча та мультишару з ультратонкими спейсерами .....	63
2.2.2. Наближені асимптотичні вирази для оцінки величини ефекту гігантського магнітоопору .....	66
2.2.3. Результати чисельного розрахунку ефекту гігантського магнітоопору.....	74
2.3. Ефект гігантського магнітоопору у полікристалічних сандвічах та мультишарах з ультратонкими спейсерами.....	81
Висновки до розділу 2 .....	90

## **РОЗДІЛ 3**

### **ТРАНСПОРТНІ РОЗМІРНІ ЕФЕКТИ У ДВО – ТА БАГАТОШАРОВИХ ПЛІВКАХ З ПОЛІКРИСТАЛІЧНОЮ СТРУКТУРОЮ .....**

3.1. Постановка задачі та загальні вирази для транспортних коефіцієнтів у полікристалічних двошарових плівках та мультишарах .....	93
3.1.1. Загальні аналітичні формули для кінетичних коефіцієнтів .....	93
3.1.2. Асимптотичні вирази для розмірних функцій .....	101
3.1.3. Формальна відповідність між двошаровим та багат шаровим зразками .....	105
3.2. Коефіцієнти питомої електро - та теплопровідності .....	109
3.2.1. Провідність тонких полікристалічних плівок з моноблочною структурою .....	109
3.2.2. Питома електро - і теплопровідність дво - та багат шарових плівок .....	112
3.3. Термоелектричні ефекти у двошаровій плівці та мультишарі .....	117
3.4. Температурний коефіцієнт опору .....	125
3.4.1. Загальні аналітичні вирази для ТКО дво - та багат шарових	

плівкових систем .....	125
3.4.2. Температурний коефіцієнт опору одношарових полікристалічних плівок .....	128
3.4.3. Асимптотичні співвідношення для ТКО двошарової плівки та мультишару .....	130
3.4.4. Апробація асимптотичних співвідношень для ТКО дво - та багатошарової плівок .....	137
3.5. Коефіцієнти поперечної та поздовжньої тензочутливості .....	140
3.5.1. Загальні формули для коефіцієнтів поперечної та поздовжньої тензочутливості двошарової плівки та мультишару .....	140
3.5.2. Ефект поздовжньої тензочутливості в одношарових полікристалічних плівках та апробація теоретичних співвідношень .....	144
3.5.3. Ефект тензочутливості у дво - та багатошарових плівках .....	151
Висновки до розділу 3 .....	158

## **РОЗДІЛ 4**

<b>РОЗМІРНИЙ ОСЦИЛЯЦІЙНИЙ ГАЛЬВАНОМАГНІТНИЙ ЕФЕКТ У БАГАТОШАРОВИХ ПЛІВКОВИХ СИСТЕМАХ .....</b>	<b>160</b>
4.1. Постановка задачі та розв'язання кінетичного рівняння у дво - та багатошаровій плівках.....	161
4.2. Осциляційний гальваномагнітний ефект у дво – та багатошарових плівках з монокристалічною структурою .....	163
4.3. Ефект Зондгаймера у двошарових та багатошарових плівках з полікристалічною структурою.....	174
4.4. Результати чисельного розрахунку ефекту Зондгаймера у моно - та полікристалічних багатошарових провідниках .....	183
Висновки до розділу 4 .....	188

## РОЗДІЛ 5

### ВПЛИВ ВЗАЄМНОЇ ДИФУЗІЇ МЕТАЛІВ НА ТРАНСПОРТНІ ВЛАСТИВОСТІ МЕТАЛЕВИХ ОДНО - ТА БАГАТОШАРОВИХ

<b>ПЛІВОК.....</b>	<b>189</b>
5.1. Постановка задачі. Загальні формули для провідності двошарової та багатошарової плівок .....	190
5.2. Опір та магнітоопір тонкої монокристалічної плівки, покритої дифундуючим ультратонким шаром іншого металу.....	195
5.2.1. Провідність монокристалічної плівки на одну з поверхонь якої нанесений дифундуючий шар металу.....	195
5.2.2. Осциляційний гальваноманітний ефект у тонких шарах металу за наявності дифундуючого шару домішок .....	205
5.3. Провідність дво - та багатошарових монокристалічних плівок в умовах взаємної дифузії.....	212
5.4. Зерномежова дифузія в одно - та багатошарових плівках з полікристалічною структурою .....	221
5.4.1. Провідність полікристалічної плівки за наявності зерномежової дифузії .....	221
5.4.2. Зерномежова дифузія у дво – та багатошарових плівках з полікристалічною структурою .....	228
Висновки до розділу 5 .....	234

## РОЗДІЛ 6

### РОЗМІРНИЙ ОСЦИЛЯЦІЙНИЙ АКУСТОЕЛЕКТРОННИЙ ЕФЕКТ У МЕТАЛАХ .....

6.1. Розмірний осциляційний акустоелектронний ефект в одношарових металевих плівках .....	236
6.1.1. Постановка задачі та розв’язання кінетичного рівняння .....	236
6.1.2. Поглинання енергії звукової хвилі у тонкій плівці, яка поширюється по нормалі до її межі.....	240

6.1.3. Згасання акустичної хвилі, що поширюється уздовж поверхні тонкої плівки .....	251
6.1.4. Аналіз розмірного акустоелектронного ефекту за допомогою концепції ефективного часу релаксації .....	255
6.1.5. Вплив ультратонкого шару домішок на осциляційну залежність коефіцієнта поглинання звукової енергії у тонкому шарі металу .....	257
6.2. Розмірний осциляційний акустоелектронний ефект у дво - та багат шарових металевих плівках .....	266
6.2.1. Поглинання енергії звукової хвилі у дво - та багат шаровій плівках, що поширюється по нормалі до інтерфейсів.....	266
6.2.2. Поглинання енергії звукової хвилі, що поширюється вздовж інтерфейсів у дво - та багат шаровій плівках.....	277
6.3. Акустичний аналог ефекту гігантського магнітоопору в магнітних сандвічах та мультишарах.....	283
Висновки до розділу 6 .....	288
<b>ВИСНОВКИ.....</b>	<b>289</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....</b>	<b>294</b>

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ СКОРОЧЕНЬ

АР – конфігурація – антипаралельна конфігурація;

АФВ – антиферомагнітна взаємодія;

БП – багат шарова плівка;

ГМО – гігантський магнітоопір;

ДВП – довжина вільного пробігу;

ДП – двошарова плівка;

КТ – коефіцієнт тензочутливості;

МЗ – межі зерен;

МО – магнітоопір;

Модель МШ – модель Маядаса - Шацкеса;

Модель ФЗ – модель Фукса - Зондгаймера;

МПШ – межа поділу шарів;

МРЕ – магніторезистивний ефект;

ПФ – поверхня Фермі;

Р- конфігурація - паралельна конфігурація;

СЗР – спін - залежне розсіяння;

ТКО – температурний коефіцієнт опору;

ФМ – феромагнітна взаємодія.

## ВСТУП

**Актуальність теми.** Досягнутий останніми роками прогрес у технології отримання тонкоплівкових металевих зразків дозволив розробити нові методи виготовлення надчистих тонких плівок з регульованою структурою і конструювати на їх основі фактично новий клас матеріалів у вигляді нанокристалічних магнітних та немагнітних багат шарових плівок [1-17]. Науковий інтерес до вивчення таких систем, з одного боку, обумовлений пошуком нових фундаментальних ефектів, що не можуть бути реалізовані в однорідних одношарових плівках, з яких складаються мультишари. З іншого боку, в багат шарових системах виникає цілий ряд особливостей у таких добре відомих транспортних ефектах, як провідність, магнітоопір, поглинання звукової енергії тощо.

У практичному відношенні багат шарові плівкові структури є перспективними для створення елементної бази нового покоління магнітних головок і магніторезистивної пам'яті, сенсорів та нових мікроелектронних приладів у обчислювальній техніці і в опто - та акустoeлектроніці. Крім того, розвиток інформаційних технологій на основі електронного спіну може привести у майбутньому до створення квантових комп'ютерів [18,19]. У зв'язку з цим зауважимо, що на базі спінових вентилів уже виготовлені головки для зчитування інформації з магнітних дисків [20], створені чутливі сенсори магнітного поля [21] тощо. Усі ці прилади ґрунтуються на тих чи інших особливостях електронного транспорту в мультишарах.

Таким чином, дослідження транспортних розмірних ефектів у багат шарових плівкових системах є актуальними як з фундаментальної точки зору, так і з практичної, що проявляється у публікації великої кількості наукових праць із вивчення електрофізичних властивостей зазначених систем (див. літ. огляди [4,8,13-17] та цитовану там літературу). Однак попри накопичений значний теоретичний матеріал ряд фундаментальних проблем залишається нез'ясованим. Так, зокрема, не побудована загальна квазікласична



теорія гігантського магніторезистивного ефекту (МРЕ) в магнітних мультишарах та сандвічах як з монокристалічною, так і полікристалічною структурою. Розроблення зазначеної теорії дозволяє у єдиній схемі розглянути від'ємний та інверсний ефекти гігантського магнітоопору (ГМО), з'ясувати, який з механізмів - об'ємний чи інтерфейсний (або їх суперпозиція) - є домінуючим при формуванні амплітуди ефекту ГМО, з'ясувати вплив меж зерен (МЗ) на рівень ефекту, отримати прості аналітичні вирази для оцінки величини зазначеного ефекту тощо. Також існувала необхідність у розробленні теорії транспортних ефектів у двошарових (ДП) та багатошарових (БП) полікристалічних плівках, у побудові гальваноманітного та акустoeлектронного осциляційних ефектів і в обґрунтуванні резистометричного методу вимірювання коефіцієнтів об'ємної та зерномежової дифузії.

Отже, є очевидним фундаментальний і практичний інтерес до комплексного вивчення транспортних ефектів у багатошарових магнітних та немагнітних плівкових системах. Це відкриває широкі можливості для прогнозування кінетичних властивостей мультишарів зі зміною індивідуальних товщин шарів металу, їх структури, величини зовнішнього магнітного поля тощо, що і визначає актуальність подальшого розвитку наукового напрямку "Кінетичні явища у багатошарових магнітних та немагнітних плівкових системах".

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами і темами.** Тема дисертаційної роботи відповідає науковим програмам НАН України та Міністерства освіти і науки України.

Дослідження, що становлять зміст дисертації, виконані автором на кафедрі фізики Харківського державного технічного університету будівництва та архітектури і на кафедрі прикладної фізики Сумського державного університету в рамках державних бюджетних тем та спільних наукових проектів. До них належать (у дужках позначена роль здобувача): №0101U008346 "Акустoeлектронні ефекти в тонких шарах металу" (м.Харків, 1999-2001 рр., керівник); №0103U000773 "Вплив статичної деформації і

температури на електрофізичні властивості багатошарових плівкових систем” (м. Суми, 2003 - 2005 рр., виконавець); №0106U001942 “Формування кристалічної структури і електрофізичних властивостей плівкових матеріалів на основі багатошарових металевих наносистем” (м. Суми, 2006 - 2008 рр., виконавець).

Частина досліджень виконана автором у рамках міжнародних проектів науково-технічного співробітництва між Сумським державним університетом та Інститутом ядерної фізики ПАН (м. Краків, Польща) за темою “Дифузійні процеси і транспортні властивості мультишарів і тонких плівок” (договір №М/18-2004 від 29 березня 2004 р.; Суми, 2004-2005 рр., виконавець) та Інститутом фізики Словацької Академії наук (м. Братислава) за темою “Дифузійні процеси і стабільність інтерфейсів в металевих багатошарових системах” (договір № М/148-2006 від 7 червня 2006 р.; м. Суми, 2006-2007 рр., виконавець).

**Мета і завдання дослідження.** Мета дисертаційної роботи полягає у встановленні загальних фізичних закономірностей впливу шаруватості, нанорозмірності, структури індивідуальних металевих шарів, шорсткості зовнішніх меж та інтерфейсів на електронний транспорт у багатошарових магнітних та немагнітних плівкових системах, а також у теоретичному обґрунтуванні резистометричного методу вимірювання коефіцієнтів об’ємної та зерномежової дифузії в умовах зовнішнього (розсіяння носіїв заряду на зовнішніх межах зразків) та внутрішнього (релаксація електронів на межах зерен та інтерфейсах провідників) ефектів і в отриманні модельних співвідношень для зазначених коефіцієнтів.

Для досягнення зазначеної мети були сформульовані та вирішені такі наукові завдання:

- побудова загальної квазікласичної теорії негативного та позитивного (інверсного) ефектів гігантського магнітоопору в магнітних мультишарах та сандвічах і з’ясування впливу шорсткості зовнішніх поверхонь і меж поділу шарів (МПШ) металу (інтерфейсів), зерномежового, об’ємного та

інтерфейсного спіну - залежного розсіяння (СЗР) електронів тощо на амплітуду ефекту ГМО; отримання аналітичних модельних співвідношень, за допомогою яких можна визначити величину магнітоопору;

- послідовне теоретичне описання електронного транспорту у дво - та багат шарових плівкових системах з полікристалічною структурою та експериментальна перевірка отриманих лінеаризованих теоретичних співвідношень для коефіцієнтів питомої провідності, температурного коефіцієнта опору (ТКО) і коефіцієнта поздовжньої тензочутливості (КТ);
- теоретичне вивчення осциляційного гальваноманітного ефекту в мультишарах та встановлення закономірностей, що зв'язують кінетичні коефіцієнти з параметрами, які описують взаємодію носіїв заряду з інтерфейсами зразка;
- подальший аналіз впливу процесу взаємної дифузії металів на транспортні коефіцієнти (питому провідність, магнітоопір, коефіцієнт поглинання звукової енергії тощо) багат шарових зразків і обґрунтування резистометричного методу визначення коефіцієнтів об'ємної та зерномежової дифузії;
- дослідження осциляційного акустоелектронного ефекту в металах і з'ясування впливу шорсткостей зовнішніх і внутрішніх меж та ролі впливу "малих груп" носіїв заряду на амплітуду ефекту та теоретичне обґрунтування акустичного аналога ефекту ГМО.

*Об'єкт дослідження* - фізичні процеси та явища у багат шарових плівкових системах з моно - та полікристалічною структурою, які пов'язані зі зміною магнітного стану провідника, товщини шарів металу та їх структури, зовнішнього магнітного поля.

*Предмет дослідження* - магніторезистивні властивості магнітного сандвіча та багат шарової плівки; транспортні коефіцієнти (питома провідність, ТКО, коефіцієнти поздовжньої та поперечної тензочутливості, магнітоопір, коефіцієнт поглинання енергії акустичної хвилі тощо), коефіцієнти об'ємної та зерномежової дифузії.

*Методи дослідження*, які були використані для теоретичного аналізу транспортних явищ у багатошарових плівкових системах, базуються на квазікласичному підході, який ґрунтується на розв'язанні кінетичного рівняння Больцмана, доповненого граничними умовами для функції розподілу електронів на зовнішніх межах та інтерфейсах провідників, чисельних методах, а також експериментальні методи - вакуумної конденсації, електронної мікроскопії, вимірювання електрофізичних характеристик при апробації теоретичних моделей для ГМО, провідності, ТКО та КТ.

### **Наукова новизна одержаних результатів**

- Уперше з використанням квазікласичного наближення у рамках двострумової моделі побудована загальна теорія негативного та інверсного гігантського магніторезистивного ефектів у магнітних мультишарах і сандвічах з монокристалічною та полікристалічною структурою.
- Уперше побудована загальна теорія електронного транспорту у дво - та багатошарових полікристалічних структурах, яка пройшла апробацію при обробці даних експериментальних досліджень провідності, ТКО та коефіцієнта поздовжньої тензочутливості багатошарових зразків.
- Уперше розглянутий гальваномагнітний осциляційний ефект у багатошарових плівкових системах та здійснене його подальше вивчення у двошарових плівках.
- Проведене подальше теоретичне дослідження впливу взаємної дифузії металів на транспортні коефіцієнти багатошарових систем та отримані модельні аналітичні вирази, за допомогою яких можна визначити ефективну глибину проникнення атомів дифузанта в об'єм зразка та у межі зерен і, відповідно, розрахувати коефіцієнти об'ємної та зерномежової дифузії.
- Уперше розглянутий розмірний акустoeлектронний осциляційний ефект у двошарових та багатошарових системах та проведений аналіз акустичного аналога ефекту ГМО у магнітних зразках.

*Достовірність і обґрунтованість* результатів дисертаційних досліджень забезпечувалися використанням добре апробованих методів, які широко

використовуються у фізиці твердого тіла, вибором сучасних обчислювальних засобів та комп'ютерних програм, які проходили ретельне тестування на основі літературних даних. Усі результати теоретичних розрахунків (точні, у рамках використовуваних моделей, та їх асимптотичні наближення для граничних значень параметрів задач) та чисельних обчислень продемонстрували їх повну ідентичність. Основні результати роботи узгоджуються з експериментальними даними, отриманими іншими науковцями.

**Практичне значення одержаних результатів.** Одержані у дисертаційній роботі результати дозволяють дослідити природу електронного транспорту у магнітних та немагнітних нанокристалічних плівкових системах. Це може мати важливе практичне значення при створенні фізичних основ методів синтезу нових матеріалів для сучасної електроніки та спінтроніки, прогнозування і цілеспрямованої зміни їх властивостей з метою отримання провідників з оптимальним спектром фізичних властивостей, а саме з одночасно оптимізованими магнітними, електричними, акустичними тощо параметрами. Результати досліджень можуть бути використані для аналізу впливу шорсткості та меж зерен на амплітуду ефекту ГМО, для визначення коефіцієнтів об'ємної та зерномежової дифузії, для інтерпретації осциляційних гальваномагнітного та акустоелектронного ефектів у мультишарах, а проведена апробація теоретичних моделей дозволяє стверджувати про межі їх застосування і здійснювати прогнозування тензо – та магніторезистивних властивостей у зазначених системах.

Результати дисертаційної роботи можуть бути використані в Інституті металофізики НАНУ (м. Київ), Інституті фізики НАНУ (м. Київ), Донецькому фізико-технічному інституті НАНУ (м. Донецьк), Інституті магнетизму (м.Київ), Інституті проблем матеріалознавства НАНУ (м. Київ).

**Особистий внесок здобувача.** Наведені у дисертаційній роботі результати наукових досліджень виконані як самостійно, так і у співавторстві з колегами. У цих спільних експериментально - теоретичних роботах автору належить теоретична складова роботи: поставлення завдання теоретичного

дослідження, обґрунтування адекватності використовуваних моделей, аналітичні розрахунки, написання комп'ютерних програм для чисельного аналізу отриманих інтегральних формул та проведення числових розрахунків, теоретична інтерпретація отриманих результатів та написання теоретичних частин статей. Особисто автором підготовлені 14 статей [252, 254, 306, 307, 311, 320, 335, 338, 339, 341, 342, 345, 346, 351]. Результати наукових досліджень обговорювалися та узагальнювалися спільно з науковим консультантом проф. Проценком І.Ю.

Наведений у роботі теоретичний матеріал належить особисто здобувачеві і не містить ідей та наукових розробок співавторів наукових праць. Результати, які одержані іншими науковцями (дані теоретичних та експериментальних досліджень, формули і результати апробації), на які посилається автор, відмічені у тексті дисертації цитуванням відповідних наукових праць.

**Апробація результатів дисертації.** Результати дисертаційної роботи були представлені автором на таких наукових конференціях та семінарах: 2 - й Міжнародній науково - технічній конференції “Сенсорна електроніка та мікросистемні технології” (СЕМСТ - 2) (Україна, Одеса, 2006 р.); Міжнародних конференціях студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики “ЕВРИКА” (Україна, Львів, 2004, 2006 рр.); 3<sup>rd</sup> International conference on materials science and condensed matter physics “MSCMP-2006” (Moldova, Chisinau, 2006 p.); International conferenct on nanoscience and technology (Switzerland, Basel, 2006 p.); 2-й Всеросійській конференції молодих вчених “Фізика і хімія високоенергетичних систем” (Росія, Томськ, 2006 р.); International conference “Functional materials” (Ukraine, Crimea, 2005); VII, VIII та X Міжнародних конференціях з фізики та технології тонких плівок (Україна, Івано-Франківськ, 1999, 2001 та 2005 рр.); 3 - му і 5 - му Всеросійському семінарі “Нелінійні процеси та проблеми самоорганізації в сучасному матеріалознавстві” (Росія, Воронеж, 2000, 2004 рр.); Науково-технічній конференції викладачів, співробітників і студентів фізико-технічного факультету (Україна, Суми, 2004 р.); 3-й, 5-й і 6-й Міжнародних конференціях

“Фізичні явища у твердих тілах” (Україна, Харків, 1997, 2001, 2003 рр.); 15-му Міжнародному симпозиумі ”Тонкі плівки в оптиці та електроніці” (Україна, Харків, 2003 р.); III Міжнародній конференції з модифікації властивостей поверхневих шарів ненапівпровідникових матеріалів MPSL (Україна, Суми, 1999 р.).

**Публікації.** Результати дисертаційних досліджень опубліковані у 37 наукових статтях, серед яких 26 статей - у провідних фахових журналах України та зарубіжжя, з яких 10 праць автор підготував самостійно [252,306,307,320,335,338,339,341,342,346], у 9 роботах, які опубліковані у Збірниках наукових праць, що увійшли до переліку наукових фахових видань України, де можна публікувати результати дисертаційних досліджень на здобуття наукового ступеня, з яких 4 роботи одноосібні [254,311,345,351], у 2 статтях, які не входять до зазначеного переліку ВАКу. Крім того, опубліковано 23 тези доповідей на наукових Міжнародних конференціях та семінарах.

**Структура та обсяг роботи.** Дисертаційна робота складається зі списку умовних скорочень, вступу, огляду літератури за темою дисертації, 6 розділів оригінальних досліджень, загальних висновків і списку використаних джерел.

Повний обсяг дисертації становить 325 сторінок, 55 ілюстрацій, 5 таблиць та список використаних бібліографічних джерел, що складається із 352 найменувань.

# РОЗДІЛ 1

## ТРАНСПОРТНІ РОЗМІРНІ ЕФЕКТИ В МАГНІТНИХ ТА НЕМАГНІТНИХ БАГАТОШАРОВИХ ПЛІВКАХ (ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД)

Основною особливістю електронного транспорту в магнітних та немагнітних багатошарових плівкових структурах у порівнянні з масивними зразками є взаємодія носіїв заряду і зовнішніми поверхнями та межами поділу шарів металу (інтерфейсами) мультишарів. У металевих провідниках внесок такого розсіяння у кінетичні характеристики зразка зростає у міру зростання відношення сумарної площі зовнішніх меж та інтерфейсів до сумарного об'єму шарів металу, і при виконанні нерівності  $l \gg d$  ( $l$  - довжина вільного пробігу електронів у шарі металу товщиною  $d$ ) характер взаємодії носіїв заряду з межами зразка не лише визначає абсолютну величину транспортних коефіцієнтів (магнітоопору, провідності, температурного коефіцієнта опору, коефіцієнтів поперечної та поздовжньої тензочутливості тощо), а й призводить до їх нетривіальних розмірних та польових залежностей у порівнянні з аналогічними залежностями для тих однорідних масивних провідників, з яких складаються багатошарові плівки. Явища, які зумовлені розсіянням електронів на зовнішніх межах, отримали назву зовнішнього розмірного ефекту, а явища, які виникають унаслідок розсіяння носіїв заряду на інтерфейсах і на межах зерен (МЗ) називають внутрішнім розмірним ефектом. Зовнішній та внутрішній розмірні ефекти проявляються в статичних, гальваномагнітних, акустoeлектронних тощо явищах, які докладно розглянуті в монографіях та літературних оглядах [7,8,13 - 17,22 - 34]. Нижче ми в основному зосередимо свою увагу на розгляді магнітоопору в магнітних мультишарах (підрозділ 1.1) та на розмірній залежності коефіцієнта питомої провідності в немагнітних багатошарових плівках (підрозділ 1.2), що важливо для подальшого викладення роботи. Причому обмежимося розглядом лише класичних розмірних ефектів, які не пов'язані з квантуванням енергетичного спектра носіїв заряду внаслідок



фінитності їх руху в магнітних та немагнітних шарах металу. Саме з цієї причини за межами даного огляду залишаються такі важливі, з фундаментальної точки зору явища як осциляційна залежність міжшарової взаємодії в магнітних багат шарових плівках, осциляції провідності в магнітних та немагнітних мультишарах тощо.

## 1.1. Гігантський магніторезистивний ефект у магнітних мультишарах

### 1.1.1. Магніторезистивний ефект у металах

Магніторезистивний (гальваномагнітний) ефект - це відносна зміна електричного опору металевих провідників при накладанні зовнішнього магнітного поля. Мірою впливу магнітного поля на електричний опір провідника є магнітний опір (магнітоопір) - відносна зміна питомого електричного опору зразка в магнітному полі  $\rho(H)$  до його питомого опору  $\rho(0)$  за відсутності магнітного поля [26, 35], тобто

$$\delta = \frac{\Delta\rho}{\rho(0)} = \frac{\rho(H) - \rho(0)}{\rho(0)}. \quad (1.1)$$

У магнітних полях напруженістю  $H \sim 10 \div 50 \text{ kE}$ , які, як правило, використовують в експериментальних дослідженнях, та при кімнатних температурах магнітоопір нормальних металів незначний. Так, зокрема, для міді відносна зміна опору  $\Delta\rho / \rho(0) \cong 10^{-4}$  при  $H \sim 20 \text{ kE}$  (винятком є вісмут, у якому  $\Delta\rho / \rho(0) \cong 2$  при  $H \sim 30 \text{ kE}$ ), причому для немагнітних металів, як правило, спостерігається позитивний МРЕ, тобто МО зростає зі збільшенням магнітного поля [26, 35]. З пониженням температури і в чистих металах величина МРЕ швидко зростає і може досягати 100% при гелієвих

температурах [36], однак розгляд надчистих матеріалів і наднизьких температур виходить за межі даного літературного огляду.

У напівпровідникових зразках магніторезистивний ефект дещо більший і становить  $\Delta\rho/\rho(0)\cong 10^{-1} \div 10^{-2}$ , а у германію при температурі 100K в магнітному полі  $H \sim 20 kE$  відносна зміна опору дорівнює  $\Delta\rho/\rho(0)\cong 3$  [37].

Для типових магнітних матеріалів (*Fe, Co, Ni*) та їх стопів МРЕ також незначний. Так, зокрема, величина МО при паралельній орієнтації вектора напруженості магнітного поля та вектора густини струму становить за кімнатних температур у заліза та нікелю відповідно  $\Delta\rho/\rho(0)\cong 7 \cdot 10^{-4}$  та  $\Delta\rho/\rho(0)\cong 1,5 \cdot 10^{-2}$  у полі  $H \sim 10 kE$  [35]. Однак на відміну від немагнітних провідників у магнітних металів МРЕ сильно анізотропний, тобто його величина суттєво залежить від орієнтації напрямку густини струму  $\mathbf{J}$  щодо напрямку магнітного поля  $\mathbf{H}$  (внаслідок чого і носить назву анізотропного). Як правило, коли магнітне поле направлене уздовж струму ( $\mathbf{J}\parallel\mathbf{H}$  - поздовжній МРЕ), магнітоопір збільшується, а в поперечній геометрії ( $\mathbf{J}\perp\mathbf{H}$ ) МО зменшується. Це призводить до відносно великої величини анізотропії магнітоопору

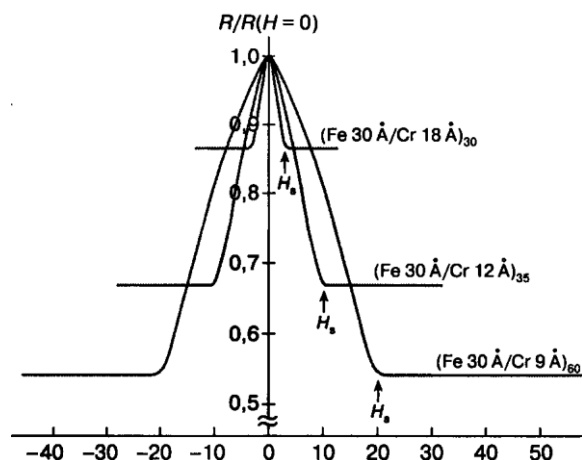
$$\frac{\Delta\rho}{\rho(0)} = \frac{\rho_{\parallel} - \rho_{\perp}}{\rho(0)}, \quad (1.2)$$

де  $\rho_{\parallel}$  та  $\rho_{\perp}$  - поздовжній та поперечний питомі опори, відповідно, яка сягає декількох відсотків при кімнатних температурах. Так, зокрема, у пермалою  $Ni_{80}Fe_{20}$ , який є стопом нікелю та заліза у відповідних вагових пропорціях, анізотропія опору при кімнатних температурах становить 4 - 5% у відносно слабких магнітних полях [35].

### 1.1.2. Ефект гігантського магнітоопору в магнітовпорядкованих структурах

Отримання магнітних тришарових плівкових структур (сандвічей), у яких спостерігається антиферромагнітна взаємодія (АФВ або  $AP$  - конфігурація) між  $Fe$  - шарами через немагнітний прошарок (спейсер) з  $Cr$ , у результаті якої магнітні моменти у сусідніх ферромагнітних шарах орієнтуються антипаралельно [38] (що і було підтверджено у подальших експериментальних дослідженнях [39, 40]), стало першим кроком до відкриття явища гігантського магнітоопору. Якщо до такої магнітної структури прикласти відносно слабке зовнішнє магнітне поле (поле, що значно менше, ніж поле, у якому помітні гальваномагнітні ефекти в однорідних плівках тих металів, з яких складаються магнітний сандвіч та багат шарова плівка), що перемагнічує провідник (магнітні моменти орієнтуються уздовж магнітного поля - ферромагнітна взаємодія (ФВ) або  $P$  - конфігурація), то опір багат шарового магнітного зразка різко зменшується. У цьому і полягає зміст від'ємного (прямого) ефекту гігантського магнітоопору, який уперше спостерігався в магнітних багат шарових  $Fe/Cr$  [41] (рис.1.1) та тришарових  $Fe/Cr/Fe$  плівках [42]. Надалі був відкритий та досліджений інверсний (зворотний) ефект ГМО у багат шарових зразках [43-58], які складаються з шарів різних ферромагнітних металів з різною асиметрією СЗР носіїв заряду в об'ємі магнітних шарів металу та на їх інтерфейсах. Якщо такий "несиметричний" зразок, між магнітними шарами якого спостерігається АФВ, внести у відносно слабке магнітне поле, що перемагнічує багат шарову плівку ( $AP \rightarrow P$ ), то опір мультишару не зменшується, як у негативному ефекті ГМО, а зростає, тобто ефект позитивний.

У багат шарових магнітних структурах, на відміну від звичайних об'ємних зразків, величина МО може досягати досить великих значень, що і дозволило його назвати гігантським. Так, зокрема, при температурі 1,5 K амплітуда ефекту становить 220% у  $Fe/Cr$  мультишарах [59], а при кімнатних



## Магнітне поле

Рис. 1.1. Залежність електричного опору  $R$  від величини магнітного поля для магнітної багат шарової плівки  $Fe/Cr$  при температурі  $4,2 K$  при умові, що струм і магнітне поле направлені уздовж інтерфейсів зразка [41]

температурах - 65% у системах  $Co/Cu$  [60], в той час як величина МО магнітних металів становить лише декілька відсотків (див. пункт 1.1.1.).

Окрім поздовжньої геометрії, значний інтерес представляє ефект ГМО і в перпендикулярній геометрії, коли струм проходить не в площині шарів, а перпендикулярно до них. Вимірювання МО у такій геометрії є досить складною експериментальною задачею, оскільки у даному разі опір зразка дуже малий порівнянно з опором у поздовжній геометрії. Проте, використовуючи багат шарову магнітну плівку  $Co/Ag$  як компоненту надпровідної установки, у роботах [61,62] вперше був виміряний МО у перпендикулярній геометрії і показано, що  $\Delta\rho/\rho_{\perp} > \Delta\rho/\rho_{\parallel}$  у 3 - 10 разів залежно від товщини немагнітних прошарків з  $Ag$ . Інший спосіб вимірювання ефекту ГМО у зазначеній геометрії, а саме за допомогою літографної техніки, був запропонований у роботах [63, 64]. Перевага цього методу полягає у тому, що МО можна вимірювати при довільних температурах, що неможливо у надпровідних установках.

Надалі було проведено велику кількість експериментальних досліджень

зазначеного ефекту які показали, що гігантський магніторезистивний ефект існує в найрізноманітніших багатошарових плівкових системах (див. літ. огляди [8,13 - 15] та цитовану там літературу), які формально можна записати загальною формулою  $\Phi_1 / S / \Phi_2$ , де  $\Phi_j$  ( $j = 1,2$ ) -  $3d$  - феромагнітний метал або їх стоп, а  $S$  - спейсер з неферомагнітного перехідного ( $Cr, V, Nb, Mo, Ru, Os, Ir$ ) або благородного ( $Cu, Ag, Au$ ) металу. Залежно від того, яким чином досягається початкова антиферомагнітна конфігурація у зразках, можна виділити 3 основні типи багатошарових структур, у яких спостерігається ефект ГМО [8, 65]:

- мультишари, в яких сусідні феромагнітні шари металу зв'язані між собою антиферомагнітною обмінною взаємодією, наприклад, структура  $Fe/Cr$ . Недоліком таких багатошарових плівок є відносно велике значення поля насичення  $H_S$  (поле, при якому магнітні моменти у сусідніх феромагнітних шарах металу орієнтуються паралельно), вище за яке існує ефект ГМО ( $H_S \sim 20 kE$ );

- спін - вентильні багатошарові плівки. Сам термін “спін – вентиль” означає, що магнітне поле керує переходом електронів з певною орієнтацією спінів стосовно вектора локальної намагніченості магнітного шару через межу поділу шарів, тобто тим самим створюється магнітний затвор. Цей термін був уведений Слончевським та Дієні [14, 66, 67], однак на сьогодні він все частіше використовується для багатошарових систем з діелектричними прошарками, які досліджувалися у роботі Слончевського [66]. Такі магнітні провідники складаються з феромагнітних шарів металу з різними коерцитивними силами, наприклад,  $Ni_{80}Fe_{20}/Cu/Co/Cu$ . Для їх отримання необхідно кожний металевий шар багатошарового зразка осаджується при своїх технологічних умовах (при різному тиску газу в камері, у якій напиляється кожний шар металу; впровадженням у той чи інший шар додаткових домішок; прикладанням зовнішнього магнітного поля тощо) так, щоб шари металу перемагнічувалися у різних магнітних полях, тобто мали б різну коерцитивну

силу. У таких системах під дією зовнішнього магнітного поля, величину якого підбирають проміжною між двома значеннями коерцитивної сили, відбувається перехід зразка з  $AP \rightarrow P$  конфігурацію [68 - 73]. Перевагою таких систем є відносно малі значення поля насичення  $H_S$ , при яких спостерігається ефект ГМО ( $H_S \sim 4 \div 50 E$ ), що дуже важливо для практичного використання ефекту в магніторезистивних зчитуючих головках та магнітних сенсорах;

- під час дослідження ефекту ГМО в магнітних багатошарових плівках було встановлено, що величина ефекту суттєво залежить від властивостей підкладки, на яку напиляється зразок [60, 74, 75]. Цей ефект був використаний для отримання іншого типу спін - вентильних магнітних зразків, у яких напрямок намагніченості одного шару, який виготовляють з м'якого феромагнетика, наприклад, зі ступу  $Ni_{80}Fe_{20}$ , фіксується за допомогою сильної анізотропії у результаті обміну з антиферомагнітною підкладкою, наприклад  $FeMn$ , [67,76 -79]. Обмінний зв'язок між магнітними шарами послабляються за рахунок підбору відносно товстого немагнітного прошарку з благородних металів ( $Cu, Ag, Au$ ). В отриманому таким чином сандвічі, наприклад,  $Ni_{80}Fe_{20} / Cu / Ni_{80}Fe_{20} / FeMn$ , напрямок намагніченості ізолюваного прошарком магнітного ступу  $Ni_{80}Fe_{20}$  може вільно обертатися стосовно напрямку намагніченості базового шару  $Ni_{80}Fe_{20}$ , який закріплений обмінним зв'язком з  $FeMn$ . Перехід від антипаралельної орієнтації магнітних моментів у шарах металу до паралельної супроводжується різким зменшенням опору структури при накладанні відносно слабкого зовнішнього магнітного поля. Основною перевагою таких спін - вентильних сандвічів є досить низькі поля насичення ( $H_S \sim 2 \div 4 E$ ), при яких проявляється ефект ГМО. Крім цього, у них амплітуда ГМО лінійно залежить від кута повороту намагніченостей шарів стосовно один одного, що важливо при використанні магніторезистивних елементів у приладах для зчитування інформації, яка записана на магнітних дисках [14].

У подальших експериментальних дослідженнях було знайдено ще два

класи магнітних зразків, у яких спостерігається ефект, аналогічний ефекту ГМО. Це, перш за все, гранульовані (кластерні) системи [80,81], які виготовляють із двох металів з малою взаємною розчинністю, наприклад,  $Co-Cu$ ,  $Co-Ag$  або  $(NiFe)-Ag$  у вигляді плівок, стрічок або масивних зразків. При кімнатній температурі максимальне значення ГМО становить порядку 20% при полі насичення ( $H_S \sim 10 kE$ ). Аналогічна амплітуда ефекту при кімнатних температурах спостерігається і в магнітних багатошарових плівках з діелектричними прошарками типу  $Fe/Al_2O_3/Fe$  [82, 83] та  $Co/Al_2O_3/FeCo$  [84], однак розгляд цих двох класів магнітних провідників виходить за рамки даного літературного огляду.

З моменту відкриття ефекту ГМО до сьогодні була проведена велика кількість експериментальних досліджень зі зразками з добре підібраними індивідуальними шарами магнітних та немагнітних металів, їх товщинами, ступенями чистоти в об'ємі окремих плівок тощо, з метою в'яснення механізмів, які забезпечують максимально можливу амплітуду ефекту, що важливо для їх практичного застосування, оскільки, як відмічено в огляді [4], доцільне застосування магнітних багатошарових зразків у промисловості можливе лише за наявності 100% спін - поляризованого струму у магнітних зразках.

У роботі, в якій вперше спостерігали ефект ГМО [41], була висунута гіпотеза, згідно з якою зазначений ефект обумовлений спін - залежним розсіянням носіїв заряду на інтерфейсах багатошарової плівки [41] та в об'ємі шарів металу [13-15]. Для того щоб зрозуміти причини виникнення ефекту ГМО і отримати можливість його ефективного використання на практиці, необхідно в'яснити, де і чому відбувається СЗР носіїв заряду, в'яснити роль структури шарів металу, вплив шорсткостей інтерфейсів і зовнішніх меж сандвіча тощо на формування амплітуди ефекту. Для вирішення цих проблем було проведено велику кількість експериментальних досліджень (див. літ. огляд [8] і цитовану там літературу), у яких використовувалися різні методи для

визначення залежності амплітуди ГМО від шорсткостей інтерфейсів, від структури шарів металу та ступеня їх чистоти тощо. Так, зокрема, в експериментах [77, 85 - 95] ультратонкі шари іншого металу розміщувалися або безпосередньо в інтерфейси, або в об'єми феромагнітних шарів металу, що призводило до зміни амплітуди ГМО. Було встановлено, що асиметричне СЗР електронів відбувається на інтерфейсах  $Co/Cu$ ,  $Co/Ag$  та  $Fe/Cr$ . Наприклад, розміщення двох моношарів  $Co$  в інтерфейси сандвіча  $NiFe/Cu/NiFe$  призводило до збільшення амплітуди ефекту майже вдвічі [77]. З іншого боку, якщо як магнітний шар металу використовується стоп, наприклад, пермалой, то домінуючим механізмом асиметричного СЗР носіїв заряду є їх розсіяння в його об'ємі [8, 14]. Однак питання про відносну роль об'ємного та інтерфейсного СЗР електронів залишається деякою мірою відкритим. Це обумовлено тим, що ряд експериментальних досліджень суперечать один одному. Так, зокрема, наявність домішок  $Cr$  в інтерфейсах багатошарової плівки  $Fe/Cr$  призводить до збільшення амплітуди ГМО, звідки робиться висновок про домінуючу роль інтерфейсного СЗР електронів у формуванні амплітуди ефекту [91]. В той же час додавання домішок золота у МПШ металу багатошарової плівки  $Co/Cu$  зменшує амплітуду ефекту і, відповідно, робиться висновок, що ефект обумовлений СЗР носіїв заряду в об'ємі шарів металу [88]. Таким чином, величину ефекту ГМО можна змінювати у широких межах шляхом введення ультратонких шарів іншого металу або безпосередньо в області інтерфейсів або у різні області об'єму шарів металу. Однак питання, які домішки призводять до збільшення амплітуди ефекту, а які до зменшення рівня ГМО, залишається відкритим і потребує докладного вивчення.

Не менш суперечливими є експерименти із визначення впливу шорсткостей інтерфейсів на величину амплітуди ефекту ГМО. Наприклад, у роботі [96] спостерігали збільшення величини ефекту ГМО у багатошарових плівках  $Fe/Cr$  зі збільшенням шорсткостей інтерфейсів. У той же час автори роботи [97] показали, що наявність "гладких" інтерфейсів є необхідною умовою для збільшення амплітуди ефекту, а у роботі [91] стверджується, що



ефект буде максимальний за наявності оптимальних шорсткостей.

В інших експериментальних дослідженнях [100 - 105] вивчали вплив структури шарів металу, з яких складається багатошаровий провідник, на величину амплітуди ефекту ГМО. Результати цих досліджень також досить суперечливі. Так, зокрема, у роботі [100] стверджується, що величина ефекту не залежить від розміру кристалітів, у той час як автори робіт [101 - 105] відмічають кореляцію між розміром зерен у шарах металу та величиною ГМО. Відтак їх висновки кардинально протилежні, оскільки у роботах [101-103] стверджується, що МО збільшується при збільшенні середнього розміру зерна, в той час як автори робіт [104, 105] стверджують протилежне.

Зазначені вище суперечності роблять актуальним теоретичне дослідження відносної ролі інтерфейсного (а у випадку розгляду магнітного сандвіча - поверхневого), об'ємного та зерномежового спін - залежного розсіяння носіїв заряду в ефекті ГМО у рамках єдиної схеми негативного та позитивного ефектів ГМО.

### 1.1.3. Резисторна модель ефекту гігантського магнітоопору

Мотт [106,107] зробив припущення, що електричний струм у ферромагнітних металах при температурах, значно нижчих за температуру магнітного впорядкування металу, забезпечується двома незалежними спіновими каналами провідності електронів зі спіном “+” ( $\uparrow$ ) та зі спіном “-” ( $\downarrow$ ) (двострумова модель). З іншого боку, добре відомо, що домішки в об'ємі ферромагнітних металів по - різному розсіюють носії заряду з різним значенням спіну  $s = \pm$  внаслідок різної густини електронних станів на поверхні Фермі (ПФ). Так, зокрема, домішки *Cr* в *Fe* розсіюють електрони зі спіном “+” у 4 - 6 разів більше у порівнянні з носіями заряду зі спіновим індексом “-“ [108] і, відповідно, у ферромагнітному металі існує група ефективних електронів (відповідальних за ефект), які проходять відносно великий шлях практично без розсіяння в об'ємі шарів металу.

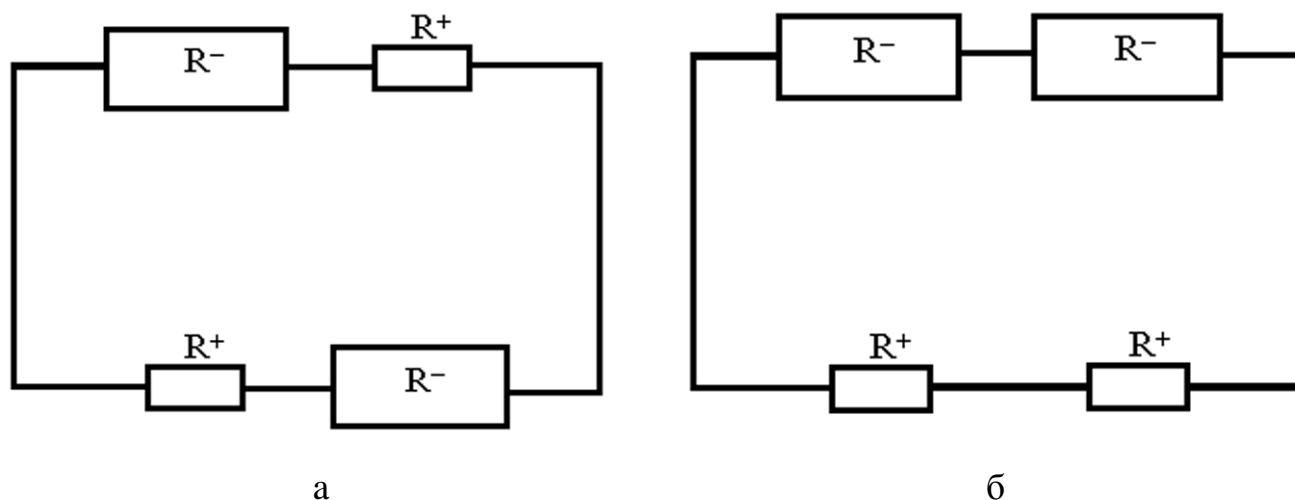


Рис. 1.2. Схематична ілюстрація резисторної моделі для магнітного зразка з  $AP$  - (а) та  $P$  - (б) конфігураціями у припущенні, що основними носіями заряду є електрони, спін яких збігається з напрямком локальної намагніченості у магнітному шарі металу

Поклавши в основу своєї моделі ці два факти, автори робіт [109 - 113] запропонували просту модель резистора (резисторну модель), за допомогою якої можна розрахувати величину зміни опору багатошарової системи при зміні напрямку намагніченості у сусідніх магнітних шарах металу. Хоча у рамках цієї моделі не можна забезпечити кількісне описання ефекту ГМО, однак вона корисна як відправний пункт для розуміння гігантського МРЕ.

Відповідно до резисторної моделі кожний металевий шар можна розглядати як незалежний резистор, який, у свою чергу, згідно з двострумвою моделлю складається з двох резисторів, які відповідають двом каналам провідності для електронів зі спіном “+” та спіном “-” (рис. 1.2). У загальному випадку підсумовування резисторів у межах кожного каналу провідності досить складна задача, однак вона значно спрощується для двох граничних випадків товщин шарів металу. Якщо спін-залежна довжина вільного пробігу (ДВП) носіїв заряду  $l_j^s \ll d_j$  товщини шарів металу, то кожний шар металу проводить струм незалежно (резистори є “незалежні”) і у межах кожного спінового каналу їх потрібно складати паралельно, а сумарний опір двох

каналів можна трактувати як опір паралельно з'єднаних резисторів. У цьому разі, ефект ГМО відсутній, оскільки питомий опір багат шарових зразків з  $AP$  - та  $P$  - конфігураціями збігається і дорівнює

$$\rho_{AP} = \rho_P = \frac{2\rho^+ \rho^-}{\rho^+ + \rho^-}, \quad (1.3)$$

де  $\rho^+$  ( $\rho^-$ ) - питомий опір спінового каналу провідності електронів зі спіном “+” (“-”).

У протилежному разі, коли довжина вільного пробігу носіїв заряду  $l_j^s \gg d_j$  за товщину шарів металу, сумарна ймовірність розсіяння електронів дорівнює сумі ймовірностей розсіяння електронів на центрах у межах кожного шару металу. Відповідно, для кожного спінового каналу опір багат шарової плівки дорівнює сумі опорів кожного шару, тобто резистори з'єднані послідовно, а сумарний опір двох спінових каналів буде визначатися як опір двох резисторів, що з'єднані паралельно, які дорівнюють

$$\rho_{AP} = \frac{1}{2}(\rho^+ + \rho^-), \quad (1.4)$$

$$\rho_P = \frac{2\rho^+ \rho^-}{\rho^+ + \rho^-}, \quad (1.5)$$

де  $\rho_{AP}$  ( $\rho_P$ ) - питомий опір багат шарового зразка з  $AP(P)$  - конфігураціями і, відповідно, зміну опору магнітного зразка в результаті його перемагнічування можна визначити за такою формулою [8]:

$$\frac{\rho_{AP} - \rho_P}{\rho_P} = \frac{\Delta\rho}{\rho_P} = \frac{(\rho^+ - \rho^-)^2}{4\rho^+ \rho^-} = \frac{(1 - \alpha_b)^2}{4\alpha_b}, \quad (1.6)$$

де  $\alpha_b = \rho^- / \rho^+$  і визначає асиметрію спінів – залежного розсіяння носіїв заряду в об’ємі шарів металу (об’ємне спінів - залежне розсіяння).

Як впливає з формули (1.6), величина ГМО сильно залежить від спінової асиметрії в опорі між двома спіновими каналами провідності в магнітних шарах металу. Велика асиметрія, тобто коли  $\alpha_b \ll 1$  або  $\alpha_b \gg 1$  є важливою умовою для отримання великих значень ГМО [13]. Якщо немає спінової асиметрії розсіяння електронів у двох спінових каналах, тобто коли  $\alpha_b = 0$ , гігантський магніторезистивний ефект відсутній.

Резисторна модель дозволяє врахувати й інверсію (тобто зміну знака) ефекту. Вважаючи, що багатошаровий провідник складається з магнітних шарів металу з різною об’ємною асиметрією СЗР електронів, і застосувавши до такого “несиметричного” зразка резисторну модель, для величини  $\Delta\rho / \rho_P$  можна

отримати таку формулу [8]:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_P} = \frac{(\alpha_{b1} - 1)(\alpha_{b2} - 1)}{\alpha_{b1}(1 + \beta_b) + \alpha_{b2}(1 + \beta_b^{-1})}, \quad (1.7)$$

де  $\alpha_{bj} = \rho_j^- / \rho_j^+$ ,  $j=1,2$  - параметри, які визначають асиметрію СЗР електронів в об’ємі шарів металу;

$\beta_b = \rho_1^+ / \rho_2^+$  - коефіцієнт, який визначає відношення питомих опорів для електронів зі спіном “+” у двох феромагнітних шарах металу.

З формули (1.7) неважко помітити, що у випадку, коли два феромагнітні шари мають різну асиметрію СЗР носіїв заряду в об’ємі шарів металу, тобто коли  $\alpha_{b1} > 1$  і  $\alpha_{b2} < 1$  або навпаки, то можна очікувати інверсію ефекту ГМО.

Зауважимо, що у випадку, коли товщини шарів металу набагато менші у порівнянні зі спінів - дифузійною довжиною вільного пробігу носіїв заряду (середня довжина пробігу до перевероту спіну, яка, як правило, більша, ніж середня довжина вільного пробігу електронів між процесами розсіяння без перевероту спіну), внески в опір сусідніх інтерфейсів уже не можна вважати

адитивними [113].

Таким чином, резисторна модель показує, що величина  $\Delta\rho/\rho_P$  сильно залежить від асиметрії СЗР електронів між двома спіновими каналами провідності у магнітних шарах металу. Несуттєво, у якому спіновому каналі розсіяння носіїв заряду буде більш сильне, оскільки амплітуда ефекту ГМО залежить лише від того, наскільки  $\alpha_{bj}$  відрізняється від 1. Параметри  $\alpha_{bj}$  можуть змінюватися в інтервалі  $1 \div 10$  і цей інтервал вважається розумним [13].

#### 1.1.4. Теоретичні моделі гігантського магніторезистивного ефекту

Для з'ясування механізмів гігантського магніторезистивного ефекту була присвячена велика кількість теоретичних робіт, у яких використовувалися різні методи для описання ефекту ГМО. Так, зокрема, у роботах [114 - 124] гігантський МРЕ аналізувався за допомогою “перших принципів” (термінологія авторів), згідно з якими електронна структура багат шарового провідника моделювалася для конкретних варіантів упаковки декількома моноатомними площинами магнітного та немагнітного шарів при різних варіантах перехідних областей, для різних типів дефектів та їх розміщення в об'ємі шарів, у інтерфейсах тощо. Однак за допомогою такого підходу напевно не можна з'ясувати загальну картину ефекту, виявити його загальні закономірності тощо, оскільки він базується на підборі конкретної моделі, для конкретного зразка з подальшою її чисельною апробацією.

У ряді інших робіт ефект ГМО аналізувався або з використанням формалізму грінівських функцій [125 - 137], або за допомогою квазікласичного формалізму [138 -158]. У квазікласичному наближенні зазначені формалізми еквівалентні [159,160], і оскільки для подальшого викладення роботи використовується квазікласичне наближення, то нижче зосередимо свою увагу лише на роботах, у яких ефект гігантського магнітоопору аналізувався у рамках узагальненої моделі Фукса - Зондгаймера (модель ФЗ) [161, 162].

Квазікласичний підхід базується на розв'язанні кінетичного рівняння

Больцмана для спін - залежної функції розподілу носіїв заряду, що рухаються в неоднорідному магнітному середовищі, яким і є багатошарова магнітна плівка та сандвіч. Кінетичне рівняння доповнюється граничними умовами для функції розподілу електронів, які за допомогою спін - залежних параметрів відбиття та проходження описують характер взаємодії носіїв заряду з інтерфейсами та зовнішніми межами багатошарових зразків.

Уперше квазікласичний формалізм для аналізу ефекту ГМО був застосований у роботах [138,139], у яких для розрахунку провідності багатошарової плівки розв'язувалося кінетичне рівняння. При цьому об'ємне та інтерфейсне розсіяння електронів описувалися за допомогою спін - залежних їх довжин вільного пробігу та коефіцієнтів проходження і розсіяння носіїв заряду на інтерфейсах і зовнішніх межах сандвіча. Розрахунки проводилися чисельно, як це мало місце у роботах [140, 141]. Автори зазначених робіт [138-141] зробили висновок, що ефект ГМО у магнітовпорядкованих провідниках обумовлений асиметрією СЗР носіїв заряду на інтерфейсах зразка (вперше ця думка була висловлена у роботі [41]), а основний висновок роботи [141] полягав у обґрунтуванні неможливості коректного описання гігантського МРЕ при одних і тих самих значеннях параметрів розсіяння електронів з різною поляризацією спіну.

Автори роботи [142] на відміну від авторів попередніх робіт, які розглядали МПШ металу як геометричну площину, розглядали інтерфейси як окремі шари стопів металів, з яких складається багатошаровий зразок, з характерними лише для них малими довжинами вільного пробігу електронів. Однак їх висновки збігаються з висновками вищезазначених робіт.

Подальші удосконалення запропонованої моделі були спрямовані, в основному, на більш адекватне описання межового та інтерфейсного СЗР електронів. Так, Худ та Фаліков [143] при описанні потенціалу на інтерфейсах взяли до уваги той факт, що кількість носіїв заряду зі спіном уверх та зі спіном вниз різна, і врахували відмінність енергій Фермі для магнітного шару металу та прошарку (узагальнення граничних умов, отриманих у даній роботі, наведені

у роботі [144]). В результаті був зроблений висновок, що ефект ГМО обумовлено шорсткостями інтерфейсів і він максимальний при деяких оптимальних шорсткостях, а у випадку, коли довжини вільного пробігу носіїв заряду в шарах металу збігаються і МПШ ідеальні (гладкі), то ефект відсутній. У подальшому дослідженні [145] ці автори узагальнили свої результати й дійшли висновку, що інтерфейси можна охарактеризувати ступенем змішаностей компонентів та геометричними шорсткостями, які можуть бути або скориговані (однакові у різних шарах металу), або суттєво відрізнятись за амплітудою та довжиною. Спільна конкуруюча дія цих двох факторів може призвести як до збільшення амплітуди ефекту гігантського магнітоопору, так і до його зменшення залежно від властивостей інтерфейсів.

Наявність потенціальних бар'єрів на МПШ металу феноменологічно було враховано у роботі [146]. Вважалось, що при взаємодії носіїв заряду з інтерфейсами провідника деяка частка  $1 - U/\varepsilon_F$  електронів розсіюється дзеркально, в той час як решта  $U/\varepsilon_F$  носіїв заряду розсіюється дифузно. Ввівши ефективний параметр  $q^* = 1 - U/\varepsilon_F$  та застосувавши формулу Фукса [161], яка описує провідність тонкої плівки у кнудсенівському випадку [163], для зміни питомого опору зразка  $\delta\rho_P$  в результаті його перемагнічування був отриманий такий вираз:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_P} = \frac{8}{3} \frac{l}{D} \frac{U}{\varepsilon_F} \left\{ \ln\left(\frac{2l}{D}\right) \right\}^{-1}, \quad (1.8)$$

де  $l$  - довжина вільного пробігу носіїв заряду у магнітному шарі металу;

$D = d_1 + d_2$  - період багат шарової плівки;

$U$  - висота бар'єра;

$\varepsilon_F$  - енергія носія заряду на поверхні Фермі.

У випадку, коли інтерфейсам як межах ідеального кристалу відповідає різкий потенціальний бар'єр для носіїв заряду, то потрібно врахувати, що для

ковзних електронів параметр дифузності пропорційний куту ковзання  $\theta$ :  $P^s = \mu^s \theta$  ( $s = \pm$ ) [164 - 167], і для оцінки амплітуди ефекту автором роботи [147] був отриманий такий вираз:

$$\delta\rho_P = \frac{\sqrt{2\xi/(\xi+1)}}{\sqrt{\xi+1}} \left\{ 1 - \sqrt{\xi} \frac{1 + \sqrt{2\xi/(\xi+1)}}{1 + \sqrt{2/(\xi+1)}} \right\}, \quad (1.9)$$

де  $\xi = \mu^{(+)} / \mu^{(-)}$ , який визначає асиметрію СЗР носіїв заряду в об'ємі магнітних шарів металу, та зроблений висновок, що для багат шарових провідників з гладкими (досконалими) інтерфейсами амплітуда ефекту ГМО буде меншою у порівнянні зі зразками з шорсткими межами поділу шарів металу.

Однак на відміну від висновку попередньої роботи, Кравченко [148, 149] (у подальшому запропонована ним модель була застосована для описання електронного спіну - поляризованого транспорту у напрямку, перпендикулярному площині шарів металу [150]) показав, що ефект ГМО у магнітовпорядкованому провіднику можливий лише за наявності тонких, у порівнянні з ДВП електронів, прошарків (якщо вони товсті, то ефект відсутній) та за обов'язкової наявності дзеркальних складових у наборі параметрів, які описують характер взаємодії носіїв заряду з інтерфейсами зразка.

У роботах [151-153] з використанням квазікласичного формалізму було теоретично розглянуто гігантський магніторезистивний ефект з урахуванням спіну - фліп - процесів і показано, що змішування носіїв заряду з різною поляризацією спіну стосовно до напрямку локальної намагніченості магнітного шару призводить до зменшення амплітуди ГМО, а у роботі [154] показано, що спонтанна анізотропія ферромагнетиків призводить до анізотропії ефекту, яка полягає у залежності ГМО від орієнтації струму щодо намагніченості у площині шарів металу (аналогічний ефект був розглянутий у роботах [132, 135] з використанням квантового підходу).



Таким чином, як в експериментальних дослідженнях, так і в теоретичних розрахунках містяться взаємно протилежні результати впливу шорсткостей зовнішніх меж та інтерфейсів багатошарових плівок на амплітуду ефекту, а теоретичної моделі ефекту гігантського магнітоопору в полікристалічних багатошарових плівках, наскільки відомо, взагалі не існує, що робить актуальним подальше теоретичне вивчення гігантського магніторезистивного ефекту в магнітних багатошарових провідниках.

## **1.2. Розмірні ефекти в немагнітних одно - та багатошарових плівкових системах**

### **1.2.1. Зовнішній та внутрішній розмірні ефекти у провідності одно - та багатошарових плівок**

У масивному (необмеженому) металі розсіяння носіїв заряду на зовнішніх межах провідника можна не враховувати і його питома провідність  $\sigma_0$  не залежить від форми та розмірів зразка; вона є характеристикою металу і визначається за такою формулою [26, 32]:

$$\sigma_0 = \frac{ne^2}{p_F} l, \quad (1.10)$$

де  $e$  - заряд електронів;

$n$  і  $p_F$  - їх густина та фермівський імпульс;

$l$  - довжина вільного пробігу носіїв заряду.

Ситуація суттєво змінюється у випадку, коли довжина вільного пробігу електронів стає сумірною з розмірами зразка, зокрема з його товщиною. У цьому випадку товщина зразка буде обмежувати довжину вільного пробігу носіїв заряду  $l$  і у граничному випадку, коли  $l \gg d$ , ефективна ДВП електронів

$l_{ef} \cong d$ . Така ситуація може виникнути у досить тонких провідниках чистих металів при низьких температурах.

Уперше експериментально вплив розмірів провідника на його провідні властивості досліджувала Стоун [168], яка показала, що тонкі металеві плівки мають більший опір у порівнянні з масивним металом. Аналогічний результат був отриманий Патер соном, і одночасно з ним Томсон уперше запропонував наближену теорію ефекту звідки впливало, що зменшення провідності тонких плівок обумовлене обмеженням ДВП електронів товщиною провідника [31].

Уперше послідовна теорія провідності тонких металевих плівок була побудована Фуксом [161], який запропонував урахувати дисипативний характер взаємодії носіїв заряду із зовнішніми межами провідника за допомогою граничних умов до кінетичного рівняння Больцмана для нерівноважної складової функції розподілу електронів, що виникає при накладанні зовнішнього електричного поля. Вважаючи, що закон дисперсії для електронів квадратичний та ізотропний, Фукс отримав загальний аналітичний та асимптотичні вирази для провідності тонких металевих плівок. Надалі автори робіт [169,170] взяли до уваги той факт, що умови розсіяння носіїв заряду межею плівки, яка прилягає до підкладки, відрізняється від умов розсіяння електронів на межі “метал - вакуум”, й отримали загальні та асимптотичні вирази для провідності плівки для зазначеного випадку:

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} \equiv \begin{cases} 1 - \frac{3l}{16d} (2 - q_1 - q_2), & d \gg l, \\ \frac{3}{4} \frac{(1 + q_1)(1 + q_2)}{1 - q_1 q_2} \frac{d}{l} \ln \frac{l}{d}, & d \ll l, \end{cases} \quad (1.11)$$

де  $\sigma_f$  - питома провідність металеві плівки товщиною  $d$  ;

$l$  - середня довжина вільного пробігу електронів, яка визначається об'ємними розсіяннями носіїв заряду у плівці безмежної товщини;

$q_j = const$  ( $j = 1, 2$ ) і має сенс ймовірності розсіяння електрона  $j$  - ю зовнішньою поверхнею зі збереженням енергії і тангенційної стосовно до межі компоненти квазіімпульсу.

У подальшому теорія Фукса була застосована до розрахунку коефіцієнтів провідності для тонких дротів круглого [171,172], квадратного [173] та прямокутного перерізів [174,175], а у роботі [176] були отримані прості апроксимаційні співвідношення для зазначених випадків. Якщо зразок товстий ( $d \gg l$ ), то отримані авторами робіт [171,173,174] асимптотичні вирази для їх провідності з точністю до чисельного множника збігаються з аналогічним результатом Фукса (1.11). Якщо ж зразок тонкий ( $d \ll l$ ), то провідність тонких дротів при зменшенні їх товщини зменшується швидше у порівнянні з провідністю плівки (1.11), оскільки  $\sigma_f / \sigma_0 \cong d / l$ .

З теорії Фукса випливає, що при дзеркальному відбитті носіїв заряду зовнішніми межами плівки, коли разом з енергією зберігається і тангенційна до меж складова квазіімпульсу електрона, то поздовжня провідність тонкого зразка не залежить від товщини, а його числове значення збігається зі своїм об'ємним, яке визначене за формулою (1.10). Однак автори роботи [177] показали, що цей результат обумовлений вибором квадратичного та ізотропного закону дисперсії, оскільки у разі анізотропного закону дисперсії для носіїв заряду, навіть при дзеркальному їх відбитті ( $q_j = 1$ ) на межах провідника має місце розмірний ефект унаслідок незбереження проекції квазіімпульсу електронів на напрямок електричного поля, що і призводить до зміни провідності тонкого зразка.

Численні експериментальні дослідження опору тонких плівок показали, що при зменшенні товщини зразка ( $d / l \rightarrow 0$ ) опір тонкої плівки виходить на насичення, в той час як модель Фукса передбачає необмежене його зростання при зменшенні товщини  $d$ . Для пояснення цього результату автори робіт [178,179] запропонували модель, у якій параметр дзеркальності стрибкоподібно залежав від кута падіння носія заряду на межу провідника. Вони ввели

“граничний” кут  $\theta_c$  падіння електрона такий, що носії заряду, які падають на межу під великими кутами (відрахованими від нормалі до межі)  $\theta_c < \theta < \pi/2$ , відбиваються поверхнею дзеркально  $q_j = 1$ . Якщо ж кут падіння електрона на межу малий  $\theta < \theta_0$ , то він розсіюється дифузно  $q_j = 0$ . Введений таким чином “граничний” кут повинен визначатися з найкращого узгодження теорії з експериментом. Зазначена теорія пояснила насичення опору тонкої плівки при малих значеннях відношення  $d/l$ , однак повного узгодження з результатами експериментальних досліджень не дала.

Насичення опору тонких плівок при  $d/l \rightarrow 0$  також обґрунтовується і у рамках іншої моделі, запропонованої Займаном та Софером [180 -183], згідно з якою параметр дзеркальності  $q_j$  залежить від кута падіння  $\theta$  електронів, відрахованого від нормалі до поверхні, таким чином:

$$q_j(\theta) = \exp\left\{-\left(\frac{4\pi\eta_j}{\lambda_D}\right)^2 \cos^2 \theta\right\}, \quad (1.12)$$

де  $\eta_j$  - середньоквадратична висота шорсткостей  $j$  - ї зовнішньої межі тонкого провідника;

$\lambda_D$  - дебройлівська довжина хвилі електрона.

Звідси випливає, що для малих значень  $\lambda_D \ll \eta_j$  параметр дзеркальності  $q_j \rightarrow 0$ , оскільки шорсткості меж плівки великі й розсіяння носіїв заряду буде близьким до дифузного. Для великих значень  $\lambda_D \gg \eta_j$  деталі зовнішньої межі будуть мало суттєвими, й електрони дзеркально взаємодіють з поверхнями тонкої плівки ( $q_j = 1$ ).

Докладне теоретичне вивчення розсіяння носіїв заряду поверхнею провідника показало, що його коректно можна описати за допомогою граничної умови для функції розподілу електронів у вигляді лінійного інтегрального

співвідношення [30,166]. Вважаючи, що шорсткості зовнішніх меж малі та випадкові, у рамках моделі, запропонованої Фальковським [166], провідність тонкої плівки дорівнює [167]

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} \equiv \begin{cases} 1 - \frac{l}{10d} (Q_1 + Q_2), & d \gg l, \\ \frac{3\pi}{4} \left( \frac{2d}{l(Q_1 + Q_2)} \right)^{1/2}, & d \ll l, \end{cases} \quad (1.13)$$

де  $Q_j = const$  - ймовірність дифузного розсіяння носіїв заряду поверхнями провідника, числове значення якої визначають розмірами шорсткостей меж плівки.

Таким чином, модель Фальковського враховує великий ступінь дзеркального розсіяння електронів, і на відміну від фуксівської моделі зазначена модель передбачає кореневу залежність провідності тонкої плівки ( $d \ll l$ ) від її товщини, в той час як при виконанні протилежної нерівності ( $d \gg l$ ) висновки обох моделей з точністю до числового множника збігаються (див. формули (1.11) та (1.13)).

Тонкі плівки, які отримують методом осадження на підкладку, як правило моноблочні за товщиною, а у напрямку, паралельному межах зразка, мають полікристалічну структуру. Якщо характерний розмір кристалітів  $L$  сумірний або менший за довжину вільного пробігу електронів  $l$ , то ефективні (відповідальні за ефект) носії заряду або розсіюються межами зерен, або змінюють свою швидкість руху при проходженні через міжкристалітні межі внаслідок різної орієнтації суміжних кристалітів, і, відповідно, у провіднику виникає внутрішній розмірний ефект. Цей ефект подібний до вище розглянутого зовнішнього розмірного ефекту (розсіяння електронів на зовнішніх межах), однак він принципово відрізняється від останнього, оскільки при зовнішньому розмірному ефекті розсіяння носіїв заряду відбувається на

поверхні “метал - вакуум”, а при внутрішньому - на межі “метал - метал”.

Внутрішній розмірний ефект не враховується у рамках моделі Фукса і тому Маядас і Шацкес [184,185] її модифікували. Вони запропонували модель полікристалічної плівки (рис. 1.3), у якій кристаліти мають однаковий середній

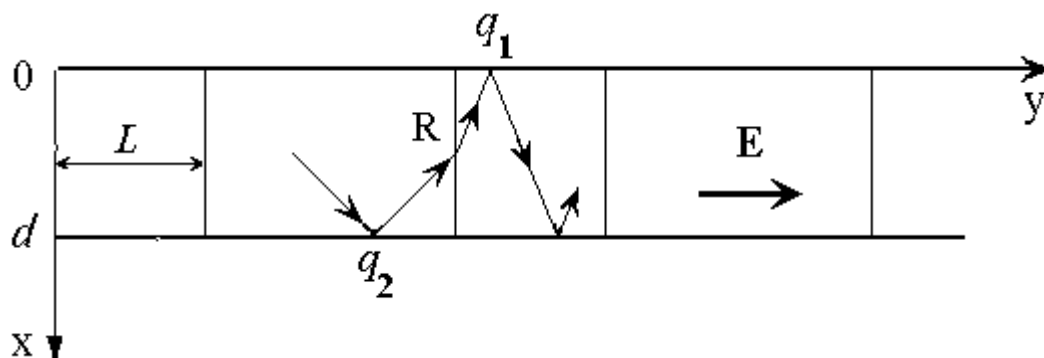


Рис. 1.3. Модель тонкої полікристалічної плівки, де ламаною лінією показано можливу траєкторію руху носія заряду згідно з моделлю МШ

розмір  $L$  у площині провідника, а їх межі або перпендикулярні, або паралельні поверхням. Вважаючи, що потенціал на міжкристалітних межах можна описати одномірною  $\delta$  - функцією, а розсіяння електронів відбувається лише на перпендикулярних до вектора напруженості електричного поля міжкристалітних межах, Маядасом та Шацкесом [185] був отриманий загальний аналітичний вираз для питомої провідності  $\sigma_g$  полікристалічної плівки, який у подальшому авторами роботи [186] був узагальнений на випадок, коли зовнішні межі провідника мають різний ступінь шорсткості. Таким чином, на відміну від моделі Фукса, в якій враховуються лише об'ємний та поверхневий механізми релаксації носіїв заряду, модель МШ враховує ще один механізм дисипації електронного потоку - зерномежовий.

Отримана Маядасом та Шацкесом аналітична розмірна залежність провідності полікристалічної плівки виявилася досить складною, щоб можна було провести безпосереднє порівняння з результатами експериментальних досліджень. Тому в роботах [187,188] були запропоновані прості асимптотичні

вирази для коефіцієнта електропровідності товстих  $t$  ( $d \gg l$ ) та тонких ( $d \ll l$ ) полікристалічних шарів металу. Якщо зразок товстий, то при довільних значеннях зерномежового параметра провідність плівки дорівнює

$$\frac{\sigma_g}{\sigma_0} = f(\alpha) - \frac{3(2 - q_1 - q_2)}{16k} \left\{ 1 - \frac{32}{3\pi} \alpha + 12\alpha^2 + \frac{16}{\pi} \{ 5 - (4 - 5\alpha^2) I \} \alpha^3 - 40\alpha^4 \right\} \cong$$

$$\cong \begin{cases} 1 - \frac{3}{2} \alpha - \frac{3(2 - q_1 - q_2)}{16k} \left( 1 - \frac{32}{3\pi} \alpha \right), & \alpha \ll 1, \\ \frac{3}{4\alpha} \left\{ 1 - \frac{2 - q_1 - q_2}{4k\alpha} \left( 1 - \frac{512}{105\pi\alpha} \right) \right\}, & \alpha \gg 1, \end{cases} \quad (1.14)$$

$$I = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha^2}}{\alpha}, & \alpha \leq 1, \\ \frac{\arccos\left(\frac{1}{\alpha}\right)}{\sqrt{\alpha^2 - 1}}, & \alpha > 1, \end{cases} \quad (1.15)$$

де  $\sigma_g$  - коефіцієнт питомої електропровідності полікристалічної плівки товщиною  $d$ ;

$k = d/l$  - нормована на довжину вільного пробігу електронів товщина плівки.

З формули (1.14) неважко помітити, що у моделі Маядаса - Шацкеса (модель МШ) вплив полікристалічності зразка враховується за допомогою лише одного зерномежового параметра  $\alpha = \frac{l}{L} \frac{R}{1 - R}$  ( $L$  - середня ширина кристалітів у площині тонкої плівки,  $R$  - ймовірність дифузного розсіяння носіїв заряду на міжкристалітних межах), який визначає внесок меж зерен у сумарний опір тонкої плівки. Отримана Маядасом та Шацкесом формула для питомої провідності полікристалічної плівки [185] переходить у формулу Фукса [161] при  $\alpha \rightarrow 0$ , тобто, коли або межі зерен абсолютно прозорі для

носіїв заряду ( $R \rightarrow 0$ ), або плівка “однозеренна” ( $L \rightarrow \infty$ ).

Функція  $f(\alpha)$  у співвідношенні (1.14) визначає провідність масивного ( $d \rightarrow \infty$ ) полікристалічного зразка і дорівнює [184, 185]

$$f(\alpha) = 1 - \frac{3}{2}\alpha + 3\alpha^2 - 3\alpha^3 \ln\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \cong \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}\alpha + 3\alpha^2, & \alpha \ll 1, \\ \frac{3}{4\alpha} - \frac{3}{5\alpha^2}, & \alpha \gg 1. \end{cases} \quad (1.16)$$

Якщо полікристалічний шар металу тонкий ( $d \ll l$ ), то його провідність може бути описана такими наближеними виразами [187, 188]:

$$\frac{\sigma_g}{\sigma_0} = \frac{3(1+q_1)(1+q_2)d}{4(1-q_1q_2)l} \begin{cases} \ln \frac{l}{d}, & \alpha \leq d/l, \\ \ln \frac{l}{d} - \frac{4}{\pi}, & d/l < \alpha < 1, \\ \ln \frac{l}{d\alpha}, & 1 < \alpha \ll l/d. \end{cases} \quad (1.17)$$

У значній кількості теоретичних робіт був запропонований зовсім інший підхід до знаходження наближених співвідношень формули Маядаса - Шацкеса. Так, у роботі [189] були отримані наближені вирази для коефіцієнта питомого опору, які на відміну від асимптотичних формул (1.14) та (1.17) містять табульовані функції і мають жорсткі обмеження на область зміни параметрів, що входять в отримані формули. Автори великої кількості робіт, результати яких були узагальнені у монографії [28], розробили так звану модель ефективної довжини вільного пробігу носіїв заряду, за допомогою якої були отримані наближені формули для інших транспортних коефіцієнтів, удосконалили модель МШ з урахуванням кінцевості розмірів кристалітів  $L$  в усіх напрямках, розглянули гальваноманітні ефекти тощо.

Попри відносну простоту моделі теорія Маядаса та Шацкеса задовільно узгоджується з експериментальними дослідженнями [190-200] і дозволила з



отриманого значення опору тонкої полікристалічної плівки визначити феноменологічний параметр  $R$ , який характеризує взаємодію носіїв заряду з межами зерен.

Експериментальні дослідження опору тонких металевих плівок, які були проведені до 60 - х років минулого століття, свідчили про те, що електрони межами зразка в основному розсіюються дифузно. Такий висновок обумовлений тим, що в ранніх експериментах об'єктом вивчення розмірного ефекту були в основному полікристалічні плівки, в яких умова сильного розмірного ефекту практично не виконувалася і, відповідно, результати вимірювань вдавалося пояснити поклавши у формулі Фукса [161] ( $q_j = 0$ ). Однак надалі, у зв'язку з удосконаленням експериментальної техніки і можливістю отримання чистих монокристалічних плівок, з'явилися експериментальні роботи, які вказували на часткове дзеркальне відбиття носіїв заряду межами провідника.

Лукас у роботі [201] для експериментального підтвердження наявності дзеркального характеру взаємодії носіїв заряду з межами провідника, досліджував відпалені плівки  $Au$ , на одну з поверхонь яких було нанесено додатковий шар золота (так звані “дзеркальні” плівки - термінологія автора), і показав, що опір таких плівок збільшується на 10%, що було зумовлено, на його думку, збільшенням шорсткостей межі поділу шарів і, відповідно, збільшенням дифузного (а не дзеркального) розсіяння носіїв заряду. Тим самим, очевидно, можна стверджувати, що Лукас вперше отримав і дослідив опір двошарових плівок (ДП). Надалі об'єкти, у яких експериментально досліджувалися транспортні властивості, були розширені на випадок тришарових (сандвічів) [202 - 204] та багатошарових плівок (БП) [205].

Як було зазначено у вступі до даного розділу, характерною рисою багатошарових плівок є наявність у них меж поділу шарів металу, взаємодія електронів з якими суттєво відрізняється від їх взаємодії із зовнішніми поверхнями, оскільки, окрім дифузного розсіяння та дзеркального відбиття, можливе проходження носіїв заряду у сусідні шари металу. Ця обставина

призводить до нетривіальних залежностей транспортних коефіцієнтів від повної товщини двошарової та тришарової плівок або від товщини елемента періодичності мультишару (бішару), яка істотно відрізняється від аналогічних залежностей для одношарового зразка.

Провідність двошарової плівки вперше теоретично проаналізував Лукас [169], який розглянув найпростішу ситуацію, коли носії заряду не розсіюються на межі поділу шарів металу, а зовнішні межі ДП мають різний ступінь шорсткостей (по суті, отримана Лукасом формула є узагальненням формули Фукса на випадок, коли межі тонкої плівки мають різну дзеркальність). Намагання врахувати проходження електронів у сусідні шари металу через МПШ було здійснене авторами роботи [206], які описали взаємодію електронів з МПШ за допомогою узагальнених граничних умов Фукса [161]. У подальшому в роботах [207,208] були сформульовані коректні граничні умови для квазікласичної функції розподілу електронів, які містять параметри, що визначають величину ймовірності дзеркального відбиття інтерфейсами провідника та проходження носіїв заряду в сусідні шари металу. Запропоновані граничні умови дозволяють коректно розрахувати будь - які транспортні коефіцієнти дво - та багатошарового зразків. Так, зокрема, авторами роботи [209] був отриманий загальний аналітичний вираз для провідності двошарового зразка, ряд інших транспортних коефіцієнтів проаналізовані у роботах [210 - 213], а їх докладне експериментальне дослідження проведене у [214 - 218].

Каганов та Фікс [207] замітили одне цікаве фізичне явище, яке характерне лише для двошарової або багатошарової плівки, тобто для провідників, які мають межу поділу шарів металу. Ними було показано, що для анізотропного зразка внаслідок різної орієнтації зерен і, відповідно, повороту в імпульсному просторі поверхні Фермі для падаючих на МПШ металу носіїв заряду існують особливі стани, для яких неможливе одночасне виконання умови збереження енергії та тангенційної, стосовно до інтерфейсу, компоненти квазіімпульсу, й електрони зазнають повного внутрішнього відбиття.

Устинов у роботі [208] теоретично розрахував внесок сукупності плоских

дефектів, які знаходяться на однаковій відстані один від одного, у сумарний опір тонкої плівки (у подальшому, результати цієї роботи були узагальнені у роботі [219] на випадок довільного характеру взаємодії електронів з межами поділу шарів). Розглянута ним модель, по суті, формально збігається з найпростішою моделлю металевої багатошарової плівки, яка являє собою періодичну (в напрямку уздовж нормалі до інтерфейсів) систему абсолютно однакових металевих шарів металу з квадратичним та ізотропним законом дисперсії для носіїв заряду. Устинов показав, що паралельна межах поділу шарів металу провідність зазначеного мультишару (модель Устинова) не залежить від співвідношення між ймовірностями дзеркального відбиття та проходження носіїв заряду в сусідні металеві шари, а визначається сумарною ймовірністю дзеркального розсіювання електронів інтерфейсами зразка. Питома провідність багатошарової плівки буде описуватися асимптотичними виразами (1.11), у яких параметр дзеркальності  $q_{ef} = q_1 = q_2$  потрібно замінити на  $(P + Q)$ , де  $P$  і  $Q$  - ймовірності дзеркального розсіювання електрона на інтерфейсі і його проходження у сусідній шар відповідно. Іншими словами, мультишар формально можна розглядати як одношаровий зразок, зовнішні межі якого розсіюють електрони з ймовірністю  $q_{ef} = P + Q$  [208].

У роботах [220-225] результати Устинова були узагальнені на випадок мультишару, який складається із шарів металу, що чергуються, різної товщини з різними довжинами вільного пробігу електронів у них, як з використанням граничних умов, які описують взаємодію електронів з межами зразка феноменологічно, так і за допомогою граничної умови для квазікласичної функції розподілу у формі лінійного інтегрального співвідношення. Також обговорена можливість застосування до досліджуваних задач наближення незалежних від квазіімпульсу ймовірностей відбиття та проходження.

### 1.2.2. Розмірний гальваномагнітний ефект у металах

У зовнішньому магнітному полі  $\mathbf{H}$  вплив поверхні на транспортні явища істотними навіть в ізотропних провідниках з ідеально гладкими поверхнями. Так, зокрема, якщо магнітне поле направлене уздовж межі провідника, то струм скінується поблизу меж зразка (статичний скін - ефект) [226]. Однак у даному підрозділі ми зосередимо свою увагу на осциляційному гальваномагнітному ефекті, ефекті Зондгаймера [227], який уперше його теоретично передбачив.

У тонкій плівці, яка поміщена у схрещені електричне  $\mathbf{E}$  та магнітне  $\mathbf{H}$  поля, носії заряду з відмінними від нуля імпульсами  $p_H$  ( $p_H$  - проекція квазіімпульсу на напрямок вектора  $\mathbf{H}$ ) рухаються по гвинтовій траєкторії. Якщо електрон за час руху  $t$  від однієї поверхні до протилежної здійснить ціле число  $k = t/T_H$  ( $T_H$  - період обертання) обертів, то зміщення носія заряду в напрямку електричного поля дорівнює нулю і він не ефективний. При зміні магнітного поля  $\mathbf{H}$  періодично то виконується, то порушується умова  $k = t/T_H$ , у результаті чого питомий опір (провідність) тонкої плівки стає осцилюючою функцією магнітного поля (або товщини зразка).

Осциляції Зондгаймера визначаються вузькою групою носіїв заряду на поверхні Фермі [227, 228]. При квадратичному та ізотропному законі дисперсії - це група електронів, які з максимальною швидкістю рухаються уздовж напрямку вектора  $\mathbf{H}$ , тобто це електрони, які розміщені в околі опорних точок поверхні Фермі [227]. У випадку довільного закону дисперсії - це електрони, зміщення яких уздовж напрямку вектора  $\mathbf{H}$  максимальне за період обертання у полі [228]. Носії заряду з різними значеннями квазіімпульсу  $p_H$  в результаті накладання осциляцій з різними періодами та фазами дають лише додатковий до об'ємного монотонний внесок у провідність плівки.

Теорія описаного вище ефекту була запропонована Зондгаймером [227], згідно з якою нормовану на монотонну частину  $\sigma^{mon}$  осцилюючу провідність  $\sigma^{os}$  тонкої плівки можна записати у вигляді

$$\frac{\sigma^{os}}{\sigma^{mon}} = \frac{3(1-q_1)(1-q_2)}{d/l + \frac{3}{16}(2-q_1-q_2)} \left(\frac{r}{d}\right)^2 e^{-d/l} \cos\left(\frac{d}{r}\right), \quad (1.18)$$

де  $r$  - ларморівський радіус, і максимальне значення провідності тонкого провідника у сильному магнітному полі дорівнює

$$\left(\frac{\sigma^{os}}{\sigma^{mon}}\right)_{\max} = \frac{3}{d/l + 3/8} \left(\frac{r}{d}\right)^2. \quad (1.19)$$

З формули (1.19) випливає, що у випадку квадратичного та ізотропного закону дисперсії провідність тонкої плівки осцилює зі зміною магнітного поля (або товщини плівки) лише при дифузному розсіянні носіїв заряду межами провідника, а при дзеркальному відбитті електронів від поверхні плівки осциляції провідності відсутні, оскільки такі відбиття є строго скориговані (не є дисипативними) і не змінюють траєкторії руху носіїв заряду у площині плівки. Однак у випадку анізотропного закону дисперсії, як показано у роботі [229], осциляції Зондгаймера існують навіть при дзеркальному характері взаємодії електронів з межами провідника внаслідок незбереження проекції квазіімпульсу електронів на напрямок поля. Як наслідок, енергія, яку отримує електрон в електричному полі, виявляється іншою у порівнянні з енергією носія заряду, який не взаємодіє з межами провідника, що і призводить до появи розмірного ефекту в провіднику зі складним законом дисперсії.

У подальших теоретичних роботах (див. літ. огляди [22, 23] та цитовану там літературу) було докладно в'яснено питання про вплив стану поверхні зразка на осциляції Зондгаймера і розрахована амплітуда осциляцій магнітоопору як у наближенні фуксівського параметра дзеркальності, так і для довільної індикатриси розсіяння, і проведене узагальнення зазначеного ефекту на випадок багатоканального відбиття носіїв заряду поверхнями провідника.

У роботах [230,231] з використанням інтегральних граничних умов ефект

Зондгаймаера досліджувався у двошарових плівках, і було показано, що в анізотропних провідниках існування граничного значення квазіімпульсу  $p_0$ , який відокремлює область на поверхні Фермі, що відповідає електронам що зазнають повного внутрішнього відбиття, приводить до появи додаткової гармоніки у  $\sigma_{os}$  з періодом зміни  $\Delta H = 2\pi c p_0 / ed$ , і немонотонно залежну від величини магнітного поля частину провідності ДП можна записати у вигляді суми з трьох доданків [231]

$$\sigma^{os} = \sum_{n=1}^2 \beta_{1n} (1-q) W e^{-d_n/l} \cos(d_n / r_n) + \beta_2 Q e^{-d/l} \cos(f^{extr}) + \beta_3 e^{-d_1/l} \cos\left(\frac{2\pi c p_0}{eH}\right), \quad (1.20)$$

де  $\beta_{1n}$ ,  $\beta_2$  і  $\beta_3$  - деякі плавно залежні від магнітного поля функції;

$W$  - ймовірність дифузного розсіяння електронів при зіткненні з межею поділу шарів металу;

$f^{extr}$  - екстремальне значення функції, яке дорівнює

$$f^{extr}(p_H) = \frac{d_1 \Omega_1(p_H)}{T_H(p_H)} + \frac{d_2 \Omega_2(p_H)}{v_2(p_H)}, \quad (1.21)$$

де  $\Omega_j$  ( $j = 1, 2$ ) і  $\overline{v_H}$  - циклотронна частота та середнє за період значення швидкості електронів уздовж напрямку вектора  $\mathbf{H}$  в  $j$ -му кристаліті.

### 1.2.3. Вплив дифундуєчого ультратонкого шару атомів домішок на провідність плівки

Питання про взаємну дифузію атомів у плівкових системах постійно знаходиться у полі зору науковців [232-239], оскільки наявність домішок на поверхні та в об'ємі шарів тонких провідників призводить до зміни їх транспортних характеристик і, відповідно, за цією зміною можна визначити

ефективну глибину проникнення атомів дифузанта в об'єм зразка та визначити коефіцієнт об'ємної дифузії.

Уперше на можливість використання розмірних ефектів для обчислення коефіцієнта об'ємної дифузії було вказано й експериментально реалізовано у роботах Гуденка і Крилова [240, 241], у яких за зміщенням ліній радіочастотного розмірного ефекту в бік більших магнітних полів були визначені коефіцієнти об'ємної дифузії для різних металевих пар. Пізніше вплив дифундуючих домішок на статичні, гальваноманітні та високочастотні властивості розмірні ефекти був проаналізований у роботах [242, 243]. У зазначених роботах було показано, що якщо на одну з поверхонь тонкого провідника нанести ультратонкий шар домішок з іншого металу, то при невеликому часі  $t_D$  дифузійного відпалювання ( $t_D \ll d^2 / D_l$ ,  $D_l$  - коефіцієнт об'ємної дифузії) транспортні характеристики тонкого провідника (зокрема, його провідність, осциляції магнітоопору тощо) визначаються ефективною товщиною  $d - x_0$  ( $x_0$  - ефективне зменшення товщини базової плівки), що і призводить до зміни кінетичних характеристик зразка. У роботі [244] при розрахунку провідності такої системи було враховано внесок у провідність шару металу, що напиляється на базовий шар, у сумарну провідність зразка. Ця ситуація докладно розглядатиметься у розділі 5, у якому буде наведена уточнена та розширена теорія провідності двошарової плівки в умовах взаємної дифузії, результати якої опубліковані у роботі [245].

На закінчення зауважимо, що теоретично не розглядалися акустоелектронні ефекти у багатошарових металевих плівках, за винятком роботи [246], у якій досліджений мультишар типу метал - діелектрик та отримані оціночні формули для коефіцієнта поглинання звукової енергії.

## Висновки до розділу 1

Аналізуючи літературні дані, можна зробити висновок, що існувала потреба:

1 - у розробленні теорії ефекту гігантського магнітоопору у магнітних багатошарових плівках, яка дозволила б:

- у єдиній схемі проаналізувати негативний та інверсний ефекти ГМО і вияснити, при яких умовах відбувається зміна знака зазначеного ефекту;
- з'ясувати вплив шорсткостей зовнішніх меж, інтерфейсів та меж зерен на рівень ефекту;
- отримати модельні аналітичні вирази для оцінки амплітуди ГМО, обумовленого об'ємним, зерномежовим та інтерфейсним СЗР носіїв заряду;

2 - у розробленні загальної теорії кінетичних ефектів у дво - та багатошаровій плівках з полікристалічною структурою, в рамках якої можна було б:

- з'ясувати вплив структури багатошарових плівок на їх транспортні коефіцієнти (провідність, ТКО, коефіцієнт опору тензочутливості тощо);
- отримати апроксимаційні співвідношення для гранично товстих та тонких (у порівнянні з довжиною вільного пробігу електронів) шарів металу та провести їх експериментальну перевірку;
- вияснити умови, при яких зовнішній або внутрішній розмірний ефект є домінуючим, тощо;

3 - у побудові теорії осциляційних гальваномагнітного та акустoeлектронного ефектів у багатошарових плівках та у з'ясуванні впливу структури шарів та інтерфейсного розсіяння електронів на величину амплітуди зазначених ефектів;

4 - у розробленні теорії провідності багатошарових плівок з моно - та полікристалічною структурою в умовах взаємної дифузії, яка дозволила б:

- проаналізувати вплив взаємної дифузії на транспортні характеристики багатошарових плівок;
- отримати модельні аналітичні вирази розрахунку коефіцієнтів об'ємної та зерномежової дифузії.



## РОЗДІЛ 2

### ЕФЕКТ ГІГАНТСЬКОГО МАГНІТООПОРУ В МАГНІТНИХ МУЛЬТИШАРАХ ТА САНДВІЧАХ

Великий науковий та практичний інтерес до теоретичного та експериментального дослідження тришарових (сандвічів) та багатошарових систем, які складаються з магнітних та немагнітних шарів металу, що чергуються, з одного боку обумовлений тим, що подібні структури є хорошою модельною системою для вивчення фундаментальних питань фізики твердого тіла [8,247 - 249], з іншого боку - прикладним значенням таких систем, зокрема можливістю їх використання у магнітних пристроях зберігання інформації [8,13 - 15].

Серед великої кількості різноманітних ефектів, які спостерігаються у магнітних багатошарових плівках, найбільш цікавим, з точки зору практичного застосування, безумовно є негативний ефект гігантського магнітоопору, який вперше спостерігався у три - та багатошарових магнітних плівкових *Fe/Cr* системах [41,42], отриманих досить дорогим методом молекулярно - променевої епітаксії. Надалі, Паркін [13,60] спостерігав аналогічний ефект у полікристалічних магнітних мультишарах *Co/Cu*, отриманих відносно простим методом пошарового напилення на підкладку, який на сьогодні широко використовується у промисловості для отримання багатошарових плівкових структур, і, відповідно, існує потреба у побудові загальної теорії ефекту ГМО з урахуванням зерномежового СЗР носіїв заряду.

Згідно з сучасними уявленнями ефект ГМО обумовлений асиметричним спіном - залежним розсіянням носіїв заряду в об'ємі шарів металу і на їх межах поділу [8,13-15]. Однак попри значну кількість теоретичних робіт, у яких досліджувався гігантський магніторезистивний ефект у магнітних зразках, не до кінця визначено, який механізм (або їх суперпозиція) є домінуючим у формуванні амплітуди (рівня) ефекту, не з'ясовано, за яких умов відбувається зміна знака ефекту (тобто його інверсія), не відомі прості модельні вирази, за

допомогою яких можна було б оцінити амплітуду ефекту ГМО, обумовленого інтерфейсним та зерномежовим СЗР носіїв заряду, тощо. Також варто відмітити, що проведені експериментальні дослідження різними групами науковців щодо впливу шорсткостей інтерфейсів та меж зерен на величину зазначеного ефекту приводять до протилежних висновків, що також потребує більш докладного теоретичного аналізу ефекту.

На розв'язанні цих проблем і зосереджена основна увага у даному розділі дисертаційної роботи, де розглядається негативний та інверсний ефекти гігантського магнітоопору з використанням двострумкової моделі ферромагнітного металу Мотта [106,107], у рамках модифікованих моделей Фукса - Зондгаймера [161,162] (для монокристалічних провідників) та Маядаса - Шацкеса [184,185] (для полікристалічних зразків).

## **2.1. Загальні та асимптотичні формули для провідності сандвіча та мультишару з $AP$ - та $P$ - конфігураціями зі спейсерами кінцевої товщини**

Розглянемо магнітний сандвіч (рис. 2.1 - а) та багатошарову плівку (рис. 2.1 - б), які складаються з магнітних однодомених шарів металу різної товщини  $(d_j \neq d_n, j \neq n = 1, 3)$ , розділених немагнітними прошарками товщиною  $d_2$ . Будемо вважати, що у провідниках реалізується  $AP$  - конфігурація, однорідне електричне поле напруженості  $\mathbf{E} = \mathbf{E}(0, E, 0)$  прикладене уздовж межі поділу шарів металу, вісь  $X$  паралельна нормалі до інтерфейсів зразків, а товщини шарів металу значно більші де Бройлевої довжини хвилі електронів, так що електронний спін - поляризований транспорт у неоднорідних магнітних структурах можна адекватно описати за допомогою квазікласичної функції розподілу [161,162]. Оскільки елементом періодичності магнітної багатошарової плівки є сандвіч і ми нехтуємо незначними крайовими ефектами, то мультишар формально можна розглядати як тришарову плівку, і, відповідно, розрахунок її провідності зводиться до розрахунку провідності у сандвічі з

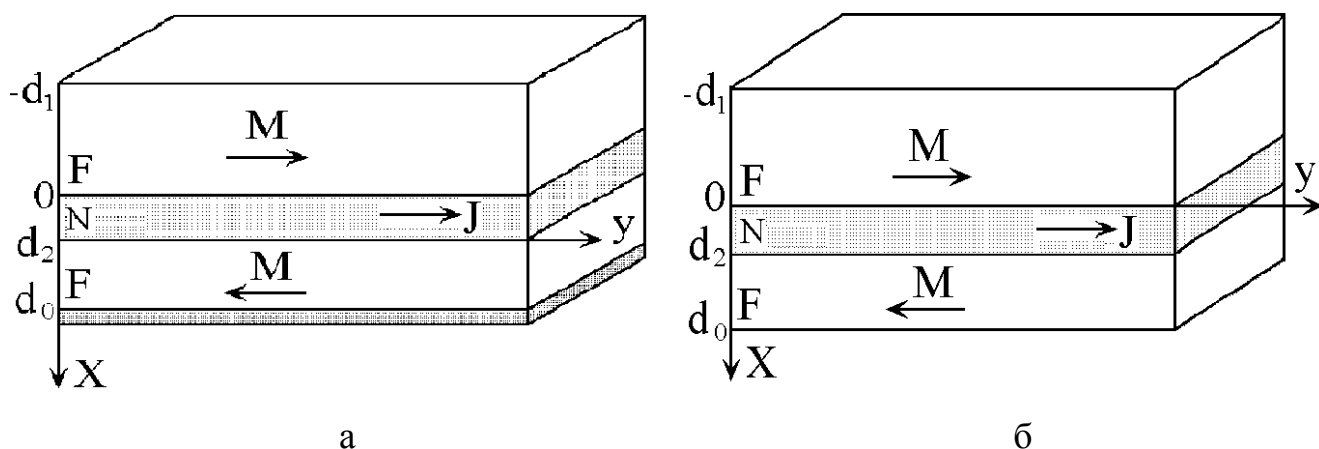


Рис. 2.1. Моделі магнітного сандвіча (а) та елемента періодичності магнітної багатошарової плівки (б) з антиферомагнітною взаємодією між магнітними шарами металу

періодичними граничними умовами. Така геометрії задачі, зокрема, експериментально була реалізована у роботі [250].

Перш ніж перейти до безпосереднього розв'язання задачі, зробимо ряд суттєвих зауважень стосовно обраної моделі та використуваних у роботі позначень для компактної форми написання нижченаведених формул:

- при температурах, значно нижчих за температуру магнітного впорядкування провідників, згідно з моделлю феромагнітного металу Мотта [106, 107] густина струму  $\mathbf{J}$  у магнітному шарі металу визначається адитивною сумою двох незалежних спінових каналів носіїв заряду зі спінами по “+” ( $\uparrow$ ) та проти “-” ( $\downarrow$ ) локальної намагніченості у магнітному шарі

$$\mathbf{J} = \sum_{s=\pm} \mathbf{J}^s = \sum_{s=\pm} \sigma^s \mathbf{E},$$

оскільки процеси з переворотом спіну (спін - фліп - процеси) незначні, і ними можна знехтувати [8];

- наявність суміжних магнітних шарів металу навколо немагнітних прошарків призводить до поляризації електронної системи спейсерів, і, відповідно,

параметри дзеркальності, які описують характер взаємодії носіїв заряду з МПШ будуть спін - залежними. У випадку, коли вектори локальної намагніченості у сусідніх феромагнітних шарах металу паралельні, то носії заряду з фіксованим спіновим індексом розсіюються на протилежних інтерфейсах однаковим чином. Якщо ж реалізується  $AP$  - конфігурація, то електрони з різними спіновими індексами на межах поділу шарів металу багат шарових провідників розсіюються по - різному;

- у значній кількості статей, у яких теоретично досліджувався ефект ГМО, для позначення проекції спіну на напрямок вектора локальної намагніченості у магнітному шарі металу використовувалися позначення  $\uparrow$  та  $\downarrow$ . Однак такі позначення незручні для написання у компактній формі нижченаведених формул. Саме з цієї причини у подальшому спінові індекси використовуються у вигляді  $s = \pm$ . Так, зокрема, якщо їх задавати саме так, то граничні умови (з урахуванням знака проекції швидкості електронів  $v_{xj}^s$  на нормаль до МПШ металу), які будуть наведені нижче, компактно можна записати у вигляді 3 лінійних рівнянь. Позначення спінових індексів у вигляді  $s = \pm$  також використовувалося у роботах [147, 151].

Для того щоб розрахувати густину струму  $\mathbf{J}_{AP}$  магнітного сандвіча та багат шарової плівки з  $AP$  - конфігурацією

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{AP} &= \sum_{s=\pm} \mathbf{J}_{AP}^s = \sum_{s=\pm} \sum_{m=1}^3 \mathbf{J}_{APm}^{(2-m)s} = \\ &= \frac{e}{dh^3} \sum_{s=\pm} \sum_{m=1}^3 \int_0^{d_m} dx \int d^3 p^{(2-m)s} \mathbf{v}_m^{(2-m)s} f_m^{(2-m)s} (|x| + 0,5(m-1)(m-2)d_2, \mathbf{p}^{(2-m)s}), \end{aligned} \quad (2.1)$$

необхідно розв'язати лінеаризоване по слабкому електричному полю кінетичне рівняння Больцмана для функції розподілу електронів  $f_m^s(\mathbf{x}, \mathbf{p}^s)$  у кожному шарі магнітного сандвіча та у кожному шарі елемента періодичності

мультишару

$$f_m^s(x, \mathbf{p}^s) = f_0^s - \frac{\partial f_0^s}{\partial \varepsilon_m^s} \Psi_m^s(x, \mathbf{p}^s),$$

яке у  $\tau$  - наближенні для інтеграла об'ємних зіткнень має такий вигляд:

$$\frac{\partial \Psi_m^s}{\partial t} + \frac{\Psi_m^s}{\tau_m^s} = e \mathbf{v}_m^s \mathbf{E}. \quad (2.2)$$

У формулах (2.1) та (2.2) введені такі позначення :  $e, x$  і  $\mathbf{p}^s$  - заряд, координата і квазіімпульс носія заряду;

$\mathbf{v}_m^s$  і  $\varepsilon_m^s$  - його швидкість та енергія;

$d = d_1 + d_2$  - або товщина сандвіча, або товщина елемента періодичності

багатошарової плівки;

$h$  - стала Планка;

$\Psi_m^s$  - нерівноважна добавка до фермівської функції  $f_0^s$  розподілу електронів, яка мала в міру малості електричного поля;

$t$  - час руху носія заряду по траєкторії.

Якщо розписати суму по  $m$  у формулі (2.1), то потрібно взяти до уваги, що  $(2-1)s = s = \pm$ ,  $(2-2)s = s = \pm$ ,  $(2-3)s = -s = \mp$ . Саме взявши такі умовні позначення густину струму  $\mathbf{J}_{AP}$  (2.1) в магнітних провідниках та нижченаведені формули вдається записати у компактній формі.

Загальним розв'язком кінетичного рівняння Больцмана (2.2) є функція

$$\Psi_m^s(x, \mathbf{p}_m^s) = F_m^s e^{-\frac{\lambda_m - t}{\tau_m^s}} + \int_{\lambda_m}^t dt' e^{-\frac{t-t'}{\tau_m^s}} e \mathbf{v}_m^s \mathbf{E} e^{-\frac{t-t'}{\tau_m^s}}, \quad (2.3)$$

у якій величина  $\lambda_m < t$  і має значення моменту останнього зіткнення електрона з межами багат шарових провідників, тобто  $(x_{surf} = -d_1, 0, d_2, d_0)$ .

Довільні функції  $F_m^s$  у формулі (2.3), які не змінюють свого значення між двома зіткненнями носія заряду з межами зразка, потрібно визначити за допомогою граничних умов, які на зовнішніх межах сандвіча зв'язують функції розподілу відбитих і падаючих електронів, а на інтерфейсах - функції розподілу електронів, які летять в  $m$  - й шар з функціями розподілу носіїв заряду, що налітають на межу поділу шарів металу із цього самого та сусіднього металевих шарів [138, 207, 208]:

$$\Psi_j^{s_j; s_j^s}(s_n d_{0,5(3-j)}, \mathbf{p}^{s_j^s}) = q_j^{s_j^s} \Psi_j^{s_n; s_j^s}(s_n d_{0,5(3-j)}, (\mathbf{p}')^{s_j^s}), \quad (2.4)$$

$$\Psi_j^{s_n; s_j^s}(0,5|j-1|d_2, \mathbf{p}^{s_j^s}) = P_{j2}^{s_j^s} \Psi_j^{s_j; s_j^s}(0,5|j-1|d_2, (\mathbf{p}')^{s_j^s}) + Q_{2j}^s \Psi_2^{s_n; s}(0,5|j-1|d_2, (\mathbf{p}'')^s), \quad (2.5)$$

$$\Psi_2^{s_j; s}(0,5|j-1|d_2, \mathbf{p}^s) = P_{2j}^s \Psi_2^{s_n; s}(0,5|j-1|d_2, (\mathbf{p}')^s) + Q_{j2}^{s_j^s} \Psi_j^{s_j; s_j^s}(0,5|j-1|d_2, (\mathbf{p}'')^{s_j^s}), \quad (2.6)$$

де  $q_j^s$  - параметр дзеркальності Фукса [161], який має сенс ймовірності розсіяння електрона зі збереженням енергії і тангенційної до  $j$  - ї зовнішньої межі зразка компоненти квазіімпульсу;

$P_{j2}^s$  - ймовірність дзеркального розсіяння носія заряду на межі поділу між  $j$  - м та 2 - м шарами металу без проходження у сусідні шари металу;

$Q_{2j}^s$  - визначає ймовірність проходження електрона з 2 - го шару в  $j$  - й шар без розсіяння, так що  $P_{j2}^s + Q_{2j}^{-s} \leq 1$ ;

$\mathbf{p}^s$ ,  $(\mathbf{p}')^s$  і  $(\mathbf{p}'')^s$  - квазіімпульси, які пов'язані умовами збереження енергії і тангенційної стосовно до зовнішньої межі та МПШ компоненти квазіімпульсу;

$s_j = \text{sign } v_{xj}^s$  і вказує знак нормальної до зовнішніх меж та МПШ складової швидкості  $v_{xj}^s$  носія заряду, а добуток  $s_j \cdot s$  визначає знак спінового індексу ( $+s = \pm$ ;  $-s = \mp$ ).

Якщо розглядається багатошарова плівка, то потрібно врахувати, що функція розподілу носіїв заряду з фіксованим спіновим індексом  $s$ , які летять від інтерфейсу, формується не лише налітаючими на нього електронами із цього самого шару металу, а й носіями заряду які, проходять через межу поділу шарів із сусіднього шару. Відповідно граничну умову (2.4) необхідно замінити на таку:

$$\begin{aligned} \Psi_j^{s_j; s_j \cdot s} \left( s_n d_{0,5(3-j)}, \mathbf{p}^{s_j \cdot s} \right) = P_{jn}^{s_j \cdot s} \Psi_j^{s_n; s_j \cdot s} \left( s_n d_{0,5(3-j)}, (\mathbf{p}')^{s_j \cdot s} \right) + \\ + Q_{nj}^{s_n \cdot s} \tilde{\Psi}_n^{s_j; s_n \cdot s} \left( s_n d_{0,5(3-j)}, (\mathbf{p}'')^{s_j \cdot s} \right), \quad j \neq n = 1, 3. \end{aligned} \quad (2.7)$$

У рамках моделі ФЗ [161, 162] величини, що описують характер взаємодії електронів з межами зразків, є феноменологічними параметрами задачі, які визначають відносну кількість носіїв заряду, що дзеркально відбиваються інтерфейсами та зовнішніми межами провідників, у той час як уся решта електронів розсіюється дифузно. Так, зокрема, параметри Фукса  $q_j^s$  змінюються від нуля, коли зовнішні межі сандвіча абсолютно шорсткі і електрони з однаковою ймовірністю розсіюються у всіх напрямках, до одиниці, коли межі є абсолютно дзеркальні, і між падаючим та відбитим електроном існує строга кореляція. Можна сказати, що зазначені параметри характеризують ступінь дзеркальності інтерфейсів та зовнішніх меж.

У 60 - х роках минулого століття було встановлено (див. пункт 1.2.1.), що характер взаємодії носіїв заряду з поверхнями провідника залежить від кута їх падіння на межу зразка. Для врахування цього факту автори робіт [180 - 183] запропонували модель, у якій параметри дзеркальності залежать від кута падіння носія заряду на межу провідника таким чином:

$$q_j^s(\theta_j) = \exp\left\{-\left(\frac{\eta_j}{\hbar} m_j^s v_{Fj}^s \cos\theta_j\right)^2\right\}, \quad (2.8)$$

де  $\eta_j$  - величина шорсткостей  $j$  - ї зовнішньої межі;

$\hbar = h/2\pi$  - стала Планка;

$m_j^s$  - ефективна маса носіїв заряду;

$v_{Fj}^s$  - їх швидкість на ПФ;

$\theta_j$  - кути падіння електронів на межу провідника, відрахованих від нормалі до поверхні.

Узагальнення формули Займана - Соффера (2.8) на випадок взаємодії електрона з межею поділу шарів металу було проведене у роботі [144], у якій отримані такі граничні умови ( $v_{F2}^+ = v_{F2}^-$ ,  $m_2^+ = m_2^-$ ):

$$P_{j2}^s = R_{j2}^s \exp\left\{-\left(\frac{2\eta_{j2}}{\hbar} m_j^s v_{Fj}^s \cos\theta_j\right)^2\right\}, \quad (2.9)$$

$$Q_{j2}^s = (1 - R_{j2}^s) \exp\left\{-\frac{\eta_{j2}^2}{\hbar^2} (m_j^s v_{Fj}^s \cos\theta_j - m_2 v_{F2} \cos\theta_2)^2\right\}, \quad (2.10)$$

$$P_{2j}^s = R_{2j}^s \exp\left\{-\left(\frac{2\eta_{2j}}{\hbar} m_2 v_{F2} \cos\theta_2\right)^2\right\}, \quad (2.11)$$

$$Q_{2j}^s = (1 - R_{2j}^s) \exp\left\{-\frac{\eta_{2j}^2}{\hbar^2} (m_2 v_{F2} \cos\theta_2 - m_j^s v_{Fj}^s \cos\theta_j)^2\right\}, \quad (2.12)$$



$$R_{j2}^s = \left\{ \frac{v_{Fj}^s \cos \theta_j - v_{F2} \cos \theta_2}{v_{Fj}^s \cos \theta_j + v_{F2} \cos \theta_2} \right\}^2, \quad R_{2j}^s = \left\{ \frac{v_{F2} \cos \theta_2 - v_{Fj}^s \cos \theta_j}{v_{F2} \cos \theta_2 + v_{Fj}^s \cos \theta_j} \right\}^2,$$

де  $R_{j2}^s, R_{2j}^s$  - коефіцієнти відбиття носіїв заряду;

$\eta_{j2} = \sqrt{\zeta_{j2}^2(y, z)}$  - параметр, який характеризує шорсткість інтерфейсів і визначається випадковою функцією  $\xi_{jn}(y, z)$ , такою, що її середнє значення по площині дорівнює нулю  $\overline{\zeta_{jn}(y, z)} = 0$  [144].

При проходженні через інтерфейс як через потенційний бар'єр кути  $\theta_j$  та  $\theta_2$  повинні задовольняти співвідношенню [144]:

$$\frac{\sin \theta_j}{\sin \theta_2} = \frac{m_2 v_{F2}}{m_j^s v_{Fj}^s},$$

і у випадку, коли кут падіння  $\theta_j$  перевищує деяке критичне значення

$$\theta_{j\max} = \arcsin \sqrt{\frac{m_2 v_{F2}}{m_j^s v_{Fj}^s}}, \quad \text{якщо } m_j^s v_{Fj}^s > m_2 v_{F2},$$

можливе повне внутрішнє відбиття носія заряду, тобто  $R_{j2}^s = R_{2j}^s = 1$ ,  $Q_{j2}^s = Q_{2j}^s = 0$  й інтерфейси будуть для електронів абсолютно непрозорі. Вперше цей факт був відмічений для немагнітних багат шарових плівок [207].

Підставляючи функції  $\Psi_m^s$  у формі (2.3) у граничні умови (2.4) - (2.7), отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь стосовно  $F_m^s$ . Знаючи функції розподілу  $\Psi_m^s$  у кожному шарі магнітного сандвіча та елемента періодичності мультишару, можна розрахувати густину струму  $\mathbf{J}_{AP}$  (2.1) у

довільній точці багатошарового провідника.

Вважаючи, що закон дисперсії для носіїв заряду у кожному шарі металу сандвіча та багатошарової плівки квадратичний та ізотропний, провідність зазначених зразків, у яких між магнітними шарами металу реалізується антиферромагнітна взаємодія, запишеться у вигляді

$$\sigma_{AP} = \sum_{s=\pm m=1}^3 \sum \sigma_{APm}^{(2-m)s} = \frac{1}{d} \sum_{s=\pm m=1}^3 d_m \sigma_{0m}^{(2-m)s} \Phi_m^{(2-m)s}, \quad (2.13)$$

де  $d_m$  - товщина  $m$  - го шару металу;

$\sigma_{0j}^s$  - об'ємна провідність шарів металу.

Розмірні функції  $\Phi_m^s$  у формулі (2.13) визначають вплив інтерфейсів та зовнішніх меж на провідні властивості багатошарової плівки та сандвіча і мають такий вигляд:

$$\Phi_m^s = 1 - \frac{3}{4k_m^s} \int d z (z - z^3) (1 - E_m^s) G_m^s, \quad E_m^s = \exp\left\{-\frac{k_m^s}{z}\right\}, \quad k_m^s = \frac{d_m}{l_m^s}. \quad (2.14)$$

У формулі (2.14) функції  $G_m^s$  для магнітного сандвіча дорівнюють

$$\begin{aligned} G_j^s = & 2 - \frac{1}{\Delta^{(2-j)s}} \left\{ (1 - q_n^{-s} P_{n2}^{-s} E_n^{-s2}) \left[ (1 + q_j^s E_j^s) (P_{j2}^s (1 - E_j^s) + Q_{2j}^s \frac{\tau_2^s}{\tau_j^s} (1 + P_{2j}^s E_2^s) (1 - E_2^s) + \right. \right. \\ & \left. \left. + Q_{2j}^{-s} Q_{n2}^{-s} \frac{\tau_n^{-s}}{\tau_j^s} E_2^{-s} (1 - E_n^{-s}) \right) + q_j^s (1 + P_{j2}^s E_j^s) (1 - E_j^s) \right] + q_n^{-s} Q_{2j}^{-s} Q_{n2}^{-s} E_2^{-s} E_n^{-s} (1 + q_j^s E_j^s) \times \\ & \times \left[ \frac{\tau_n^{-s}}{\tau_j^s} (1 - E_n^{-s}) (1 + P_{n2}^{-s} E_n^{-s}) + Q_{2j}^s \frac{\tau_2^s}{\tau_j^s} E_n^{-s} (1 - E_2^s) \right] + (1 - E_j^s) A_n^{-s} E_2^{s2} \times \\ & \times \left[ (Q_{j2}^s Q_{2j}^s - P_{j2}^s P_{2j}^s) (1 + 2q_j^s E_j^s) - q_j^s P_{2j}^s \right] \left. \right\}, \quad (2.15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_2^s = & 2 - \frac{1}{2} \sum_{s=\pm} \left\{ \frac{1}{\Delta^s} (1 - q_1^s P_{12}^s E_1^{s2}) (1 - q_3^{-s} P_{32}^{-s} E_3^{-s2}) \left[ Q_{12}^s \frac{\tau_1^s}{\tau_2^s} (1 - E_1^s) (1 + P_{23}^s E_2^s) + \right. \right. \\
& \left. \left. + (P_{21}^s + P_{23}^s + 2P_{23}^s P_{21}^s E_2^s) (1 - E_2^s) + Q_{32}^{-s} \frac{\tau_3^{-s}}{\tau_2^{-s}} (1 - E_3^{-s}) (1 + P_{21}^s E_2^s) \right] + \right. \\
& \left. + \sum_{j \neq n} \frac{q_j^s Q_{j2}^s E_j^{2s}}{\Delta^{(2-j)s}} \left[ (1 - q_n^{-s} P_{n2}^{-s} E_n^{-s2} + A_n^{-s} E_2^{-s}) \left( \frac{\tau_j^s}{\tau_2^s} (1 - E_j^s) (1 + P_{j2}^s E_j^s) + Q_{2j}^s E_j^s (1 - E_2^s) \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + Q_{2j}^s E_j^s E_2^s (1 - q_n^{-s} P_{n2}^{-s} E_n^{-s2}) \left( P_{2n}^s (1 - E_2^s) + Q_{n2}^{-s} \frac{\tau_n^{-s}}{\tau_2^{-s}} (1 - E_n^{-s}) \right) \right] \right\}, \quad (2.16)
\end{aligned}$$

$$\Delta^s = (1 - q_1^s P_{12}^s E_1^{s2}) (1 - q_3^{-s} P_{32}^{-s} E_3^{-s2}) - A_1^s A_3^{-s} E_2^{s2},$$

$$A_j^s = P_{2j}^s + q_j^s (Q_{j2}^s Q_{2j}^s - P_{j2}^s P_{2j}^s) E_j^{s2}.$$

Якщо розглядається багат шарова плівкова структура, елементом періодичності якої є магнітний сандвіч, то функції  $G_m^s$  можна представити у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
G_j^s = & 2 - \frac{1}{\Delta^{(2-j)s}} \left\{ C_{jn}^{(1)s} \left[ (1 + P_{j2}^s E_j^s) (1 - P_{nj}^{-s} P_{n2}^{-s} E_n^{-s2}) - B_{2j}^{-s} (P_{2j}^s - A_{j2}^{*s} E_j^s) E_2^{s2} - \right. \right. \\
& \left. \left. - Q_{jn}^s Q_{2j}^s Q_{n2}^{-s} E_j^s E_2^s E_n^{-s} \right] + C_{j2}^{(1)s} \left[ (1 + P_{jn}^s E_j^s) (1 - P_{nj}^{-s} P_{n2}^{-s} E_n^{-s2} - P_{2j}^s E_2^{s2} B_{2n}^{-s}) + \right. \right. \\
& \left. \left. + Q_{nj}^{-s} E_j^s E_n^{-s} (Q_{jn}^s E_n^{-s} B_{n2}^{-s} - Q_{j2}^s Q_{2n}^s E_2^s) \right] + C_{2j}^{(1)s} E_2^s \left[ Q_{2j}^s E_2^s B_{2j}^{-s} (1 + P_{jn}^s E_j^s) + \right. \right. \\
& \left. \left. + Q_{nj}^{-s} E_n^{-s} (Q_{2n}^{-s} (1 + P_{j2}^s E_j^s) - Q_{jn}^s Q_{2j}^s A_{2n}^{*s} E_j^s E_2^s E_n^{-s}) \right] \right\} + \\
& + C_{2n}^{(3)s} E_2^s \left[ Q_{2j}^s (1 + P_{jn}^s E_j^s) (1 - P_{nj}^{-s} P_{n2}^{-s} E_n^{-s2}) + Q_{nj}^{-s} E_n^{-s} (Q_{2n}^s E_2^s (P_{2j}^s - A_{j2}^{*s} E_j^s) + \right. \\
& \left. + P_{nj}^{-s} Q_{jn}^s Q_{2j}^s E_j^s E_n^{-s}) \right] + C_{n2}^{(3)s} E_n^{-s} \left[ Q_{nj}^{-s} (1 - P_{2j}^s P_{2n}^s E_2^{s2} + B_{j2}^s E_j^s) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + Q_{2j}^s Q_{n2}^{-s} E_2^s E_n^{-s} \left( P_{2j}^s - A_{j2}^{*s} E_j^s \right) \Big] + C_{nj}^{(3)s} E_n^{-s} \left[ Q_{nj}^{-s} E_n^{-s} \left( B_{n2}^{-s} \left( 1 + P_{j2}^s E_j^s \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - Q_{j2}^s Q_{2j}^s E_j^s E_2^s A_{2n}^{*s} \right) + Q_{2j}^s Q_{n2}^{-s} E_2^s \left( 1 + P_{jn}^s E_j^s \right) \right] \Big\}, \quad (2.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_2^s = & 2 - \frac{1}{2} \sum_{s=\pm j \neq n} \sum_{\Delta} \frac{1}{(2-j)^s} \left\{ C_{jn}^{(2)s} E_j^s \left[ Q_{j2}^s \left( 1 - P_{nj}^{-s} P_{n2}^{-s} E_n^{-s} + B_{2n}^{-s} E_2^s \right) + \right. \right. \\
& + Q_{jn}^s Q_{n2}^{-s} E_j^s E_n^{-s} \left( P_{j2}^s - A_{j2}^{*s} \right) E_2^s \Big] + C_{j2}^{(2)s} E_j^s \left[ P_{jn}^s Q_{j2}^s E_j^s \left( 1 - P_{nj}^{-s} P_{n2}^{-s} E_n^{-s2} + B_{2n}^{-s} E_2^s \right) + \right. \\
& + Q_{j2}^s Q_{nj}^{-s} E_j^s E_n^{-s2} \left( P_{nj}^{-s} - A_{2n}^{*s} E_2^s \right) + Q_{jn}^s Q_{n2}^{-s} E_n^{-s} \left( 1 + P_{2j}^s E_2^s \right) \Big] + \\
& + C_{2j}^{(2)s} \left[ \left( 1 - P_{j2}^s P_{jn}^s E_j^s2 \right) \left( 1 - P_{nj}^{-s} P_{n2}^{-s} E_n^{-s2} + B_{2n}^{-s} E_2^s \right) - \right. \\
& \left. \left. - P_{j2}^s Q_{jn}^s Q_{nj}^{-s} E_j^s2 E_n^{-s2} \left( P_{n2}^{-s} - A_{2n}^{*s} E_2^s \right) - Q_{jn}^s Q_{2j}^s Q_{n2}^{-s} E_j^s E_2^s E_n^{-s} \right] \right\}, \quad (2.18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta^s = & \left( 1 - P_{12}^s P_{13}^s E_1^s2 \right) \left( 1 - P_{31}^{-s} P_{32}^{-s} E_3^{-s2} \right) - Q_{13}^s Q_{31}^{-s} E_1^s2 E_3^{-s2} \left( P_{12}^s P_{32}^{-s} - A_{12}^{*s} A_{32}^{*-s} E_2^s2 \right) - \\
& - B_{21}^s A_{23}^{-s} E_2^s2 - \left( Q_{13}^s Q_{21}^s Q_{32}^{-s} + Q_{12}^s Q_{23}^s Q_{31}^{-s} \right) E_1^s E_2^s E_3^{-s}.
\end{aligned}$$

У формулах (2.16) - (2.18) введені такі позначення:

$$A_{j2}^{*s} = Q_{j2}^s Q_{2j}^s - P_{j2}^s P_{2j}^s, \quad B_{2j}^s = P_{2j}^s + P_{jn}^s E_j^s2 A_{j2}^s, \quad B_{j2}^s = P_{j2}^s + P_{2n}^s E_2^s2 A_{j2}^s,$$

$$C_{jn}^{(1)s} = P_{jn}^s \left( 1 - E_j^s \right) + Q_{nj}^{-s} \frac{\tau_n^{-s}}{\tau_j^s} \left( 1 - E_n^{-s} \right), \quad C_{j2}^{(1)s} = P_{j2}^s \left( 1 - E_j^s \right) + Q_{2j}^{-s} \frac{\tau_2^s}{\tau_j^s} \left( 1 - E_2^s \right),$$

$$C_{2j}^{(1)s} = P_{2j}^s \frac{\tau_2^s}{\tau_j^s} \left( 1 - E_2^s \right) + Q_{j2}^s \left( 1 - E_j^s \right), \quad C_{2n}^{(3)s} = P_{2n}^s \frac{\tau_2^s}{\tau_j^s} \left( 1 - E_2^s \right) + Q_{n2}^{-s} \frac{\tau_n^{-s}}{\tau_j^s} \left( 1 - E_n^{-s} \right),$$

$$C_{2n}^{(3)s} = P_{n2}^{-s} \frac{\tau_n^{-s}}{\tau_j^s} (1 - E_n^{-s}) + Q_{2n}^s \frac{\tau_2^s}{\tau_j^s} (1 - E_2^s), \quad C_{2j}^{(3)s} = P_{nj}^{-s} \frac{\tau_n^{-s}}{\tau_j^s} (1 - E_n^{-s}) + Q_{jn}^s (1 - E_j^s).$$

Будемо вважати, що для того щоб перевести магнітний сандвіч та багат шарову плівку з антиферомагнітної у феромагнітну конфігурацію ( $AP \rightarrow P$ ) (рис. 2.2), до зразків прикладене відносно слабке зовнішнє магнітне поле (значно менше від поля, у якому помітні гальваномагнітні ефекти в однорідних плівках тих металів, з яких складаються сандвіч та багат шарова плівка), тобто його впливом на траєкторії руху носіїв заряду можна знехтувати. У цьому випадку питома провідність зразків з феромагнітною конфігурацією  $\sigma_P$  визначається наступною формулою

$$\sigma_P = \frac{1}{d} \sum_{s=\pm m=1}^3 d_m \sigma_{0m}^s \Phi_m^s, \quad (2.19)$$

у якій розмірні функції  $\Phi_m^s$  будуть визначатися виразом (2.14), у якому необхідно зробити таку заміну:

$$-s \rightarrow s. \quad (2.20)$$

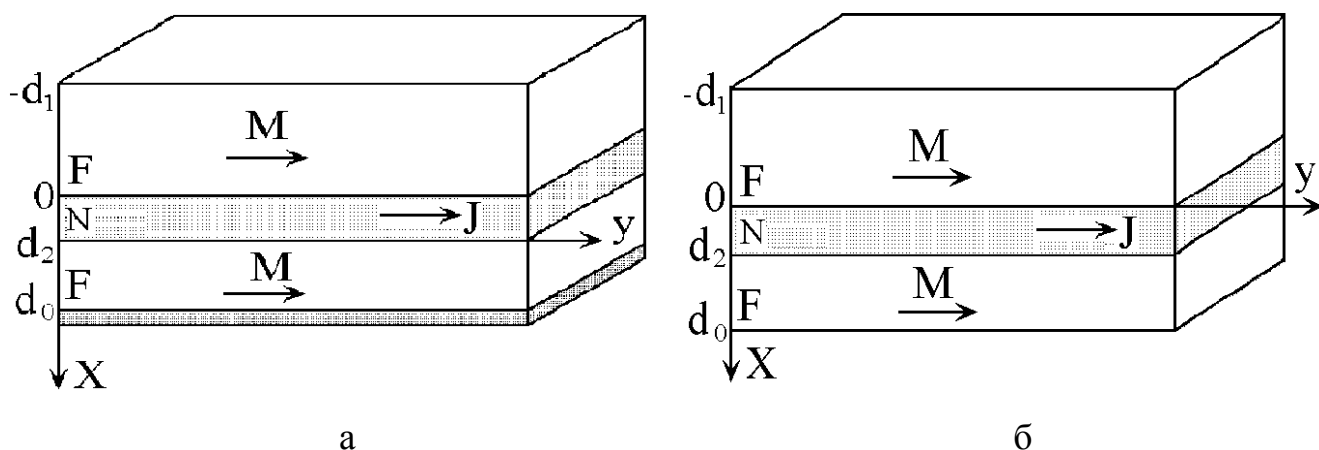


Рис. 2.2. Моделі магнітного сандвіча (а) та магнітної багат шарової плівки (б) з феромагнітною взаємодією між магнітними шарами металу

Таким чином, ми отримали загальні аналітичні вирази (при довільних значеннях параметрів, які входять у кінцевий результат розрахунків) для провідності три - та багатошарової плівок, що дозволяє докладно проаналізувати зміну провідності багатошарових зразків при їх перемагнічуванні. Однак надалі, виключно для спрощення, докладно проаналізуємо гігантський магніторезистивний ефект для зазначених провідників, використовуючи спрощену модель, а саме будемо вважати, що провідністю немагнітних прошарків можна знехтувати порівняно з провідністю магнітних шарів металу. Це допущення значно спрощує задачу і дозволяє отримати прості аналітичні модельні вирази для оцінки рівня ефекту, обумовленого об'ємним та інтерфейсним СЗР електронів, докладно проаналізувати залежність амплітуди ефекту від товщини магнітних шарів металу тощо. Однак зауважимо, що прийняте наближення призводить до завищеного відсотка рівня гігантського магніторезистивного ефекту під час застосування зазначеної теорії, зокрема, до магнітного сандвіча з фіксованим базовим магнітним шаром металу [132, 135]. Також зауважимо, що оскільки при отриманні загальних формул для провідності магнітного сандвіча та мультишару (див. формули (2.13) та (2.19)) вважалося, що електропровідність визначається адитивною сумою провідностей двох незалежних спінових каналів носіїв заряду, то якщо знехтувати спіновими індексами у зазначених формулах, вони будуть описувати електронний транспорт у немагнітних багатошарових провідниках [251].

## 2.2. Гігантський магніторезистивний ефект у монокристалічних три - та багат шарових магнітних плівках з ультратонкими прошарками

### 2.2.1. Загальна та асимптотичні формули для провідності сандвіча і мультишару з ультратонкими спейсерами

Будемо вважати, що немагнітні прошарки ультратонкі ( $d_2 \rightarrow 0$ ), а їх роль у даній простій моделі зводиться до формування антиферомагнітної конфігурації (така модель, зокрема, використовувалася у роботах [132,147,151]). У цьому випадку провідність багат шарового магнітного провідника, між магнітними шарами якого реалізується АФВ, можна записати у такому вигляді [252 - 254]:

$$\sigma_{AP} = \sum_{s=\pm} \sum_{j \neq n=1}^2 \sigma_{APj}^{(n-j)s} = \frac{1}{d} \sum_{s=\pm} \sum_{j \neq n}^2 d_j \sigma_{0j}^{(n-j)s} \Phi_{APj}^{(n-j)s}, \quad (2.21)$$

де  $d_j$  - товщина  $j$  - го магнітного шару металу;

$\Phi_{APj}^s$  - розмірні функції, які визначають вплив розмірів магнітних шарів металу на їх провідність і дорівнюють

$$\Phi_{APj}^s = 1 - \frac{3a}{4k_j^s} \int_0^1 dz (z - z^3) (1 - E_j^s) G_j^s. \quad (2.22)$$

Величини  $G_j^s$  для магнітного сандвіча та багат шарової плівки мають, відповідно, такий вигляд (зауважимо, що тут і надалі усі формули, які містять параметр дзеркальності  $q_j^s$ , описують електронний транспорт у магнітному сандвічі):

$$G_j^s = 2 - \frac{1}{\Delta^{(n-j)s}} \left\{ (1 - E_j^s) \left[ (q_j^s + P_{jn}^s + 2q_j^s P_{jn}^s E_j^s) (1 - q_n^{-s} P_{nj}^{-s} E_n^{-s2}) + \right. \right. \\ \left. \left. + q_n^{-s} Q_{jn}^s Q_{nj}^{-s} E_n^{-s2} (1 + 2q_j^s E_j^s) \right] + Q_{nj}^{-s} \frac{\tau_n^{-s}}{\tau_j^s} (1 - E_n^{-s}) (1 + q_j^s E_j^s) (1 + q_n^{-s} E_n^{-s}) \right\}, \quad (2.23)$$

$$\Delta^s = (1 - q_j^s P_{jn}^s E_j^{s2}) (1 - q_n^{-s} P_{nj}^{-s} E_n^{-s2}) - q_j^s q_n^{-s} Q_{jn}^s Q_{nj}^{-s} E_j^{s2} E_n^{-s2},$$

$$G_j^s = 1 - \frac{1}{\Delta^{(n-j)s}} \left\{ (1 + P_{jn}^s E_j^s) (1 + P_{nj}^{-s} E_n^{-s}) - Q_{jn}^s Q_{nj}^{-s} E_j^s E_n^{-s} \right\} \times \\ \times \left\{ C_j^s (1 - P_{nj}^{-s} E_n^{-s}) + Q_{nj}^{-s} \frac{\tau_n^{-s}}{\tau_j^s} E_n^{-s} C_n^{-s} \right\}, \quad (2.24)$$

$$\Delta^s = 1 - P_{jn}^{s2} E_j^{s2} - P_{nj}^{-s2} E_n^{-s2} - 2Q_{jn}^s Q_{nj}^{-s} E_j^s E_n^{-s} + (Q_{jn}^s Q_{nj}^{-s} - P_{jn}^s P_{nj}^{-s})^2 E_j^{s2} E_n^{-s2},$$

$$C_j^s = P_{jn}^s (1 - E_j^s) + Q_{nj}^{-s} \frac{\tau_n^{-s}}{\tau_j^s} (1 - E_n^{-s}), \quad E_j^s = \exp \left\{ -\frac{k_j^s}{z} \right\}, \quad k_j^s = \frac{d_j}{l_j^s}.$$

Числовий множник  $a$  у формулі (2.22) дорівнює

$$a = \begin{cases} 1, & \text{(для сандвіча або ДП)} \\ 2, & \text{(для мультишару)} \end{cases} \quad (2.25)$$

Отримані загальні (за довільного співвідношення між товщинами шарів металу та довільного характеру взаємодії носіїв заряду з межами зразка) формули для питомої провідності магнітних багатошарової плівки та сандвіча з антиферомагнітною конфігурацією можна спростити для випадку, коли провідники складаються з тонких шарів металу ( $k_j^s \ll 1$ )



$$\Phi_{APj}^s = \frac{3}{4} \left\{ \frac{\left( (1 + q_j^s) \left( (1 + P_{jn}^s) (1 - q_n^{-s} P_{nj}^{-s}) + q_n^{-s} Q_{jn}^s Q_{nj}^{-s} + (1 + q_n^{-s}) Q_{nj}^{-s} d_{n,j} \right) \right)}{\left( (1 - q_j^s P_{jn}^s) (1 - q_n^{-s} P_{nj}^{-s}) - q_j^s q_n^{-s} Q_{jn}^s Q_{nj}^{-s} \right)} \right. \\ \left. \frac{\left( (1 + P_{jn}^s) (1 - P_{nj}^{-s}) + Q_{jn}^s Q_{nj}^{-s} + 2Q_{nj}^{-s} d_{n,j} \right)}{\left( (1 - P_{jn}^s) (1 - P_{nj}^{-s}) - Q_{jn}^s Q_{nj}^{-s} \right)} \right\} k_j^s \ln \frac{1}{k_j^s}, \quad (2.26)$$

де  $d_{n,j} = d_n / d_j$  - відношення товщин магнітних шарів.

Прикладене до зразків зовнішнє магнітне поле перемагнічує їх ( $AP \rightarrow P$ ), що призводить до зміни коефіцієнта питомої провідності (рис. 2.3), яка буде визначатися таким виразом:

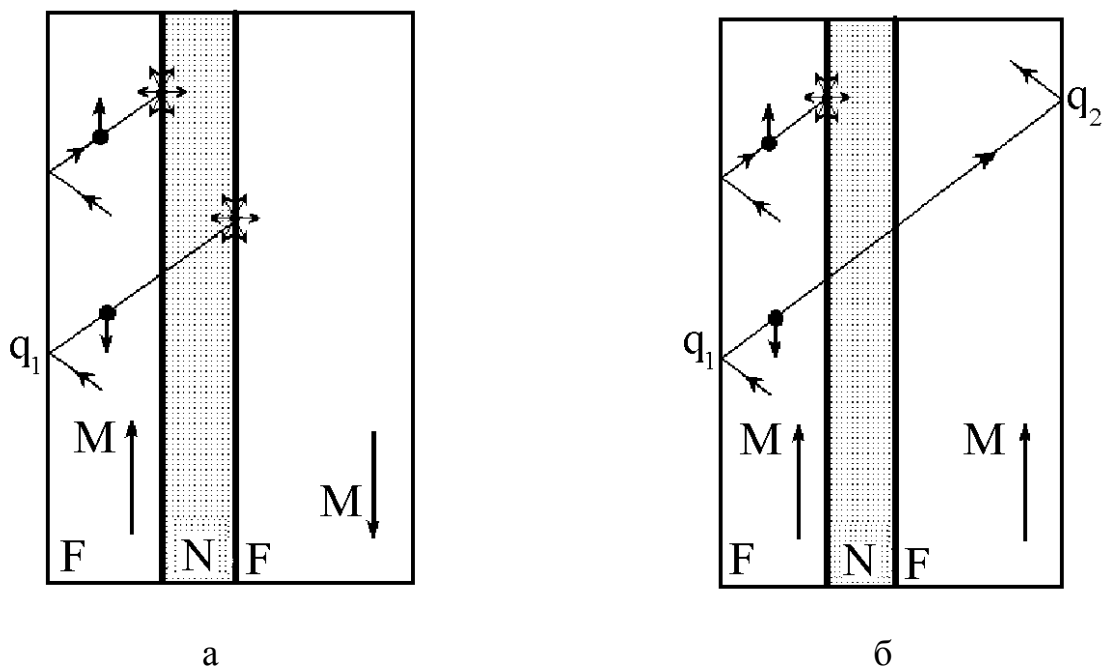


Рис. 2.3. Схематичне зображення спін - поляризованого розсіяння носіїв заряду на інтерфейсах сандвіча з  $AP$  - конфігурацією (а) та  $P$  - конфігурацією (б) з припущенням, що основними (відповідальними за ефект) електронами є носії заряду, спін яких антипаралельний вектору локальної намагніченості у магнітних шарах металу

$$\sigma_P = \sum_{s=\pm} \sum_{j=1}^2 \sigma_{Pj}^s = \frac{1}{d} \sum_{s=\pm} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j}^s \Phi_{Pj}^s, \quad (2.27)$$

де розмірні функції  $\Phi_{Pj}^s$  та їх асимптотичні наближення будуть визначатися формулами (2.22) - (2.26) з урахуванням заміни (2.20), тобто  $\Phi_P^s = \Phi_{AP}^s \Big|_{\text{при } -s \rightarrow s}$ .

Таким чином, ми отримали загальні (у рамках вибраної моделі) та асимптотичні вирази для провідності провідників з  $AP$  - та  $P$  - конфігураціями. Подальший аналіз ефекту ГМО є можливим лише на основі чисельного аналізу. Однак перш ніж безпосередньо перейти до числового аналізу, отримуємо прості аналітичні модельні вирази, за допомогою яких можна визначити амплітуду гігантського магніторезистивного ефекту.

### 2.2.2. Наближені асимптотичні вирази для оцінки величини ефекту гігантського магнітоопору

Як було зазначено у літературному огляді (див. підрозділ 1.1.), гігантський магніторезистивний ефект полягає у тому, що при перемагнічуванні магнітного зразка за допомогою зовнішнього магнітного поля, його провідність або зростає (від'ємний, прямий ефект), або зменшується (позитивний, інверсний ефект). Кількісною характеристикою прямого ефекту ГМО є величина, яка визначає відносну зміну провідності магнітного сандвіча при переорієнтації магнітних моментів у магнітних шарах металу, тобто

$$\delta_{AP} = \frac{\Delta\sigma}{\sigma_{AP}} \equiv \frac{\sigma_P}{\sigma_{AP}} - 1. \quad (2.28)$$

Аналогічно можна було б визначити і кількісну характеристику для інверсного ефекту. Однак зауважимо, що оскільки зміну провідності у формулі

(2.28) ми нормуємо на  $\sigma_{AP}$ , тобто коли провідність зразка менша у порівнянні з його провідністю при  $P$  - конфігурації, то, очевидно, кількісну характеристику інверсного ефекту ГМО потрібно визначити таким чином:

$$\delta_P = \frac{\Delta\sigma}{\sigma_P} \equiv \frac{\sigma_{AP}}{\sigma_P} - 1, \quad (2.29)$$

де у формулах (2.28) та (2.29) у лівій частині нижній індекс вказує на те, що зміну провідності у результаті переходу з  $AP \rightarrow P$  конфігурацію ми нормуємо на  $\sigma_{AP}$  (формула (2.28)) або на  $\sigma_P$  (формула (2.29)).

Якщо МПШ металу та зовнішні поверхні сандвіча дзеркальним чином розсіюють носії заряду ( $q_j^s = 1, P_{jn}^s + Q_{nj}^{-s} = 1$ ), то релаксація спіні поляризованого електронного потоку обумовлена асиметричним СЗР електронів у об'ємах шарів металу, і для отримання наближених виразів для  $\delta_{AP}$  та  $\delta_P$  можна скористатися резисторною моделлю (зазначена модель досить докладно, з відповідними посиланнями на авторів, які її запропонували, розглянута у пункті 1.1.3. ), у рамках якої можна отримати такі вирази [8]:

$$\delta_{AP} = \frac{(\alpha_{b1} - 1)(\alpha_{b2} - 1)}{\alpha_{b1}(1 + \beta_b) + \alpha_{b2}(1 + \beta_b^{-1})} = \begin{cases} \frac{(\alpha_b - 1)^2}{4\alpha_b}, & \alpha_{bj} = \alpha_{bn} = \alpha_b, \beta_b = 1, \\ 0, & \alpha_{bj} = 1, \end{cases} \quad (2.30)$$

$$\delta_P = \frac{(\alpha_{b1} - 1)(\alpha_{b2} - 1)}{1 + \alpha_{b1}\beta_b + \alpha_{b2}(\alpha_{b1} + \beta_b^{-1})} = \begin{cases} \frac{(\alpha_b - 1)^2}{(\alpha_b + 1)^2}, & \alpha_{bj} = \alpha_{bn} = \alpha_b, \beta_b = 1, \\ 0, & \alpha_{bj} = 1, \end{cases} \quad (2.31)$$

де параметри

$$\alpha_{bj} = \frac{\rho_{0j}^-}{\rho_{0j}^+} \equiv \frac{\sigma_{0j}^+}{\sigma_{0j}^-} \quad (2.32)$$

визначають асиметрію спін - залежного розсіяння носіїв заряду в об'ємах шарів металу [108];

$\beta_b = \sigma_{02}^+ / \sigma_{01}^+$  визначає відношення об'ємних провідностей шарів металу зі спіновим індексом  $s = +$ .

Зі співвідношень (2.30) та (2.31) випливає, що амплітуда ГМО визначається спіноюю асиметрією у провідності між двома спіновими каналами феромагнітних шарів металу, і, відповідно, велика асиметрія, тобто коли  $\alpha_{bj} \gg 1$  або  $\alpha_{bj} \ll 1$ , є необхідною умовою для отримання великих значень ГМО. Якщо спінова асиметрія у провідності між двома спіновими каналами в магнітних шарах металу відсутня, тобто  $\alpha_{bj} = 1$ , то ефект гігантського магнітоопору не спостерігається.

Якщо магнітний сандвіч та багатошарова плівка складаються з тонких шарів металу ( $k_j^s \ll 1$ ), то домінуючим механізмом релаксації носіїв заряду є їх розсіяння на інтерфейсах зразків, оскільки об'ємне спін - залежне розсіяння електронів незначне у порівнянні з інтерфейсним і ним можна знехтувати. Спочатку будемо вважати, що ( $P_{jn}^s \ll Q_{nj}^{-s}, P_{jn}^s \ll Q_{nj}^s$ ) і виконуються такі рівності:

$$d_1 = d_2 = d, q_j^s = 1. \quad (2.33)$$

У цьому випадку, як випливає з формул (2.26) з урахуванням заміни (2.20), для розмірних функцій провідників з  $AP$  - та  $P$  - конфігураціями можна отримати такі вирази:

$$\Phi_{APj} = \frac{4 - T_{Qjn}^s - 3T_{Qnj}^{-s} + T_{Qjn}^s T_{Qnj}^{-s}}{T_{Qjn}^s + T_{Qnj}^{-s} - T_{Qjn}^s T_{Qnj}^{-s}} k_j^s, \quad (2.34)$$

$$\Phi_{Pj} = \frac{4 - T_{Qjn}^s - 3T_{Qnj}^s + T_{Qjn}^s T_{Qnj}^s}{T_{Qjn}^s + T_{Qnj}^s - T_{Qjn}^s T_{Qnj}^s} k_j^s, \quad (2.35)$$

де параметри

$$T_{Qjn}^s = 1 - Q_{jn}^s \quad (2.36)$$

визначають імовірність дифузного розсіяння носія заряду з  $j$ -го шару в  $n$ -й металевий шар провідників.

При написанні формул (2.34) і (2.35) ми знехтували несуттєвим числовим множником (він скорочується у кінцевому результаті) та логарифмічним фактором, який визначає внесок у провідність магнітних зразків електронів, що рухаються під малими кутами  $\varphi_j^s = d_j / l_j^s \ll 1$  до МПШ.

Підставляючи формули (2.34) і (2.35) у вирази (2.21) та (2.27) відповідно, і враховуючи, що наближено можна вважати  $\sigma_{0j}^s k_j^s \sim l_j^s \frac{d}{l_j^s} = d$ , та обмежуючись квадратичними множниками по параметру дифузності (2.36), для питомої провідності сандвіча та мультишару з анти- і ферромагнітною взаємодіями, отримуємо такі вирази:

$$\sigma_{AP} \cong \frac{d}{(T_{Q12}^+ + T_{Q21}^-)(T_{Q12}^- + T_{Q21}^+)} \Delta^*, \quad \sigma_P \cong \frac{d}{(T_{Q12}^+ + T_{Q21}^+)(T_{Q12}^- + T_{Q21}^-)} \Delta^*,$$

$$\Delta^* = T_{Q12}^+ + T_{Q12}^- - T_{Q12}^+ T_{Q12}^- - T_{Q21}^+ T_{Q21}^- + (T_{Q21}^+ + T_{Q21}^-)(1 - T_{Q12}^+ - T_{Q12}^-),$$

і, відповідно, для кількісної оцінки амплітуди негативного (2.28) та позитивного (2.29) ефектів ГМО отримаємо вирази

$$\delta_{AP} = \frac{\beta_Q^- (\alpha_{Q1} - 1)(\alpha_{Q2} - 1)}{\alpha_{Q1} (\beta_Q^+ + 1)(\beta_Q^- + 1)} = \begin{cases} \frac{(\alpha_Q - 1)^2}{4\alpha_Q}, & \alpha_{Qj} = \alpha_{Qn} = \alpha_Q, \beta_Q^s = 1, \\ 0, & \alpha_{Qj} = 1, \end{cases} \quad (2.37)$$

$$\delta_P = \beta_Q^+ \frac{(\alpha_{Q1} - 1)(\alpha_{Q2} - 1)}{(\alpha_{Q1}\beta_Q^+ + 1)(\alpha_{Q2} + \beta_Q^+)} = \begin{cases} \frac{(\alpha_Q - 1)^2}{(\alpha_Q + 1)^2}, & \alpha_{Qj} = \alpha_{Qn} = \alpha_Q, \beta_Q^s = 1, \\ 0, & \alpha_{Qj} = 1. \end{cases} \quad (2.38)$$

Тут  $\beta_Q^s = T_{Q12}^s / T_{Q21}^s$ ;

$\alpha_{Qj}$  - коефіцієнти, що визначають асиметрію проходження електронів з різною поляризацією спіну через межу поділу шарів і дорівнюють

$$\alpha_{Qj} = \frac{T_{Qjn}^-}{T_{Qjn}^+}. \quad (2.39)$$

Розглянемо інший граничний випадок, а саме коли для параметрів дзеркальності виконуються нерівності ( $P_{jn}^s \gg Q_{nj}^{-s}, P_{jn}^s \gg Q_{nj}^s$ ). У разі виконання рівностей (2.33) розмірні функції для магнітних багат шарових зразків, у яких реалізується ФВ, дорівнюють

$$\Phi_{Pj} = \frac{2 - T_{Pjn}^s}{T_{Pjn}^s}, \quad (2.40)$$

де параметри  $T_{Pjn}^s$  визначають ймовірність дифузного розсіяння носіїв заряду на інтерфейсі магнітного зразка і дорівнюють

$$T_{Pjn}^s = 1 - P_{jn}^s. \quad (2.41)$$

Розмірні функції для провідників з  $AP$  - конфігурацією можна отримати з формули (2.40), у якій потрібно зробити заміну [147]:

$$T_{Pjn}^s \rightarrow T_{AP} = \frac{1}{2}(T_{Pjn}^+ + T_{Pjn}^-).$$

Після зазначеної заміни та виконання необхідних алгебраїчних перетворень розмірні функції для магнітних зразків з антиферомагнітною конфігурацією набувають вигляду

$$\Phi_{APj}^s = \frac{4 - T_{Pjn}^s - T_{Pnj}^{-s}}{T_{Pjn}^s + T_{Pnj}^{-s}}. \quad (2.42)$$

Знаючи розмірні функції (2.40) і (2.42), можна розрахувати питомі провідності  $\sigma_{AP}$  (2.21) та  $\sigma_P$  (2.27):

$$\sigma_{AP} \cong \frac{2d}{(T_{P12}^+ + T_{P12}^-)(T_{P21}^+ + T_{P21}^-)} \left\{ 2(T_{P12}^+ + T_{P12}^-) + (T_{P21}^+ + T_{P21}^-)(2 - T_{P12}^+ + T_{P12}^-) \right\},$$

$$\sigma_P \cong \frac{d}{T_{P12}^+ T_{P12}^- T_{P21}^+ T_{P21}^-} \left\{ T_{P12}^+ T_{P12}^- (T_{P21}^+ + T_{P21}^-) + T_{P21}^+ T_{P21}^- (T_{P12}^+ + T_{P12}^-) \right\},$$

і, відповідно, отримати такі вирази для величин  $\delta_{AP}$  (2.28) та  $\delta_P$  (2.29), що кількісно характеризують гігантський магніторезистивний ефект:

$$\delta_{AP} = \frac{(\alpha_{P2} + 1)(\alpha_{P1} - 1)^2 + \beta_P^-(\alpha_{P1} + 1)(\alpha_{P2} - 1)^2}{4\alpha_{P1}(1 + \alpha_{P2} + \beta_P^+(\alpha_{P1} + 1))} =$$

$$= \begin{cases} \frac{(\alpha_P - 1)^2}{4\alpha_P}, & \alpha_{Pj} = \alpha_{Pn} = \alpha_P, \beta_P^s = 1, \\ 0, & \alpha_{Pj} = 1, \end{cases} \quad (2.43)$$

$$\delta_P = \frac{(\alpha_{P2} + 1)(\alpha_{P1} - 1)^2 + \beta_P^-(\alpha_{P1} + 1)(\alpha_{P2} - 1)^2}{(\beta_P^-(1 + \alpha_{P2}) + 1 + \alpha_{P1})(\alpha_{P1} + 1)(\alpha_{P2} + 1)} =$$

$$= \begin{cases} \frac{(\alpha_P - 1)^2}{(\alpha_P + 1)^2}, & \alpha_{Pj} = \alpha_{Pn} = \alpha_P, \beta_P^s = 1, \\ 0, & \alpha_{Pj} = 1. \end{cases} \quad (2.44)$$

У формулах (2.43) та (2.44)  $\beta_P^s = T_{P12}^s / T_{P21}^s$ , а параметри  $\alpha_{Pj}$  визначають асиметрію дифузного розсіяння електронів на інтерфейсі зразка

$$\alpha_{Pj} = \frac{T_{Pjn}^-}{T_{Pjn}^+}. \quad (2.45)$$

З вищенаведених аналітичних розрахунків видно, що отримані наближені вирази (2.30) і (2.31) [8], (2.37) і (2.38), (2.43) і (2.44) для величин  $\delta_{AP}$  (2.28) та  $\delta_P$  (2.29) магнітного сандвіча та багатошарової плівки збігаються внаслідок того, що магнітний сандвіч, зовнішні поверхні якого дзеркальним чином розсіюють носії заряду (2.33), формально можна розглядати як мультишар [138], як і у випадку немагнітних багатошарових плівок [224, 253]. Також зауважимо, що при виконанні рівності  $\alpha_{Pj} = \alpha_{Pn}$  формула (2.44) збігається з формулою (4) роботи [147], отриманої для багатошарової плівки, в якій необхідно знехтувати квадратичним множником за параметром дифузності (2.41) і ввести параметри  $\alpha_{Pj}$  (2.45).

Аналізуючи наведені вище формули (2.30) і (2.31), (2.37) і (2.38) та (2.43)



і (2.44), які визначають амплітуду ефекту обумовленого об'ємним ((2.30),(2.31)) та інтерфейсним ((2.37), (2.38), (2.43), (2.44)) спіні - залежним розсіянням носіїв заряду, неважко помітити, що для "симетричних" багатошарових плівок зазначені формули формально збігаються і їх можна записати у вигляді

$$\delta_{AP} = \frac{(\alpha^* - 1)}{4\alpha^*}, \quad \delta_P = \frac{(\alpha^* - 1)^2}{(\alpha^* + 1)^2}, \quad (2.46)$$

де  $\alpha^* = \alpha_b, \alpha_Q$  і  $\alpha_P$  - параметри, які визначають асиметрію спіні - залежного розсіяння носіїв заряду в об'ємах магнітних шарів металу та на їх інтерфейсах з проходженням та без проходження у сусідні шари металу.

Таким чином, для багатошарових плівок, які складаються з магнітних шарів металу одного сорту, амплітуда МО не залежить від розміщення розсіюючих центрів, що є наслідком того, що зазначені формули були отримані для граничних значень параметрів дзеркальності. Однак у загальному випадку величина МО буде залежати від розміщення центрів розсіяння електронів. Так, зокрема, якщо домінуючим механізмом СЗР електронів є їх розсіяння на інтерфейсах з проходженням у сусідній шар металу, то зі збільшенням дзеркальності інтерфейсного розсіяння носіїв заряду, внаслідок виконання нерівності  $P_{jn}^{(n-j)s} + Q_{nj}^{(j-n)s} \leq 1$ , збільшення  $P_{jn}^s$  зменшує асиметрію спіні - залежного розсіяння електрона з проходженням у сусідній шар металу, і, відповідно, амплітуда ефекту ГМО буде зменшуватися. В той же час, якщо ефект обумовлений, наприклад, асиметрією СЗР електронів на зовнішніх поверхнях, то збільшення  $P_{jn}^s$  призводить до збільшення величини магнітоопору, оскільки у цьому разі носій заряду не втрачає інформації про свій спіні. Таким чином, протиріччя, які спостерігаються експериментально під час дослідження амплітуди ефекту ГМО залежно від ступеня дзеркальності меж, очевидно обумовлені тим, що, оскільки різні багатошарові плівки отримують різними методами і при різних технологічних умовах, то це призводить до

різного розміщення центрів, що асиметрично розсіюють електрони і, відповідно, до різних результатів. Залежність величини ефекту від технологічних умов приготування багат шарових зразків - це добре відомий факт [8,14], однак у даному випадку відзначимо, що лише у разі розміщення центрів розсіяння електронів в інтерфейсах збільшення величини  $P_{jn}^s$  завжди зменшує амплітуду ефекту. При іншому розміщенні центрів збільшення параметрів дзеркальності призводить до збільшення ефекту.

### 2.2.3. Результати чисельного розрахунку ефекту гігантського магнітоопору

Як ілюстрацію гігантського магніторезистивного ефекту проведемо чисельний розрахунок зміни провідності магнітного сандвіча  $Fe/Cr/Fe$ , у результаті його перемагнічення (вибір такої системи обумовлений тим, що на сьогодні ця система, по суті, стала “класичною” і часто використовується у теоретичних роботах як модельна). Для проведення числового аналізу кількісні характеристики ефекту ГМО  $\delta_{AP}$  (2.28) та  $\delta_P$  (2.29) зручно записати у такому вигляді (будемо вважати, що ефект магнітної анізотропії відносно слабкий і ним можна знехтувати, тобто  $(\sigma_{01}^-)_{AP} = (\sigma_{01}^-)_P$ ):

$$\delta_{AP} = \left\{ \frac{\sum_{j \neq n=1}^2 (d_{j,n} \sigma_{0j,n}^-)^{j-1} \{ \Phi_{Pj}^- + \alpha_{bj} \Phi_{Pj}^+ \}}{\sum_{j \neq n=1}^2 (d_{j,n} \sigma_{0j,n}^-)^{j-1} \{ \Phi_{APj}^- + \alpha_{bj} \Phi_{APj}^+ \}} - 1 \right\} 100\%, \quad (2.47)$$

$$\delta_P = \left\{ 1 - \frac{\sum_{j \neq n=1}^2 (d_{j,n} \sigma_{0j,n}^-)^{j-1} \{ \Phi_{APj}^- + \alpha_{bj} \Phi_{APj}^+ \}}{\sum_{j \neq n=1}^2 (d_{j,n} \sigma_{0j,n}^-)^{j-1} \{ \Phi_{Pj}^- + \alpha_{bj} \Phi_{Pj}^+ \}} \right\} 100\%, \quad (2.48)$$

де розмірні функції  $\Phi_{APj}^s$  та  $\Phi_{Pj}^s$  визначені формулами (2.22) та (2.23) з урахуванням співвідношення (2.20). Параметри  $\alpha_{bj}$  у виразах (2.47) та (2.48), які визначають величину асиметрії розсіяння електронів з різною поляризацією спіну в об'ємі магнітних шарів металу визначені формулою (2.32). Зауважимо, що у зазначених вище загальних формулах (2.47) та (2.48) незалежними параметрами є параметри дзеркальності,  $k_1^- = d_1 / l_1^-$ ,  $\sigma_{01,2}^- = \sigma_{01}^- / \sigma_{02}^- \sim l_1^- / l_2^- \equiv l_{1,2}^-$  та  $\alpha_{bj}$ , а наступні параметри можна виразити через незалежні таким чином:  $k_1^+ = k_1^- / \alpha_{b1}$ ,  $k_2^+ = (d_{2,1} k_1^- l_{1,2}^-) / \alpha_{b2}$ ,  $k_2^- = d_{2,1} k_1^- l_{1,2}^-$ ,  $l_{1,2}^+ = (\alpha_{b1} l_{1,2}^-) / \alpha_{b2}$ ,  $l_{2,1}^- = l_2^- / l_1^-$  тощо.

Криві наведені на рис. 2.4, отримані чисельним розрахунком за загальними формулами (2.47) та (2.48) й ілюструють залежності  $\delta_{AP}(d_{2,1})$  (негативний, прямий ефект) і  $\delta_P(d_{2,1})$  (інверсний ефект) від відношення товщин  $d_2 / d_1 \equiv d_{2,1}$  магнітних шарів металу при різних механізмах (або їх суперпозиції) СЗР електронів, які обумовлюють ефект ГМО, та різних значеннях параметрів, які описують поверхневу, об'ємну та інтерфейсну релаксацію носіїв заряду (зауважимо, що якщо у підписах до рисунків не наведено іншого числового значення того чи іншого параметра, то потрібно вважати, що  $k_1^- = 0,1$ ,  $q_j^s = P_{jn}^s = 0,1$ ,  $l_{1,2}^- = 1$ ). З наведених кривих неважко помітити, що основні риси поведінки розмірної залежності інверсного ефекту як у “дзеркальному відображенні” збігаються з характером розмірної поведінки прямого ефекту. Саме з цієї причини, щоб уникнути невиправданого повторення при обговоренні результатів чисельного розрахунку, зосередимо свою увагу лише на прямому ефекті ГМО.

У випадку, коли одним із механізмів ефекту ГМО є СЗР електронів у об'ємні магнітних шарів металу, то при виконанні нерівностей  $d_{2,1} \ll 1$  ( $d_{2,1} \gg 1$ ) ефект незначний (практично відсутній) (рис. 2.4 а, в, г) внаслідок

шунтування струму у шарі металу товщиною  $d_1$  ( $d_2$ ) [14]. Зі зростанням

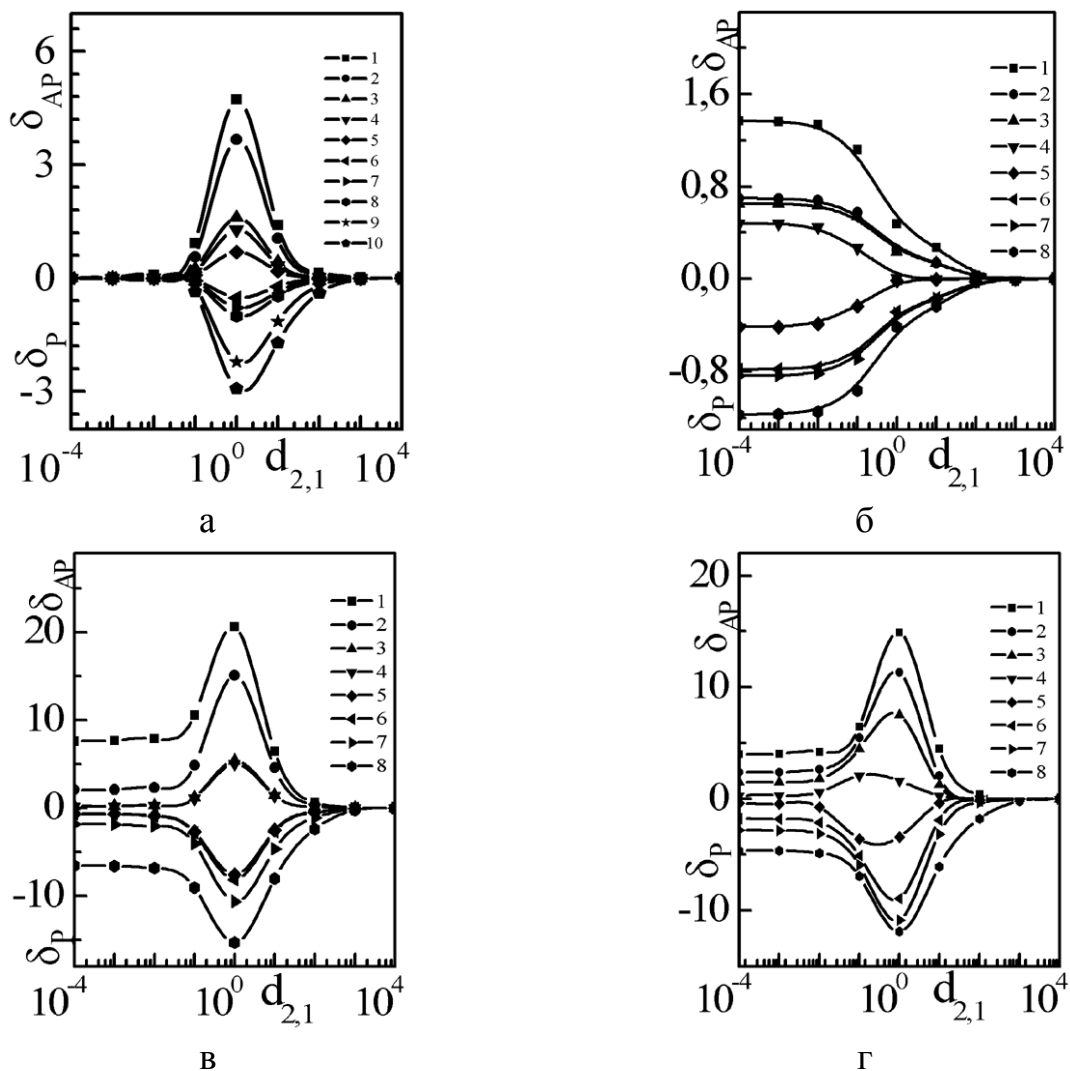


Рис. 2.4. Залежності  $\delta_{AP}$  та  $\delta_P$  від відношення товщин магнітних шарів магнітного сандвіча у рамках моделі ФЗ при таких значеннях параметрів:

**а)**  $\alpha_{bj} = 0,17$  (для кривих 1-4),  $\alpha_{b1} = 0,17$  та  $\alpha_{b2} = 10$  (для кривих 7-10) 1-  $q_j^s = Q_{nj}^s = 0,3$ ; 2-  $Q_{nj}^s = 0,3$ ; 3-  $q_j^s = 0,3$ ,  $Q_{nj}^s = 0,1$ ; 4 -  $q_j^s = P_{jn}^s = Q_{nj}^s = 0,1$ ; 5 -  $\alpha_{bj} = 0,27$ ; 6-  $\alpha_{b1} = 0,17$ ,  $\alpha_{b2} = 3$ , 7 -  $q_j^s = P_{jn}^s = Q_{nj}^s = 0,1$ ; 8-  $q_j^s = 0,3$ ; 9-  $Q_{nj}^s = 0,3$ ; 10 -  $q_j^s = Q_{nj}^s = 0,3$ ; **б)**  $\alpha_{bj} = 1,0$  (для кривих 1-8) 1 -  $\alpha_{Qj} = 8$ ; 2 -  $\alpha_{Qj} = 6$ ; 3 -  $\alpha_{Qj} = 6$ ,  $P_{jn}^s = 0,3$ ; 4 -  $\alpha_{Qj} = 8$ ,  $k_1^- = 1$ ; 5 -  $\alpha_{Q1} = 0,17$ ,  $\alpha_{Q2} = 3$ ,  $k_1^- = 1$ ; 6 -  $\alpha_{Q1} = 6$ ,  $\alpha_{Q2} = 0,14$ ,  $P_{jn}^s = 0,3$ ; 7 -  $\alpha_{Q1} = 6$ ,  $\alpha_{Q2} = 0,14$ ; 8 -  $\alpha_{Q1} = 8$ ,  $\alpha_{Q2} = 0,14$ ; **в)**  $\alpha_{bj} = 0,17$  (для кривих 1-4),  $\alpha_{b1} = 0,17$  та  $\alpha_{b2} = 10$  (для кривих 5-8) 1-  $q_j^s = 0,3$ ,  $\alpha_{Qj} = 8$ ; 2 -  $\alpha_{Qj} = 8$ ; 3 -  $\alpha_{Qj} = 3$ ; 4 -  $\alpha_{Qj} = 3$ ,  $P_{jn}^s = 0,3$ ; 5 -  $P_{jn}^s = 0,3$ ,  $\alpha_{Q1} = 3$ ,  $\alpha_{Q2} = 0,14$ ; 6 -  $\alpha_{Q1} = 3$ ,  $\alpha_{Q2} = 0,14$ ; 7 -  $\alpha_{Q1} = 8$ ,  $\alpha_{Q2} = 0,14$ ; 8 -  $q_j^s = 0,3$ ,  $\alpha_{Q1} = 8$ ,  $\alpha_{Q2} = 0,14$ ; **г)**  $q_j^s = 0,3$ ,  $\alpha_{Qj} = 6$ ,  $\alpha_{bj} = 0,17$  (для кривих 1 - 4),  $\alpha_{Q1} = 6$ ,  $\alpha_{Q2} = 0,14$  (для кривих 5 - 8), 1 -  $k_1^- = 0,1$ ; 2 -  $k_1^- = 0,5$ ; 3 -

$k_1^- = 1$ ; 4 -  $k_1^- = 5$ ; 5 -  $k_1^- = 5$ ; 6 -  $k_1^- = 1$ ; 7 -  $k_1^- = 0,5$ ; 8 -  $k_1^- = 0,1$ .  
 товщини  $d_2$  ефект збільшується і при виконанні рівності  $d_1 = d_2$  досягає свого максимального значення, а при подальшому зростанні товщини верхнього шару  $\delta_{AP}(d_{2,1})$  монотонно зменшується. Наявність на залежності  $\delta_{AP}(d_{2,1})$  максимуму обумовлена конкуренцією об'ємного, інтерфейсного та поверхневого розсіяння носіїв заряду. При “виключенні” об'ємного механізму СЗР електронів зазначений максимум вироджується і  $\delta_{AP}(d_{2,1})$  монотонно зменшується зі збільшенням  $d_{2,1}$ , а сам ефект, який проілюстровано на рис. 2.4б, обумовлений асиметрією розсіяння носіїв заряду з різною поляризацією спіну на інтерфейсі провідника з проходженням у сусідні шари металу без розсіяння. Якщо знову “включити” об'ємний механізм, то ефект ГМО обумовлений суперпозицією об'ємного та інтерфейсного СЗР електронів, тобто його величина суттєво збільшується, а на розмірній залежності  $\delta_{AP}(d_{2,1})$  знову буде спостерігатися зазначений вище максимум (рис. 2.4, в).

Для спрощення інтерпретації результатів чисельного розрахунку будемо вважати, що зовнішні межі та МПШ зразка дифузним чином розсіюють носії заряду ( $q_j^s = P_j^s = 0$ ). У цьому випадку розмірні функції для магнітного сандвіча з  $AP$  – та  $P$  – конфігураціями, як впливає з формули (2.26) (з урахуванням виразу (2.20)) будуть мати такий вигляд:

$$\Phi_{APj}^s = k_j^s \left\{ 1 + Q_{jn}^{-s} d_{n,j} \right\}, \quad \Phi_{Pj}^s = k_j^s \left\{ 1 + Q_{jn}^s d_{n,j} \right\}. \quad (2.49)$$

Підставляючи формули (2.49) у співвідношення (2.47), для величини ГМО отримаємо вираз

$$\delta_{AP} = \frac{(Q_P - Q_{AP})d_{2,1}}{d_{2,1}^2 + Q_{AP}d_{2,1} + 1}, \quad Q_{AP(P)} = \left\{ 0,5(Q_{12}^+ + Q_{12}^- + Q_{21}^+ + Q_{21}^-) \right\}_{AP(P)}, \quad (2.50)$$

дослідивши який на екстремум, переконуємося, що при виконанні рівності  $d_1 = d_2$  ефект гігантського магнітоопору досягає свого максимального значення, що і підтверджується чисельним розрахунком (див. рис. 2.4).

Для визначення знака ефекту знайдемо другу похідну функції (2.50), яка запишеться у вигляді

$$\delta_{AP}(1)'' = -\frac{(Q_P - Q_{AP})(1 + Q_{AP})}{4(1 + 0,5Q_{AP})^4}. \quad (2.51)$$

Звідси випливає, що у разі виконання нерівності  $Q_P > Q_{AP}$  реалізується прямий (негативний) ефект ГМО, а у разі виконання протилежної нерівності  $Q_P < Q_{AP}$  реалізується інверсний (позитивний) ефект гігантського магнітоопору, максимальне значення яких дорівнює

$$\delta_{AP}(1) = \frac{Q_P - Q_{AP}}{2 + Q_{AP}}. \quad (2.52)$$

Подальший аналіз отриманих чисельним розрахунком кривих показує, що зі збільшенням величини асиметрії СЗР в об'ємі шарів металу (рис. 2.4 а, криві 4,5) та на їх інтерфейсах (рис. 2.4 б, криві 1,2) величина ефекту зростає. Магнітоопір сандвіча також збільшується зі збільшенням ймовірності дзеркального розсіяння носіїв заряду на зовнішній поверхні ( $q_j^s$ ) (рис. 2.4 а, крива 3) та на МПШ із проходженням у сусідній шар ( $Q_{jn}^s$ ) (рис. 2.4 а, крива 2), оскільки при дзеркальному розсіянні електрон не втрачає своєї “пам’яті” про спін і залишається ефективним (відповідальним за ефект). Разом з тим збільшення  $q_j^s$  від 0,1 до 0,3 (при незмінності числових значень останніх параметрів задачі) призводить до збільшення величини ефекту в 1,25 рази, в той час як збільшення  $Q_{jn}^s$  збільшує амплітуду ефекту у 2,86 раза (одночасне

збільшення  $q_j^s$  та  $Q_{jn}^s$  до 0,3 збільшує  $\delta_{AP}$  у 3,68 раза - рис. 2.4 а, крива 1). Значне зростання величини ефекту в останньому випадку обумовлено тим, що збільшення прозорості інтерфейсу призводить до збільшення взаємодії між магнітними шарами металу. Разом з тим зі збільшенням ймовірності дзеркального розсіяння електрона на інтерфейсі без проходженням у сусідні шари внаслідок виконання нерівностей  $P_{jn}^s + Q_{jn}^{-s} \leq 1$  (для зразка з  $AP$  – конфігурацією) та  $P_{jn}^s + Q_{jn}^s \leq 1$  (для зразка з  $P$  – конфігурацією) взаємодія між магнітними шарами зменшується, що призводить до зменшення амплітуди ефекту (див. криві. 2 і 3 рис. 2.4 б та криві 3 і 4 рис. 2.4 в) (ефект каналювання [14]). Ще раз зауважимо, що напевно саме у цьому полягає причина суперечливих висновків дослідників під час вивчення впливу шорсткостей інтерфейсів на величину ефекту ГМО. Якщо центри, що розсіюють електрони, розміщені на МПШ металу, то зі зменшенням шорсткостей збільшується  $P_{jn}^s$  і ефект зменшується; якщо вони розміщені в об'ємі шарів металу, то збільшення  $P_{jn}^s$  призводить до збільшення ефекту. Таким чином, вплив дзеркального відбиття носіїв заряду на амплітуду ефекту залежить від конфігурації розміщення центрів, що розсіюють електрони.

Рис. 2.4 г ілюструє залежність величини ефекту при різних значеннях товщини базового шару і показує, що зі збільшенням  $k_1^-$  величина ефекту зменшується, а сам максимум зміщується у бік менших значень  $d_{2,1}$  внаслідок наявності асиметрії розсіяння електронів з різними спінами в об'ємі шарів металу.

Вищевикладений чисельний аналіз ефекту гігантського магнітоопору був проведений у рамках моделі Фукса - Зондгаймера [161,162], у якій параметри, що описують характер взаємодії носіїв заряду із зовнішніми межами та МПШ провідника, вважалися сталими величинами. Проведемо чисельний аналіз зазначеного ефекту у рамках моделі Займана - Соффера [144,179 - 182], у якій величина параметра дзеркальності залежить від кута падіння електрона на

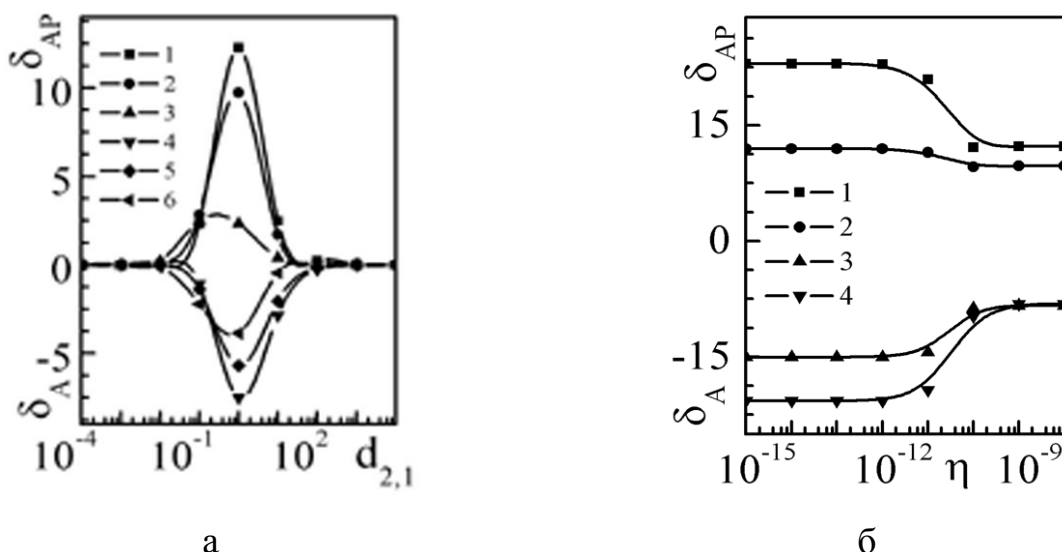


Рис. 2.5. Залежність  $\delta_{AP}$  та  $\delta_P$  від відношення товщин магнітних шарів магнітного сандвіча у рамках моделі Займана – Соффера при таких значеннях параметрів:

- а)  $m_j = 3,64 \cdot 10^{-30}$ ,  $l_{1,2}^- = 1$ ,  $\eta_j = 10^{-8}$ ,  $1 - k_1^- = 0,5$ ,  $\alpha_j = 1/6$ ,  $2 - k_1^- = 1$ ,  $\alpha_j = 1/6$ ,  
 $3 - k_1^- = 5$ ,  $\alpha_j = 1/6$ ,  $4 - k_1^- = 5$ ,  $\alpha_1 = 1/6$ ,  $\alpha_2 = 6$ ,  $5 - k_1^- = 1$ ,  $\alpha_1 = 1/6$ ,  $\alpha_2 = 6$ ,  
 $6 - k_1^- = 0,5$ ,  $\alpha_1 = 1/6$ ,  $\alpha_2 = 6$ ;
- б)  $m_j = 3,64 \cdot 10^{-30}$ ,  $l_{1,2}^- = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ ,  $1 - k_1^- = 0,5$ ,  $\alpha_j = 1/6$ ,  $2 - k_1^- = 1$ ,  $\alpha_j = 1/6$ ,  
 $3 - k_1^- = 0,5$ ,  $\alpha_1 = 1/6$ ,  $\alpha_2 = 6$ ,  $4 - k_1^- = 1$ ,  $\alpha_1 = 1/6$ ,  $\alpha_2 = 6$ .

межу сандвіча (див. формули (2.8)–(2.12)). Результати цього аналізу ілюструє серія кривих рис. 2.5 (вважається, що  $v_{Fj}^+ = 7,10 \cdot 10^5$  м/с  $v_{Fj}^- = 8,51 \cdot 10^5$  м/с  $m_1 = m_2 = 4m_0$  [144], де  $m_0$  – маса спокою носіїв заряду). З наведених кривих неважко помітити, що характер розмірних залежностей  $\delta_{AP}$  (2.28) та  $\delta_P$  (2.29) якісно збігаються з аналогічними залежностями, отриманими у рамках моделі Фукса - Зондгаймера, однак амплітуда отриманих кривих значно більша, оскільки модель Займана – Соффера враховує великий ступінь дзеркального розсіювання носіїв заряду в сусідні шари металу, а це, як впливає з викладеного вище, значно збільшує амплітуду ефекту [254].

Серія кривих, наведених на рис. 2.5 б, показує залежність величини  $\delta_{AP}$  та  $\delta_P$  від величини шорсткостей зовнішніх меж та інтерфейсу магнітного



сандвіча. Ці криві показують, що при виконанні нерівності  $\eta < 10^{-11}$  (тобто, коли амплітуда шорсткостей незначна) носії заряду дзеркальним чином взаємодіють із зовнішніми межами та межею поділу шарів металу й ефект ГМО максимальний. Зі збільшенням величини шорсткостей меж провідника амплітуда ефекту зменшується внаслідок втрати кореляції між відбитим та падаючим електронами, і при виконанні нерівності  $\eta > 10^{-9}$  зміна провідності виходить на насичення. Таким чином, на відміну від висновків робіт [143, 144] запропонований підхід до розв'язання задачі не приводить до висновку про існування оптимальних шорсткостей, при яких гігантський магніторезистивний ефект максимальний. Наявність таких оптимальних шорсткостей, в очевидь, досить важко фізично пояснити [254].

### **2.3. Ефект гігантського магнітоопору у полікристалічних сандвічах та мультишарах з ультратонкими спейсерами**

У випадку, коли три – та багат шарова плівки мають полікристалічну структуру, то, враховуючи, що коефіцієнт зерномежової дифузії  $D_b \sim 10^3 D_l$  ( $D_l$  - коефіцієнт об'ємної дифузії), очевидно, можна вважати, що у полікристалічних провідниках, при їх отриманні при пошаровому напорошенні на діелектричну підкладку, розсіювальні центри будуть розміщуватися у межах зерен. У цьому разі домінуючим механізмом спін – залежного розсіяння носіїв заряду є їх розсіяння на міжкристалічних межах і є актуальним в узагальненні вищевикладеної теорії ефекту гігантського магнітоопору в монокристалічних багат шарових зразках на випадок, коли вони мають полікристалічну структуру.

Згідно з даними експериментальних досліджень [255] у тонких шарах металу “межі зерен проходять через усю товщину зразка практично перпендикулярно поверхні слюди (тобто на товщині зразка розміщується одне зерно)... У результаті кристалічна структура являє собою набір сильно

втягнутих уздовж нормалі до поверхні стовбчастих зерен...Зауважимо, що наші результати корелюють з даними, які відомі у літературі. Зокрема, у роботі [101] аналогічна стовбчаста структура була отримана магнетронним розпиленням ...". Таким чином, полікристалічна структура тонких шарів металу, яка експериментально спостерігається у багатошарових плівках, де реалізується ефект ГМО, збігається з базовими положеннями моделі Маядаса та Шацкеса [184,185]. Відповідно для аналізу гігантського магніторезистивного ефекту у три – та багатошарових магнітних плівках можна скористатися модифікованою (на випадок феромагнітного металу Мотта) моделлю МШ.

Для урахування внутрішнього розмірного ефекту в магнітних провідниках потрібно врахувати, що час релаксації  $\tau_m^s$  у кінетичному рівнянні (2.2) має сенс середнього часу вільного пробігу між двома актами об'ємного СЗР носіїв заряду та описує процес релаксації спін - поляризованого електронного потоку на домішках, міжкристалітних межах тощо, і у рамках модифікованої моделі Маядаса - Шацкеса [184,185] має такий вигляд:

$$\frac{1}{\tau_m^s} = \frac{1}{\tau_{0j}^s} \left\{ 1 + \alpha_m^s \frac{p_{Fm}^s}{|p_{ym}^s|} \right\}, \quad (2.53)$$

де  $\tau_{0m}^s$  - характерний час релаксації електронів в об'ємі шарів металу;

$p_{Fm}^s$  - квазіімпульс електрона на поверхні Фермі;

$p_{ym}^s$  - його компонента, яка перпендикулярна міжкристалітним межах;

$\alpha_m^s = \frac{l_m^s}{L_m} \frac{R_m^s}{1 - R_m^s}$  - зерномежовий параметр;  $L_m$  - середня ширина зерна у

площині плівки,  $R_m^s$  - ймовірність дифузного розсіяння носіїв заряду на міжкристалітних межах.

Шляхом розв'язання кінетичного рівняння (2.2), з урахуванням виразу для ефективного часу релаксації електронів (2.53), доповненого граничними

умовами для функції розподілу для носіїв заряду (2.4)–(2.7), неважко отримати загальний розв’язок задачі, тобто вирази для провідності магнітних зразків при довільному співвідношенні між товщинами магнітних шарів та прошарків. Однак для спрощення надалі знову будемо вважати, що спейсери ультратонкі і їх провідність незначна у порівнянні з провідністю феромагнітних шарів металу.

Якщо впливом зовнішнього магнітного поля, яке переводить провідники з  $AP \rightarrow P$  конфігурацією на траєкторії руху носіїв заряду можна знехтувати, то провідність полікристалічних багатошарових плівок буде визначатися формулами (2.21) та (2.27), у яких розмірні функції дорівнюють [257 - 259]

$$\Phi_{APj}^s = \frac{\sigma_{gj}^s}{\sigma_{0j}^s} - \frac{3a}{\pi k_j^s} \int_0^{\pi/2} d\varphi \cos^2 \varphi \int_0^1 dz \frac{(z - z^3)(1 - E_j^s)}{H_j^{s2}} G_j^s, \quad \Phi_P^s = \Phi_{AP}^s \Big|_{npu -s \rightarrow s} \quad (2.54)$$

Якщо у багатошарових зразках реалізується  $AP$ –конфігурація, то функції  $G_j^s$ , які входять у формулу (2.54), можна отримати зі співвідношень (2.23) та (2.24), у яких необхідно зробити такі заміни:

$$E_j^s \rightarrow E_j^s = \exp \left\{ -\frac{k_j^s}{z} H_j^s \right\}, \quad \frac{\tau_n^{-s}}{\tau_j^s} \rightarrow \frac{\tau_{0n}^{-s} H_j^s}{\tau_{0j}^s H_n^s}; \quad H_j^s = 1 + \frac{\alpha_j^s}{\cos \varphi \sqrt{1 - z^2}}. \quad (2.55)$$

Якщо ж у провідниках реалізується  $P$  - конфігурація, то функції  $G_j^s$  знову будуть визначені формулами (2.23) та (2.24) з урахуванням заміни (2.55), у яких необхідно зробити заміну (2.20), тобто  $-s \rightarrow s$ .

Величина  $\sigma_{gj}^s / \sigma_{0j}^s$  у виразі (2.54) визначає провідність масивного полікристалічного металу і у рамках модифікованої моделі МШ [184,185] магнітного металу Мотта [106, 107] дорівнює

$$\frac{\sigma_{gj}^s}{\sigma_{0j}^s} = 1 - \frac{3}{2}\alpha_j^s + 3\alpha_j^{s2} - 3\alpha_j^{s3} \ln\left(1 + \frac{1}{\alpha_j^s}\right) \cong \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}\alpha_j^s + 3\alpha_j^{s2}, & \alpha_j^s \ll 1, \\ \frac{3}{4\alpha_j^s} - \frac{3}{5\alpha_j^{s2}}, & \alpha_j^s \gg 1. \end{cases} \quad (2.56)$$

Якщо довжина вільного пробігу носіїв заряду  $l_j^s \gg d_j$  товщини шарів металу, з яких складається багат шарова плівка, тобто ( $k_j^s \ll 1$ ), то для загального виразу розмірних функцій  $\Phi_{APj}^s$  (2.54) можна отримати прості асимптотичні вирази. У цьому разі розмірні функції знову будуть визначатися формулою (2.26), однак у логарифмічному факторі потрібно врахувати співвідношення між зерномезовим параметром  $\alpha_j^s$  та нормованою товщиною  $k_j^s$ . Іншими словами, у формулі (2.26) необхідно зробити таку заміну:

$$\ln \frac{1}{k_j^s} \rightarrow \begin{cases} \ln \frac{1}{k_j^s}, & \alpha_j^s \leq k_j^s, \\ \ln \frac{1}{k_j^s} - \frac{4}{\pi} \alpha_j^s, & k_j^s < \alpha_j^s \ll 1, \\ \ln \frac{1}{k_j^s \alpha_j^s}, & 1 < \alpha_j^s \ll \frac{1}{k_j^s}. \end{cases}$$

Перш ніж перейти безпосередньо до чисельного розрахунку, отримаємо прості аналітичні формули, за допомогою яких можна оцінити амплітуду негативного та позитивного ефектів ГМО. У випадку, коли взаємодія електронів із зовнішніми межами та інтерфейсами зразків не призводить до дисипації спінів – поляризованого потоку носіїв заряду, то сандвіч та мультишар формально можна розглядати як масивний зразок, провідність якого буде визначатися формулою (2.56). Скориставшись резисторною моделлю [109-112], для величин  $\delta_{AP}$  та  $\delta_P$  можна отримати такі вирази:

$$\delta_{AP} = \frac{(\alpha_{g1} - 1)(\alpha_{g2} - 1)}{\alpha_{g1}(1 + \beta_g) + \alpha_{g2}(1 + \beta_g^{-1})} = \begin{cases} \frac{(1 - \alpha_g)^2}{4\alpha_g}, & \alpha_{gj} = \alpha_{gn} = \alpha_g, \quad \beta_g = 1, \\ 0, & \alpha_{gj} = 1, \end{cases} \quad (2.57)$$

$$\delta_P = \frac{(\alpha_{g1} - 1)(\alpha_{g2} - 1)}{1 + \alpha_{g1}\beta_g + \alpha_{g2}(\alpha_{g1} + \beta_g^{-1})} = \begin{cases} \frac{(\alpha_g - 1)^2}{(\alpha_g + 1)^2}, & \alpha_{gj} = \alpha_{gn} = \alpha_g, \beta_g = 1, \\ 0, & \alpha_{gj} = 1, \end{cases} \quad (2.58)$$

де  $\beta_g = \sigma_{g2}^+ / \sigma_{g1}^+$  - параметр задачі;

$\alpha_{gj}$  - величини, які визначають асиметрії спіні - залежного розсіяння електронів в об'ємі полікристалічних шарів металу і дорівнюють

$$\alpha_{gj} = \frac{\rho_{gj}^-}{\rho_{gj}^+} \equiv \frac{\sigma_{gj}^+}{\sigma_{gj}^-}. \quad (2.59)$$

У випадку, коли середня ширина кристалітів  $L_j$  значно більша за довжину вільного пробігу носіїв заряду ( $L_j \gg l_j^s$ ) або межі зерен майже прозорі для електронів ( $R_j^s \ll 1$ ), зерномежовий параметр ( $\alpha_j^s \rightarrow 0$ ) і розсіяння носіїв заряду на міжкристалітних межах незначне і ним можна знехтувати у порівнянні з об'ємним. У цьому разі ефект ГМО буде обумовлений СЗР в об'ємі шарів металу, а його амплітуду можна визначити за формулами (2.30) та (2.31).

Якщо полікристалічні шари металу, з яких складається багат шарова магнітна плівка, мають дрібнозернисту структуру ( $\alpha_j^s \gg 1$ ), або зерна майже непрозорі для носіїв заряду ( $1 - R_j^s \ll 1$ ), або ширина кристалітів значно менша за довжину вільного пробігу електронів ( $L_j \ll l_j^s$ ), то амплітуду ефекту можна оцінити за такими формулами:

$$\delta_{AP} = \frac{(\alpha_{R1} - 1)(\alpha_{R2} - 1)}{\alpha_{R1}(1 + \beta_R) + \alpha_{R2}(1 + \beta_R^{-1})} = \begin{cases} \frac{(1 - \alpha_R)^2}{4\alpha_R}, & \alpha_{Rj} = \alpha_{Rn} = \alpha_R, \beta_R = 1, \\ 0, & \alpha_{Rj} = 1, \end{cases} \quad (2.60)$$

$$\delta_P = \frac{(\alpha_{R1} - 1)(\alpha_{R2} - 1)}{1 + \alpha_{R1}\beta_R + \alpha_{R2}(\alpha_{R1} + \beta_R^{-1})} = \begin{cases} \frac{(\alpha_R - 1)^2}{(\alpha_R + 1)^2}, & \alpha_{Rj} = \alpha_{Rn} = \alpha_R, \beta_R = 1, \\ 0, & \alpha_{Rj} = 1, \end{cases} \quad (2.61)$$

де  $\beta_R = (L_2 R_1^+) / (L_1 R_2^+)$ ;

$\alpha_{Rj}$  – параметри, які визначають величину асиметрії СЗР носіїв заряду на міжкристалітних межах і дорівнюють

$$\alpha_{Rj} = \frac{R_j^+}{R_j^-}. \quad (2.62)$$

У випадку, коли шари металу тонкі ( $k_j^s \ll 1$ ), а домінуючим механізмом СЗР розсіяння носіїв заряду є їх розсіяння на інтерфейсах багат шарових провідників, то рівень ефекту гігантського магнітоопору можна оцінити за формулами (2.37), (2.38) та (2.43), (2.44).

Чисельний розрахунок гігантського магніторезистивного ефекту в полікристалічних сандвічах і багат шарових плівках можна провести за формулою (2.47) (ми знову нехтуємо відносно слабкими ефектами анізотропії), у якій розмірні функції визначені співвідношенням (2.54). Порівняння відповідних кривих, отриманих для сандвіча з монокристалічною та полікристалічною структурами (див. рис. 2.4 та рис. 2.6), показує, що якісний характер розмірної залежності зміни провідності зразка не змінюється. Однак гігантський магніторезистивний ефект у полікристалічному сандвічі має ряд особливостей:

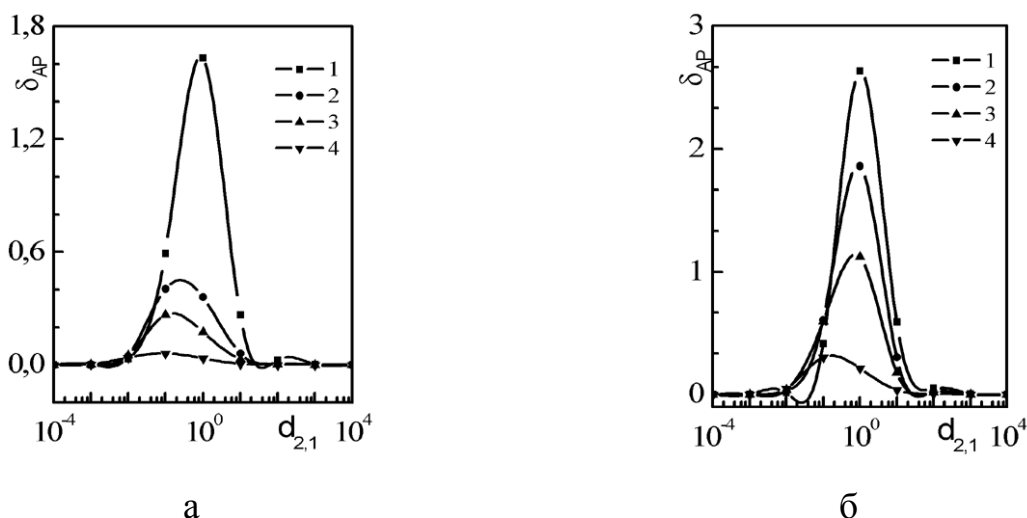


Рис. 2.6. Залежності  $\delta_{AP}$  для магнітного сандвіча з полікристалічною структурою від відношення товщин магнітних шарів металу при таких значеннях параметрів ( $P_{jn}^s = Q_{jn}^s = 0,1$ ,  $l_{1,2}^- = 1$ ,  $\alpha_j^+ = 5$ ,  $R_j^+ = 0,1$ ):

а)  $\alpha_{bj} = 1$ ,  $\alpha_{Rj} = 6$ ,  $q_j^s = 0,1$ , 1 -  $k_1^- = 0,1$ , 2 -  $k_1^- = 0,5$ , 3 -  $k_1^- = 1$ , 4 -  $k_1^- = 5$ ;

б)  $\alpha_{bj} = 6$ ,  $\alpha_{Rj} = 6$ , 1 -  $q_j^s = 0,3$ ,  $k_1^- = 0,5$ , 2 -  $q_j^s = 0,1$ ,  $k_1^- = 0,5$ , 3 -  $q_j^s = 0,1$ ,  $k_1^- = 1$ , 4 -  $q_j^s = 0,1$ ,  $k_1^- = 5$ .

1) якщо домінуючим механізмом, який обумовлює ефект ГМО, є асиметричне СЗР носіїв заряду на межі поділу шарів металу сандвіча (або на його зовнішніх межах), то наявність меж зерен в об'ємі шарів металу призводить до зменшення амплітуди ефекту внаслідок розсіяння електронів на міжкристалітних межах;

2) якщо ж ефект ГМО обумовлений СЗР носіїв заряду в об'ємі шарів металу, то у випадку, коли провідник має:

- крупнозернисту структуру, то рівень ефекту знову зменшується через втрату електроном “пам’яті” про свій спін унаслідок свого розсіяння на МЗ;

- дрібнозернисту структуру, то амплітуда ефекту збільшується, оскільки центри, що розсіюють електрони, розміщуються на межах зерен, і домінуючим механізмом релаксації спін - поляризованого електронного потоку є їх розсіяння на міжкристалітних межах.

На закінчення даного розділу зауважимо, що вищевикладену теорію ефекту ГМО з використанням моделі магнітної багат шарової плівки з ультратонкими прошарками можна застосовувати для аналізу гігантського магніторезистивного ефекту у магнітних мультишарах, в яких домінуючим механізмом асиметричного СЗР електронів є їх розсіяння на інтерфейсах зразка, тобто до систем типу  $Fe/Cr$ . Застосування зазначеної моделі до інших багат шарових систем, з одного боку, може призвести до завищеного відсотка рівня ефекту [132, 135], з іншого боку - її не можна застосовувати до магнітних зразків з відносно товстими прошарками, і для аналізу ефекту ГМО потрібно користуватися точною (у рамках використовуваної моделі ФЗ) теорією, яка наведена у підрозділі 2.1. Так, зокрема, моделлю магнітного провідника з ультратонкими прошарками не можна користуватися для аналізу ефекту ГМО у спін - вентильному сандвічі з фіксованим підкладкою базовим магнітним шаром металу. Це обумовлено тим, що обмінний зв'язок між магнітними шарами сандвіча для вільного обертання вектора намагнічення верхнього шару послаблюється за рахунок вибору відносно товстого прошарку з високою провідністю (за спейсер, як правило, беруть  $Ag, Au, Cu$ ), і, відповідно, провідність зразка в основному буде визначатися провідністю прошарку. При виготовленні таких магнітних сандвічів за базовий магнітний шар металу, як правило, обирають стоп  $Ni_{80}Fe_{20}$ , і, відповідно, у цьому разі ефект ГМО уже не буде ізотропним, як у системах  $Fe/Cr$ , а анізотропним.

Для аналізу анізотропного ефекту гігантського магнітоопору можна скористатися запропонованою у роботі [154] моделлю, у якій спін - залежна ДВП електронів не є параметром задачі, а залежить від кута  $\vartheta$  між вектором швидкості носія заряду та вектором намагніченості у магнітному шарі металу таким чином [154]:

$$l^s(\vartheta) = l_0^s \{1 - a^s \cos^2 \vartheta - b^s \cos^4 \vartheta\}, \quad (2.63)$$



де  $a^s$  та  $b^s$  - параметри задачі і є мірою анізотропного розсіяння електронів.

У цьому випадку провідність магнітного зразка з  $AP$  – конфігурацією буде визначатися за формулою (2.13), у якій розмірні функції мають й вигляд:

$$\Phi_j^s = 1 - \frac{1}{5} a_j^s (1 + 2 \cos^2 \theta) - \frac{3}{35} b_j^s (1 + 4 \cos^2 \theta) - \frac{3}{4k_j^s} \int_0^{\pi/2} d\varphi \cos^2 \varphi \int_0^1 dz (z - z^3) (1 - E_j^s) H_j^{s2} G_j^s, \quad (2.64)$$

де  $\theta$  - кут між вектором густини струму та вектором намагніченості у магнітному шарі металу.

У формулі (2.64) введені такі позначення:

$$H_j^s = 1 - a_j^s f^2 - b_j^s f^4, \quad f = z \cos \theta + (1 - z^2)^{1/2} \sin \theta \cos \varphi, \quad E_j^s = \exp \left\{ -\frac{k_j^s}{z H_j^s} \right\}, \quad (2.65)$$

а функції  $G_j^s$  ( $j \neq n$ ) = 1,2 визначені формулою (2.18), у якій необхідно зробити заміну  $E_j^s \rightarrow E_j$ .

Не менш цікавими є дослідження впливу взаємної дифузії на амплітуду ефекту гігантського магнітоопору та аналіз залежності рівня ефекту від типу домішок, оскільки, як випливає з експериментальних досліджень (див. літ. огляд, підрозділ 1.1.), наявність в об'ємі металевих шарів домішок призводить або до збільшення амплітуди ефекту, або до її зменшення. Аналіз зазначеної задачі можна провести з використанням розвинутого у розділі 5 підходу, що і буде предметом подальших теоретичних досліджень.

## Висновки до розділу 2

У даному розділі з використанням двострумовевого наближення феромагнітного металу Мотта у рамках модифікованих моделей Фукса - Зондгаймера та Займана - Соффера (для провідників з монокристалічною структурою) і Маядаса - Шацкеса (для полікристалічних зразків) побудована загальна (при довільних значеннях параметрів задачі, які входять до кінцевого результату розрахунків) теорія гігантського магніторезистивного ефекту для магнітних монокристалічних та полікристалічних багат шарових плівок і сандвічів, що дозволило розглянути прямий та інверсний ефекти в єдиній схемі і встановити такі закономірності:

- вплив шорсткостей меж провідників на амплітуду ефекту визначається конфігурацією центрів, що асиметрично розсіюють електрони з різною поляризацією спіну стосовно до вектора локальної намагніченості у магнітному шарі металу;
- у випадку, коли ефект гігантського магнітоопору обумовлений асиметрією інтерфейсного спіну - залежного розсіяння носіїв заряду, а зазначені вище центри розміщені в інтерфейсах зразків, збільшення ймовірності дзеркального розсіяння електронів на межах поділу шарів металу призводить до зменшення ефекту внаслідок зменшення ймовірності проходження електронів у сусідні шари металу і, відповідно, до зменшення магнітної взаємодії між магнітними шарами;
- при будь - якій іншій конфігурації центрів, що розсіюють електрони, їх дзеркальне відбиття призводить до збільшення рівня ефекту внаслідок збереження електроном своєї “пам’яті” про свій спін, і він залишається ефективним;
- зміна знака гігантського магніторезистивного ефекту можлива лише для несиметричних зразків з асиметричним СЗР носіїв заряду в об’ємі шарів металу та на їх інтерфейсах з проходженням у сусідні шари металу;

- зміна знака ефекту гігантського магнітоопору неможлива, якщо домінуючим механізмом асиметричного розсіювання електронів є їх розсіювання на інтерфейсах без проходження у сусідні шари металу;
- урахування залежності параметрів дзеркальності від кута падіння електрона на межі зразка не приводить до висновку про оптимальні шорсткості;
- якщо ефект ГМО в полікристалічних провідниках обумовлений асиметрією СЗР електронів на інтерфейсах зразка, то розсіювання носіїв заряду на межах зерен призводить до зменшення амплітуди ефекту внаслідок втрати “пам’яті” електрона про свій спін (носій заряду стає неефективним);
- якщо ж домінуючим механізмом СЗР електронів є їх розсіювання в об’ємі магнітних шарів, то у випадку, коли шари мають крупнозернисту структуру, розсіювання носіїв заряду на міжкристалітних межах призводить знову до зменшення рівня ефекту, в той час як для зразків із дрібнозернистою структурою ефект ГМО буде обумовлений асиметричним розсіюванням електронів на міжкристалітних межах, і амплітуда ефекту буде збільшуватися;
- максимальне значення величини гігантського магнітоопору можна очікувати у магнітних багат шарових плівках з монокристалічною структурою, при мінімізації ефекту каналювання, максимілізації дзеркального відбиття носіїв заряду зовнішніми межами сандвіча та за одночасної наявності великої асиметрії в об’ємному та інтерфейсному (основному) спін - залежному розсіянні носіїв заряду з проходженням у сусідні шари металу.

### РОЗДІЛ 3

## ТРАНСПОРТНІ РОЗМІРНІ ЕФЕКТИ У ДВО - ТА БАГАТОШАРОВИХ ПЛІВКАХ З ПОЛІКРИСТАЛІЧНОЮ СТРУКТУРОЮ

Значний інтерес до вивчення транспортних розмірних ефектів у двошарових та багатошарових плівкових системах з полікристалічною структурою зумовлений широким їх використанням у сучасній мікроелектроніці та обчислювальній техніці у якості елементної бази. Багатошарові плівки, які отримують шляхом осадження на підкладку, зазвичай моноблочні за товщиною, а уздовж інтерфейсів мають полікристалічну структуру. У випадку, коли характерний розмір зерен  $L$  у площині шарів металу сумірний з довжиною вільного пробігу носіїв заряду  $l$ , то виникає конкуренція процесів розсіяння електронів на зовнішніх межах, інтерфейсах та на межах зерен. При цьому на зовнішніх межах та інтерфейсах розсіюються електрони, які стикаються з ними під великими кутами ( $\theta \gg d/l$ ), а релаксація носіїв заряду, які рухаються майже паралельно межах поділу ( $\theta \ll d/l$ ), в основному обумовлена їх розсіянням на межах зерен. Зазначена специфіка розсіяння вперше досить коректно була врахована Маядасом і Шацкесом [184,185] (див. пункт 1.2.1). Автори робіт [184,185] запропонували модель, у якій кристаліти (зерна) мають однаковий середній розмір у площині плівки, а міжкристалітні межі перпендикулярні зовнішнім поверхням зразка і описуються гаусівським розподілом. Попри відносну простоту запропонованої моделі порівняння результатів експериментальних досліджень з теоретичними розрахунками показало, що модель МШ задовільно описує електронний транспорт у полікристалічних зразках [190 - 200].

У даному розділі з використанням модифікованої моделі МШ [184, 185] теоретично та експериментально проаналізовані транспортні коефіцієнти (питома провідність, температурний коефіцієнт опору, коефіцієнти поперечної та поздовжньої тензочутливості тощо) в одно - та багатошарових системах з полікристалічною структурою. Отримані їх точні (у рамках зазначеної моделі)

та асимптотичні (для гранично товстих та тонких порівняно з довжиною вільного пробігу електронів шарів металу) співвідношення і показано, що характер розмірної залежності (збільшення або зменшення зі зміною  $d_{2,1}$ ) залежить від знака нерівності між значеннями зазначених коефіцієнтів у сусідніх металевих шарах. У разі, коли їх значення сумірні, то вони немонотонним чином залежать від  $d_{2,1}$  внаслідок дифузного характеру взаємодії носіїв заряду з інтерфейсами та межами зерен зразків. Наведена апробація апроксимаційних співвідношень для коефіцієнтів питомої провідності, температурного коефіцієнта опору та коефіцієнта поздовжньої тензочутливості показала, що розрахункові та експериментальні значення зазначених коефіцієнтів збігаються з точністю до 20 відсотків.

### **3.1. Постановка задачі та загальні вирази для транспортних коефіцієнтів у полікристалічних двошарових плівках та мультишарах**

#### **3.1.1. Загальні аналітичні формули для кінетичних коефіцієнтів**

Розглянемо двошарову плівку товщиною  $d = d_1 + d_2$  (рис. 3.1 а) та багатошарову плівку (рис. 3.1 б), які складаються з полікристалічних шарів нормального металу, що чергуються, різної товщини ( $d_j \neq d_n$ ) та з різним ступенем концентрації дефектів у об'ємах шарів металу ( $l_j \neq l_n, l_j$  - довжина вільного пробігу носіїв заряду). Будемо вважати, що нормаль до межі поділу шарів зразків паралельна осі  $X$ , а розміри ДП та мультишару у напрямках осей  $Y$  і  $Z$  нескінченні, так що рух носіїв заряду у площині  $YZ$  нічим не відрізняється від їх руху в масивному зразку. Припустимо, що до провідників прикладене зовнішнє однорідне електричне поле напруженістю  $\mathbf{E} = (0, E, 0)$  та градієнт температури  $\nabla T = (0, \partial T / \partial y, 0)$ , які направлені паралельно межах поділу шарів металу. Оскільки при розгляді транспортних ефектів у багатошаровій плівці ми нехтуємо незначними крайовими ефектами, то



$$\frac{\partial \Psi_j}{\partial t} + \frac{\Psi_j}{\tau_j} = e \mathbf{v}_j \cdot \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{e} \frac{\varepsilon_j - \varepsilon_F}{T} \nabla T \right\} \equiv g_j(\mathbf{p}), \quad (3.2)$$

де у формулах (3.1) та (3.2)  $\mathbf{r}$  і  $\mathbf{p}$  - координата та квазіімпульс носія заряду;

$\mathbf{v}_j$  і  $\varepsilon_j$  - його швидкість та енергія;

$T$  - температура;

$\varepsilon_F$  - енергія Фермі;

$f_0(\varepsilon_j)$  - фермівська функція розподілу електронів;

$t = x/v_{xj}$  - час руху носія заряду по траєкторії в електричному полі.

Величина  $\tau_j$  у формулі (3.2) має сенс середнього часу вільного пробігу носія заряду між двома актами об'ємного розсіяння та описує процеси релаксації електронного потоку на домішках, теплових коливаннях ґратки, а також на межах зерен і у рамках модифікованої моделі МШ має такий вигляд [184, 185]:

$$\frac{1}{\tau_j} = \frac{1}{\tau_{0j}} \left\{ 1 + \alpha_j \frac{p_F}{|p_{yj}|} \right\}, \quad (3.3)$$

де  $\tau_{0j}$  - характерний час релаксації носіїв заряду стосовно їх пружних зіткнень в об'ємі зразка, тобто час, за який „стирається” пам'ять електрона про своє минуле;

$p_{yj}$  - перпендикулярна міжкристалітним межам  $j$  - та компонента квазіімпульсу носія заряду.

Зерномежовий параметр  $\alpha_j = \frac{l_j}{L_j} \frac{R_j}{1 - R_j}$  у співвідношенні (3.3), з одного

боку, у залежності від знака нерівності між  $l_j$  та  $L_j$  визначає структуру зразка,

з іншого – характер взаємодії носіїв заряду з міжкристалітними межами,  $L_j$  - середній розмір кристалітів у площині шару металу,  $R_j$  - ймовірність дифузного розсіяння електрона на межі зерна.

Добре відомо, що числові значення транспортних коефіцієнтів у напівпровідникових зразках залежать від різних механізмів об'ємного розсіяння носіїв заряду, що характеризуються різними енергетичними залежностями часу релаксації, які мають степеневий характер [37]:

$$\tau_{0j} = \tau_{0j}^* \left\{ \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_F} \right\}^{\gamma_j^*},$$

де величина  $\tau_{0j}^* = const$  і не залежить від енергії  $\varepsilon_j$ ;

$\gamma_j^*$  - деяка стала величина, числове значення якої визначається переважаючим механізмом розсіяння електронів в об'ємі шарів металу. Так, зокрема, якщо  $\gamma_j^* = -1/2$ , основним механізмом розсіяння носіїв заряду є їх розсіяння на акустичних фононах;  $\gamma_j^* = 0$  у випадку розсіяння електронів на незаряджених дефектах кристалічної ґратки;  $\gamma_j^* = 3/2$ , якщо носії заряду розсіюються на іонізованих атомах домішок.

Загальним розв'язком кінетичного рівняння (3.2) є функція

$$\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = F_j e^{\frac{\lambda_j - t}{\tau_j}} + \int_{\lambda_j}^t dt' g_j(\mathbf{p}) e^{\frac{t' - t}{\tau_j}}, \quad (3.4)$$

де  $\lambda_j = t - \left| \frac{x - x_s}{v_{xj}} \right| < t$  і має значення моменту часу останньої взаємодії

носія заряду із зовнішніми межами ( $x_s = -d_1, d_2$ ) або з МПШ ( $x_s = 0$ ) у разі



розгляду електронного транспорту у двошаровій плівці. Якщо ж розглядається багатошарова структура, то  $(x_s = -d_1, 0, d_2)$ .

Для спрощення будемо вважати, що закон дисперсії для електронів у кожному шарі БП та ДП квадратичний та ізотропний. У цьому разі перенормування хімічного потенціалу носіїв заряду після взаємодії із зовнішніми межами [260] та МПШ [207, 208] відсутнє, і граничні умови для функції  $\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  (3.4) такі, що дозволяють знайти функції  $F_j$  для ДП [161, 169, 207, 208] та БП [207, 208] і, відповідно, мають такий вигляд:

$$\Psi_j^{s_j}(s_n d_j, \mathbf{p}) = q_j \Psi_j^{s_n}(s_n d_j, \mathbf{p}'), \quad (3.5)$$

$$\Psi_j^{s_n}(0, \mathbf{p}) = P_{jn} \Psi_j^{s_j}(0, \mathbf{p}') + Q_{nj} \Psi_n^{s_n}(0, \mathbf{p}''), \quad (3.6)$$

$$\Psi_j^{s_j}(s_n d_j, \mathbf{p}) = P_{jn} \Psi_j^{s_n}(s_n d_j, \mathbf{p}') + Q_{nj} \tilde{\Psi}_n^{s_j}(s_n d_j, \mathbf{p}''), \quad (3.7)$$

$$\Psi_j^{s_n}(0, \mathbf{p}) = P_{jn} \Psi_j^{s_j}(0, \mathbf{p}') + Q_{nj} \Psi_n^{s_n}(0, \mathbf{p}''), \quad j \neq n = 1, 2. \quad (3.8)$$

Тут  $q_j = const$  - параметр дзеркальності Фукса [161], який має сенс ймовірності розсіяння електрона зі збереженням енергії та тангенційної до  $j$ -ї зовнішньої межі двошарового зразка компоненти квазіімпульсу;

$P_{jn} = const$  - ймовірність дзеркального розсіяння носіїв заряду на межі поділу між  $j$ -м та  $n$ -м шарами металу;

$Q_{nj} = const$  - ймовірність проходження електрона з  $n$ -го в  $j$ -й шар без розсіяння, так що  $P_{jn} + Q_{nj} \leq 1$ .

Квазіімпульси  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{p}'$  і  $\mathbf{p}''$  пов'язані умовами збереження енергії та тангенційної стосовно до зовнішньої межі та МПШ компоненти квазіімпульсу;

$s_j = \text{sign } v_{xj}$  і вказує знак нормальної до зовнішньої поверхні та МПШ складової швидкості  $v_{xj}$  носіїв заряду.

Знак тильди у другому доданку правої частини формули (3.7) вказує на те, що функція  $\tilde{\Psi}_n^{s_j}$  описує розподіл носіїв заряду в сусідніх шарах металу стосовно до елемента періодичності БП, для якого записуються граничні умови (3.7) та (3.8).

Підставляючи функції  $\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  у формі (3.4) в граничні умови (3.5) - (3.8), отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо  $F_j$ . Знаючи функції розподілу  $\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  (3.4) у кожному шарі ДП та БП, можна розрахувати густину струму  $\mathbf{J}$  та тепловий потік  $\mathbf{U}$  (3.1) у зазначених провідниках. Порівнюючи результати розрахунку з відомими узагальненими рівняннями перенесення для  $\mathbf{J}$  і  $\mathbf{U}$  [261]

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{J} \\ \mathbf{U} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} eK_0 \\ K_1 \end{Bmatrix} e\mathbf{E} - \begin{Bmatrix} eK_1 \\ K_2 \end{Bmatrix} \frac{\nabla T}{T},$$

отримаємо такі формули для кінетичних коефіцієнтів  $K_\mu$  ( $\mu = 0,1,2$ ), що характеризують електронний транспорт у дво - та багатошарових плівкових системах з полікристалічною структурою:

$$K_0 = \frac{1}{de^2} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \Phi_j, \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} K_1 = & -\frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e^2 d \varepsilon_F} \sum_{j \neq n} d_j \sigma_{0j} \Phi_j \left\{ V + U_j - U_j \left( \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln k_j} - \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln \alpha_j} \right) - \right. \\ & \left. - U_n \left( \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln k_n} - \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln \alpha_n} \right) - (\gamma_j^* - \gamma_n^*) \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln \tau_{0n,j}} \right\}, \quad (3.10) \end{aligned}$$

$$K_2 = \frac{\pi^2 k_B^2 T^2}{3d e^2} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \Phi_j, \quad (3.11)$$

де  $\tau_{0n,j} = \frac{\tau_{0n}}{\tau_{0j}}$  - відношення часу релаксації носіїв заряду у сусідніх шарах

металу багат шарових зразків;

$\sigma_{0j}$  - питомий коефіцієнт електропровідності безмежового зразка з монокристалічною структурою, час релаксації в якому  $\tau_{0j}$ ;

$k_B$  - стала Больцмана;

$k_j = \frac{d_j}{l_j}$  - нормована на довжину вільного пробігу електронів товщина  $j$ -

го шару металу.

Особливості зонної енергетичної структури двошарових та багат шарових систем характеризуються величинами  $V$  та  $U_j$ , які можуть бути визначені таким чином [28,33,37]:

$$V = \left\{ \frac{\partial \ln A_S}{\partial \ln \varepsilon} \right\}_{\varepsilon=\varepsilon_F}, \quad U_j = \left\{ \frac{\partial \ln l_j}{\partial \ln \varepsilon} \right\}_{\varepsilon=\varepsilon_F} = \left\{ \frac{\partial \ln v}{\partial \ln \varepsilon} \right\}_{\varepsilon=\varepsilon_F} + \gamma_j^* = U_v + \gamma_j^*,$$

де  $A_S$  - площа поверхні Фермі;

$U_j$  - зміна довжини вільного пробігу електронів зі зміною енергії біля поверхні Фермі в  $j$ -му шарі металу.

Розмірні функції  $\Phi_j$ , які визначають вплив розмірів шарів ДП і БП на їх транспортні коефіцієнти, дорівнюють

$$\Phi_j = f(\alpha_j) - \langle \langle G_j \rangle \rangle, \quad (3.12)$$

$$G_j = \frac{1}{\Delta} \left\{ (2 - q_j - P_{jn} + (q_j + P_{jn} - 2q_j P_{jn}) E_j) (1 - q_n P_{nj} E_n^2) - q_n Q_{jn} Q_{nj} E_n^2 (1 - E_j + 2q_j E_j) - Q_{nj} \tau_{n,j} (1 - E_n) (1 + q_j E_j) (1 + q_n E_n) \right\}, \quad (3.13)$$

$$\Delta = (1 - q_j P_{jn} E_j^2) (1 - q_n P_{nj} E_n^2) - q_j q_n Q_{jn} Q_{nj} E_j^2 E_n^2,$$

$$G_j = 1 - \frac{1}{\Delta} \left\{ (1 + P_{jn} E_j) (1 + P_{nj} E_n) - Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n \right\} \left\{ C_j (1 - P_{nj} E_n) + Q_{nj} \tau_{n,j} E_n C_n \right\} \equiv 1 - \frac{A B_j}{\Delta}, \quad (3.14)$$

$$C_j = P_{jn} (1 - E_j) + Q_{nj} \tau_{n,j} (1 - E_n),$$

$$\Delta = 1 - P_{jn}^2 E_j^2 - P_{nj}^2 E_n^2 - 2 Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n + (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj})^2 E_j^2 E_n^2,$$

$$E_j = \exp \left\{ -\frac{k_j H_j}{z} \right\}, \quad H_j = 1 + \frac{\alpha_j}{\cos \varphi \sqrt{1 - z^2}}, \quad \tau_{n,j} = \frac{\tau_{0n} H_j}{\tau_{0j} H_n} \equiv \tau_{0n,j} H_{j,n}, \quad (3.15)$$

$$\langle \langle \dots \rangle \rangle = \frac{3a}{\pi k_j} \int_0^{\pi/2} d\varphi \cos^2 \varphi \int_0^1 dz \frac{(z - z^3)(1 - E_j)}{H_j^2} \left\{ \dots \right\}, \quad (3.16)$$

де коефіцієнт  $a$  визначений за формулою (2.25).

Зауважимо, що тут і нижче усі формули, які містять параметр дзеркальності  $q_j$ , що визначає ступінь дзеркальності зовнішніх меж двошарової плівки, описують електронний транспорт у ДП.

Функція  $f(\alpha_j)$  у виразі (3.12) визначає провідність масивного зразка ( $d_j \rightarrow \infty$ ) з полікристалічною структурою і у рамках модифікованої моделі МШ дорівнює [184,185]

$$f(\alpha_j) = 1 - \frac{3}{2}\alpha_j + 3\alpha_j^2 - 3\alpha_j^3 \ln\left(1 + \frac{1}{\alpha_j}\right) \cong \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}\alpha_j + 3\alpha_j^2, & \alpha_j \ll 1, \\ \frac{3}{4\alpha_j} - \frac{3}{5\alpha_j^2}, & \alpha_j \gg 1. \end{cases} \quad (3.17)$$

Таким чином, ми отримали загальні аналітичні вирази для кінетичних коефіцієнтів (3.9) - (3.11), які описують електронний транспорт у дво - та багатошарових полікристалічних плівках. Інтегралі, що входять у формули (3.9) - (3.11), не можна виразити через елементарні функції, і тому подальший аналіз кінетичних явищ у ДП та БП є можливим лише на основі чисельних розрахунків. Однак для великих та малих значень параметрів  $k_j$  та  $\alpha_j$ , для функцій  $\Phi_j$ , які, по суті, і визначають величину транспортних коефіцієнтів  $K_\mu$  у багатошарових плівкових системах, можна отримати досить прості асимптотичні формули, які значно спрощують порівняння теоретичних результатів з експериментальними даними.

### 3.1.2. Асимптотичні вирази для розмірних функцій

Якщо товщини шарів металу  $d_j$  значно більші за довжину вільного пробігу електронів  $l_j$  у них ( $k_j \gg 1$ ), то експоненти, які містяться у формулі (3.12), малі і ними можна знехтувати. Виконавши інтегрування по  $\varphi$  та  $z$ , одержимо такі формули для розмірних функцій  $\Phi_j$ , що виконуються для довільних значень параметрів дзеркальності  $q_j$ ,  $P_{jn}$ ,  $Q_{nj}$  та зерномежових параметрів  $\alpha_j$ :

$$\Phi_j = f(\alpha_j) - \frac{3a}{16k_j} \left\{ b_j^{(-)} \Gamma_{1,j} - Q_{nj} \tau_{0n,j} \Gamma_{2,j} \right\}, \quad (3.18)$$

$$\Gamma_{1,j} = 1 - \frac{32}{3\pi} \alpha_j + 12\alpha_j^2 + \frac{16}{\pi} \left\{ 5 - (4 - 5\alpha_j^2) I_j \right\} \alpha_j^3 - 40\alpha_j^4, \quad (3.19)$$

$$\Gamma_{2,j} = 1 - \frac{16}{3\pi} \left\{ \alpha_j + \alpha_n - \frac{3\pi}{4} (\alpha_j^2 + \alpha_j \alpha_n + \alpha_n^2) - 3(\alpha_j^3 + \alpha_j^2 \alpha_n + \alpha_j \alpha_n^2 + \alpha_n^3) + \right. \\ \left. + \frac{3\pi}{2} (\alpha_j^4 + \alpha_j^3 \alpha_n + \alpha_j^2 \alpha_n^2 + \alpha_j \alpha_n^3 + \alpha_n^4) + \frac{3}{\alpha_j - \alpha_n} [\alpha_j^4 (1 - \alpha_j^2) I_j - \alpha_n^4 (1 - \alpha_n^2) I_n] \right\}, \quad (3.20)$$

$$I_j = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha_j^2}} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha_j^2}}{\alpha_j}, & \alpha_j \leq 1, \\ \frac{\arccos\left(\frac{1}{\alpha_j}\right)}{\sqrt{\alpha_j^2 - 1}}, & \alpha_j > 1. \end{cases}$$

Величина коефіцієнтів  $b_j^{(-)}$  у формулі (3.18) дорівнює

$$b_j^{(\pm)} = \begin{cases} 2 \pm q_j \pm P_{jn}, & \text{(для ДП)} \\ 1 \pm P_{jn}. & \text{(для БП)} \end{cases} \quad (3.21)$$

Таким чином, при товщинах  $d_j$  шарів металу багат шарового провідника, які значно більші за довжину вільного пробігу  $l_j$  носіїв заряду в них, розмірні функції  $\Phi_j$  зменшуються на величину порядку  $l_j/d_j$ , що визначає відносне число носіїв заряду, які досягають інтерфейсів та зовнішніх меж сандвіча і розсіюються ними.

У випадку, коли ДП та БП складаються з шарів металу, для яких виконуються рівності  $(\alpha_j = \alpha_n)$ , то  $\Gamma_{1,j} = \Gamma_{2,n}$ , і формула (3.18) значно спрощується і набуває вигляду:

$$\Phi_j = f(\alpha_j) - \frac{3a}{16k_j} (b_j^{(-)} - Q_{nj}\tau_{0n,j}) \Gamma_{1,j}.$$

Якщо ширина кристалітів  $L_j$  у шарах металу значно більша за довжину вільного пробігу електронів  $l_j$  в них ( $L_j \gg l_j$ ) або міжкристалітні межі майже прозорі для носіїв заряду ( $R_j \ll 1$ ), то параметри зерномежового розсіяння  $\alpha_j \ll 1$ . Якщо ж шари металу мають дрібнозернисту структуру ( $L_j \ll l_j$ ) або межі зерен майже непрозорі для електронів ( $1 - R_j \ll 1$ ), то параметри  $\alpha_j \gg 1$ . Для цих граничних випадків параметрів  $\alpha_j$  формула (3.18) набирає вигляду

$$\Phi_j = \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}\alpha_j - \frac{3a}{16k_j} \left\{ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{32}{3\pi}\alpha_j \right) - Q_{nj}\tau_{0n,j} \left( 1 - \frac{16}{3\pi}(\alpha_j + \alpha_n) \right) \right\}, & \alpha_j \ll 1, \\ \frac{3}{4\alpha_j} \left\{ 1 - \frac{a}{8k_j\alpha_j} \left[ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{512}{105\pi\alpha_j} \right) - Q_{nj}\tau_{0n,j} \frac{\alpha_j}{\alpha_n} \left( 1 - \frac{256(\alpha_j + \alpha_n)}{105\pi\alpha_j\alpha_n} \right) \right] \right\}, & \alpha_j \gg 1. \end{cases} \quad (3.22)$$

У випадку, коли товщини шарів  $d_j$ , з яких складаються дво - та багат шарова плівки, значно менші за довжини вільного пробігу електронів  $l_j$  у них, тобто  $k_j \ll 1$ , то для розмірних функцій  $\Phi_j$  можна отримати такі наближені вирази:

$$\Phi_j \cong \frac{3}{4} \Phi_j^* k_j \begin{cases} \ln \frac{1}{k_j}, & \alpha_j \leq k_j, & (3.23, \text{а}) \\ \ln \frac{1}{k_j} - \frac{4}{\pi} \alpha_j, & k_j < \alpha_j \ll 1, & (3.23, \text{б}) \\ \ln \frac{1}{\alpha_j k_j}, & 1 < \alpha_j \ll \frac{1}{k_j}, & (3.23, \text{в}) \end{cases}$$

$$\Phi_j^* = \begin{cases} \frac{(1+q_j)\left[(1+P_{jn})(1-q_n P_{nj}) + q_n Q_{jn} Q_{nj} + (1+q_n) Q_{nj} d_{n,j}\right]}{(1-q_j P_{jn})(1-q_n P_{nj}) - q_j q_n Q_{jn} Q_{nj}}, & \text{(для ДП)} \\ \frac{(1+P_{jn})(1-P_{nj}) + Q_{jn} Q_{nj} + 2Q_{nj} d_{n,j}}{(1-P_{jn})(1-P_{nj}) - Q_{jn} Q_{nj}}. & \text{(для БП)} \end{cases} \quad (3.24)$$

Таким чином, значення розмірних функцій  $\Phi_j$  у дво - та багат шарових системах, які складаються з тонких полікристалічних шарів металу, як і для тонкої плівки [161], визначається невеликою групою ефективних, тобто відповідальних за ефект (концепція “неефективності” Піппарда [262]) носіїв заряду, які рухаються паралельно зовнішнім межах та МПШ металу і не стикаються з ними на довжині вільного пробігу  $l_j$ . Відносна кількість таких електронів порядку  $d_j/l_j$ . Логарифмічний фактор  $\ln \frac{1}{k_j}$  враховує внесок електронів у функції  $\Phi_j$ , які рухаються під малими кутами  $\theta_j = d_j/l_j \ll 1$  до МПШ металу та зовнішніх меж і розсіюються ними.

При виконанні нерівності  $\alpha_j \leq k_j$  основним механізмом релаксації електронів є їх розсіяння на зовнішніх межах та на МПШ, і полікристалічний зразок наближено можна розглядати як монокристалічний, оскільки розсіяння електронів на МЗ незначне і ним можна знехтувати (див. формулу (3.23 а), яка збігається з відповідними формулами робіт [212,263]). Зі зростанням зерномежового параметра  $\alpha_j$  збільшується і внесок у величину коефіцієнтів носіїв заряду, які розсіюються на межах зерен (їх відносна кількість порядку  $\frac{4}{\pi} \alpha_j$ , див. формулу (3.23 б)). При подальшому зростанні параметра  $\alpha_j$ , так що  $\alpha_j \gg 1/k_j$ , основним механізмом релаксації електронів є їх розсіяння на міжкристалічних межах (див. формулу (3.23 в)). Розсіянням носіїв заряду на зовнішніх межах та на інтерфейсах можна знехтувати порівнянно з їх розсіянням на межах зерен, і ДП та БП будуть ефективно „товстими”.



Зауважимо, що значення розмірних функцій  $\Phi_j$  суттєво залежать від відношення товщин сусідніх шарів металу  $d_{n,j}$ . Цей факт свідчить про те, що якщо ДП та БП складаються з тонких шарів металу, то, підбираючи товщини шарів металу з відповідними транспортними властивостями, можна отримати багатошаровий зразок з потрібними електрофізичними характеристиками.

Таким чином, ми знайшли загальні вирази для кінетичних коефіцієнтів  $K_\mu$  (3.9) - (3.11), які характеризують транспортні явища у ДП та БП, і асимптотичні значення для розмірних функцій  $\Phi_j$  для граничних значень параметрів  $k_j$  та  $\alpha_j$ . Далі ми проаналізуємо найбільш цікаві з точки зору експерименту, часткові випадки [264-285]. Однак перш ніж перейти до розгляду конкретних кінетичних коефіцієнтів, покажемо формальну відповідність між розмірними функціями ДП та БП, між дво - та багатошаровим зразками й одношаровою плівкою та необмеженим зразком.

### 3.1.3. Формальна відповідність між двошаровим та багатошаровим зразками

Якщо дво – або багатошарова полікристалічна плівка складається з шарів металу з однаковими об'ємними та структурними характеристиками, тобто виконуються рівності

$$\sigma_{0j} = \sigma_{0n}, \quad l_j = l_n, \quad \alpha_j = \alpha_n \quad (3.25)$$

і відсутнє розсіяння носіїв зарядів на межах поділу шарів і на зовнішніх межах двошарової плівки

$$q_j = 1, \quad P_{jn} + Q_{nj} = 1,$$

то ДП та БП формально можна розглядати як необмежений зразок, оскільки

числові значення їх транспортних коефіцієнтів будуть збігатися зі своїми об'ємними значеннями.

Якщо ж межі поділу шарів металу у багатошаровій та двошаровій плівках абсолютно непрозорі для електронів ( $Q_{jn} = Q_{nj} = 0$ ) (зокрема, шари металу багатошарового провідника розділені ультратонкими діелектричними прошарками), то функції  $\Phi_j$  у кожному шарі металу не залежать від параметрів, які характеризують сусідній шар  $i$ , відповідно, дорівнюють

$$\Phi_j = f(\alpha_j) - \begin{cases} \left\langle \left\langle \frac{2 - q_j - P_{jn} + (q_j + P_{jn} - 2q_j P_{jn}) E_j}{1 - q_j P_{jn} E_j^2} \right\rangle \right\rangle, & \text{(для ДП)} \\ \left\langle \left\langle \frac{1 - P_{jn}}{1 - P_{jn} E_j} \right\rangle \right\rangle, & \text{(для БП)} \end{cases}$$

а при виконанні співвідношень (3.25) і рівностей

$$P_{jn} = P_{nj} = P, \quad q_j = q_n = q, \quad d_j = d_n = d,$$

двошаровий та багатошаровий зразки формально можна розглядати як одношарову плівку, розмірна функція якої дорівнює

$$\Phi = f(\alpha) - \begin{cases} \left\langle \left\langle \frac{2 - q - P + (q + P - 2qP) E}{1 - q P E^2} \right\rangle \right\rangle, & \text{(для ДП)} \\ \left\langle \left\langle \frac{1 - P}{1 - P E} \right\rangle \right\rangle. & \text{(для БП)} \end{cases} \quad (3.26)$$

Зауважимо, що у разі виконання рівності  $q = P$  формули у дужках виразу (3.26) збігаються.

У випадку, коли межа поділу шарів металу двошарової плівки абсолютно прозора для носіїв заряду ( $Q_{jn} = Q_{nj} = 1$ ) і виконуються рівності (3.25), то ДП формально можна розглядати як тонкий шар металу, однак уже товщиною  $d = d_1 + d_2$ , розмірна функція якого визначається за формулою (3.26), у якій нормована товщина  $k = (d_1 + d_2)/l$ .

Якщо БП складається з шарів металу однакової товщини ( $d_j = d_n = d$ ), з однаковими структурними характеристиками, які визначаються рівностями (3.25), а інтерфейси між  $j$  - м та  $n$  - м шарами однаковим чином розсіюють електрони ( $P_{jn} = P_{nj} = P$ ) і вони з однаковою ймовірністю проходять у сусідні шари БП ( $Q_{jn} = Q_{nj} = Q$ ), то розмірна функція мультишару буде збігатися з розмірною функцією тонкої плівки, зовнішні межі якої дзеркальним чином розсіюють носії заряду з ймовірністю  $(P + Q)$  [208], і дорівнює

$$\Phi = f(\alpha) - \left\langle \left\langle \frac{1 - (P + Q)}{1 - (P + Q)E} \right\rangle \right\rangle. \quad (3.27)$$

У формулах (3.26) і (3.27) величина  $E$ , подвійні кутові дужки та функція  $f(\alpha)$  визначені за формулами (3.15) - (3.17) відповідно, у яких необхідно знехтувати нижнім індексом “ $j$ ”.

Для того щоб отримати формальну відповідність між двошаровою плівкою та мультишаром, необхідно порівняти між собою асимптотичні формули (3.22) (якщо БП та ДП складаються з товстих шарів) та формули (3.23) (якщо дво - та багатошарова плівки складаються з тонких шарів металу), попередньо розписавши їх з урахуванням співвідношень (3.21) та (3.24). Порівняння відповідних формул між собою показує, що у випадку, коли шари багатошарової плівки тонкі ( $k_j \ll 1$ ) і мають довільну полікристалічну

структуру, то БП формально можна розглядати як двошаровий зразок,

зовнішні межі якого дзеркальним чином розсіюють електрони ( $q_{ef} = 1$ ). Цей висновок збігається з відповідним висновком роботи [224] для багатошарової плівки з монокристалічною структурою.

Якщо шари металу БП товсті ( $k_j \gg 1$ ), то мультишар знову формально можна розглядати як двошаровий зразок, однак у даному випадку зовнішні межі ДП будуть описуватися ефективним параметром дзеркальності, який має такий вигляд:

$$q_{ef} = \begin{cases} P_{jn} + Q_{nj}\tau_{0n,j} \left( 1 + \frac{16}{3\pi} (\alpha_j - \alpha_n) \right), & \alpha_j \ll 1, \\ P_{jn} + Q_{nj}\tau_{0n,j} \frac{\alpha_j}{\alpha_n} \left( 1 + \frac{256}{105\pi} \frac{\alpha_n - \alpha_j}{\alpha_j \alpha_n} \right), & \alpha_j \gg 1. \end{cases} \quad (3.28)$$

Звідси випливає, що зменшення середнього розміру зерна або прозорості міжкристалітних меж у сусідньому  $n$ -му шарі металу (тобто при збільшенні параметра  $\alpha_n$ ) призводить до зменшення ефективного параметра дзеркальності і, відповідно, до зменшення провідності багатошарового зразка. Якщо ж збільшується ступінь чистоти та прозорість МПШ металу, то ефективний параметр  $q_{ef}$  збільшується і збільшується провідність БП. У разі виконання рівності  $\alpha_j = \alpha_n$ , як випливає з формули (3.28), мультишар формально можна розглядати як ДП, зовнішні межі якого розсіюють електрони з імовірністю  $q_{ef} = P_{jn} + Q_{nj}\tau_{0n,j}$ . Цей висновок збігається з висновком для зазначених провідників з монокристалічною структурою [224,263].

## 3.2. Коефіцієнти питомої електро - та теплопровідності

### 3.2.1. Провідність тонких полікристалічних плівок з моноблочною структурою

Питома провідність  $\sigma/\sigma_0 \equiv \Phi$  тонкої полікристалічної плівки з моноблочною структурою, зовнішні межі якої різним чином розсіюють електрони описується формулою (3.26) [185, 186] ( $q = q_1, P = q_2$ ). У випадку, коли товщина плівки значно більша за довжину вільного пробігу електронів ( $k \gg 1$ ), а зовнішні межі однаково чином розсіюють електрони ( $q_1 = q_2 = q$ ), провідність плівки наближено дорівнює [188,264]

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = f(\alpha) - \frac{3(1-q)l}{8d} \Gamma_1 \cong 1 - \frac{3}{2}\alpha - \frac{3(1-q)l}{8d} \left(1 - \frac{32}{3\pi}\alpha\right), \quad \alpha \ll 1 \quad (3.29)$$

де функції  $\Gamma_1$  визначені за формулою (3.19), у якій необхідно знехтувати індексом “ $j$ ”. При написанні правої частини формули (3.29) ми обмежилися лінійними множниками по зерномезовому параметру задачі  $\alpha$ .

З метою апробації асимптотичного співвідношення (3.29) були отримані експериментальні залежності питомої провідності від товщини плівок  $Cu$  та  $Ni$ , які отримувалися методом електронно - променевого (для плівок  $Ni$ ) та термічного випаровування (для плівок  $Cu$ ) у вакуумі порядку  $10^{-3} \div 10^{-4} Pa$  на підкладку при її температурі  $T_n = 300 K$ . Для дослідження провідності отриманих зразків у якості підкладки використовувалися скляні поліровані пластинки з вплавленими металевими стержнями та тонкі плівки вуглецю - для проведення електронно - мікроскопічних досліджень. Швидкість конденсації шарів металу становила  $0,2 \div 0,5 nm/s$  і  $1,5 \div 3 nm/s$  для  $Ni$  і  $Cu$  відповідно. З метою стабілізації електрофізичних властивостей та рекристалізації структури плівкові зразки відпалювалися протягом трьох - чотирьох циклів за схемою

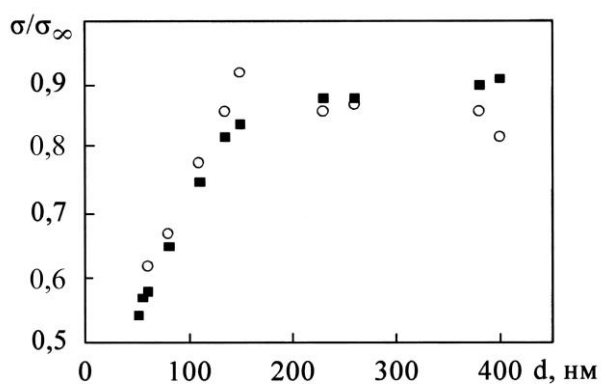
“нагрівання ↔ охолодження” зі сталою швидкістю в інтервалі температур  $300 \div 700 \text{ K}$ . Для визначення величини опору за дво - або чотириточковою схемою використовувалися універсальні цифрові вольтметри. Контроль температури з точністю до  $1 \text{ K}$  здійснювався за допомогою хромель - алюмелевої термопари, яка під’єднувалася до цифрового вольтметра. Товщини плівкових зразків з точністю до 10% визначалися інтерферометричним методом (прилад МП - 4). Для забезпечення повторення геометричних розмірів довжини ( $a_1$ ) і ширини ( $a_2$ ) плівок використовувалися маски з нержавіючої сталі, що також дозволило розрахувати величину питомого опору за співвідношенням  $\rho = R_f a_2 d a_1^{-1}$ .

Дослідження структурних характеристик показало, що плівки *Ni* і *Cu* мають ГЦК структуру. Параметр ґратки у випадку плівок *Ni* становить  $a_p = (0,352 \div 0,353) \text{ нм}$ , а для *Cu* –  $(0,361 \div 0,362) \text{ нм}$ , що відповідає значенням  $a_0 = 0,3524 \text{ нм}$  (*Ni*) і  $a_0 = 0,3616 \text{ нм}$  (*Cu*) для масивних зразків [286]. Обробка даних електронно - мікроскопічних досліджень дозволила визначити значення середнього розміру зерна та характер його залежності від товщини, яка має вигляд  $L \cong kd$ . Коефіцієнт пропорційності  $k$  для плівок *Ni* дорівнює одиниці ( $k \cong 1$ ), а для плівок *Cu* - ( $k \cong 2 \div 3$ ). Аналізуючи отримані результати, зауважимо, що плівки *Ni* і *Cu* при зазначених умовах отримання і термообробки є крупнозернистими та моноблочними за товщиною, тобто для них виконується нерівність  $\alpha \ll 1$ .

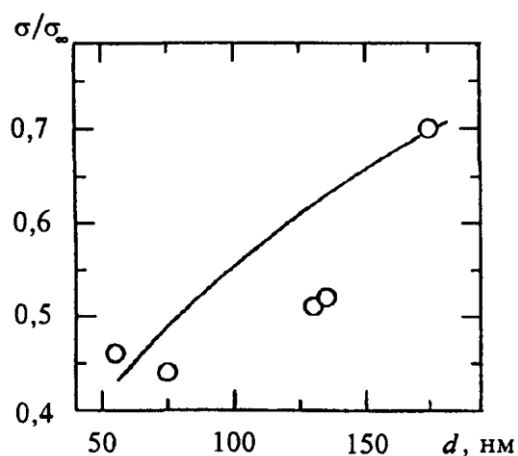
Співвідношення (3.29) було використано для розрахунку величини провідності плівкових зразків. При цьому завдяки підбору параметра зерномежового розсіяння, який у даному разі виступав як підгоночний, досягалося узгодження експериментальних та розрахункових значень питомої провідності. Відмітимо, що замість величини  $\sigma_0$  було використано величину  $\sigma_\infty = \lim_{d \rightarrow \infty} \sigma_0$  - провідність масивного зразка з таким же самим типом дефектів та їх концентрацією, як і у досліджуваній плівці. Розрахунок величини  $\alpha$

проводився при умові, що  $l = const$ , значення якої оцінювалося шляхом обробки експериментальних значень з розмірної залежності питомої провідності у рамках моделі Фукса - Зондгаймера. Для плівок  $Ni$  і  $Cu$  значення  $l(1 - q)$  становлять 33 нм і 85 нм відповідно.

На рис. 3.2 наведені розмірні залежності питомої провідності для плівок  $Ni$  і  $Cu$ . Узгодження експериментальних і розрахункових значень питомих провідностей спостерігається для випадку, коли величина коефіцієнта зерномежового розсіяння змінюється в інтервалі досліджених товщин для  $Ni$  від 0,37 до 0,46, а для  $Cu$  - від 0,35 до 0,42. Порівнюючи отримані числові значення для коефіцієнта  $R$  та відомі літературні дані [287-292], можна відмітити їх якісне і кількісне узгодження.



а



б

Рис. 3.2. Залежності питомої провідності від товщини для плівок  $Ni$  (а) та  $Cu$  (б), де (o) - експериментальні, а (■) - розрахункові значення провідності

### 3.2.2. Питома електро - і теплопровідність дво - та багат шарових плівок

Коефіцієнт  $K_0$  при  $\mathbf{E}$  у співвідношенні (3.9) пропорційний коефіцієнту питомої електропровідності  $\sigma$  і визначається за струмом в ізотермічних умовах ( $\nabla T = 0$ ) [265 - 268]

$$\sigma = e^2 K_0 = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \Phi_j, \quad (3.30)$$

де розмірні функції  $\Phi_j$  і їх асимптотичні вирази для граничних значень параметрів  $k_j$  та  $\alpha_j$  отримані у попередньому пункті (див. формули (3.12) - (3.24)).

При виконанні нерівності  $d_{n,j} \ll 1$  загальну формулу (3.30) можна наближено записати у вигляді

$$\sigma = \sigma_{0j} \Phi_j + d_{n,j} (\sigma_{0n} \Phi_n - \sigma_{0j} \Phi_j),$$

звідки випливає, що для граничних значень  $d_{n,j}$  характер зміни сумарної провідності ДП (БП) залежить від знака нерівності між  $\sigma_{0j} \Phi_j$  та  $\sigma_{0n} \Phi_n$ .

Для проведення чисельного розрахунку коефіцієнт провідності (3.30) зручно записати таким чином:

$$\frac{\sigma}{\sigma_{01}} = \frac{\Phi_1}{1 + d_{2,1}} \left( 1 + d_{2,1} \frac{\sigma_{02} \Phi_2}{\sigma_{01} \Phi_1} \right) = \begin{cases} \Phi_1, & d_{2,1} \rightarrow 0, \\ \frac{\sigma_{02}}{\sigma_{01}} \Phi_2 \approx \frac{l_2}{l_1} f(\alpha_2), & d_{2,1} \rightarrow \infty, \end{cases} \quad (3.31)$$

де для виразу, який наведений у фігурних дужках, враховано, що зі збільшенням товщини шару металу  $d_2$  розмірна функція  $\Phi_2 \rightarrow f(\alpha_2)$ , а



об'ємна провідність  $\sigma_{0j} \sim l_j$ .

Криві, які наведені на рис. 3.3 та 3.4, отримані чисельним розрахунком за точною, у рамках використовуваної модифікованої моделі МШ [185], формулою (3.31) та ілюструють залежність  $\sigma/\sigma_{01}$  ( $\sigma_{01}$  - об'ємне значення провідності монокристалічного зразка) від відношення товщин сусідніх шарів металу  $d_{2,1} = d_2/d_1$  та параметра  $\alpha_2$  при різних значеннях параметрів, які характеризують зразки (зауважимо, що загальними числовими значеннями параметрів для рис. 3.3 та 3.4 є  $q_j = P_{jn} = Q_{nj} = 0,1$ , якщо у підписах не наведено іншого числового значення).

Отримані залежності  $\sigma(d_{2,1})$  показують, що в області малих значень  $d_{2,1} \ll 1$  величина провідності ДП (БП) визначається характером взаємодії носіїв заряду з МПШ металу і не залежить від  $l_{1,2}$ , в той час як при  $d_{2,1} \gg 1$  величина  $\sigma/\sigma_{01}$  визначається відношенням довжин вільного пробігу електронів  $l_{2,1}$  у шарах металу та об'ємним значенням провідності полікристалічного шару металу товщиною  $d_2$ , тобто  $\frac{\sigma}{\sigma_{01}} \cong \frac{l_2}{l_1} f(\alpha_2)$  (див. рис. 3.3 а; 3.4 а та формулу (3.31)). Якщо  $d_2 \sim d_1$ , то на залежності  $\frac{\sigma}{\sigma_{01}}$  як функції  $d_{2,1}$  виникає мінімум, який обумовлений конкуренцією внесків у провідність об'ємного, поверхневого та зерномежового розсіяння електронів (рис. 3.3, б - д; 3.4 б - д).

Для спрощення інтерпретації чисельних розрахунків будемо вважати, що зерномежовий параметр  $\alpha_j < k_j$ . Якщо знехтувати внеском у провідність електронів, які рухаються майже паралельно інтерфейсам (тобто знехтувати логарифмічним фактором), та обмежитися лінійними множниками за

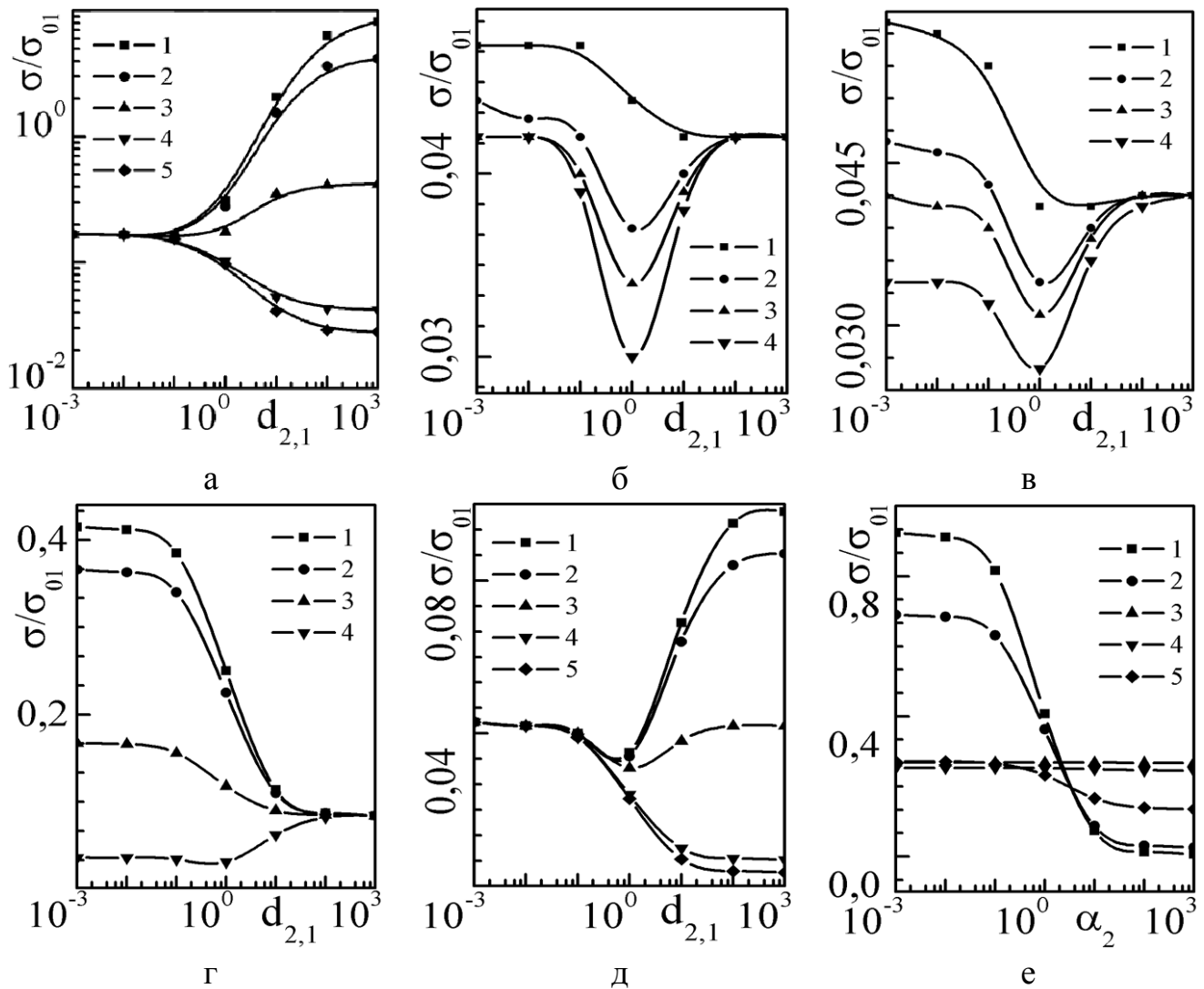


Рис. 3.3. Залежності провідності двохшарової плівки від відношення товщин шарів металу  $d_{2,1}$  та параметра  $\alpha_2$  при таких значеннях параметрів:

- а)  $\alpha_j = 1, k_1 = 0,1$ : 1 -  $l_{1,2} = 0,05$ , 2 -  $l_{1,2} = 0,1$ , 3 -  $l_{1,2} = 1$ , 4 -  $l_{1,2} = 10$ , 5 -  $l_{1,2} = 20$ ;
- б)  $\alpha_j = 1, k_1 = 0,01, l_{1,2} = 10$ : 1 -  $Q_{jn} = 0,9$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,5$ , 3 -  $Q_{jn} = 0,3$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,0$ ;
- в)  $\alpha_j = 1, k_1 = 0,01, l_{1,2} = 10$ : 1 -  $P_{jn} = 0,9$ , 2 -  $P_{jn} = 0,5$ , 3 -  $P_{jn} = 0,3$ , 4 -  $P_{jn} = 0,0$ ;
- г)  $l_{1,2} = 5, \alpha_j = 1$ : 1 -  $k_1 = 10$ , 2 -  $k_1 = 1$ , 3 -  $k_1 = 0,1$ , 4 -  $k_1 = 0,01$ ;
- д)  $l_{1,2} = 10, \alpha_1 = 0,1, k_1 = 0,01$ : 1 -  $\alpha_2 = 0,01$ , 2 -  $\alpha_2 = 0,1$ , 3 -  $\alpha_2 = 1$ , 4 -  $\alpha_2 = 10$ , 5 -  $\alpha_2 = 20$ ;
- е)  $\alpha_1 = 1, k_1 = 0,1, l_{1,2} = 1$ : 1 -  $d_{2,1} = 50$ , 2 -  $d_{2,1} = 10$ , 3 -  $d_{2,1} = 0,01$ , 4 -  $d_{2,1} = 0,1$ , 5 -  $d_{2,1} = 1$

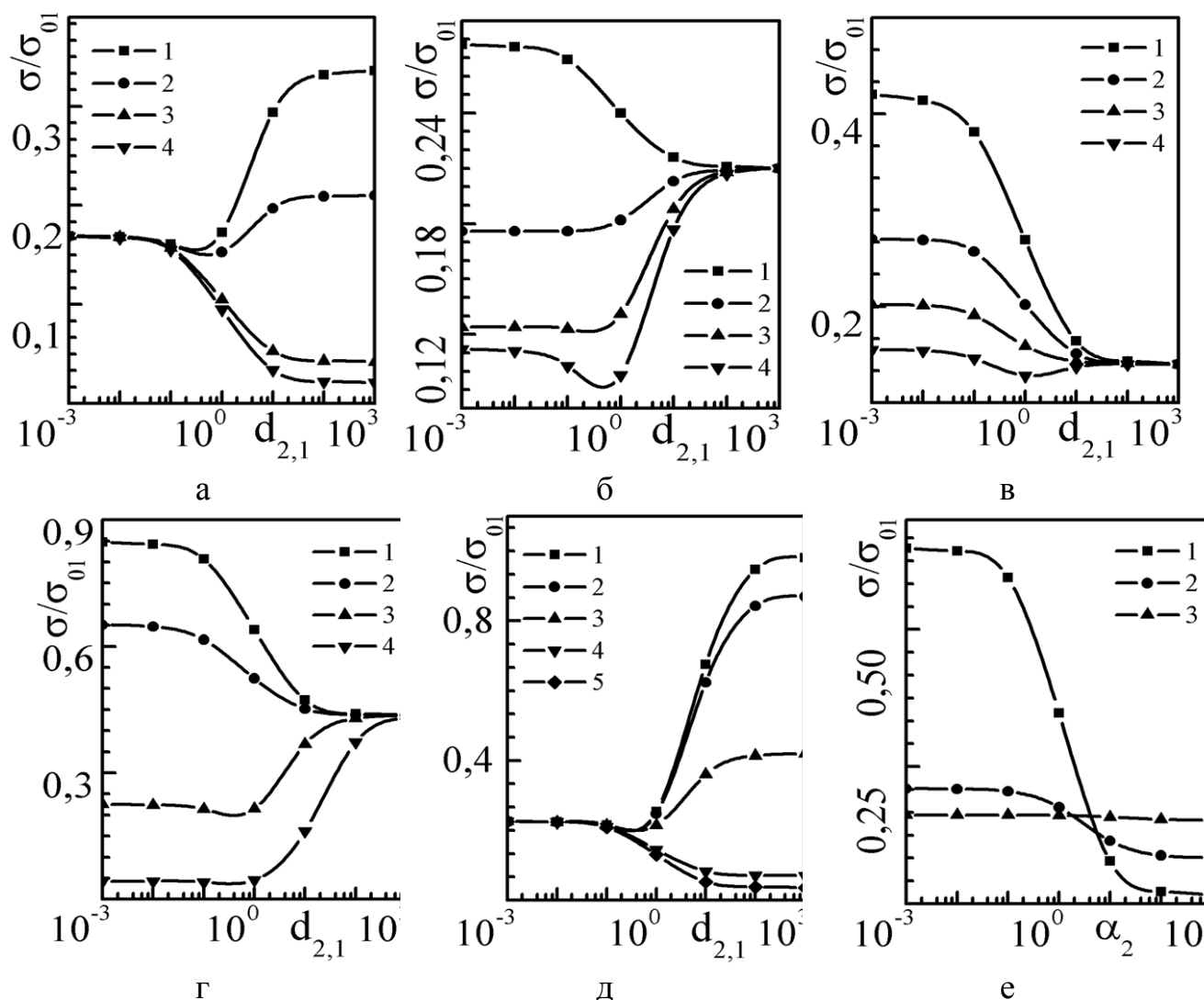


Рис. 3.4. Залежності провідності багат шарової плівки від відношення товщин сусідніх шарів металу  $d_{2,1}$  та параметра  $\alpha_2$  при таких значеннях параметрів, які характеризують багат шарову плівку:

- а)  $\alpha_j = 1$ ,  $k_1 = 0,1$ : 1 -  $l_{1,2} = 1,25$ , 2 -  $l_{1,2} = 2$ , 3 -  $l_{1,2} = 10$ , 4 -  $l_{1,2} = 20$ ;
- б)  $P_{jn} = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $k_1 = 0,05$ ,  $l_{1,2} = 2$ : 1 -  $Q_{jn} = 0$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,3$ , 3 -  $Q_{jn} = 0,6$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,9$ ;
- в)  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 3$ : 1 -  $P_{jn} = 0$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ , 3 -  $P_{jn} = 0,6$ , 4 -  $P_{jn} = 0,9$ ;
- г)  $l_{1,2} = 2$ ,  $\alpha_j = 0,1$ : 1 -  $k_1 = 0,01$ , 2 -  $k_1 = 0,1$ , 3 -  $k_1 = 1$ , 4 -  $k_1 = 10$ ;
- д)  $l_{1,2} = 1$ ,  $\alpha_1 = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ : 1 -  $\alpha_2 = 0,01$ , 2 -  $\alpha_2 = 0,1$ , 3 -  $\alpha_2 = 1$ , 4 -  $\alpha_2 = 10$ , 5 -  $\alpha_2 = 20$ ;
- е)  $\alpha_1 = 1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ : 1 -  $d_{2,1} = 10$ , 2 -  $d_{2,1} = 1$ , 3 -  $d_{2,1} = 0,1$

параметрами дзеркальності  $P_{jn}$  і  $Q_{nj}$ , то розмірні функції наближено можна записати у вигляді

$$\Phi_j \cong k_j (b_j^{(-)} + a Q_{nj} d_{n,j}), \quad (3.32)$$

де величини  $a$  та  $b_j^{(-)}$  визначені за формулами (2.25) та (3.21) відповідно, а коефіцієнт  $3/4$  у формулі (3.32) не наведений, оскільки він надалі не впливає на кінцевий результат розрахунку. Підставляючи формулу (3.32) у вираз (3.31) і досліджуючи на екстремум отриману функцію, переконуємося, що при виконанні рівності

$$d_{2,1\min} = \begin{cases} \left[ 1 + \frac{1 + q_1 + P_{12} - Q_{21} - Q_{12} \sigma_{021} l_{1,2}}{(1 + q_2 + P_{21}) \sigma_{021} l_{1,2}} \right]^{1/2} - 1, & \text{(для ДП)} \\ \left[ 1 + \frac{1 + 2(P_{12} - Q_{21} - Q_{12} \sigma_{021} l_{1,2})}{(1 + 2P_{21}) \sigma_{021} l_{1,2}} \right]^{1/2} - 1 & \text{(для БП)} \end{cases} \quad (3.33)$$

питома провідність ДП та БП досягає свого мінімального значення. Якщо носії заряду дифузним чином взаємодіють з інтерфейсами та зовнішніми межами зразків ( $q_j, P_{jn}, Q_{nj} \rightarrow 0$ ) і враховуючи, що  $\sigma_{0j} \sim l_j$ , то  $d_{2,1\min} \cong 0,414$ , що і підтверджується чисельним розрахунком.

Зі збільшенням імовірності проходження носіїв заряду в сусідній шар металу без розсіяння (рис. 3.3 б, в; 3.4 б, в), товщини шару металу  $d_1$  (рис. 3.3, г 3.4 г) та параметра  $\alpha_2$  (рис. 3.3, д; 3.4, д), зазначений мінімум вироджується і провідність зразків монотонно зменшується зі зростанням товщини двошарового зразка або елемента періодичності багат шарової плівки.

При пружному розсіянні носіїв заряду на внутрішніх і зовнішніх межах унаслідок виконання закону Відемана - Франца

$$\kappa = \frac{1}{T} K_2 = \frac{\pi^2}{3e^2} T \sigma$$

у теплопровідності ДП та БП будуть спостерігатися ефекти, аналогічні ефекту електропровідності, які були розглянуті вище.

### 3.3. Термоелектричні ефекти у двошаровій плівці та мультишарі

Ураховуючи простий зв'язок між коефіцієнтом термо - е.р.с.  $S$  та коефіцієнтом Пельтьє  $\Pi = ST$ , у даному підрозділі проаналізуємо залежність термо - е.р.с. дво - та багатошарових плівок від відношення товщин сусідніх шарів металу  $d_{2,1}$  та параметрів, які характеризують структуру зразка і характер взаємодії електронів з їх внутрішніми та зовнішніми межами.

Згідно з [28, 33] коефіцієнт термо - е.р.с. дорівнює

$$S = \frac{1}{eT} \frac{K_1}{K_0}, \quad (3.34)$$

де кінетичні коефіцієнти  $K_0$  та  $K_1$  визначені за формулами (3.9) і (3.10) відповідно. Підставляючи їх значення у формулу (3.34), отримаємо такий загальний аналітичний вираз для коефіцієнта термо - е.р.с. ДП та БП [269,270]:

$$S = -\frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e\varepsilon_F} \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \left\{ V + U_j - U_j \left( \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln k_j} - \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln \alpha_j} \right) - \right. \\ \left. - U_n \left( \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln k_n} - \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln \alpha_n} \right) - (\gamma_j^* - \gamma_n^*) \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln \tau_{0n,j}} \right\},$$

де функція  $\Phi_j$  визначена за формулою (3.12), а величини  $D_{n,j}$  дорівнюють

$$D_{n,j} = \frac{d_n \sigma_{0n} \Phi_n}{d_j \sigma_{0j} \Phi_j}. \quad (3.35)$$

Виконавши необхідне логарифмічне диференціювання, отримаємо загальний вираз для коефіцієнта термо - е.р.с., який виконується за довільного співвідношення між товщинами шарів металу та довільного характеру взаємодії носіїв заряду із зовнішніми та внутрішніми межами зразків:

$$S = -\frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e\varepsilon_F} \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \{V + U_j - M_{Sj}\}, \quad (3.36)$$

$$M_{Sj} = \frac{1}{\Phi_j} [U_j J_{Sj} + U_n J_{Sj}^* + (\gamma_j^* - \gamma_n^*) J_{\tau j}],$$

$$J_{Sj} = f^*(\alpha_j) + \left\langle \left\langle G_j - \frac{k_j E_j}{z} \{G_j (1 - E_j)^{-1} - \Theta_j\} - \frac{H_j - 1}{H_j} \{\Lambda_j + 2G_j\} \right\rangle \right\rangle,$$

$$J_{Sj}^* = \left\langle \left\langle \frac{H_n - 1}{H_n} \Lambda_j - \frac{k_n E_n}{z} \Theta_j^* \right\rangle \right\rangle, \quad J_{\tau j} = \left\langle \left\langle \Lambda_j \right\rangle \right\rangle, \quad (3.37)$$

$$f^*(\alpha_j) = \frac{3}{2} \alpha_j - \frac{3\alpha_j^2 (2 + 3\alpha_j)}{1 + \alpha_j} + 9\alpha_j^3 \ln \left( 1 + \frac{1}{\alpha_j} \right) \cong \begin{cases} \frac{3}{2} \alpha_j - 6\alpha_j^2, & \alpha_j \ll 1, \\ \frac{3}{4\alpha_j} - \frac{6}{5\alpha_j^2}, & \alpha_j \gg 1, \end{cases} \quad (3.38)$$

де функції  $G_j$  та подвійні кутові дужки визначені за формулами (3.13) - (3.16), а величини  $\Theta_j, \Theta_j^*$  та  $\Lambda_j$  для двошарової плівки та мультишару відповідно мають такий вигляд:

$$\Theta_j = \left\{ (q_j + P_{jn} - 2q_j P_{jn}) (1 - q_n P_{nj} E_n^2) + q_n (1 - 2q_j) Q_{jn} Q_{nj} E_n^2 - \right. \\ \left. - q_j Q_{nj} \tau_{n,j} (1 - E_n) (1 + q_n E_n) \right\} \Delta^{-1} + G_j \Xi_j, \quad (3.39)$$

$$\Theta_j^* = \left\{ 2q_n P_{nj} (2 - q_j - P_{jn} + (q_j + P_{jn} - 2q_j P_{jn}) E_j) E_n + 2q_n Q_{jn} Q_{nj} E_n (1 - E_j + \right. \\ \left. + 2q_j E_j) - Q_{nj} \tau_{n,j} (1 + q_j E_j) (1 - q_n + 2q_n E_n) \right\} \Delta^{-1} - G_j \Xi_n, \quad (3.40)$$

$$\Xi_j = 2q_j \left\{ P_{jn} + q_n (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) E_j^2 \right\} E_j \Delta^{-1},$$

$$\Lambda_j = Q_{nj} \tau_{n,j} (1 - E_n) (1 + q_j E_j) (1 + q_n E_n) \Delta^{-1}, \quad (3.41)$$

$$\Theta_j = \left\{ P_{jn} (A - B_j) + (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) (A + B_j) E_n \right\} \Delta^{-1} - B_j \Xi_j, \quad (3.42)$$

$$\Theta_j^* = \left\{ A \left( (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) (1 - E_j) - Q_{nj} \tau_{n,j} \right) + \right. \\ \left. + B_j (P_{jn} - (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) E_j) \right\} \Delta^{-1} + B_j \Xi_n, \quad (3.43)$$

$$\Xi_j = 2A \left\{ P_{jn} P_{nj} E_j + Q_{jn} Q_{nj} E_n - (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj})^2 E_j E_n^2 \right\} \Delta^{-2},$$

$$\Lambda_j = Q_{nj} \tau_{n,j} (1 - E_n) A \Delta^{-1}. \quad (3.44)$$

Отриманий загальний вираз для коефіцієнта термо - е.р.с. можна спростити для граничних значень параметрів  $k_j$  та  $\alpha_j$ . Якщо провідники складаються з товстих шарів металу ( $k_j \gg 1$ ), то для довільних значень зерномежових параметрів  $\alpha_j$  величина  $S$  буде визначатися за формулою (3.36), у якій функції  $J_{Sj}$ ,  $J_{Sj}^*$  та  $J_{\tau j}$  мають такий вигляд:

$$J_{Sj} = f^*(\alpha_j) + \frac{3a}{16k_j} \left\{ b_j^{(-)} \Gamma_{3,j} - Q_{nj} \tau_{0n,j} \Gamma_{4,n} \right\}, \quad (3.45)$$

$$J_{Sj}^* = \frac{a\alpha_n}{\pi k_j} Q_{nj} \tau_{0n,j} \Gamma_{5,n}, \quad J_{\tau j} = \frac{3a}{16k_j} Q_{nj} \tau_{0n,j} \Gamma_{2,j}, \quad (3.46)$$

$$\Gamma_{3,j} = 1 - \frac{64}{3\pi} \alpha_j + 36\alpha_j^2 + \frac{16}{\pi} \left( 25 - (16 - 25\alpha_j^2) I_j - \frac{1 - \alpha_j^2 I_j}{1 - \alpha_j^2} \right) \alpha_j^3 - 200 \alpha_j^4, \quad (3.47)$$

$$\Gamma_{4,j} = 1 - \frac{16}{\pi} \alpha_j + 24\alpha_j^2 + \frac{8}{\pi} \left( 30 - 10(2 - 3\alpha_j^2) I_j - \frac{1 - \alpha_j^2 I_j}{1 - \alpha_j^2} \right) \alpha_j^3 - 120 \alpha_j^4,$$

$$\Gamma_{5,j} = 1 - \frac{3\pi}{4} (2\alpha_j + \alpha_n) + \frac{3\pi}{2} \left\{ 4\alpha_j^3 + 3\alpha_j^2 \alpha_n + 2\alpha_j \alpha_n^2 + \alpha_n^3 \right\} \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \frac{1 - (1 - \alpha_j^2) I_j}{\alpha_j} \right\} -$$

$$- \frac{3}{\alpha_j (\alpha_j - \alpha_n)} \left\{ \alpha_j^4 \left( 1 + \frac{\alpha_n (1 - \alpha_j^2) I_j - \alpha_j (1 - \alpha_n^2) I_n}{\alpha_j - \alpha_n} \right) + \alpha_n^4 I_j \right\},$$

який значно спрощується для провідників з крупнозернистою ( $\alpha_j \ll 1$ ) та дрібнозернистою ( $\alpha_j \gg 1$ ) структурами:

$$S = -\frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e\varepsilon_F} \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \left\{ V + U_j \left( 1 - \frac{3}{2} \alpha_j \right) - \frac{3a}{16k_j} \left[ U_j b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{12}{\pi} \alpha_j \right) - \right. \right.$$

$$\left. \left. - Q_{nj} \tau_{0n,j} \left( U_j \left( 1 - \frac{4}{3\pi} (\alpha_j + 4\alpha_n) \right) + U_n \frac{16}{3\pi} \alpha_n + (\gamma_j^* - \gamma_n^*) \left( 1 - \frac{2}{3\pi} (\alpha_j + 8\alpha_n) \right) \right) \right] \right\},$$

$$\alpha_j \ll 1, \quad (3.48)$$

$$S = -\frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e\varepsilon_F} \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \left\{ V + U_j \left[ \frac{4}{5\alpha_j} - \frac{3a}{16k_j \alpha_j^2} b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{5}{\pi \alpha_j} \right) \right] + \right.$$



$$\begin{aligned}
& + \frac{a}{4k_j\alpha_n} Q_{nj}\tau_{0j,n} \left[ U_j \left( 1 + \frac{6}{5\alpha_j} - \frac{256}{105\pi} \frac{\alpha_j + \alpha_n}{\alpha_j\alpha_n} \right) - U_n \left( 1 + \frac{4}{5\alpha_j} - \frac{256}{105\pi} \frac{2\alpha_j + \alpha_n}{\alpha_j\alpha_n} \right) - \right. \\
& \left. - (\gamma_j^* - \gamma_n^*) \left( 1 + \frac{4}{5\alpha_j} - \frac{256}{105\pi} \frac{\alpha_j + \alpha_n}{\alpha_j\alpha_n} \right) \right] \Bigg\}, \alpha_j \gg 1, \quad (3.49)
\end{aligned}$$

а при виконанні рівностей ( $\alpha_j = \alpha_n$ ,  $U_j = U_n$ ) формули (3.48) та (3.49) набирають вигляду

$$S = -\frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e\varepsilon_F} \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \begin{cases} V + U_j \left( 1 - \frac{3}{2}\alpha_j - \frac{3a(b_j^{(-)} - Q_{nj}\tau_{0n,j})}{16k_j} \left( 1 - \frac{12}{\pi}\alpha_j \right) \right), & \alpha_j \ll 1, \\ V + U_j \left[ \frac{4}{5\alpha_j} - \frac{3a(b_j^{(-)} - Q_{nj}\tau_{0n,j})}{16k_j\alpha_j^2} \left( 1 - \frac{5}{\pi\alpha_j} \right) \right], & \alpha_j \gg 1, \end{cases}$$

У випадку, коли дво - та багатошарова плівки складаються з тонких шарів металу ( $k_j \ll 1$ ), коефіцієнт термо - е.р.с. наближено дорівнює

$$S \cong -\frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e\varepsilon_F} \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \begin{cases} V + U_j \ln^{-1} \frac{1}{k_j}, & \alpha_j \leq k_j, \\ V + U_j \frac{1 - (4/\pi)\alpha_j}{\ln(1/k_j) - (4/\pi)\alpha_j}, & k_j < \alpha_j \ll 1, \\ V - U_j \frac{3}{4\alpha_j^2} \ln^{-1} \left( \frac{1}{\alpha_j k_j} \right), & 1 < \alpha_j \ll \frac{1}{k_j}. \end{cases} \quad (3.50)$$

Для проведення чисельного розрахунку коефіцієнт термо - е.р.с.  $S$  зручно записати у такому вигляді:

$$\frac{S}{S_{01}} = \frac{1}{1 + D_{2,1}} \sum_{j \neq n} \left( \frac{V + U_j}{V + U_n} D_{j,n} \right)^{j-1} \left\{ 1 - \frac{M_{Sj}}{V + U_j} \right\}. \quad (3.51)$$

При виконанні нерівності  $D_{n,j} \ll 1$  формулу (3.51) наближено можна представити у вигляді

$$S = S_{0j} \left\{ 1 - \frac{M_{Sj}}{V + U_j} \right\} - D_{n,j} \left\{ S_{0j} \left[ 1 - \frac{M_{Sj}}{V + U_j} \right] - S_{0n} \left[ 1 - \frac{M_{Sn}}{V + U_n} \right] \right\},$$

звідки впливає характер поведінки термо - е.р.с. для граничних значень  $d_{n,j}$ :

$$\frac{S}{S_{01}} \cong \begin{cases} 1 - \frac{M_{S1}}{V + U_1}, & d_{2,1} \rightarrow 0, \\ \frac{S_{02}}{S_{01}} \left[ 1 - \frac{M_{S2}}{V + U_2} \right], & d_{2,1} \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (3.52)$$

Криві, які наведені на рис. 3.5 та 3.6, отримані чисельним розрахунком за загальною формулою (3.51) й ілюструють залежність нормованої на об'ємне значення  $S_{01}$  термо - е.р.с. ДП і БП від відношення товщин сусідніх шарів  $d_{2,1}$  при різних значеннях параметрів, які характеризують дво - та багат шарову систему з полікристалічною структурою. Отримані залежності  $S(d_{2,1})$  показують, що характер зміни термо - е.р.с. аналогічний поведінці коефіцієнта електропровідності ДП і БП при зміні  $d_{2,1}$  ( $q_1 = 0,1$ ,  $q_2 = 0,3$ ,  $U_v = 0,5$ ,  $V = 1$ ). Зауважимо, що розмірна залежність  $S(d_{2,1})$ , на відміну від провідності та інших транспортних коефіцієнтів, дуже чутлива до енергетичної залежності часу релаксації електронів, яка визначається переважаючим механізмом розсіяння носіїв заряду в об'ємі шарів металу. Так, зокрема, коли основним механізмом розсіяння електронів є їх розсіяння на акустичних фононах, термо - е.р.с. не залежить від товщин шарів металу, оскільки у цьому разі довжина вільного пробігу електронів не залежить від енергії.

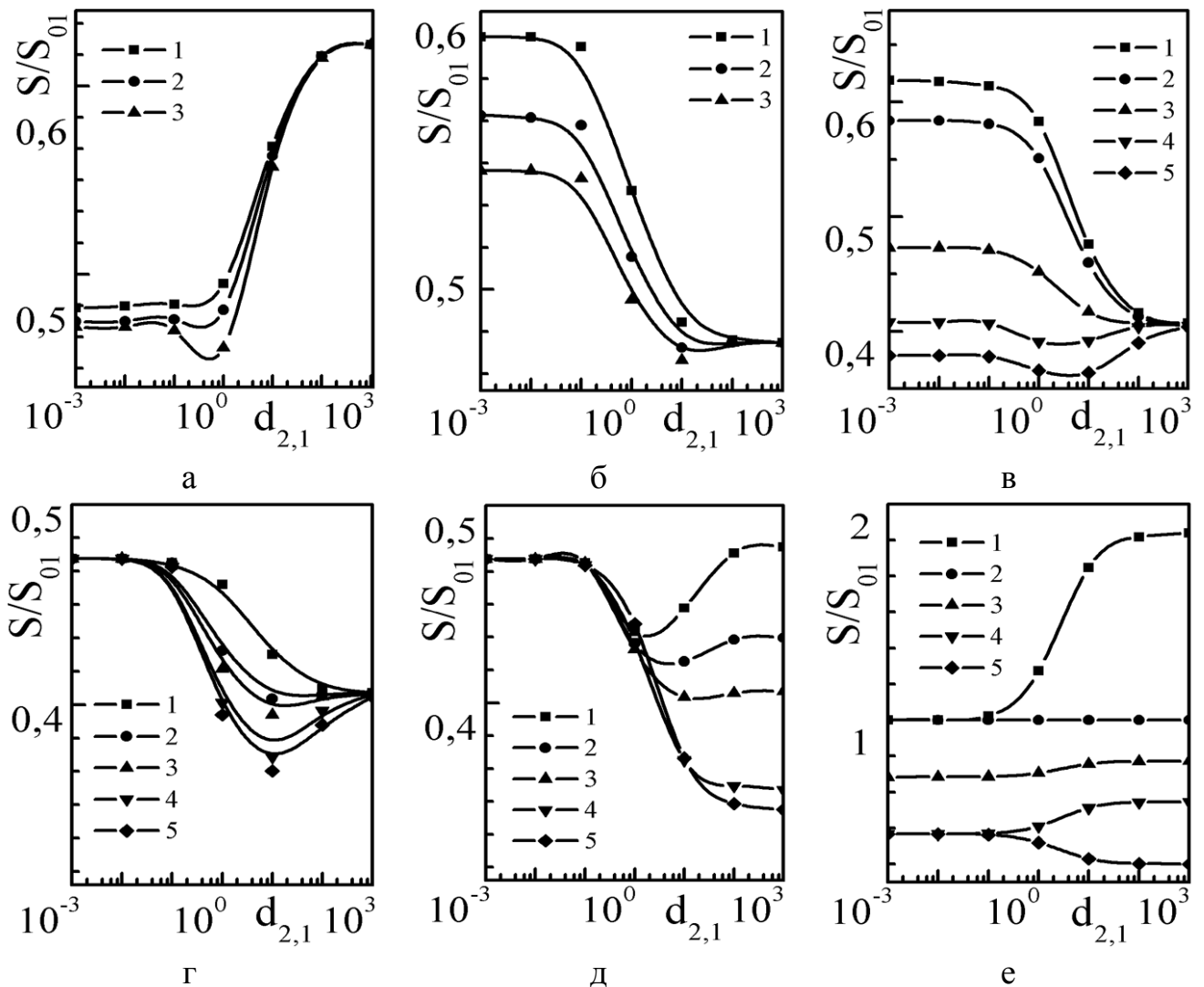


Рис. 3.5. Залежності коефіцієнта термо - е.р.с.  $S/S_{01}$  двошарової плівки від відношення товщин шарів металу  $d_{2,1}$  при таких значеннях параметрів:

а)  $k_1 = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $l_{1,2} = 0,5$ ,  $\gamma_j^* = 1,5$ : 1 -  $Q_{jn} = 0,0$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,5$ , 3 -  $Q_{jn} = 0,9$ ;

б)  $k_1 = 0,1$ ,  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $l_{1,2} = 3$ ,  $\gamma_1^* = 1,5$ ,  $\gamma_2^* = 0,0$ : 1 -  $P_{jn} = 0,0$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ , 3 -  $P_{jn} = 0,9$ ;

в)  $Q_{jn} = 0,3$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $\alpha_1 = 1$ ,  $l_{1,2} = 5$ ,  $\gamma_j^* = 1,5$ : 1 -  $k_1 = 0,001$ , 2 -  $k_1 = 0,01$ , 3 -  $k_1 = 0,1$  4 -  $k_1 = 1$ , 5 -  $k_1 = 10$ ;

г)  $k_1 = 0,1$ ,  $Q_{jn} = 0,3$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $\gamma_1^* = 1,5$ ,  $\gamma_2^* = 0,0$ : 1 -  $l_{1,2} = 0,05$ , 2 -  $l_{1,2} = 0,1$ , 3 -  $l_{1,2} = 0,5$ , 4 -  $l_{1,2} = 1$ , 5 -  $l_{1,2} = 10$ ;

д)  $Q_{jn} = 0,3$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $\alpha_1 = 1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\gamma_1^* = 1,5$ ,  $\gamma_2^* = 0,0$ : 1 -  $\alpha_2 = 0,1$  2 -  $\alpha_2 = 0,5$ , 3 -  $\alpha_2 = 1$ , 4 -  $\alpha_2 = 5$ , 5 -  $\alpha_2 = 10$ ;

е)  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $l_{1,2} = 3$ , 1 -  $\gamma_j^* = -0,5$ , 2 -  $\gamma_j^* = 0,0$ , 3 -  $\gamma_j^* = 1,5$  4 -  $\gamma_1^* = -0,5$   $\gamma_2^* = 1,5$ , 5 -  $\gamma_1^* = 1,5$   $\gamma_2^* = -0,5$

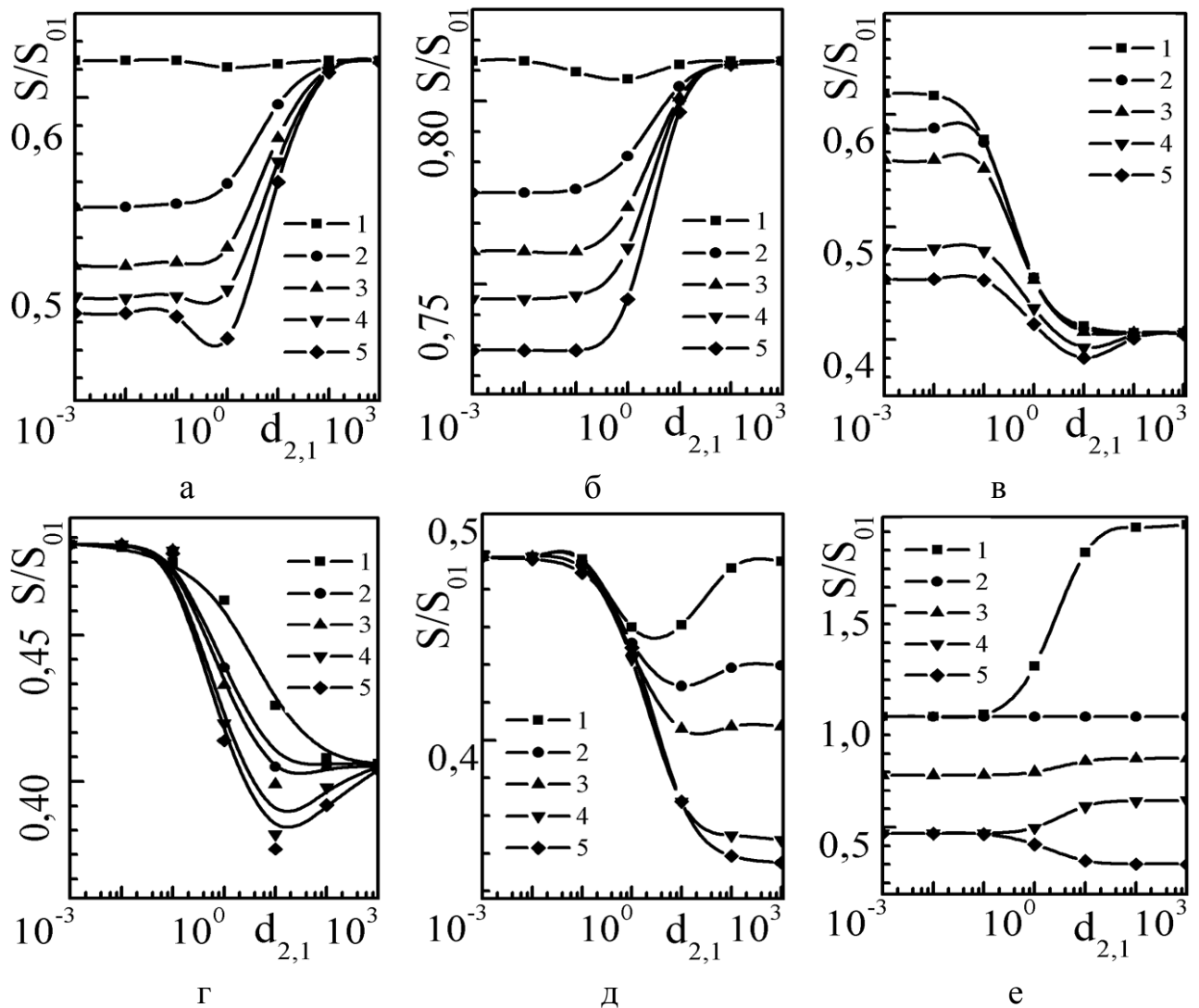


Рис. 3.6. Залежності коефіцієнта термо - е.р.с.  $S/S_{01}$  полікристалічної

багатошарової плівки від  $d_{2,1}$  при таких значеннях параметрів:

а)  $k_1 = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $l_{1,2} = 0,5$ : 1 -  $Q_{jn} = 0,0$  2 -  $Q_{jn} = 0,3$ , 3 -  $Q_{jn} = 0,5$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,7$ , 5 -  $Q_{jn} = 0,9$ ;

б)  $k_1 = 0,1$ ,  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $l_{1,2} = 0,5$ ,  $\gamma_1^* = 1,5$ ,  $\gamma_2^* = 0,0$ : 1 -  $P_{jn} = 0,0$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ , 3 -  $P_{jn} = 0,5$ , 4 -  $P_{jn} = 0,7$ , 5 -  $P_{jn} = 0,9$ ;

в)  $Q_{jn} = 0,3$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $\alpha_1 = 1$ ,  $l_{1,2} = 0,3$ ,  $\gamma_1^* = 1,5$ ,  $\gamma_2^* = 0,0$ : 1 -  $k_1 = 0,05$ , 2 -  $k_1 = 0,1$ , 3 -  $k_1 = 0,5$ , 4 -  $k_1 = 1$ , 5 -  $k_1 = 10$ ;

г)  $k_1 = 0,1$ ,  $Q_{jn} = 0,3$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $\gamma_1^* = 1,5$ ,  $\gamma_2^* = 0,0$ : 1 -  $l_{1,2} = 0,05$ , 2 -  $l_{1,2} = 0,1$ , 3 -  $l_{1,2} = 0,5$ , 4 -  $l_{1,2} = 1$ , 5 -  $l_{1,2} = 10$ ;

д)  $Q_{jn} = 0,3$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $\alpha_1 = 1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\gamma_1^* = 1,5$ ,  $\gamma_2^* = 0,0$ : 1 -  $\alpha_2 = 0,1$ , 2 -  $\alpha_2 = 0,5$ , 3 -  $\alpha_2 = 1$ , 4 -  $\alpha_2 = 5$  5 -  $\alpha_2 = 10$ ;

е)  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $l_{1,2} = 3$ : 1 -  $\gamma_j^* = -0,5$ , 2 -  $\gamma_j^* = 0,0$ , 3 -  $\gamma_j^* = 1,5$ , 4 -  $\gamma_1^* = -0,5$ ,  $\gamma_2^* = 1,5$ , 5 -  $\gamma_1^* = 1,5$ ,  $\gamma_2^* = -0,5$

З вищезазначеного випливає, що експериментальне знаходження розмірної залежності термо - е.р.с. у багатошарових зразках дозволяє отримати докладну інформацію щодо переважаючого механізму розсіяння носіїв заряду в об'ємах шарів металу ДП та БП, яку не можна отримати при дослідженні інших транспортних коефіцієнтів у багатошарових плівках.

### 3.4. Температурний коефіцієнт опору

#### 3.4.1. Загальні аналітичні вирази для ТКО дво - та багатошарових плівкових систем

Температурна зміна опору  $R_f$  дво - та багатошарових полікристалічних плівок в умовах зовнішнього та внутрішнього розмірних ефектів визначається залежністю довжини вільного пробігу  $l_j$  носіїв заряду від температури, з одного боку, та температурною залежністю геометричних розмірів шарів металу  $d_j$  і середнього розміру кристалітів  $L_j$  - з іншого (тут і далі будемо вважати, що параметри дзеркальності  $q_j, P_{jn}, Q_{nj}$  та параметр дифузності  $R_j$ , які описують характер взаємодії електронів із зовнішніми та внутрішніми межами зразків, від температури не залежать і є сталими величинами). Температурний коефіцієнт опору  $\beta$  визначається за такою формулою [28, 33]:

$$\beta = \frac{d \ln R_f}{dT}, \quad R_f = \frac{a_1}{a_2 d \sigma}, \quad (3.53)$$

де  $a_1$  і  $a_2$  - довжина та ширина зразка;

$d$  - або товщина ДП, або товщина елемента періодичності БП;

$\sigma$  - їх питома провідність, яка визначена за формулою (3.30).

У більшості теоретичних робіт (див. оглядові монографії [28, 33]) при аналітичному розрахунку ТКО вважається, що температурний коефіцієнт опору

$\beta$  (який безпосередньо і вимірюється під час проведення експериментальних досліджень) дорівнює температурному коефіцієнту питомого опору  $\beta_\rho$ , тобто  $\beta = \beta_\rho$ . Однак ця рівність, як правило, виконується для зразків з монокристалічною структурою, оскільки коефіцієнт температурного розширення  $\beta_T$  геометричних розмірів зразка малий:  $\beta_T < (10^{-2} \div 10^{-3})\beta_\rho$  [33]. Якщо ж зразок має дрібнозернисту структуру ( $\alpha_j \gg 1$ ), то у багатошарових плівкових системах сумарний температурний коефіцієнт розширення товщини шарів металу та кристалітів у них може бути сумірним із температурним коефіцієнтом питомого опору, тобто  $\beta_T \sim \beta_\rho$  [33]. Саме тому ТКО багатошарових полікристалічних структур було визначено як зміну повного опору  $R_f$  з температурою (3.53) та враховано ефекти теплового розширення товщини шарів металу  $d_j$  і середньої ширини зерен  $L_j$ .

Підставляючи співвідношення для провідності (3.30) у формули (3.53), отримаємо загальну аналітичну формулу для ТКО дво - та багатошарової полікристалічної плівок з урахуванням температурної зміни геометричних розмірів шарів металу та середнього розміру кристалітів у них [265,266,271]:

$$\begin{aligned} \beta = \sum_{j \neq n} \frac{\beta_{0j}}{1 + D_{n,j}} & \left\{ 1 - \left( 1 + \frac{2\chi_{dj}}{\beta_{0j}} \right) \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln k_j} - \beta_{0n,j} \left( 1 + \frac{2\chi_{dn}}{\beta_{0n}} \right) \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln k_n} + \right. \\ & + \left( 1 + \frac{\chi_{dj}}{\beta_{0j}} + \frac{\chi_{Lj}}{\beta_{0j}} \right) \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln \alpha_j} + \beta_{0n,j} \left( 1 + \frac{\chi_{dn}}{\beta_{0n}} + \frac{\chi_{Ln}}{\beta_{0n}} \right) \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln \alpha_n} - \\ & \left. - \left( \left( 1 + \frac{\chi_{dj}}{\beta_{0j}} \right) - \beta_{0n,j} \left( 1 + \frac{\chi_{dn}}{\beta_{0n}} \right) \right) \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln \tau_{0n,j}} \right\}, \end{aligned} \quad (3.54)$$

де функції  $\Phi_j$  та  $D_{n,j}$  визначені за формулами (3.12) і (3.35) відповідно;

$\beta_{0n,j} = \beta_{0n} / \beta_{0j}$  - відношення об'ємних значень ТКО шарів металу;

$\chi_{dj} = \frac{d \ln d_j}{dT}$  та  $\chi_{Lj} = \frac{d \ln L_j}{dT}$  - феноменологічні параметри, які

визначають зміну товщини шару металу  $d_j$  і середнього розміру зерна  $L_j$  з температурою.

Температурний коефіцієнт опору безмежового зразка  $\beta_{0j}$  з монокристалічною структурою дорівнює [33, 265]

$$\beta_{0j} = -\frac{d \ln \sigma_{0j}}{dT} - \frac{d \ln d_j}{dT},$$

де враховано, що коефіцієнти, які визначають температурну зміну ширини та довжини  $j$ -го шару металу, збігаються внаслідок того, що їх розміри уздовж осей  $Y$  та  $Z$  нескінченно великі.

Підставляючи розмірні функції  $\Phi_j$  у формі (3.12) у формулу (3.54), отримаємо загальний вираз для ТКО дво- та багатошарової полікристалічної плівок у рамках модифікованої моделі МШ [184, 185] при довільному співвідношенні між довжиною вільного пробігу  $l_j$  електронів і товщиною шарів  $d_j$  та довільному характері взаємодії носіїв заряду із внутрішніми та зовнішніми межами зразків:

$$\beta = \sum_{j \neq n} \frac{\beta_{0j}}{1 + D_{n,j}} \{M_{\beta j} - \beta_{0n,j} M_{\beta j}^*\}, \quad (3.55)$$

$$M_{\beta j} = 2 \left( 1 + \frac{\chi_{dj}}{\beta_{0j}} \right) - \frac{1}{\Phi_j} \left\{ \left( 1 + \frac{2\chi_{dj}}{\beta_{0j}} \right) J_{dj} + \left( 1 + \frac{\chi_{dj}}{\beta_{0j}} + \frac{\chi_{Lj}}{\beta_{0j}} \right) J_{\alpha j} + \left( 1 + \frac{\chi_{dj}}{\beta_{0j}} \right) J_{\tau j} \right\}, \quad (3.56)$$

$$M_{\beta j}^* = \frac{1}{\Phi_j} \left\{ \left( 1 + \frac{\chi_{dn}}{\beta_{0n}} + \frac{\chi_{Ln}}{\beta_{0n}} \right) J_{\alpha j}^* - \left( 1 + \frac{2\chi_{dn}}{\beta_{0n}} \right) J_{dj}^* - \left( 1 + \frac{\chi_{dn}}{\beta_{0n}} \right) J_{\tau j}^* \right\}, \quad (3.57)$$

$$J_{dj} = f(\alpha_j) - \left\langle \left\langle \frac{k_j E_j H_j}{z} \{G_j(1-E_j)^{-1} - \Theta_j\} \right\rangle \right\rangle, \quad J_{dj}^* = \left\langle \left\langle \frac{k_n E_n H_n}{z} \Theta_j^* \right\rangle \right\rangle,$$

$$J_{\alpha j} = f^*(\alpha_j) + \left\langle \left\langle \frac{k_j E_j}{z} (H_j - 1) \left\{ G_j(1-E_j)^{-1} - \Theta_j - \frac{z}{k_j E_j H_j} (\Lambda_j + 2G_j) \right\} \right\rangle \right\rangle,$$

$$J_{\alpha j}^* = \left\langle \left\langle \frac{k_n E_n}{z} (H_n - 1) \left\{ \Theta_j^* + \frac{z}{k_n E_n H_n} \Lambda_j \right\} \right\rangle \right\rangle.$$

Функції  $G_j, E_j, H_j$ , подвійні кутові дужки,  $f(\alpha_j)$ ,  $J_{\tau j}$  і  $f^*(\alpha_j)$  визначені за формулами (3.13) - (3.17), (3.37) і (3.38).

Перш ніж перейти до подальшого аналізу температурного коефіцієнта опору у дво - та багатошарових плівкових системах, розглянемо ТКО в одношарових плівках.

### 3.4.2. Температурний коефіцієнт опору одношарових полікристалічних плівок

У випадку, коли інтерфейси багатошарового зразка абсолютно непрозорі для носіїв заряду ( $Q_{nj} = 0$ ), а полікристалічні шари металу, з яких складаються ДП та БП мають однакові об'ємні та структурні характеристики, ТКО багатошарових і одношарових зразків будуть збігатися. У цьому разі апроксимаційне співвідношення для ТКО одношарової плівки з крупнозернистою структурою ( $\alpha \ll 1$ ) має такий вигляд [275 - 277]:

$$\frac{\beta}{\beta_\infty} = 1 - \frac{3}{2}\alpha - \frac{3(1-q)}{8k} \left\{ 1 - \frac{12}{\pi}\alpha \right\}. \quad (3.58)$$



Апробація співвідношення (3.58) проводилася на прикладі плівок  $Ni, Cu, Cr$  та  $Co$  [275]. Методика отримання та дослідження їх електрофізичних властивостей була описана у пункті 3.2.1. Тут важливо відмітити, що плівки  $Cr$  і  $Co$  у даному випадку мають ОЦК та ГЦП структуру з параметрами кристалічної ґратки, які близькі до відповідних значень масивних зразків та зі середнім розміром кристалітів  $L \cong 0,5d$  у досліджуваному інтервалі товщин:  $Cr$  ( $d = 40 \div 100$ )<sub>нм</sub> та  $Co$  ( $d = 30 \div 110$ )<sub>нм</sub>.

На рис. 3.7 наведені експериментальні (зображені точками) та розрахункові (зображені суцільними лініями) залежності ТКО плівок

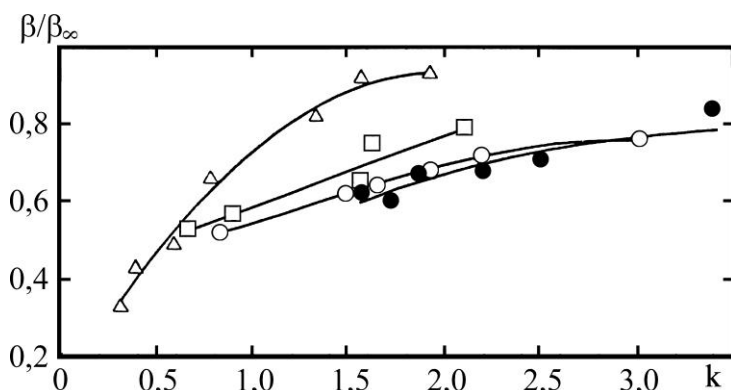


Рис. 3.7. Експериментальні (точки) та розрахункові (лінії) залежності ТКО від товщини для плівок  $Cu$  (□);  $Ni$  (●);  $Cr$  (Δ) і  $Co$  (○)

зазначених металів від нормованої на довжину вільного пробігу електронів товщини зразка. Як і у випадку питомої провідності, замість температурного коефіцієнта масивного зразка  $\beta_0$  використовувалося  $\beta_\infty = \lim_{d \rightarrow \infty} \beta$  - ТКО

Таблиця 3.1

Параметри електроперенесення для плівок  $Ni, Cu, Cr$  та  $Co$

Плівка	Інтервал товщин, нм	$l(1-q)$ , нм	$\beta_\infty \cdot 10^3, K$	$R$
$Ni$	50 - 180	32	3,94	0,37 - 0,40
$Cu$	55 - 175	83	4,10	0,35 - 0,42
$Cr$	40 - 100	127	1,52	0,03 - 0,10
$Co$	30 - 110	37	2,50	0,04 - 0,13

масивного зразка з таким самим типом дефектів та їх концентрацією, як і у плівці. Досягти узгодження експериментальних і розрахункових значень вдалося при параметрах електроперенесення, які наведені у таблиці 3.1.

### 3.4.3. АСИМПТОТИЧНІ СПІВВІДНОШЕННЯ ДЛЯ ТКО ДВОШАРОВОЇ ПЛІВКИ ТА МУЛЬТИШАРУ

Щоб спростити процедуру порівняння теоретичних результатів з експериментальними, загальну формулу (3.55) для ТКО двошарової плівки та мультишару спростимо для граничних значень параметрів  $k_j$  та  $\alpha_j$ .

Якщо виконується нерівність  $k_j \gg 1$ , то ТКО багатошарових зразків знову визначається формулою (3.55), у якій функції  $J_{dj}$ ,  $J_{dj}^*$  і  $J_{\alpha j}$  дорівнюють:

$$J_{dj} = f(\alpha_j), \quad J_{dj}^* = 0, \quad (3.59)$$

$$J_{\alpha j} = f^*(\alpha_j) - \frac{\alpha \alpha_j}{\pi k_j} \left\{ 2b_j^{(-)} \Gamma_{6,j} - Q_{nj} \tau_{0n,j} \Gamma_{5,j} \right\}, \quad (3.60)$$

$$\Gamma_{6,j} = 1 - \frac{9\pi}{4} \alpha_j - 6 \left( 5 - (3 - 5\alpha_j^2) I_j - \frac{1 - \alpha_j^2 I_j}{4(1 - \alpha_j^2)} \right) \alpha_j^2 + 15\pi \alpha_j^3, \quad (3.61)$$

а функції  $J_{\alpha j}^* \equiv J_{Sj}^*$  та  $J_{\tau j}$  визначені за формулами (3.46).

Отриману асимптотичну формулу для температурного коефіцієнта опору ДП та БП для довільних значень параметра  $\alpha_j$  можна надалі спростити для зразків з крупнозернистою ( $\alpha_j \ll 1$ ) та дрібнозернистою ( $\alpha_j \gg 1$ ) структурами. Для цих граничних випадків ТКО дво - та багатошарових зразків знову буде визначатися за формулою (3.55), у якій функції  $M_{\beta j}$  і  $M_{\beta j}^*$  мають вигляд:

$$\begin{aligned}
M_{\beta j} = & 1 - \frac{3}{2}\alpha_j - \frac{3a}{16k_j} \left\{ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{12}{\pi}\alpha_j \right) + \frac{3}{5\pi} Q_{nj} \tau_{0n,j} \alpha_n \right\} - \\
& - \left\{ \frac{3}{2}\alpha_j + \frac{3a}{8k_j} \left[ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{9}{\pi}\alpha_j \right) - \frac{1}{2} Q_{nj} \tau_{0n,j} \left( 1 - \frac{16}{3\pi} \left( \frac{1}{4}\alpha_j + \alpha_n \right) \right) \right] \right\} \frac{\chi_{dj}}{\beta_{0j}} - \\
& - \frac{3}{2}\alpha_j \left\{ 1 - \frac{3a}{4\pi k_j} \left[ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{13}{2}\alpha_j \right) - \frac{1}{10} Q_{nj} \tau_{0n,j} \left( 1 - \frac{7\pi}{3} (\alpha_j + \alpha_n) \right) \right] \right\} \frac{\chi_{Lj}}{\beta_{0j}}, \quad \alpha_j \ll 1,
\end{aligned} \tag{3.62}$$

$$\begin{aligned}
M_{\beta j}^* = & \frac{3a}{16k_j} Q_{nj} \tau_{0n,j} \left\{ \left[ 1 - \frac{32}{3\pi} \left( \frac{1}{16}\alpha_j + \alpha_n \right) \right] \left( 1 + \frac{\chi_{dn}}{\beta_{0n}} \right) - \right. \\
& \left. - \frac{16}{3\pi} \alpha_n \left[ 1 - \frac{3\pi}{2} \left( \alpha_n + \frac{9}{50}\alpha_j \right) \right] \frac{\chi_{Ln}}{\beta_{0n}} \right\}, \quad \alpha_j \ll 1, \tag{3.63}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{\beta j} = & \frac{4}{5\alpha_j} - \frac{3a}{16k_j \alpha_j^2} \left\{ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{8}{5\alpha_j} \right) - \frac{\pi}{100} Q_{nj} \tau_{0n,j} \frac{\alpha_j}{\alpha_n} \right\} - \\
& - \left\{ 1 - \frac{4}{5\alpha_j} + \frac{a}{4k_j \alpha_j} \left[ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{3}{5\alpha_j^2} \right) - Q_{nj} \tau_{0n,j} \frac{\alpha_j}{\alpha_n} \left( 1 + \frac{\pi}{5\alpha_j^2} - \frac{\pi}{4\alpha_n} \right) \right] \right\} \frac{\chi_{dj}}{\beta_{0j}} - \\
& - \left\{ 1 - \frac{4}{5\alpha_j} - \frac{a}{4k_j \alpha_j} \left[ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{3}{2\alpha_j} \right) - \frac{\pi}{135\alpha_n} Q_{nj} \tau_{0n,j} \right] \right\} \frac{\chi_{Lj}}{\beta_{0j}}, \quad \alpha_j \gg 1, \tag{3.64}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{\beta j}^* = & \frac{a Q_{nj} \tau_{0n,j}}{4k_j \alpha_n} \left\{ \frac{\pi}{4\alpha_n} \left( 1 + \frac{4}{5\alpha_j} - \frac{5(2\alpha_j + \alpha_n)}{2\pi \alpha_j \alpha_n} \right) \left( 1 + \frac{\chi_{dn}}{\beta_{0n}} \right) - \right. \\
& \left. - \left( 1 + \frac{4}{5\alpha_j} - \frac{\pi(2\alpha_j + \alpha_n)}{4\alpha_j \alpha_n} \right) \frac{\chi_{Ln}}{\beta_{0n}} \right\}, \quad \alpha_j \gg 1. \tag{3.65}
\end{aligned}$$

Якщо ДП та БП складаються із шарів металу, для яких виконуються рівності ( $\alpha_j = \alpha_n$ ,  $\beta_{0j} = \beta_{0n}$ ), то формули (3.62) - (3.65) дорівнюють:

$$\begin{aligned}
M_{\beta j} - M_{\beta j}^* &= 1 - \frac{3}{2}\alpha_j - \frac{3a(b_j^{(-)} - Q_{nj}\tau_{0n,j})}{16k_j} \left(1 - \frac{12}{\pi}\alpha_j\right) - \\
&\quad - \left\{ \frac{3}{2}\alpha_j + \frac{3(b_j^{(-)} - Q_{nj}\tau_{0n,j})}{8k_j} \left(1 - \frac{9}{\pi}\alpha_j\right) \right\} \frac{\chi_{dj}}{\beta_{0j}} - \\
&\quad - \frac{3}{2}\alpha_j \left\{ 1 - \frac{3(b_j^{(-)} - Q_{nj}\tau_{0n,j})}{4\pi k_j} \left(1 - \frac{13}{2}\alpha_j\right) \right\} \frac{\chi_{Lj}}{\beta_{0j}}, \quad \alpha_j \ll 1,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{\beta j} - M_{\beta j}^* &= \frac{4}{5\alpha_j} - \frac{3a(b_j^{(-)} - Q_{nj}\tau_{0n,j})}{32k_j\alpha_j^2} \left\{ 1 - \frac{3}{2\alpha_j} \right\} - \\
&\quad - \left\{ 1 - \frac{4}{5\alpha_j} - \frac{3a(b_j^{(-)} - Q_{nj}\tau_{0n,j})}{8k_j\alpha_j} \left(1 - \frac{1}{\alpha_j}\right) \right\} \frac{\chi_{dj}}{\beta_{0j}} - \\
&\quad - \left\{ 1 - \frac{4}{5\alpha_j} - \frac{a(b_j^{(-)} - Q_{nj}\tau_{0n,j})}{8k_j\alpha_j} \left(1 - \frac{3}{2\alpha_j}\right) \right\} \frac{\chi_{Lj}}{\beta_{0j}}, \quad \alpha_j \gg 1.
\end{aligned}$$

Для двошарової плівки та мультишару, які складаються з тонких полікристалічних шарів металу ( $k_j \ll 1$ ), асимптотичні вирази для температурного коефіцієнта опору набирать вигляду

$$\beta \cong \sum_{j \neq n} \frac{\beta_{0j}}{1 + D_{n,j}} \left\{ \begin{array}{l} \left(1 + \frac{2\chi_{dj}}{\beta_{0j}}\right) \frac{1}{\ln(1/k_j)} - \frac{2\chi_{dj}}{\beta_{0j}}, \quad \alpha_j \leq k_j, \\ \frac{1 + \frac{2\chi_{dj}}{\beta_{0j}} - \left(1 + \frac{\chi_{dj}}{\beta_{0j}} + \frac{\chi_{Lj}}{\beta_{0j}}\right) \frac{4}{\pi}\alpha_j}{\ln(1/k_j) - (4/\pi)\alpha_j} - \frac{2\chi_{dj}}{\beta_{0j}}, \quad k_j < \alpha_j \ll 1, \\ - \left( \frac{\left(1 + \frac{\chi_{dj}}{\beta_{0j}} + \frac{\chi_{Lj}}{\beta_{0j}}\right) \frac{3}{4\alpha_j^2} + \frac{\chi_{Lj}}{\beta_{0j}} - \frac{\chi_{dj}}{\beta_{0j}}}{\ln(1/\alpha_j k_j)} + \frac{2\chi_{dj}}{\beta_{0j}} \right), \quad 1 < \alpha_j \ll \frac{1}{k_j}, \end{array} \right. \quad (3.66)$$

тобто, як впливає з формули (3.66), у випадку, коли домінуючим ефектом є внутрішній розмірний ефект порівняно із зовнішнім розмірним ефектом, ТКО багат шарових зразків є від'ємною величиною.

Для проведення числового розрахунку загальну формулу для температурного коефіцієнта дво - та багат шарової полікристалічної плівок (3.55) зручно записати у вигляді

$$\frac{\beta}{\beta_{01}} = \frac{1}{1 + D_{2,1}} \sum_{j \neq n} (D_{j,n} \beta_{0j,n})^{j-1} \{M_{\beta j} - \beta_{0n,j} M_{\beta j}^*\}, \quad (3.67)$$

яка при виконанні нерівності  $D_{n,j} \ll 1$  набуває вигляду

$$\beta = \beta_{0j} M_{\beta j} - \beta_{0n} M_{\beta j}^* - D_{n,j} \{ \beta_{0j} (M_{\beta j} - M_{\beta j}^*) - \beta_{0n} (M_{\beta n} - M_{\beta n}^*) \}.$$

Звідси випливає, що

$$\frac{\beta}{\beta_{01}} \cong \begin{cases} M_{\beta 1} - \frac{\beta_{02}}{\beta_{01}} M_{\beta 1}^*, & d_{2,1} \rightarrow 0, \\ \frac{\beta_{02}}{\beta_{01}} M_{\beta 2} - M_{\beta 2}^* \cong \frac{\beta_{02}}{\beta_{01}} \left[ 1 - \left\{ 1 + \frac{\chi_{d2}}{\beta_{02}} + \frac{\chi_{L2}}{\beta_{02}} \right\} \frac{f^*(\alpha_2)}{f(\alpha_2)} \right], & d_{2,1} \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (3.68)$$

де враховано, що при  $d_{2,1} \rightarrow \infty$  шар товщиною  $d_2$  є товстим ( $k_2 \gg 1$ ) і, відповідно, розмірною частиною у функціях  $M_{\beta 2}$  та  $M_{\beta 2}^*$  можна знехтувати.

Залежності ТКО дво - та багат шарового полікристалічного зразків від відношення товщин шарів  $d_{2,1}$  при різних значеннях параметрів, які характеризують ДП та БП, наведені на рис. 3.8 та рис. 3.9 ( $q_j = 0,1$ ,  $\chi_{d_j} / \beta_{0j} = \chi_{L_j} / \beta_{0j} = 10^{-3}$ ). Для того щоб спростити інтерпретацію результатів чисельних розрахунків, температурний коефіцієнт опору ДП та БП представимо у такому вигляді:

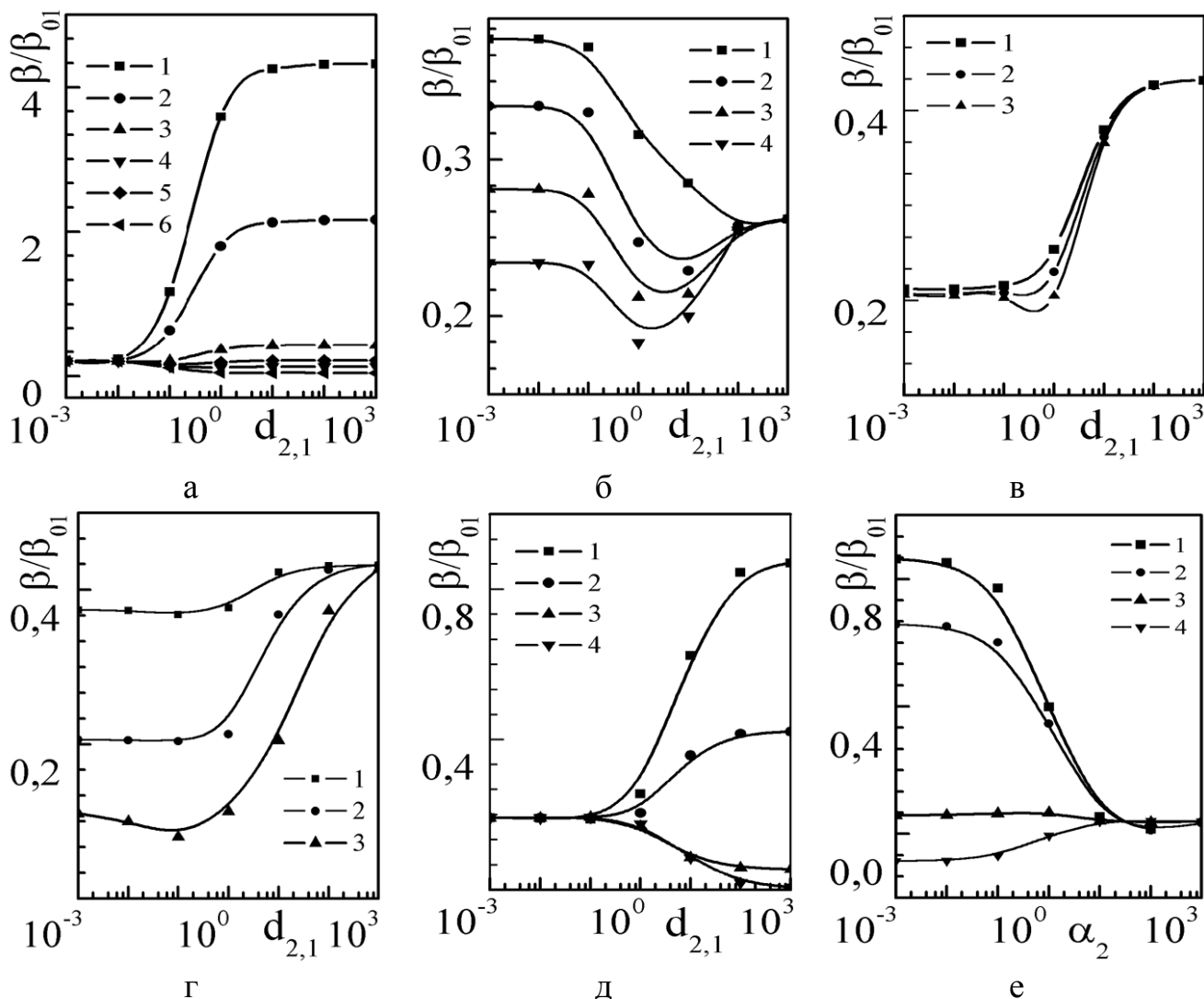


Рис. 3.8. Залежності температурного коефіцієнта опору двошарового зразка від  $d_{2,1}$  (а - д) та параметра  $\alpha_2$  (е) при таких значеннях параметрів:

- а)  $P_{jn} = 0,1$ ,  $Q_{jn} = 0,2$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ , 1 -  $\beta_{02,1} = 0,1$ , 2 -  $\beta_{02,1} = 0,5$ , 3 -  $\beta_{02,1} = 0,3$ , 4 -  $\beta_{02,1} = 1$ , 4 -  $\beta_{02,1} = 5$ , 6 -  $\beta_{02,1} = 10$ ;
- б)  $Q_{jn} = 0,2$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $\beta_{02,1} = 0,5$ : 1 -  $P_{jn} = 0$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ , 3 -  $P_{jn} = 0,6$ , 4 -  $P_{jn} = 0,8$ ;
- в)  $P_{jn} = 0,2$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\beta_{02,1} = 1$ : 1 -  $Q_{jn} = 0$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,1$ , 3 -  $Q_{jn} = 0,8$ ;
- г)  $P_{jn} = 0,1$ ,  $Q_{jn} = 0,2$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $\beta_{02,1} = 0,5$ , 1 -  $k_1 = 0,01$ , 2 -  $k_1 = 0,1$ , 3 -  $k_1 = 1$ ,  $k_1 = 10$ ;
- д)  $P_{jn} = 0,1$ ,  $Q_{jn} = 0,2$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\alpha_1 = 1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $\beta_{02,1} = 1$ : 1 -  $\alpha_2 = 0,1$ , 2 -  $\alpha_2 = 1$ , 3 -  $\alpha_2 = 10$ , 4 -  $\alpha_2 = 20$ ;
- е)  $Q_{jn} = 0,2$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $\alpha_1 = 1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\beta_{02,1} = 1$ : 1 -  $d_{2,1} = 0,1$ , 2 -  $d_{2,1} = 1$ , 3 -  $d_{2,1} = 10$ , 4 -  $d_{2,1} = 20$

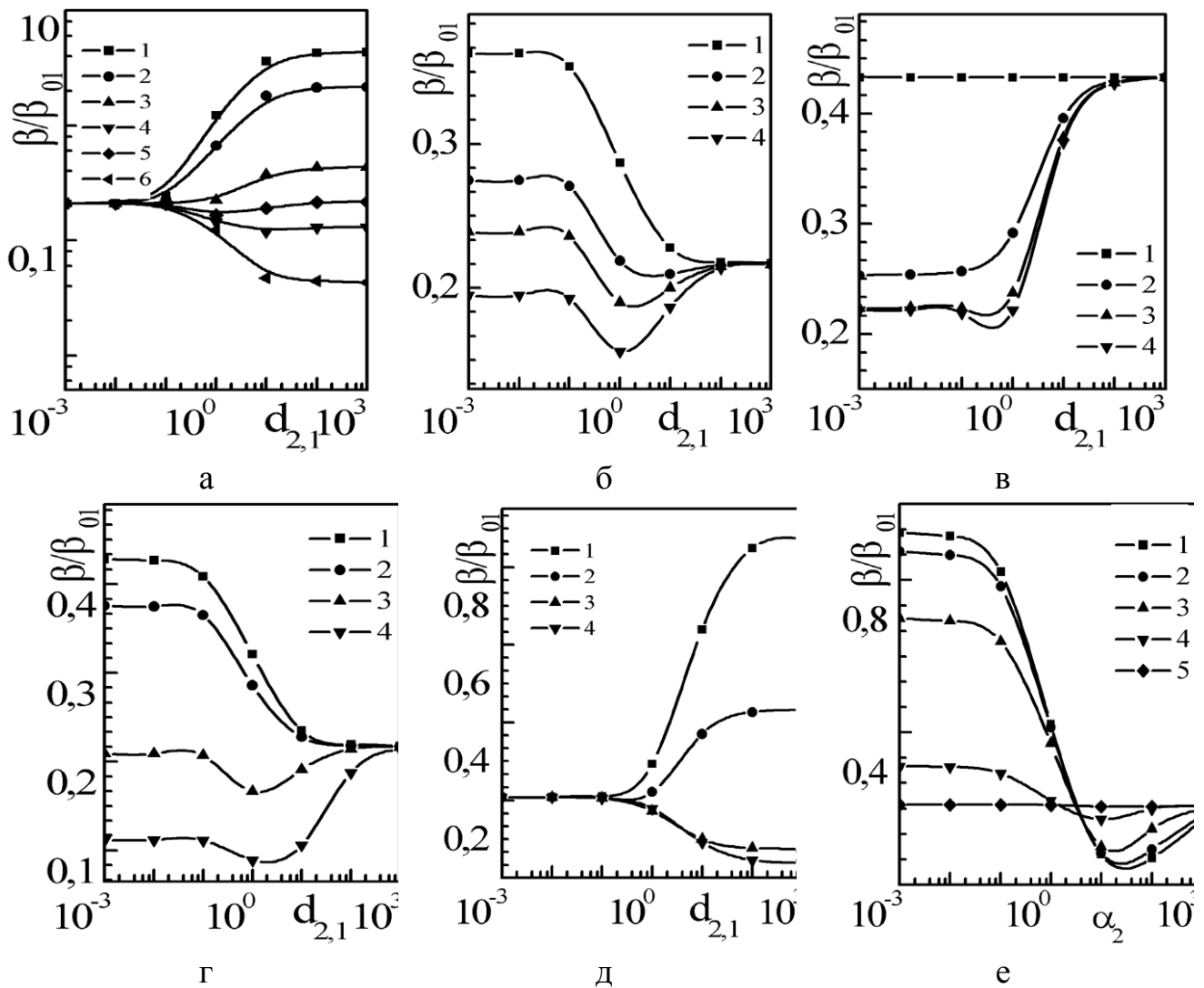


Рис. 3.9. Залежності температурного коефіцієнта опору багат шарового провідника від  $d_{2,1}$  (а - д) та параметра  $\alpha_2$  (е) при таких значеннях параметрів:

- а)  $P_{jn} = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,2$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ : 1 -  $\beta_{02,1} = 0,1$ , 2 -  $\beta_{02,1} = 0,5$ , 3 -  $\beta_{02,1} = 0,3$ , 4 -  $\beta_{02,1} = 1$ , 5 -  $\beta_{02,1} = 5$ , 6 -  $\beta_{02,1} = 10$ ;
- б)  $Q_{jn} = 0,2$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $\beta_{02,1} = 0,5$ : 1 -  $P_{jn} = 0$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ , 3 -  $P_{jn} = 0,6$ , 4 -  $P_{jn} = 0,8$ ;
- в)  $P_{jn} = 0,2$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\beta_{02,1} = 1$ : 1 -  $Q_{jn} = 0$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,1$ , 3 -  $Q_{jn} = 0,4$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,8$ ;
- г)  $P_{jn} = 0,1$ ,  $Q_{jn} = 0,2$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $\beta_{02,1} = 0,5$ : 1 -  $k_1 = 0,01$ , 2 -  $k_1 = 0,1$ ,  $k_1 = 1$ ,  $k_1 = 10$ ;
- д)  $P_{jn} = 0,1$ ,  $Q_{jn} = 0,2$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\alpha_1 = 1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $\beta_{02,1} = 1$ : 1 -  $\alpha_2 = 0,1$ , 2 -  $\alpha_2 = 1$ , 3 -  $\alpha_2 = 10$ ,  $\alpha_2 = 20$ ;
- е)  $Q_{jn} = 0,2$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $\alpha_1 = 1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\beta_{02,1} = 1$ : 1 -  $d_{2,1} = 0,1$ , 2 -  $d_{2,1} = 1$ , 3 -  $d_{2,1} = 10$ ,  $d_{2,1} = 20$

$$\beta = \frac{\beta_1 + \frac{d_{2,1}}{1+d_{2,1}}(\sigma_{2,1}\beta_2 - \beta_1)}{1 + \frac{d_{2,1}}{1+d_{2,1}}(\sigma_{2,1} - 1)}. \quad (3.69)$$

Формула (3.69) значно спрощується, якщо шари металу багат шарових систем мають однакові провідні властивості, тобто  $\sigma_{2,1} = \sigma_2 / \sigma_1 = 1$ :

$$\beta = \beta_1 + \frac{d_{2,1}}{1+d_{2,1}}(\beta_2 - \beta_1). \quad (3.70)$$

Звідси бачимо, що при малих значеннях  $d_{2,1} \ll 1$  другим множником у формулі (3.70) можна знехтувати і ТКО зразків практично не змінюється, однак його числове значення буде визначатися характером взаємодії носіїв заряду із зовнішніми та внутрішніми межами зразка (див. рис. 3.8 та 3.9). Зі збільшенням  $d_{2,1}$ , так що  $d_2 \sim d_1$ , характер поведінки  $\beta(d_{2,1})$  буде залежати від знака нерівності між  $\beta_1$  та  $\beta_2$ . У випадку, коли  $\beta_2 \ll \beta_1$ , ТКО зразків буде монотонно зменшуватися зі зростанням  $d_{2,1}$ . При виконанні протилежної нерівності  $\beta_2 \gg \beta_1$  спостерігається протилежна тенденція, тобто ТКО монотонно збільшується із зростанням товщини ДП і товщини елемента періодичності БП. У випадку, коли  $\beta_2 \sim \beta_1$ , температурний коефіцієнт опору проходить через мінімум, який має ту саму природу, що і в провідності ДП та БП. При збільшенні ймовірності проходження електронів у сусідній шар металу або товщини базисного шару зазначений мінімум вироджується і температурний коефіцієнт опору змінюється монотонним чином зі зміною  $d_{2,1}$ .



### 3.4.4. Апробація асимптотичних співвідношень для дво - та багатошарових плівок

Апробацію отриманого вище асимптотичного співвідношення для дво - і багатошарових зразків було здійснено у роботах [265, 266]. Об'єктами досліджень були вибрані плівкові системи, компоненти яких у масивному стані при даних умовах термообробки (максимальна температура відпалювання становила  $670 \div 700K$ ) мають низьку взаємну розчинність, а саме плівки на основі  $Cu$  і  $Cr$ ,  $Sc$  і  $Cu$  та  $Co$  і  $Cr$ . Плівкові системи пройшли термообробку на основі методики, яка описана вище. Тут необхідно відмітити, що перед конденсацією кожного наступного шару металу попередній витримувався протягом 30 хвилин. Типову залежність опору двошарового плівкового зразка від часу конденсації та витримки ілюструє рис. 3.10 а. Термообробка зразків проводилася за схемою “нагрівання  $\leftrightarrow$  охолодження” протягом трьох циклів у інтервалі температур  $300 \div 700K$  (рис. 3.10 б).

Проведені дослідження методами електроннографії фазового складу свідчить про те, що фази домішок та перехідні інтерметалеві фази не утворюються. Таким чином, фазовий склад плівкових систем відповідає ОЦК -  $Cr +$  ГЦК -  $Cu$  (або ГЦП -  $Co$ ) чи ГЦК  $Cu +$  ГЦП  $Sc$ , що повністю узгоджується з даними [293] про евтектичну рівновагу в системах на основі зазначених металів. Величини параметрів ґратки для компонентів плівкових систем у межах точності експерименту збігаються з даними для відповідних одношарових зразків. Вивчення елементного складу та дифузійних процесів методами вторинної іонної мас - спектрометрії [294, 295] та електронної оже - спектроскопії [278] показало, що у плівкових системах хоча і відбувається зерномежова дифузія, але індивідуальність окремих шарів зберігається. Таким чином, обрані системи є вдалими об'єктами для апробації запропонованої теоретичної моделі.

Для обробки експериментальних результатів для дво - та багатошарових плівок на основі співвідношення (3.55) для функцій  $M_{\beta j}$  (3.62) та  $M_{\beta j}^*$  (3.63)

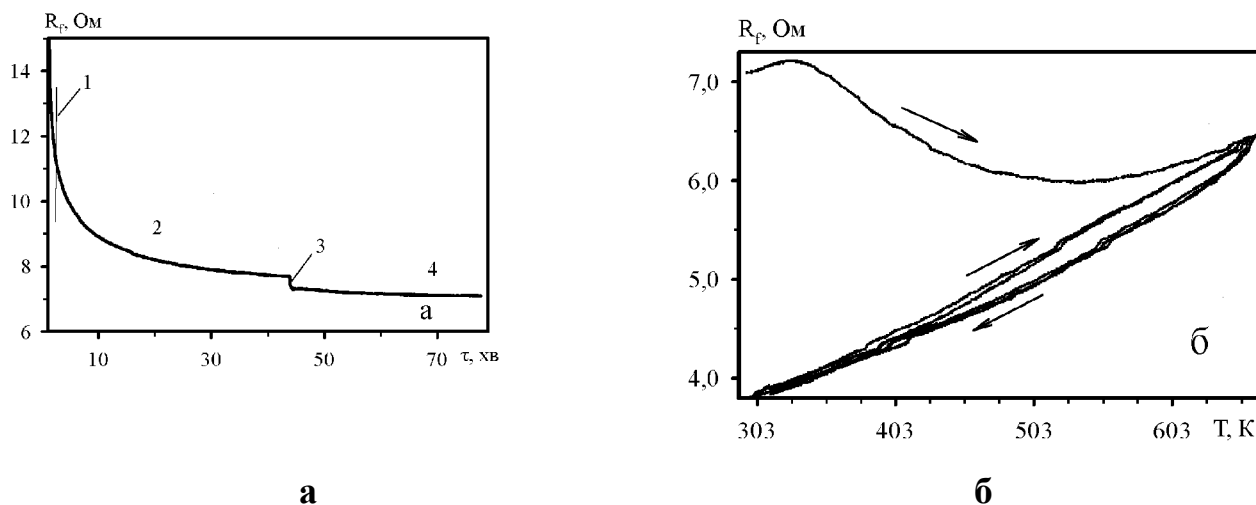


Рис. 3.10. Залежності опору плівки  $Sc(60)/Cu(30)/P$  від часу конденсації і термостабілізації (а) та температури відпалювання (б): 1, 3 - конденсація першого і другого шарів; 2, 4 - стабілізація електричних властивостей першого шару і двошарової плівки відповідно

були використані спрощені вирази. Вважалося, що  $Q_{nj} = Q_{jn} = Q$ ,  $P_{jn} = P_{nj} = P$ ,  $\chi_{dj} = \chi_{Lj} = 0$ . Враховуючи ці спрощення, ТКО двошарової плівки та мультишару можна записати у такому вигляді:

$$\beta = \sum_{j \neq n} \frac{\beta_{\infty j}}{1 + D_{n,j}} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \alpha_j + \frac{3al_j}{16d_j} \left[ b^{(-)} \left( 1 - \frac{12}{\pi} \alpha_j \right) + \frac{3}{5\pi} Q \frac{l_n}{l_j} \alpha_j \right] + \frac{3al_n}{16d_j} \frac{\beta_{\infty n}}{\beta_{\infty j}} \left[ 1 - \frac{16}{15\pi} (\alpha_j + 10\alpha_n) \right] \right\}, \quad (3.71)$$

де величина  $b^{(-)}$  визначена формулою (3.21), у якій необхідно знехтувати нижнім індексом.

Для розрахунку величини ТКО на основі співвідношення (3.71) використовувалися параметри електроперенесення для одношарових плівок  $Cu$ ,  $Cr$  і  $Co$ , які наведені в таблиці 3.1, а у випадку плівок  $Sc$  використовувалися дані робіт [296]. Так, для плівок  $Sc$   $\beta_{\infty} = 1,57 \cdot 10^{-3} K^{-1}$ ,  $l(1-q) = 35,1 \text{ нм}$ ,

$R = 0,37 \div 0,47$ . Вважаючи МПШ та межі зерен ідентичними центрами, що розсіюють носії заряду, замість параметрів дзеркальності  $P$  і  $Q$  використовувався коефіцієнт дифузного розсіяння  $R$  електронів на МЗ і його проходження  $r$  через міжкристалічну межу. Про ступінь відповідності розрахункових і експериментальних значень ТКО можна робити висновки наведених у таблиці 3.2. Аналізуючи отримані результати, зауважимо, що

Таблиця 3.2

## Порівняння експериментальних та розрахункових значень ТКО

Плівкова система (товщина, нм)	ТКО $\cdot 10^3, K^{-1}$	
	експериментальні дані	розрахункові дані
<i>Cu(48)/Cr(15)/П</i>	2,22	1,80
<i>Cu(48)/Cr(55)/П</i>	2,58	2,37
<i>Cr(180)/Cu(90)/П</i>	1,90	1,17
<i>Sc(18)/Cu(48)/П</i>	2,10	1,65
<i>Sc(65)/Cu(43)/П</i>	1,90	1,86
<i>Co(75)/Cr(55)/П</i>	1,56	2,44
<i>Co(75)/Cu(75)/П</i>	1,65	2,45
<i>Cr(80)/Co(65)/П</i>	2,02	2,66
<i>Cr(70)/Co(90)/П</i>	2,20	2,22
<i>Cu(22)/Cr(20)/Cu(22)/Cr(20)/П</i>	1,71	1,61
<i>Cr(30)/Cu(30)/Cr(30)/Cu(30)/П</i>	1,80	1,92
<i>Cr(80)/Co(10)/Cu(80)/Co(10)/П</i>	0,42	0,34
<i>Cr(80)/Co(10)/Cr(80)/Co(10)/Cr(80)/Co(10)/П</i>	0,92	1,02
<i>Cr(150)/Co(10)/Cr(150)/Co(10)/Cr(150)/Co(10)/ /Cr(150)/Co(10)/П</i>	0,91	0,95

розрахункові та експериментальні значення узгоджуються з точністю до 20%. Одним із факторів, що впливає на відповідність експериментальних та розрахункових даних, є взаємна дифузія, за рахунок якої змінюються умови розсіяння електронів на МЗ і МПШ металів.

### 3.5. Коефіцієнти поперечної та поздовжньої тензочутливості

#### 3.5.1. Загальні формули для коефіцієнтів поперечної та поздовжньої тензочутливості двошарової плівки та мультишару

Суть ефекту тензочутливості полягає у зміні електричного опору (електропровідності) металевих та напівпровідникових зразків за наявності поздовжньої або поперечної деформації. Безпосередньо ефект тензочутливості не впливає з кінетичного рівняння Больцмана, однак його, напевно, потрібно віднести до транспортних явищ, оскільки тензоопір характеризує зміну одного з найбільш важливих транспортних коефіцієнтів – провідності (опору) під дією напруги у провіднику, яка створюється зовнішнім навантаженням. Причини тензоефекту пов'язані зі зміною концентрації дефектів, зміною товщин шарів металу та розміру кристалітів у них, зміною довжини вільного пробігу електронів тощо [28,297 - 299].

Кількісними характеристиками ефектів поперечної та поздовжньої тензочутливості є коефіцієнти поздовжньої  $\gamma^{(1)}$  та поперечної  $\gamma^{(2)}$  тензочутливості

$$\gamma^{(m)} = \frac{d \ln R_f}{d \ln a_m}, \quad m = 1, 2, \quad (3.72)$$

які показують, у скільки разів відносна зміна зразка опору зразка більша (менша) за його відносну деформацію. У формулі (3.72), якщо верхній індекс  $m$  дорівнює 1, то формула (3.72) визначає коефіцієнт поздовжньої

тензочутливості, якщо  $m = 2$ , то формула (3.72) визначає коефіцієнт поперечної тензочутливості;  $R_f$  - опір багат шарових плівкових зразків, який визначається за формулою (3.53).

Для того щоб отримати загальну аналітичну формулу, яка визначає коефіцієнти поздовжньої та поперечної тензочутливості у дво - та багат шаровій плівках, необхідно вираз для провідності (3.30) підставити у формулу для опору (3.53), а отриманий результат підставити у співвідношення (3.72) (знову вважаємо, що величини  $q_j, P_{jn}, P_{nj}, Q_{jn}, Q_{nj}$  і  $R_j$  є параметрами задачі, тобто не залежать від поздовжньої та поперечної деформації). Кінцевий результат розрахунків можна записати у вигляді [284,285]:

$$\gamma^{(m)} = \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \left\{ \gamma_{0j}^{(m)} - (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)}) \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln k_j} - (\eta_{ln}^{(m)} - \eta_{dn}^{(m)}) \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln k_n} - (\eta_{Lj}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)}) \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln \alpha_j} - (\eta_{Ln}^{(m)} - \eta_{ln}^{(m)}) \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln \alpha_n} - (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{ln}^{(m)}) \frac{\partial \ln \Phi_j}{\partial \ln \tau_{0n,j}} \right\}, \quad (3.73)$$

$$\text{де } \eta_{lj}^{(m)} = -\frac{d \ln l_j}{d \ln a_m}, \quad \eta_{dj}^{(m)} = -\frac{d \ln d_j}{d \ln a_m}, \quad \eta_{Lj}^{(m)} = -\frac{d \ln L_j}{d \ln a_m} \quad - \text{ феноменологічні}$$

параметри, які визначають зміну довжини вільного пробігу електронів  $l_j$ , товщини шару  $d_j$  і середньої ширини кристалітів  $L_j$  у площині шару металу за наявності поздовжньої або поперечної деформації. Функції  $\Phi_j$  та  $D_{n,j}$  визначені формулами (3.12) і (3.35), а КТ безмежного зразка з монокристалічною структурою  $\gamma_{0j}^{(m)}$  у формулі (3.73) дорівнює [282, 298]

$$\gamma_{0j}^{(m)} = \eta_{lj}^{(m)} + 2(2 - m) \left( 1 + \eta_{dj}^{(m)} \right).$$

Обчислюючи логарифмічні похідні у формулі (3.73), отримаємо загальний вираз для коефіцієнтів тензочутливості дво - та багат шарової плівки з полікристалічною структурою

$$\gamma^{(m)} = \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \left\{ \gamma_{0j}^{(m)} - M_{\gamma j}^{(m)} \right\}, \quad (3.74)$$

$$M_{\gamma j}^{(m)} = \frac{1}{\Phi_j} \left\{ \left( \eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)} \right) J_{\gamma j} - \left( \eta_{ln}^{(m)} - \eta_{dn}^{(m)} \right) J_{dj}^* - \left( \eta_{Lj}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)} \right) J_{\alpha j} - \right. \\ \left. - \left( \eta_{Ln}^{(m)} - \eta_{ln}^{(m)} \right) J_{\alpha j}^* - \left( \eta_{ln}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)} \right) J_{\tau j} \right\},$$

$$J_{\gamma j} = \left\langle \left\langle G_j - \frac{k_j E_j H_j}{z} \left\{ G_j (1 - E_j)^{-1} - \Theta_j \right\} \right\rangle \right\rangle \equiv \left\langle \left\langle G_j \right\rangle \right\rangle - J_{dj}.$$

Отриманий вираз спростимо для граничних значень параметрів  $k_j$  та  $\alpha_j$ . У випадку, коли  $k_j \gg 1$ , для довільних значень параметрів  $q_j$ ,  $P_{jn}$ ,  $Q_{nj}$  і  $\alpha_j$  КТ буде визначатися за формулою (3.74), у якій функція  $J_{\gamma j}$  має вигляд

$$J_{\gamma j} = \frac{3a}{16k_j} \left\{ b_j^{(-)} \Gamma_{1,j} - Q_{nj} \tau_{0n,j} \Gamma_{2,j} \right\}.$$

У випадку, коли двошарова плівка та мультишар складаються з шарів металу з крупнозернистою ( $\alpha_j \ll 1$ ) або дрібнозернистою ( $\alpha_j \gg 1$ ) структурами, КТ набуває вигляду

$$\gamma^{(m)} = \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \left\{ \gamma_{0j}^{(m)} + \frac{3}{2} \alpha_j \left( \eta_{Lj}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)} \right) - \frac{3a}{16k_j} \left\{ b_j^{(-)} \left[ \left( 1 - \frac{6}{\pi} \alpha_j \right) \left( \eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)} \right) + \right. \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{6}{\pi} \alpha_n (\eta_{Lj}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)}) \Big] - Q_{nj} \tau_{0n,j} \Bigg[ \left( 1 - \frac{2}{3\pi} (\alpha_j + 8\alpha_n) \right) (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)}) + \frac{6}{\pi} \alpha_i (\eta_{Lj}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)}) - \\
& - \frac{16}{3\pi} \alpha_n (\eta_{Ln}^{(m)} - \eta_{ln}^{(m)}) - \left( 1 - \frac{2}{3\pi} (\alpha_j + 8\alpha_n) \right) (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{ln}^{(m)}) \Bigg] \Bigg\}, \alpha_j \ll 1, \quad (3.75)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma^{(m)} = & \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \left\{ \gamma_{0j}^{(m)} + \left( 1 - \frac{4}{5\alpha_j} \right) (\eta_{Lj}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)}) - \right. \\
& - \frac{a}{8k_j \alpha_j} \left\{ b_j^{(-)} \left[ \left( 1 - \frac{3}{4\alpha_j} \right) (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)}) + \left( 1 - \frac{3}{2\alpha_j} \right) (\eta_{Lj}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)}) \right] - \right. \\
& - Q_{nj} \tau_{0n,j} \frac{\alpha_i}{\alpha_j} \left[ \left( 1 + \frac{4}{5\alpha_j} - \frac{\pi(\alpha_j + \alpha_n)}{4\alpha_j \alpha_n} \right) (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)}) + \left( 1 + \frac{3}{4\alpha_j} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{9(\alpha_j + \alpha_n)}{8\alpha_j \alpha_n} \right) (\eta_{Lj}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)}) \right] \Bigg\}, \alpha_j \gg 1, \quad (3.76)
\end{aligned}$$

які спрощуються для багаточарових зразків, у яких металеві шари мають однакові структурні характеристики, тобто ( $\alpha_j = \alpha_n$ ,  $\gamma_{0j}^{(m)} = \gamma_{0n}^{(m)}$ ):

$$\begin{aligned}
\gamma^{(m)} = & \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \left\{ \gamma_{0j}^{(m)} + \frac{3}{2} \alpha_j (\eta_{Lj}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)}) - \right. \\
& - \frac{3a (b_j^{(-)} - Q_{nj} \tau_{0n,j})}{16k_j} \left[ \left( 1 - \frac{6}{\pi} \alpha_j \right) (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)}) + \frac{6}{\pi} \alpha_j (\eta_{Lj}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)}) \right] \Bigg\}, \alpha_j \ll 1,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma^{(m)} = & \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \left\{ \gamma_{0j}^{(m)} + \left( 1 - \frac{4}{5\alpha_j} \right) (\eta_{Lj}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)}) - \right. \\
& - \frac{(b_j^{(-)} - Q_{nj} \tau_{0n,j})}{4k_j \alpha_j} \left[ \left( 1 - \frac{3}{4\alpha_j} \right) (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)}) + \left( 1 - \frac{3}{2\alpha_j} \right) (\eta_{Lj}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)}) \right] \Bigg\}, \alpha_j \gg 1.
\end{aligned}$$

Якщо товщини шарів  $d_j$  ДП та БП тонкі ( $k_j \ll 1$ ), то для величини  $\gamma^{(m)}$  можна отримати такі наближені формули при довільному співвідношенні між товщинами шарів зразків:

$$\gamma^{(m)} = \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \left\{ \gamma_{0j}^{(m)} - (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)}) \left( 1 - \ln^{-1} \frac{1}{k_j} \right) \right\}, \quad \alpha_j \leq k_j,$$

$$\gamma^{(m)} = \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \left\{ \gamma_{0j}^{(m)} - (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)}) \left( 1 - \frac{1}{\ln \frac{1}{k_j} - \frac{4}{\pi} \alpha_j} \right) + \frac{(\eta_{Lj}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)}) \frac{4}{\pi} \alpha_j}{\ln \frac{1}{k_j} - \frac{4}{\pi} \alpha_j} \right\},$$

$k_j < \alpha_j \ll 1,$

$$\gamma^{(m)} = \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \left\{ \gamma_{0j}^{(m)} - (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)}) \left( 1 - \frac{1}{\ln \frac{1}{\alpha_j k_j}} \right) + (\eta_{Lj}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)}) \frac{1}{\ln \frac{1}{\alpha_j k_j}} \right\},$$

$1 < \alpha_j \ll \frac{1}{k_j}.$

Перш ніж перейти до подальшого аналізу ефекту тензочутливості у двошаровій плівці та мультишарі, розглянемо зазначений ефект у тонких металевих плівках з полікристалічною структурою.

### 3.5.2. Ефект поздовжньої тензочутливості в одношарових полікристалічних плівках та апробація теоретичних співвідношень

У пункті 3.1.3. було показано, що якщо двошарова плівка складається з шарів металу одного сорту з однаковими структурними та об'ємними характеристиками, а межа поділу між ними абсолютно прозора для носіїв заряду, то її формально можна розглядати як тонкий шар металу, коефіцієнт тензочутливості якої має такий вигляд [282, 283]:



$$\gamma^{(m)} = \gamma_0^{(m)} - \frac{1}{\Phi} \left\{ (\eta_l^{(m)} - \eta_d^{(m)}) J_d + (\eta_l^{(m)} - \eta_L^{(m)}) J_\alpha \right\}, \quad (3.77)$$

$$\Phi = f(\alpha) - \langle\langle G \rangle\rangle, \quad J_d = \left\langle\left\langle G - \frac{kE H}{z} \left\{ G(1-E)^{-1} - \Theta \right\} \right\rangle\right\rangle,$$

$$J_\alpha = f^*(\alpha) + \left\langle\left\langle \frac{kE}{z} (H-1) \left\{ G(1-E)^{-1} - \Theta - \frac{z}{kEH} 2G \right\} \right\rangle\right\rangle,$$

$$\Theta = \frac{2q_1q_2(2-q_1-q_2)E + (q_1+q_2-2q_1q_2)(1+q_1q_2E^2)}{1-q_1q_2E^2}.$$

Отриманий загальний вираз досить важко застосовувати до аналізу експериментальних результатів з вимірювання тензоопору в полікристалічних плівках. Тому були отримані наближені асимптотичні вирази для коефіцієнтів тензочутливості товстих та тонких полікристалічних плівок:

$$\begin{aligned} \gamma^{(m)} = \gamma_0^{(m)} - \frac{3(2-q_1-q_2)}{16k} \left\{ 1 - \frac{6}{\pi} \alpha \right\} \left\{ \eta_l^{(m)} - \eta_d^{(m)} \right\} + \frac{3}{2} \alpha \left\{ 1 - \frac{5}{2} \alpha - \right. \\ \left. - \frac{3(2-q_1-q_2)}{4\pi k} \left( 1 - \frac{13}{2} \alpha \right) \left\{ \eta_L^{(m)} - \eta_l^{(m)} \right\} \right\}, \quad \alpha \ll 1, \end{aligned} \quad (3.78)$$

$$\begin{aligned} \gamma^{(m)} = \gamma_0^{(m)} - \frac{2-q_1-q_2}{8k\alpha} \left\{ 1 - \frac{3}{4\alpha} \right\} \left\{ \eta_l^{(m)} - \eta_d^{(m)} \right\} + \left\{ 1 - \frac{4}{5\alpha} - \right. \\ \left. - \frac{2-q_1-q_2}{8k\alpha} \left\{ 1 - \frac{3}{2\alpha} \right\} \left\{ \eta_L^{(m)} - \eta_l^{(m)} \right\} \right\}, \quad \alpha \gg 1, \end{aligned}$$

$$\gamma^{(m)} \cong \begin{cases} \gamma_0^{(m)} - \left\{ 1 - \ln^{-1} \frac{1}{k} \right\} \left\{ \eta_l^{(m)} - \eta_d^{(m)} \right\}, & \alpha \leq k, \\ \gamma_0^{(m)} - \left\{ 1 - \frac{1}{\ln 1/k - 4\alpha/\pi} \right\} \left\{ \eta_l^{(m)} - \eta_d^{(m)} \right\} + \frac{4}{\pi} \alpha \frac{1}{\ln 1/k - 4\alpha/\pi} \left\{ \eta_L^{(m)} - \eta_l^{(m)} \right\}, & k < \alpha \ll 1, \\ \gamma_0^{(m)} - \left\{ 1 - \ln^{-1} \frac{1}{k\alpha} \right\} \left\{ \eta_l^{(m)} - \eta_d^{(m)} \right\}, & 1 < \alpha \ll 1/k. \end{cases}$$

Для проведення чисельного розрахунку загальну формулу (3.77) для коефіцієнта поздовжньої тензочутливості ( $m = 1$ ) зручно записати вигляді

$$\frac{\gamma^{(1)}}{\gamma_0^{(1)}} = 1 - \frac{1}{\gamma_0^{(1)} \Phi} \left\{ (\eta_l^{(1)} - \eta_d^{(1)}) J_d + (\eta_l^{(1)} - \eta_L^{(1)}) J_\alpha \right\}.$$

Наведені на рис. 3.11 криві отримані числовим розрахунком та ілюструють залежність коефіцієнта поздовжньої тензочутливості від товщини плівки та зерномежового параметра при різних значеннях параметрів, які характеризують плівку. Характер зміни коефіцієнта поздовжньої тензочутливості зі зміною товщини плівки визначається знаком нерівності між феноменологічними параметрами  $\eta_l^{(1)}$ ,  $\eta_d^{(1)}$  і  $\eta_L^{(1)}$ . Якщо виконується нерівність  $\eta_l^{(1)} > \eta_d^{(1)}, \eta_L^{(1)}$ , то величина  $\gamma^{(1)}$  зі зменшенням товщини плівки зростає (рис. 3.11 а, б), як і у роботах [300-303]. У разі виконання протилежної нерівності  $\eta_l^{(1)} < \eta_d^{(1)}, \eta_L^{(1)}$  спостерігається зворотна тенденція: коефіцієнт поздовжньої тензочутливості монотонно зменшується зі зменшенням параметра  $k$  або, навпаки, монотонно зростає зі зростанням товщини плівки й асимптотично прямує до свого об'ємного значення, як у випадку теоретичних моделей [28,304].

Структура зразка, яка визначається параметром  $\alpha$ , не змінює характер поведінки  $\gamma^{(1)}(k)$ , а впливає лише на числове значення коефіцієнта тензочутливості (рис. 3.10 в, г). Цей висновок збігається з висновком [28].

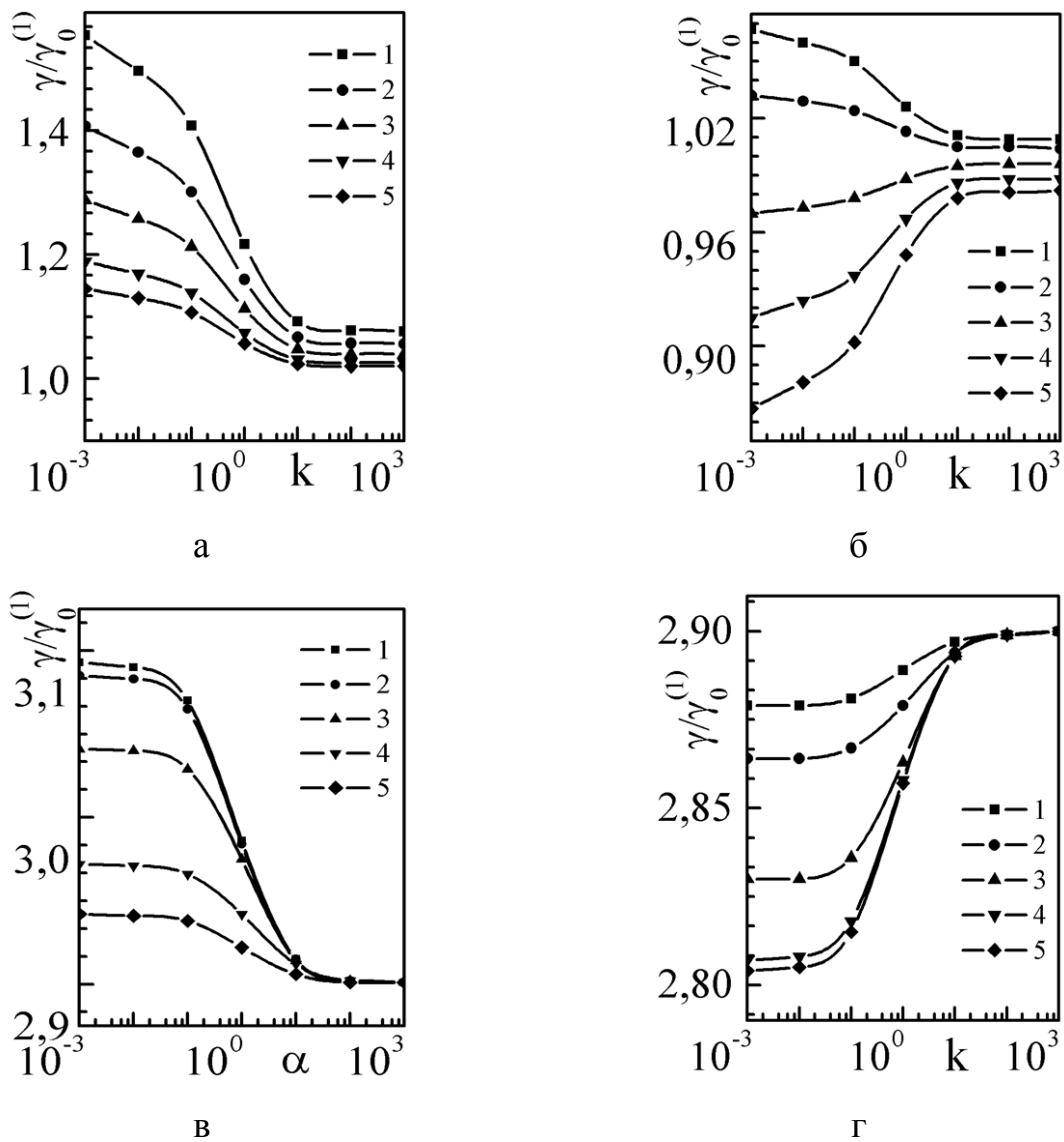


Рис. 3.11. Залежності коефіцієнта поздовжньої тензочутливості  $\gamma^{(1)}$  тонкої полікристалічної плівки від нормованої на довжину вільного пробігу носіїв заряду товщини зразка  $k$  (а, б) та параметра  $\alpha$  (в, г):

а)  $\eta_d^{(1)} = 0,3$ ,  $\eta_L^{(1)} = 0,3$ ,  $q_j = 0$ ,  $\alpha = 5$ : 1 -  $\eta_l^{(1)} = -0,8$ , 2 -  $\eta_l^{(1)} = -0,6$ ,  
3 -  $\eta_l^{(1)} = -0,4$ , 4 -  $\eta_l^{(1)} = -0,2$ , 5 -  $\eta_l^{(1)} = -0,1$ ;

б)  $\eta_d^{(1)} = 0,3$ ,  $\eta_L^{(1)} = 0,3$ ,  $q_j = 0,1$ ,  $\alpha = 0,1$ : 1 -  $\eta_l^{(1)} = 0,8$ , 2 -  $\eta_l^{(1)} = -0,6$ ,  
3 -  $\eta_l^{(1)} = -0,4$ , 4 -  $\eta_l^{(1)} = -0,2$ , 5 -  $\eta_l^{(1)} = -0,1$ ;

в)  $\eta_d^{(1)} = 0,3$ ,  $\eta_L^{(1)} = 0,3$ ,  $\eta_l^{(1)} = 0,5$ ,  $q_1 = 0$ ,  $q_2 = 0,2$ ,  $\alpha = 5$ : 1 -  $k = 0,01$ , 2 -  $k = 0,1$ ,  
3 -  $k = 1$ , 4 -  $k = 5$ , 5 -  $k = 10$ ;

г)  $\eta_d^{(1)} = 0,3$ ,  $\eta_L^{(1)} = 0,3$ ,  $\eta_l^{(1)} = 0,2$ ,  $q_1 = 0$ ,  $q_2 = 0,2$ ,  $\alpha = 5$ : 1 -  $k = 0,01$ , 2 -  $k = 0,1$ ,  
3 -  $k = 1$ , 4 -  $k = 5$ , 5 -  $k = 10$

Експериментальну перевірку запропонованого асимптотичного співвідношення (3.78), що описують тензорезистивний ефект у зразках, для яких нормована на довжину вільного пробігу електронів товщина плівки  $k \sim 1$ , на прикладі плівкових зразків  $Cu$ ,  $Cr$  та  $Sc$  була здійснена у роботі [282].

Плівки отримувалися методом термічного випаровування на підкладки, виготовлені із тефлону та нікелевої фольги, покритої  $SiO$ . Методику формування контактів на підкладках докладно описано у роботі [296].

Для деформації зразків безпосередньо у вакуумній камері використовувався спеціально сконструйований пристрій [296], що давав можливість розтягувати підкладку з плівкою до 2% з кроком деформації  $\delta\varepsilon^{(1)} = 0,005\%$ . Коефіцієнти поздовжньої тензочутливості розраховували за тангенсом кута нахилу залежності  $\Delta R/R_{II}$  від деформації  $\varepsilon^{(1)}\Delta a_1/a_{1II}$  (індекс “II” позначає початкові значення опору та довжини). Отримані деформаційні залежності (рис. 3.12) мають лінійний характер, а їх аналіз показує, що усі релаксаційні процеси у плівках (поворот зерен, утворення дефектів, мікропластична деформація та ін.) закінчуються після першого деформаційного циклу, оскільки починаючи з другого деформаційного циклу величина  $\gamma^{(1)}$  фактично не змінюється.

Розрахунок  $\gamma^{(1)}$  на основі співвідношення (3.78) потребує даних про величину параметрів  $q$ ,  $l$  і  $\alpha$  та деформаційних коефіцієнтів  $\gamma_0^{(1)}$ ,  $\eta_l^{(1)}$ ,  $\eta_d^{(1)}$  і  $\eta_L^{(1)}$ . Зведені коефіцієнти Пуассона  $\eta_d^{(1)} = \eta_L^{(1)}$  з урахуванням пружних властивостей підкладки і табличних даних [286] для масивних  $Cu$ ,  $Cr$  та  $Sc$  можна розрахувати за такою формулою [28]:

$$\eta_d^{(1)} = \eta_d^{(2)} = \mu \frac{1 - \mu_S}{1 - \mu},$$

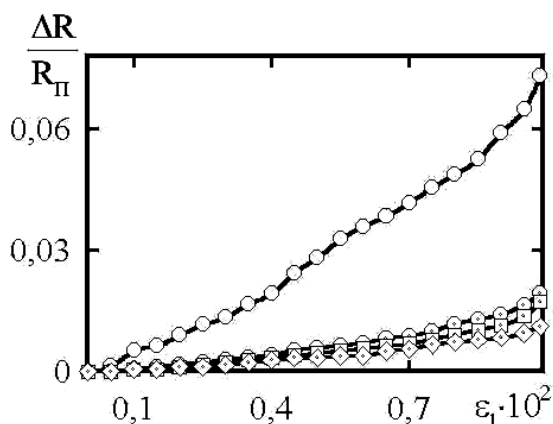


Рис. 3.12. Приклади деформаційних залежностей опору для плівок Sc(64)/Π. Номери деформаційних циклів: ○ -I, ⊙-II, □-III, ◇-IV

де  $\mu$  і  $\mu_s$  - коефіцієнти Пуассона для матеріалу зразка і підкладки, на яку напиляється тонка плівка.

Визначення параметрів  $q$ ,  $l$  і  $\alpha$  проводили шляхом обробки експериментальних даних з розмірної залежності температурного коефіцієнта опору на основі лінеаризованої та ізотропної моделей Тельє, Тоссе і Пішара (більш докладно описано у роботі [296]) за умови, що величини коефіцієнтів дзеркальності для меж поділу плівка - підкладка збігаються, тобто ( $q_1 = q_2 = q$ ). Значення  $q$ ,  $l$ ,  $\alpha$  для  $Cu$ ,  $Cr$  і  $Sc$  наведені у таблиці 3.3.

Таблиця 3.3

Параметри електроперенесення для плівок  $Cr$ ,  $Cu$ ,  $Sc$

Плівка	$q$	$l$ , нм	$\alpha$	$\gamma_0^{(1)}$	$\eta_l^{(1)}$	$\gamma_\infty^{(1)}$	$\eta_{l\infty}^{(1)}$
$Cr$	0,105	62,7	0,034	2,6	-3,04	0,8	-1,8
$Cu$	0,186	119,5	0,760	2,98	0,28	1,8	-0,9
$Sc$	0,144	161,4	0,594	-1,44	-4,04	0,3	-2,3

Виключно важливе значення для апробації наведених співвідношень має коректне визначення величини  $\gamma_0^{(1)}$  та  $\eta_l^{(1)}$ , які дають найбільшу похибку в розрахунок. Для плівок  $Cu$ ,  $Cr$  і  $Sc$  можна використовувати дані (табл. 3.3), які

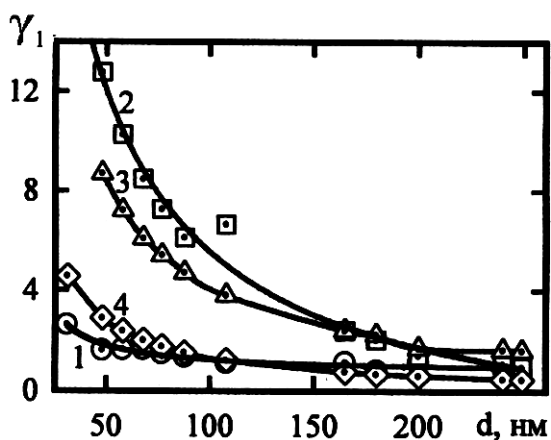


Рис. 3.13. Експериментальна (1) та розрахункові (2 – 4) залежності коефіцієнтів поздовжньої тензочутливості від товщини для плівок  $Sc$ :

$$2 - \gamma_{\infty}^{(1)} = -1,44, \eta_l^{(1)} = -4,04;$$

$$3 - \gamma_{\infty}^{(1)} = 0,3, \eta_l^{(1)} = -2,3;$$

$$4 - \gamma_{\infty}^{(1)} = 0,3, \eta_l^{(1)} = -0,6$$

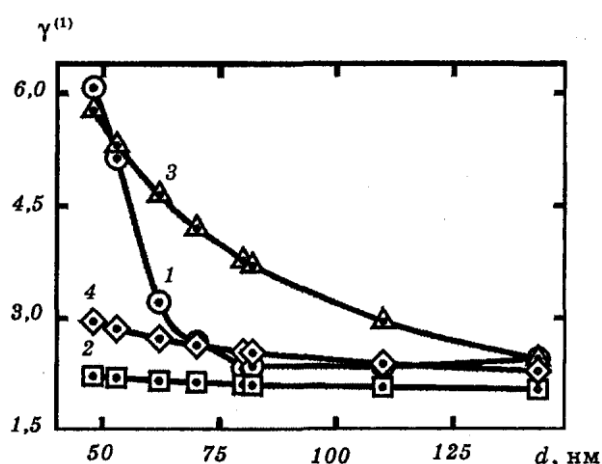


Рис. 3.14. Експериментальна (1) та розрахункові (2 – 4) залежності коефіцієнтів поздовжньої тензочутливості від товщини для плівок  $Cu$ :

$$2 - \gamma_{\infty}^{(1)} = 2,98, \eta_l^{(1)} = 0,28;$$

$$3 - \gamma_{\infty}^{(1)} = 1,8, \eta_l^{(1)} = -0,9;$$

$$4 - \gamma_{\infty}^{(1)} = 2,98, \eta_l^{(1)} = 0,10$$

наведені у роботах [296,305]. Для розрахунку коефіцієнта тензочутливості замість  $\gamma_0^{(1)}$  та  $\eta_l^{(1)}$  використовувалися значення  $\gamma_{\infty}^{(1)}$  та  $\eta_{l\infty}^{(1)}$ . Для визначення  $\gamma_{\infty}^{(1)}$  будувалися залежності  $\gamma^{(1)}(1/d)$  і графічно знаходили  $\gamma_{\infty}^{(1)} = \lim_{d \rightarrow \infty} \gamma_0^{(1)}$  (розглядалися плівкові зразки товщиною  $d \geq 70$  нм). За даними про  $\gamma_{\infty}^{(1)}$  далі визначали  $\gamma_{\rho\infty}^{(1)} = \gamma_{\infty}^{(1)} - 2\mu - 1$ , а потім  $\eta_{l\infty}^{(1)} = \gamma_{\rho\infty}^{(1)} - 1$ . Результати цих розрахунків також ілюструє таблиця 3.3.

Рисунки 3.12. та 3.13. ілюструють експериментальні та розрахункові на основі співвідношень (3.78) (для плівок  $Cu$  і  $Sc$ ) залежності коефіцієнта поздовжньої тензочутливості від товщини. Видно, що краща узгодженість між експериментальними та теоретичними даними має місце при відносно великих

товщинах. Для плівок  $Sc$  запропонована модель задовільно описує експериментальні результати у випадку, коли задається  $\gamma_{\infty}^{(1)}$ , а деформаційний коефіцієнт є підгоночним параметром.

У роботі [300] обговорюється питання про розмірну залежність деформаційного коефіцієнта середньої довжини вільного пробігу. Якщо підійти з цієї точки зору до апробації запропонованих співвідношень, то у кожному конкретному випадку можна досягти збігу експериментальних та розрахункових результатів. Наприклад, для плівок  $Sc$  така відповідність у інтервалі товщин 30 - 250 нм має місце, якщо  $\eta_{l\infty}^{(1)}$  змінюється від 0,23 до 0,91 ( $\gamma_{\infty}^{(1)} = 0,3$ ). Для плівкових зразків  $Cr$  при  $\gamma_{0l}^{(1)} = 2,6$  при зміні товщини від 40 до 195 нм величина деформаційного коефіцієнта середньої довжини вільного пробігу зростає від -9,7 до +13.

Таким чином, запропоновані асимптотичні співвідношення відповідають експериментальним даним як у якісному, так і кількісному відношенні при додатковому припущенні [300] про розмірну залежність деформаційного коефіцієнта довжини вільного пробігу.

### 3.5.3. Ефект тензочутливості у дво - та багатошарових плівках

Розглянемо ситуацію, коли середня ширина кристалітів  $L_j \gg l_j$  довжини вільного пробігу носіїв заряду, а межі зерен майже прозорі для них, тобто  $R_j \ll 1$ . При виконанні цих нерівностей зерномежовий параметр  $\alpha_j \ll k_j$ , і розсіянням електронів на міжкристалітних межах можна знехтувати, а дво – та багатошарові зразки розглядати як монокристалічні. У цьому випадку коефіцієнт поздовжньої тензочутливості ДП та БП знову буде визначатися за формулою (3.74), у якій функції  $M_{\gamma}^{(m)}$  мають такий вигляд [284, 285]:

$$M_j^{(m)} = \frac{1}{\Phi_j} \left\{ (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)}) J_{dj} - (\eta_{ln}^{(m)} - \eta_{dn}^{(m)}) J_{dj}^* - (\eta_{ln}^{(m)} - \eta_{lj}^{(m)}) J_{\tau j} \right\},$$

$$J_{dj} = \left\langle G_j - \frac{k_j E_j}{z} \left\{ G_j (1 - E_j)^{-1} - \Theta_j \right\} \right\rangle, \quad J_{dj}^* = \left\langle \frac{k_n E_n}{z} \Theta_j^* \right\rangle, \quad J_{\tau j} = \langle \Lambda_j \rangle,$$

де функції  $G_j$ ,  $\Theta_j, \Theta_j^*, \Lambda_j$  визначаються за формулами (3.13) - (3.14), (3.39) - (3.44) у яких необхідно покласти  $H_j = 1$ , а кутові дужки визначаються за такою формулою:

$$\langle \dots \rangle = \frac{3a}{4k_j} \int_0^1 dz (z - z^3) (1 - E_j) \{ \dots \}, \quad E_j = \exp \left\{ -\frac{k_j}{z} \right\}. \quad (3.79)$$

Для того щоб спростити процедуру порівняння теоретичних результатів із експериментальними, отримаємо асимптотичні формули для КТ багат шарових зразків для граничних значень параметрів  $k_j$ .

Якщо ДП та БП складаються із товстих шарів металу ( $k_j \gg 1$ ), то для довільних значень відношення товщин шарів  $d_{2,1}$  коефіцієнт тензочутливості буде визначатися виразом

$$\gamma^{(m)} = \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \left\{ \gamma_{0j}^{(m)} - \frac{3a}{16k_j} \left[ b_j^{(-)} (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)}) - (\eta_{ln}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)}) Q_{nj} \tau_{0n,j} \right] \right\}. \quad (3.80)$$

У разі виконання нерівності  $d_{n,j} \ll 1$  формулу (3.80) можна записати у вигляді:

$$\gamma^{(m)} = \gamma_{0j}^{(m)} - \frac{3a}{16k_j} \left\{ b_j^{(-)} (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)}) - (\eta_{lj}^{(m)} - \eta_{dj}^{(m)}) Q_{nj} \tau_{0n,j} \right\} -$$



$$\begin{aligned}
& -\frac{d_n \sigma_{0n}}{d_j \sigma_{0j}} (\gamma_{0j}^{(m)} - \gamma_{0n}^{(m)}) \left\{ 1 + \sum_{N \neq M} (-1)^{N-1} \frac{3a}{16k_N} \left[ b_N^{(-)} \left( 1 - \frac{\eta_{lN}^{(m)} - \eta_{dN}^{(m)}}{\gamma_{0N}^{(m)} - \gamma_{0M}^{(m)}} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - Q_{MN} \tau_{0M.N} \left( 1 - \frac{\eta_{lM}^{(m)} - \eta_{dN}^{(m)}}{\gamma_{0N}^{(m)} - \gamma_{0M}^{(m)}} \right) \right] \right\}, \quad N \neq M = 1, 2. \quad (3.81)
\end{aligned}$$

У випадку коли товщина шарів  $d_j \ll l_j$ , то для величини  $\gamma^{(m)}$  можна отримати такий наближений вираз при довільному співвідношенні між товщинами шарів:

$$\gamma^{(m)} = \sum_{j \neq n} \frac{1}{1 + D_{n,j}} \left\{ \gamma_{0j}^{(m)} - (\eta_{l_j}^{(m)} - \eta_{d_j}^{(m)}) \left( 1 - \ln^{-1} \frac{1}{k_j} \right) \right\}, \quad k_j \ll 1. \quad (3.82)$$

Якщо характер взаємодії носіїв заряду з межами зразка близький до дифузного ( $q_j, P_{jn}, Q_{nj} \ll 1$ ), то  $\Phi_j \sim k_j$ ,  $\sigma_{0j} \sim l_j$  і функцію  $D_{n,j}$  у виразі (3.82) наближено можна представити у вигляді

$$D_{n,j} = \frac{d_n \sigma_{0n} \Phi_n}{d_j \sigma_{0j} \Phi_j} \approx \frac{d_n l_n k_n}{d_j l_j k_j} = d_{n,j}^2. \quad (3.83)$$

З урахуванням співвідношення (3.83) формула (3.82) набуває такого вигляду:

$$\gamma^{(m)} = \gamma_{0j}^{(m)} - (\eta_{l_j}^{(m)} - \eta_{d_j}^{(m)}) \left( 1 - \ln^{-1} \frac{1}{k_j} \right), \quad k_j \ll 1, \quad (3.84)$$

тобто у цьому випадку коефіцієнт тензочутливості буде визначатися своїм значенням  $j$ -го шару металу.

Для проведення чисельного розрахунку коефіцієнта поздовжньої тензочутливості двошарової та багатошарової плівок точну формулу (3.74) зручно записати у вигляді

$$\frac{\gamma^{(1)}}{\gamma_{01}^{(1)}} = \frac{1}{1 + D_{2,1}} \sum_{j \neq n} (D_{j,n} \gamma_{0j,n}^{(1)})^{j-1} \left\{ 1 - \frac{M_j^{(1)}}{\gamma_{0j}^{(1)}} \right\}, \quad (3.85)$$

яка при виконанні нерівності  $D_{n,j} \ll 1$  дорівнює

$$\gamma^{(1)} = \gamma_{0j}^{(1)} M_j^{(1)} - D_{n,j} \left\{ \gamma_{0j}^{(1)} - M_j^{(1)} - (\gamma_{0n}^{(1)} - M_n^{(1)}) \right\}.$$

Звідси випливає, що

$$\frac{\gamma^{(1)}}{\gamma_{01}^{(1)}} \cong \begin{cases} 1 - \frac{M_1^{(1)}}{\gamma_{01}^{(1)}}, & d_{2,1} \rightarrow 0, \\ \frac{\gamma_{02}^{(1)}}{\gamma_{01}^{(1)}} \left( 1 - \frac{M_2^{(1)}}{\gamma_{02}^{(1)}} \right) \approx \frac{\gamma_{02}^{(1)}}{\gamma_{01}^{(1)}}, & d_{2,1} \rightarrow \infty, \end{cases} \quad (3.86)$$

де враховано, що зі збільшенням товщини шару металу  $d_2$  функція  $M_2^{(1)} \rightarrow 0$ , оскільки він стає масивним.

Залежність коефіцієнта поздовжньої тензочутливості двошарового та багатошарового зразків від відношення товщин сусідніх шарів металу  $d_{2,1}$  при різних значеннях параметрів, які їх характеризують, представлені на рис. 3.15 та рис. 3.16 ( $k_1 = 0,1$ ,  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ). В області малих значень  $d_{2,1} \ll 1$  величина  $\gamma^{(1)} / \gamma_{01}^{(1)}$  практично не змінюється зі зростанням сумарної товщини ДП та елемента періодичності багатошарової плівки (див. рис. 3.15 а; рис. 3.16 а, і формулу (3.86)) та визначається числовим значенням коефіцієнта тензочутливості шару металу з індексом “1”. При виконанні протилежної

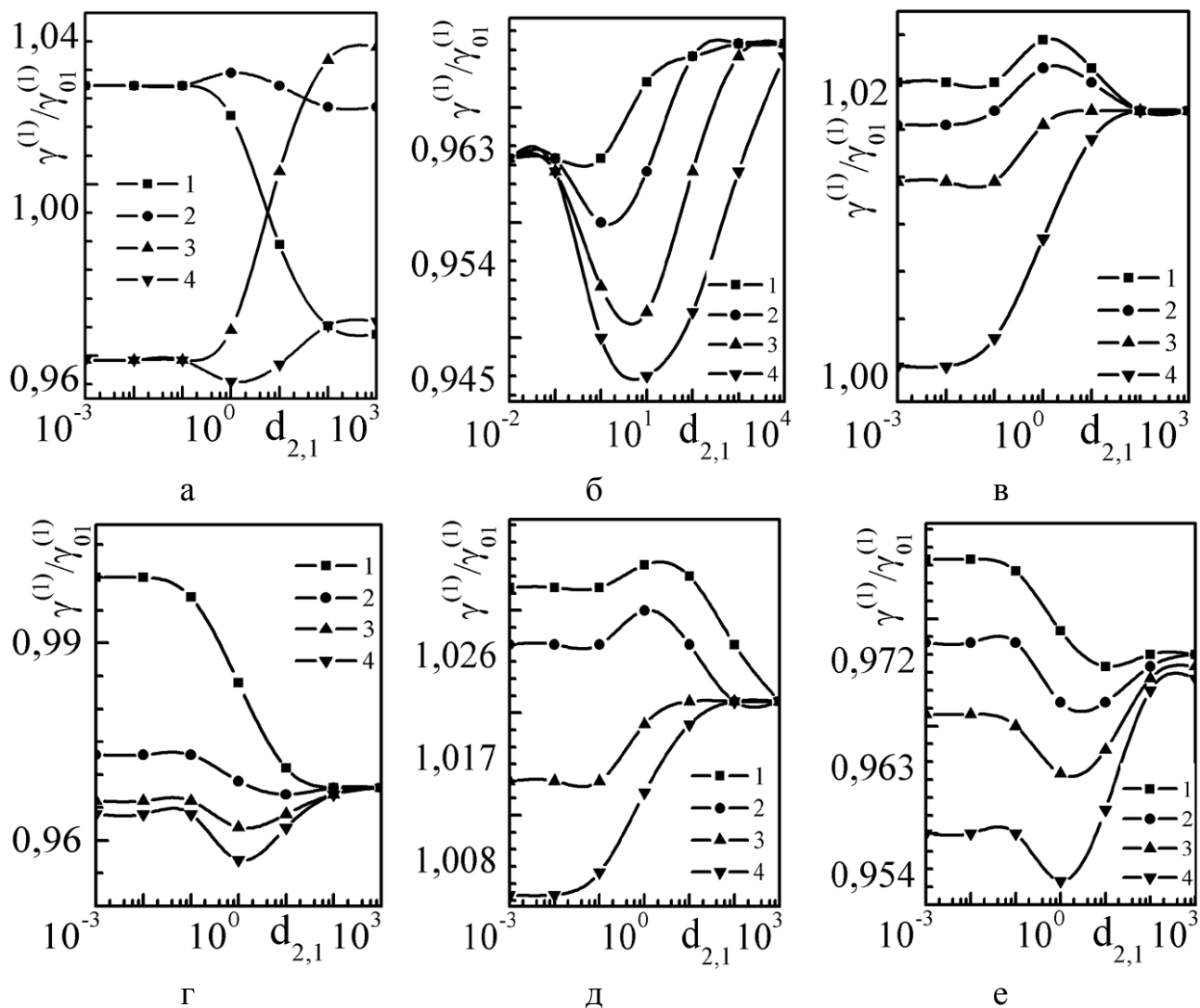


Рис. 3.15. Залежності коефіцієнта поздовжньої тензочутливості  $\gamma^{(1)}/\gamma_{01}^{(1)}$  ДП

від відношення товщин шарів металу  $d_{2,1}$  при таких значеннях параметрів:

а)  $\eta_{dj}^{(1)} = 0,3$ : 1 -  $\eta_{l1}^{(1)} = 0,2$ ,  $\eta_{l2}^{(1)} = 0,1$ , 2 -  $\eta_{l1}^{(1)} = 0,2$ ,  $\eta_{l2}^{(1)} = 0,25$ , 3 -  $\eta_{l1}^{(1)} = 0,5$ ,  $\eta_{l2}^{(1)} = 0,6$ , 4 -  $\eta_{l1}^{(1)} = 0,5$ ,  $\eta_{l2}^{(1)} = 0,4$ ;

б)  $\eta_{dj}^{(1)} = 0,3$ ,  $\eta_{l1}^{(1)} = 0,5$ ,  $\eta_{l2}^{(1)} = 0,4$ : 1 -  $l_{1,2} = 10$ , 2 -  $l_{1,2} = 1,0$ , 3 -  $l_{1,2} = 0,1$ , 4 -  $l_{1,2} = 0,01$ ;

в)  $\eta_{dj}^{(1)} = 0,3$ ,  $\eta_{l1}^{(1)} = 0,2$ ,  $\eta_{l2}^{(1)} = 0,25$ : 1 -  $P_{jn} = 0,1$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ , 3 -  $P_{jn} = 0,6$ , 4 -  $P_{jn} = 0,9$ ;

г)  $\eta_{dj}^{(1)} = 0,3$ ,  $\eta_{l1}^{(1)} = 0,5$ ,  $\eta_{l2}^{(1)} = 0,4$ : 1 -  $Q_{jn} = 0,9$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,6$ , 3 -  $Q_{jn} = 0,3$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,1$ ;

д)  $\eta_{dj}^{(1)} = 0,3$ ,  $\eta_{l1}^{(1)} = 0,2$ ,  $\eta_{l2}^{(1)} = 0,25$ : 1 -  $k_1 = 0,01$ , 2 -  $k_1 = 0,1$ , 3 -  $k_1 = 1$ , 4 -  $k_1 = 10$ ;

е)  $\eta_{l1}^{(1)} = 0,5$ ,  $\eta_{l2}^{(1)} = 0,4$ : 1 -  $\eta_{dj}^{(1)} = 0,38$ , 2 -  $\eta_{dj}^{(1)} = 0,35$ , 3 -  $\eta_{dj}^{(1)} = 0,32$ , 4 -  $\eta_{dj}^{(1)} = 0,28$

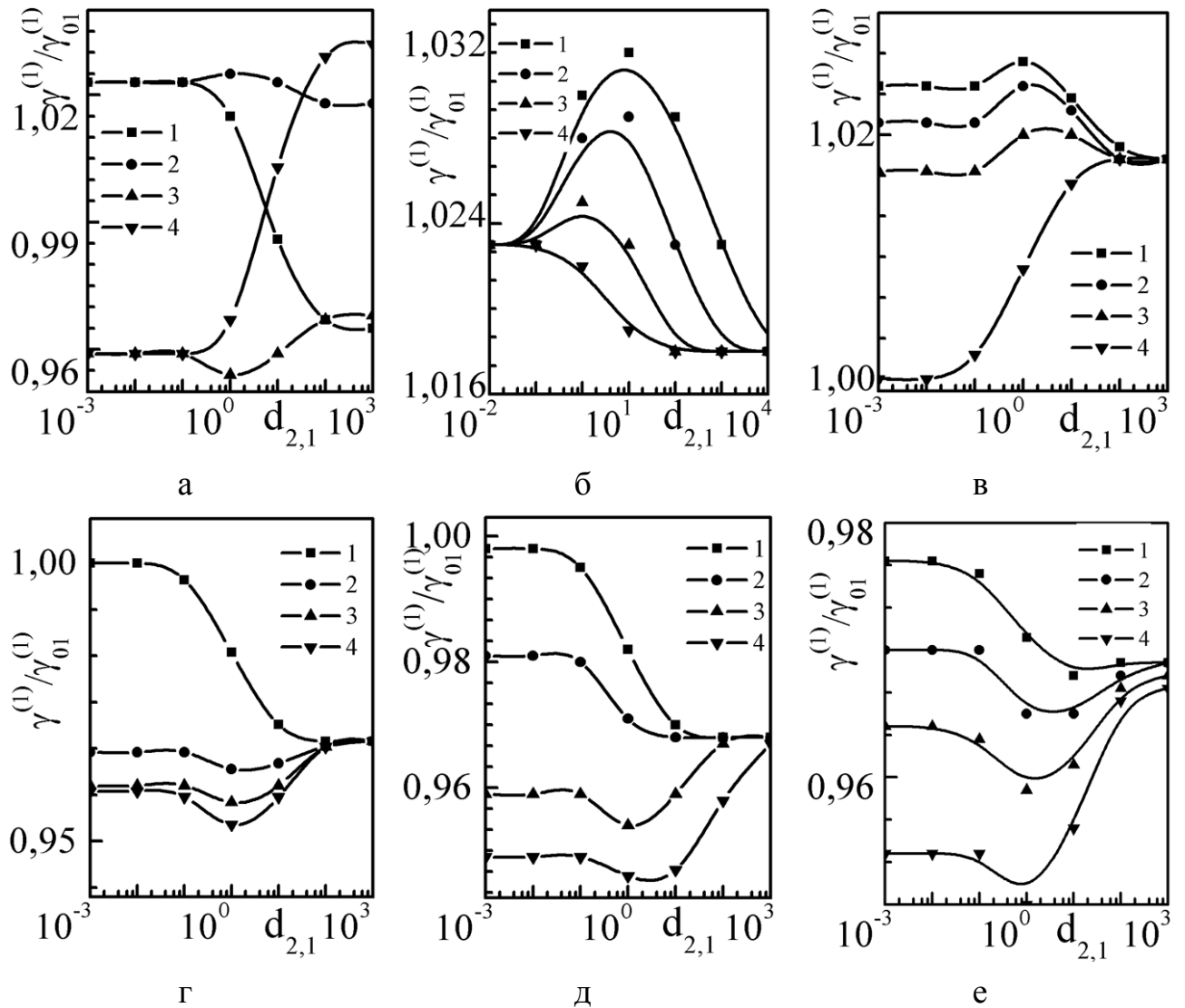


Рис. 3.16. Залежності коефіцієнта поздовжньої тензочутливості  $\gamma^{(1)}/\gamma_{01}^{(1)}$  БП

від відношення товщин шарів металу  $d_{2,1}$  при таких значеннях параметрів:

а)  $\eta_{d_j}^{(1)} = 0,3$ : 1 -  $\eta_{l_1}^{(1)} = 0,5$ ,  $\eta_{l_2}^{(1)} = 0,2$ , 2 -  $\eta_{l_1}^{(1)} = 0,5$ ,  $\eta_{l_2}^{(1)} = 0,6$ , 3 -  $\eta_{l_1}^{(1)} = 0,2$ ,  $\eta_{l_2}^{(1)} = 0,25$ , 4 -  $\eta_{l_1}^{(1)} = 0,2$ ,  $\eta_{l_2}^{(1)} = 0,1$ ;

б)  $\eta_{d_j}^{(1)} = 0,3$ ,  $\eta_{l_1}^{(1)} = 0,2$ ,  $\eta_{l_2}^{(1)} = 0,25$ : 1 -  $l_{1,2} = 0,01$ , 2 -  $l_{1,2} = 0,1$ , 3 -  $l_{1,2} = 1$ , 4 -  $l_{1,2} = 10$ ;

в)  $\eta_{d_j}^{(1)} = 0,3$ ,  $\eta_{l_1}^{(1)} = 0,2$ ,  $\eta_{l_2}^{(1)} = 0,25$ : 1 -  $P_{jn} = 0,0$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ , 3 -  $P_{jn} = 0,6$ , 4 -  $P_{jn} = 0,9$ ;

г)  $\eta_{d_j}^{(1)} = 0,3$ ,  $\eta_{l_1}^{(1)} = 0,5$ ,  $\eta_{l_2}^{(1)} = 0,4$ : 1 -  $Q_{jn} = 0,0$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,3$ , 3 -  $Q_{jn} = 0,6$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,9$ ;

д)  $\eta_{d_j}^{(1)} = 0,3$ ,  $\eta_{l_1}^{(1)} = 0,5$ ,  $\eta_{l_2}^{(1)} = 0,4$ : 1 -  $k_1 = 10$ , 2 -  $k_1 = 1$ , 3 -  $k_1 = 0,1$ , 4 -  $k_1 = 0,01$ ;

е)  $\eta_{l_1}^{(1)} = 0,5$ ,  $\eta_{l_2}^{(1)} = 0,4$ : 1 -  $\eta_{d_j}^{(1)} = 0,38$ , 2 -  $\eta_{d_j}^{(1)} = 0,35$ , 3 -  $\eta_{d_j}^{(1)} = 0,32$ , 4 -  $\eta_{d_j}^{(1)} = 0,28$

виконанні протилежної нерівності  $d_{2,1} \gg 1$  коефіцієнт тензочутливості  $\gamma^{(1)}$  асимптотично прямує до відношення об'ємних значень КТ шарів металу (див. формулу (3.86) та рис. 3.15 б; рис. 3.16 б). Якщо ж  $d_1 \sim d_2$ , то характер зміни КТ визначається знаком нерівності між феноменологічними параметрами  $\eta_{ij}^{(1)}$  і  $\eta_{dj}^{(1)}$ ,  $\eta_{i1}^{(1)}$  та  $\eta_{i2}^{(1)}$ . Якщо  $\eta_{ij}^{(1)} > \eta_{dj}^{(1)}$  ( $\eta_{ij}^{(1)} < \eta_{dj}^{(1)}$ ) і  $\eta_{i2}^{(1)} > \eta_{i1}^{(1)}$  ( $\eta_{i2}^{(1)} < \eta_{i1}^{(1)}$ ), то коефіцієнт тензочутливості монотонно збільшується (зменшується) зі збільшенням  $d_{2,1}$  (рис. 3.15 а; рис. 3.16 а криві 3(1)), оскільки розмірна добавка у цьому випадку додатна (від'ємна) до об'ємного значення КТ. При збереженні знака нерівності між  $\eta_{ij}^{(1)}$  і  $\eta_{dj}^{(1)}$  та зміні знака нерівності між  $\eta_{i1}^{(1)}$  та  $\eta_{i2}^{(1)}$  на протилежний на залежності  $\gamma^{(1)}(d_{2,1})$  з'являється мінімум (максимум), який обумовлений дифузним характером взаємодії носіїв заряду з межами поділу шарів металу (рис. 3.15 а - д; рис. 3.16 а - д). Зі збільшенням дзеркальності інтерфейсів (рис. 3.15 в, г; рис. 3.16 в, г), товщини шару металу  $d_1$  (рис. 3.15 д; рис. 3.16 д) та параметра  $\eta_{dj}^{(1)}$  (рис. 3.15 е; рис. 3.16 е) зазначений мінімум (максимум) вироджується і КТ стає монотонною функцією зі зміною відношення сусідніх товщин шарів металу ДП та БП.

Таким чином, розмірні залежності коефіцієнта тензочутливості дво - та багатошарових плівок суттєво відрізняються від аналогічних залежностей для тонкого шару металу. При малій товщині  $d_1$ , так що  $d_{2,1} \ll 1$ , його власний внесок у КТ незначний, однак величина КТ зразків буде відрізнятися від відповідного значення КТ для одношарової плівки і визначатиметься величиною шорсткості меж поділу шарів металу. Зі збільшенням товщини шару металу  $d_2$ , так що  $d_2 \sim d_1$ , подальша поведінка коефіцієнта тензочутливості буде визначатися знаком нерівності між феноменологічними параметрами та характером взаємодії носіїв заряду з внутрішньою та зовнішніми межами зразка. Якщо домінує дифузне розсіяння носіїв заряду, то на залежності  $\gamma^{(1)}(d_{2,1})$  з'являється максимум (мінімум), який вироджується при зростанні,

зокрема, сумарної дзеркальності інтерфейсів ДП та БП. При подальшому зростанні товщини шару металу  $d_2 \rightarrow \infty$  КТ асимптотично прямує до  $\gamma_{02}^{(1)} / \gamma_{01}^{(1)}$ .

На закінчення даного розділу дисертаційної роботи зауважимо, що при побудові загальної теорії кінетичних розмірних ефектів у двошарових та багатошарових полікристалічних плівках з використанням модифікованої моделі Маядаса - Шацкеса [184,185] розглядалася найпростіша ситуація, коли величини  $\alpha_j$ , за допомогою якої враховувався вплив меж зерен на розглядувані транспортні ефекти у багатошарових плівкових провідниках, вважалися сталими, тобто параметрами задачі. Однак добре відомо, що зі збільшенням товщини шару металу середній розмір кристалітів у площині плівки збільшується [199, 214]. Одночасно спостерігається і зменшення середнього значення кута, який визначає ступінь різної орієнтації кристалітів одного стосовно іншого, що призводить до зменшення коефіцієнта дифузного розсіяння носіїв заряду міжкристалітними межами, тобто до збільшення їх прозорості. Таким чином  $\alpha_j$ , не є параметрами задачі, а будуть залежати від товщини  $j$ -го металевого шару, і врахування цієї обставини, з одного боку, зменшить відмінність між експериментальними та розрахунковими значеннями транспортних коефіцієнтів, з іншого боку - є предметом подальших досліджень.

### **Висновки до розділу 3**

1. З використанням квазікласичного наближення у рамках модифікованої моделі Маядаса - Шацкеса запропонована загальна (при довільному співвідношенні між товщиною шарів металу та довжиною вільного пробігу електронів у них та довільному характері взаємодії носіїв заряду з внутрішніми та зовнішніми межами зразків) теорія транспортних розмірних ефектів у двошарових та багатошарових полікристалічних плівкових системах, яка дозволила встановити такі загальні закономірності поведінки кінетичних коефіцієнтів зі зміною товщин шарів металу зразків:

- у разі виконання нерівностей  $K_1 > \sigma_{2,1}K_2$  ( $K_1 < \sigma_{2,1}K_2$ ), де  $K_j$  ( $j=1,2$ ) - транспортний коефіцієнт (провідність, температурний коефіцієнт опору, коефіцієнт поздовжньої та поперечної тензочутливості тощо) у  $j$ -му шарі металу,  $\sigma_{2,1} = \sigma_2 / \sigma_1$  - відношення провідностей у сусідніх шарах металу, величина кінетичних коефіцієнтів монотонно збільшується (зменшується) зі зростанням товщини двошарової плівки та товщини елемента періодичності мультишару;
- у випадку, коли  $K_1 \sim \sigma_{2,1}K_2$  та  $d_1 \sim d_2$ , на розмірній залежності коефіцієнтів виникає мінімум (максимум), який обумовлений конкуренцією об'ємного, інтерфейсного та зерномежового розсіяння носіїв заряду;
- якщо основним механізмом релаксації носіїв заряду є їх розсіяння на межах зерен, температурний коефіцієнт опору може набувати від'ємного значення;
- обробка даних експериментальних досліджень провідності, температурного коефіцієнта опору тощо за допомогою отриманих лінеаризованих співвідношень показала, що розрахункові та експериментальні значення узгоджуються з точністю до 20%;
- коефіцієнт термо - е.р.с., на відміну від інших транспортних коефіцієнтів, сильно чутливий до переважаючого механізму розсіяння електронів у об'ємі шарів металу, що дозволяє шляхом дослідження її розмірної залежності отримати докладну інформацію щодо основного механізму розсіювання носіїв заряду.

## РОЗДІЛ 4

### РОЗМІРНИЙ ОСЦИЛЯЦІЙНИЙ ГАЛЬВАНОМАГНІТНИЙ ЕФЕКТ У БАГАТОШАРОВИХ ПЛІВКОВИХ СИСТЕМАХ

У розділі 3 було показано, що основними механізмами дисипації електронного потоку в двошарових та багатошарових плівках є взаємодія носіїв заряду із зовнішніми поверхнями, межами поділу шарів металу та межами зерен, причому характер цієї взаємодії визначає розмірну залежність транспортних коефіцієнтів зазначених плівкових систем. Іншою можливістю отримання достовірної інформації про характер взаємодії носіїв заряду з інтерфейсами, зовнішніми та міжкристалітними межами багатошарових структур є вивчення ефектів траєкторного типу, які зв'язані з рухом “вибраних” груп електронів у магнітному полі. “Переломлення” траєкторій руху носіїв заряду при їх взаємодії з межами багатошарових провідників істотно впливає як на амплітуду таких ефектів, так і на їх польову залежність.

Одним із ефектів такого типу є поперечний гальваноманітний ефект, який уперше був теоретично передбачений Зондгаймером [227] та теоретично обґрунтований у роботах [227, 228] і полягає в осциляційній зміні питомого опору (провідності) тонкої металеві плівки зі зміною магнітного поля або товщини зразка (див. літ. огляд, пункт 1.2.3). У даному розділі з використанням формалізму Фукса - Зондгаймера [161, 162] розглядається осциляційний гальваноманітний ефект (ефект Зондгаймера) у дво - та багатошарових монокристалічних плівках, а отримані результати узагальнюються на зазначені багатошарові системи з полікристалічною структурою з використанням модифікованої моделі Маядаса та Шацкеса [184, 185]. Показано, що у слабкому магнітному полі опір двошарової та багатошарової плівок немонотонним чином залежить від відношення сусідніх шарів металу  $d_{2,1}$ . У сильному полі осцилююча залежність опору БП від магнітного поля, як і у випадку двошарової плівки [230], носить складний характер, оскільки, крім звичайних



осциляцій Зондгаймера у металевому шарі товщиною  $d_j$ , виникають гармоніки, що пов'язані з рухом носія заряду в елементі періодичності багат шарової плівки товщиною  $d$ , амплітуда яких пропорційна ймовірності проходження носія заряду в сусідні металеві шари.

#### 4.1. Постановка задачі та розв'язання кінетичного рівняння у дво – та багат шаровій плівках

Розглянемо двошарову плівку та мультишар із монокристалічною або полікристалічною структурою, до яких прикладене ортогональне до МПШ металу сильне однорідне магнітне поле (радіус кривизни траєкторії носіїв заряду в полі  $\mathbf{H}$  набагато менша від кожного металевого шару  $d_j$  у багат шаровому провіднику та довжини вільного пробігу  $l_j$  в них) та однорідне електричне поле уздовж інтерфейсів зразків (рис. 4.1; ми обмежилися лише рисунками для дво - та багат шарової монокристалічних плівок, оскільки модель ДП та БП з полікристалічною структурою була докладно розглянута у розділі 3).

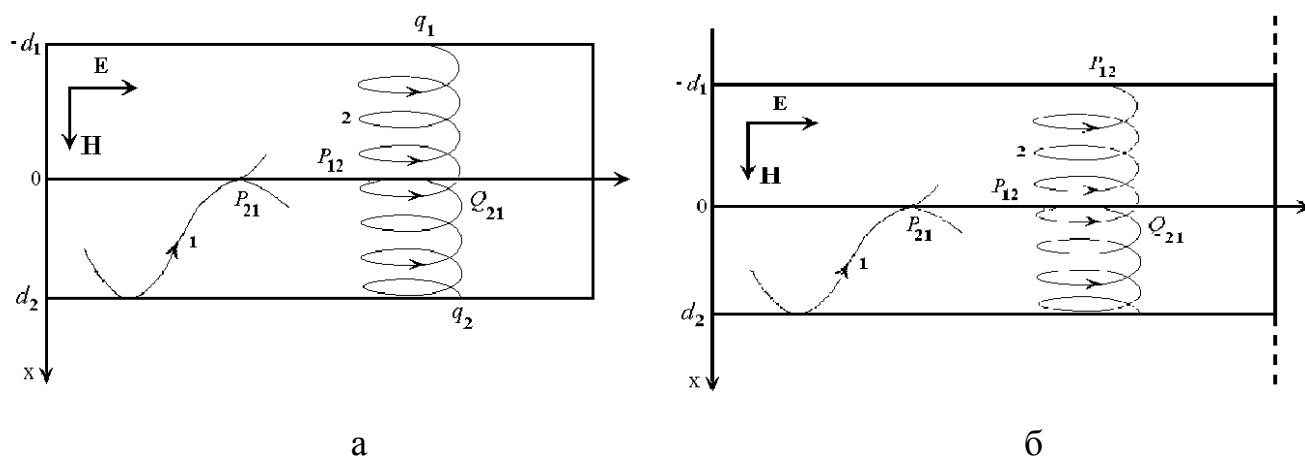


Рис. 4.1. Моделі двошарової плівки (а) та елемента періодичності багат шарової плівки (б), які складаються з монокристалічних шарів металу в нормальному до їх інтерфейсів зовнішньому магнітному полі. Ламаною лінією схематично показано можливу траєкторію носія заряду в слабкому (1) та сильному (2) магнітних полях

Якщо обмежитися наближенням часу вільного пробігу  $\tau_j$  для інтеграла зіткнення, який описує розсіяння носіїв заряду в об'ємі шарів металу, то для знаходження зв'язку між густиною струму  $\mathbf{J}$  (3.1) та напруженістю електричного поля  $\mathbf{E}$  необхідно розв'язати лінеаризоване по слабкому електричному полю кінетичне рівняння для нерівноважної добавки  $(-\partial f_0 / \partial \varepsilon_j) \Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  до фермівської функції розподілу  $f_0(\varepsilon_j)$ , яке має вигляд

$$\frac{\partial \Psi_j}{\partial t} + \mathbf{v}_j \frac{\partial \Psi_j}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\Psi_j}{\tau_j} = e \mathbf{v}_j(t) \mathbf{E}, \quad (4.1)$$

де  $t$  - час руху носія заряду по траєкторії в магнітному полі;

$\tau_j$  - ефективний час релаксації електронів, який у рамках модифікованих моделей Фукса - Зондгаймера та Маядаса - Шацкеса відповідно має вигляд:

$$\frac{1}{\tau_j} = \begin{cases} \frac{1}{\tau_{0j}} - & \text{(для зразка з монокристалічною структурою)} \\ \frac{1}{\tau_{0j}} \left( 1 + \alpha_j \frac{p_F}{|p_{yj}|} \right) - & \text{(для зразка з полікристалічною структурою)} \end{cases}$$

Загальний розв'язок кінетичного рівняння Больцмана (4.1) можна знайти за допомогою методу характеристик [26]

$$\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = F_j e^{-\frac{\lambda_j - t}{\tau_j}} + \int_{\lambda_j}^t dt' e^{-\frac{t' - t}{\tau_j}} e \mathbf{v}_j(t') \mathbf{E}, \quad (4.2)$$

де  $\lambda_j$  - останній момент часу розсіяння електрона в точці з координатою  $(x_s = -d_1, 0, d_2)$ , тобто ближчий до  $t$ , однак менший від нього, корінь рівняння

$$\mathbf{r} - \mathbf{r}_s = \int_{\lambda_j}^t \mathbf{v}_j(t') dt' \equiv \mathbf{r}_j(t) - \mathbf{r}_j(\lambda_j).$$

Довільні функції  $F_j$ , які входять у формулу (4.2), між двома актами розсіяння не змінюють свого значення уздовж траєкторії руху носія заряду в магнітному полі і можуть бути знайдені за допомогою граничних умов, які описують характер взаємодії носіїв заряду із зовнішніми межами й інтерфейсами провідників (3.5) - (3.8). Виключно для простоти, будемо вважати, що закон дисперсії у кожному шарі ДП та БП квадратичний та ізотропний.

Підставляючи функції  $\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  у формі (4.2) у граничні умови (3.5) - (3.8), отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо  $F_j$ . Знаючи функції розподілу  $\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  (4.2) для носіїв заряду у кожному шарі БП та ДП, можна розрахувати густину струму  $\mathbf{J}$  (3.1) у довільній точці зразків. Кінцевий результат розрахунку залежить від структури шарів металу провідників.

#### **4.2. Осциляційний гальваномагнітний ефект у дво - та багат шарових плівках з монокристалічною структурою**

Якщо довжина вільного пробігу  $l_j$  значно менша за середню ширину кристалітів у площині плівок ( $l_j \ll L_j$ ), або межі зерен майже прозорі для носіїв заряду  $R_j \ll 1$ , тобто виконується нерівність  $\alpha_j < d_j / l_j$  [265, 266] (де  $\alpha_j$  - зерномежовий параметр, який визначений у розділі 3), то розсіянням носіїв заряду на межах зерен можна знехтувати. Виконавши відповідні аналітичні розрахунки, можна показати, що компоненти тензора провідності  $\sigma_{\alpha\beta}$  ( $\alpha, \beta = y, z$ ) у дво - та багат шарових плівкових системах, які зв'язують густину електричного струму в провідниках з електричним полем  $E_\beta$ , запишуться у такому вигляді [306, 307]:

$$\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \Phi_j^* \right\}, \quad (4.3)$$

$$\sigma_{yz} = -\sigma_{zy} = \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \Phi_j^* \right\}, \quad (4.4)$$

де  $\sigma_{0j}$  - коефіцієнт питомої провідності масивного провідника за відсутності магнітного поля;

позначення  $\operatorname{Re}(\operatorname{Im})$  вказують, що необхідно відокремити дійсну (уявну) частину від комплексної величини;

$\Phi_j^*$  - розмірні функції, які можна записати таким чином:

$$\Phi_j^* = \frac{k_j}{k_j + i\beta_j} \left\{ 1 - \frac{3a}{4(k_j + i\beta_j)} \int_0^1 dz z(z - z^3)(1 - E_j) G_{mj} \right\}, \quad (4.5)$$

а величини  $G_{mj}$  у виразі (4.5) для двошарового та багат шарового зразків відповідно мають такий вигляд:

$$G_{mj} = \frac{1}{\Delta_m} \left\{ (2 - q_j - P_{jn} + (q_j + P_{jn} - 2q_j P_{jn}) E_j) (1 - q_n P_{nj} E_n^2) - \right. \\ \left. - q_n Q_{jn} Q_{nj} E_n^2 (1 - E_j + 2q_j E_j) - Q_{nj} d_{n,j} \frac{k_j + i\beta_j}{k_n + i\beta_n} (1 - E_n) (1 + q_j E_j) (1 + q_n E_n) \right\}, \quad (4.6)$$

$$\Delta_m = (1 - q_j P_{jn} E_j^2) (1 - q_n P_{nj} E_n^2) - q_j q_n Q_{jn} Q_{nj} E_j^2 E_n^2,$$

$$G_{mj} = 1 - \frac{1}{\Delta_m} \left\{ (1 + P_{jn} E_j) (1 + P_{nj} E_n) + Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n \right\} \times$$

$$\times \left\{ C_{mj} (1 - P_{nj} E_n) + Q_{nj} d_{n,j} \frac{k_j + i\beta_j}{k_n + i\beta_n} E_n C_{mn} \right\}, \quad (4.7)$$

$$C_{mj} = P_{jn} (1 - E_j) + Q_{nj} d_{n,j} \frac{k_j + i\beta_j}{k_n + i\beta_n} (1 - E_n),$$

$$\Delta_m = \left\{ (1 - P_{jn} E_j) (1 - P_{nj} E_n) - Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n \right\} \left\{ (1 + P_{jn} E_j) (1 + P_{nj} E_n) - Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n \right\},$$

$$E_j = \exp \left\{ -\frac{k_j}{z} - i \frac{\beta_j}{z} \right\}, \quad k_j = \frac{d_j}{l_j}, \quad d_{n,j} = \frac{d_n}{d_j}, \quad \beta_j = \frac{d_j}{r_j}. \quad (4.8)$$

Формули (4.3) і (4.4), доповнені співвідношеннями (4.5) - (4.8), в принципі повністю вирішують поставлену задачу і визначають залежність компонент тензора провідності ДП та БП від товщини шарів металу  $k_j$  і величини магнітного поля  $\beta_j$  (розмірний гальваномагнітний ефект у монокристалічних двошарових плівках та мультишарах) при довільних значеннях параметрів, які входять у кінцевий результат розрахунків. Інтегралі у формулах (4.3) і (4.4) не можна виразити через елементарні функції. Однак для граничних значень параметрів задачі  $k_j$  і  $\beta_j$  можна отримати прості аналітичні вирази для розмірної функції  $\Phi_j$ , які визначають компоненти тензора провідності. Нижче проаналізуємо лише залежність питомої провідності (питомого опору) багатошарових зразків від відношення товщин шарів металу та величини магнітного поля.

Якщо товщина кожного шару ДП та БП значно більша за довжину вільного пробігу електронів ( $d_j \gg l_j$ ), то експоненти, які містяться у формулі (4.5), малі і ними можна знехтувати. Це спрощення дозволяє виконати інтегрування по змінній інтегрування  $z$  і отримати такі асимптотичні вирази для розмірних функцій  $\Phi_j$ , що виконуються при довільних значеннях параметрів дзеркальності  $q_j$ ,  $P_{jn}$ ,  $Q_{nj}$  та параметра  $\beta_j$ :

$$\Phi_j \equiv \text{Re} \Phi_j^* = \frac{k_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} \left\{ 1 - \frac{3a}{16k_j} \left[ b_j^{(-)} \frac{k_j^2 - \beta_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} - Q_{nj} d_{n,j} \frac{k_j k_n - \beta_j \beta_n}{k_n^2 + \beta_n^2} \right] \right\} \cong$$

$$\cong \begin{cases} \left[ 1 - \frac{\beta_j^2}{k_j^2} - \frac{3a}{16k_j} \left[ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{3\beta_j^2}{k_j^2} \right) - Q_{nj} \tau_{n,j} \left( 1 - \frac{\beta_j^2}{k_j^2} - \frac{\beta_n^2}{k_n^2} - \frac{\beta_j \beta_n}{k_j k_n} \right) \right] \right], & \beta_j \ll 1, \\ \frac{k_j^2}{\beta_j^2} \left[ 1 - \frac{k_j^2}{\beta_j^2} + \frac{3a}{16k_j} \left[ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{3k_j^2}{\beta_j^2} \right) - Q_{nj} \left( 1 - \frac{k_j^2}{\beta_j^2} - \frac{k_n^2}{\beta_n^2} - \frac{k_j k_n}{\beta_j \beta_n} \right) \right] \right], & \beta_j \gg 1, \end{cases}$$

(4.9)

де  $\frac{\beta_j}{k_j} = \Omega \tau_j$  - параметр, який визначає величину магнітного поля;

$\Omega$  - циклотронна частота.

Порівнюючи між собою отримані асимптотичні вирази для провідності ДП та БП (4.9), попередньо розписавши їх з урахуванням співвідношень (2.25) та (3.21), можна показати, що в ортогональному до інтерфейсів зовнішньому магнітному полі багатошарову плівку формально можна розглядати як двошаровий зразок, зовнішні межі якого розсіюють електрони з ефективним параметром дзеркальності  $q_{ef}$ , що має такий вигляд:

$$q_{ef} = P_{jn} + Q_{nj} d_{n,j} \frac{(k_j^2 + \beta_j^2)(k_j k_n - \beta_j \beta_n)}{(k_j^2 - \beta_j^2)(k_n^2 + \beta_n^2)} \cong$$

$$\cong \begin{cases} P_{jn} + Q_{nj} \tau_{n,j} \left( 1 + \frac{2\beta_j^2}{k_j^2} - \frac{\beta_n^2}{k_n^2} - \frac{\beta_j \beta_n}{k_j k_n} \right), & \beta_j \ll 1, \\ P_{jn} + Q_{nj} \left( 1 + \frac{2k_j^2}{\beta_j^2} - \frac{k_n^2}{\beta_n^2} - \frac{k_j k_n}{\beta_j \beta_n} \right), & \beta_j \gg 1. \end{cases}$$

Розглянемо інший граничний випадок а саме, коли шари металу дво - та багатошарового зразків тонкі ( $k_j \ll 1$ ), а прикладене зовнішнє магнітне поле слабке ( $\beta_j \ll 1$ ). Для того щоб уникнути невиправдано громіздкого кінцевого

результату аналітичного розрахунку, будемо вважати, що зовнішні межі двошарової плівки та інтерфейси мультишару дифузним чином розсіюють носії заряду ( $q_j = 0$  - для ДП,  $P_{jn}$  - для БП). З урахуванням цих спрощень зміна провідності ДП та БП у слабкому зовнішньому магнітному полі дорівнює

$$\begin{aligned} \Delta\sigma &= \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \{ \Phi_j(0) - \Phi_j(H) \} = \\ &= \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \frac{\beta_j^2}{32k_j} \begin{cases} 1 + 7P_{jn} + 2Q_{nj}d_{n,j}, & \text{(для ДП)} \\ 1 + 2Q_{nj}d_{n,j}, & \text{(для БП)} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.10)$$

де розмірні функції  $\Phi_j(0)$  за відсутності магнітного поля визначаються такими виразами (див. формули (3.23) та (3.24)):

$$\Phi_j(0) = \frac{3}{4} k_j \ln \frac{1}{k_j} \begin{cases} 1 + P_{jn} + Q_{nj}d_{n,j}, & \text{(для ДП)} \\ 1 + Q_{jn}Q_{nj} + Q_{nj}d_{n,j}. & \text{(для БП)} \end{cases}$$

Якщо ж до двошарової та багатошарової плівок прикладене сильне магнітне поле ( $\beta_j \gg 1$ ), то розмірні функції  $\Phi_j \equiv \text{Re} \Phi_j^*$  (4.5) зручно записати у вигляді суми монотонної та осцилюючої частин

$$\Phi_j = \Phi_j^{mon} + \Phi_j^{os},$$

де монотонно залежна від величини магнітного поля частина розмірних функцій має такий вигляд:

$$\Phi_j^{mon} = \frac{k_j^2}{\beta_j^2} \left\{ 1 + \frac{3a}{16k_j} \left( b_j^{(-)} - Q_{nj} \right) \right\}. \quad (4.11)$$

Для розрахунку осцилюючої частини функції  $\Phi_j^{os}$  інтеграли у формулі (4.5) можна розрахувати за допомогою методу стаціонарної фази [308-310]. При цьому у кінцевому результаті достатньо залишити лише доданки, у яких функція  $\exp(-\beta_j/z)$ , яка швидко осцилює, інтегрується не більш одного разу, оскільки кожне наступне інтегрування дає лише незначні поправки до функції  $\Phi_j^{os}$ . Кінцевий результат розрахунку для довільних значень параметрів дзеркальності можна записати у вигляді

$$\Phi_j^{os} = \frac{3ak_j}{2\beta_j^4} \tilde{\Phi}_j^{os}, \quad (4.12)$$

де функції  $\tilde{\Phi}_j^{os}$  для ДП та БП відповідно дорівнюють:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_j^{os} = & (2(1-q_j)(1-P_{jn}) - 0,5(1-q_j)Q_{nj})e^{-k_j} \cos \beta_j - (1-q_n)Q_{nj}d_{j,n} \cos \beta_n + \\ & + \frac{(1-q_j)(1-q_n)}{(1+d_{n,j})^2} Q_{nj}e^{-(k_j+k_n)} \cos(\beta_j + \beta_n), \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_j^{os} = & (1-P_{jn})(1-P_{jn}-Q_{nj})e^{-k_j} \cos \beta_j - Q_{nj}d_{j,n}^2(1-P_{nj}-Q_{jn})e^{-k_n} \cos \beta_n + \\ & + Q_{nj}((1-P_{jn})(1-P_{nj}-2Q_{jn}) + Q_{jn}Q_{nj}) \frac{e^{-(k_j+k_n)}}{(1+d_{n,j})^2} \cos(\beta_j + \beta_n), \end{aligned} \quad (4.14)$$

а відношення осцилюючої частини  $\Phi_j^{os}$  (4.12) до монотонної  $\Phi_j^{mon}$  (4.11) набуває вигляду:

$$\frac{\Phi_j^{os}}{\Phi_j^{mon}} = \frac{3a/2}{\frac{d_j}{l_j} + \frac{3a}{16}(b_j^{(-)} - Q_{nj})} \left(\frac{r_j}{d_j}\right)^2 \tilde{\Phi}_j^{os}. \quad (4.15)$$



Таким чином, в області сильного магнітного поля провідність багат шарової плівки, як і ДП [230], стає осцилюючою функцією зі зміною магнітного поля (або зі зміною товщини шарів металу), що обумовлено втратою кореляції між падаючим та відбитим (тунелюючим) електроном, а основний внесок у функції  $\Phi_j^{os}$  вносить лише окіл точки, де змінна інтегрування  $z$  дорівнює одиниці, що відповідає опорним точкам поверхні Фермі [228].

Якщо для багат шарового зразка виконуються рівності ( $d_j = d_n = d$ ,  $l_j = l_n = l$ ,  $P_{jn} = P_{nj} = P$ ,  $Q_{jn} = Q_{nj} = Q$ ,  $\beta_j = \beta_n = \beta$  - модель Устинова [208]), то отримані асимптотичні вирази (4.14) та (4.15) суттєво спрощуються і набувають вигляду

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} \equiv \Phi^{os} = 3(1 - (P + Q))^2 \frac{k e^{-k}}{\beta^4} \cos(\beta),$$

і, відповідно, відношення осцилюючої частини до її монотонної дорівнює

$$\frac{\sigma^{os}}{\sigma^{mon}} \equiv \frac{\Phi^{os}}{\Phi^{mon}} = \frac{3(1 - (P + Q))^2}{\frac{d}{l} + \frac{3}{8}(1 - (P + Q))} \left(\frac{r}{d}\right)^2 e^{-d/l} \cos\left(\frac{d}{r}\right). \quad (4.16)$$

Звідси випливає, що максимальна величина провідності для багат шарової плівки у моделі Устинова визначається таким виразом:

$$\left(\frac{\sigma^{os}}{\sigma^{mon}}\right)_{\max} = \frac{3}{d/l + 3/8} \left(\frac{r}{d}\right)^2. \quad (4.17)$$

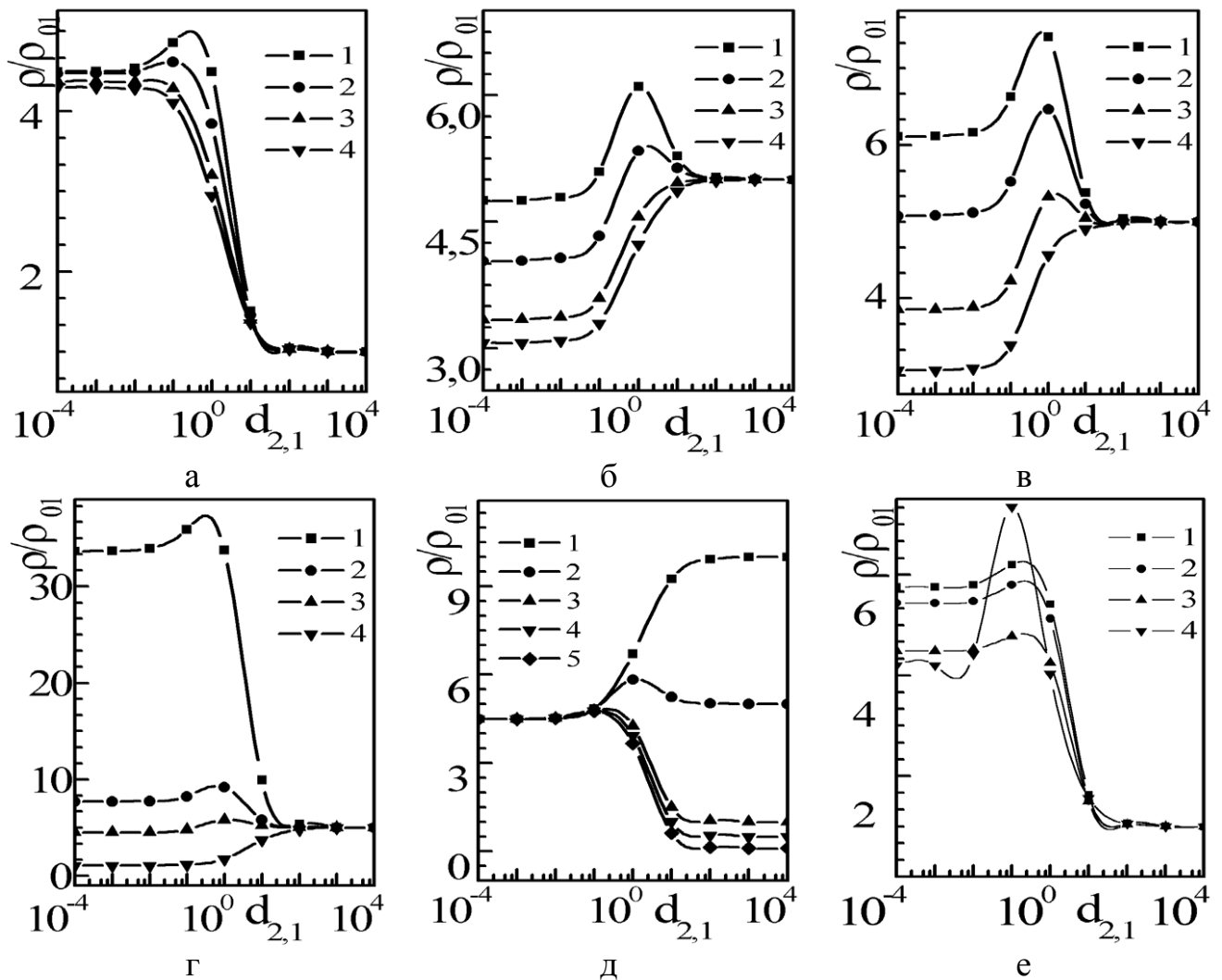


Рис. 4.2. Залежності питомого опору двошарової плівки з монокристалічною структурою від відношення товщин шарів металу в області слабого магнітного поля при таких значеннях параметрів:

а)  $q_j = P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ : 1 -  $Q_{jn} = 0,0$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,3$ ,  
3 -  $Q_{jn} = 0,7$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,9$ ;

б)  $q_j = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 5$ ,  $\beta_1 = 0,1$ : 1 -  $P_{jn} = 0,0$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ ,  
3 -  $P_{jn} = 0,7$ , 4 -  $P_{jn} = 0,9$ ;

в)  $Q_{jn} = P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 5$ ,  $\beta_1 = 0,1$ : 1 -  $q_j = 0,0$ , 2 -  $q_j = 0,3$ ,  
3 -  $q_j = 0,7$ , 4 -  $q_j = 1$ ;

г)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 5$ ,  $\beta_1 = 0,1$ : 1 -  $k_1 = 0,01$ , 2 -  $k_1 = 0,05$ , 3 -  $k_1 = 0,1$ ,  
4 -  $k_1 = 5$ ;

д)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ : 1 -  $l_{1,2} = 10$ , 2 -  $l_{1,2} = 5$ , 3 -  $l_{1,2} = 1$ ,  
4 -  $l_{1,2} = 0,5$  5 -  $l_{1,2} = 0,1$ ;

е)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $k_1 = 0,1$ : 1 -  $\beta_1 = 1$ , 2 -  $\beta_1 = 0,5$ , 3 -  $\beta_1 = 0,1$ ,  
4 -  $\beta_1 = 10$

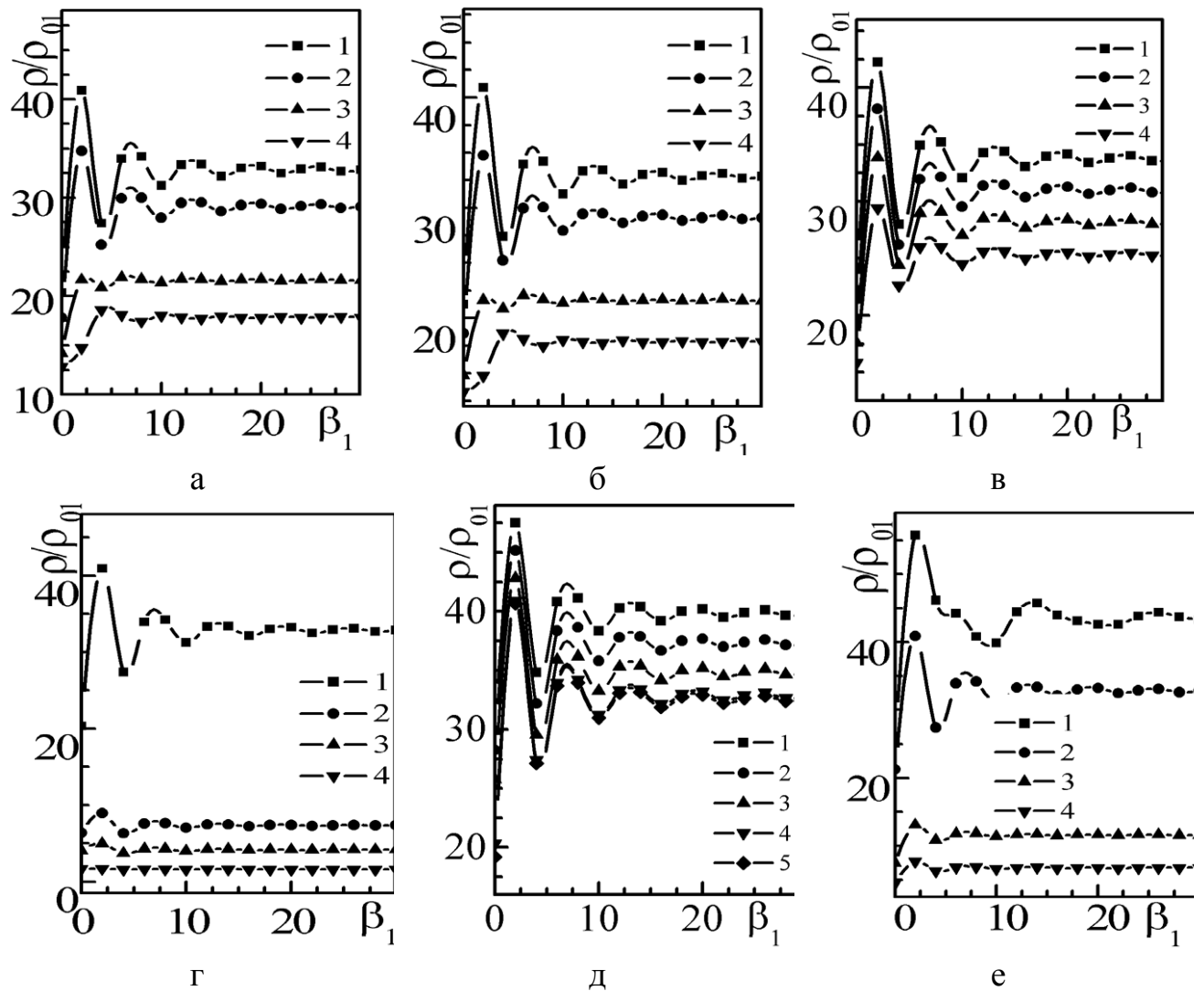


Рис. 4.3. Залежності опору двошарової монокристалічної плівки від величини магнітного поля при різних значеннях параметрів, які характеризують зразок:

а)  $q_j = P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ : 1 -  $Q_{jn} = 0,1$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,3$ ,  
3 -  $Q_{jn} = 0,7$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,9$ ;

б)  $q_j = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ : 1 -  $P_{jn} = 0,1$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ ,  
3 -  $P_{jn} = 0,7$ , 4 -  $P_{jn} = 0,9$ ;

в)  $Q_{jn} = P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ : 1 -  $q_j = 0,1$ , 2 -  $q_j = 0,3$ ,  
3 -  $q_j = 0,7$ , 4 -  $q_j = 0,9$ ;

г)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ : 1 -  $k_1 = 0,01$ , 2 -  $k_1 = 0,05$ , 3 -  $k_1 = 0,1$ ,  
4 -  $k_1 = 0,5$ ;

д)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $d_{2,1} = 1$ : 1 -  $l_{1,2} = 15$ , 2 -  $l_{1,2} = 10$ , 3 -  $l_{1,2} = 5$ ,  
4 -  $l_{1,2} = 1$ ;

е)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ : 1 -  $d_{2,1} = 0,5$ , 2 -  $d_{2,1} = 1$ , 3 -  $d_{2,1} = 5$ ,  
4 -  $d_{2,1} = 10$

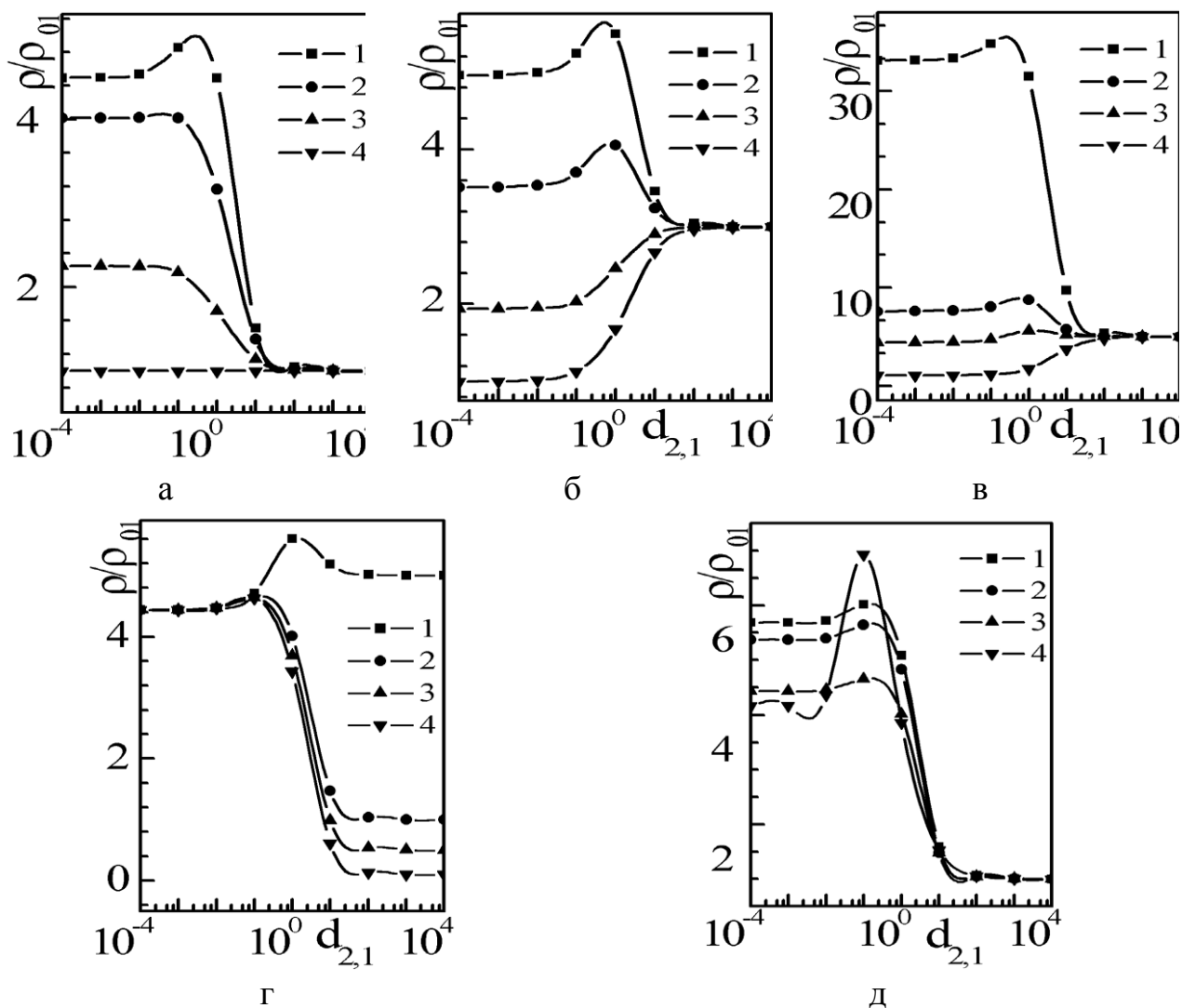


Рис. 4.4. Залежності питомого опору багат шарової монокристалічної плівки від відношення товщин сусідніх шарів металу в області слабого магнітного поля при таких значеннях параметрів:

а)  $P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ : 1 -  $Q_{jn} = 0,0$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,3$ , 3 -  $Q_{jn} = 0,7$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,9$ ;

б)  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 3$ ,  $\beta_1 = 0,1$ : 1 -  $P_{jn} = 0,0$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ , 3 -  $P_{jn} = 0,7$ , 4 -  $P_{jn} = 0,9$ ;

в)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 5$ ,  $\beta_1 = 0,1$ : 1 -  $k_1 = 0,01$ , 2 -  $k_1 = 0,05$ , 3 -  $k_1 = 0,1$ , 4 -  $k_1 = 5$ ;

г)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ : 1 -  $l_{1,2} = 5$ , 2 -  $l_{1,2} = 1$ , 3 -  $l_{1,2} = 0,5$ , 4 -  $l_{1,2} = 0,1$ ;

д)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $k_1 = 0,1$ : 1 -  $\beta_1 = 1$ , 2 -  $\beta_1 = 0,5$ , 3 -  $\beta_1 = 0,1$ , 4 -  $\beta_1 = 10$

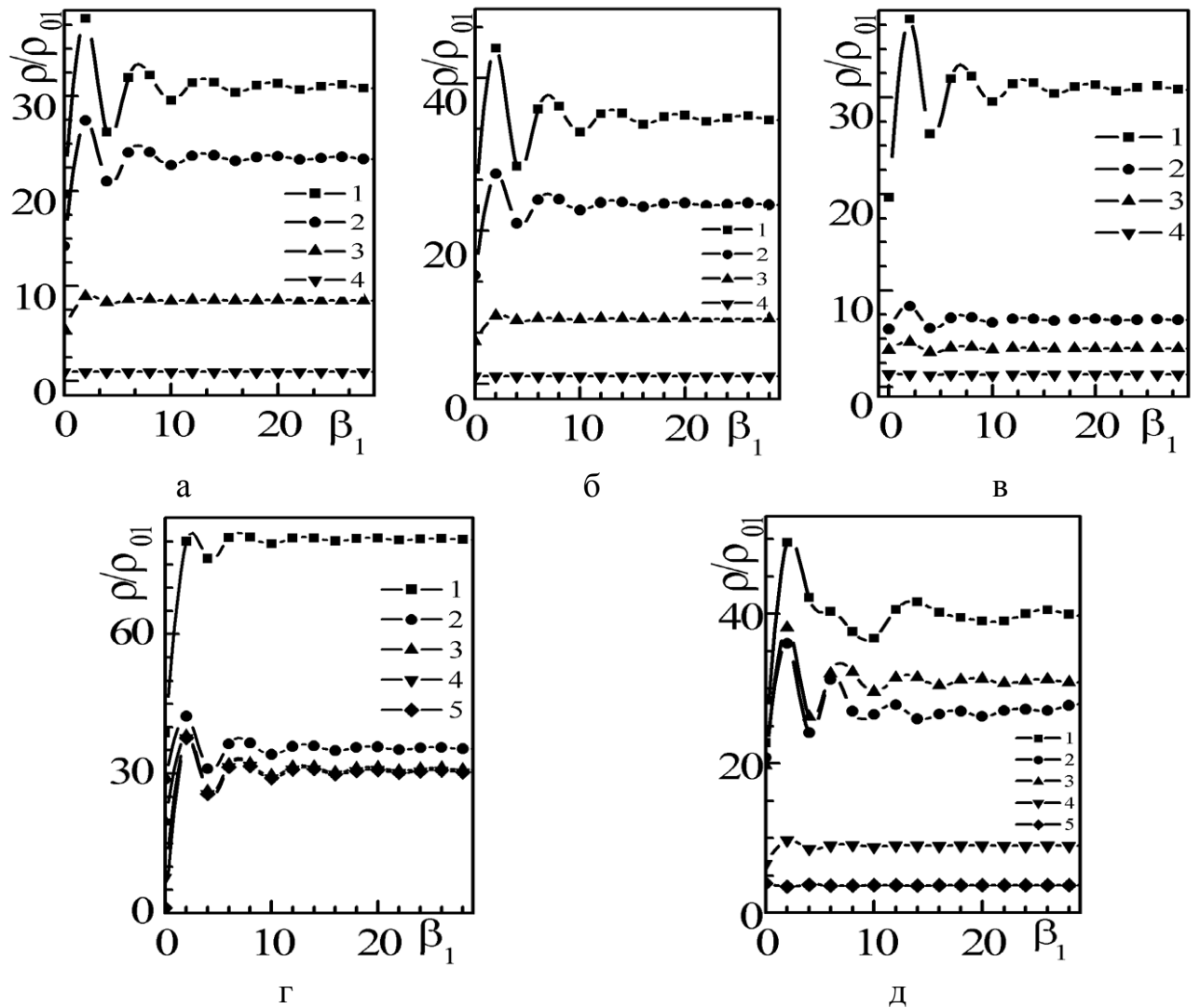


Рис. 4.5. Залежності опору багат шарової плівки, яка складається з монокристалічних шарів металу, від величини магнітного поля при різних значеннях параметрів, які характеризують зразок:

а)  $P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ : 1 -  $Q_{jn} = 0,1$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,3$ , 3 -  $Q_{jn} = 0,7$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,9$ ;

б)  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ : 1 -  $P_{jn} = 0,0$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ , 3 -  $P_{jn} = 0,7$ , 4 -  $P_{jn} = 0,9$ ;

в)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ : 1 -  $k_1 = 0,01$ , 2 -  $k_1 = 0,05$ , 3 -  $k_1 = 0,1$ , 4 -  $k_1 = 1$ ;

г)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $d_{2,1} = 1$ : 1 -  $l_{1,2} = 50$ , 2 -  $l_{1,2} = 10$ , 3 -  $l_{1,2} = 1$ , 4 -  $l_{1,2} = 0,1$ , 5 -  $l_{1,2} = 0,01$ ;

д)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ : 1 -  $d_{2,1} = 0,5$ , 2 -  $d_{2,1} = 0,1$ , 3 -  $d_{2,1} = 1$ , 4 -  $d_{2,1} = 5$ , 5 -  $d_{2,1} = 10$

Таким чином, як і у випадку статичної провідності [208], у сильному магнітному полі провідність мультишару в моделі Устинова залежить лише від повної ймовірності  $(P + Q)$  дзеркального розсіяння носіїв заряду на інтерфейсах провідника. Так, зокрема, якщо у формулі (1.18) покласти  $(q_1 = q_2 = q)$  та зробити заміну  $(q \rightarrow P + Q)$ , то отриманий результат буде збігатися з виразом (4.16), а максимальне значення провідності у зазначених випадках також будуть збігатися (див. формули (1.19) та (4.17)).

При відхиленні магнітного поля від нормалі до інтерфейсу ДП та БП якісний характер розмірної залежності питомого опору (провідності) від товщини шарів металу та величини магнітного поля  $\beta_j$  не змінюється. У цьому разі у формулі (4.3) товщину  $d_j$  потрібно замінити на  $d_j / \cos\theta$ , де  $\theta$  - кут відхилення магнітного поля від нормалі [230].

Криві, які наведені на рис. 4.2 - 4.5, отримані чисельним розрахунком та ілюструють залежності питомого опору двошарової плівки (рис. 4.2, 4.3) і мультишару (рис. 4.4, 4.5) від відношення сусідніх товщин шарів  $d_{2,1}$  та величини магнітного поля  $\beta_1$ . Характер зазначених залежностей розглянемо більш докладно у підрозділі 4.4.

### **4.3. Ефект Зондгаймера у двошарових та багатошарових плівках з полікристалічною структурою**

Теоретичний аналіз ефекту Зондгаймера у двошарових та багатошарових плівках з полікристалічною структурою можна провести у рамках модифікованої моделі Маядаса та Шацкеса [184,185], у якій, як відмічалось у розділі 3, одночасно враховуються три механізми розсіяння носіїв заряду: ізотропне розсіяння на фононах та точкових дефектах, розсіяння на інтерфейсах і на зовнішніх межах зразка та розсіяння на міжкристалітних межах. У цьому випадку можна показати, що компоненти тензора провідності знову будуть

визначатися за формулами (4.3) та (4.4), у яких розмірні функції для полікристалічних дво - та багатошарових плівок дорівнюють:

$$\Phi_j^* = f_j^* - \frac{3ak_j}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\varphi \cos^2 \varphi \int_0^1 dz \frac{(z-z^3)(1-E_j)}{(k_j H_j + i\beta_j)^2} G_{gj}, \quad (4.18)$$

$$f_j^* = \frac{k_j}{k_j + i\beta_j} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \alpha_j \frac{k_j}{k_j + i\beta_j} + 3\alpha_j^2 \frac{k_j^2}{(k_j + i\beta_j)^2} - \right. \\ \left. - 3\alpha_j^3 \frac{k_j^3}{(k_j + i\beta_j)^3} \ln \left| 1 + \frac{k_j + i\beta_j}{k_j \alpha_j} \right| \right\}, \quad (4.19)$$

де функції  $G_{gj}$  для двошарової та багатошарової плівки відповідно можна записати у вигляді [311]:

$$G_{gj} = \frac{1}{\Delta_g} \left\{ (2 - q_j - P_{jn} + (q_j + P_{jn} - 2q_j P_{jn}) E_j) (1 - q_n P_{nj} E_n^2) - \right. \\ \left. - q_n Q_{jn} Q_{nj} E_n^2 (1 - E_j + 2q_j E_j) - Q_{nj} d_{n,j} \frac{k_j H_j + i\beta_j}{k_n H_n + i\beta_n} (1 - E_n) (1 + q_j E_j) (1 + q_n E_n) \right\},$$

$$\Delta_g = (1 - q_j P_{jn} E_j^2) (1 - q_n P_{nj} E_n^2) - q_j q_n Q_{jn} Q_{nj} E_j^2 E_n^2,$$

$$G_{gj} = 1 - \frac{1}{\Delta_g} \left\{ (1 + P_{jn} E_j) (1 + P_{nj} E_n) - Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n \right\} \left\{ C_{gj} (1 - P_{nj} E_n) + \right. \\ \left. + Q_{nj} d_{n,j} \frac{k_j H_j + i\beta_j}{k_n H_n + i\beta_n} E_n C_{gn} \right\},$$

$$C_{gj} = P_{jn} (1 - E_j) + Q_{nj} d_{n,j} \frac{k_j H_j + i\beta_j}{k_n H_n + i\beta_n} (1 - E_n),$$

$$\Delta_g = \{(1 - P_{jn} E_j)(1 - P_{nj} E_n) - Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n\} \{(1 + P_{jn} E_j)(1 + P_{nj} E_n) - Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n\},$$

$$E_j = \exp\left\{-\frac{k_j H_j}{z} - i \frac{\beta_j}{z}\right\}, \quad H_j = 1 + \frac{\alpha_j}{\cos \varphi \sqrt{1 - z^2}}, \quad j \neq n = 1, 2.$$

Формули (4.3) та (4.4), у яких розмірна функція визначається виразом (4.18), у принципі і визначають гальваномагнітний ефект у дво - та багатошарових полікристалічних плівках. Подальший аналіз гальваномагнітного ефекту можливий лише на основі чисельного розрахунку. Однак перш ніж до нього перейти, отримаємо прості аналітичні вирази для розмірної функції для граничних значень параметрів  $k_j$ ,  $\alpha_j$  та  $\beta_j$ .

У випадку, коли зовнішні межі ДП дзеркальні ( $q_j = 1$ ), а інтерфейси дво - та багатошарової плівок дзеркальним чином розсіюють електрони ( $P_{jn} + Q_{nj} = 1$ ), шари металу мають однакову товщину і структуру ( $d_j = d_n$ ,  $\alpha_j = \alpha_n$ ) та ступінь чистоти ( $l_j \equiv l_n$ ), то ДП і БП формально можна розглядати як необмежений полікристалічний зразок, провідність якого в ортогональному до МПШ металу магнітному полі буде визначатися за формулою (4.19). У випадку, коли шари металу провідників мають крупнозернисту ( $\alpha_j \ll 1$ ) структуру, формула (4.19) значно спрощується і набуває вигляду

$$\tilde{f}_j = \operatorname{Re} f_j^* = \frac{k_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \alpha_j \frac{k_j^2 - \beta_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} \right\} \cong \begin{cases} 1 - \frac{\beta_j^2}{k_j^2} - \frac{3}{2} \alpha_j \left( 1 - \frac{3\beta_j^2}{k_j^2} \right), & \frac{\beta_j}{k_j} \ll 1, \\ \frac{k_j^2}{\beta_j^2} \left( 1 + \frac{3}{2} \alpha_j \right) \left( 1 - \frac{3k_j^2}{\beta_j^2} \right), & \frac{\beta_j}{k_j} \gg 1. \end{cases} \quad (4.20)$$

При виконанні протилежної нерівності ( $\alpha_j \gg 1$ ), тобто коли структура шарів дрібнозерниста, провідність ДП та БП дорівнює



$$\tilde{f}_j = \frac{3}{4\alpha_j} \left\{ 1 - \frac{4}{5\alpha_j} + \frac{2}{3\alpha_j^2} \left( 1 - \frac{\beta_j^2}{k_j^2} \right) \right\}. \quad (4.21)$$

При довільному характері взаємодії носіїв заряду з інтерфейсами дво – та багат шарового зразків асимптотичні формули для розмірних функції  $\Phi_j \equiv \text{Re} \Phi_j^*$  провідників, які складаються з товстих ( $k_j \gg 1$ ) шарів металу з дрібнозернистою ( $\alpha_j \gg 1$ ) та крупнозернистою ( $\alpha_j \ll 1$ ) структурами, можна отримати з формули (4.18). У цьому разі експонентами у виразі (4.18) можна знехтувати, а функції  $H_j$  потрібно розкласти у ряд за ступенями  $\alpha_j$ , що дозволяє виконати інтегрування по  $z$  та  $\varphi$  й отримати такі формули для величини  $\Phi_j$ , що виконуються при довільних значеннях параметрів дзеркальності  $q_j$ ,  $P_{jn}$ ,  $Q_{nj}$  і  $\beta_j$ :

$$\Delta\Phi_j = \Phi_j(0) - \Phi_j(H) = \frac{1}{2\alpha_j^3} \left\{ \frac{\beta_j^2}{k_j^2} + \frac{135}{256k_j\alpha_j^4} \left[ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{\beta_j^2}{k_j^2} \right) + \frac{1}{3} Q_{nj} \tau_{0n,j} \frac{\alpha_j^2}{\alpha_n^2} \left( 1 - \frac{\beta_j\beta_n}{k_jk_n} \right) \right] \right\}, \quad \alpha_j \gg 1, \quad (4.22)$$

$$\Phi_j = \frac{k_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \alpha_j \frac{k_j^2 - \beta_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} - \frac{3a}{16k_j} \left[ b_j^{(-)} \frac{k_j^2 - \beta_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} \left( 1 - \frac{32}{3\pi} k_j^2 \alpha_j \frac{k_j^2 + 3\beta_j^2}{k_j^4 - \beta_j^4} \right) - Q_{nj} d_{n,j} \frac{k_jk_n - \beta_j\beta_n}{k_n^2 + \beta_n^2} \left( 1 - \frac{16}{3\pi} \frac{k_jk_n}{k_jk_n - \beta_j\beta_n} \left( \alpha_j \frac{k_j^2 - \beta_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} + \alpha_n \frac{k_n^2 - \beta_n^2}{k_n^2 + \beta_n^2} \right) \right) \right] \right\}, \quad \alpha_j \ll 1. \quad (4.23)$$

З формули (4.23) випливає, що в області слабкого ( $\beta_j \ll 1$ ) та сильного ( $\beta_j \gg 1$ ) магнітних полів, розмірні функції  $\Phi_j$  дво - та багат шарової плівок з крупнозернистою структурою можна записати у вигляді:

$$\Delta\Phi_j = \frac{\beta_j^2}{k_j^2} \left\{ 1 - \frac{9}{2}\alpha_j - \frac{9a}{16k_j} \left[ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{128}{9\pi}\alpha_j \frac{\beta_j^2}{k_j^2} \right) - \frac{1}{3}Q_{nj}\tau_{0n,j} \left( 1 + \frac{k_j\beta_j}{k_n\beta_n} + \frac{16}{3\pi} \left( \alpha_j \left( 3 + \frac{\beta_n^2 k_j^2}{\beta_j^2 k_n^2} \right) + \alpha_n \left( 1 + \frac{\beta_n^2 k_j^2}{\beta_j^2 k_n^2} \right) \right) \right] \right\}, \quad \frac{\beta_j}{k_j} \ll 1, \quad (4.24)$$

$$\Phi_j = \frac{k_j^2}{\beta_j^2} \left\{ 1 - \frac{k_j^2}{\beta_j^2} + \frac{3}{2}\alpha_j \left( 1 - \frac{3k_j^2}{\beta_j^2} \right) + \frac{3a}{16k_j} \left[ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{3k_j^2}{\beta_j^2} + \frac{32}{3\pi}\alpha_j \frac{k_j^2}{\beta_j^2} \right) - Q_{nj} \left( 1 - \frac{k_j^2}{\beta_j^2} - \frac{k_n^2}{\beta_n^2} - \frac{k_j k_n}{\beta_j \beta_n} \left( 1 + \frac{16}{3\pi}(\alpha_j + \alpha_n) \right) \right) \right] \right\}, \quad \frac{\beta_j}{k_j} \gg 1. \quad (4.25)$$

У формулах (4.22) та (4.24) функції  $\Phi_j(0)$  за відсутності магнітного поля визначені за формулою (3.22).

У випадку, коли дво - та багат шарова структури складаються з тонких шарів металу ( $k_j \ll 1$ ), при довільних значеннях зерномежового параметра  $\alpha_j$  отримати прості аналітичні формули не вдалося. Однак зауважимо, як було відмічено у розділі 3, у разі коли виконується нерівність ( $\alpha_j < k_j$ ), то домінуючим ефектом у провідниках буде зовнішній розмірний ефект [265, 266], і для аналізу ефекту у ДП та БП з крупнозернистою структурою можна користуватися асимптотичними формулами (4.10) - (4.15). У разі виконання нерівності  $\alpha_j > 1/k_j$  (провідники мають дрібнозернисту структуру) зовнішній розмірний ефект незначний, оскільки основним механізмом

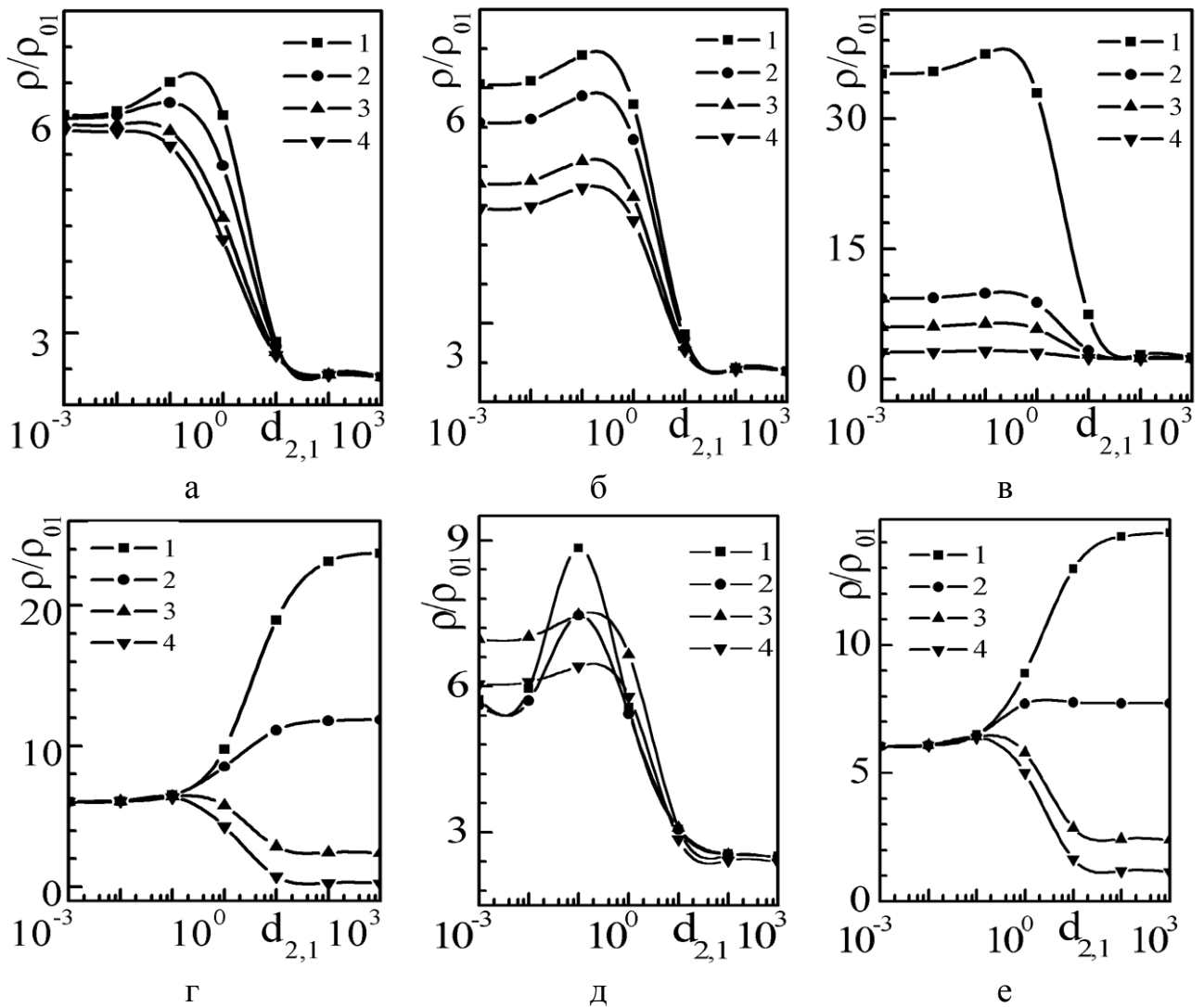


Рис. 4.6. Залежності питомого опору полікристалічної ДП від  $d_{2,1}$  в області

слабкого магнітного поля при таких значеннях параметрів:

а)  $q_j = P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ : 1 -  $Q_{jn} = 0,0$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,3$ ,  
3 -  $Q_{jn} = 0,7$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,9$ ;

б)  $q_j = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ : 1 -  $P_{jn} = 0,1$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ ,  
3 -  $P_{jn} = 0,7$ , 4 -  $P_{jn} = 0,9$ ;

в)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ : 1 -  $k_1 = 0,01$ , 2 -  $k_1 = 0,05$ ,  
3 -  $k_1 = 0,1$ , 4 -  $k_1 = 0,5$ ;

г)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ ,  $\alpha_j = 0,1$ : 1 -  $l_{1,2} = 10$ , 2 -  $l_{1,2} = 5$ ,  
3 -  $l_{1,2} = 1$ , 4 -  $l_{1,2} = 0,1$ ;

д)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $\alpha_j = 1$ : 1 -  $\beta_1 = 10$ , 2 -  $\beta_1 = 5$ ,  
3 -  $\beta_1 = 1$ , 4 -  $\beta_1 = 0,1$ ;

е)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ : 1 -  $\alpha_j = 10$ , 2 -  $\alpha_j = 5$ ,  
3 -  $\alpha_j = 1$ , 4 -  $\alpha_j = 0,1$

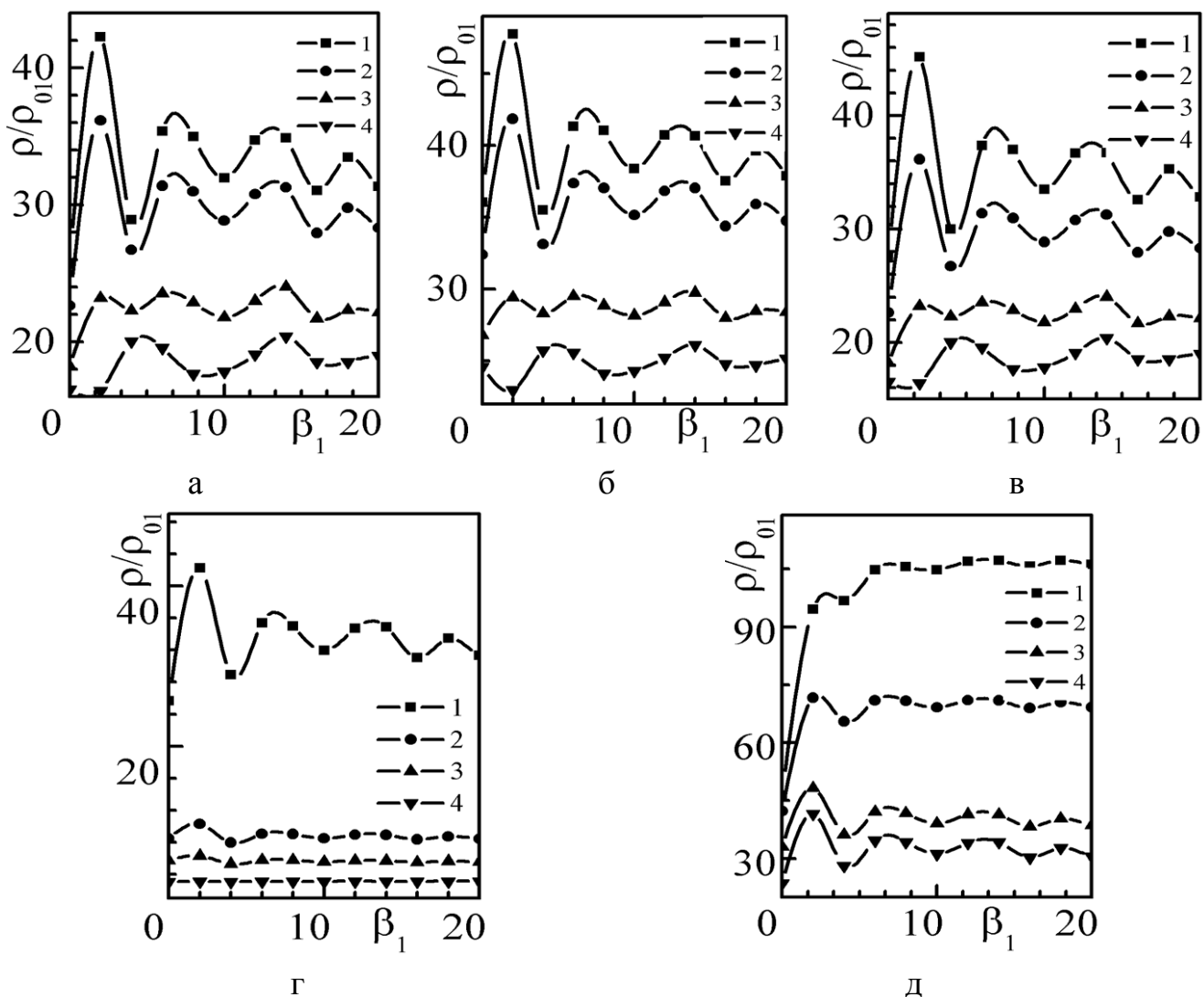


Рис. 4.7. Залежності питомого опору полікристалічної ДП від величини магнітного поля при різних значеннях параметрів, які характеризують багат шаровий зразок:

а)  $q_j = P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ ,  $\alpha_j = 1$ : 1 -  $Q_{jn} = 0,0$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,3$ , 3 -  $Q_{jn} = 0,7$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,9$ ;

б)  $q_j = P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ ,  $\alpha_j = 5$ : 1 -  $Q_{jn} = 0,1$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,3$ , 3 -  $Q_{jn} = 0,7$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,9$ ;

в)  $q_j = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ ,  $\alpha_j = 1$ : 1 -  $P_{jn} = 0,0$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ , 3 -  $P_{jn} = 0,7$ , 4 -  $P_{jn} = 0,9$ ;

г)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ ,  $\alpha_j = 1$ : 1 -  $k_1 = 0,01$ , 2 -  $k_1 = 0,05$ , 3 -  $k_1 = 0,1$ , 4 -  $k_1 = 0,5$ ;

д)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ : 1 -  $l_{1,2} = 10$ , 2 -  $l_{1,2} = 1$ , 3 -  $l_{1,2} = 0,1$ , 4 -  $l_{1,2} = 0,01$ ;

д)  $q_j = P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ : 1 -  $\alpha_j = 50$ , 2 -  $\alpha_j = 25$ , 3 -  $\alpha_j = 10$ , 4 -  $\alpha_j = 0,1$

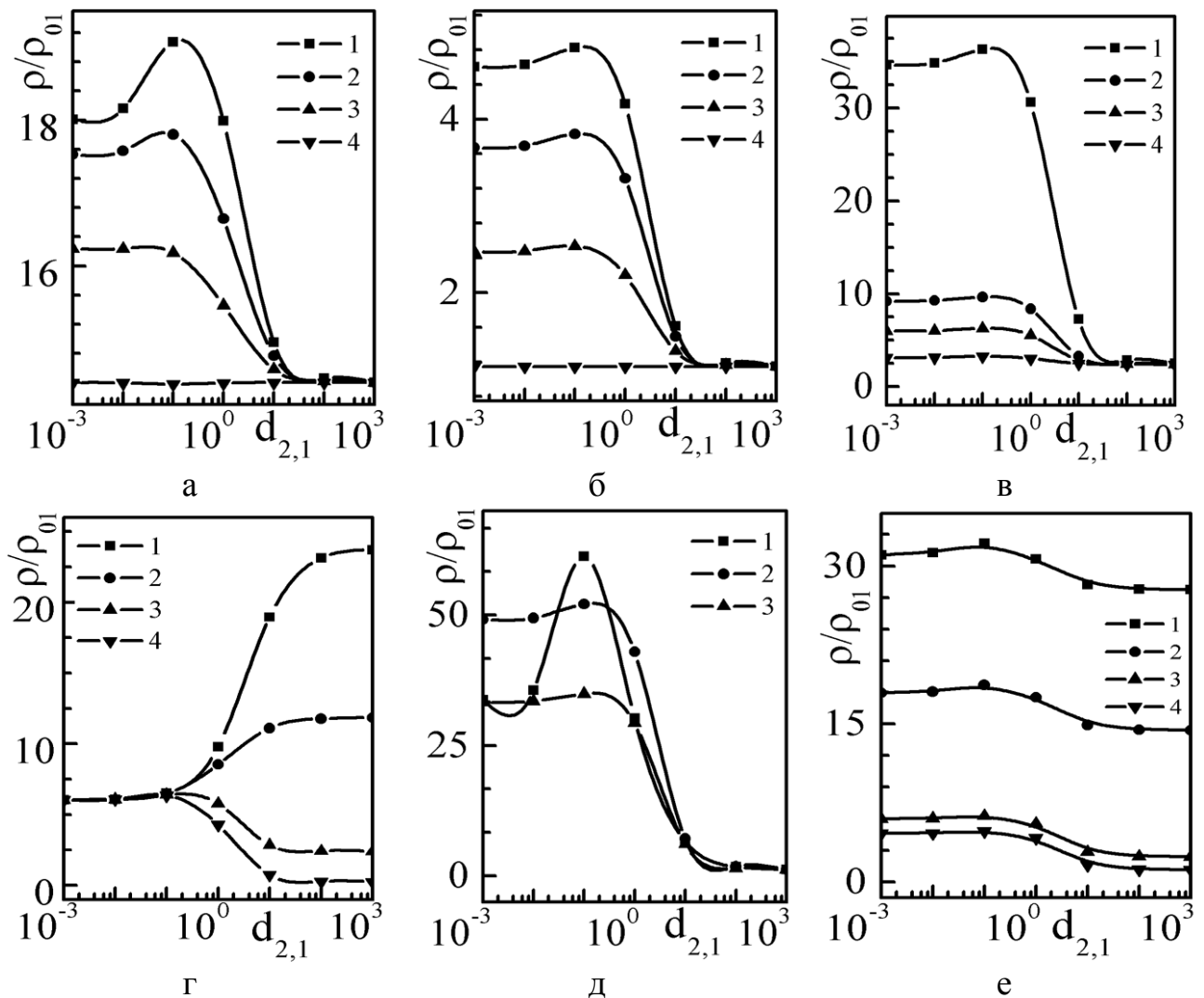


Рис. 4.8. Залежності питомого опору полікристалічної багатошарової плівки від відношення товщин сусідніх шарів металу в області слабкого магнітного поля при таких значеннях параметрів:

- а)  $P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ ,  $\alpha_j = 10$ : 1 -  $Q_{jn} = 0,0$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,3$ ,  
3 -  $Q_{jn} = 0,6$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,9$ ;
- б)  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ ,  $\alpha_j = 0,1$ : 1 -  $P_{jn} = 0,1$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ ,  
3 -  $P_{jn} = 0,6$ , 4 -  $P_{jn} = 0,9$ ;
- в)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ ,  $\alpha_j = 1$ : 1 -  $k_1 = 0,01$ , 2 -  $k_1 = 0,05$ ,  
3 -  $k_1 = 0,1$ , 4 -  $k_1 = 0,5$ ;
- г)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $\beta_1 = 0,1$ ,  $\alpha_j = 0,1$ : 1 -  $l_{1,2} = 10$ , 2 -  $l_{1,2} = 5$ , 3 -  $l_{1,2} = 1$ ,  
4 -  $l_{1,2} = 0,5$ ;
- д)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\alpha_j = 0,1$ : 1 -  $\beta_1 = 10$ , 2 -  $\beta_1 = 1$ , 3 -  $\beta_1 = 0,1$ ;
- е)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,1$ ,  $\beta_1 = 1$ ,  $l_{1,2} = 1$ : 1 -  $\alpha_j = 10$ , 2 -  $\alpha_j = 1$ , 3 -  $\alpha_j = 0,1$ ,  
4 -  $\alpha_j = 0,01$

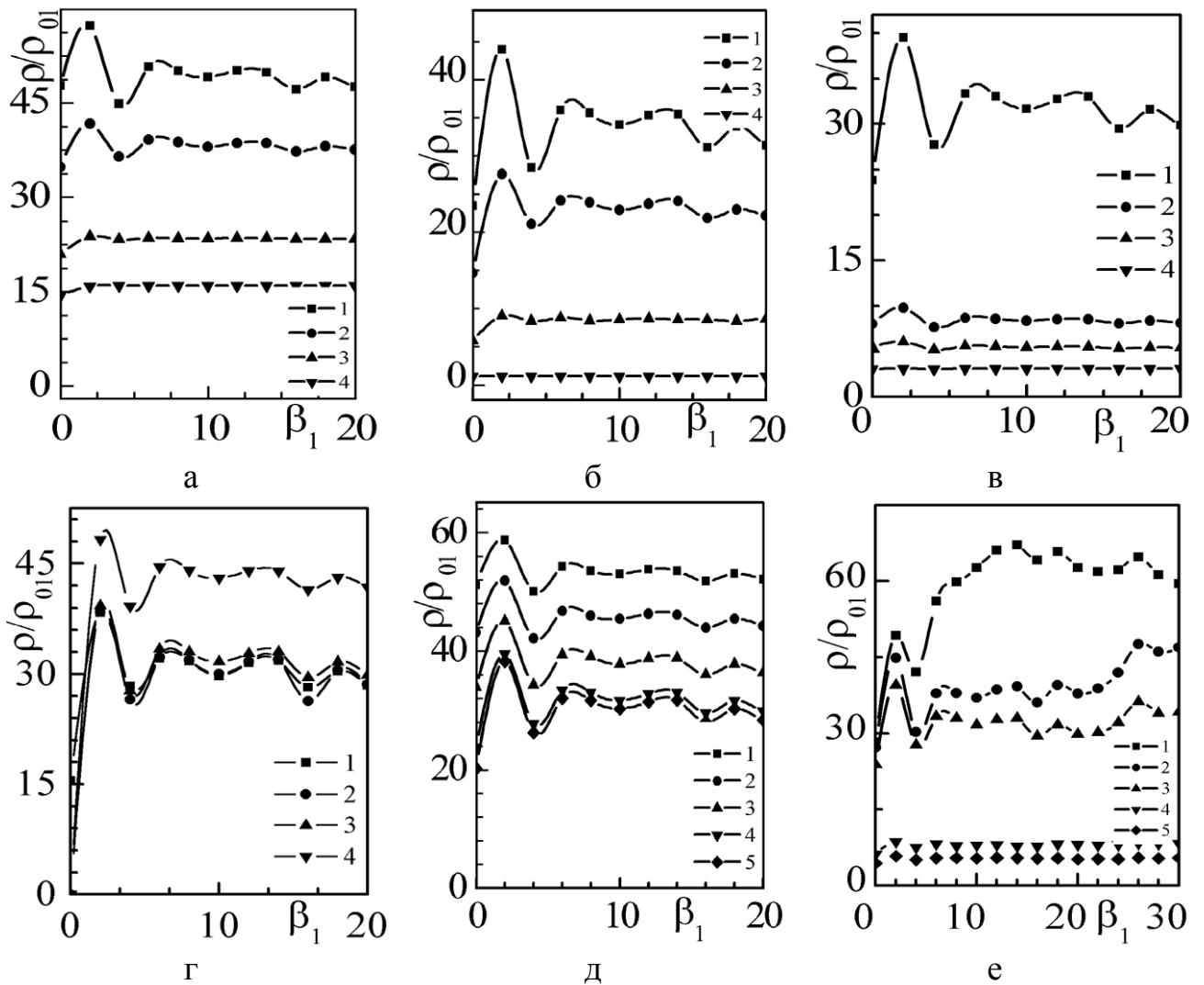


Рис. 4.9. Залежності опору полікристалічного мультишару від величини магнітного поля при різних значеннях параметрів, які характеризують БП:

- а)  $P_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ ,  $\alpha_j = 10$ : 1 -  $Q_{jn} = 0,0$ , 2 -  $Q_{jn} = 0,3$ ,  
3 -  $Q_{jn} = 0,7$ , 4 -  $Q_{jn} = 0,9$ ;
- б)  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ ,  $\alpha_j = 0,1$ : 1 -  $P_{jn} = 0,0$ , 2 -  $P_{jn} = 0,3$ ,  
3 -  $P_{jn} = 0,7$ , 4 -  $P_{jn} = 0,9$ ;
- в)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ ,  $\alpha_j = 1$ : 1 -  $k_1 = 0,01$ , 2 -  $k_1 = 0,05$ , 3 -  $k_1 = 0,1$ ,  
4 -  $k_1 = 0,5$ ;
- г)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $\alpha_j = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ : 1 -  $l_{1,2} = 10$ , 2 -  $l_{1,2} = 1$ , 3 -  $l_{1,2} = 0,1$ ,  
4 -  $l_{1,2} = 0,01$ ;
- д)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $d_{2,1} = 1$ : 1 -  $\alpha_j = 15$ , 2 -  $\alpha_j = 10$ , 3 -  $\alpha_j = 5$ ,  
4 -  $\alpha_j = 1$ , 5 -  $\alpha_j = 0,1$ ;
- е)  $P_{jn} = Q_{jn} = 0,1$ ,  $k_1 = 0,01$ ,  $l_{1,2} = 1$ ,  $\alpha_j = 1$ : 1 -  $d_{2,1} = 0,1$ , 2 -  $d_{2,1} = 0,01$ ,  
3 -  $d_{2,1} = 1$ , 4 -  $d_{2,1} = 10$ , 5 -  $d_{2,1} = 20$

релаксації носіїв заряду є їх розсіяння на міжкристалітних межах, і зразок буде ефективно “товстим”. Відповідно у цьому разі для аналізу зміни провідності дво - та багат шарових плівок у зовнішньому магнітному полі можна користуватися формулами (4.22) - (4.25).

Криві, які наведені на рис. 4.6 - 4.9, отримані чисельним розрахунком та ілюструють залежності питомого опору полікристалічної ДП (рис. 4.6, 4.7) та БП (рис. 4.8, 4.9) від відношення сусідніх товщин шарів  $d_{2,1}$  та величини магнітного поля  $\beta_1$ . Характер зміни магнітоопору двошарових та багат шарових плівок від товщини шарів металу та величини магнітного поля більш докладно розглянемо у наступному підрозділі, до розгляду якого й переходимо.

#### 4.4. Результати чисельного розрахунку ефекту Зондгаймера у моно – та полікристалічних багат шарових провідниках

Для проведення числового розрахунку питомий опір  $\rho$  дво – та багат шарового провідників з моно - та полікристалічною структурами зручно записати у вигляді

$$\frac{\rho}{\rho_{01}} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1 + d_{2,1}}{\Phi_1^* \{1 + D_{2,1}\}} \right\}, \quad (4.26)$$

де  $D_{n,j}$  визначено формулою (3.35), у якій розмірні функції описуються виразами (4.5) та (4.18).

У виразі (4.26) незалежними величинами є параметри дзеркальності  $q_j$ ,  $P_{jn}$ ,  $Q_{nj}$ , нормована на довжину вільного пробігу товщина шару металу  $k_1$ , відношення довжин вільного пробігу у сусідніх шарах металу  $l_{1,2} = l_1 / l_2$ ,

зерномежові параметри  $\alpha_j$  та параметр  $\beta_1$ , який визначає величину магнітного поля. Решта величин можуть бути виражені через вище зазначені параметри таким чином:

$$k_2 = d_{2,1} l_{1,2} k_1, \quad \beta_2 = d_{2,1} \beta_1.$$

Криві, які наведені на рис. 4.2 - 4.9, отримані чисельним розрахунком за точною, у рамках зазначених модифікованих моделей Фукса – Зондгаймера [161, 162] (рис. 4.2 - 4.5) та Маядаса - Шацкеса [184, 185] (рис. 4.6 - 4.9), формулою (4.26) та ілюструють залежності  $\rho / \rho_{01}$  ( $\rho_{01}$  - об'ємне значення опору шару металу товщиною  $d_1$ ) ДП та БП з моно - та полікристалічною структурами від відношення товщин сусідніх шарів металу  $d_{2,1} = d_2 / d_1$  та величини магнітного поля  $\beta_1$  при різних значеннях параметрів, які характеризують провідники.

Отримані залежності показують (див. рис. 4.2, 4.4, 4.6, 4.8), що у слабкому магнітному полі ( $\beta_1 \ll 1$ ) в області малих значень  $d_{2,1} \ll 1$  зміна  $\rho(d_{2,1})$  пов'язана з впливом характеру взаємодії носіїв заряду із зовнішніми межами (для двошарової плівки) та інтерфейсами багат шарових зразків і не залежить від відношення довжин вільного пробігу електронів у сусідніх шарах металу (оскільки опір зазначених систем визначається шаром металу товщиною  $d_1$ ). При виконанні зворотної нерівності  $d_{2,1} \gg 1$  питомий опір  $\rho(d_{2,1})$  провідників асимптотично прямує до свого об'ємного значення у шарі металу товщиною  $d_2$ . Якщо ж товщини шарів ДП та БП за порядком величини збігаються, тобто  $d_2 \sim d_1$ , то на залежності  $\rho(d_{2,1})$  виникає максимум, який обумовлений конкуренцією внесків у  $\rho$  об'ємного, інтерфейсного та зерномежового розсіяння носіїв заряду. Зі збільшенням дзеркального розсіяння електронів на МПШ, їх дзеркального проходження у сусідні шари металу провідників, прозорості МЗ та нормованої товщини шару металу  $k_1$  провідників



зазначений максимум вироджується і  $\rho(d_{2,1})$  монотонно збільшується (зменшується) зі збільшенням товщини двошарової плівки та товщини елемента періодичності багат шарової плівки. Так, зокрема, для ДП та БП з монокристалічною структурою монотонне збільшення чи зменшення  $\rho(d_{2,1})$  зі збільшенням  $d_{2,1}$  залежить від знака нерівності між величиною опору  $\rho(d_{2,1} \ll 1) \sim \Phi_1^{-1}$  дво - та багат шарового зразків в області малих значень  $d_{2,1}$  і величиною опору  $\rho(d_{2,1} \gg 1) \sim l_{1,2}$  у області великих значень  $d_{2,1}$ . Якщо  $\Phi_1^{-1} < l_{1,2}$  ( $\Phi_1^{-1} > l_{1,2}$ ), то  $\rho(d_{2,1})$  монотонно збільшується (зменшується) на усьому інтервалі зміни  $d_{2,1}$  і асимптотично прямує до свого об'ємного значення у шарі товщиною  $d_2$ .

Для спрощення інтерпретації результатів чисельного розрахунку будемо вважати, що зазначені плівкові провідники мають крупнозернисту структуру ( $\alpha_j < k_j$ ) та знехтуємо впливом слабого магнітного поля на рух носіїв заряду. У цьому разі розмірні функції  $\Phi_j$  наближено можна представити у такому вигляді:

$$\Phi_j(0) = k_j \begin{cases} 1 + P_{jn} + Q_{nj}d_{n,j}, & \text{(для ДП),} \\ 1 + 2(P_{jn} + Q_{nj}d_{n,j}), & \text{(для БП).} \end{cases} \quad (4.27)$$

При написанні виразу (4.27) ми обмежилися лінійними по  $q_j$ ,  $P_{jn}$ , та  $Q_{nj}$  множниками та знехтували внеском у провідність провідників електронів, які рухаються майже паралельно внутрішнім та зовнішнім межах зразків і не стикаються з ними (їх відносне число визначає логарифмічний фактор  $\ln(l_j / d_j)$  - концепція «неефективності» Піппарда [262]). Числовий множник ми не записуємо, оскільки для подальших розрахунків він несуттєвий.

Підставляючи співвідношення (4.27) у формулу (4.26), а отриману функцію досліджуючи на екстремум, переконуємося у тому, що при виконанні рівності

$$d_{2,1\max} = \begin{cases} \left\{ 1 + \frac{1 + q_1 + P_{12} - Q_{21} - Q_{12} \sigma_{021} l_{1,2}}{(1 + q_2 + P_{21}) \sigma_{021} l_{1,2}} \right\}^{1/2} - 1, & \text{(для ДП)} \\ \left\{ 1 + \frac{1 + 2(P_{12} - Q_{21} - Q_{12} \sigma_{021} l_{1,2})}{(1 + 2P_{21}) \sigma_{021} l_{1,2}} \right\}^{1/2} - 1, & \text{(для БП)} \end{cases} \quad (4.28)$$

на залежності  $\rho(d_{2,1})$  спостерігається максимум. Якщо  $q_j, P_{jn}, Q_{nj} \rightarrow 0$  і враховуючи, що  $\sigma_{02,1} l_{1,2} \equiv \frac{\sigma_{02}}{\sigma_{01}} l_{1,2} \sim 1$ , то екстремальним значенням є  $d_{2,1\max} = 0,414$ , що за порядком величини і підтверджується чисельним розрахунком.

На рис. 4.3, 4.5, 4.7 та 4.9 представлені залежності питомого опору моно- та полікристалічних ДП та БП від величини магнітного поля при різних значеннях параметрів, які характеризують ДП та БП. Отримані залежності показують, що зі зміною магнітного поля (або товщини шарів металу провідників) опір  $\rho(\beta_1)$  зразків стає осцилюючою функцією, амплітуда якої зменшується у міру збільшення магнітного поля  $\beta_1$ . Зі збільшенням дзеркальності меж поділу шарів металу та зовнішніх поверхонь (для двошарового зразка) і зі збільшенням нормованої товщини  $k_1$  та зменшенням зерномежового параметра амплітуда осциляцій зменшується. Якщо інтерфейси дзеркальним чином розсіюють носії заряду ( $q_j, P_{jn} + Q_{nj} = 1$ ), то опір ДП та БП збігається зі своїм об'ємним, оскільки “дзеркальні” інтерфейси не руйнують синхронності носіїв заряду і, відповідно, осциляції  $\rho(\beta_1)$  не виникають. Зі зменшенням “дзеркальності” інтерфейсів (тобто зі збільшенням шорсткостей меж поділу шарів металу) порушується кореляція у русі електронів після їх взаємодії з межами ДП та БП, що і призводить до осциляційної залежності опору від величини магнітного поля. Однак відмітимо, що відсутність осциляційної залежності  $\rho(\beta_1)$  для “дзеркальних” інтерфейсів та зовнішніх

поверхонь двошарового зразка ( $q_j, P_{jn} + Q_{nj} = 1$ ) також обумовлена вибором “модельного”, квадратичного закону дисперсії. Як відмічено у роботі [229], опір тонких зразків зі складним законом дисперсії та дзеркальними межами осцилює зі зміною магнітного поля внаслідок того, що при розсіюванні електронів не зберігається їх проекція швидкості на напрямок струму.

Таким чином, провідність ДП та БП досить чутлива до характеру взаємодії носіїв заряду з межами поділу та зовнішніми межами. Так, зокрема, у слабкому магнітному полі внаслідок дифузного характеру взаємодії електронів з МП та зовнішніми межами провідність дво - та багатошарового зразків немонотонним чином змінюється зі збільшенням товщини ДП або елемента періодичності багатошарової структури. У сильному магнітному полі внаслідок шорсткостей інтерфейсів питомий опір стає осцилюючою функцією магнітного поля (або товщини шарів металу), яка носить досить складний характер, оскільки, крім безпосередньо осциляцій Зондгаймера, що зв'язані з товщиною кожного шару металу, виникають гармоніки, які пов'язані з сумарною товщиною двошарової плівки та товщиною елемента періодичності.

Дослідження немонотонної залежності опору від відношення товщин шарів металу та величини магнітного поля дозволяє отримати докладну інформацію щодо взаємодії носіїв заряду з інтерфейсами провідників. Така інформація важлива як для аналізу електронного транспорту в багатошарових зразках, так і для пояснення гальваномагнітних характеристик двошарових плівок та мультишарів.

## Висновки до розділу 4

1. У даному розділі побудована загальна (при довільних значеннях параметрів задачі, які входять у кінцевий результат аналітичних розрахунків), теорія розмірного осциляційного гальваноманітного ефекту у двошарових та багатошарових плівках, і були встановлені такі закономірності:

- в області слабого магнітного поля, коли вплив поля на балістичний рух носіїв заряду незначний, при досконалих зовнішніх межах та інтерфейсах опір монотонно змінюється зі зміною відношення товщини сусідніх шарів металу. Наявність шорсткостей меж та інтерфейсів “викликає” конкуренцію об’ємного та інтерфейсного розсіяння носіїв заряду, що призводить до немонотонної розмірної залежності питомого опору двошарових та багатошарових провідників;
- в області сильного поля, коли електрони рухаються за гвинтовими траєкторіями, внаслідок втрати кореляції між падаючим на інтерфейс та відбитим ним (або носієм заряду, що пройшов у сусідній шар металу) опір багатошарових провідників осцилює зі зміною магнітного поля (або товщини шарів металу), амплітуди осциляцій питомого опору визначаються величиною шорсткостей меж, інтерфейсів і дефектністю структури шарів;
- осциляційна залежність опору багатошарових плівкових систем носить складний характер, оскільки, крім осциляцій Зондгаймера у кожному металевому шарі товщиною  $d_j$ , виникають гармоніки, що пов’язані з рухом носія заряду в елементі періодичності багатошарової плівки товщиною  $d$ , величина амплітуди яких пропорційна ймовірності проходження носія заряду у сусідні металеві шари.

## РОЗДІЛ 5

ВПЛИВ ВЗАЄМНОЇ ДИФУЗІЇ МЕТАЛІВ НА ТРАНСПОРТНІ  
ВЛАСТИВОСТІ МЕТАЛЕВИХ ОДНО - ТА БАГАТОШАРОВИХ ПЛІВОК

Проблема стабільності транспортних характеристик одно - та багатошарових металевих плівок, які широко використовуються у мікроелектроніці та обчислювальній техніці, визначає постійний інтерес до вивчення процесів взаємної дифузії у таких системах [232 - 243]. Однією з можливостей одержання достовірної інформації про коефіцієнти об'ємної  $D_l$  та зерномежової дифузії  $D_b$  є дослідження часової еволюції кінетичних коефіцієнтів, які характеризують транспортні явища у багатошарових плівкових системах з моно - та полікристалічною структурами в умовах зовнішнього (розсіяння носіїв заряду на зовнішніх межах зразка) та внутрішнього (розсіяння електронів на інтерфейсах та міжкристалітних межах) розмірних ефектів у процесі дифузійного відпалювання. Так, зокрема, за зміщенням ліній радіочастотного розмірного ефекту [240, 241] та зміною амплітуди осциляцій Зондгайма [312] у тонких монокристалічних плівках експериментально визначено ефективну глибину проникнення атомів домішок в об'єм зразка, що дозволило оцінити коефіцієнт об'ємної дифузії  $D_l$  для різних металевих пар.

При низькотемпературному дифузійному відпалюванні  $T < 0,38T_m$  ( $T_m$  – температура плавлення) об'ємна дифузія у полікристалічних зразках практично “заморожена” [313, 314] й атоми домішок здебільше мігрують уздовж меж зерен, що призводить до зміни характеру розсіяння носіїв заряду межами кристалітів [315-319]. Наявність атомів домішок у міжкристалітних межах призводить до зміни провідності полікристалічних зразків, і, відповідно, знаючи його провідність до і після дифузійного відпалювання, можна визначити ефективну глибину проникнення атомів дифузанта уздовж меж зерен і тим самим визначити коефіцієнт зерномежової дифузії  $D_b$ .

У даному розділі теоретично проаналізовані залежність від часу дифузійного відпалювання коефіцієнтів електропровідності і магнітоопору в тонкій плівці та електропровідність у дво - та багат шарових металевих системах як із моно, - так і з полікристалічною структурою при довільному співвідношенні між товщинами шарів, розмірами кристалітів та довжиною вільного пробігу електронів у об'ємі шарів металу багат шарового зразка.

### 5.1. Постановка задачі. Загальні формули для провідності двошарової та багат шарової плівок

За наявності процесу взаємної дифузії коефіцієнт питомої провідності  $\sigma$  моно - і полікристалічної двошарової плівок (рис. 5.1)

$$\sigma = -\frac{2e}{dh^3} \sum_{j=1}^2 \int_0^{d_j} dx \int d^3 p \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_j} v_{yj} \Psi_j(|x|, \mathbf{p}), \quad (5.1)$$

можна розрахувати за допомогою лінеаризованого по слабкому електричному полю  $\mathbf{E} = (0, E, 0)$  кінетичного рівняння Больцмана (3.2), у правій частині якого

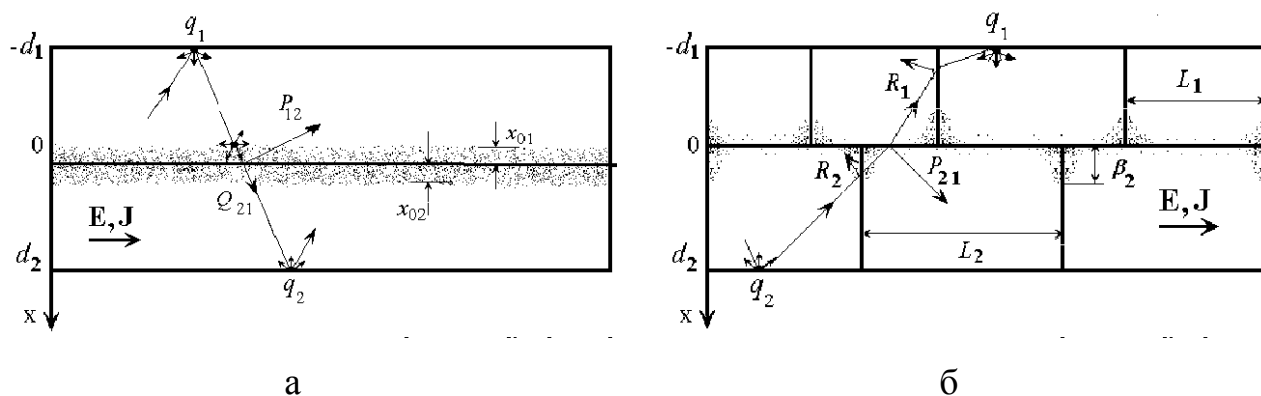


Рис. 5.1. Моделі двошарової плівки (ламаною лінією схематично показано можливу траєкторію електрона): а) монокристалічна плівка в умовах об'ємної дифузії атомів домішок; б) полікристалічна плівка в умовах зерномежової дифузії атомів дифузанта

необхідно знехтувати другим доданком, оскільки у даному розділі температурні ефекти розглядаються. Характерна частота об'ємних зіткнень носіїв заряду  $\tau_j^{-1}$  у рівнянні (3.2) буде залежати від координати внаслідок взаємної дифузії атомів домішок і має такий вигляд [241-244]:

$$\tau_j^{-1}(x, \mathbf{p}) = \tau_{0j}^{-1} + \tau_{1j}^{-1}(x) + \tau_{2j}^{-1}(x, \mathbf{p}), \quad (5.2)$$

де  $\tau_{0j}^{-1} = const$  і не залежить від координати  $x$ , а визначається розсіянням електронів на фононах та залишкових домішках в об'ємі шарів металу;

$\tau_{1j}^{-1}(x)$  - описує розсіяння носіїв заряду на атомах дифузанта, які продифундували в об'єм металу;

$\tau_{2j}^{-1}(x, \mathbf{p})$  - частота релаксації носіїв заряду на межах зерен, уздовж яких мігрують атоми домішок.

Загальний розв'язок кінетичного рівняння (3.2), у якому характерна частота  $\tau_j^{-1}(x, \mathbf{p})$  визначена за формулою (5.2), має такий вигляд [244]:

$$\Psi_j(x, \mathbf{p}) = F_j \exp \left\{ -\frac{1}{v_{xj}} \int_{x_s}^x \frac{dx'}{\tau_j(x', \mathbf{p})} \right\} + \frac{1}{v_{xj}} \int_{x_s}^x dx' e^{\mathbf{v}_j \mathbf{E} x'} \exp \left\{ -\frac{1}{v_{xj}} \int_{x'}^x \frac{dx''}{\tau_j(x'', \mathbf{p})} \right\}, \quad (5.3)$$

де  $x_s$  - координата точки розсіяння носія заряду на межі поділу шарів металу ( $x_s = 0$ ) та зовнішніх межах ( $x_s = -d_1, d_2$ ).

Розв'язок (5.3) містить довільні функції  $F_j$ , які потрібно визначити за допомогою граничних умов (3.5) і (3.6), що описують релаксацію носіїв заряду на інтерфейсі зразка та на його зовнішніх межах. Знаючи функцію розподілу для носіїв заряду (5.3), для коефіцієнта питомої провідності як функції часу дифузійного відпалювання  $t_D$  можна отримати такий вираз:

$$\sigma(t_D) = -\frac{2e^2}{dh^3} \sum_{j=1}^2 \int_{v_{xj}>0} d^3p \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_j} \frac{v_{yj}^2}{v_{xj}} G_j(t_D), \quad (5.4)$$

де функції  $G_j(t_D)$  мають такий вигляд [244, 245]:

$$G_j(t_D) = 2I_j + \frac{1}{\Delta(t_D)} \left\{ q_j (1 - q_n P_{nj} W_n^2(0)) I_{dj}^2 + I_{0j} (I_{0j} + 2q_j I_{dj} W_j(0)) \times \right. \\ \left. \times (P_{jn} + q_n (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) W_n^2(0)) + Q_{nj} (I_{0j} + q_j W_j(0) I_{dj}) (I_{0n} + q_n W_n(0) I_{dn}) \right\} \quad (5.5)$$

$$\Delta(t_D) = 1 - q_j P_{jn} W_j^2(0) - q_n P_{nj} W_n^2(0) - q_j q_n (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) W_j^2(0) W_n^2(0),$$

$$I_j = \int_0^{d_j} dx W_j(x) \int_x^{d_j} dx' W_j^{-1}(|x'|), \quad I_{dj} = \int_0^{d_j} dx W_j(x), \quad I_{0j} = \int_0^{d_j} dx W_j(0) W_j^{-1}(|x|). \quad (5.6)$$

Індекси  $j \neq n = 1, 2$  і визначають номер шару у двошаровій плівці, а функції  $W_j(x)$  у формулах (5.5) та (5.6) дорівнюють

$$W_j(x) = \exp \left\{ -\frac{1}{|v_{xj}|} \int_x^{d_j} \tau_j(x', \mathbf{p}) dx' \right\} \quad (5.7)$$

і мають прозорий фізичний зміст - вони визначають імовірність того, що електрон, стартувавши з позиції з координатою  $x$  в  $j$ -му шарі двошарової плівки, прийде до зовнішніх меж із координатами  $x_s = -d_1, d_2$ , не розсіявшись на домішках, які продифундували із сусіднього шару в об'єм або в межі зерен.

Результати подальших розрахунків істотно залежать від структури шарів плівки, тобто чи є шари монокристалічними, чи вони мають полікристалічну структуру. Проте перш ніж переходити до обговорення ролі внутрішньої



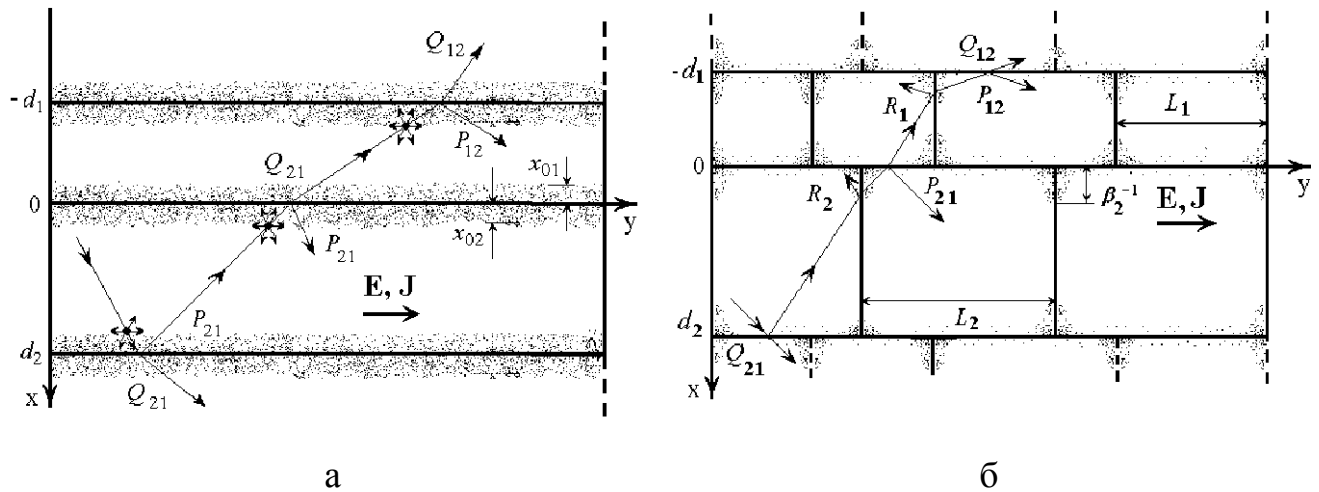


Рис. 5.2. Моделі багат шарової плівки (ламанною лінією схематично показана можлива траєкторія електрона з урахуванням його розсіяння на межі поділу шарів металу та на міжкристалітних межах): а) монокристалічна плівка в умовах об'ємної дифузії атомів домішок; б) полікристалічна плівка в умовах зерномежової дифузії атомів дифузанта

структури плівки при розрахунку впливу об'ємної та зерномежової дифузії на електропровідність провідника, зробимо таке зауваження.

Неважко помітити, що результати (5.4) - (5.7), які отримані для електропровідності двошарової плівки, відносно просто можна узагальнити на випадок багат шарової структури (геометрія мультишару була докладно розглянута у розділі 3; рис. 5.2), що значно розширює клас об'єктів, до яких можна застосувати отримані результати.

Коефіцієнт питомої електропровідності багат шарової плівкової системи з моно - і полікристалічною структурою знову визначається за формулою (5.4), у якій функція  $G_j(t_D)$  має такий вигляд [320, 321]:

$$G_j(t_D) = 2I_j + \frac{1}{\Delta(t_D)} \left\{ \left( 1 - P_{nj}^2 W_n^2(0) - Q_{jn} Q_{nj} W_j(0) W_n(0) \right) \left( P_{jn} (I_{dj}^2 + I_{0j}^2) + \right. \right. \\ \left. \left. + Q_{nj} (I_{dj} I_{dn} + I_{0j} I_{0n}) \right) + W_j(0) \left( P_{jn} + P_{nj} (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) W_n^2(0) \right) \left( 2P_{jn} I_{dj} I_{0j} + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + Q_{nj}(I_{dj}I_{0n} + I_{dn}I_{0j})) + Q_{nj}W_n(0)(1 - (Q_{jn}Q_{nj} - P_{jn}P_{nj})W_j(0)W_n(0))(2Q_{jn}I_{dj}I_{0j} + \\
& \quad + P_{nj}(I_{dj}I_{0n} + I_{dn}I_{0j})) + \\
& + Q_{nj}W_n(0)(P_{jn}W_j(0) + P_{nj}W_n(0))(P_{nj}(I_{0j}I_{0n} + I_{dj}I_{dn}) + Q_{jn}(I_{dj}^2 + I_{0j}^2))\}, \quad (5.8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta(t_D) = & 1 - P_{jn}^2 W_j^2(0) - P_{nj}^2 W_n^2(0) - 2Q_{jn}Q_{nj}W_j(0)W_n(0) + \\
& + (Q_{jn}Q_{nj} - P_{jn}P_{nj})^2 W_j^2(0) W_n^2(0).
\end{aligned}$$

де функції  $I_j$ ,  $I_{dj}$ ,  $I_{0j}$  та  $W_j(x)$  визначені за формулами (5.6) та (5.7) відповідно.

Як неважко помітити, формула (5.4) з урахуванням виразу (5.8) за загальною структурою відтворює формули для електропровідності двошарової плівки (5.4) - (5.7). Цей факт досить зрозумілий з фізичної точки зору: оскільки елементом періодичності (фрагментом) мультишару є саме двошарова плівка, то формула для провідності багатошарової плівки враховує лише можливість проходження носіїв заряду з одного фрагмента багатошарової плівки до іншого, чого, звісно, не буде у разі двошарової плівки, оскільки в ДП носії заряду розсіюються на межі поділу “метал - вакуум”.

Таким чином, ми отримали загальні вирази для питомої електропровідності як для двошарової плівки, так і для багатошарового зразка, з урахуванням взаємної дифузії металів. Подальший розрахунок провідності залежить від співвідношення між товщинами шарів металу, структури їх шарів тощо. Спочатку розглянемо ситуацію, коли шар товщиною  $d_2 \ll d_1$  товщини базової плівки і він відіграє роль дифузанта.

## 5.2. Опір та магнітоопір тонкої монокристалічної плівки, покритої дифундуємим ультратонким шаром іншого металу

### 5.2.1. Провідність монокристалічної плівки, на одну з поверхонь якої нанесений дифундуємий шар металу

Розгляд електропровідності двошарової плівки з монокристалічною структурою в умовах взаємної дифузії металів розпочнемо з граничного випадку, коли товщина одного з шарів металу  $d_1 \ll d_2 \cong d$  (рис.5.3). У цьому разі

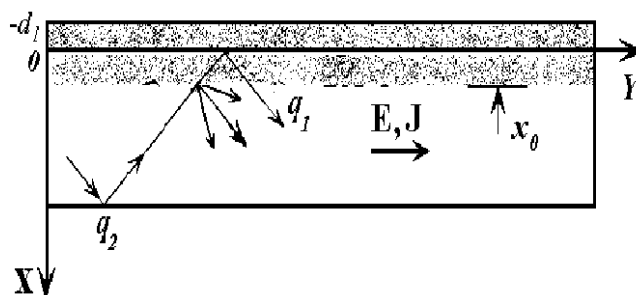


Рис. 5.3. Модель тонкої монокристалічної плівки, на одну із поверхонь якої нанесений ультратонкий шар іншого металу. Ламаною лінією схематично показано можливу траєкторію носія заряду

ультратонкий шар металу відіграє роль дифузанта, а його провідність вважається незначною у порівнянні з провідністю базової плівки і нею можна знехтувати. Після дифузійного відпалювання поблизу межі поділу шарів у об'ємі базової плівки виникає шар з великою концентрацією дифузанта [240-242], що призводить до зміни її провідних властивостей. В умовах неоднорідного розподілу по товщині зразка атомів домішок характерна частота об'ємних зіткнень електронів буде визначатися за формулою (5.2), у якій необхідно знехтувати нижнім індексом та покласти  $\tau_{2j}^{-1}(x, \mathbf{p}) = 0$  (оскільки

плівка монокристалічна і, відповідно, зерномежова дифузія відсутня), а зворотний час релаксації носіїв заряду на домішках, які продифундували в об'єм базової плівки, можна представити у вигляді [241, 242]

$$\tau_1^{-1}(x, t_D) = v_F \sigma_{ef} n_0 C_l(x, t_D), \quad (5.9)$$

де  $\sigma_{ef}$  - ефективний переріз розсіяння носіїв заряду на атомах домішок;

$n_0$  - концентрація атомів у базовій плівці;

$C_l(x, t_D)$  - розподіл атомів дифузанта в об'ємі тонкої плівки, явний вираз якого залежить від співвідношення між характерною глибиною проникнення атомів домішок углиб плівки та товщиною базової плівки.

При невеликому часі дифузійного відпалювання характерна глибина проникнення атомів домішок углиб плівки  $\approx \sqrt{D_l t_D}$  і значно менша за товщину плівки  $d$ :  $\sqrt{D_l t_D} \ll d$ . Будемо вважати, що коефіцієнт об'ємної дифузії є сталою величиною ( $D_l = const$ ), немає стрибка концентрації на межі поділу шарів металу та існує межа розчинності домішок у плівці. У цьому разі розподіл атомів дифузанта  $C_l(x, t_D)$  в об'ємі провідника буде мати такий вигляд [322,323]:

$$C_l(x, t_D) = C_{0l} \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{D_l t_D}} \right), \quad (5.10)$$

де  $C_{0l} = C_l(0, t_D) < 1$  - концентрація атомів домішок на межі зразка;

$t_D$  - час дифузійного відпалювання.

Зі збільшенням часу дифузійного відпалювання  $t_D$ , так що характерна глибина проникнення атомів домішок в об'єм плівки стає сумірною з товщиною базової плівки  $\sqrt{D_l t_D} \sim d$ , концентраційний профіль дифузанта в

об'ємі провідника буде визначатися таким виразом [322, 323]:

$$C_l(x, t_D) = C_{0l} \left\{ \frac{D}{1+D} + \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sin\left(\frac{m\pi D}{1+D}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{d(1+D)}\right) \exp\left(-\frac{m^2 \pi^2}{d^2(1+D)^2} D_l t_D\right) \right\}, \quad (5.11)$$

де  $D = d_1 / d$  - відношення товщини  $d_1$  шару домішок до товщини  $d$  базової тонкої плівки.

Виконавши інтегрування по поверхні Фермі у формулі (5.4) з урахуванням того, що  $d_1 \ll d_2 \cong d$ , та формул (5.9) - (5.11), отримаємо такий вираз для провідності тонкої монокристалічної плівки, на одну з поверхонь якої нанесено ультратонкий шар домішок, що можуть дифундувати в об'єм провідника [324]:

$$\frac{\sigma(t_D)}{\sigma_0} = k^2 \left\langle \frac{G(t_D)}{z^2(1-E)} \right\rangle, \quad (5.12)$$

$$G(t_D) = 2J + \frac{q_1 J_0^2 + q_2 J_d^2 + 2q_1 q_2 E W_l(0) J_0 J_d}{1 - q_1 q_2 E^2 W_l(0)^2}, \quad (5.13)$$

$$J = \int_0^1 dx W_l(x) \int_x^1 dx' W_l^{-1}(|x'|) \exp\left\{-\frac{k}{z}(x' - x)\right\},$$

$$J_0 = \int_0^1 dx W_l(0) W_l^{-1}(|x|) \exp\left\{-\frac{k}{z}x\right\}, \quad J_d = \int_0^1 dx W_l(x) \exp\left\{-\frac{k}{z}(1-x)\right\},$$

$$W_l(x) = \exp\left\{-\frac{kA}{z} \left[ \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{t_l}}\right) - x \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{t_l}}\right) + \sqrt{\frac{t_l}{\pi}} \left( \exp\left(-\frac{x^2}{t_l}\right) - \exp\left(-\frac{1}{t_l}\right) \right) \right] \right\}, \quad (5.14)$$

$$W_l(x) = \exp\left\{-\frac{kA}{z} \frac{D}{1+D} [1-x + \right.$$

$$+ \frac{4}{\pi} (1 + D) \sin \frac{\pi(1-x)}{2(1+D)} \cos \frac{\pi(1+x)}{2(1+D)} \exp \left( - \frac{\pi^2 t_l}{4(1+D)^2} \right) \Bigg\}, \quad (5.15)$$

$$E = \exp \left\{ - \frac{k}{z} \right\}, \quad A = l \sigma_{ef} n_0 C_{0l}, \quad t_l = \frac{4D_l}{d^2} t_D, \quad k = \frac{d}{l},$$

який переходить у відповідну формулу роботи [241], якщо у виразі (5.12) покласти ( $q_1 = q, q_2 = 0$ ), а кутові дужки визначені за формулою (3.79), у якій потрібно знехтувати нижнім індексом.

Формули (5.14) та (5.15) визначають імовірність того, що електрон проходить відрізок шляху  $[x, 1]$  в об'ємі плівки без розсіяння за припущення, що тонкий шар металу є напівскінченним для атомів домішок (формула (5.14)) і шаром металу кінцевої товщини (формула (5.15)). При написанні виразу (5.15) було враховано, що  $\sin(m\pi D/(1+D)) \cong m\pi D/(1+D)$  і те, що при великому часі дифузійного відпалювання експотенційний множник у формулі (5.11) малий, внаслідок чого можна обмежитися лише першими двома доданками суми [322].

Подальший аналіз залежності провідності плівки від часу дифузійного відпалювання проведемо у рамках моделі Фукса - Зондгаймера [161,162], коли коефіцієнти, які визначають імовірності дзеркального розсіяння електронів на зовнішніх межах зразка, вважаються сталими величинами ( $q_j = const$ ) і є параметрами задачі, й у рамках моделі Фальковського [165 - 167], коли ймовірність дзеркального відбиття електрона залежить від кута його падіння:

$$q_j = 1 - Q_j z, \quad (5.16)$$

де  $Q_j$  - ймовірність дифузійного розсіяння носія заряду  $j$ -ю межею.

Оскільки до дифузійного відпалювання ( $t_D = 0$ ) домішки в об'ємі зразка відсутні ( $\tau^{-1} \equiv \tau_0^{-1}$ ), то формула (5.12) переходить у відповідні формули робіт [161, 169, 167].

При невеликому часі дифузійного відпалювання ефективна глибина проникнення атомів домішок  $\sqrt{D_l t_D} \ll d$ , похідна функції  $W_l(x)$ , має максимум при  $x = x_0 = a_l \sqrt{D_l t_D}$  ( $W_l''(x_0) = 0$ ) і є “гострою” функцією у порівнянні з  $\exp\{-k/z\}$  [241, 242], що дозволяє розрахувати інтеграли у формулі (5.12) асимптотично при  $t_l \ll 1$ .

У результаті розрахунків для провідності плівки  $\sigma(t_D)$  можна одержати наступні асимптотичні вирази (тут і нижче формули, які містять у собі параметр  $q_j$ , визначають провідність плівки у рамках моделі ФЗ, а формули, які входять параметри  $Q_j$ , визначають величину  $\sigma(t_D)$  у рамках моделі Фальковського):

$$\frac{\sigma(t_D)}{\sigma_0} \cong \begin{cases} 1 - \frac{3l}{16(d-x_0)}(2-q_2), & d \gg l, \\ \frac{3}{4}(1+q_2) \frac{(d-x_0)^2}{dl} \ln\left(\frac{l}{d-x_0}\right), & d \ll l, \quad [242], \end{cases} \quad (5.17)$$

$$\frac{\sigma(t_D)}{\sigma_0} \cong \begin{cases} 1 - \frac{l(1+Q_2)}{10(d-x_0)}, & d \gg l, \\ \frac{3\pi}{4} \sqrt{\frac{2(d-x_0)}{l(1+Q_2)}}, & d \ll l, \end{cases} \quad (5.18)$$

$$x_0 = a_l \sqrt{D_l t_D}, \quad a_l \cong 2 \ln\left(2\sigma_{ef} n_0 C_{0l} (D_l t_D)^{1/2}\right)^{1/2}, \quad (5.19)$$

де  $x_0$  – визначає ефективне зменшення товщини плівки внаслідок продифундованих в її об’єм атомів домішок [242].

Асимптотичні формули (5.17) і (5.18) дозволяють виразити ефективну

глибину проникнення атомів домішок в об'єм тонкого шару металу  $x_0$  через зміну його провідності в результаті дифузійного відпалювання  $\Delta\sigma = \sigma(0) - \sigma(t_D)$ , де  $\sigma(0)$  - провідність тонкого зразка до дифузійного відпалювання, яка визначається або за формулою Лукаса [169] (а у разі виконання рівностей  $q_1 = q_2 = q$ , за формулою Фукса [161]), або за формулою Фальковського [167]. Для простоти вважаючи, що зовнішні межі базової плівки дифузним чином розсіюють носії заряду ( $q_j = 0$ ), величина  $x_0$  у рамках моделей Фукса - Зондгаймера і Фальковського відповідно дорівнює:

$$x_0 = d \frac{\Delta\sigma}{\sigma(0)} \cong d \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \begin{cases} \left(\frac{3l}{8d}\right)^{-1}, & d \gg l, \\ \left(\frac{3d}{2l} \ln\left(\frac{l}{d}\right)\right)^{-1}, & d \ll l, \end{cases} \quad (5.20)$$

$$x_0 = d \frac{\Delta\sigma}{\sigma(0)} \cong d \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \begin{cases} \left(\frac{l}{10d}\right)^{-1}, & d \gg l, \\ \left(\frac{3\pi}{8} \sqrt{\frac{2d}{l}}\right)^{-1}, & d \ll l. \end{cases} \quad (5.21)$$

З іншого боку, ефективна глибина проникнення атомів домішок для моделі часу релаксації (5.9) (з урахуванням виразу (5.10) визначається за формулою (5.19), у якій величина коефіцієнта  $a_l$  залежить від параметрів, що визначають структуру зразка та від коефіцієнта об'ємної дифузії. Однак при невеликому часі дифузійного відпалювання, величина  $a_l$  є функцією  $D_l$ , яка повільно змінюється [241], і її наближено можна розглядати як параметр задачі. У цьому разі для коефіцієнта об'ємної дифузії можна отримати таку формулу:



$$D_l = \frac{d^2}{a_l^2 t_D} \left( \frac{\Delta\sigma}{\sigma(0)} \right)^2 \cong \frac{d^2}{a_l^2 t_D} \frac{\Delta\sigma^2}{\sigma_0^2} \begin{cases} \left( \frac{3}{8k} \right)^{-2}, & k \gg 1, \\ \left( \frac{3}{2} k \ln \left( \frac{1}{k} \right) \right)^{-2}, & k \ll 1, \end{cases} \quad (5.22)$$

і, відповідно, знаючи зміну провідності в результаті дифузійного відпалювання та числове значення параметрів, які описують провідник, за формулою (5.22) можна визначити коефіцієнт об'ємної дифузії.

При більшому часі дифузійного відпалювання ефективний шлях атомів домішок буде визначений товщиною плівки, і коефіцієнт об'ємної дифузії можна оцінити за такою формулою:

$$D_l = \frac{d^2}{\pi^2 t_{D \min}} (1 + D)^2, \quad (5.23)$$

де  $t_{D \min}$  - мінімальний час дифузійного відпалу такий, що при подальшому відпалюванні провідність тонкого зразка практично не змінюється.

Криві, які наведені на рис. 5.4 та рис. 5.5, отримані в результаті чисельного розрахунку за точною, у рамках використовуваних моделей ФЗ та Фальковського, формулою (5.12) та ілюструють залежність коефіцієнта електропровідності, нормованого на об'ємне значення провідності, від часу дифузійного відпалювання, при різних значеннях параметрів, що характеризують зразок. Порівнюючи між собою криві, отримані у рамках моделей ФЗ та Фальковського, неважко помітити, що характер зміни провідності плівки зі зміною часу дифузійного відпалювання  $t_l$  у зазначених моделях збігається, тобто зі збільшенням часу дифузійного відпалювання провідність базової плівки зменшується внаслідок того, що провідник стає ефективно тоншим. Однак значення провідності, розрахованої у рамках моделі Фальковського у порівнянні зі значенням  $\sigma(t_D)$ , отриманим у рамках моделі ФЗ, значно більше. Це обумовлено тим, що модель Фальковського враховує великий ступінь

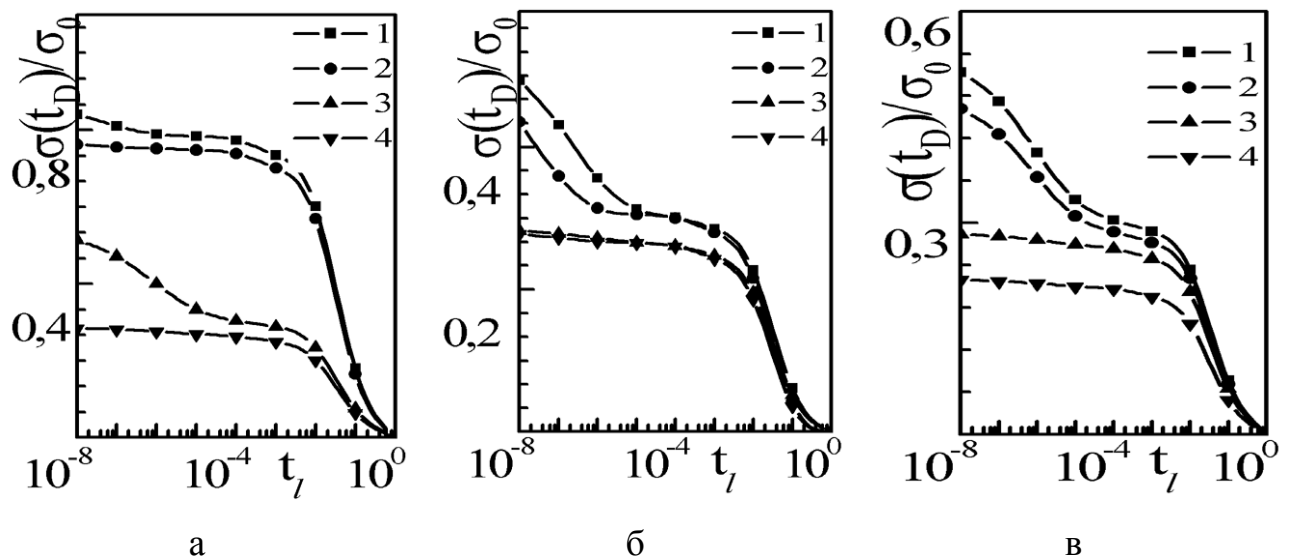


Рис. 5.4. Залежності провідності тонкої монокристалічної плівки, покритої ультра-тонким шаром дифундуючих домішок, від часу дифузійного відпалювання  $t_l = \frac{4D_l}{d^2} t_D$  у рамках моделей ФЗ та Фальковського для випадку, коли пластина для атомів дифузанта є напівнескінченною, при таких значеннях параметрів:

- а)  $Q_2 = q_2 = 0,5$ ,  $A = 1500$ : 1 -  $Q_1 = 0,9$ ,  $k = 1,0$ , 2 -  $q_1 = 0,1$ ,  $k = 1,0$ , 3 -  $Q_1 = 0,9$ ,  $k = 0,1$ , 4 -  $q_1 = 0,1$ ,  $k = 0,1$ ;
- б)  $Q_2 = q_2 = 0,5$ ,  $k = 0,1$ : 1 -  $Q_1 = 0,9$ ,  $A = 3000$ , 2 -  $Q_1 = 0,9$ ,  $A = 9000$ , 3 -  $q_1 = 0,1$ ,  $A = 3000$ , 4 -  $q_1 = 0,1$ ,  $A = 9000$ ;
- в)  $A = 1500$ ,  $k = 0,1$ : 1 -  $Q_1 = 0,9$ ,  $Q_2 = 0,5$ , 2 -  $Q_1 = 0,9$ ,  $Q_2 = 1,0$ , 3 -  $q_1 = 0$ ,  $q_2 = 0,5$ , 4 -  $q_1 = 0,1$ ,  $q_2 = 0,0$

дзеркальності зовнішньої межі, і провідність базової плівки визначається ковзними уздовж зовнішньої межі провідника носіями заряду.

Якщо товщина зразка  $d \sim \sqrt{D_l t_D}$ , то, як неважко бачити з рис. 5.5, при часі дифузійного відпалювання  $t_l \geq 1$  провідність зразка практично не змінюється і ефективний мінімальний час дифузійного відпалювання дорівнює  $t_l \cong 1$ , і, відповідно, за формулою (5.23) можна розрахувати коефіцієнт об'ємної дифузії.

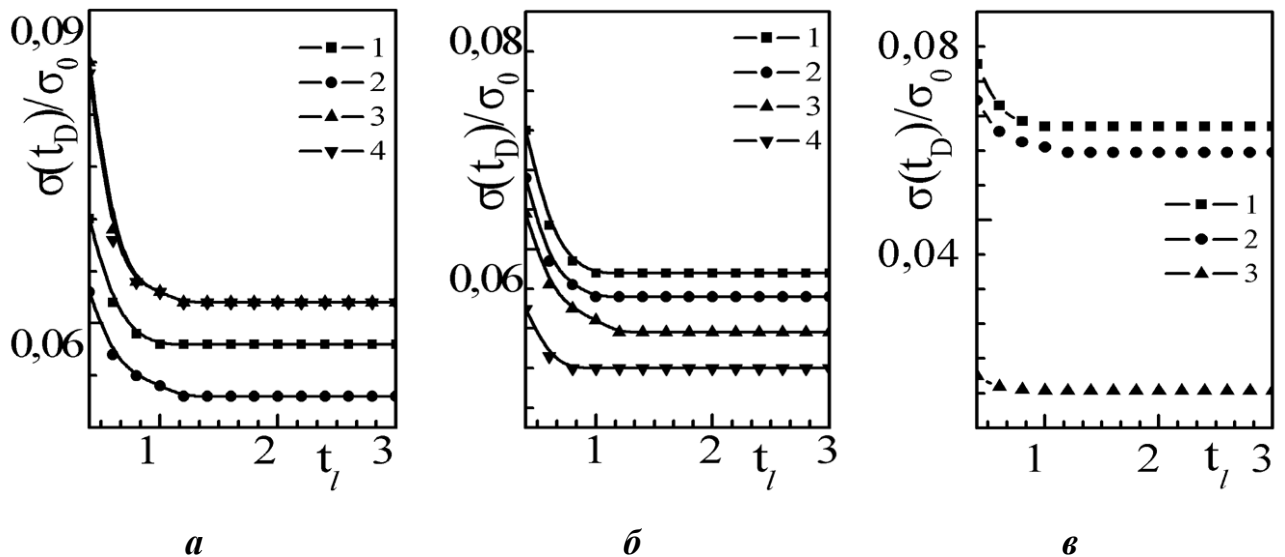


Рис. 5.5. Залежності провідності тонкої монокристалічної плівки, покритої шаром дифундуючих домішок, від часу дифузійного відпалювання  $t_l = \frac{4D_l}{d^2} t_D$  у рамках моделей ФЗ та Фальковського у випадку, коли плівка для атомів домішок є обмеженою, при таких значеннях параметрів:

а)  $Q_2 = q_2 = 0,5$ ,  $A = 1500$ ,  $D = 0,01$ : 1 -  $Q_1 = 0,9$ ,  $k = 0,1$ , 2 -  $q_1 = 0,1$ ,  $k = 0,1$ ,  
3 -  $Q_1 = 0,9$ ,  $k = 1,0$ , 4 -  $q_1 = 0,1$ ,  $k = 1,0$ ;

б)  $A = 1500$ ,  $k = 0,1$ ,  $D = 0,01$ : 1 -  $Q_1 = 0,9$ ,  $Q_2 = 0,5$ , 2 -  $Q_1 = 0,9$ ,  $Q_2 = 1,0$ ,  
3 -  $q_1 = 0,1$ ,  $q_2 = 0,5$ , 4 -  $q_1 = 0,1$ ,  $q_2 = 0,0$ ;

в)  $Q_2 = q_2 = 0,5$ ,  $A = 1500$ ,  $k = 0,1$ : 1 -  $Q_1 = 0,9$ ,  $D = 0,01$ , 2 -  $q_1 = 0,1$ ,  $D = 0,01$ ,  
3 -  $q_1 = 0,1$ ,  $D = 0,1$

При збільшенні часу дифузійного відпалювання розподіл атомів домішок по товщині зразка стає практично однорідним, і у цьому разі можна скористатися наближенням середньої концентрації [325], у рамках якого вважається, що концентрація атомів дифузанта в об'ємі провідника незалежна від координати і дорівнює

$$\bar{C}_l(t_D) = \frac{1}{d} \int_0^d x C_l(x, t_D) dx =$$

$$= C_{0l} \begin{cases} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{t_l}\right) + \sqrt{\frac{t_l}{\pi}} \left(1 - \exp\left(-\frac{1}{t_l}\right)\right), & t_l \ll 1, \text{ (5.24 - а)} \\ \frac{D}{1+D} \left(1 + \frac{2}{\pi} (1+D) \sin\left(\frac{\pi}{1+D}\right) \exp\left(-\frac{\pi^2}{4(1+D)^2} t_l\right)\right), & t_l \sim 1. \text{ (5.24 - б)} \end{cases}$$

Це наближення дозволяє у формулі (5.12) виконати інтегрування по координаті та показати, що провідність тонкого шару металу в рамках моделей ФЗ та Фальковського відповідно дорівнює:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}(t_D)}{\sigma_0} &= \frac{k}{\bar{k}} \left(1 - \left\langle \frac{2 - q_1 - q_2 + (q_1 + q_2 - 2q_1q_2)\bar{E}}{1 - q_1q_2\bar{E}^2} \right\rangle\right) \cong \\ &\cong \begin{cases} \frac{k}{\bar{k}} \left(1 - \frac{3}{16\bar{k}} (2 - q_1 - q_2)\right), & \bar{k} \gg 1, \\ \frac{3(1+q_1)(1+q_2)}{4(1-q_1q_2)} k \ln\left(\frac{1}{\bar{k}}\right), & \bar{k} \ll 1, \end{cases} \\ \frac{\bar{\sigma}(t_D)}{\sigma_0} &= \frac{k}{\bar{k}} \left(1 - \left\langle z \frac{Q_1 + Q_2 + (Q_1 + Q_2 - 2Q_1Q_2z)\bar{E}}{1 - (1-Q_1z)(1-Q_2z)\bar{E}^2} \right\rangle\right) \cong \begin{cases} \frac{k}{\bar{k}} \left(1 - \frac{Q_1 + Q_2}{10\bar{k}}\right), & \bar{k} \gg 1, \\ \frac{3\pi}{4} k \sqrt{\frac{2}{\bar{k}(Q_1 + Q_2)}}, & \bar{k} \ll 1. \end{cases} \\ \bar{\sigma}_0 &= \sigma_0 \frac{\bar{l}}{l}, \quad \bar{E} = \exp\left\{-\frac{\bar{k}}{z}\right\}, \quad \bar{k} = \frac{d}{\bar{l}}, \quad \bar{l}(t_D) = \frac{l_0}{1 + l_0\sigma_{ef}n_0\bar{C}_l(t_D)}, \end{aligned} \quad (5.25)$$

де  $\bar{l}(t_D)$  - ефективна довжина вільного пробігу носіїв заряду; кутові дужки визначені формулою (3.79), у якій необхідно знехтувати індексом та зробити такі заміни:  $k \rightarrow \bar{k}$ ,  $E \rightarrow \bar{E}$ .

Таким чином, при малому часі дифузійного відпалюванні  $\sqrt{D_l t_D} \ll d$ , знаючи зміну провідності зразка в результаті дифузійного відпалу, можна за

формулою (5.22) розрахувати об'ємний коефіцієнт дифузії. При більшому часі дифузійного відпалювання величину  $D_l$  можна оцінити за формулою (5.23). У разі рівномірного розподілу атомів домішок в об'ємі провідника відносно простий зв'язок між ефективною довжиною вільного пробігу електронів та коефіцієнтом об'ємної дифузії (5.25) також дозволяє оцінити величину  $D_l$ .

### 5.2.2. Осциляційний гальваномагнітний ефект у тонких шарах металу за наявності дифундуючого шару домішок

Наявність сильного магнітного поля, коли характерний ларморівський радіус  $r$  значно менший за товщину плівки  $d$  і довжину вільного пробігу електронів  $l$  у ній, значно розширює можливості дослідження об'ємної дифузії домішок у металах [242]. Так, зокрема, якщо магнітне поле ортогональне до межі зразка, на одну з поверхонь якого нанесений ультратонкий дифундуючий шар домішок, питомий опір провідника осцилює зі зміною магнітного поля, однак період цих осциляцій буде визначатися вже не товщиною плівки  $d$ , а товщиною  $d - x_0$  [242], де  $x_0$  - ефективне зменшення товщини плівки (рис. 5.6).

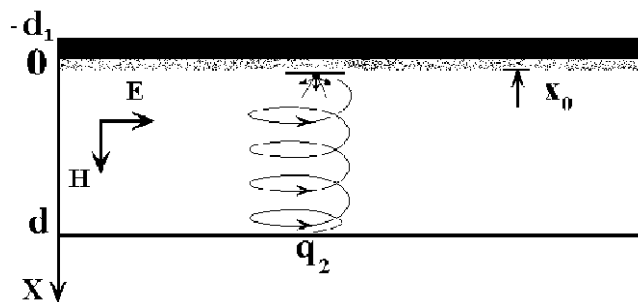


Рис. 5.6. Модель тонкого шару металу в умовах об'ємної дифузії. Ламаною лінією схематично показана можлива траєкторія носія заряду у сильному магнітному полі, ортогональному до зовнішньої межі зразка [242]

Якщо час дифузійного відпалювання невеликий, тобто коли товщина

плівки  $d \gg \sqrt{D_l t_D}$ , розподіл атомів домішок в об'ємі провідника описується формулою (5.10). Вважаючи, що закон дисперсії для носіїв заряду квадратичний та ізотропний, для провідності можна отримати вираз [326]

$$\frac{\sigma(t_D)}{\sigma_0} = k^2 \left\langle \frac{G(t_D)}{z^2(1-E(H))} \right\rangle, \quad (5.26)$$

де функція  $G(t_D)$  визначена за формулою (5.13), а кутові дужки - виразом (3.79), у яких необхідно зробити заміну  $E \rightarrow E(H) = \exp\left\{-\frac{k+i\beta}{z}\right\}$ .

Функції  $J, J_0$  та  $J_d$  у формулі (5.26) для провідності зразка мають такий вигляд:

$$J = \int_0^1 dx W(x) \int_x^1 dx' W^{-1}(|x'|) \exp\left\{-\frac{k+i\beta}{z}(x'-x)\right\},$$

$$J_0 = \int_0^1 dx W(0) W^{-1}(|x|) \exp\left\{-\frac{k+i\beta}{z}x\right\}, \quad J_d = \int_0^1 dx W(x) \exp\left\{-\frac{k+i\beta}{z}(1-x)\right\},$$

де явний вигляд функції  $W(x)$  визначений формулою (5.14);

$\beta = d/r$  - параметр задачі, який визначає величину зовнішнього магнітного поля.

При невеликому часі дифузійного відпалювання  $t_D$  ефективна глибина проникнення атомів домішок  $\sqrt{D_l t_D} \ll d$ , що дозволяє асимптотично розрахувати зміну провідності  $\Delta\sigma(t_D)$  у слабкому магнітному полі ( $\beta \ll 1$ ) (щоб уникнути громіздкого кінцевого результату, вважаємо, що зовнішні межі зразка дифузним чином розсіюють електрони):

$$\frac{\Delta\sigma(t_D)}{\sigma_0} \cong \frac{\beta^2}{32} \frac{l_0}{d - x_0}, \quad k \ll 1, \beta \ll 1, \quad (5.27)$$

де ефективно зменшення товщини зразка  $x_0$  визначене виразом (5.19).

З іншого боку, ефективну глибину проникнення атомів домішок в об'єм тонкої плівки можна визначити за формулою

$$x_0 = d \left\{ 1 - \frac{\sigma(t_D)}{\sigma(0)} \right\}, \quad (5.28)$$

де  $\sigma(t_D)$  - провідність зразка після дифузійного відпалювання (5.26),

$\sigma(0)$  - провідність тонкого шару металу до дифузійного відпалювання і визначається формулою Зондгаймера [227].

Порівнюючи між собою формули (5.19) та (5.28) і вважаючи, що величина  $a_l$  є параметром задачі, для коефіцієнта об'ємної дифузії отримаємо такий вираз:

$$D_l = \frac{d^2}{a_l^2 t_D} \left( \frac{\Delta\sigma}{\sigma(0)} \right)^2 = \frac{d^2}{a_l^2 t_D} \frac{\Delta\sigma^2}{\sigma_0^2} \left( \frac{3}{2} k \ln\left(\frac{1}{k}\right) - \frac{\beta^2}{32k} \right)^{-2}. \quad (5.29)$$

Асимптотичний вираз для коефіцієнта провідності в області сильного магнітного поля ( $\beta \gg 1$ ) наведений у роботі [242].

Зміну провідності тонкого шару металу від часу дифузійного відпалювання можна проаналізувати з використанням методу середньої концентрації [325], згідно з яким концентраційний профіль атомів домішок в об'ємі провідника визначається формулою (5.24 - а), і, відповідно, провідність тонкого шару металу в ортогональному до поверхні зовнішньому магнітному полі буде дорівнювати:

$$\frac{\bar{\sigma}(t_D)}{\sigma_0} = \frac{\bar{k}}{\bar{k} + i\beta} \left( 1 - \left\langle \frac{2 - q_1 - q_2 + (q_1 + q_2 - 2q_1q_2)\bar{E}(H)}{1 - q_1q_2\bar{E}^2(H)} \right\rangle \right), \quad (5.30)$$

$$\bar{k} = k \{1 + l_0 \sigma_{ef} n_0 \bar{C}\}, \quad \bar{E}(H) = \exp \left\{ -\frac{\bar{k} + i\beta(H)}{z} \right\}, \quad (5.31)$$

де кутові дужки визначені співвідношенням (3.79), у якому необхідно зробити заміни:  $k \rightarrow \bar{k} + i\beta$ ,  $E \rightarrow \bar{E}$  та знехтувати індексом.

Отриману загальну формулу (5.30) для провідності тонкої плівки в умовах ефекту Зондгаймера [227] при довільних товщинах зразка можна спростити для граничних значень параметра  $\bar{k}$ . Якщо шар металу товстий ( $\bar{k} \gg 1$ ), то для довільних і граничних значень величини магнітного поля  $\beta$  провідність зразка дорівнює

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}(t_D)}{\sigma_0} &= \frac{k\bar{k}}{\bar{k}^2 + \beta^2} \left\{ 1 - \frac{3(2 - q_1 - q_2)\bar{k}^2 - \beta^2}{16k\bar{k}^2 + \beta^2} \right\} \cong \\ &\cong \begin{cases} \frac{k}{\bar{k}} \left[ 1 - \frac{3(2 - q_1 - q_2)}{16k\bar{k}} \left( 1 - \frac{3\beta^2}{\bar{k}^2} \right) \right], & \beta \ll 1, \\ \frac{k\bar{k}}{\beta^2} \left[ 1 + \frac{3(2 - q_1 - q_2)}{16k\bar{k}} \left( 1 - \frac{3\bar{k}^2}{\beta^2} \right) \right], & \beta \gg 1. \end{cases} \end{aligned}$$

У випадку, коли шар металу тонкий ( $\bar{k} \ll 1$ ), нормована на об'ємне значення  $\sigma_0$  зміна провідності зразка у слабкому магнітному полі ( $\beta \ll 1$ ) дорівнює (для спрощення знову вважаємо, що параметри Фукса  $q_j = 0$ ):

$$\frac{\sigma(0) - \bar{\sigma}(t_D)}{\sigma_0} = \frac{\Delta\bar{\sigma}}{\sigma_0} = \frac{\beta^2}{32k\bar{k}}, \quad (5.32)$$



де  $\sigma(0) = \frac{3}{4} k \ln \frac{1}{k}$  - провідність плівки до дифузійного відпалювання [161].

Якщо магнітне поле прикладене до провідника, сильне ( $\beta \gg 1$ ), то провідність тонкої плівки зручно записати у вигляді суми  $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_{mon} + \bar{\sigma}_{os}$ , де монотонна частина провідності  $\bar{\sigma}_{mon}$  дорівнює

$$\frac{\bar{\sigma}_{mon}}{\sigma_0} = \frac{k\bar{k}}{\beta^2} \left\{ 1 + \frac{3}{16\bar{k}} (2 - q_1 - q_2) \right\}, \quad (5.33)$$

а осцилююча частина провідності тонкого зразка можна розрахувати за допомогою методу стаціонарної фази [307-309]. У результаті аналітичних розрахунків отримуємо таку формулу:

$$\frac{\bar{\sigma}_{osc}}{\sigma_0} = \frac{3(1 - q_1)(1 - q_2)}{\beta^4} k e^{-\bar{k}} \cos \beta, \quad (5.34)$$

і, відповідно, відношення осцилюючої частини провідності (5.34) до її монотонної частини (5.33) запишеться у вигляді

$$\frac{\bar{\sigma}_{os}}{\bar{\sigma}_{mon}} = \frac{3(1 - q_1)(1 - q_2)}{\bar{k} + \frac{3}{16}(2 - q_1 - q_2)} \frac{\exp(-\bar{k}) \cos \beta}{\beta^2}. \quad (5.35)$$

Звідси випливає, що максимальне значення провідності плівки у сильному магнітному за наявності в її об'ємі атомів домішок дорівнює

$$\left( \frac{\bar{\sigma}_{os}}{\bar{\sigma}_{mon}} \right)_{\max} = \frac{3}{3/8 + d/\bar{l}} \left( \frac{r}{d} \right)^2,$$

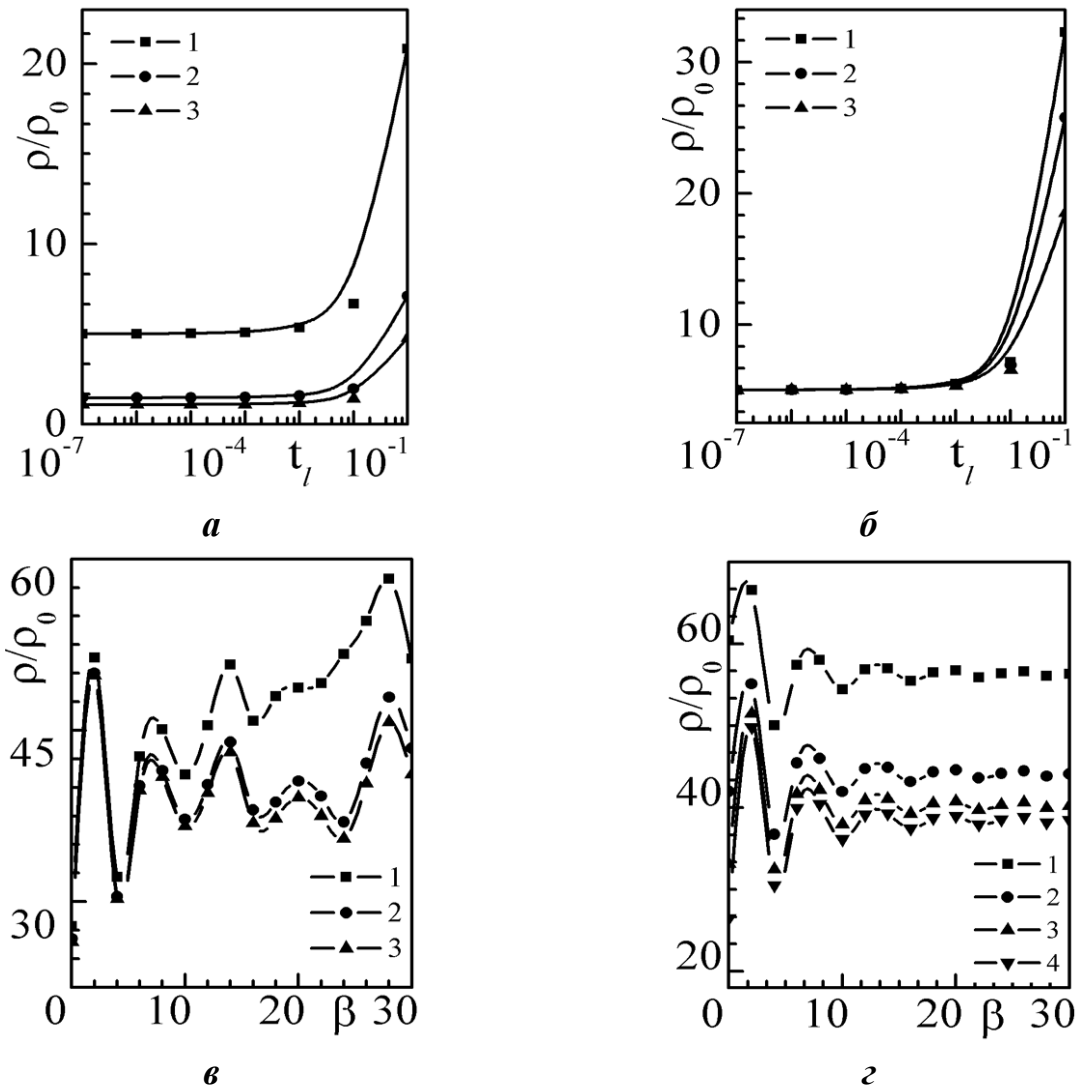


Рис. 5.7. Залежності питомого опору плівки від часу дифузійного відпалювання  $t_l = \frac{4D_l}{d^2} t_D$  (а, б) та величини магнітного поля (в, г) при різних значеннях

параметрів, які характеризують зразок:

а)  $q_j = 0,1$ ,  $A = 1500$ ,  $\beta = 0,1$ : 1 -  $k = 0,1$ , 2 -  $k = 1,0$ , 3 -  $k = 5$ ;

б)  $q_j = 0,1$ ,  $k = 0,1$ ,  $\beta = 0,1$ , 1 -  $A = 6000$ , 2 -  $A = 3000$ , 3 -  $A = 1000$ ;

в)  $q_j = 0,0$ ,  $A = 1500$ ,  $k = 0,01$ : 1 -  $t_l = 10^{-3}$ , 2 -  $t_l = 10^{-4}$ , 3 -  $t_l = 10^{-5}$ ;

г)  $q_j = 0,0$ ,  $A = 1500$ ,  $k = 0,01$ : 1 -  $t_l = 10^{-3}$ , 2 -  $t_l = 10^{-4}$ , 3 -  $t_l = 10^{-5}$ , 4 -  $t_l = 0,0$

де ефективна довжина вільного пробігу носіїв заряду  $\bar{l}$  за наявності дифузанта в об'ємі провідника визначена за формулою (5.25).

Криві, наведені на рис. 5.7 а, б, отримані чисельним розрахунком за точною формулою (5.26) та ілюструють залежність питомого опору тонкого

шару металу від часу дифузійного відпалювання (рис. 5.7 а, б) і величини магнітного поля (рис. 5.7 в) при різних значеннях параметрів, які характеризують провідник.

На рис. 5.7 а, б представлені залежності питомого опору тонкої плівки від часу дифузійного відпалювання при різних значеннях нормованої на довжину вільного пробігу електронів товщини плівки  $k$  (рис. 5.7 а) та параметра  $A$  (рис. 5.7 б). Характерно, що при виконанні нерівності  $t_l < 0,05$  зміна параметрів, які визначають величину  $A$ , практично не впливає на залежність  $\rho(t_l)$ , що дозволяє визначити коефіцієнт об'ємної дифузії  $D_l$  без докладної інформації про числове значення величини  $A$  [240, 241].

Рис. 5.7 в, г ілюструють осциляційну залежність опору плівки від величини магнітного поля, які отримані чисельним розрахунком за формулами (5.26) (рис. 5.7 в) та (5.30) (рис. 5.7 г). Розрахунок показує, що зі збільшенням часу дифузійного відпалювання амплітуда та період осциляцій опору базової плівки зростають [312]. Це обумовлене тим, що розсіяння ефективних (відповідальних за ефект) електронів відбувається не на поверхні зразка, а на атомах, що продифундували в об'єм зразка на деяку ефективну глибину  $x_0$ , яка визначена формулою (5.19). В той же час розрахунок осциляційної залежності  $\rho(\beta)$  за формулою (5.30) показує, що зі збільшенням  $t_l$  збільшується лише величина амплітуди осциляцій, оскільки зразок у процесі дифузійного відпалювання стає ефективно тоншим, а період осциляцій практично не змінюється, оскільки у даному випадку вважається, що домішки рівномірно розподілені в об'ємі зразка.

На рис. 5.8 а, б наведені залежності ефективної глибини проникнення атомів домішок  $x_0$  в об'єм зразка від  $t_l^{1/2}$ , розрахованої за формулою (5.28), у якій провідність зразка визначена формулами (5.26) (рис. 5.8 а) та (5.30) (рис. 5.8 б). Незначне відхилення кривих від лінійності при малих значеннях  $t_l$  свідчить про дифузійний характер процесу [312].

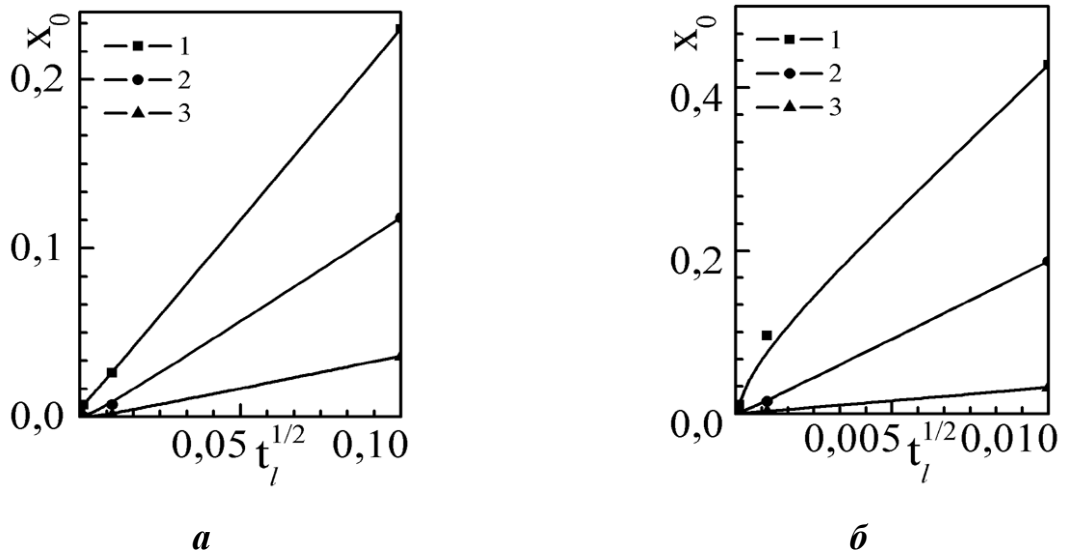


Рис. 5.8. Залежності ефективної глибини проникнення атомів домішок  $x_0$  в об'єм тонкого шару металу від часу дифузійного відпалювання  $t_l^{1/2}$  при таких значеннях параметрів:

а)  $q_j = 0,1$ ,  $A = 1500$ ,  $\beta = 10$ : 1 -  $k = 10$ , 2 -  $k = 0,1$ , 3 -  $k = 0,01$ ;

б)  $q_j = 0,1$ ,  $A = 1500$ ,  $k = 0,01$ : 1 -  $\beta = 0,01$ , 2 -  $\beta = 0,1$ , 3 -  $\beta = 1$

Таким чином, дослідження осциляційного гальваноманітного ефекту в тонкій плівці за наявності дифундуючого шару домішок дозволяє також отримати докладну інформацію щодо ефективної глибини проникнення атомів дифузанта в об'єм плівки і, відповідно, визначити коефіцієнт об'ємної дифузії.

### 5.3. Провідність дво - та багатошарових монокристалічних плівок в умовах взаємної дифузії

Спочатку розглянемо випадок, коли середні розміри кристалітів  $L_j$  у площині кожного шару дво - та багатошарової плівок значно більші за довжину вільного пробігу  $l_j$  носіїв заряду ( $L_j \gg l_j$ ), або міжкристалітні межі майже прозорі для електронів  $R_{0j} \ll 1$  ( $R_{0j}$  - імовірність дифузного розсіяння носіїв заряду на межах зерен за відсутності в них атомів домішок). У цьому разі для

зерномежового параметра  $\alpha_{0j} = \frac{l_j}{L_j} \frac{R_{0j}}{1 - R_{0j}}$  у моделі Маядаса й Шацкеса [184, 185] виконується нерівність  $\alpha_{0j} < d_j / l_j$  і розсіянням електронів на міжкристалітних межах можна знехтувати [265, 266], поклавши у формулі (5.2)  $\tau_{2j}^{-1}(x, \mathbf{p}) = 0$ , а  $\tau_{1j}^{-1}(x)$  дорівнює [244, 245]:

$$\tau_{1j}^{-1}(x) = v_0 \sigma_{efj} n_{0j} C_{lj}(x, t_D), \quad (5.36)$$

де  $C_{lj}(x, t_D)$  - розподіл атомів домішок в об'ємі  $j$ -го шару плівки, явний вигляд якого знову залежить від співвідношення між характерною глибиною їх проникнення в об'єм  $j$ -го шару металу та його товщиною.

Якщо товщина шарів  $d_j$  зразка є напівнескінченною для атомів домішок ( $d_j \gg \sqrt{D_{lj} t_D}$ ), коефіцієнт об'ємної дифузії сталий ( $D_{lj} = const$ ), немає стрибка концентрації на МПШ металів й існує межа розчинності, то розподіл атомів домішок  $C_{lj}(x, t_D)$  у кожному шарі двошарової плівки та у кожному шарі елемента періодичності БП має вигляд [323]

$$C_l(x, t_D) = C_{0l} \begin{cases} \gamma_l - (1 - \gamma_l) \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_{l1} t_D}}\right), & x < 0, \\ \gamma_l \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_{l2} t_D}}\right), & x > 0, \end{cases} \quad (5.37)$$

де  $\gamma_l = \frac{1}{1 + \sqrt{D_{l2,1}}}$  - параметр задачі;

$D_{l2,1} = \frac{D_{l2}}{D_{l1}}$  - відношення коефіцієнтів об'ємної дифузії у сусідніх шарах

металу провідників;

$D_{l j}$  - коефіцієнт об'ємної дифузії в  $j$  - му шарі або двошарової плівки або елемента періодичності БП.

Вважаючи, що закон дисперсії для носіїв заряду у кожному шарі дво – та багатошарової плівок квадратичний та ізотропний і виконавши інтегрування по поверхні Фермі у формулі (5.4) з урахуванням виразів (5.36) та (5.37), можна показати, що питома провідність ДП [245] та БП [320] з монокристалічною структурою після дифузійного відпалювання визначається такою формулою:

$$\sigma(t_D) = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \Phi_j(t_D), \quad (5.38)$$

у якій розмірні функції  $\Phi_j(t_D)$  дорівнюють

$$\Phi_j(t_D) = \frac{k_j^2}{a} \left\langle \frac{G_j(t_D)}{z^2(1-E_j)} \right\rangle. \quad (5.39)$$

Явний вигляд функції  $G_j(t_D)$ , яка входить у формулу (5.39) для двошарової та багатошарової плівок відповідно запишеться таким чином:

$$\begin{aligned} G_j(t_D) = & 2J_j + \frac{1}{\Delta(t_D)} \left\{ q_j (1 - q_n P_{nj} E_n^2 W_{ln}^2(0)) J_{dj}^2 + \right. \\ & + J_{0j} (J_{0j} + 2q_j E_j W_{lj}(0) J_{dj}) (P_{jn} + q_n (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) E_n^2 W_{ln}^2(0)) + \\ & \left. + Q_{nj} d_{n,j} (J_{0j} + q_j E_j W_{lj}(0) J_{dj}) (J_{0n} + q_n E_n W_{ln}(0) J_{dn}) \right\}, \quad (5.40) \end{aligned}$$

$$\Delta(t_D) = 1 - q_j P_{jn} E_j^2 W_{lj}^2(0) - q_n P_{nj} E_n^2 W_{ln}^2(0) -$$

$$-q_j q_n (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) E_j^2 E_n^2 W_{lj}^2(0) W_{ln}^2(0),$$

$$\begin{aligned} G_j(t_D) = & 2J_j + \frac{1}{\Delta(t_D)} \left\{ (1 - P_{nj}^2 E_n^2 W_{ln}^2(0) - Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n W_{lj}(0) W_{ln}(0)) (P_{jn} (J_{dj}^2 + J_{0j}^2)) + \right. \\ & + Q_{nj} d_{n,j} (J_{dj} J_{dn} + J_{0j} J_{0n}) + W_{lj}(0) E_j (P_{jn} + P_{nj} (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) E_n^2 W_{ln}^2(0)) \times \\ & \times (2P_{jn} J_{dj} J_{0j} + Q_{nj} d_{n,j} (J_{dj} J_{0n} + J_{dn} J_{0j})) + Q_{nj} E_n W_{ln}(0) \times \\ & \times (1 - (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) E_j E_n W_{lj}(0) W_{ln}(0)) (2Q_{jn} J_{dj} J_{0j} + P_{nj} d_{n,j} (J_{dj} J_{0n} + J_{dn} J_{0j})) + \\ & \left. + Q_{nj} E_n W_{ln}(0) (P_{jn} E_j W_{lj}(0) + P_{nj} E_n W_{ln}(0)) (P_{nj} d_{n,j} (J_{0j} J_{0n} + J_{dj} J_{dn}) + Q_{jn} (J_{dj}^2 + J_{0j}^2)) \right\} \end{aligned} \quad (5.41)$$

$$\begin{aligned} \Delta(t_D) = & 1 - P_{jn}^2 E_j^2 W_{lj}^2(0) - P_{nj}^2 E_n^2 W_{ln}^2(0) - 2Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n W_{lj}(0) W_{ln}(0) + \\ & + (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj})^2 E_j^2 E_n^2 W_{lj}^2(0) W_{ln}^2(0), \end{aligned}$$

$$J_j = \int_0^1 dx W_{lj}(x) \int_x^1 dx' W_{lj}^{-1}(|x'|) \exp\left(-\frac{k_j}{z}(x' - x)\right),$$

$$J_{dj} = \int_0^1 dx W_{lj}(x) \exp\left(-\frac{k_j}{z}(1-x)\right), \quad J_{0j} = \int_0^1 dx W_{lj}(0) W_{lj}^{-1}(|x|) \exp\left(-\frac{k_j}{z}x\right).$$

де у формулах (5.38) - (5.41):  $\sigma_{0j}$  - провідність безмежного монокристалічного зразка, час релаксації носіїв заряду в якому дорівнює  $\tau_{0j}$ ;

кутові дужки визначені формулою (3.79).

Ймовірність того, що електрон пройде відрізок шляху  $[x,1]$  без розсіяння в об'ємі  $j$ -го шару ДП та бішару БП має такий вигляд:

$$W_{ll}(x) = \exp\left\{-\frac{k_l}{z} A_1 C_{0l} [\gamma_l (1-x) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - (1 - \gamma_l) \left\{ \operatorname{erf} \left( \frac{1}{\sqrt{t_{l1}}} \right) - x \operatorname{erf} \left( \frac{x}{\sqrt{t_{l1}}} \right) + \sqrt{\frac{t_{l1}}{\pi}} \left( e^{-\frac{1}{t_{l1}}} - e^{-\frac{x^2}{t_{l1}}} \right) \right\} \Bigg\}, \\
W_{l2}(x) = & \exp \left\{ - \frac{k_2 A_2 C_{0l} \gamma_l}{z} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{\sqrt{t_{l2}}} \right) - x \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{\sqrt{t_{l2}}} \right) - \sqrt{\frac{t_{l2}}{\pi}} \left( e^{-\frac{1}{t_{l2}}} - e^{-\frac{x^2}{t_{l2}}} \right) \right] \right\}, \\
A_j = & l_j \sigma_{efj} n_{0j}, \quad t_{lj} = \frac{4D_{lj}}{d_j^2} t_D. \tag{5.42}
\end{aligned}$$

До дифузійного відпалювання ( $t_D = 0$ ) домішки в об'ємі шарів двошарової плівки та мультишару відсутні ( $C_{lj}(x, t_D) = 0$ ), а їх провідність визначена у роботах [212] та [224]:

$$\sigma(0) = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \Phi_j(0), \tag{5.43}$$

де явний вигляд розмірних функції та їх асимптотичні наближення для випадків, коли зразки складаються з товстих ( $k_j \gg 1$ ) та тонких ( $k_j \ll 1$ ) шарів металу, мають такий відповідно вигляд:

$$\begin{aligned}
\Phi_j(0) = & 1 - \langle G_j(0) \rangle \cong \\
& \begin{cases} 1 - \frac{3}{16k_j} (2 - q_j - P_{jn} - Q_{nj} \tau_{0n,j}), & k_j \gg 1, \\ \frac{3(1 + q_j) [(1 + P_{jn})(1 - q_n P_{nj}) + q_n Q_{jn} Q_{nj} + (1 + q_n) Q_{nj} d_{n,j}]}{4(1 - q_j P_{jn})(1 - q_n P_{nj}) - q_j q_n Q_{jn} Q_{nj}} k_j \ln \left( \frac{1}{k_j} \right), & k_j \ll 1, \end{cases}
\end{aligned}$$



$$G_j(0) = \frac{1}{\Delta(0)} \left\{ (2 - q_j - P_{jn} + (q_j + P_{jn} - 2q_j P_{jn}) E_j) (1 - q_n P_{nj} E_n^2) - \right. \\ \left. - q_n Q_{jn} Q_{nj} E_n^2 (1 - E_j + 2q_j E_j) - Q_{nj} \tau_{0n,j} (1 - E_n) (1 + q_j E_j) (1 + q_n E_n) \right\},$$

$$\Delta(0) = 1 - q_j P_{jn} E_j^2 - q_n P_{nj} E_n^2 - q_j q_n (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) E_j^2 E_n^2,$$

$$\Phi_j(0) = 1 - \langle G_j(0) \rangle \cong \begin{cases} 1 - \frac{3}{8k_j} (1 - P_{jn} + Q_{nj} \tau_{0n,j}), & k_j \gg 1, \\ \frac{3}{4} \frac{(1 + P_{jn})(1 - P_{nj}) + Q_{jn} Q_{nj} + 2Q_{nj} d_{n,j}}{(1 - P_{jn})(1 - P_{nj}) - Q_{jn} Q_{nj}} k_j \ln \frac{1}{k_j}, & k_j \ll 1, \end{cases}$$

$$G_j(0) = 1 - \frac{1}{\Delta(0)} \left\{ (1 + P_{jn} E_j)(1 + P_{nj} E_n) - Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n \right\} \left\{ C_j (1 - P_{nj} E_n) + Q_{nj} \tau_{0n,j} E_n C_n \right\},$$

$$\Delta(0) = 1 - P_{jn}^2 E_j^2 - P_{nj}^2 E_n^2 - 2Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n + (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj})^2 E_j^2 E_n^2,$$

$$C_j = P_{jn} (1 - E_j) + Q_{nj} \tau_{0n,j} (1 - E_n).$$

У випадку, коли час дифузійного відпалювання невеликий  $d_j / \sqrt{D_{lj} t_D} \gg 1$ , похідна від функції  $W_{lj}(x)$  має максимум при  $x_{0j} = a_{lj} \sqrt{D_{lj} t_D}$  ( $W_{lj}''(x_{0j}) = 0$ ) та є “гострою” функцією у порівнянні з  $\exp\{-k_j x / z\}$  [241, 242], що дозволяє обчислити інтеграли у формулі (5.38) асимптотично при  $t_{lj} \ll 1$ . В результаті розрахунку отримаємо такі асимптотичні вирази для провідності ДП та БП в умовах взаємної дифузії металів (коефіцієнт  $b_j = 1$  у випадку розгляду багат шарової плівки):

$$\sigma(t_D) \cong \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \begin{cases} 1 - \frac{3ab_j}{16} \frac{l_{0j}}{d_j - x_{0j}(t_D)}, & k_j \gg 1, \\ \frac{3}{4} b_j \frac{(d_j - x_{0j}(t_D))^2}{d_j l_{0j}} \ln \left( \frac{l_{0j}}{d_j - x_{0j}(t_D)} \right), & k_j \ll 1, \end{cases} \quad (5.44)$$

$$x_{0j}(t_D) = a_{lj} \sqrt{D_{lj} t_D}, \quad a_{lj} \cong 2 \ln^{1/2} \left\{ \frac{2 \sqrt{D_{lj} t_D}}{v_0 \tau_{lj}(0)} \right\}, \quad b_j = \begin{cases} 2 - q_j, & k_j \gg 1, \\ 1 + q_j, & k_j \ll 1. \end{cases} \quad (5.45)$$

З отриманих асимптотичних формул (5.44) випливає, що внаслідок взаємної дифузії провідність дво - та багатошарової плівок зменшується на величину

$$\Delta \sigma = \sigma(0) - \sigma(t_D) = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 \sigma_{0j} x_{0j} \begin{cases} \frac{3b_j}{16k_j}, & k_j \gg 1, \\ \frac{3}{2} k_j \ln \left( \frac{1}{k_j} \right), & k_j \ll 1. \end{cases} \quad (5.46)$$

Криві, наведені на рис. 5.9, отримані за допомогою чисельного розрахунку за загальною формулою (5.38) та ілюструють зміну провідності двошарової (рис. 5.9 а - в) та багатошарової плівок (рис. 5.9 г - д) з монокристалічною структурою у результаті дифузійного відпалювання.

При збільшенні часу дифузійного відпалювання, коли  $\sqrt{D_{lj} t_D} \leq d_j$ , розподіл домішок за товщиною зразка стає практично однорідним і можна скористатися наближенням середньої концентрації [325]. У цьому разі розподіл атомів дифузанта у шарах металу провідників буде визначатися за такою формулою:

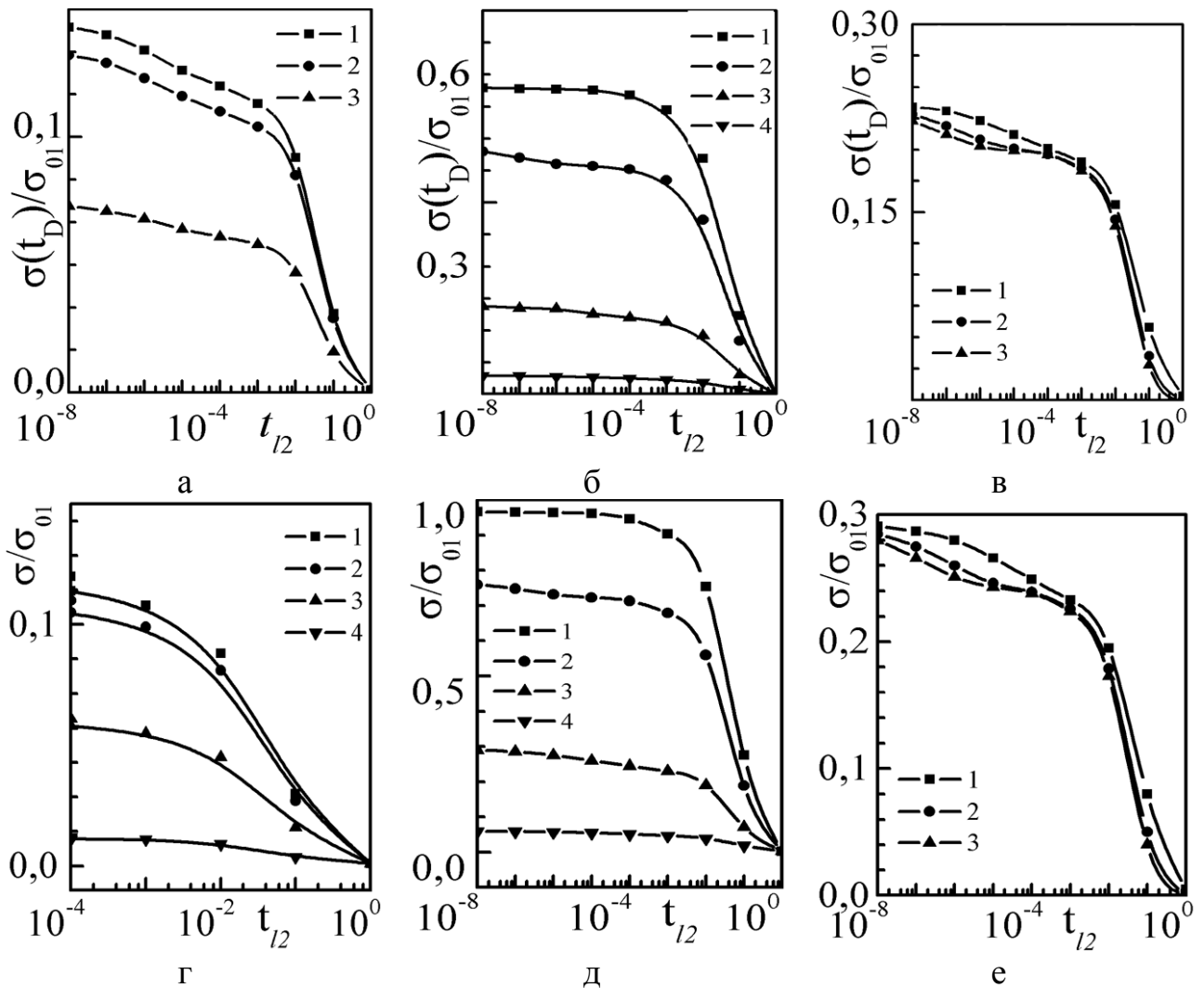


Рис. 5.9. Залежності провідності двошарової (а-в) та багатошарової (г-е) плівок від часу дифузійного відпалювання  $t_{l2} = \frac{4D_{l2}}{d_2^2} t_D$  при таких значеннях

параметрів:

а)  $q_1 = 0,1$ ,  $q_2 = 0,3$ ,  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,3$ ,  $A_1 = 1300$ ,  $A_2 = 1500$ ,  $D_{l_{2,1}} = 0,1$ ,  $k_2 = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 0,5$ : 1 -  $d_{1,2} = 0,01$ , 2 -  $d_{1,2} = 0,1$ , 3 -  $d_{1,2} = 1$ ;

б)  $q_j = 0,3$ ,  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,3$ ,  $d_{1,2} = 0,01$ ,  $A_1 = 1300$ ,  $A_2 = 1500$ ,  $D_{l_{2,1}} = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 0,5$ : 1 -  $k_2 = 10$ , 2 -  $k_2 = 1$ , 3 -  $k_2 = 0,1$ , 4 -  $k_2 = 0,01$ ;

в)  $q_j = 0,3$ ,  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,2$ ,  $d_{1,2} = 0,1$ ,  $D_{l_{2,1}} = 0,1$ ,  $k_2 = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 1$ :  
1 -  $A_j = 1000$ , 2 -  $A_j = 5000$ , 3 -  $A_j = 10000$ ;

г)  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,2$ ,  $A_j = 1500$ ,  $D_{l_{2,1}} = 0,1$ ,  $k_2 = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 0,5$ , 1 -  $d_{1,2} = 0,01$ ,  
2 -  $d_{1,2} = 0,1$ , 3 -  $d_{1,2} = 1$ , 4 -  $d_{1,2} = 10$ ;

д)  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,2$ ,  $A_j = 1500$ ,  $D_{l_{2,1}} = 1$ ,  $d_{1,2} = 1$ ,  $l_{2,1} = 1$ : 1 -  $k_2 = 10$ ,  
2 -  $k_2 = 1$ , 3 -  $k_2 = 0,1$ , 4 -  $k_2 = 0,01$ ;

е)  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,2$ ,  $k_2 = 0,1$ ,  $D_{l_{2,1}} = 1$ ,  $d_{1,2} = 1$ ,  $l_{2,1} = 1$ : 1 -  $A_j = 1000$ ,  
2 -  $A_j = 5000$ , 3 -  $A_j = 10000$ .

$$\overline{C_{lj}}(t_D) = \frac{1}{d_j} \int_0^{d_j} dx C_{lj}(x, t_D), \quad (5.47)$$

де  $C_{vj}(x, t_D)$  визначене формулою (5.37). Виконавши інтегрування по координаті у формулі (5.47), середній концентраційний профіль атомів дифузанта в об'ємі провідників буде мати такий вигляд:

$$\overline{C_{l1}} = C_{0l} \left\{ \gamma_l - (1 - \gamma_l) \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{1}{Y} \right) - \left( \frac{Y}{\pi} \right)^{1/2} \left( 1 - \exp \left( -\frac{1}{Y} \right) \right) \right] \right\},$$

$$\overline{C_{l2}} = C_{0l} \gamma_l \left\{ \operatorname{erfc} \frac{d_{2,1}}{(YD_{l2,1})^{1/2}} + d_{1,2} \left( \frac{YD_{l2,1}}{\pi} \right)^{1/2} \left( 1 - \exp \left( -\frac{d_{2,1}^2}{YD_{l2,1}} \right) \right) \right\},$$

де  $Y = \frac{4D_{l1}t_D}{d_1^2}$  - нормований час дифузійного відпалювання.

Це спрощення дозволяє обчислити інтеграли у формулі (5.38) і показати, що провідність  $\overline{\sigma}$  ДП та БП буде визначатися за формулою (5.43), у якій необхідно зробити такі заміни:

$$\sigma(0) \rightarrow \overline{\sigma}(t_D), \quad \sigma_{0j} \rightarrow \overline{\sigma}_j(t_D) = \sigma_{0j} \frac{\overline{l}_j(t_D)}{l_j}, \quad k_j \rightarrow \overline{k}_j(t_D) = \frac{d_j}{\overline{l}_j(t_D)},$$

$$E_j \rightarrow \overline{E}_j = \exp \left\{ -\frac{\overline{k}_j(t_D)}{z} \right\}, \quad \overline{l}_j(t_D) = \frac{l_j}{1 + \tau_{0j} v_{Fj} \overline{C_{lj}}(t_D)}. \quad (5.48)$$

Зауважимо, що при подальшому відпалюванні дво - та багатошарової плівок, так що  $\sqrt{D_{lj}t_D} > d_j$ , залежність  $\sigma$  від коефіцієнтів об'ємної дифузії  $D_{lj}$  є більш складною, й у цьому разі для апробації результатів теоретичних розрахунків з експериментальними даними слід використовувати загальну формулу (5.38), у якій при знаходженні концентраційного профілю домішок потрібно враховувати наявність зовнішніх меж та МПШ металу [323].

#### **5.4. Зерномежова дифузія в одно - та багатошарових плівках з полікристалічною структурою**

##### **5.4.1. Провідність полікристалічної плівки за наявності зерномежової дифузії**

Розгляд зерномежової дифузії у плівках з полікристалічною структурою розпочнемо з граничного випадку, коли товщина одного з шарів металу набагато менша ніж товщина базового шару металу ( $d_1 \ll d_2 = d$ ), тобто шар товщиною  $d_1$  відіграє роль дифузанта, і його власний внесок у сумарну провідність зразка незначний і ним можна знехтувати.

Теоретичний аналіз впливу зерномежової дифузії на провідність полікристалічних плівок проведемо за допомогою модифікованої моделі Маядаса й Шацкеса [184, 185], в якій можна врахувати зміну коефіцієнта дифузного розсіяння електронів МЗ внаслідок міграції уздовж них атомів домішок у процесі зерномежової дифузії (рис. 5.10). Такий підхід до розв'язання задачі про залежність коефіцієнта електропровідності полікристалічних плівок від часу дифузійного відпалювання був запропонований у роботах [316, 317].

Оскільки при низькотемпературному відпалюванні об'ємна дифузія практично “заморожена” ( $\tau_1^{-1}(x) = 0$ ) [313, 314], опір полікристалічної плівки, який зумовлений розсіянням носіїв заряду в об'ємі провідника, залишається практично незмінним, в той час як характер розсіяння електронів на межах зерен

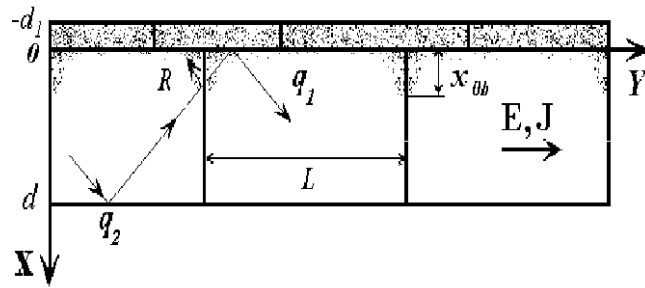


Рис. 5.10. Модель тонкої полікристалічної плівки в умовах зерномежової дифузії. Ламаною лінією показано можливу траєкторію носія заряду

суттєво змінюється за рахунок наявності в МЗ атомів домішок [316,317], що і призводить до зміни провідності плівки внаслідок дифузійного відпалювання. У цьому випадку ефективний час релаксації носіїв заряду дорівнює [316, 317]

$$\frac{1}{\tau(x, p_y)} = \frac{1}{\tau_0} \left\{ 1 + \alpha(x) \frac{p_0}{|p_y|} \right\}. \quad (5.49)$$

Величина  $\alpha(x)$  у формулі (5.49) є функцією координати  $x$  внаслідок наявності атомів домішок у міжкристалітних межах. Якщо концентрація дифузанта в межах зерен незначна  $C_b(x, t_D) \ll 1$ , то коефіцієнт дифузного розсіяння електронів міжкристалітними межами можна записати як  $R(x, t_D) = R_0 + \gamma_b C_b(x, t_D)$ , [316, 317], а величина  $\alpha(x)$  матиме такий вигляд:

$$\alpha(x) = \alpha_0 \frac{1 + (\gamma_b / R_0) C_b(x, t_D)}{1 - (\gamma_b / (1 - R_0)) C_b(x, t_D)}, \quad (5.50)$$

де  $\alpha_0 = const$  та  $R_0 = const$  - зерномежовий параметр та ймовірність дифузного розсіяння носіїв заряду межами зерен до дифузійного відпалювання.

Величина коефіцієнта  $\gamma_b$  у формулі (5.50) є порядку одиниці й може мати будь-який знак, оскільки, проникаючи в межі зерен, атоми домішок

можуть як збільшити, так і зменшити ймовірність розсіяння електронів  $R_0$ . Якщо процес зерномежової дифузії супроводжується утворенням твердих розчинів [327], то ймовірність розсіяння  $R_0$  збільшується і, відповідно, провідність полікристалічної плівки буде зменшуватися, тобто величина  $\gamma_b > 0$ . Крім розсіяння безпосередньо на міжкристалітних межах, електрони можуть розсіюватися на існуючих поблизу них пружних полях деформації. Атоми домішок викликають релаксацію цих полів, що відповідає негативним значенням  $\gamma_b$  і зменшенню величини  $R_0$  і, відповідно, збільшенню провідності зразка [316, 317].

При виконанні нерівності  $\sqrt{D_l t_D} \ll \delta$  ( $\delta$  – дифузійна товщина міжкристалітної межі) відтоком атомів домішок з меж зерен в об'єм провідника можна знехтувати [328,329]. У цьому випадку розподіл атомів домішок у міжкристалітних межах описується таким виразом [330]:

$$C_b(x, t_D) = C_{0b} \exp\{-\beta x\}, \quad \beta = \left\{ \frac{2}{\delta D_b} \left( \frac{D_l}{\pi t_D} \right)^{1/2} \right\}^{1/2}, \quad (5.51)$$

де  $C_b(0, t_D) = C_{0b} < 1$ ;

$D_b$  - коефіцієнт зерномежової дифузії;

$\beta^{-1}$  - має зміст характерної глибини проникнення атомів домішок уздовж міжкристалітних меж.

Вважаючи, що закон дисперсії квадратичний та ізотропний і виконавши інтегрування по поверхні Фермі у формулі (5.4) з урахуванням формул (5.49) - (5.51) і поклавши  $d_1 = 0$  та  $d_2 = d$ , можна показати, що провідність полікристалічної плівки, на одну з поверхонь якої нанесений ультратонкий шар дифузанта буде визначатися формулою [324]

$$\frac{\sigma_b(t_D)}{\sigma_0} = k^2 \left\langle \left\langle \frac{G_b(t_D) H^2}{z^2 (1-E)} \right\rangle \right\rangle, \quad (5.52)$$

де  $E$ ,  $H$  та подвійні кутові дужки визначаються формулами (3.15) та (3.16), у яких необхідно знехтувати індексом “ $j$ ”.

Функції  $G_b(t_D)$  визначена за формулою (5.13), у якій необхідно зробити заміну  $W_l(x) \rightarrow W_b(x)$ :

$$W_b(x) = \exp \left\{ -\frac{k(H-1)}{z} \left[ 1 - x + \frac{\sqrt[4]{t_b}}{R_0} \ln \left( \frac{1 - \frac{\gamma_b C_{0b}}{1-R_0} \exp\left(-\frac{1}{\sqrt[4]{t_b}}\right)}{1 - \frac{\gamma_b C_{0b}}{1-R_0} \exp\left(-\frac{x}{\sqrt[4]{t_b}}\right)} \right) \right] \right\}, \quad (5.53)$$

$$t_b = \frac{\pi \delta^2 D_b^2}{4d^4 D_l} t_D, \quad (5.54)$$

де величина  $W_b(x)$  визначає ймовірність того, що носії заряду пройдуть відрізок шляху  $[x,1]$ , не розсіявшись на міжкристалітних межах, уздовж яких мігрують атоми домішок.

Якщо полікристалічна плівка досить товста, тобто  $d/l \rightarrow \infty$ , то провідність зразка з крупнозернистою ( $\alpha_0 \ll 1$ ) та дрібнозернистою ( $\alpha_0 \gg 1$ ) структурами може бути представлена у такому вигляді [244]:

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_0} \cong \begin{cases} 1 - \frac{3}{2} \alpha_0 \left[ 1 + \frac{1}{\beta d R_0} \ln \left( 1 + \gamma_b C_{0b} \frac{1 - \exp(-\beta d)}{1 - (R_0 + \gamma_b C_{0b})} \right) \right], & \alpha_0 \ll 1, \\ \frac{3}{4 \alpha_0} \left[ 1 + \frac{1}{\beta d (1 - R_0)} \ln \left( 1 - \gamma_b C_{0b} \frac{1 - \exp(-\beta d)}{R_0 + \gamma_b C_{0b}} \right) \right], & \alpha_0 \gg 1. \end{cases}$$

Звідси випливає, що ефективна глибина проникнення атомів домішок уздовж меж зерен  $x_{0b}$  дорівнює



$$x_{0b} = \beta = d \frac{\Delta\sigma_b}{\sigma_0} \left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{R_0 \left( 1 - \frac{1-R_0}{\gamma_b C_{0b}} \right)}{\frac{3}{2} \alpha_0} \right|, \quad \alpha_0 \ll 1, \\ \left| \frac{(1-R_0) \left( 1 + \frac{R_0}{\gamma_b C_{0b}} \right)}{\frac{3}{4\alpha_0}} \right|, \quad \alpha_0 \gg 1, \end{array} \right. \quad (5.55)$$

де  $\Delta\sigma_b = \sigma_b(0) - \sigma_b(t_D)$  - зміна провідності полікристалічного шару металу внаслідок дифузійного відпалювання;

$\sigma_b(0)$  - провідність тонкого полікристалічного зразка до дифузійного відпалювання [185, 186].

З іншого боку, ефективну глибину проникнення атомів домішок у межі зерен можна знайти з формули (5.53) за умови

$$W_b''(x_{0b}) = 0 \text{ та } x_{0b}(t_D) = a_b \beta^{-1}(t_D), \quad a_b \cong \ln \left| \frac{\gamma_b C_{0b}}{\beta L} \right|. \quad (5.56)$$

Розглядаючи величину  $a_b$  як параметр задачі, при малому часі дифузійного відпалювання коефіцієнт зерномежової дифузії можна визначити за такою формулою:

$$D_b = \frac{d^2}{\delta a_b^2} \left( \frac{4D_l}{\pi t_D} \right)^{1/2} \left( \frac{\Delta\sigma_b(t_D)}{\sigma_b(0)} \right)^2 \cong \left( \frac{4D_l}{\pi t_D \delta^2} \right)^{1/2} \left( \frac{d\Delta\sigma}{\sigma_0 a_b} \right)^2 \left\{ \begin{array}{l} \left( R_0 (1 - (1-R_0)/\gamma_b C_0) \left( \frac{3}{2} \alpha_0 \right)^{-1} \right)^2, \quad \alpha_0 \ll 1, \\ \left( (1-R_0) \left( 1 + \frac{R_0}{\gamma_b C_0} \right) \frac{4\alpha_0}{3} \right)^2, \quad \alpha_0 \gg 1, \end{array} \right. \quad (5.57)$$

де  $\sigma_b(t_D)$  визначене формулою (5.52).

У випадку, коли товщина полікристалічного шару збігається з глибиною проникнення атомів домішок,  $d \sim \beta^{-1}$ , їх концентраційний профіль у міжкристалітних межах можна описати виразом (5.11) [316, 317], а коефіцієнт зерномежової дифузії визначений за формулою (5.23).

Для аналізу зміни провідності тонкої полікристалічної плівки, яка викликана міграцією атомів домішок уздовж меж зерен у результаті дифузійного відпалу, можна скористатися згадуваним вище наближенням середньої концентрації, при якому розподіл домішок у міжкристалітних межах вважається однорідним і визначається за формулою:

$$\bar{C}_b(t_D) = C_{0b} \sqrt[4]{t_b} \left( 1 - \exp\left(-\frac{1}{\sqrt[4]{t_b}}\right) \right),$$

де нормований час дифузійного відпалу  $t_b$  визначений формулою (5.54).

Це припущення дозволяє виконати інтегрування у формулі (5.52) по координаті й одержати такий вираз для провідності полікристалічного шару металу [324]:

$$\frac{\bar{\sigma}_b(t_D)}{\sigma_0} = T(\bar{\alpha}) - \left\langle \left\langle \frac{2 - q_1 - q_2 + (q_1 + q_2 - 2q_1q_2)\bar{E}_b}{1 - q_1q_2\bar{E}_b^2} \right\rangle \right\rangle, \quad (5.58)$$

$$\bar{H} = 1 + \frac{\bar{\alpha}}{\cos(\varphi)\sqrt{1 - z^2}}, \quad \bar{E}_b = \exp\left(-\frac{k\bar{H}}{z}\right), \quad \bar{\alpha}(t_D) = \alpha_0 \frac{1 + \left(\frac{\gamma_b}{R_0}\right)\bar{C}_b(t_D)}{1 - \frac{\gamma_b}{1 - R_0}\bar{C}_b(t_D)}, \quad (5.59)$$

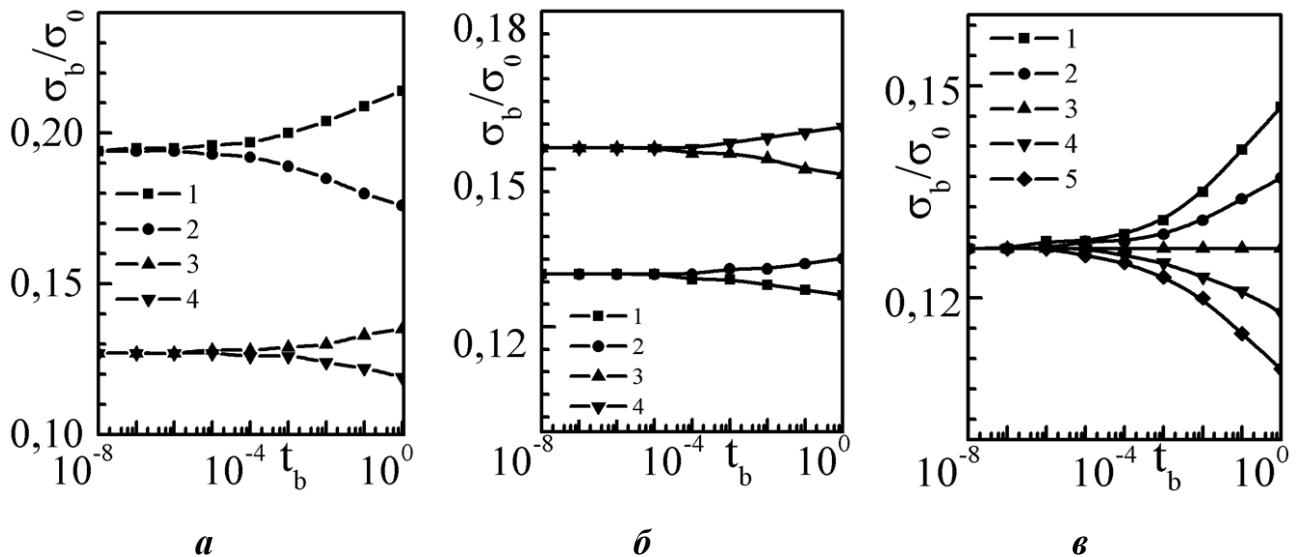


Рис. 5.11. Залежності провідності тонкої полікристалічної плівки від часу

дифузійного відпалювання  $t_b = \frac{\pi \delta^2 D_b^2}{4d^4 D_l} t_D$  при таких значеннях параметрів:

а)  $q_1 = 0,1$ ,  $q_2 = 0,5$ ,  $C_{0b} = 0,1$ ,  $\alpha = 3$ ,  $R_0 = 0,5$ : 1 -  $\gamma_b = -0,5$ ,  $k = 5,0$ , 2 -  $\gamma_b = 0,5$ ,  $k = 5,0$ , 3 -  $\gamma_b = -0,5$ ,  $k = 0,1$ , 4 -  $\gamma_b = 0,5$ ,  $k = 0,1$ ;

б)  $q_1 = 0,1$ ,  $k = 0,1$ ,  $C_{0b} = 0,1$ ,  $\alpha = 2$ ,  $R_0 = 0,5$ : 1 -  $\gamma_b = 0,3$ ,  $q_2 = 0,0$ , 2 -  $\gamma_b = -0,3$ ,  $q_2 = 0,0$ , 3 -  $\gamma_b = 0,3$ ,  $q_2 = 0,5$ , 4 -  $\gamma_b = -0,3$ ,  $q_2 = 0,5$ ;

в)  $q_1 = 0,1$ ,  $q_2 = 0,5$ ,  $k = 0,1$ ,  $C_{0b} = 0,1$ ,  $\alpha = 3$ ,  $R_0 = 0,3$ : 1 -  $\gamma_b = -1,0$ , 2 -  $\gamma_b = -0,5$ , 3 -  $\gamma_b = 0,0$ , 4 -  $\gamma_b = 0,5$ , 5 -  $\gamma_b = 1,0$

$$T(\bar{\alpha}) = 1 - \frac{3}{2}\bar{\alpha} + 3\bar{\alpha}^2 - 3\bar{\alpha}^3 \ln\left(1 + \frac{1}{\bar{\alpha}}\right) \approx \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}\bar{\alpha}, & \bar{\alpha} \ll 1, \\ \frac{3}{4\bar{\alpha}}, & \bar{\alpha} \gg 1, \end{cases}$$

де подвійні кутові дужки визначені формулою (3.16), в якій необхідно зробити такі заміни:  $E \rightarrow \bar{E}_b$ ,  $H \rightarrow \bar{H}$  та знехтувати індексом  $j$ .

Отриманий загальний вираз для провідності полікристалічного зразка з використанням методу середньої концентрації можна спростити для граничних

випадків параметрів  $k$  та  $\bar{\alpha}$ . У цьому разі асимптотичні вирази для величини  $\bar{\sigma}_b(t_D)$  будуть визначатися формулами (1.14) та (1.17), у яких необхідно зробити заміну  $\alpha \rightarrow \bar{\alpha}$ , де  $\bar{\alpha}$  визначене співвідношенням (5.59).

На рис. 5.11. представлена залежність провідності полікристалічного шару від часу дифузійного відпалювання за припущення, що характерна глибина проникнення атомів домішки значно менша ніж товщина зразка.

Таким чином, досліджуючи провідні властивості тонкої полікристалічної плівки до і після дифузійного відпалювання, можна отримати докладну інформацію щодо коефіцієнта зерномежової дифузії.

#### 5.4.2. Зерномежова дифузія у дво - та багат шарових плівках з полікристалічною структурою

Розглянемо вплив зерномежової дифузії на провідність двошарових та багат шарових полікристалічних плівок, користуючись модифікованою моделлю Маядаса та Шацкеса [184, 185] (рис. 5.1 а та рис. 5.2 б). На відміну від ситуації, розглянутої у пункті 5.4.1, у дво - та багат шаровій полікристалічній плівках дифузія домішок є взаємною. В результаті відпалювання відбувається взаємне проникнення атомів домішок уздовж міжкристалітних меж, і у цьому разі ефективний час релаксації носіїв заряду в  $j$  - ому шарі ДП та елемента періодичності багат шарової плівки дорівнює

$$\frac{1}{\tau_j(x, p_y)} = \frac{1}{\tau_{0j}} \left\{ 1 + \alpha_{0j} \frac{1 + (\gamma_{bj}/R_{0j})C_{bj}(x, t_D)}{1 - (\gamma_{bj}/(1 - R_{0j}))C_{bj}(x, t_D)} \frac{p_0}{|p_y|} \right\}, \quad (5.60)$$

де  $\alpha_{0j} = const$ ,  $R_{0j} = const$  - параметрами задачі. Як і раніше, коефіцієнти  $\gamma_{bj}$  мають величину порядку одиниці, а їх знак залежить від впливу домішок на прозорість міжкристалітних меж.

Якщо час відпалювання невеликий і виконується нерівність

$\sqrt{D_{bj}t_D} \ll \delta_j$  ( $\delta_j$  - дифузійна товщина  $j$  - ї міжкристалітної межі), то можна знехтувати відтоком атомів домішок з меж зерен в об'єм провідників, а розподіл атомів домішок у міжкристалітних межах наближено дорівнює

$$C_{bj}(x, t_D) = C_{0j} \exp\{-\beta_j x\}, \quad \beta_j = \left\{ \frac{2}{\delta_j D_{bj}} \left( \frac{D_{lj}}{\pi t_D} \right)^{1/2} \right\}^{1/2}, \quad (5.61)$$

де  $D_{bj}$  - коефіцієнт зерномежової дифузії в  $j$  - ому шарі дво - та багат шарової плівки;

$\beta_j^{-1}$  - характерна глибина проникнення атомів домішок у  $j$  - й шар уздовж міжкристалітних меж.

Припускаючи, що закон дисперсії квадратичний та ізотропний у кожному шарі ДП і БП, та виконавши інтегрування по поверхні Фермі у формулі (5.4) з урахуванням формул (5.60) і (5.61), можна показати, що їх провідність в умовах взаємної зерномежової дифузії буде визначатися виразом (5.38), у якому розмірна функція  $\Phi_j(t_D)$  дорівнює

$$\Phi_j(t_D) = \frac{k_j^2}{a} \left\langle \left\langle \frac{G_{bj}(t_D) H_j^2}{z^2 (1 - E_{bj})} \right\rangle \right\rangle, \quad (5.62)$$

$$E_{bj} = \exp\left\{-\frac{k_j H_j}{z}\right\}, \quad H_j = 1 + \frac{\alpha_{0j}}{\cos(\varphi) \sqrt{1 - z^2}},$$

де подвійні кутові дужки та числовий множник  $a$  визначені формулами (3.16) та (2.25). Функції  $G_{bj}(t_D)$  визначені за формулами (5.40) та (5.41), у яких потрібно зробити заміну  $E_j \rightarrow E_{bj}$ , а в інтегралах  $J_j$ ,  $J_{0j}$  та  $J_{dj}$   $W_{lj}(x) \rightarrow W_{bj}(x)$ :

$$W_{bj}(x) = \exp \left\{ -\frac{k_j(H_j - 1)}{z} \left[ 1 - x + \frac{\sqrt[4]{t_{bj}}}{R_{0j}} \ln \left( \frac{1 - \frac{\gamma_{bj} C_{0j}}{1 - R_{0j}} \exp \left( -\frac{1}{\sqrt[4]{t_{bj}}} \right)}{1 - \frac{\gamma_{bj} C_{0j}}{1 - R_{0j}} \exp \left( -\frac{x}{\sqrt[4]{t_{bj}}} \right)} \right) \right] \right\},$$

$$t_{bj} = \frac{\pi \delta_j^2 D_{bj}^2}{4 d_j^4 D_{lj}} t_D, \quad (5.63)$$

де  $W_{bj}(x)$  визначає ймовірність того, що носії заряду пройдуть відрізок шляху  $[x, 1]$ , не розсіявшись на міжкристалітних межах, уздовж яких мігрують атоми домішок.

До дифузійного відпалювання ( $t_D = 0$ ) атоми дифузанта в міжкристалітних межах відсутні ( $C_{bj}(x, t_D) = 0$ ), і провідність дво - та багат шарової плівок з полікристалічною структурою буде визначатися за формулою (3.30), у якій розмірні функції та їх асимптотичні наближення визначаються формулами (3.12) - (3.24).

При невеликому часі дифузійного відпалювання ( $\beta_j^{-1} \ll d_j$ ) інтеграли у формулі (5.38), у якій розмірна функція  $\Phi_j(t_D)$  визначена за формулою (5.62), можна розрахувати асимптотично при ( $d_j l_j^{-1} \rightarrow \infty$ ) й отримати такі вирази для провідності двошарової та багат шарової плівок, які складаються з товстих полікристалічних шарів металу [244,245]:

$$\sigma(t_D) \cong \sum_{j=1}^2 \frac{d_j \sigma_{0j}}{d} \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{3\alpha_{0j}}{2} \left[ 1 + \frac{\ln \left[ 1 + \gamma_{bj} C_{0j} \frac{1 - e^{-\beta_j d_j}}{1 - R_{0j} - \gamma_{bj} C_{0j}} \right]}{R_{0j} \beta_j d_j} \right], \alpha_{0j} \ll 1, \\ \frac{3}{4\alpha_{0j}} \left[ 1 + \frac{\ln \left[ 1 - \gamma_{bj} C_{0j} \frac{1 - e^{-\beta_j d_j}}{R_{0j} + \gamma_{bj} C_{0j}} \right]}{(1 - R_{0j}) \beta_j d_j} \right], \alpha_{0j} \gg 1. \end{array} \right. \quad (5.64)$$

Асимптотичні формули (5.64) дозволяють знайти зміну провідності,  $\Delta\sigma = \sigma(0) - \sigma(t_D)$  дво - та багат шарового зразків, яка обумовлена дифузійним відпалюванням:

$$\Delta\sigma = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 \sigma_{0j} \beta_j^{-1} \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} \alpha_{0j} \left[ R_{0j} \left( \frac{1 - R_{0j}}{\gamma_{bj} C_{0j}} - 1 \right) \right]^{-1}, \quad \alpha_{0j} \ll 1, \\ \frac{3}{4\alpha_{0j}} \left[ (1 - R_{0j}) \left( 1 + \frac{R_{0j}}{\gamma_{bj} C_{0j}} \right) \right]^{-1}, \quad \alpha_{0j} \gg 1. \end{array} \right. \quad (5.65)$$

У випадку, коли час дифузійного відпалювання великий, можна скористатися згадуваним раніше наближенням середньої концентрації [325], у якому розподіл атомів домішок у межах зерен не залежить від координати і дорівнює

$$\bar{C}_{bj}(t_D) = C_{0j} \sqrt[4]{t_{bj}} \left\{ 1 - \exp \left( - \frac{1}{\sqrt[4]{t_{bj}}} \right) \right\},$$

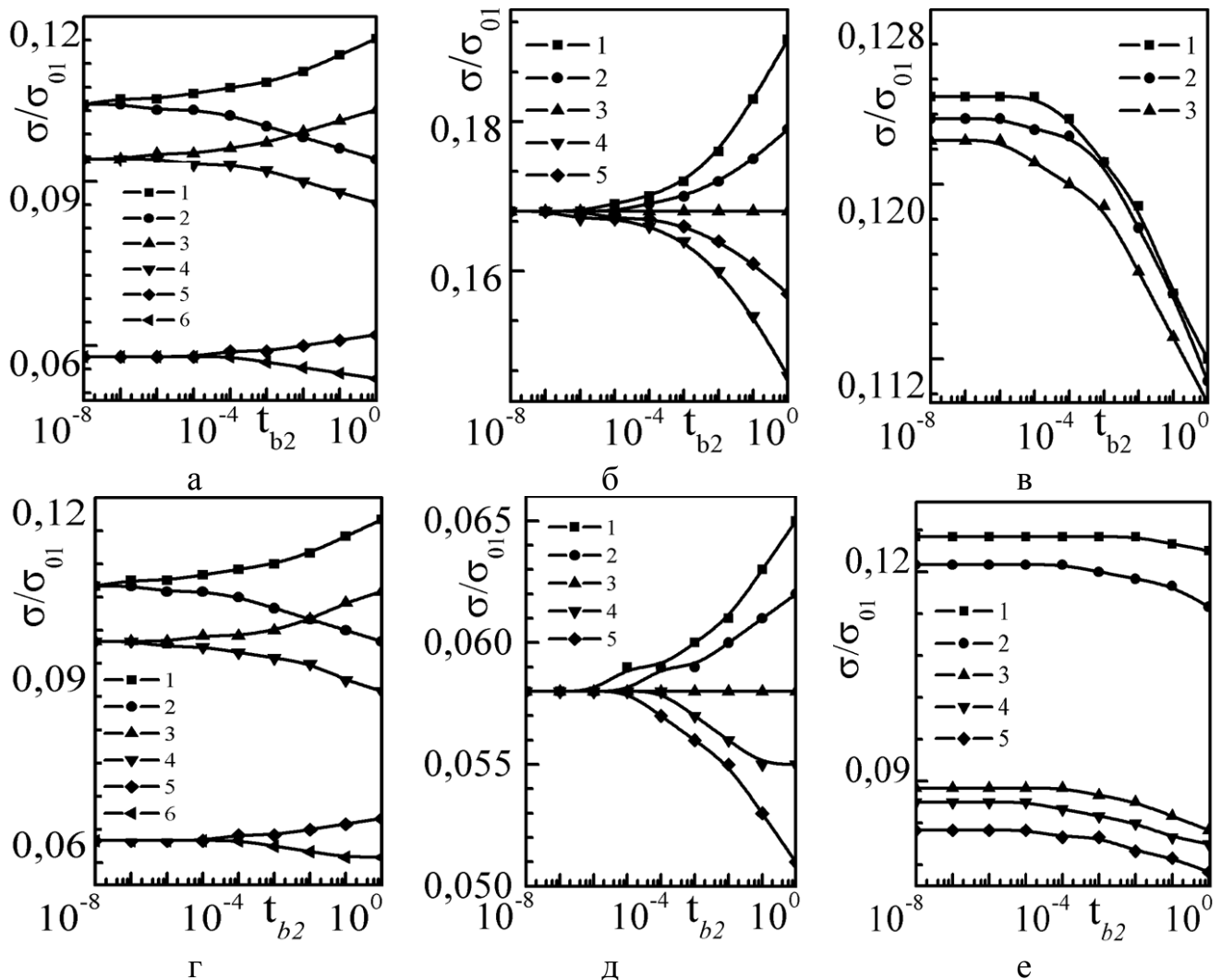


Рис. 5.12. Залежності провідності ДП (а - в) та мультишару (г- е) полікристалічної плівки від часу дифузійного відпалювання  $t_{b2}$  при таких значеннях параметрів:

а)  $A_1 = 1300$ ,  $A_2 = 1500$ ,  $d_{1,2} = 0,1$ ,  $k_2 = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 0,5$ ,  $\alpha_j = 3$ : 1 -  $k_2 = 10$ ,  $\gamma_j = -0,5$ , 2 -  $k_2 = 10$ ,  $\gamma_j = 0,5$ , 3 -  $k_2 = 1$ ,  $\gamma_j = -0,5$ , 4 -  $k_2 = 1$ ,  $\gamma_j = 0,5$ , 5 -  $k_2 = 0,1$ ,  $\gamma_j = -0,5$ , 6 -  $k_2 = 0,1$ ,  $\gamma_j = 0,5$ ;

б)  $A_1 = 1300$ ,  $A_2 = 1500$ ,  $d_{1,2} = 0,1$ ,  $k_2 = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 0,5$ ,  $\alpha_j = 3$ : 1 -  $\gamma_j = -1,0$ , 2 -  $\gamma_j = -0,5$ , 3 -  $\gamma_j = 0,0$ , 4 -  $\gamma_j = 1,0$ , 5 -  $\gamma_j = 1,0$ ;

в)  $A_j = 1500$ ,  $d_{1,2} = 0,1$ ,  $k_2 = 1,0$ ,  $l_{2,1} = 1,0$ ,  $\gamma_j = 0,5$ ,  $\alpha_j = 5$ : 1 -  $d_{1,2} = 0,01$ , 2 -  $d_{1,2} = 0,1$ , 3 -  $d_{1,2} = 1$ ;

г)  $d_{1,2} = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 0,5$ ,  $\alpha_j = 3$ : 1 -  $k_2 = 10$ ,  $\gamma_j = -0,5$ , 2 -  $k_2 = 10$ ,  $\gamma_j = 0,5$ , 3 -  $k_2 = 1$ ,  $\gamma_j = -0,5$ , 4 -  $k_2 = 1$ ,  $\gamma_j = 0,5$ , 6 -  $k_2 = 0,1$ ,  $\gamma_j = -0,5$ ;

д)  $d_{1,2} = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 0,5$ ,  $\alpha_j = 3$ ,  $k_2 = 0,1$ : 1 -  $\gamma_{bj} = -1$ , 2 -  $\gamma_{bj} = -0,5$ , 3 -  $\gamma_{bj} = 0,0$ , 4 -  $\gamma_{bj} = 0,5$ , 5 -  $\gamma_{bj} = 1,0$ ;

е)  $k_2 = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 0,5$ ,  $\alpha_j = 5$ : 1 -  $d_{1,2} = 50$ , 2 -  $d_{1,2} = 10$ , 3 -  $d_{1,2} = 5$ , 4 -  $d_{1,2} = 1$ , 5 -  $d_{1,2} = 0,1$



Це спрощення дозволяє виконати інтегрування по координаті в (5.38) і показати, що провідність ДП та БП буде визначатися за формулою (3.42) з урахуванням таких заміни:  $\sigma \rightarrow \bar{\sigma}(t_D)$ ,  $\Phi_j \rightarrow \bar{\Phi}_j(t_D)$ . Загальна та асимптотичні формули для розмірної функції  $\bar{\Phi}_j(t_D)$  даються формулами (3.12) - (3.24), у яких потрібно зробити такі заміни:

$$\Phi_j \rightarrow \bar{\Phi}_j(t_D), T(\alpha_j) \rightarrow \bar{T}(\bar{\alpha}_{0j}), \alpha_j \rightarrow \bar{\alpha}_j(t_D) = \alpha_{0j} \frac{1 + (\gamma_{bj}/R_{0j})\bar{C}_{bj}(t_D)}{1 - (\gamma_{bj}/(1-R_{0j}))\bar{C}_{bj}(t_D)}. \quad (5.66)$$

При довільному співвідношенні між величинами  $\beta_j^{-1}$  та  $d_j$  аналіз експериментальних даних може бути здійснений на основі чисельного розрахунку за формулою (5.38), у якій розмірна функція визначена виразом (5.62).

На рис. 5.12. наведені отримані чисельним розрахунком криві, що описують зміну провідності дво - та багат шарової полікристалічної плівок в умовах взаємної зерномежової дифузії залежно від часу дифузійного відпалювання при різних значеннях параметрів задачі ( $q_j = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,3$ ,  $Q_{jn} = 0,2$ ,  $C_{0j} = 0,1$ ,  $D_{l2,1} = 0,1$ ,  $R_{0j} = 0,5$ ). Вони показують, що характер поведінки провідності багат шарових зразків зі зміною часу дифузійного відпалювання суттєво залежить від знака параметра задачі  $\gamma_{bj}$ . Якщо процес зерномежової дифузії супроводжується утворенням у межах зерен твердих розчинів, то це призводить до збільшення зерномежового параметра, і, відповідно, провідність зменшується зі збільшенням часу відпалу. Якщо ж проникнення атомів домішок у межі зерен супроводжується релаксацією полів пружності, що призводить до зменшення ймовірності дифузійного розсіяння носіїв заряду на межах зерен і, відповідно до збільшення провідності зразків зі збільшенням часу дифузійного відпалювання.

## Висновки до розділу 5

У даному розділі наведені результати теоретичного аналізу впливу дифундуючих атомів домішок в об'єм тонкої плівки на її питомий опір та магнітоопір, а також виконаний аналіз впливу взаємної дифузії на провідність дво- та багатошарової плівок з моно - і полікристалічною структурами, та показано:

- експериментальне дослідження зміни величини транспортних характеристик у результаті дифузійного відпалювання дозволяє вивчити процес об'ємної та зерномежової дифузії, визначити величину проникнення атомів домішок в об'єм зразка та визначити коефіцієнти об'ємної та зерномежової дифузії;
- при невеликому часі відпалювання, знаючи зміну, зокрема, провідності у результаті відпалу, можна розрахувати за отриманими модельними формулами коефіцієнти об'ємної та зерномежової дифузії;
- при збільшенні часу відпалювання глибина проникнення атомів домішок в об'єм плівки визначається її товщиною, і визначення зазначених коефіцієнтів зводиться до знаходження такого мінімального часу відпалу, за якого при подальшому відпалюванні транспортні характеристики провідника не змінюються;
- при подальшому відпалюванні розподіл атомів домішок стає практично однорідним за товщиною, що дозволяє знайти зв'язок між коефіцієнтом об'ємної дифузії та ефективною довжиною вільного пробігу, а також зв'язок між коефіцієнтом зерномежової дифузії та ефективним зерномежовим параметром, що дозволяє також визначити зазначені коефіцієнти дифузії;
- взаємна об'ємна дифузія у дво - та багатошарових плівках зменшує їх провідні властивості, в той час як дифузія уздовж меж зерен може як зменшувати так і збільшувати провідність зазначених провідників залежно від впливу атомів дифузанта на характер розсіяння межами зерен носіїв заряду.

## РОЗДІЛ 6

### РОЗМІРНИЙ ОСЦИЛЯЦІЙНИЙ АКУСТОЕЛЕКТРОННИЙ ЕФЕКТ У МЕТАЛАХ

Широке використання металевих плівок в акустoeлектроніці та пов'язана з цим проблема мініатюризації акустoeлектронних приладів визначають постійний інтерес до вивчення акустoeлектронних явищ у зразках, товщина  $d$  яких сумірна з довжиною вільного пробігу електронів  $l$  у них. З іншого боку, вимірювання декременту згасання акустичної хвилі при її різній поляризації стосовно межі зразка дозволяє отримати докладну інформацію щодо характеру взаємодії електронів з межами тонкого шару металу (див. літ. огляд [331] та цитовану там літературу). Однак у цих роботах (які зазначені в огляді) основна увага була зосереджена на дослідженні магнітоакустичних ефектів, що містять докладну інформацію про електронний енергетичний спектр і поверхневі релаксаційні процеси у тонких зразках. Дослідження поглинання енергії звукової хвилі у шарах металу за відсутності магнітного поля містить не менш докладну інформацію про процеси межового та інтерфейсного розсіяння носіїв заряду і про параметри електронного перенесення в одно - та багат шарових плівкових системах.

У даному розділі теоретично досліджене електронне поглинання енергії поздовжньої звукової хвилі як у випадку плоскопаралельного шару нормального металу, так і у випадку дво - та багат шарових плівок. Розглянуті ситуації, коли акустична хвиля поширюється або уздовж поверхні зразка, або по нормалі до його площини при довільних співвідношеннях між товщиною плівки (або шарів, що утворюють багат шарову структуру) і довжиною вільного пробігу електронів  $l$ . У рамках моделей, які описані нижче, отримані як точні, так і асимптотичні вирази для величини декременту згасання звуку для товстих і тонких зразків в областях слабкої ( $kl \ll 1$ ) та сильної ( $kl \gg 1$ ) просторової дисперсії, де  $k$  - хвильове число. Досліджено вплив дифундуючих атомів домішок в об'єм плівки на осциляційну залежність декременту згасання,

а також досліджено акустичний аналог ефекту гігантського магнітоопору в багатошарових плівкових системах. Проведений докладний чисельний розрахунок коефіцієнта згасання звуку для широкого інтервалу товщини шарів металу при різних значеннях параметрів, які характеризують об'ємну, інтерфейсну та межову релаксацію носіїв заряду.

## 6.1. Розмірний осциляційний акустoeлектронний ефект в одношарових металевих плівках

### 6.1.1. Постановка задачі та розв'язання кінетичного рівняння

У металах при температурі нижче за дебаєвську, основними механізмами електронного поглинання енергії звукової хвилі є джоулеві втрати (індукційний механізм) [332], які зв'язані з електричним полем, що виникає у зразку внаслідок неоднорідності деформації у полі звукової хвилі, та деформаційне поглинання [332, 333], що обумовлене перенормуванням енергії електронів у деформованій звуковою хвилею кристалічній ґратці. У лінійному наближенні за ступенями тензора деформації, тобто коли амплітуда звукової хвилі відносно мала, добавка до незбуреної енергії носіїв заряду  $\varepsilon_0(\mathbf{p})$  пропорційна тензору

деформації  $u_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)$  [332]:

$$\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \varepsilon_0(\mathbf{p}) + \lambda_{ik}(\mathbf{p}) u_{ik}(\mathbf{r}, t),$$

де  $\lambda_{ik}$  - деформаційний потенціал, компоненти якого сумірні з характерною енергією електронної підсистеми зразка, тобто з енергією Фермі електронів  $\varepsilon_F$  у не деформованому звуковою хвилею металі.

Унаслідок кінцевості швидкості поширення деформації у звуковій хвилі ця добавка залежить від часу, функція розподілу носіїв заряду відхиляється від рівноважної, що і призводить до дисипації енергії акустичної хвилі у металі.

Коефіцієнтом поглинання монохроматичної звукової хвилі з частотою  $\omega = S k$  ( $S$  - швидкість звуку,  $\omega$  - його частота) називають декремент згасання її амплітуди з відстанню  $x$  від поверхні  $x_s = 0$ , поблизу якої збуджується поздовжня звукова хвиля:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(0) \exp(i(k - \Gamma)x - i\omega t), \quad (6.1)$$

де  $\mathbf{u}$  - вектор зміщення середовища у точці  $\mathbf{r}$ ;

$\mathbf{u}(0)$  - його амплітудне значення.

Величина  $\Gamma$  у формулі (6.1) визначає коефіцієнт поглинання енергії звукової хвилі й дорівнює

$$\Gamma = \frac{1}{dW} \operatorname{Re} \int_0^d dx \langle g^*(\mathbf{p}) f(x, \mathbf{p}) \rangle_{S_r}. \quad (6.2)$$

Тут  $W = \rho S |\dot{\mathbf{u}}(0)|^2 / 2$  - густина потоку звукової енергії;

$\rho$  - густина металу;

$|\dot{\mathbf{u}}(0)|$  - швидкість переміщення атомів металу під дією акустичної хвилі;

крапка означає похідну за часом;

кутовими дужками  $\langle \dots \rangle_{S_r}$  позначено інтегрування по поверхні Фермі;

знак “\*” означає комплексне спряження.

Для того, щоб розрахувати коефіцієнт електронного поглинання (6.2) енергії поздовжньої звукової хвилі, необхідно розв’язати лінеаризоване за малим тензором деформації  $u_{ik}$  кінетичне рівняння Больцмана для функції розподілу носіїв заряду

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f_0(\varepsilon) - \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{p}) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)},$$

яке у  $\tau$  - наближенні для інтеграла зіткнення має вигляд

$$\mathbf{v} \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{r}} + \{\nu + i(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega)\} \Psi = \Lambda_{ik}(\mathbf{p}) \dot{u}_{ik} + e \mathbf{v} \mathbf{E} \equiv g_s(\mathbf{p}), \quad (6.3)$$

де  $\nu = 1/\tau$  - частота об'ємних зіткнень носіїв заряду з розсіювачами;

$\Lambda_{ik}$  - відмінність деформаційного потенціалу  $\lambda_{ik}$  від його середнього значення на поверхні Фермі, що описує локальну зміну закону дисперсії електронів у полі звукової хвилі.

Множник  $e \mathbf{v} \mathbf{E}$  у правій частині кінетичного рівняння (6.3) описує взаємодію носіїв заряду з електричним полем напруженості  $\mathbf{E}$ , що виникає у результаті перерозподілу електронів у металі під впливом акустичної хвилі. Це поле може бути знайдене зі спільного розв'язку кінетичного рівняння Больцмана та рівнянь Максвела [332]. Однак у розглянутому нижче випадку поздовжньої звукової хвилі, як показано у роботі [334], врахування електричного поля не змінює порядку величини коефіцієнта згасання, і тому надалі обмежимося лише деформаційним доданком у правій частині рівняння кінетичного (6.3).

Загальним розв'язком кінетичного рівняння (6.3) є функція

$$\Psi(x, \mathbf{p}) = F \exp\left\{-\frac{\nu + i(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega)}{\nu_x}(x - x_s)\right\} + \frac{1}{\nu_x} \int_{x_s}^x dx' g_s(\mathbf{p}) \exp\left\{-\frac{\nu + i(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega)}{\nu_x}(x - x')\right\}, \quad (6.4)$$

де  $x_s = (0, d)$  - координата розсіяння електрона межею зразка, яка містить довільну функцію  $F$ , яку необхідно визначити за допомогою граничних умов.

За відсутності магнітного поля декремент згасання амплітуди звукової хвилі слабо чутливий до вигляду закону дисперсії, і саме з цієї причини скористаємося квадратичним та ізотропним законом дисперсії для носіїв заряду. У цьому разі перенормування хімічного потенціалу електронів після взаємодії з межами зразка відсутнє [260] і граничні умови для функції розподілу  $\Psi(x, \mathbf{p})$  (6.4), що дозволяють знайти  $F$ , мають вигляд [161, 169]

$$\Psi^{s_j}((j-1)d, \mathbf{p}) = q_j \Psi^{s_n}((j-1)d, \mathbf{p}'), \quad j \neq n = 1, 2.$$

Тут  $q_j$  - імовірність дзеркального розсіяння електронів зі збереженням енергії і тангенційної стосовно поверхні компоненти квазіімпульсу й у рамках моделі Фукса - Зондгаймера [161, 162] є параметром задачі, в той час, як у наближенні Фальковського [166, 167], величина  $q_j$  є функцією кута падіння носія заряду на поверхню зразка і визначена за формулою (5.16);

імпульси  $\mathbf{p}$  і  $\mathbf{p}'$  зв'язані між собою умовами дзеркального відбиття носіїв заряду межами шару металу;

$s_j = \pm$  і вказує знак нормальної до зовнішньої межі складової швидкості електронів.

Підставляючи функцію  $\Psi(x, \mathbf{p})$  у вигляді (6.4) у граничну умову, одержимо систему лінійних алгебраїчних рівнянь, що дозволяють знайти функцію  $F$ . Знаючи функцію розподілу носіїв заряду, можна розрахувати коефіцієнт поглинання енергії звукової хвилі  $\Gamma$  (6.2) при довільній поляризації хвильового вектора стосовно межі тонкого шару металу. Перейдемо до розв'язання поставленої задачі за умови, що звукова хвиля поширюється уздовж нормалі до межі зразка.

### 6.1.2. Поглинання енергії звукової хвилі у тонкій плівці, яка поширюється по нормалі до її межі

Розглянемо згасання поздовжньої звукової хвилі, що поширюється по нормалі до монокристалічного шару металу  $\mathbf{k} = (k, 0, 0)$ . У результаті розрахунку одержимо такий вираз [335-338] для декременту згасання поздовжньої звукової хвилі у рамках моделей ФЗ ( $q_j = const$ ) [161, 162] та Фальковського ( $q_j = 1 - Q_j z$ ) [166-167]:

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 - \frac{kl}{t \operatorname{arctg}(kl)} \int_0^1 dz z G(z), \quad (6.5)$$

$$G(z) = \frac{2(1 - q_1 q_2) kl z \sin(kd) E + B_- - (kl z)^2 B_+}{(1 + (kl z)^2)^2 (1 - q_1 q_2 E^2)}, \quad E = \exp\left(-\frac{t}{z}\right), \quad t = \frac{d}{l}, \quad (6.6)$$

$$B_{\pm} = 1 \pm 0,5(q_1 + q_2) - (1 \pm q_1)(1 \pm q_2) \cos(kd) E + (q_1 q_2 \pm 0,5(q_1 + q_2)) E^2.$$

Величина  $\Gamma_0$  у формулі (6.5) визначає коефіцієнт поглинання звукової енергії у безмежовому металі й дорівнює [332]

$$\Gamma_0 = \frac{8\pi p_F^2 g g^*}{W h^3 k v_F^2} \operatorname{arctg}(kl) \approx \begin{cases} \omega^2 \tau, & kl \ll 1, \\ \omega S / v_F, & kl \gg 1, \end{cases} \quad (6.7)$$

де  $p_F$  і  $v_F$  - імпульс і швидкість носіїв заряду на поверхні Фермі.

Оскільки швидкість носіїв заряду на поверхні Фермі значно більша, ніж швидкість звуку, розподіл фаз звукової хвилі у зразку можна вважати майже статичним ( $kl \ll v_F / S$ ), то у формулі (6.5) не виписані несуттєві множники, які пропорційні  $\omega \tau \ll 1$  (зауважимо, що при розгляді акустоелектронного



ефекту у двошаровій та багатошаровій плівках також скористаємося цим наближенням).

Формула (6.5), в принципі, повністю розв'язує поставлену задачу і визначає залежність коефіцієнта поглинання звуку від товщини тонкого шару металу (розмірний акустоелектронний ефект у металі) при довільних значеннях параметрів дзеркальності  $q_j$  та параметра  $kl$ . Інтеграл, що входить у формулу (6.5), не можна виразити через елементарні функції. Тому подальший аналіз зміни декременту згасання звукової енергії зі зміною товщини зразка і частоти акустичної хвилі можливий лише на основі чисельних розрахунків. Однак для великих і малих значеннях параметрів  $t$  і  $kl$  для коефіцієнта поглинання звуку можна отримати досить прості аналітичні вирази, що значно спрощує порівняння теоретичних результатів з експериментальними.

Якщо товщина шару металу  $d$  значно більша за довжину вільного пробігу електронів  $l$  ( $t \gg 1$ ), експоненти у підінтегральному виразі (6.5) малі і ними можна знехтувати. Виконавши інтегрування по  $z$ , для коефіцієнта поглинання звуку можна отримати такий вираз, що виконується для довільних значень параметрів  $q_j$ ,  $Q_j$  та  $kl$  (зауважимо, що формули, у які входять параметри  $Q_j$ , визначають коефіцієнт поглинання у рамках моделі Фальковського):

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = \begin{cases} 1 - \frac{kl}{\operatorname{arctg}(kl)} \frac{l}{d} \left\{ \frac{1}{1+k^2l^2} - \frac{2+q_1+q_2}{4k^2l^2} \ln(1+k^2l^2) \right\}, \\ 1 - \frac{kl}{\operatorname{arctg}(kl)} \frac{l}{d} \left\{ \frac{1}{1+k^2l^2} - \frac{1}{k^2l^2} \ln(1+k^2l^2) + \frac{Q_1+Q_2}{2\kappa^2l^2} \left( 1 - \frac{1}{kl} \operatorname{arctg}(kl) \right) \right\}. \end{cases} \quad (6.8)$$

В області слабкої просторової дисперсії  $kl \ll 1$  коефіцієнт поглинання звукової енергії визначається внеском усіх електронів на ПФ, а його величина для товстого ( $d \gg l$ ) шару металу у рамках моделі Фальковського, яка

враховує внесок в ефект лише ковзних уздовж поверхонь зразка електронів, дорівнює

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 - \frac{l}{6d} \left\{ Q_1 + Q_2 - 3 \left( 1 + \frac{4}{45} (Q_1 + Q_2) \right) k^2 l^2 \right\}, \quad kl \ll 1. \quad (6.9)$$

Звідси випливає, що при виконанні нерівності  $(Q_1 + Q_2) < 3k^2 l^2$  (другим доданком у круглих дужках формули (6.9) ми знехтували), що відповідає ситуації майже дзеркальних меж зразка, величина  $\Gamma > \Gamma_0$ , оскільки дзеркальні відбиття збільшують ефективну довжину вільного пробігу носіїв заряду, на якій вони поглинають звукову енергію. При виконанні протилежної нерівності  $(Q_1 + Q_2) > 3k^2 l^2$   $\Gamma < \Gamma_0$  внаслідок зменшення ефективної ДВП електронів. Якщо ж  $(Q_1 + Q_2) = 3k^2 l^2$ , то коефіцієнти поглинання звукової енергії у шарі металу кінцевої товщини і в безмежовому зразку збігаються.

До подібних висновків доходимо, аналізуючи ефект у рамках моделі ФЗ. В області слабкої просторової дисперсії величина коефіцієнта згасання у зазначеній моделі, яка враховує внесок в ефект не лише ковзних електронів, а й носіїв заряду, які рухаються під великими кутами до меж зразка, дорівнює

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 - \frac{l}{4d} \left[ 2 - q_1 - q_2 - \frac{14 - q_1 - q_2}{6} k^2 l^2 \right], \quad kl \ll 1. \quad (6.10)$$

Звідси неважко помітити, що величина коефіцієнта поглинання звукової енергії  $\Gamma$  для шару металу кінцевої товщини може бути як менша, так і більша у порівнянні з коефіцієнтом поглинання звуку  $\Gamma_0$  у безмежовому металі, залежно від знака нерівності між параметром задачі  $kl$  та ефективним параметром дифузності  $q^*$ , який дорівнює

$$q^* = 1 - \frac{q_1 + q_2}{2}, \quad (6.11)$$

і, відповідно, формулу (6.10) з урахуванням формули (6.11) наближено можна записати у вигляді

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 - \frac{l}{2d} \{q^* - k^2 l^2\}. \quad (6.12)$$

Звідси випливає, що при виконанні нерівності  $q^* > k^2 l^2$  поглинання звуку в шарі металу кінцевої товщини завжди менше ніж у безмежовому металі, оскільки основний внесок в ефект дають носії заряду, які рухаються під великими кутами до меж зразка і розсіюються ними. Розсіяння електронів на зовнішніх поверхнях плівки ефективно зменшує площу поперечного перерізу пластини на величину приповерхневого шару товщиною порядку  $l_0$ , в якій і відбуваються процеси зіткнення електронів із зовнішніми межами зразка. Іншими словами, внаслідок розсіяння електронів шар металу стає ефективно тоншим і, відповідно, зменшується відносне число електронів, що ефективно взаємодіють зі звуковою хвилею, що і призводить до зменшення коефіцієнта поглинання звуку.

При виконанні протилежної нерівності  $q^* < k^2 l^2$  (що відповідає ситуації майже дзеркальних меж) величина  $\Gamma$  у товстому шарі металу завжди більша ніж у безмежовому металі, оскільки наявність дзеркальних меж призводить до збільшення довжини вільного пробігу носіїв заряду, на якій електрони ефективно взаємодіють із звуковою хвилею, і відповідно, до збільшення величини  $\Gamma$ . У цій ситуації, як і у випадку моделі Фальковського, ефект обумовлений ковзними носіями заряду, а для граничного випадку дзеркальних зовнішніх меж ( $q_j = 1, Q_j = 0$ ) значення коефіцієнтів згасання у зазначених моделях збігаються.

Якщо ж ефективний параметр  $q^* \cong k^2 l^2$ , то коефіцієнт  $\Gamma$  за порядком величини збігається зі своїм значенням у товстому зразку, тобто дорівнює  $\Gamma_0$ , який визначений за формулою (6.7).

В області сильної просторової дисперсії  $kl \gg 1$  поглинання звукової енергії визначається електронами, що знаходяться на поверхні Фермі у вузькому пояску поблизу її екстремального перетину площиною, яка перпендикулярна хвильовому вектору  $\mathbf{k}$  [332]. Ефективні електрони на довжині вільного пробігу будуть рухатися у площині сталої фази звукової хвилі під кутом до вектора  $\mathbf{k}$ , близьким до  $\pi/2$  (напрямок руху цих носіїв заряду становить з площиною сталої фази кут порядку  $S/v_F$  [332]), і декремент згасання звукової хвилі в області коротких довжин хвиль дорівнює:

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = \begin{cases} 1 + \frac{2 + q_1 + q_2}{\pi k d} \ln(kl), & kl \gg 1, \\ 1 + \frac{4}{\pi k d} \ln(kl) - \frac{2 + Q_1 + Q_2}{\pi k d}, & kl \gg 1. \end{cases} \quad (6.13)$$

Збільшення величини  $\Gamma$  у порівнянні з  $\Gamma_0$  обумовлене врахуванням внеску у величину коефіцієнта поглинання звукової енергії носіїв заряду, що рухаються під малими кутами до поверхні пластини і взаємодіють з нею, оскільки саме логарифмічний фактор  $\ln(kl)$  визначає їхнє відносне число.

На рис. 6.1 а представлені залежності коефіцієнта поглинання звуку в товстому шарі металу від параметра  $kl$ , які розраховані у рамках моделі ФЗ за формулою (6.5). Отримані залежності показують, що зі збільшенням  $kl$  декремент згасання звукової хвилі збільшується і при виконанні умови  $kl \approx e$  ( $e$  - основа натурального логарифма) досягає свого максимального значення. Зі збільшенням дзеркальності меж зразка максимум функції  $\Gamma(kl)$  зміщується в область коротких довжин хвиль, а при подальшому зменшенні довжини

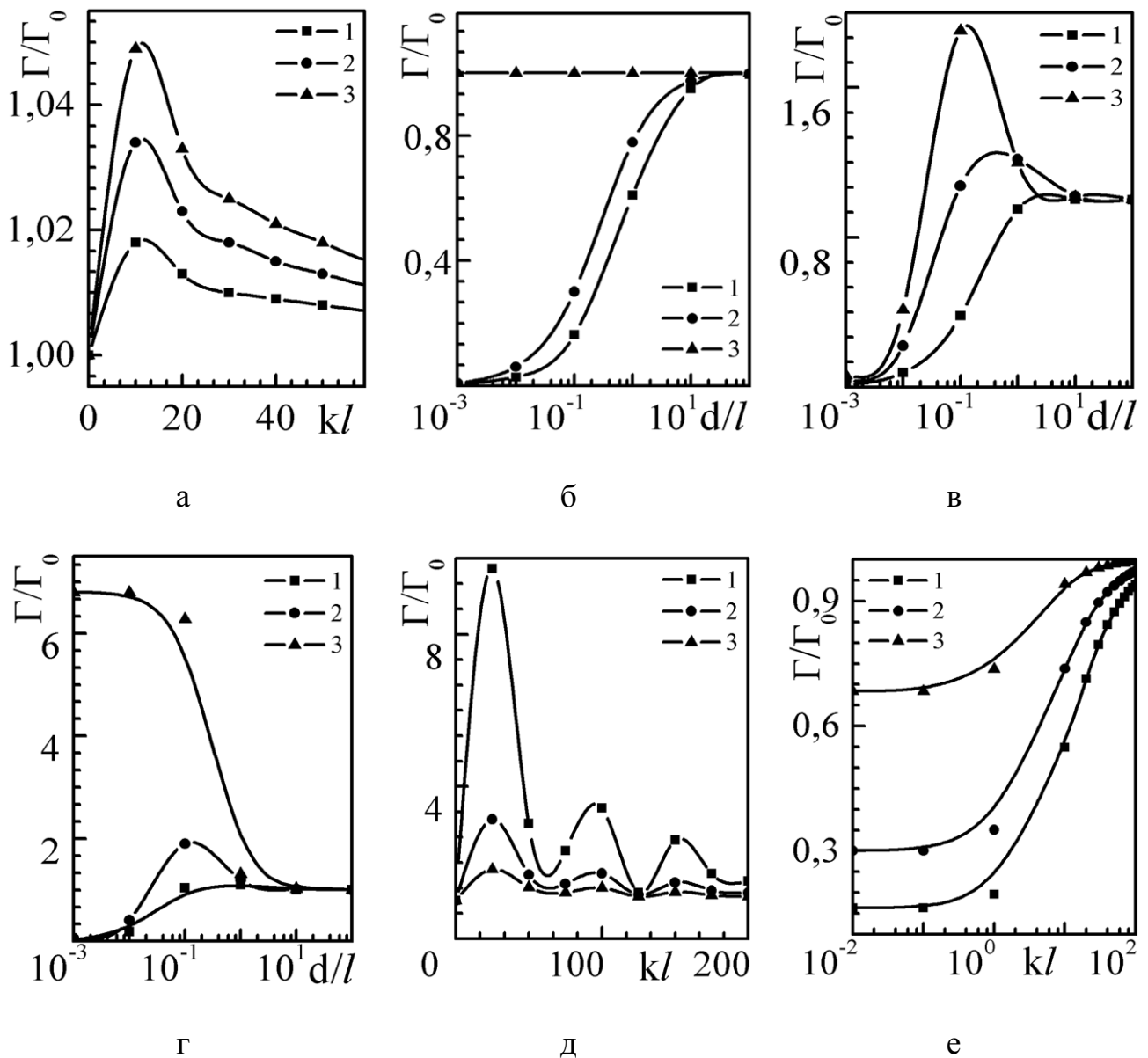


Рис. 6.1. Залежності коефіцієнта поглинання енергії звукової хвилі, яка поширюється по нормалі (а - д) та уздовж (е) поверхні шару металу від параметрів  $kl$  (а, д, е) та  $t = d/l$  (б, в, г) у рамках моделі ФЗ:

- а)  $t = 0,5$ : 1 -  $q_j = 0$ , 2 -  $q_1 = 0,3$ ,  $q_2 = 0,7$ , 3 -  $q_j = 1$ ;  
 б)  $kl = 0,1$ : 1 -  $q_j = 0$ ,  $q_1 = 0,3$ ,  $q_2 = 0,7$ , 3 -  $q_j = 1$ ;  
 в)  $q_1 = 0,3$ ,  $q_2 = 0,7$ : 1 -  $kl = 5$ , 2 -  $kl = 1$ , 3 -  $kl = 10$ ;  
 г)  $kl = 10$ : 1 -  $q_j = 0$ , 2 -  $q_1 = 0,3$ ,  $q_2 = 0,7$ , 3 -  $q_j = 1$ ;  
 д)  $t = 0,1$ : 1 -  $q_j = 1$ , 2 -  $q_1 = 0,3$ ,  $q_2 = 0,7$ , 3 -  $q_j = 0$ ;  
 е)  $t = 0,1$ : 1 -  $q_j = 0$ , 2 -  $q_1 = 0,3$ ,  $q_2 = 0,7$ , 3 -  $q_j = 0,9$

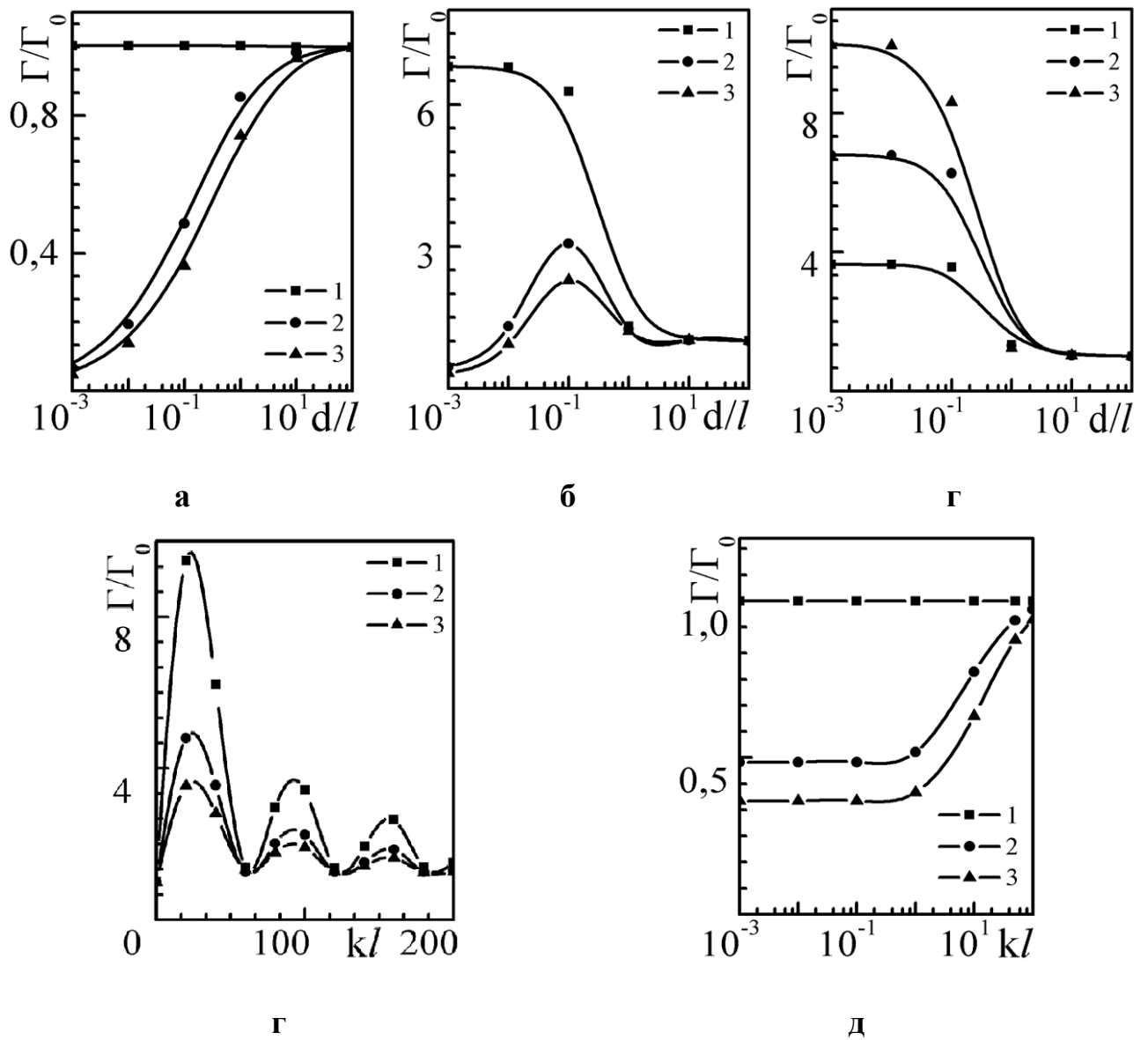


Рис. 6.2. Залежності коефіцієнта поглинання звуку, який поширюється уздовж нормалі до поверхні (а - г) та паралельно межі (д) тонкого шару металу від нормованої на довжину вільного пробігу електронів  $l$  товщини зразка  $t = d/l$  (а-в) і параметра  $kl$  (г, д) у рамках моделі Фальковського:

- а)  $kl = 0,1$ : 1 -  $Q_j = 0$ , 2 -  $Q_1 = 0,3$ ,  $Q_2 = 0,7$ , 3 -  $Q_j = 1,0$ ;  
 б)  $kl = 10$ : 1 -  $Q_j = 0$ , 2 -  $Q_1 = 0,3$ ,  $Q_2 = 0,7$ , 3 -  $Q_j = 1,0$ ;  
 в)  $Q_1 = 0,3$ ,  $Q_2 = 0,7$ : 1 -  $kl = 5$ , 2 -  $kl = 10$ , 3 -  $kl = 15$ ;  
 г)  $t = 0,1$ : 1 -  $Q_j = 0$ , 2 -  $Q_1 = 0,3$ ,  $Q_2 = 0,7$ , 3 -  $Q_j = 1,0$ ;  
 д)  $t = 0,1$ : 1 -  $Q_j = 0$ , 2 -  $Q_1 = 0,3$ ,  $Q_2 = 0,7$ , 3 -  $Q_j = 1,0$

акустичної хвилі декремент згасання акустичної хвилі зменшується і стає сумірним з  $\Gamma_0$ .

Розглянемо інший граничний випадок, коли шар металу є тонким ( $d \ll l$ ). Спочатку будемо вважати, що зовнішні межі тонкого шару дзеркальні ( $q_j = 1, Q_j = 0$ ). У цьому разі результати розрахунків коефіцієнта поглинання звукової енергії у рамках зазначених моделей збігаються і показують, що величина  $\Gamma$  в плівці завжди більша ніж у безмежовому зразку на всьому інтервалі зміни параметра  $kl$ , і дорівнює:

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 + \frac{2(1 - \cos(kd))}{kd \operatorname{arctg}(kl)} \frac{l}{d} \left\{ 1 + \frac{1}{2(1 + k^2 l^2)} - \frac{3}{2kl} \operatorname{arctg}(kl) \right\}. \quad (6.14)$$

Збільшення  $\Gamma$  у порівнянні з  $\Gamma_0$ , з одного боку, обумовлене тим, що дзеркальні межі тонкого зразка не змінюють відносного числа носіїв заряду, які ефективно взаємодіють зі звуковою хвилею (внесок у поглинання енергії звукової хвилі вносять усі електрони поблизу поверхні Фермі), з іншого боку - дзеркальні межі не руйнують синхронності руху електронів, і на всій довжині вільного пробігу вони поглинають енергію звукової хвилі.

В області слабкої просторової дисперсії ( $kl \ll 1$ ) відмінність  $\Gamma$  від  $\Gamma_0$  у рамках зазначених моделей незначна (рис. 6.1 б; крива 3; рис. 6.2 а, крива 1) і, як випливає з формули (6.14), дорівнює

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 + \frac{1}{5} k^4 l^4.$$

Для довільних значень параметрів  $q_j$  і  $Q_j$  величина коефіцієнта поглинання звуку істотно зменшується у порівнянні з  $\Gamma_0$  (рис. 6.1 б, криві 1,2; рис. 6.2 а, криві 2,3) і визначаються такими виразами (множниками порядку  $k^2 l^2$  ми знехтували):

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{(1+q_1)(1+q_2)}{1-q_1q_2} \frac{d}{l} \ln\left(\frac{l}{d}\right), & kl \ll 1, & (6.15 - a) \\ \frac{\pi}{2} \left\{ \frac{2d}{l(Q_1 + Q_2)} \right\}^{1/2}, & kl \ll 1. & (6.15 - б) \end{cases}$$

Звідси випливає, що вплив товщини шару металу на коефіцієнт поглинання зводиться до зміни числа електронів на поверхні Фермі, які ефективно взаємодіють зі звуковою хвилею і визначають величину згасання звукової енергії. У моделі ФЗ ефект обумовлений двома групами ефективних електронів (відповідальних за ефект, концепція “неефективності” Піпарда [262]): це носії заряду, які рухаються паралельно зовнішнім межах зразка і не стикаються з ними (їхнє відносне число у моделі ФЗ  $d/l$ ) і ковзними електронами, які рухаються під малими кутами до меж і взаємодіють з ними (відносне число таких електронів у моделі ФЗ визначається логарифмічним фактором  $\ln(kl)$ ). На відміну від моделі ФЗ модель Фальковського, як було зазначено вище, враховує внесок у коефіцієнт поглинання лише електронів, які рухаються під малими кутами до поверхні зразка і взаємодіють з нею (відносне число яких порядку  $(d/l)^{1/2}$ ). Тобто на відміну від логарифмічної залежності вказана модель передбачає кореневу залежність величини  $\Gamma$  від товщини.

В області сильної просторової дисперсії ( $kl \gg 1$ ,  $kd \ll 1$ ) внаслідок просторової локалізації електронів уздовж фронту звукової хвилі декремент згасання звуку збільшується у порівнянні з величиною  $\Gamma$ , яка вимірюється в області слабкої просторової дисперсії (рис. 6.1 в, г; рис. 6.2 б, в) і дорівнює



$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = \begin{cases} \frac{(1+q_1)(1+q_2)kd}{1-q_1q_2} \frac{1}{\pi} \ln\left(\frac{l}{d}\right), & kd \gg 1, \\ kd \left\{ \frac{2l}{d(Q_1+Q_2)} \right\}^{1/2}, & kd \gg 1. \end{cases} \quad (6.16 - a)$$

$$(6.16 - б)$$

Як впливає з формули (6.16 - а), у моделі ФЗ у  $kl$  разів збільшується число ефективних електронів, які рухаються паралельно межах плівки і не стикаються з ними (їх відносне число дорівнює  $kd = kl \frac{d}{l}$ ), а відносне число ковзних електронів залишається незмінним. В той же час у моделі Фальковського саме в  $kd$  разів збільшується відносне число ковзних носіїв заряду (формула (6.16 - б)).

З формули (6.16) також впливає, що зі зростанням дзеркальності зовнішніх меж тонкого шару металу величина  $\Gamma$  збільшується і досягає свого максимального значення, коли електрони дзеркальним чином взаємодіють з поверхнями зразка ( $q_j = 1, Q_j = 0$ ):

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = \frac{2}{\pi} kl.$$

Як було зазначено вище, це обумовлено тим, що за наявності дзеркальних меж у зразку коефіцієнт поглинання звуку визначається внеском усіх електронів поблизу поверхні Фермі, які ефективно взаємодіють зі звуковою хвилею на всій довжині вільного пробігу  $l$ .

При подальшому збільшенні хвильового вектора  $\mathbf{k}$ , так що  $kd \gg 1$ , внаслідок обмеження зразка за товщиною, коефіцієнт поглинання звуку стає осцилюючою функцією довжини хвилі (або товщини плівки) (рис. 6.1 д, рис. 6.2 г):

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = \begin{cases} 1 + \frac{(1+q_1)(1+q_2)}{1-q_1q_2} \frac{2(1-\cos(kd))}{\pi kd} \ln\left(\frac{l}{d}\right), & kd \gg 1, \\ 1 + \frac{2(1-\cos(kd))}{kd} \left\{ \frac{2l}{d(Q_1+Q_2)} \right\}^{1/2}, & kd \gg 1, \end{cases} \quad (6.17)$$

яка досягає свого максимального значення у випадку, коли зовнішні межі шару металу дзеркальним чином розсіюють електрони ( $q_j = 1, Q_j = 0$ ) і на товщині зразка  $d$  укладається непарне число півхвиль  $\lambda/2$ , тобто виконується рівність  $d = (2n + 1)\lambda/2$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ :

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 + \frac{8}{\pi k d} \frac{l}{d}.$$

Якщо ж на товщині шару  $d$  укладається парне число півхвиль, тобто  $d = 2n\lambda/2$ , то  $\Gamma = \Gamma_0$ , оскільки у цьому разі на товщині  $d$  плівки укладається однакова кількість областей стиснення і розтягування кристалічної ґратки металу й електрон при своєму русі на довжині вільного пробігу  $l$  то прискорюється, то гальмується. Відповідно носії заряду за час вільного пробігу не змінюють своєї енергії і не беруть участі у поглинанні звукової енергії. Зі зменшенням  $d/l$  амплітуда осциляцій збільшується, у той час як при збільшенні  $d/l$  вони вироджуються (рис. 6.1 а). Подібні осциляції декременту згасання звуку спостерігаються і у багат шарових структурах типу метал-діелектрик, які теоретично були розглянуті у роботі [239].

При виконанні нерівності  $kd \gg l/d$  амплітуда осциляцій коефіцієнта поглинання звуку швидко згасає, і його величина буде збігатися за порядком величини зі своїм значенням у масивному металі  $\Gamma_0$ .

Отримані вище асимптотичні формули (6.15) - (6.17) для величини  $\Gamma$  у рамках моделі ФЗ виконуються за умови, що виконується нерівність  $q_1q_2 \ll 1$ .

Вище зазначені співвідношення можна узагальнити і для довільних значень параметра дзеркальності  $q_j$ , включаючи і граничний випадок дзеркальних меж ( $q_j = 1$ ). Для цього у зазначених асимптотичних виразах (6.15) - (6.17) необхідно зробити таку заміну:

$$\ln\left(\frac{l}{d}\right) \rightarrow \ln\left(\frac{2q_1q_2}{1+q_1q_2} + \frac{1-q_1q_2}{1+q_1q_2} \frac{l}{d}\right).$$

Аналізуючи формули (6.15) - (6.17), які отримані у рамках моделі Фальковського, можна зробити висновок, що у такій моделі, як і у випадку провідності тонкої плівки [166, 167], ефект обумовлений ковзними носіями заряду, які розсіюються майже дзеркальним чином у межах ефективних кутів

$$\alpha = \begin{cases} \left[ \frac{2d}{l(Q_1 + Q_2)} \right]^{1/2}, & kl \ll 1, \\ \left[ \frac{2l}{d(Q_1 + Q_2)} \right]^{1/2}, & kl \gg 1, \end{cases}$$

і визначають величину коефіцієнта згасання звукової енергії у тонкому шарі металу.

### **6.1.3. Згасання акустичної хвилі, що поширюється уздовж поверхні тонкої плівки**

При поширенні поздовжньої звукової хвилі уздовж поверхні тонкого шару металу  $\mathbf{k} = (0, k, 0)$  величина коефіцієнта поглинання енергії звукової хвилі  $\Gamma$  буде визначатися таким виразом [335, 338]:

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 - \frac{kl}{\pi t \operatorname{arctg}(kl)} \operatorname{Re} \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^1 dz z \frac{1 - E^*(z, \varphi)}{H^2(z, \varphi)} \Phi(z, \varphi), \quad (6.18)$$

$$\Phi(z, \varphi) = \frac{2 - q_1 - q_2 + (q_1 + q_2 - 2q_1q_2)E^*(z, \varphi)}{1 - q_1q_2 E^{*2}(z, \varphi)},$$

$$H(z, \varphi) = 1 + ikl \cos(\varphi) \sqrt{1 - z^2}, \quad E^*(z, \varphi) = \exp(-t H(z, \varphi)/z),$$

де  $\Gamma_0$  - коефіцієнт поглинання звукової енергії у безмежовому металі, що визначений за формулою (6.7).

У випадку, коли межі тонкого шару дзеркальні, то, як випливає з формули (6.18), величина  $\Gamma$  збігається зі своїм значенням у масивному металі ( $\Gamma = \Gamma_0$ ). При довільних значеннях параметрів дзеркальності ( $0 < q_j < 1, 0 < Q_j < 1$ ) декремент згасання звуку  $\Gamma$  завжди менше  $\Gamma_0$ , а його числове значення визначається ступенем дзеркальності зовнішніх меж.

Якщо шар металу товстий ( $d \gg l$ ), то з формули (6.18) асимптотично можна отримати такі формули для коефіцієнта поглинання звуку в рамках моделей ФЗ та Фальковського відповідно:

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 - \frac{2 - q_1 - q_2}{2kl \operatorname{arctg}(kl)} \frac{l}{d} \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + k^2 l^2}} \right\} \cong \begin{cases} 1 - \frac{2 - q_1 - q_2}{4} \frac{l}{d} \left( 1 - \frac{5}{12} k^2 l^2 \right), & kl \ll 1, \\ 1 - \frac{2 - q_1 - q_2}{\pi kd}, & kl \gg 1, \end{cases} \quad (6.19)$$

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = \begin{cases} 1 - \frac{(Q_1 + Q_2)l}{6d} \left\{ 1 - \frac{4}{15} k^2 l^2 \right\}, & kl \ll 1, \\ 1 - \frac{2(Q_1 + Q_2)}{\pi kd}, & kl \gg 1. \end{cases} \quad (6.20)$$

Порівнюючи між собою формули (6.19) та (6.20), неважко помітити, що ці формули з точністю до числових множників збігаються і зменшення коефіцієнта поглинання енергії звукової хвилі у порівнянні з  $\Gamma_0$ , як впливає зі зазначених моделей, обумовлене дифузним характером розсіяння носіїв заряду межами зразка, що призводить до ефективного зменшення товщини плівки.

В іншому граничному випадку, а саме тонких шарів металу ( $d \ll l$ ,  $kd \ll 1$ ), коефіцієнт поглинання звуку у рамках моделі ФЗ для довільних значень параметрів  $q_j$  і  $kl$  визначається такими виразами:

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma}{\Gamma_0} &= \frac{1}{2} \frac{(1+q_1)(1+q_2)}{1-q_1q_2} \frac{kl}{\text{arctg}(kl)} \frac{d}{l} \ln\left(\frac{l}{d}\right) \cong \\ &\cong \frac{(1+q_1)(1+q_2)}{1-q_1q_2} \ln\left(\frac{l}{d}\right) \begin{cases} \frac{d}{2l} \left( 1 + \frac{1}{3} k^2 l^2 \right), & kl \ll 1, \\ \frac{kd}{\pi}, & kl \gg 1, kd \ll 1, \end{cases} \end{aligned} \quad (6.21)$$

і якщо знехтувати квадратичними множниками за параметром задачі  $kl$ , то асимптотичні формули (6.21) будуть збігатися з відповідними формулами (6.15) та (6.16). Аналогічний результат отримаємо й у рамках моделі Фальковського. Таким чином, у цій області частот при дифузному характері взаємодії носіїв заряду з межами зразка величина коефіцієнта поглинання практично не залежить від орієнтації хвильового вектора стосовно межі зразка, а його зменшення у порівнянні з  $\Gamma_0$  обумовлене зменшенням відносного числа ефективних електронів на поверхні Фермі.

При виконанні нерівності  $kd \gg 1$  зі звуковою хвилею ефективно взаємодіють електрони, які рухаються практично по нормалі до зовнішньої межі тонкого шару металу, і коефіцієнт поглинання звуку у рамках зазначених моделей наближено дорівнює

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = \frac{\pi}{kd} \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{(1+q_1)(1+q_2)}{1-q_1q_2} \ln\left(\frac{l}{d}\right), \\ \left\{ \frac{2l}{d(Q_1+Q_2)} \right\}^{1/2}. \end{cases} \quad (6.22)$$

При подальшому зменшенні довжини звукової хвилі декремент згасання звукової хвилі збільшується і стає сумірним з величиною  $\Gamma_0$  у рамках моделей ФЗ та Фальковського (рис. 6.1 е; рис. 6.2 д).

Порівняння отриманих асимптотичних виразів для коефіцієнта поглинання звуку, отриманих у рамках моделі ФЗ, і за припущення, що зовнішні межі пластини різним чином розсіюють електрони ( $q_1 \neq q_2$ ), з відповідними виразами отриманими за умови, що  $q_1 = q_2$ , показує, що незалежно від величини параметра  $kl$  й орієнтації хвильового вектора  $\mathbf{k}$ , параметр Фукса, як і у випадку провідності тонкої плівки [161] є ефективним параметром, значення якого дорівнює

$$q_{ef} = \begin{cases} \frac{1}{2}(q_1 + q_2), & d \gg l, \\ \frac{1}{2} - (q_1 + q_2) - \frac{(q_1 - q_2)^2}{2(2 + q_1 + q_2)}, & d \ll l. \end{cases}$$

Виконавши зазначену вище алгебраїчну процедуру для відповідних формул, отриманих у рамках моделі Фальковського, можна показати, що

незалежно від знака нерівності між товщиною плівки та довжиною вільного пробігу електронів та значення параметра  $kl$  ефективний параметр  $Q_{ef}$  буде визначатися такою формулою:

$$Q_{ef} = \frac{1}{2}(Q_1 + Q_2),$$

що обумовлено тим, що модель Фальковського враховує внесок в акустoeлектронний ефект лише ковзних уздовж межі носіїв заряду.

#### 6.1.4. Аналіз розмірного акустoeлектронного ефекту за допомогою концепції ефективного часу релаксації

Отримані вище результати для коефіцієнта поглинання звукової енергії у тонкій плівці шляхом точного розв'язання задачі можна отримати з наступних якісних міркувань. Розглянемо найбільш цікавий випадок, коли звукова хвиля поширюється по нормалі до зовнішньої межі плівки. У цьому випадку ефективний час вільного пробігу електрона в тонкому шарі металу з даною проекцією швидкості  $|v_x|$  дорівнює [335]

$$\tau_{ef} = \operatorname{Re} \frac{1}{d} \int_0^d dx \int_0^{x/v_x} dt \exp(-t(\nu + ik|v_x|)), \quad (6.23)$$

де  $k|v_x|$  - зворотний час життя електрона у полі звукової хвилі.

Отриманий після інтегрування формули (6.33) вираз

$$\tau_{ef} = \frac{l}{\nu_F + iklv_x} \left\{ 1 - \frac{l}{d} \frac{v_x}{\nu_F + iklv_x} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{d}{l} \frac{\nu_F}{v_x} - ikd\right) \right] \right\}$$

необхідно усереднити за усіма носіям заряду на поверхні Фермі (тобто за усіма значеннями  $|v_x|$  від 0 до  $v_F$ ), і врахувати, що  $\Gamma \cong \omega^2 \langle \tau_{ef} \rangle_{S_r}$ .

Виконавши необхідні перетворення для коефіцієнта поглинання енергії звукової хвилі, можна отримати такий вираз:

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 - \frac{kl}{\operatorname{arctg}(kl)} \frac{l}{d} \left\{ \frac{1}{1+k^2l^2} - \frac{1}{2k^2l^2} \ln(1+k^2l^2) \right\} - \frac{kl}{\operatorname{arctg}(kl)} \frac{l}{d} \int_0^1 dz \frac{z \exp(-t/z)}{(1+k^2l^2z^2)^2} \{klz \sin(kd) - \cos(kd)(1-k^2l^2z^2)\}. \quad (6.24)$$

З формули (6.24) з точністю до числових множників порядку одиниці можна отримати усі вищеотримані асимптотичні вирази для величини  $\Gamma$  для граничних значень параметрів  $d/l$  та  $kl$ , які отримані у рамках моделі ФЗ (див. пункт 6.1.2). Так, зокрема, з формули (6.24) неважко помітити, що у випадку коли шар металу товстий, то інтегральна частина виразу (6.24) дорівнює нулю і вона буде збігатися з виразом (6.8), у якому потрібно покласти  $q_j = 0$ .

Отже, незалежно від орієнтації хвильового вектора звуку  $\mathbf{k}$  стосовно зовнішньої межі зразка звукова енергія поздовжньої хвилі поглинається невеликою групою електронів на пояску  $v_x \approx 0$  поверхні Фермі. Відповідно зменшення  $\Gamma$  у порівнянні з  $\Gamma_0$ , у випадку недзеркальних меж, обумовлене зменшенням числа ефективних електронів, що взаємодіють зі звуковою хвилею. В області слабкої просторової дисперсії відносне число ефективних носіїв заряду порядку  $d/l$ . Зі збільшенням частоти звукової хвилі, тобто з переходом в область сильної просторової дисперсії, величина  $\Gamma$  зростає внаслідок збільшення в  $kl$  разів числа ефективних електронів, що взаємодіють зі звуковою хвилею (їхнє відносне число дорівнює  $kl \frac{d}{l} = kd$ ). Якщо ж зовнішні межі дзеркальні, то зі звуковою хвилею ефективно взаємодіють усі носії заряду



на поверхні Фермі, і, враховуючи, що дзеркальні зіткнення не руйнують синхронності руху електронів у полі звукової хвилі, величина  $\Gamma$  завжди задовольняє нерівність  $\Gamma \geq \Gamma_0$  для довільних значень параметра  $kl$  і довільної орієнтації хвильового вектора звуку стосовно зовнішньої поверхні шару металу.

Якщо звук поширюється уздовж нормалі до меж зразка, то внаслідок обмеження зразка за товщиною, величина  $\Gamma$  стає осцилюючою функцією товщини шару, амплітуда якої визначається ступенем дзеркальності зовнішніх меж плівки. Зі зростанням величини  $kl$  осциляції коефіцієнта поглинання звуку згасають і величина  $\Gamma$  стає сумірною з  $\Gamma_0$ .

#### **6.1.5. Вплив ультратонкого шару домішок на осциляційну залежність коефіцієнта поглинання звукової енергії у тонкому шарі металу**

У розділі 5 було показано, що транспортні коефіцієнти тонких плівок, які вкриті ультратонким шаром домішок, можуть істотно змінюватися внаслідок дифузійного відпалювання. Фізична причина таких змін лежить на поверхні: з одного боку, відпал викликає дифузію домішок углиб плівки і зразок стає ефективно тоншим, з іншого - наявність атомів дифузанта в об'ємі провідника призводить до зміни характеристик об'ємного розсіяння електронів. Разом з цим, як було показано, самі ці зміни дають змогу оцінити характер, особливості та масштаби дифузії домішок з поверхневого шару в об'єм зразка та визначити коефіцієнт дифузії за результатами відносно простих експериментальних досліджень. Ці характеристики, крім суто фундаментального інтересу, мають прикладне значення. Саме тому вважаємо цікавим розглянути ще одну ситуацію, а саме залежність коефіцієнта поглинання  $\Gamma(t_D)$  від часу дифузійного відпалювання  $t_D$  у тонкій монокристалічній пластині, на одну із меж якої нанесено ультратонкий шар домішок іншого металу, які можуть дифундувати в об'єм базового шару. У цьому випадку після дифузійного

відпалювання розсіяння ефективних електронів, які дають основний внесок в ефект, відбувається не на зовнішній поверхні зразка, а на домішках, що продифундували в об'єм плівки на глибину  $x_0$ :

$$x_0(t_D) \cong d \left\{ 1 - \frac{\Gamma(t_D)}{\Gamma(0)} \right\}, \quad (6.25)$$

де  $\Gamma(0)$  - коефіцієнт поглинання звукової енергії у тонкому шарі металу до дифузійного відпалювання, який визначається за формулою (6.5);

$\Gamma(t_D)$  - його величина після дифузійного відпалювання, яку для моделі зворотного часу релаксації (5.9) та (5.10) у наближеннях Фукса - Зондгаймера ( $q_j = const$ ) та Фальковського ( $q_j = 1 - Q_j z$ ) можна представити у вигляді:

$$\frac{\Gamma(t_D)}{\Gamma_0} = \frac{k d}{2 \operatorname{arctg}(kl)} \operatorname{Re} \int_0^1 \frac{dz}{z} G(z), \quad (6.26)$$

$$G = J^{(+)} + J^{(-)} + \frac{q_1 J_0^{(+)} J_0^{(-)} + q_2 J_d^{(+)} J_d^{(-)} + q_1 q_2 W(0) (J_0^{(+)} J_d^{(+)} E^{(-)} + J_0^{(-)} J_d^{(-)} E^{(+)})}{1 - q_1 q_2 E^{(+)} E^{(-)} W^2(0)}$$

$$J^{(\pm)} = \int_0^1 dx W_l(x) \int_x^1 dx' W_l^{-1}(|x'|) \exp \left\{ -\frac{t}{z} (1 \pm i k l z) (x' - x) \right\},$$

$$J_0^{(\pm)} = \int_0^1 dx W_l(0) W_l^{-1}(|x|) \exp \left\{ -\frac{t}{z} (1 \pm i k l z) x \right\},$$

$$J_d^{(\pm)} = \int_0^1 dx W_l(x) \exp \left\{ -\frac{t}{z} (1 \pm i k l z) (1 - x) \right\}, \quad E^{(\pm)} = \exp \left\{ -\frac{t}{z} (1 \pm i k l z) \right\},$$

де  $\Gamma_0$  - коефіцієнт поглинання звукової енергії в безмежовому зразку, що визначається за формулою (6.7);

$W_l(x)$  - визначає імовірність того, що електрон пройде відрізок шляху  $[x,1]$  без розсіювання, і задається формулою (5.14).

При невеликому часі дифузійного відпалювання  $t_D$  ефективна глибина проникнення атомів домішок  $\sqrt{D_l t_D} \ll d$ , похідна функції  $W_l'(x)$ , має максимум при  $x = x_0 = a_l \sqrt{D_l t_D}$  ( $W_l''(x_0) = 0$ ) і є «гострою» функцією у порівнянні з функцією  $\exp\{-t x/z\}$  [241,242], що дозволяє розрахувати інтеграли в (6.26) асимптотично при  $d/\sqrt{D_l t_D} \gg 1$  для граничних значень параметра  $t = d/l$ .

Якщо плівка досить товста ( $d \gg l$ ), то у рамках моделі ФЗ коефіцієнт поглинання дорівнює

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 - \frac{kl}{\operatorname{arctg}(kl)} \frac{l}{d-x_0} \left\{ \frac{1}{1+k^2 l^2} - \frac{2+q_2}{4k^2 l^2} \ln(1+k^2 l^2) \right\} \cong$$

$$\cong \begin{cases} 1 - \frac{l}{4(d-x_0)} \left\{ 2 - q_2 - \frac{14-q_2}{6} k^2 l^2 \right\}, & kl \ll 1, \\ 1 + \frac{2+q_2}{\pi k(d-x_0)} \ln(kl), & kl \gg 1, \end{cases} \quad (6.27)$$

а з використанням формалізму Фальковського величину  $\Gamma$  можна записати у такому вигляді:

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 - \frac{kl}{\operatorname{arctg}(kl)} \frac{l}{d-x_0} \left\{ \frac{1}{1+k^2 l^2} - \frac{1}{k^2 l^2} \ln(1+k^2 l^2) + \frac{1+Q_2}{2k^2 l^2} \left( 1 - \frac{1}{kl} \operatorname{arctg}(kl) \right) \right\} \cong$$

$$\cong \begin{cases} 1 - \frac{l}{6(d-x_0)} \left[ 1 + Q_2 - 3 \left( 1 + \frac{4}{45} (1 + Q_2) \right) k^2 l^2 \right], & kl \ll 1, \\ 1 + \frac{4}{\pi k(d-x_0)} \left( \ln(kl) - \frac{3+Q_2}{4} \right), & kl \gg 1. \end{cases} \quad (6.28)$$

У випадку, коли товщина плівки значно менша, ніж довжина вільного пробігу носіїв заряду ( $d \ll l$ ), декремент згасання у рамках вищезазначених моделей дорівнює:

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = \begin{cases} \frac{1}{2} (1+q_2) \frac{(d-x_0)^2}{dl} \ln \left( \frac{l}{d-x_0} \right), & kl \ll 1, \\ \frac{kd(1+q_2)(d-x_0)^2}{\pi d^2} \ln \left( \frac{l}{d-x_0} \right), & kl \gg 1, kd \ll 1, \end{cases} \quad (6.29)$$

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \left[ \frac{2(d-x_0)}{l(1+Q_2)} \right]^{1/2}, & kl \ll 1, \\ kd \left[ \frac{2l}{(1+Q_2)d^2} (d-x_0) \right]^{1/2}, & kl \gg 1, kd \ll 1, \end{cases} \quad (6.30)$$

$$x_0(t_D) = a_l \sqrt{D_l t_D}, \quad a_l \approx 2 \sqrt{\ln(2\sigma_{ef} n_0 C_0 \sqrt{D_l t_D})}.$$

У формулах (6.27)- (6.30) величина  $x_0(t_D)$  визначає ефективне зменшення товщини плівки, тобто характерну глибину проникнення атомів дифузанта в об'єм зразка. Коефіцієнт  $a_l$ , з одного боку, визначається структурними характеристиками плівки, з іншого -  $a_l$  залежить від коефіцієнта об'ємної дифузії. Однак при малому часі дифузійного відпалювання величина

$a_l$  повільно змінюється зі зміною  $D_l$  [241, 242] і її наближено можна розглядати як параметр задачі. У цьому разі коефіцієнт об'ємної дифузії може бути розрахований за такою формулою:

$$D_l \cong \frac{d^2}{a_l^2 t_D} \left\{ 1 - \frac{\Gamma(t_D)}{\Gamma(0)} \right\}^2. \quad (6.31)$$

Наближені вирази (6.27) - (6.30), які отримані для коефіцієнта поглинання звукової енергії, дозволяють виразити ефективну глибину проникнення атомів домішок в об'єм плівки через його зміну  $\Delta\Gamma = \Gamma(0) - \Gamma(t_D)$  та інші параметри задачі. Так, зокрема, при виконанні нерівності ( $k d \ll 1$ ) для товстої плівки ( $d \gg l$ ) ефективна глибина проникнення атомів домішок у рамках моделей ФЗ і Фальковського відповідно дорівнює (для спрощення вважається, що межі плівки дифузним чином розсіюють електрони, тобто  $q_j = 0, Q_j = 1$ ):

$$x_0 = d \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0} \frac{t \operatorname{arctg}(kl)}{kl} \left\{ \frac{1}{1+k^2 l^2} - \frac{1}{2k^2 l^2} \ln(1+k^2 l^2) \right\}^{-1} \cong$$

$$\cong d \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0} \begin{cases} \frac{2d}{l} \left( 1 + \frac{7}{6} k^2 l^2 \right), & kl \ll 1, \\ \frac{\pi k d}{2} (1 + \ln(kl)), & kl \gg 1, \end{cases} \quad (6.32)$$

$$x_0 = d \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0} \frac{t \operatorname{arctg}(kl)}{kl} \left\{ \frac{1}{1+k^2 l^2} - \frac{1}{k^2 l^2} \ln(1+k^2 l^2) + \frac{1}{k^2 l^2} \left( 1 - \frac{\operatorname{arctg}(kl)}{kl} \right) \right\}^{-1} \cong$$

$$\cong d \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0} \begin{cases} \frac{3d}{l} \left( 1 + \frac{53}{30} k^2 l^2 \right), & kl \ll 1, \\ kd\pi \left( 1 + \ln(kl) + \frac{\pi}{4kl} \right), & kl \gg 1. \end{cases} \quad (6.33)$$

У випадку тонкої плівки ( $d \ll l$ ):

$$x_0 = d \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0} \begin{cases} \frac{l}{d \ln(l/d)}, & kl \ll 1, \\ \frac{\pi}{2kd \ln(l/d)}, & kl \gg 1, \end{cases} \quad (6.34)$$

$$x_0 = d \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_0} \begin{cases} \frac{4}{\pi (d/l)^{1/2}}, & kl \ll 1, \\ \frac{2(d/l)^{1/2}}{kd}, & kl \gg 1. \end{cases} \quad (6.35)$$

В області сильної просторової дисперсії ( $kd \gg 1$ ) носії заряду рухаються в неоднорідному полі акустичної хвилі і внаслідок обмеження зразка за товщиною, коефіцієнт поглинання звуку стає осцилюючою функцією довжини хвилі:

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 + \frac{2(1+q_2)}{\pi k} \frac{(1 - \cos(k(d-x_0)))}{(d-x_0)} \ln \left( \frac{l}{d-x_0} \right), \quad (6.36)$$

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 + \frac{2}{k} \frac{(1 - \cos(k(d-x_0)))}{(d-x_0)} \left\{ \frac{2l}{(1+Q_2)(d-x_0)} \right\}^{1/2}, \quad (6.37)$$

яка досягає максимального значення, якщо на товщині  $d - x_0$  укладається непарне число півхвиль  $\lambda/2$ , тобто  $d - x_0 = (2n + 1)\lambda/2$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$

При більшому часі дифузійного відпалювання, так що  $\sqrt{D_l t_D} < d$ , можна скористатися наближенням середньої концентрації, при якому концентраційний профіль визначається формулою (5.24 - а). Це спрощення дозволяє провести інтегрування по координаті  $x$  у формулі (6.26) й отримати такі вирази для коефіцієнта поглинання звукової енергії у рамках моделей ФЗ і Фальковського відповідно:

$$\frac{\bar{\Gamma}(t_D)}{\Gamma_0} = \frac{\text{arctg}(k\bar{l}(t_D))}{\text{arctg}(kl)} \left\{ 1 - \frac{k\bar{l}(t_D)}{t \text{arctg}(k\bar{l}(t_D))} \int_0^1 dz z \bar{G}(z) \right\}, \quad (6.38)$$

де  $\bar{t} = d/\bar{l}$  - нормована на ефективну довжину вільного пробігу електрона товщина плівки;

$\bar{l}(t_D)$  - ефективна довжина вільного пробігу носіїв заряду у тонкому шарі металу після дифузійного відпалювання, яка дорівнює

$$\bar{l}(t_D) = \frac{l}{1 + l\sigma_{ef} n_0 \bar{C}_l(t_D)}. \quad (6.39)$$

Отриману загальну формулу (6.38) для коефіцієнта поглинання звукової енергії можна спростити для граничних значень параметрів  $\bar{t}$  та  $k\bar{l}$ . Однак, аналізуючи формулу (6.38), неважко помітити, що асимптотичні формули для виразу у фігурних дужках уже знайдені, а асимптотичні формули для множника перед дужками мають вигляд

$$\frac{\text{arctg}(k\bar{l}(t_D))}{\text{arctg}(kl)} \cong \begin{cases} \bar{l}/l, & k\bar{l} \ll 1, \\ 1, & k\bar{l} \gg 1. \end{cases}$$

З урахуванням вищесказаного формулу (6.38) можна записати як

$$\frac{\bar{\Gamma}}{\Gamma} = \frac{\bar{l}}{l} \left( \frac{\Gamma}{\Gamma_0} \right),$$

де асимптотичні співвідношення для  $\bar{\Gamma}/\Gamma_0$  визначаються за формулами (6.8), (6.13), (6.15), (6.16) та (6.17), у яких необхідно зробити такну заміну:

$$l \rightarrow \bar{l}.$$

При більшому часі дифузійного відпалювання  $\sqrt{D_l t_D} \sim d$  залежність  $\Gamma$  від коефіцієнта об'ємної дифузії  $D_l$  є більш складною, і для описання експериментальних даних необхідно використовувати точну формулу (6.26).

Криві, наведені на рис. 6.3, отримані чисельним розрахунком за загальною формулою (6.26) та ілюструють залежність коефіцієнта згасання звукової енергії в зразку від часу дифузійного відпалювання  $t_l$ .

Таким чином, наявність дифундуючого шару домішок на одній із поверхонь тонкого шару металу суттєво впливає на величину коефіцієнта поглинання поздовжньої звукової хвилі. При невеликому часі дифузійного відпалювання, коли ефективна глибина проникнення в об'єм зразка значно менша за товщину плівки ( $\sqrt{D_l t_D} \ll d$ ), у плівці виникають розмірні ефекти, які визначаються товщиною „чистої” області  $d - x_0$ , де  $x_0$  – ефективне зменшення товщини плівки. Досліджуючи зміну коефіцієнта поглинання звукової енергії у результаті дифузійного відпалювання і використовуючи співвідношення (6.34) - (6.37), можна визначити величину  $x_0$  і, відповідно, за формулою (6.31) оцінити коефіцієнт об'ємної дифузії. Якщо ж  $\sqrt{D_l t_D} < d$ , то для аналізу зміни коефіцієнта згасання звуку можна скористатися наближенням



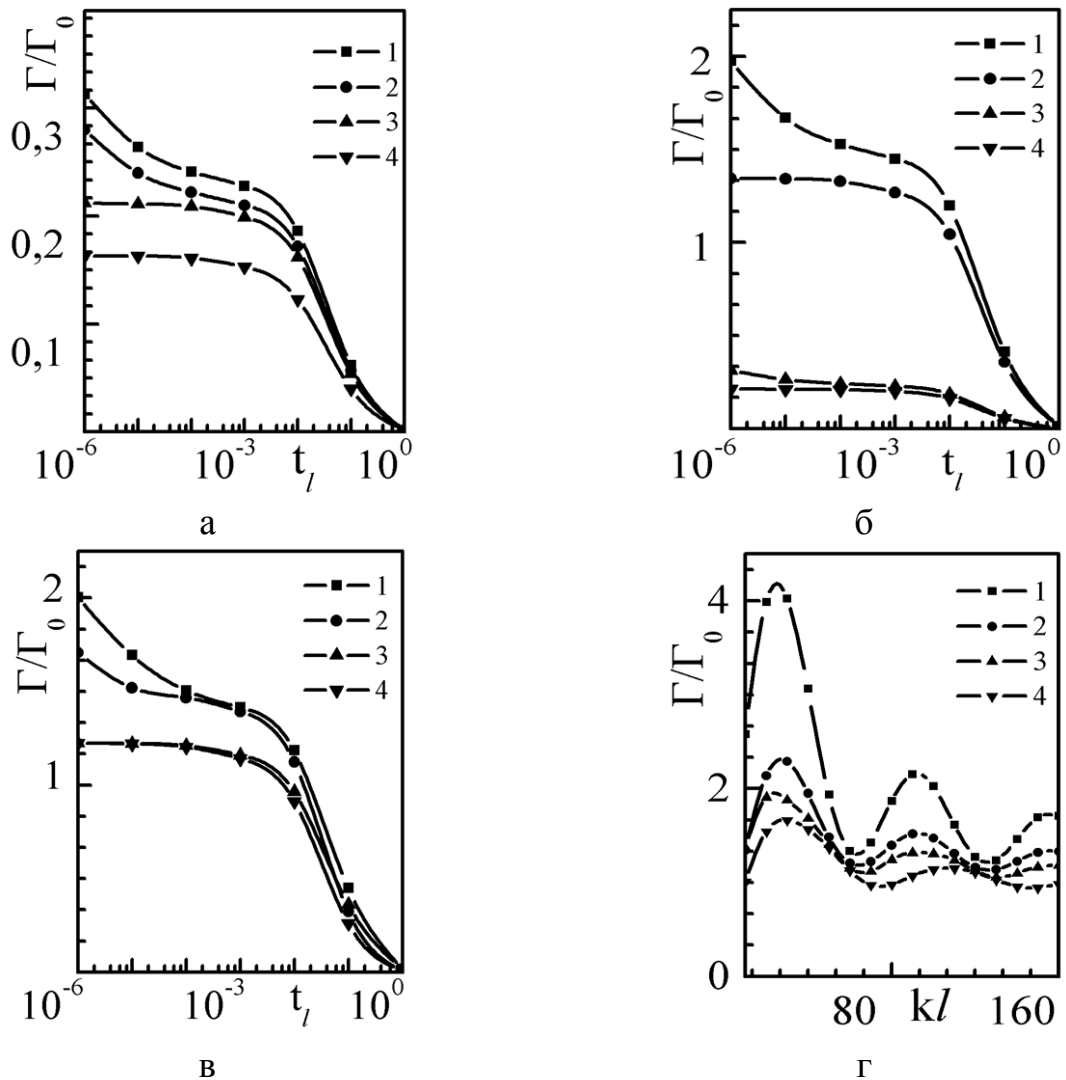


Рис. 6.3. Залежності коефіцієнта згасання звукової енергії у плівці від нормованого часу дифузійного відпалювання  $t_l = 4t_D D_l / d^2$  (а-в) та параметра  $kl$  (г) при таких значеннях параметрів:

а)  $t = 0,1$ ,  $kl = 0,1$ ,  $A = 1500$ : 1 -  $Q_1 = 1,0$ ,  $Q_2 = 0,5$ , 2 -  $Q_j = 1,0$ , 3 -  $q_1 = 0,0$ ,  $q_2 = 0,5$ , 4 -  $q_j = 0$ ;

б)  $q_2 = Q_2 = 0,5$ ,  $t = 0,1$ ,  $A = 1500$ : 1 -  $Q_1 = 1,0$ ,  $kl = 10$ , 2 -  $q_1 = 0$ ,  $kl = 10$ , 3 -  $Q_1 = 1,0$ ,  $kl = 0,1$ , 4 -  $q_1 = 0$ ,  $kl = 0,1$ ;

в)  $t = 0,1$ ,  $kl = 10$ : 1 -  $Q_1 = 1,0$ ,  $Q_2 = 0,7$ ,  $A = 1000$ , 2 -  $Q_1 = 1,0$ ,  $Q_2 = 0,7$ ,  $A = 3000$ , 3 -  $q_1 = 0,0$ ,  $q_2 = 0,3$ ,  $A = 1000$ , 4 -  $q_1 = 0,0$ ,  $q_2 = 0,3$ ,  $A = 3000$ ;

г)  $Q_2 = q_2 = 0,5$ ,  $t = 0,1$ ,  $A = 1500$ : 1 -  $Q_1 = 1,0$ ,  $t_l = 0$ , 2 -  $q_1 = 0,0$ ,  $t_l = 0$ , 3 -  $Q_1 = 1,0$ ,  $t_l = 10^{-3}$ , 4 -  $q_1 = 0,0$ ,  $t_l = 10^{-2}$

середньої концентрації. У цьому випадку відносно простий зв'язок між  $\Gamma(t_D)$  та  $\bar{l}(t_D)$  також дозволяє отримати інформацію про коефіцієнт об'ємної дифузії.

Таким чином, експериментальне дослідження коефіцієнта поглинання звукової енергії у тонкій монокристалічній плівці при дифузії в її об'єм домішкових атомів іншого металу дозволяє не лише дослідити сам процес дифузії, а й визначити ефективну глибину проникнення в об'єм зразка атомів дифузанта і, відповідно, оцінити коефіцієнт об'ємної дифузії.

## 6.2. Розмірний осциляційний акустoeлектронний ефект у дво - та багат шарових металевих плівках

### 6.2.1. Поглинання енергії звукової хвилі у дво - та багат шаровій плівці, що поширюється по нормалі до інтерфейсів

Проаналізуємо частотну та розмірну залежності коефіцієнта електронного поглинання енергії поздовжньої звукової хвилі  $\Gamma$ , яка поширюється по нормалі до межі поділу шарів у дво - та багат шаровій монокристалічній плівках при довільному співвідношенні між товщинами шарів зразка і довжиною вільного пробігу електронів у них.

Коефіцієнт електронного поглинання енергії

$$\Gamma = \frac{1}{d} \operatorname{Re} \sum_{j=1}^2 \frac{1}{W_j} \int_0^{d_j} dx \langle g_j^*(\mathbf{p}) f_j(|x|, \mathbf{p}) \rangle \quad (6.40)$$

поздовжньої звукової хвилі  $u_{ik} = u_{ik0} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t)$ , що поширюється по нормалі до МПШ металу у дво - та багат шаровій плівках можна розрахувати за допомогою кінетичного рівняння Больцмана, доповненого граничними умовами (3.5) - (3.8). Не зупиняючись на стандартній процедурі розв'язання кінетичного рівняння (вона досить докладно описана у підрозділі 6.1), відразу

ж запишемо кінцевий результат аналітичних розрахунків

$$\Gamma = \frac{1}{d} \operatorname{Re} \sum_{j=1}^2 d_j \Gamma_{0j} \Phi_j, \quad (6.41)$$

де  $d = d_1 + d_2$  - товщина двошарового зразка або товщина елемента періодичності багат шарової плівки;

$d_j$  - товщина  $j$  - го шару металу бішару або ДП.

Розмірні функції  $\Phi_j$ , які входять у формулу (6.59), визначають вплив розмірів шарів металу на коефіцієнт електронного поглинання енергії звукової хвилі у багат шарових зразках, і дорівнює [341-344]

$$\Phi_j = 1 - \frac{kl_j}{2t_j \operatorname{arctg}(kl_j)} \int_0^1 dz \, z \left\{ \frac{G_j^{(+)}(1 - E_j^{(+)})}{(H_j^{(+)})^2} + \frac{G_j^{(-)}(1 - E_j^{(-)})}{(H_j^{(-)})^2} \right\}, \quad (6.42)$$

де явний вигляд функцій  $G_j^{(\pm)}$  для двошарової та багат шарової плівок, відповідно можна записати у вигляді:

$$G_j^{(+)} = \frac{1}{\Delta} \left\{ \left( 1 - q_n P_{nj} E_n^{(+)} E_n^{(-)} \right) \left( 1 - q_j (1 - E_j^{(-)}) \frac{H_j^{(+)}}{H_j^{(-)}} \right) - q_j E_j^{(-)} (P_{jn} + \right.$$

$$\left. + q_n (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) E_n^{(+)} E_n^{(-)} \right) - q_j Q_{nj} \tau_{0nj} E_j^{(-)} \left( q_n (1 - E_n^{(+)}) E_n^{(-)} \frac{H_j^{(+)}}{H_n^{(+)}} + (1 - E_n^{(-)}) \frac{H_j^{(+)}}{H_n^{(-)}} \right)$$

$$G_j^{(-)} = \frac{1}{\Delta} \left\{ 1 - q_n P_{nj} E_n^{(+)} E_n^{(-)} - (P_{nj} + q_n (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj})) E_n^{(+)} E_n^{(-)} \right\}.$$

$$\cdot \left( q_j E_j^{(+)} + (1 - E_j^{(+)}) \frac{H_j^{(-)}}{H_j^{(+)}} \right) - Q_{nj} \tau_{0nj} \left( q_n (1 - E_n^{(+)}) E_n^{(-)} \frac{H_j^{(-)}}{H_n^{(+)}} + (1 - E_n^{(-)}) \frac{H_j^{(-)}}{H_n^{(-)}} \right) \left. \right\},$$

$$\Delta = 1 - q_j P_{jn} E_j^{(+)} E_j^{(-)} - q_n P_{nj} E_n^{(+)} E_n^{(-)} - q_j q_n (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) E_j^{(+)} E_j^{(-)} E_n^{(+)} E_n^{(-)},$$

$$\begin{aligned} G_j^{(\pm)} = & 1 - \frac{1}{\Delta} \left\{ A_j^{(\pm)} \left( 1 - E_n^{(\mp)} (Q_{jn} Q_{nj} E_j^{(\mp)} + P_{jn} P_{nj} E_n^{(\pm)}) \right) + \right. \\ & + P_{jn} B_j^{(\mp)} E_j^{(\mp)} \left( 1 + (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) E_n^{(\pm)} E_n^{(\mp)} \right) + \\ & \left. + Q_{nj} C_n^{(\pm)} E_n^{(\pm)} \left( 1 - (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) E_j^{(\mp)} E_n^{(\mp)} \right) + P_{nj} Q_{nj} D_n^{(\mp)} E_n^{(\mp)} (E_j^{(\mp)} + E_n^{(\pm)}) \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta = & 1 - P_{jn}^2 E_j^{(+)} E_j^{(-)} - P_{nj}^2 E_n^{(+)} E_n^{(-)} - Q_{jn} Q_{nj} (E_j^{(+)} E_n^{(+)} + E_j^{(-)} E_n^{(-)}) + \\ & + (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj})^2 E_j^{(+)} E_j^{(-)} E_n^{(+)} E_n^{(-)}, \end{aligned}$$

$$A_j^{(\pm)} = P_{jn} (1 - E_j^{(\mp)}) \frac{H_j^{(\pm)}}{H_j^{(\mp)}} + Q_{nj} \tau_{0n,j} (1 - E_n^{(\pm)}) \frac{H_j^{(\pm)}}{H_n^{(\pm)}},$$

$$B_j^{(\pm)} = P_{jn} (1 - E_j^{(\mp)}) + Q_{nj} \tau_{0n,j} (1 - E_n^{(\pm)}) \frac{H_j^{(\mp)}}{H_n^{(\pm)}},$$

$$C_j^{(\pm)} = P_{jn} (1 - E_j^{(\mp)}) \tau_{0j,n} \frac{H_n^{(\pm)}}{H_j^{(\mp)}} + Q_{nj} (1 - E_n^{(\pm)}),$$

$$D_j^{(\pm)} = P_{jn} (1 - E_j^{(\mp)}) \tau_{0j,n} \frac{H_n^{(\mp)}}{H_j^{(\mp)}} + Q_{nj} (1 - E_n^{(\pm)}) \frac{H_n^{(\mp)}}{H_n^{(\pm)}},$$

$$E_j^{(\pm)} = \exp\left(-\frac{t_j}{z} H_j^{(\pm)}\right), \quad H_j^{(\pm)} = 1 \pm ikl_j z, \quad \tau_{0n,j} = \frac{\tau_{0n}}{\tau_{0j}}, \quad t_j = \frac{d_j}{l_j}, \quad j \neq n = 1, 2.$$

Коефіцієнт поглинання звукової енергії у безмежовому зразку  $\Gamma_{0j}$  розрахований у роботі [332] і дорівнює

$$\Gamma_{0j} = \frac{8\pi p_{Fj}^2 g_j g_j^*}{W_j h^3 k v_{Fj}^2} \operatorname{arctg}(kl_j) \approx \begin{cases} \omega^2 \tau_j, & kl_j \ll 1, \\ \omega S / v_{Fj}, & kl_j \gg 1. \end{cases} \quad (6.43)$$

Якщо двошарова плівка або мультишар складається із шарів металу однакового ступеня чистоти ( $l_j = l_n$ ) і розділені діелектричним прошарком, тобто МПШ абсолютно непрозорі для електронів ( $Q_{nj} = 0$ ), то числове значення коефіцієнта поглинання звуку у ДП та БП збігається зі своїм значенням для одношарової плівки (див. формулу (6.5)), межі якої розсіюють носії заряду з ефективними параметрами дзеркальності Фукса ( $q_{ef} = q_j, P_{jn}$  - для ДП) і ( $q_{ef} = P_{jn}$  - для БП) й, відповідно, ДП та БП у цьому разі формально можна розглядати як тонкий шар металу. Двошарову плівку формально також можна розглядати як тонкий шар металу, якщо інтерфейс прозорий для електронів ( $Q_{nj} = 1$ ), однак її товщина у даному випадку дорівнюватиме  $d_1 + d_2$ , а зовнішні поверхні будуть описуватися ефективним параметром дзеркальності  $q_{ef} = q_j$ . Якщо ж розсіяння електронів на зовнішніх межах ( $q_j = 1$ ) та на інтерфейсах ( $P_{jn} + Q_{nj} = 1$ ) відсутнє і виконуються рівності ( $l_j = l_n$ ), то дво- та багатошаровий зразки формально можна розглядати як об'ємні, оскільки величина коефіцієнта згасання у цьому разі буде збігатися зі своїм об'ємним значенням.

У випадку коли БП складається із шарів металу однакової товщини ( $d_j = d_n = d$ ) й однакового ступеня чистоти ( $l_j = l_n = l$ ) і виконуються рівності ( $P_{jn} = P_{nj} = P$ ;  $Q_{jn} = Q_{nj} = Q$ ) (модель Устинова [208]), формула (6.41) для величини  $\Gamma$  суттєво спрощується і набуває вигляду

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 - \frac{kl}{t \operatorname{arctg}(kl)} \int_0^1 dz z G(z), \quad (6.44)$$

$$G(z) = \frac{2((1-Q)^2 - P^2)klz \sin(kd)E + B_- - (klz)^2 B_+}{(1 + (klz)^2)^2 (1 - 2Q \cos(kd)E + (Q^2 - P^2)E^2)},$$

$$B_{\pm} = (1 \pm P - Q) \{ 1 - (1 \pm P + Q) \cos(kd)E \pm (P \pm Q)E^2 \}, \quad E = \exp\left(-\frac{t}{z}\right).$$

У роботі [208] показано, що коефіцієнт питомої електропровідності для такої моделі мультишару визначається за формулою Фукса [161], у якій параметр дзеркальності  $q$  слід замінити на повну ймовірність дзеркального розсіяння носіїв заряду на МПШ, тобто зробити заміну  $q \rightarrow (P + Q)$ . Якщо зробити зазначену заміну у формулі (6.5) й отриманий вираз порівняти з формулою (6.44), то ці формули для довільних значень  $kl$  збігатися не будуть, що є наслідком неоднорідності середовища, у якому поширюється звукова хвиля. Заміна  $q \rightarrow (P + Q)$  можлива лише в області слабкої просторової дисперсії, оскільки у цьому випадку  $l \ll \lambda$  - довжини звукової хвилі й носіїв заряду на довжині вільного пробігу  $l$  рухаються в постійному полі звукової хвилі. Тобто в цій області довжин хвиль БП знову формально можна розглядати як одношаровий зразок, зовнішні межі якого розсіюють носіїв заряду з ефективною ймовірністю ( $q_{ef} = P + Q$ ).

Формула (6.41), в принципі, повністю вирішує поставлену задачу, визначаючи залежність коефіцієнта електронного поглинання звукової енергії від частоти акустичної хвилі й товщини дво - та багатошарової плівок (акустичний розмірний ефект у ДП та БП) при довільних значеннях параметрів  $q_j$ ,  $P_{jn}$ ,  $Q_{nj}$ ,  $t_j$  і  $kl_j$ . Подальший аналіз зміни декременту згасання звукової хвилі зі зміною частоти звукової хвилі і відношення товщин шарів двошарової плівки та відношення товщин сусідніх шарів металу багатошарової плівки  $d_{j,n} = d_j / d_n$  можливий лише на основі чисельних розрахунків. Однак для великих і малих значень параметрів  $t_j$  і  $kl_j$  для коефіцієнта поглинання звуку

можна отримати досить прості аналітичні формули, які значно спрощують порівняння теоретичних та експериментальних результатів.

Якщо товщина шарів  $d_j$  значно більша за довжину вільного пробігу електронів  $l_j$  у них, тобто  $t_j \gg 1$ , то коефіцієнт поглинання звукової енергії для довільних значень параметрів  $q_j, P_{jn}, Q_{nj}$  і  $kl_j$  визначається за формулою (6.41), в якій розмірна функція  $\Phi_j$  для дво- та багат шарової плівок дорівнює

$$\Phi_j = 1 - \frac{kl_j}{\operatorname{arctg}(kl_j)} \frac{l_j}{d_j} \left\{ \frac{1}{1+k^2l_j^2} - \frac{ab_j^{(+)}}{4k^2l_j^2} \ln(1+k^2l_j^2) - \frac{aQ_{nj}\tau_{0n,j}}{4(kl_n - kl_j)} \left( \frac{1}{kl_n} \ln(1+k^2l_n^2) - \frac{1}{kl_j} \ln(1+k^2l_j^2) \right) \right\}, \quad (6.45)$$

В області слабкої просторової дисперсії  $kl_j \ll 1$  коефіцієнт поглинання енергії звукової хвилі визначається усіма електронами на поверхні Фермі, і для величини  $\Phi_j$  з формули (6.45) дістанемо

$$\Phi_j = 1 - \frac{a}{4} \frac{l_j}{d_j} \left\{ b_j^{(-)} - Q_{nj}\tau_{0n,j} - \frac{1}{6a} (12 + ab_j^{(-)} - aQ_{nj}\tau_{0n,j}) k^2 l_j^2 + \frac{1}{2} Q_{nj} (1 + \tau_{0n,j}) k^2 l_n^2 \right\}, \quad kl_j \ll 1, d_j \gg l_j. \quad (6.46)$$

Розписавши формулу (6.46) і порівнюючи між собою отримані вирази, бачимо, що у цій області частот мультишар формально можна розглядати як двошаровий зразок, зовнішні межі якого розсіюють електрони з ефективним параметром дзеркальності  $q_j = P_{jn} + Q_{nj}\tau_{0n,j}$ .

В області сильної просторової дисперсії  $kl_j \gg 1$  поглинання звукової енергії визначається резонансною групою електронів з  $v_{xj} \approx 0$ , тобто носіями

заряду, які на довжині вільного пробігу рухаються майже в площині постійної фази звукової хвилі під кутом до хвильового вектора  $\mathbf{k}$ , близьким до  $\pi/2$  і розмірні функції  $\Phi_j$  у цій області частот дорівнюють

$$\Phi_j = 1 + \frac{a}{\pi k d_j} \left\{ b_j^{(+)} \ln(kl_j) + \frac{Q_{nj}}{1 - \tau_{0n,j}} [\tau_{0n,j} \ln(kl_j) - \ln(kl_n)] \right\},$$

$$kl_j \gg 1, \quad d_j \gg l_j. \quad (6.47)$$

Якщо дво - та багаточаровий зразки складаються з тонких шарів металу ( $d_j \ll l_j$ ), величина  $\Gamma$  знову визначається за формулою (6.41), у якій функції  $\Phi_j$  при виконанні нерівності ( $kd_j \ll 1$ ) дорівнюють

$$\Phi_j = \Phi_j^* \ln \left( \frac{l_j}{d_j} \right) \begin{cases} \frac{d_j}{2l_j}, & kl_j \ll 1, \\ \frac{kd_j}{\pi}, & kl_j > 1, \end{cases} \quad (6.48)$$

де  $\Phi_j^*$  визначена формулою (3.24).

Звідси випливає, що зменшення величини  $\Gamma$  у багаточарових зразках порівняно зі своїм об'ємним значенням в області слабкої просторової дисперсії обумовлене зменшенням відносного числа електронів на поверхні Фермі, в той час як в області сильної просторової дисперсії величина  $\Gamma$  збільшується внаслідок збільшення у  $kd_j$  разів числа ефективних електронів. Множник  $\ln(l_j/d_j)$  у формулі (6.48) визначає внесок електронів у величину  $\Gamma$ , які рухаються під малими кутами до внутрішньої та зовнішніх меж ДП та БП і стикаються з ними.

При подальшому збільшенні хвильового вектора  $\mathbf{k}$ , так що  $kd_j \gg 1$ ,



внаслідок обмеження зразка за товщиною коефіцієнт поглинання звуку стає осцилюючою функцією товщини  $d$  ДП та бішару, і товщини їх окремих шарів  $d_j$ , тобто

$$\Phi_j = 1 + \frac{1+q_j}{(1-q_j P_{jn})(1-q_n P_{nj}) - q_j q_n Q_{jn} Q_{nj}} \left\{ (1+P_{jn})(1-q_n P_{nj}) + q_n Q_{jn} Q_{nj} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2}(1+q_n) Q_{nj} \left( 1 + \frac{\cos(kd) - \cos(kd_n)}{1 - \cos(kd_j)} \right) \right\} \frac{2(1 - \cos(kd_j))}{\pi k d_j} \ln \left( \frac{l_j}{d_j} \right), \quad (6.49)$$

$$\Phi_j = 1 + \frac{1}{1 - 2P_{jn} P_{nj} - 2Q_{jn} Q_{nj} \cos(kd) + (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj})^2} \left\{ (1 - \cos(kd_j)) \times \right. \\ \left. \times \left[ (1 - P_{jn} P_{nj})(1 + P_{jn})^2 - Q_{jn} \left( (1 + P_{jn})^2 - (Q_{jn} + P_{jn})^2 + 2Q_{jn} \cos(kd) \right) \right] - \right. \\ \left. - Q_{jn} \left( (1 + P_{jn})^2 - Q_{jn} Q_{nj} \right) (\cos(kd) - \cos(kd_n)) \right\} \frac{2}{\pi k d_j} \ln \left( \frac{l_j}{d_j} \right), \quad (6.50)$$

яка досягає свого максимального значення за відсутності розсіяння носіїв заряду на МПШ шарів ( $P_{jn} + Q_{nj} = 1$ ), дзеркальних зовнішніх межах ( $q_j = 1$ ) і коли на товщині кожного шару металу  $d_j$  ДП та БП укладається непарне число півхвиль  $\lambda/2$ . Якщо на товщині шару  $d_j$  укладається парне число півхвиль  $\lambda/2$ , то величина  $\Gamma$  в ДП збігається зі своїм об'ємним значенням, оскільки у цьому випадку за час вільного пробігу  $\tau_j$  носії заряду проходять однакову кількість областей розтягу і стиснення ґратки металу і, відповідно, електрони не змінюють свою енергію. Із подальшим зростанням хвильового числа  $k$  амплітуда осциляцій коефіцієнта поглинання звукової енергії зменшується і при виконанні нерівності  $k \gg \frac{l}{d^2}$  величина  $\Gamma$  в ДП та БП за порядком величини буде збігатися зі своїм об'ємним значенням.

Для проведення числового розрахунку коефіцієнт електронного

поглинання енергії поздовжньої звукової хвилі (6.41) у дво - та багатошаровій плівках зручно представити такою формулою:

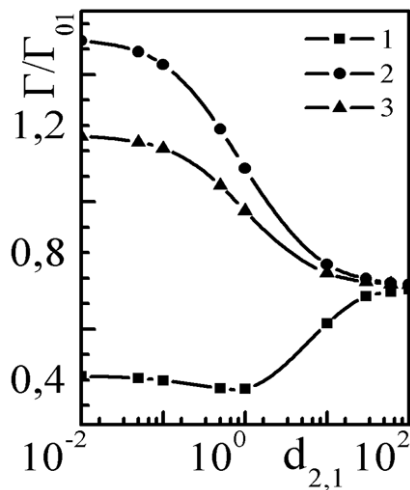
$$\frac{\Gamma}{\Gamma_{01}} = \frac{\Phi_1}{1 + d_{2,1}} \{1 + D_{2,1}\}, \quad (6.51)$$

асимптотичний вираз якої при виконанні нерівності  $d_j \ll d_n$  дорівнює

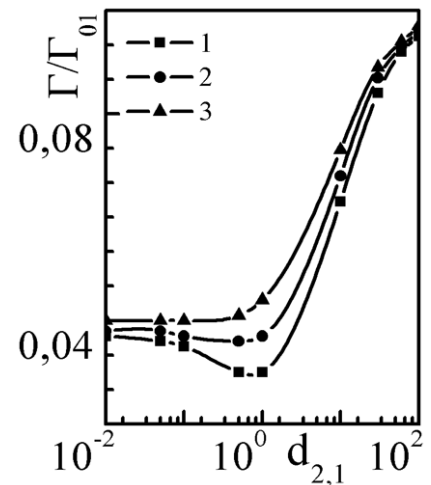
$$\Gamma = \Gamma_{0j} \Phi_j \{1 - d_{n,j} + D_{n,j}\}, \quad (6.52)$$

$$\text{де } D_{n,j} = d_n \Gamma_{0n} \Phi_n \setminus d_j \Gamma_{0j} \Phi_j.$$

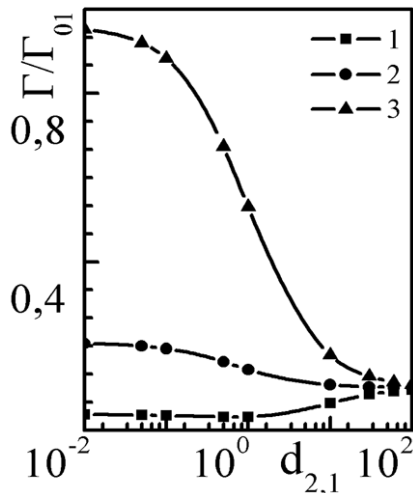
Криві, наведені на рис. 6.4 і рис. 6.5 отримані числовим розрахунком за точною формулою (6.51) та ілюструють залежність нормованого на об'ємний коефіцієнт поглинання базисного шару  $\Gamma_{01}$  величини коефіцієнта поглинання звукової енергії від відношення товщин шарів металу  $d_{2,1} = d_1 / d_2$  та параметра  $kl_1$  при різних значеннях параметрів, які описують поверхневу та об'ємну релаксацію носіїв заряду у дво - та багатошаровому зразках ( $t_2 = t_1 d_{2,1} l_{1,2}$ ). Отримані залежності показують, що зміна  $\Gamma(d_2)$  в області малих значень  $d_{2,1} \ll 1$  визначається характером розсіяння електронів на межі поділу шарів, в той час як в області великих значень  $d_{2,1} \gg 1$  коефіцієнт поглинання асимптотично прямує до відношення своїх об'ємних значень у сусідніх шарах металу, тобто  $\Gamma_{02} / \Gamma_{01}$ . Якщо товщини шарів металу ДП та БП за порядком величини збігатися, тобто  $d_2 \sim d_1$ , то внаслідок дифузного розсіяння носіїв заряду на межі поділу шарів величина  $\Gamma$  проходить через мінімум як в області слабкої (рис. 6.4 а, крива 1) так і в області сильної (рис. 6.4, рис. 6.5 б, крива 1) просторової дисперсії. Зі зростанням дзеркальності межі поділу шарів (рис. 6.4, рис. 6.5 в) або збільшення товщини базисного шару металу ДП (рис.6.4, рис.6.5 а - б, криві 2-3) мінімум



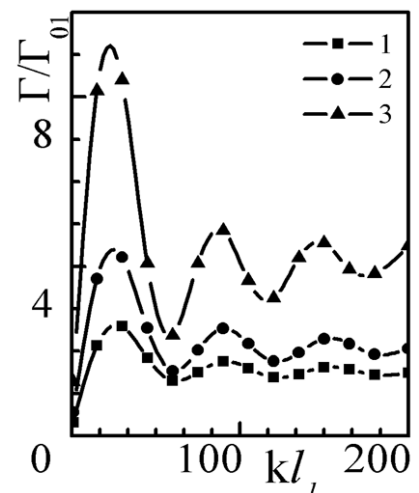
а



б



в



г

Рис. 6.4. Залежності коефіцієнта електронного поглинання  $\Gamma/\Gamma_{01}$  у двошаровій монокристалічній пластині від відношення товщин шарів металу  $d_{2,1}$  (а-в) та від параметра  $kl_1$  для таких значень параметрів:

а)  $q_1 = 0,3$ ,  $q_2 = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $Q_{nj} = 0,2$ ,  $kl_1 = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 0,1:1$  -  $t_1 = 0,01$ , 2 -  $t_1 = 0,1$ , 3 -  $t_1 = 10$ ;

б)  $q_1 = 0,3$ ,  $q_2 = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $Q_{nj} = 0,2$ ,  $kl_1 = 10$ ,  $l_{2,1} = 0,1:1$  -  $t_1 = 0,01$ , 2 -  $t_1 = 0,1$ , 3 -  $t_1 = 10$ ;

в)  $q_1 = 0,3$ ,  $q_2 = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $t_1 = 0,01$ ,  $kl_1 = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 0,1:1$  -  $Q_{nj} = 0,1$ , 2 -  $Q_{nj} = 0,5$ , 3 -  $Q_{nj} = 0,8$ ;

г)  $q_j = 1$ ,  $Q_{nj} = 0,1$ ,  $t_1 = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 1$ ,  $d_{2,1} = 0,1:1$  - 1 -  $P_{jn} = 0$ , 2 -  $P_{jn} = 0,5$ , 3 -  $P_{jn} = 0,9$

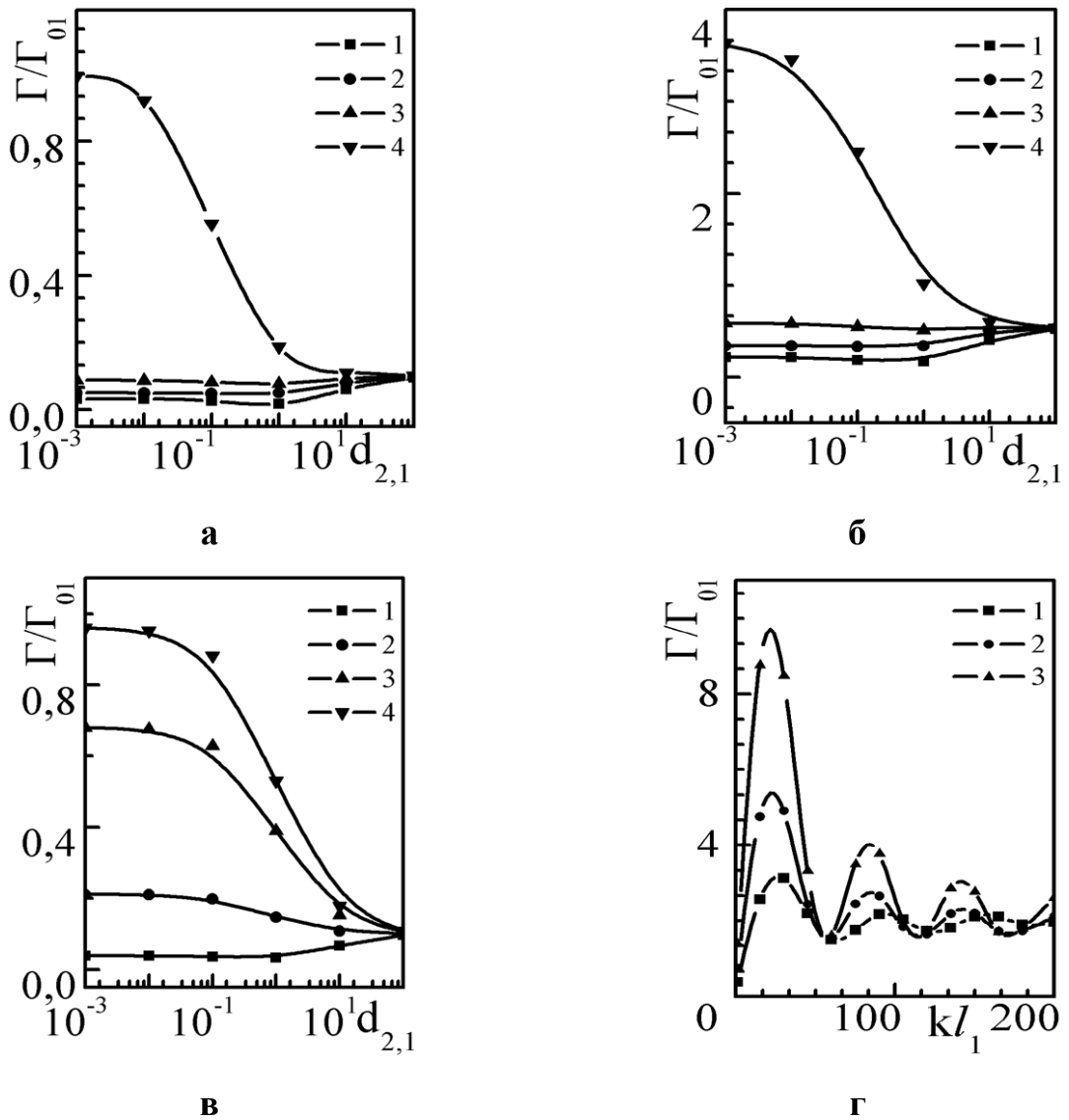


Рис. 6.5. Залежності коефіцієнта поглинання звуку, що поширюється по нормалі до меж поділу шарів, від відношення товщин сусідніх шарів металу мультитишару  $d_{2,1}$  (а - в) і параметра  $kl_1$  (г):

- а)  $t = 0,01$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $kl_1 = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 10 : 1$  - **1** -  $Q_{nj} = 0,1$ , **2** -  $Q_{nj} = 0,5$ , **3** -  $Q_{nj} = 0,7$ , **4** -  $Q_{nj} = 0,9$ ;
- б)  $t = 0,01$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $kl_1 = 10$ ,  $l_{1,2} = 10 : 1$  - **1** -  $Q_{nj} = 0,1$ , **2** -  $Q_{nj} = 0,5$ , **3** -  $Q_{nj} = 0,7$ , **4** -  $Q_{nj} = 0,9$ ;
- в)  $P_{jn} = 0,2$ ,  $Q_{nj} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 10$ ,  $kl_1 = 0,1$ , **1** -  $t_1 = 0,01$ , **2** -  $t_1 = 0,1$ , **3** -  $t_1 = 1$ , **4** -  $t_1 = 10$ ;
- г)  $t_1 = 0,1$ ,  $d_{2,1} = 0,1$ ,  $l_{1,2} = 0,1$ ,  $P_{jn} = 0,2$ : **1** -  $Q_{nj} = 0,1$ , **2** -  $Q_{nj} = 0,6$ , **3** -  $Q_{nj} = 0,8$

вироджується і коефіцієнт поглинання монотонним чином змінюється зі зростанням величини  $d_{2,1}$ . При виконанні нерівності  $kd_j \gg 1$  внаслідок кінцевості товщини шарів двошарової пластини величина коефіцієнта електронного поглинання звукової енергії стає осцилюючою функцією товщини шарів  $d_j$  і товщини ДП  $d$  та товщини бішару, амплітуда якої збільшується зі зростанням дзеркальності зовнішніх меж і межі поділу шарів зазначених багатошарових плівок (рис. 6.4, рис. 6.5 г).

### **6.2.2. Поглинання енергії звукової хвилі, що поширюється вздовж інтерфейсів у дво - та багатошаровій плівках**

Як показують теоретичні й експериментальні дослідження, транспортні коефіцієнти дво – та багатошарових плівок немонотонним чином залежать від відношення товщин сусідніх шарів металу. Розглянемо поведінку коефіцієнта поглинання енергії звукової хвилі, що поширюється уздовж МПШ у ДП та БП, які складаються з монокристалічних шарів металу різної товщини ( $d_j \neq d_n$ ) й ступеня чистоти ( $l_j \neq l_n$ ). Нехай на торці зразків збуджується поздовжня монохроматична звукова хвиля типу (6.1).

Для того щоб обчислити коефіцієнт поглинання енергії поздовжньої звукової хвилі, знову необхідно розв'язати кінетичне рівняння Больцмана, лінеаризоване за малим тензором деформації для функції розподілу носіїв заряду у кожному шарі дво - та багатошарової плівки. За відсутності магнітного поля основним механізмом поглинання енергії звукової хвилі є деформаційне поглинання, обумовлене перенормуванням енергії електронів при деформації зразків. З цієї причини в правій частині кінетичного рівняння ми не випикуємо множник, що описує взаємодію носіїв заряду з електричним полем, яке виникає в результаті перерозподілу електронів під впливом звукової хвилі й врахування якого в розглянутому випадку поздовжньої звукової хвилі несуттєве [334]. Кінцевий результат розрахунку дорівнює [345-347]:

$$\Gamma = \frac{1}{d} \operatorname{Re} \sum_{j=1}^2 d_j \Gamma_{0j} \Phi_j, \quad (6.53)$$

$$\Phi_j = 1 - \frac{a k l_j}{\pi t_j \operatorname{arctg}(k l_j)} \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^1 dz \frac{z(1-E_j)}{H_j^2(z, \varphi)} G_j(z, \varphi), \quad (6.54)$$

$$G_j = \frac{1}{\Delta} \left\{ (2 - q_j - P_{jn} + E_j (q_j + P_{jn} - 2q_j P_{jn})) (1 - q_n P_{nj} E_n^2) - \right. \\ \left. - q_n Q_{jn} Q_{nj} E_n^2 (1 - E_j + 2q_j E_j) - Q_{nj} \tau_{n,j} (1 - E_n) (1 + q_j E_j) (1 + q_n E_n) \right\},$$

$$\Delta = 1 - P_{jn} q_j E_j^2 - q_n P_{nj} E_n^2 - q_j q_n (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj}) E_j^2 E_n^2;$$

$$G_j = 1 - \frac{1}{\Delta} \left\{ (1 + P_{jn} E_j) (1 + P_{nj} E_n) - Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n \right\} \left\{ C_j (1 - P_{nj} E_n) + Q_{nj} \tau_{n,j} E_n C_n \right\},$$

$$\Delta = 1 - P_{jn}^2 E_j^2 - P_{nj}^2 E_n^2 - 2Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n + (Q_{jn} Q_{nj} - P_{jn} P_{nj})^2 E_j^2 E_n^2,$$

$$C_j = P_{jn} (1 - E_j) + Q_{nj} \tau_{n,j} (1 - E_n),$$

$$H_j(z, \varphi) = 1 + i k l_j \cos(\varphi) \sqrt{1 - z^2}, \quad E_j = \exp\left(-\frac{t_j H_j}{z}\right),$$

$$\tau_{n,j} = \frac{\tau_{0n} H_j}{\tau_{0j} H_n} \equiv \tau_{0n,j} H_{j,n}, \quad t_j = \frac{d_j}{l_j}, \quad j \neq n = 1, 2.$$

Перш ніж перейти до чисельних розрахунків, отримаємо прості асимптотичні співвідношення для коефіцієнта поглинання для граничних значень параметрів  $t_j$  та  $kl_j$ . Якщо товщина шарів металу  $d_j$  значно більша за

довжину вільного пробігу електронів  $l_j$  у них, тобто  $t_j \gg 1$ , то коефіцієнт поглинання звуку дорівнює

$$\Gamma = \frac{1}{d} \operatorname{Re} \sum_{j=1}^2 d_j \Gamma_{0j} \left\{ 1 - \frac{a}{2kd_j \operatorname{arctg}(kl_j)} \left[ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1+k^2 l_j^2}} \right) - Q_{nj} \left( 1 + \frac{kl_j \sqrt{1+k^2 l_n^2} - kl_n \sqrt{1+k^2 l_j^2}}{kl_n - kl_j} \right) \right] \right\}. \quad (6.55)$$

В області слабкої просторової дисперсії  $kl_j \ll 1$  величина  $\Gamma$  визначається внеском всіх електронів на поверхні Фермі, і коефіцієнт  $\Gamma$ , як випливає з формули (6.56), дорівнює

$$\Gamma = \frac{1}{d} \operatorname{Re} \sum_{j=1}^2 d_j \Gamma_{0j} \left\{ 1 - \frac{l_j}{4d_j} \left\{ b_j^{(-)} \left( 1 - \frac{5}{12} k^2 l_j^2 \right) - Q_{nj} \tau_{0n,j} \left( 1 + \frac{1}{12} k^2 l_j^2 - \frac{1}{4} k^2 l_n^2 - \frac{1}{4} kl_j kl_n \right) \right\} \right\}, \quad (6.56)$$

і, у випадку, коли дво - та багатошарова плівка складаються з шарів металу однакової чистоти ( $l_j = l_n$ ), формула (6.56) спрощується і набирає вигляду

$$\Gamma = \frac{1}{d} \operatorname{Re} \sum_{j=1}^2 d_j \Gamma_{0j} \left\{ 1 - \frac{al_j}{4d_j} \left( b_j^{(-)} - Q_{nj} \tau_{0n,j} \right) \left( 1 - \frac{5}{12} k^2 l_j^2 \right) \right\}. \quad (6.57)$$

В області сильної просторової дисперсії  $kl_j \gg 1$  поглинання звукової енергії визначається електронами, які на довжині вільного пробігу рухаються в площині постійної фази звукової хвилі під кутом до хвильового вектора  $\mathbf{k}$ ,

близьким до  $\pi/2$ , і для величини  $\Gamma$  з формули (6.55) можна отримати такий вираз:

$$\Gamma = \frac{1}{d} \operatorname{Re} \sum_{j=1}^2 d_j \Gamma_{0j} \left\{ 1 - \frac{b_j^{(-)} - Q_{nj}}{\pi k d_j} \right\}. \quad (6.58)$$

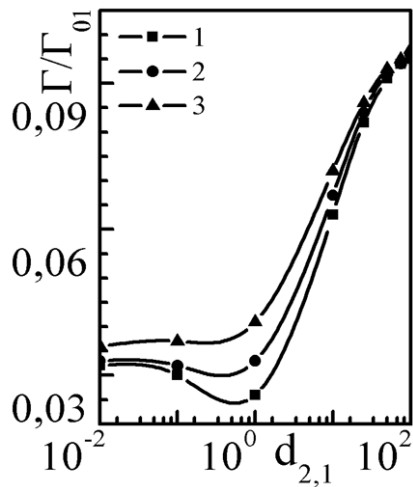
Якщо дво - та багатошаровий зразки складаються з тонких шарів металу ( $d_j \ll l_j$ ), то при виконанні нерівності  $kd_j \ll 1$  в областях слабкої та сильної просторової дисперсії коефіцієнт поглинання звукової енергії знову визначається формулою (6.53), у якій  $\Phi_j$  можна записати у вигляді

$$\Phi_j = \frac{1}{2} \Phi_j^* \frac{kd_j}{\operatorname{arctg}(kl_j)} \ln \left( \frac{l_j}{d_j} \right) \cong \Phi_j^* \ln \left( \frac{l_j}{d_j} \right) \begin{cases} \frac{d_j}{2l_j} \left( 1 + \frac{k^2 l_j^2}{3} \right), & kl_j \ll 1, \\ \frac{kd_j}{\pi}, & kl_j \gg 1. \end{cases} \quad (6.59)$$

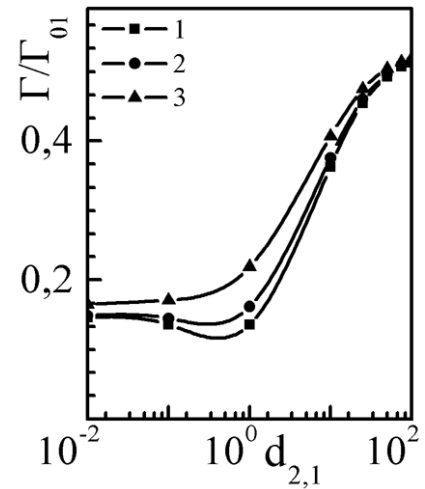
Як випливає з формули (6.59), величина згасання звукової енергії  $\Gamma$  у ДП та БП в області слабкої дисперсії значно менша, ніж коефіцієнт  $\Gamma_{0j}$  у масивному зразку, що обумовлено зменшенням числа ефективних носіїв заряду, які поглинають звукову енергію. Зі збільшенням  $kl_j$  внаслідок просторової локалізації електронів величина  $\Gamma$  у дво - та багатошаровій плівках збільшується внаслідок збільшення числа ефективних носіїв заряду.

При виконанні протилежної нерівності  $kd_j \gg 1$ , яка може реалізуватися лише в області сильної просторової дисперсії ( $kl_j \gg 1$ ), ефективно взаємодіють зі

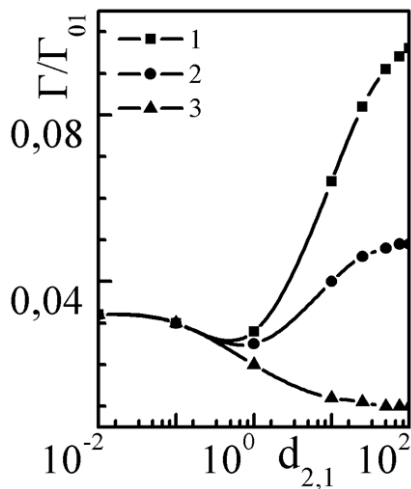




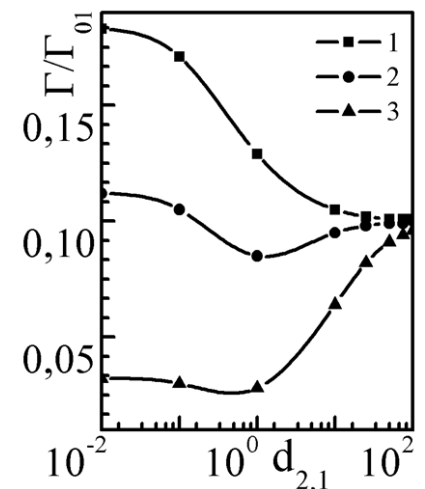
а



б



в



г

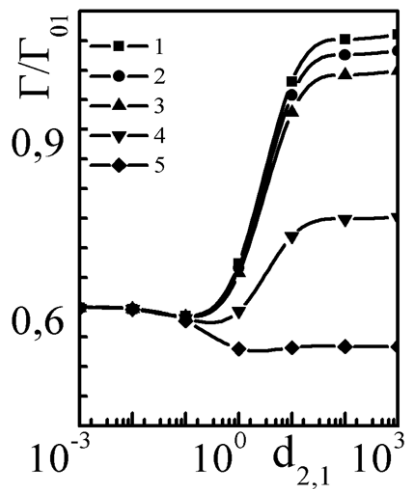
Рис. 6.6. Залежності коефіцієнта поглинання звуку  $\Gamma/\Gamma_{01}$ , що поширюється вздовж інтерфейсу ДП, від  $d_{2,1}$  при значеннях параметрів:

а)  $t_1 = 0,01$ ,  $q_1 = 0,1$ ,  $q_2 = 0,2$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 0,1$ ,  $kl_1 = 0,1$ : 1 -  $Q_{nj} = 0,0$ , 2 -  $Q_{nj} = 0,4$ , 3 -  $Q_{nj} = 0,9$ ;

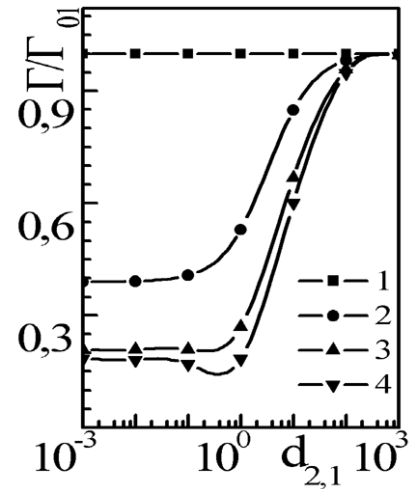
б)  $t_1 = 0,01$ ,  $q_1 = 0,1$ ,  $q_2 = 0,2$ ,  $Q_{jn} = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 0,1$ ,  $kl_1 = 10$ : 1 -  $P_{nj} = 0,0$ , 2 -  $P_{nj} = 0,4$ , 3 -  $P_{nj} = 0,9$ ;

в)  $t_1 = 0,01$ ,  $q_1 = 0,1$ ,  $q_2 = 0,2$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $Q_{nj} = 0,1$ ,  $kl_1 = 0,1$ : 1 -  $l_{2,1} = 0,1$ , 2 -  $l_{2,1} = 0,05$ , 3 -  $l_{2,1} = 0,01$ ;

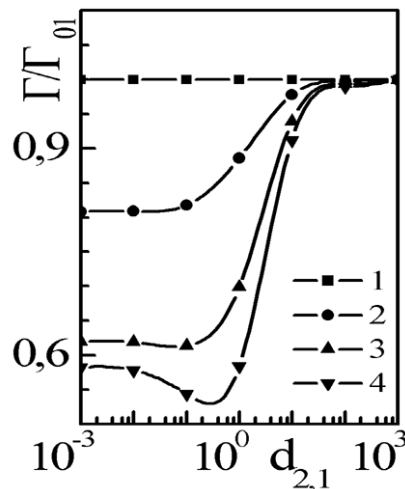
г)  $q_1 = 0,1$ ,  $q_2 = 0,2$ ,  $P_{jn} = 0,1$ ,  $Q_{nj} = 0,1$ ,  $l_{2,1} = 0,1$ ,  $kl_1 = 0,1$ : 1 -  $t_1 = 0,1$ , 2 -  $t_1 = 0,05$ , 3 -  $t_1 = 0,01$



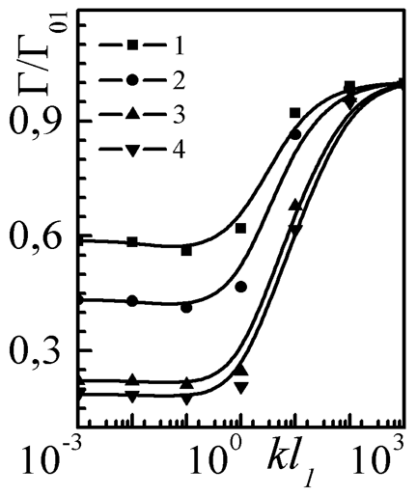
а



б



в



г

Рис. 6.7. Залежності коефіцієнта електронного поглинання звукової енергії у мультишарі  $\Gamma/\Gamma_{01}$  від відношення товщини шарів металу  $d_{2,1}$  для таких значень параметрів:

а)  $P_{jn} = Q_{nj} = 0,1, t_1 = 0,1, kl_1 = 10$ : 1 -  $l_{1,2} = 0,1$ , 2 -  $l_{1,2} = 0,5$ , 3 -  $l_{1,2} = 1$ , 4 -  $l_{1,2} = 5$ , 5 -  $l_{1,2} = 10$ ;

б)  $P_{jn} = 0,1, t_1 = 0,1, kl_1 = 0,1, l_{1,2} = 1$ : 1 -  $P_{nj} = 0,9$ , 2 -  $P_{nj} = 0,7$ , 3 -  $P_{nj} = 0,3$ , 4 -  $P_{nj} = 0,0$ ;

в)  $P_{jn} = 0,1, t_1 = 0,1, kl_1 = 10, l_{1,2} = 1$ : 1 -  $Q_{nj} = 0,9$ , 2 -  $Q_{nj} = 0,7$ , 3 -  $Q_{nj} = 0,3$ , 4 -  $Q_{nj} = 0,0$ ;

г)  $P_{jn} = Q_{nj} = 0,1, t_1 = 0,1, l_{1,2} = 10$ : 1 -  $d_{2,1} = 10$ , 2 -  $d_{2,1} = 5$ , 3 -  $d_{2,1} = 1$ , 4 -  $d_{2,1} = 0,1$ , 5 -  $d_{2,1} = 0,01$

звуковою хвилею носії заряду, які рухаються практично по нормалі до інтерфейсів ДП та БП, і величина  $\Phi_j$  у цій області частот дорівнює

$$\Phi_j = \Phi_j^* \frac{\pi}{kd_j} \ln\left(\frac{l_j}{d_j}\right). \quad (6.60)$$

З подальшим збільшенням частоти звукової хвилі величина  $\Gamma$  асимптотично прямує до величини коефіцієнта поглинання звуку в безмежовому зразку (6.43).

Для проведення чисельного аналізу коефіцієнта поглинання енергії звукової хвилі у дво - та багат шаровій пластинах формулу (6.53) зручно знову ж таки записати у вигляді (6.51). Криві, наведені на рис. 6.6, 6.7, ілюструють залежність коефіцієнта поглинання звуку, нормованого на об'ємне значення шару металу товщиною  $d_1$ , від відношення товщин шарів металу  $d_{2,1}$  у різних областях просторової дисперсії та при різних значеннях параметрів, що характеризують поверхневу й об'ємну релаксацію носіїв заряду в зразку.

Таким чином, дослідження залежності коефіцієнта поглинання звукової енергії у ДП та БП від відношення товщин шарів металу дозволяє отримати докладну інформації щодо взаємодії носіїв заряду з межами поділу шарів металу та зовнішніми межами.

### **6.3. Акустичний аналог ефекту гігантського магнітоопору в магнітних сандвічах та мультишарах**

У розділі 2 було показано, що гігантський магніторезистивний ефект у магнітних багат шарових плівкових системах обумовлений асиметрією розсіяння електронів в об'ємі шарів металу та на їх інтерфейсах. Ті самі механізми, очевидно, можуть проявлятися і в інших електронних ефектах, зокрема в електронному поглинанні енергії звукових хвиль [348].

Для вивчення зазначеного ефекту будемо вважати, що магнітні шари у багатошаровій плівці однодоменні, щоб виключити з розгляду резонансну взаємодію електронів з доменними межами [349, 350] та ізотропні по стосовно до своїх пружних властивостей.

Розглянемо сандвіч та багатошарову плівку, які складаються з магнітних шарів металу різної товщини ( $d_j \neq d_n$ ), розділених ультратонкими немагнітними прошарками, роль яких зводиться до формування початкової антиферомагнітної конфігурації.

Для того щоб у рамках двострумкової [106,107] моделі феромагнітного металу розрахувати деформаційний коефіцієнт поглинання енергії поздовжньої звукової хвилі  $\mathbf{u} = (0; u_0 \exp\{iky - i\omega t\}; 0)$ , яка поширюється уздовж МПШ,

$$\Gamma_{AP} = \frac{1}{d} \operatorname{Re} \sum_{s=\pm} \sum_{j \neq n=1}^2 \frac{1}{W_j} \int_0^{d_j} dx \int d^3 p^{(n-j)s} \left\langle g^* f_j^{(n-j)s} \left( |x|, p^{(n-j)s} \right) \right\rangle, \quad (6.61)$$

необхідно розв'язати лінеаризоване за малим тензором деформації  $u_{ik}$  кінетичне рівняння Больцмана, доповнене граничними умовами, які описують характер спіну - залежної взаємодії носіїв заряду із зовнішніми межами та інтерфейсами багатошарових магнітних зразків. Не зупиняючись на стандартній процедурі розв'язання кінетичного рівняння (вона досить докладно описана у даному розділі та у розділі 2), запишемо відразу кінцевий результат розрахунку за допущення що закон дисперсії для електронів у кожному металевому шарі квадратичний та ізотропний (знову вважаємо, що спіну - фліп - процесами можна знехтувати):

$$\Gamma_{AP} = \frac{1}{d} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{s=\pm} \sum_{j \neq n=1}^2 d_j \Gamma_{0j}^{(n-j)s} \Phi_{APj}^{(n-j)s} \right\}, \quad (6.62)$$

де  $\Gamma_{0j}^s \sim \arctg kl_j^s$  і визначає коефіцієнт поглинання звукової енергії у

масивному зразку;

$\Phi_{APj}^s$  - розмірні функції, які мають такий вигляд [351,352]:

$$\Phi_{APj}^s = 1 - \frac{2kl_j^s}{\pi t_j^s \operatorname{arctg} kl_j^s} \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^1 dz \frac{z(1-E_j^s)}{\left(1 + ikl_j^s \cos\varphi \sqrt{1-z^2}\right)^2} G_j^s. \quad (6.63)$$

Функції  $G_j^s$ , які входять у формулу (6.63) визначаються співвідношеннями (2.23) та (2.24), у яких необхідно зробити такі заміни:

$$E_j^s \rightarrow E_j^s = \exp\left\{-\frac{t_j^s}{z} \left(1 + ikl_j^s \cos\varphi \sqrt{1-z^2}\right)\right\}, \quad \frac{\tau_n^{-s}}{\tau_j^s} \rightarrow \frac{\tau_n^{-s} H_j^s}{\tau_j^s H_n^{-s}}, \quad t_j^s = \frac{d_j}{l_j^s}.$$

Отриманий загальний вираз для розмірних функцій можна спростити для випадку, коли сандвіч та багатошарова плівка складаються з тонких ( $d_j \ll l_j^s$ ) шарів металу і виконуються нерівності ( $kd_j \ll 1$ )

$$\Phi_{APj}^s = \left\{ \frac{\left(1 + q_j^s\right) \left(1 + P_{jn}^s\right) \left(1 - q_n^{-s} P_{nj}^{-s}\right) + q_n^{-s} Q_{jn}^s Q_{nj}^{-s} + \left(1 + q_n^{-s}\right) Q_{nj}^{-s} d_{n,j}}{\left(1 - q_j^s P_{jn}^s\right) \left(1 - q_n^{-s} P_{nj}^{-s}\right) - q_j^s q_n^{-s} Q_{jn}^s Q_{nj}^{-s}} \right. \\ \left. \frac{\left(1 + P_{jn}^s\right) \left(1 - P_{nj}^{-s}\right) + Q_{jn}^s Q_{nj}^{-s} + 2Q_{nj}^{-s} d_{n,j}}{\left(1 - P_{jn}^s\right) \left(1 - P_{nj}^{-s}\right) - Q_{jn}^s Q_{nj}^{-s}} \right\} \frac{kd_j}{a \operatorname{arctg} kl_j^s}, \quad (6.64)$$

де коефіцієнт  $a$  визначений за формулою (2.25). При написанні асимптотичного виразу (6.64) ми знехтували несуттєвим для подальших розрахунків логарифмічним фактором, який визначає відносне число носіїв заряду, які рухаються під малими кутами до меж зразка.

Знову будемо вважати, що зовнішнє магнітне поле, яке необхідне для переведення сандвіча та багатошарової плівки з  $AP \rightarrow P$  конфігурацією

відносно слабке, тому його впливом на траєкторії руху носіїв заряду можна знехтувати. У цьому випадку коефіцієнт поглинання звукової енергії  $\Gamma_P$  у зразках з  $P$  – конфігурацією дорівнює

$$\Gamma_P = \frac{1}{d} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{s=\pm j=1}^2 d_j \Gamma_{0j}^s \Phi_{Pj}^s \right\}, \quad (6.65)$$

де загальний вираз та апроксимаційні співвідношення для розмірної функції  $\Phi_{Pj}^s$  будуть визначатися формулами (6.63) та (6.64), у яких потрібно зробити таку заміну:  $-s \rightarrow s$ .

В результаті перемагнічування сандвіча та багатошарової плівки змінюється характер взаємодії носіїв заряду з межами зразків, що призводить до появи групи ефективних електронів, які рухаються без розсіяння у полі звукової хвилі та поглинають її енергію (див. рис. 2.3). Кількісні характеристики прямого та інверсного акустичних аналогів гігантського магнітоопору відповідно можна визначити таким чином:

$$\delta_{\Gamma_{AP}} = \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_{AP}} \equiv \frac{\Gamma_P - \Gamma_{AP}}{\Gamma_{AP}}, \quad \delta_{\Gamma_P} = \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_P} \equiv \frac{\Gamma_P - \Gamma_{AP}}{\Gamma_P}. \quad (6.66)$$

Перш ніж перейти безпосередньо до чисельного аналізу зазначеного ефекту, отримаємо прості модельні вирази, які визначають величину ефекту. Вважаючи, що виконуються рівності (2.33), можна показати, що:

- у випадку, коли домінуючим механізмом асиметричного СЗР електронів є їх розсіяння на МПШ металу, то амплітуда ефекту визначається за формулами (2.37) і (2.38), (2.43) і (2.44);

- якщо зазначений ефект обумовлений асиметричним спіном – залежним розсіянням носіїв заряду то, очевидно, рівень ефекту можна визначити за формулами (2.30) та (2.31), у яких необхідно виконати такі заміни:

$$\alpha_{bj \rightarrow} \rightarrow \alpha_{\Gamma j} = \Gamma_0^+ / \Gamma_0^-, \quad \beta_b \rightarrow \beta_{\Gamma} = \Gamma_{02}^+ / \Gamma_{01}^+.$$

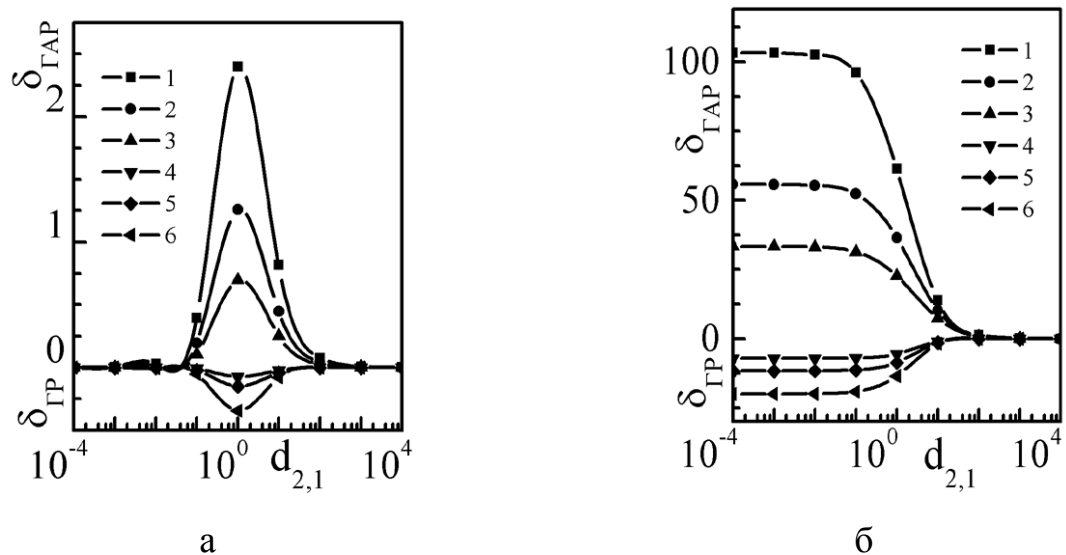


Рис. 6.8. Залежності  $\delta_{\Gamma AP}$  та  $\delta_{\Gamma P}$  від відношення товщин магнітних шарів магнітного мультишару при таких значеннях параметрів ( $P_{jn}^s = 0,1$ ,  $k_1^s = 0,1$ ,  $l_{1,2}^s = 1$ ,  $kl^s = 0,1$ ):

а)  $Q_{jn}^s = 0,1$ : 1 -  $\alpha_{\Gamma j} = 0,37$ , 2-  $\alpha_{\Gamma j} = 0,27$ , 3 -  $\alpha_{\Gamma j} = 0,17$ , 4 -  $\alpha_{\Gamma 1} = 0,17$ ,  $\alpha_{\Gamma 2} = 3$ , 5-  $\alpha_{\Gamma 1} = 0,17$ ,  $\alpha_{\Gamma 2} = 6$ , 6 -  $\alpha_{\Gamma 1} = 0,17$ ,  $\alpha_{\Gamma 2} = 10$ .

б)  $\alpha_{\Gamma j} = 1,0$  (для кривих 1-4) 1 -  $\alpha_{Qj} = 8$ ; 2 -  $\alpha_{Qj} = 6$ , 3 -  $\alpha_{Qj} = 4$ ; 5 -  $\alpha_{Q1} = 0,17$ ,  $\alpha_{Q2} = 3$ , 6 -  $\alpha_{Q1} = 8$ ,  $\alpha_{Q2} = 0,17$

На рис. 6.8 наведена серія кривих, отриманих шляхом чисельного розрахунку за такими формулами (вважаємо, що  $(\Gamma_{01}^-)_{AP} = (\Gamma_{01}^-)_P$ ):

$$\delta_{\Gamma AP} = \left\{ \frac{\sum_{j=1}^2 \left( d_{j,n} \frac{\arctg kl_j^+}{\arctg kl_n^+} \right)^{j-1} \left\{ \Phi_{Pj}^+ + \frac{\arctg kl_j^-}{\arctg k\lambda_j^+} \Phi_{Pj}^- \right\}}{\sum_{j=1}^2 \left( d_{j,n} \frac{\arctg kl_j^+}{\arctg kl_n^+} \right)^{j-1} \left\{ \Phi_{APj}^+ + \frac{\arctg kl_j^-}{\arctg kl_j^+} \Phi_{APj}^- \right\}} - 1 \right\} 100\%, \quad (6.67)$$

$$\delta_{\Gamma P} = \left\{ 1 - \frac{\sum_{j=1}^2 \left( d_{j,n} \frac{\arctg kl_j^+}{\arctg kl_n^+} \right)^{j-1} \left\{ \Phi_{Pj}^+ + \frac{\arctg kl_j^-}{\arctg k\lambda_j^+} \Phi_{Pj}^- \right\}}{\sum_{j=1}^2 \left( d_{j,n} \frac{\arctg kl_j^+}{\arctg kl_n^+} \right)^{j-1} \left\{ \Phi_{APj}^+ + \frac{\arctg kl_j^-}{\arctg kl_j^+} \Phi_{APj}^- \right\}} \right\} 100\%, \quad (6.68)$$

які ілюструють розмірну залежність акустичного аналогу ефекту ГМО у багат шаровій плівці. Незавжди побачити, що характер розмірної залежності зазначеного ефекту збігається з аналогічними залежностями для самого ефекту ГМО. Наявність максимуму на серії кривих рис. 6.8 а, величина якого визначається формулою за (2.52), обумовлена асиметрією об'ємного СЗР електронів. Якщо цей механізм “виключити”, а включити інтерфейсний механізм асиметричного розсіювання електронів, то амплітуда ефекту різко зростає (саме тому цей механізм і є основним), а величина ефекту монотонно зменшується зі збільшенням товщини шару.

### **Висновки до розділу 6**

У даному розділі з використанням квазікласичного наближення побудована теорія розмірного акустоелектронного ефекту в одно - та багат шарових плівках і показано:

- урахування меж при розрахунку коефіцієнта поглинання  $\Gamma$  у тонкій плівці у рамках моделі ФЗ призводить до зменшення коефіцієнта поглинання в області слабкої просторової дисперсії у порівнянні з його значенням у масивному зразку внаслідок дифузного характеру розсіювання електронів на межах плівки. В той час у рамках моделі Фальковського величина  $\Gamma$  у цій області частот завжди більша, ніж у безмежовому металі внаслідок того, що зазначена модель враховує лише внески ковзних електронів, нехтуючи при цьому внесками носіїв заряду, які рухаються під великими кутами до меж зразка;
- у випадку, коли хвиля поширюється по нормалі до меж, коефіцієнт поглинання стає осцилюючою функцією довжини хвилі (або товщини зразків), унаслідок обмеження зразків за товщиною;
- коефіцієнт поглинання звукової хвилі, яка поширюється уздовж поверхні, у дво - та багат шарових плівках немонотонним чином залежить від відношення сусідніх товщин шарів металу внаслідок наявності шорсткостей



інтерфейсів. При ідеально гладких МПШ величина  $\Gamma$  монотонно змінюється зі зростанням товщини шарів металу;

- аналіз акустичного аналога ефекту гігантського магнітоопору показав, що зазначений ефект обумовлений асиметрією спінів - залежного розсіяння електронів у об'ємі шарів металу та на їх інтерфейсах і має ті самі розмірні залежності, що й ефект гігантського магнітоопору.

## ВИСНОВКИ

Інтенсивний розвиток фізики поверхні та інтерфейсних явищ у багатошарових плівкових системах з монокристалічною та полікристалічною структурами стимулює створення нових експериментальних методів і використання нових об'єктів дослідження, які дозволяють отримувати інформацію щодо взаємодії носіїв заряду із зовнішніми та внутрішніми межами металів. У той же час цілеспрямоване використання нових експериментальних можливостей потребує відповідного теоретичного обґрунтування, яке дає можливість установити відповідність між складною картиною залежності транспортних коефіцієнтів від зовнішніх полів та параметрів, що характеризують поверхневу, інтерфейсну, зерномежову та об'ємну релаксацію носіїв заряду.

Проведені у дисертаційній роботі теоретичні дослідження дали можливість здійснити подальший теоретичний розвиток наукового напрямку “Кінетичні явища у багатошарових магнітних та немагнітних плівкових системах”. У результаті були сформульовані такі узагальнювальні висновки:

1. Уперше з використанням квазікласичного наближення для феромагнітного металу Мотта побудована загальна (при довільних значеннях параметрів задачі, які входять до кінцевого результату розрахунків) теорія гігантського магніторезистивного ефекту для магнітних багатошарових плівок та сандвічів і встановлені такі закономірності:

- вплив шорсткостей меж провідників на амплітуду ефекту визначається конфігурацією центрів, що асиметрично розсіюють електрони з різною поляризацією спіну;
- у випадку, коли ефект гігантського магнітоопору (ГМО) обумовлений асиметрією інтерфейсного спін - залежного розсіювання (СЗР) носіїв заряду, а зазначені вище центри розміщені в інтерфейсах зразків, збільшення ймовірності дзеркального розсіювання електронів на межах поділу шарів металу призводить до зменшення ефекту внаслідок зменшення ймовірності проходження електронів у сусідні шари металу і відповідно до зменшення магнітної взаємодії між магнітними шарами;
- при будь - якій іншій конфігурації центрів, що розсіюють електрони, їх дзеркальне відбиття призводить до збільшення рівня ефекту внаслідок збереження електроном своєї “пам’яті” про свій спін, і він залишається ефективним;
- зміна знака ГМО можлива лише для несиметричних зразків з асиметричним СЗР носіїв заряду в об’ємі шарів металу та на їх інтерфейсах з проходженням у сусідні шари металу;
- урахування залежності параметрів дзеркальності від кута падіння електрона на межі зразка не приводить до висновку про оптимальні шорсткості, при яких ефект максимальний, оскільки його величина монотонно зменшується зі зростанням шорсткості інтерфейсів та виходить на насичення.

2. Уперше побудовано теорію гігантського магнітоопору у багат шарових плівках з полікристалічною структурою та показано, що:

- у випадку, коли ефект ГМО обумовлений асиметрією СЗР електронів на інтерфейсах зразка, розсіювання носіїв заряду на межах зерен призводить до зменшення амплітуди ефекту внаслідок втрати “пам’яті” електрона про свій спін (носій заряду стає неефективним);
- якщо ж домінуючим механізмом СЗР електронів є їх розсіювання в об’ємі магнітних шарів, то у випадку, коли шари мають крупнозернисту

структуру, розсіяння носіїв заряду на МЗ призводить до зменшення рівня ефекту, в той час як для зразків з дрібнозернистою структурою ГМО буде обумовлений асиметричним розсіянням електронів на міжкристалітних межах, і амплітуда ефекту буде збільшуватися.

3. Уперше з використанням модифікованої моделі Маядаса - Шацкеса побудована загальна теорія кінетичних ефектів, яка дозволила лінеаризувати точні співвідношення, які пройшли експериментальну перевірку, та встановити такі загальні закономірності:

- у разі виконання нерівностей  $K_1 > \sigma_{2,1}K_2$  ( $K_1 < \sigma_{2,1}K_2$ ), де  $K_j$  ( $j=1,2$ ) - транспортний коефіцієнт (провідність, температурний коефіцієнт опору, коефіцієнт тензочутливості тощо) у  $j$ -му шарі металу,  $\sigma_{2,1} = \sigma_2 / \sigma_1$  - відношення провідностей у сусідніх шарах металу, величина коефіцієнтів монотонно збільшується (зменшується) зі зростанням товщини шарів;
- у випадку, коли  $K_1 \sim \sigma_{2,1}K_2$  та  $d_1 \sim d_2$ , на розмірній залежності коефіцієнтів виникає мінімум (максимум), який обумовлений конкуренцією об'ємного, інтерфейсного та зерномежового розсіяння носіїв заряду;
- якщо основним механізмом релаксації носіїв заряду є їх розсіяння на межах зерен, температурний коефіцієнт опору може набувати від'ємного значення;
- обробка даних експериментальних досліджень провідності, температурного коефіцієнта опору тощо зразків за допомогою отриманих лінеаризованих співвідношень показала, що розрахункові та експериментальні значення задовільно узгоджуються з точністю до 20%.

4. Уперше запропоновано теорію осциляційного гальваноманітного ефекту в багат шарових плівках та здійснено подальший розвиток уявлень про зазначений ефект у двошарових плівках. Було встановлено:

- що в області слабкого магнітного поля, коли його вплив на балістичний рух носіїв заряду незначний, і при досконалих зовнішніх межах та інтерфейсах опір монотонно змінюється зі зміною товщини плівок. Наявність шорсткостей меж та інтерфейсів викликає конкуренцію

об'ємного та інтерфейсного розсіяння носіїв заряду, що приводить до немонотонної розмірної залежності опору зазначених зразків;

- в області сильного поля, коли електрони рухаються по гвинтових траєкторіях, внаслідок втрати кореляції між падаючим та відбитим (або носієм заряду, що пройшов у сусідній шар металу) опір осцилює зі зміною поля, а амплітуда осциляцій визначається величиною шорсткостей меж, інтерфейсів і дефектністю структури шарів.

5. Уперше розглянуто вплив взаємної дифузії металів на провідність багат шарових моно - та полікристалічних плівок та здійснено подальше вивчення його впливу на кінетичні характеристики в одно - та двошарових плівках. З отриманих простих модельних виразів випливає, що:

- при невеликому часі відпалювання, за зміною, зокрема, провідності у результаті відпалу, можна розрахувати коефіцієнти об'ємної та зерномежової дифузії;

- при збільшенні часу відпалювання глибина проникнення атомів домішок в об'єм плівки визначається її товщиною, і визначення зазначених коефіцієнтів зводиться до знаходження мінімального часу відпалу такого, що при подальшому відпалюванні транспортні характеристики провідника не змінюються;

- при подальшому відпалюванні розподіл атомів домішок стає практично однорідним за товщиною, що дозволяє знайти зв'язок між коефіцієнтом об'ємної дифузії та ефективною довжиною вільного пробігу, а також зв'язок між коефіцієнтом зерномежової дифузії та ефективним зерномежовим параметром, що дозволяє також визначити зазначені коефіцієнти дифузії.

6. Уперше проаналізований осциляційний акустоелектронний ефект в одно - та багат шарових плівках і показано, що величина деформаційного коефіцієнта поглинання визначається ступенем шорсткостей меж та інтерфейсів, а саме:

- при дзеркальному відбитті електронів межами зразків не змінюється ефективне число електронів, які взаємодіють зі звуковою хвилею, і вони не

руйнують синхронності руху електронів, які поглинають енергію на усій довжині вільного пробігу, внаслідок чого коефіцієнт поглинання зростає ;

- зі збільшенням ступеня шорсткості меж зменшується відносне число ефективних електронів, що призводить до зменшення коефіцієнта згасання, а у дво - та багат шарових плівках внаслідок дифузного розсіяння електронів на інтерфейсах коефіцієнт поглинання енергії немонотонно залежить від товщини шарів;
- у випадку, коли звукова хвиля поширюється по нормалі до інтерфейсів зразків, в області сильної просторової дисперсії коефіцієнт поглинання осцилює зі зміною довжини хвилі внаслідок того, що його величина залежить від кількості областей стиснення та розтягнення кристалічної ґратки, що укладаються на товщині шару металу;
- аналіз акустичного аналогу ефекту гігантського магнітоопору показав, що зазначений ефект обумовлений асиметрією спінів - залежного розсіяння електронів у об'ємі шарів металу та на їх інтерфейсах і має ті самі розмірні залежності, що і ефект гігантського магнітоопору.

### **ПРИМІТКИ**

Вважаю приємним своїм обов'язком висловити щирі вдячність науковому консультанту Заслуженому діячу науки і техніки України, доктору фізико-математичних наук, професору Проценку Івану Юхимовичу за постійну увагу, зацікавленість та допомогу в процесі виконання роботи. Особливо хочу подякувати проф. Черноусу Анатолію Миколайовичу за допомогу у написанні експериментальної частини розділу 3 даної дисертаційної роботи та за обговорення результатів досліджень. Доцентам Білоус О.А., Проценку С.І., Шпетному І.О., Говорун Т. П., Токаню В.В., Чешко І. В. висловлюю велику подяку за плідну роботу над спільними статтями.

Автор дуже вдячний всім викладачам, співробітникам і аспірантам кафедри прикладної фізики Сумського державного університету за моральну підтримку під час підготовки роботи.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Кабаяси Н.М. Введение в нанотехнологию. – М.: БИНОМ Лаб. Знаний, 2007. – 135 с.
2. Пул Ч.П., Оуэнс Ф.Дж. Нанотехнологии. – М.: Техносфера, 2006. – 336 с.
3. Огнев А.В., Самардак А.С. Спинтроника: физические принципы, устройства, перспективы // Вестник ДВО РАН. – 2006. – № 4. – С. 70 – 80.
4. Дорогань В.Г., Моцний Ф.В. Спін – поляризовані електрони в електроніці майбутнього // УФЖ. – 2004. – Т. 49, № 12. – С. 1174 – 1187.
5. Zutic I., Fabian J., Das S.R. Spintronics fundamentals and applications // Rev. Mod. Phys. – 2004. – V. 76, № 2. – P. 323 – 410.
6. Третьяк О.В., Львов В.А., Барабанов О.В. Фізичні основи спінової електроніки. – К.: Видавничо – поліграфічний центр “Київський університет”, 2002. – 314 с.
7. Проценко І. Ю., Сасенко В.А. Тонкі металеві плівки (технологія та властивості). – Суми: СумДУ, 2002. – 187 с.
8. Tsymbal E.Y., Pettifor D.G. Perspectives of giant magnetoresistance // In Solid State Physics, ed. by H. Ehrenreich, F. Spaepen, San Diego CA: Academic, 2001. – V. 56. – P. 113 – 237.
9. Тонкие пленки в электронике. – Харьков: ИПЦ «Контраст», 2001. – 400 с.
10. Проценко І. Ю. Технологія та фізика тонких металевих плівок. – Суми: СумДУ, 2000. – 148 с.
11. Which spin valve for next giant magnetoresistance head generation? / A. Satoru, S. Masashi, L. Shuxiang et al. // J. Appl. Phys. - 2000. – V. 87, № 9, part 2. – P.5377 – 5382.
12. Layered magnetic structures: interlayer exchange coupling and giant magnetoresistance / A. Fert, P. Grünberg, A. Barthelemy et al. // J. Magn. Mater. – 1995. – V. 140 – 144, № 1. – P. 1 – 8.
13. Parkin S.S.P. Giant magnetoresistance in magnetic nanostructures // Annu. Rev. Mater. Sci. – 1995. – V. 25. – P. 357 – 388.

14. Dieny B. Giant magnetoresistance in spin – valve multilayers // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1994. – V. 136. – P. 335 – 359.
15. Camley R.E., Stamps R.L. Magnetic multilayers: spin configurations, excitations and giant magnetoresistance // *J. Phys.: Condens. Matter.* – 1993. – V. 5. - P.3727 – 3786.
16. *Metallic superlattices.* Ed. By T. Shinjo, T. Takada. – Elsevier scientific publishing company, 1987. – 271 p.
17. Jin B.Y., Ketterson J.B. Artificial metallic superlattices // *Adv. Phys.* – 1989. – V.38, № 3. – P. 189 – 366.
18. Gershenfeld N. A., Chuang I. L. Bulk spin – resonance quantum computation // *Science.* – 1997. – V. 275, № 5298. – P. 350 – 356.
19. DiVincenzo D. P. Quantum computation // *Science.* – 1995. – V. 270, № 5234. – P. 255 – 261.
20. Design, fabrication & testing of spin – valve read heads for high density recording / C. Tsang, R.E. Fontana, T. Lin et al. // *IEEE Trans. Magn.* – 1994. – V.30, № 6. – P. 3801 – 3806.
21. Spin – valve sensors exchange – biased by ultrathin *TbCo* films / P.P. Freitas, J.L. Leal, L.V. Melo et al. // *Appl. Phys. Lett.* – 1994.– V. 65, № 4. –P. 493– 495.
22. Панченко О.А., Сологуб С.В. Розмірні явища і поверхневе розсіювання носіїв струму в металах // *ФХТТ.* – 2003. – Т. 4, № 1. – С. 7 – 42.
23. Panchenko O.A., Lutsishin P.P., Sologub S.V. Galvanomagnetic size studies of metallic surface processes // *Progr. Surface Sci.* – 2002. – V. 69, № 7 – 8. – С.193 – 291.
24. Стасюк З.В., Лопатинський А.І. Розмірні кінетичні явища в тонких плівках металів. Класичні ефекти // *ФХТТ.* – 2001. – Т. 2, № 4. – С.521 – 542.
25. Peschansky V.G. Kinetic size effects in metals in magnetic field / *Soviet scientific reviews.* – 1992. – V. 16, part 1. – P. 1 – 112.
26. Абрикосов А.А. Основы теории металлов. – М.: Наука, 1987. – 520 с.
27. Электроны проводимости / Н.Е. Алексеевский, Ю.П. Гайдуков, З.С. Грибников и др. / под ред. М.И. Каганова, В.С. Эдельмана. – М.: Наука,

1985. – 416 с.
28. Tellier C.R., Tosser A.J. Size effects in thin films. – Amsterdam – Oxford – New York: Elsevier scientific publishing company, 1982. – 310 p.
29. Комник Ю.Ф. Физика металлических пленок. Размерные и структурные эффекты. – М.: Атомиздат, 1979. – 264 с.
30. Окулов В.И., Устинов В.В. Поверхностное рассеяние электронов проводимости и кинетические явления в металлах // ФНТ. – 1979. – Т. 5, №3. – С. 213 – 252.
31. Ларсон Д.К. Размерные эффекты в электропроводности тонких металлических пленок и проволок // В кн. Физика тонких пленок. – М.: Мир, 1973. – Т. 6. – С. 97 – 170.
32. Лифшиц И.М., Азбель М.Я., Каганов М.И. Электронная теория металлов. – М.: Наука, 1971. – 416 с.
33. Чопра К.Л. Электрические явления в тонких пленках. – М.: Мир, 1972. – 436 с.
34. Грин Р.Ф. Перенос и рассеяние у поверхности кристалла // В кн. Поверхностные свойства твердых тел. – М.: Мир, 1972. – С. 104 – 154.
35. Вонсовский С.В. Магнетизм. – М.: Наука, 1971. – 1032 с.
36. Ведяев А.В., Грановский А.Б. Гигантское магнитосопротивление // Природа. – 1999. – № 7. – С. 38 – 45.
37. Бонч – Бруевич В.Л., Калашников С.Г. Физика полупроводников. – М.: Наука, 1990. – 688 с.
38. Layered magnetic structures: evidence for antiferromagnetic coupling of *Fe* layers across *Cr* interlayers / P. Grünberg, R. Schreiber, Y. Pang et al. // Phys. Rev. Lett. – 1986. – V. 57, № 19. – P. 2442 – 2445.
39. Carbone C., Alvarado S.F. Antiparallel coupling between *Fe* layers separated by a *Cr* interlayer: dependence of the magnetization on the films thickness // Phys. Rev. B. – 1987. – V. 36, № 4. – P. 2433 – 2435.
40. Static and dynamic magnetic properties of *Fe–Cr* layered structures with antiferromagnetic interlayer exchange / F. Saurenbach, U. Walz, L. Hinchey et al. // J. Appl. Phys. – 1988. – V. 63, № 8, part 2 – A. – P. 3473 – 3475.



41. Giant magnetoresistance of  $(001)Fe/(001)Cr$  magnetic superlattices / M.N. Baibich, J.M. Broto, A. Fert et al. // Phys. Rev. Lett. – 1988. – V. 61, № 21. – P.2472 – 2475.
42. Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange / G. Binasch, P. Gr ü nberg, F. Saurenbach et al. // Phys. Rev. – 1989. – V. 39, № 7. – P. 4828 – 4830.
43. Inverse spin-valve-type magnetoresistance in spin engineered multilayered structures / J.M. George, L. G. Pereira, A. Barthelemy et al. // Phys. Rev. Lett. – 1994. – V. 72, № 3. – P. 408 – 411.
44. Inverse magnetoresistance in the simple spin - valve system  $Fe_{1-x}V_x / Au / Co /$  J.P. Renard, P. Bruno, R. Megy et al. // Phys. Rev. B. – 1995. – V. 51, № 18. – P.12821 – 12824.
45. Hasegawa H. Temperature dependence of the normal and inverse magnetoresistance in magnetic multilayers // Phys. Rev. B. – 1995. – V. 51, № 6. – P.3655 – 3659.
46. Barnas J., Bruynseraede Y. Correlation between quantum-size effects in the giant magnetoresistance and interlayer coupling in magnetic multilayers // Phys. Rev. B. – 1996. – V. 53, № 6. – P. R2956 – R2958.
47. Inverse CPP - GMR in  $(A / Cu / Co / Cu)$  multilayers ( $A = NiCr, FeCr, FeV$ ) and discussion of the spin asymmetry induced by impurities / C. Vouille, A. Fert, A. Barthelemy et al. // J. Appl. Phys. –1997. –V.81, № 8, part 2 –A. –P. 4573 –4575.
48. Binder J., Zahn P., Mertig I. Inverse giant magnetoresistance in  $Fe / Cu / Co / Cu$  multilayers // J. Magn. Magn. Mater. – 1997. – V. 165, № 1 – 3. – P. 100 – 103.
49. Gu R. Y., Wang Z. D., Xing D. Y. Inverse giant magnetoresistance in magnetic multilayers // J. Phys. Soc. Jap. – 1998. – V. 67, № 1. – P. 255 – 258.
50. Dinia A., Guth M. Interfacial origin of inverse magnetoresistance in uncoupled  $Fe / Si / Fe / Ru$  sandwiches // Appl. Phys. Lett. –1998. –V.73, № 24. –P.3592–3594.
51. Microscopic mechanisms of giant magnetoresistance / C. Vouille, A. Barthelemy, F. Elokani Mpondo et al. // Phys. Rev. B. – 1999. – V. 60, № 9. – P.6710 – 6722.

52. Inverse magnetoresistance in  $Co/Ru/Co$  and doped  $Co/Ru/Co_{0,92}Ru_{0,08}$  sandwiches / K. Rahmouni, A. Dinia, D. Stoeffler et al. // *Phys. Rev. B.* – 1999. – V.59, № 14. – P. 9475 – 9481.
53. Inverse magnetoresistance in  $Fe/Si$  ion beam sputtered sandwiches / A. Dinia, M. Guth, G. Schmerber et al. // *J. Appl. Phys.* – 1999. – V. A85, № 8. – P.4477 – 4479.
54. Milano J., Llois A.M. From direct to inverse GMR: introduction of  $Cr$  in  $Fe/Cu$  superlattices // *J. Magn. Magn. Mater* – 2001. – V. 226 – 230. – P. 1755 – 1757.
55. Milano J., Llois A.M., Steren L.B. Combined impurity and band effects on the appearance of inverse giant magnetoresistance in  $Cu/Fe$  multilayers with  $Cr$  // *Phys. Rev. B.* – 2002. – V. 66, № 13. – P. 134405/1 – 134405/7.
56. Inverse giant magnetoresistance due to spin – dependent interface scattering in  $Fe/Cr/Au/Co$  / M. Buchmeier, R. Schreiber, D.E. Bürgler et al. // *Europhys. Lett.* – 2003. – V. 63, № 6. – P. 874 – 880.
57. Origin of the negative giant magnetoresistance effect in  $Co_{1-x}Cr_x/Cu/Co(111)$  trilayers / O. Bengone, O. Eriksson, S. Mirbt et al. // *Phys. Rev. B.* – 2004. – V.69, № 9. – P. 092406/1 – 092406/4.
58. Large inverse magnetoresistance of  $CrO_2/Co$  junctions with an artificial barrier / J.S. Parker, P.G. Ivanov, D.M. Lind et al. // *Phys. Rev. B.* – 2004. – V. 69, № 22. – P. 220413/1 – 220413/4.
59. Giant magnetoresistance in  $Fe/Cr$  superlattices with very thin  $Fe$  layers / R. Schad, C.D. Potter, P. Belien et al. // *Appl. Phys. Lett.* – 1994. – V. 64, № 25. – P.3500 – 3502.
60. Parkin S.S.P., Li Z.G., Smith D.J. Giant magnetoresistance in antiferromagnetic  $Co/Cu$  multilayers // *Appl. Phys. Lett.* – 1991. – V. 58, № 23 – P.2710 – 2712.
61. Perpendicular giant magnetoresistances of  $Ag/Co$  multilayers / W. P. Pratt, S. F. Lee, J.M. Slaughter et al. // *Phys. Rev. Lett.* – 1991. – V.66, №23. – P.3060 – 3063.
62. Giant magnetoresistance with current perpendicular to the layer planes of

- Ag/Co* and *AgSn/Co* multilayers / W. P. Pratt, S. F. Lee, Q. Yang et al. // *J. Appl. Phys.* – 1993. – V. 73, № 10, part – 2A. – P. 5326 – 5331.
63. Gijs M.A.M., Lenczowski S.K.J., Giesbers J.B. Perpendicular giant magnetoresistance of microstructured *Fe/Cr* magnetic multilayers from 4,2 to 300 K // *Phys. Rev. Lett.* – 1993. – V. 70, № 21. – P. 3343 – 3346.
64. Temperature dependence of the spin-dependent scattering in *Co/Cu* multilayers determined from perpendicular-giant-magnetoresistance experiments / M.A.M. Gijs, S.K.J. Lenczowski, R.J.M. van de Veerdonk et al. // *Phys. Rev. B.* – 1994. – V. 50, № 22. – P. 16733 – 16736.
65. Никитин С.А. Гигантское магнитосопротивление // Соросовский образовательный журнал. – 2004. – Т. 8, № 2. – С. 92 – 98.
66. Slonczewski J.C. Conductance and exchange coupling of two ferromagnets separated by a tunneling barrier // *Phys. Rev. B.* – 1989. – V. 39, № 10 – P. 6995 – 7002.
67. Giant magnetoresistance in soft ferromagnetic multilayers / B. Dieny, V.S. Speriosu, S.S.P. Parkin et al. // *Phys. Rev. B.* – 1991. – V. 43, № 1. – P. 1297 – 1300.
68. Magnetoresistance of multilayers with two magnetic components / H. Yamamoto, T. Okuyama, H. Dohnomae et al. // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1991. – V.99. – P.243 – 252.
69. Shinjo T., Yamamoto H. Large magnetoresistance of field-induced giant ferromagnetic multilayers // *J. Phys. Soc. Jap.* – 1990. – V. 59, № 9. – P. 3061 – 3064.
70. Giant magnetoresistance related transport properties in multilayers and bulk materials / H. Sato, H. Henmi, Y. Kobayashi et al. // *J. Appl. Phys.* – 1994. – V.76, № 10, part 2. – P. 6919 – 6924.
71. Low-field spin – valve magnetoresistance in *Fu – Cu – Co* sandwiches / A. Chaiken, P. Lubitz, J.J. Krebs et al. // *Appl. Phys. Lett.* – 1991. – V. 59, № 2. – P.240 – 242.
72. Spin-valve magnetoresistance of uncoupled *Fe – Cu – Co* sandwiches / A.

- Chaiken, P. Lubitz, J.J. Krebs et al. // *J. Appl. Phys.* – 1990. – V. 70, № 10. – P.5864 – 5866.
73. Very large magnetoresistance effects induced by antiparallel magnetization in two ultrathin cobalt films / C. Dupas, P. Beauvillain, C. Cappert et al. // *J. Appl. Phys.* – 1990. – V. 67, № 9, part 2 – B. – P. 5680 – 5682.
74. Folkerts W., Hoving W., Coene W. Growth and magnetoresistance of *Fe/Cr* superlattices (100)*Ge* // *J. Appl. Phys.* – 1992. – V. 71, № 1. – P. 362 – 365.
75. Rupp G., Van den Berg H. A. M. Giant magnetoresistance, antiferromagnetic volume fraction and saturation field in *Co/Cu* multilayers // *IEEE Trans. Magn.* – V.29, № 6. – P. 3102 – 3104.
76. Dieny B., Speriosu V.S., Metin S. Thermal variation of the magnetoresistance of soft spin – valve multilayers // *Europhys. Lett.* – 1991. – V. 15, № 2. – P. 227 – 232.
77. Parkin S.S.P. Origin of enhanced magnetoresistance of magnetic multilayers: spin-dependent scattering from magnetic interface states // *Phys. Rev. Lett.* – 1993. – V. 71, № 10. – P. 1641 – 1644.
78. Effect of annealing on the interfaces of giant- magnetoresistance spin-valve structures / T.C. Huang, J.P. Nozieres, V. S. Speriosu et al. // *Appl. Phys. Lett.* – 1993. – V. 62, № 13. – P. 1478 – 1480.
79. Spin-valve effect in soft ferromagnetic sandwiches / B. Dieny, V.S. Speriosu, B.A. Gurney et al. // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1991. – V. 93. – P. 101 – 104.
80. Giant magnetoresistance in heterogeneous *Cu – Co* alloys / A.E. Berkowitz, J.R. Mitchell, M.J. Carey et al. // *Phys. Rev. Lett.* – 1992. – V. 68, № 25. – P. 3745 – 3748.
81. Xiao J.Q., Jiang J.S., Chien C.L. Giant magnetoresistance in nonmultilayer magnetic systems // *Phys. Rev. Lett.* – 1992. – V. 68, № 25. – P. 3749 – 3752.
82. Miyazaki T., Tezuka N. Giant magnetic tunneling effect in *Fe/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Fe* junction // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1995. – V. 139. – P. L231 – L234.
83. Miyazaki T., Kumagai S., Yaoi T. Spin tunneling in *Ni – Fe/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Co* junction devices // *J. Appl. Phys.* – 1997. – V. 81, № 8. – P. 3753 – 3757.

84. Large magnetoresistance at room temperature in ferromagnetic thin film tunnel junctions / J.S. Moodera, L.R. Kinder, T.M. Wong et al. // *Phys. Rev. Lett.* – 1995. – V. 74, № 16. – P. 3273 – 3276.
85. The role of spin – dependent impurity scattering in *Fe/Cr* giant magnetoresistance multilayers / P. Baumgart, A.B. Gurney, D.R. Wilhoit et al. // *J. Appl. Phys.* – 1991. – V. 69, № 8, part 2 – A. – P. 4792 – 4794.
86. Giant magnetoresistance of *Fe/Cr* multilayers: impurity scattering model of the influence of third elements deposited at the interfaces / B.A. Gurney, P. Baumgart, D.R. Wilhoit et al. // *J. Appl. Phys.* – 1991. – V. 70, № 10, part 2. – P.5867 – 5869.
87. Giant magnetoresistance in *Fe<sub>0,95</sub>Cr<sub>0,05</sub>/Cr* multilayers films / L.H. Chen, S. Jin, T.H. Tiefel et al. // *J. Appl. Phys.* – 1994. – V. 75, № 10, part 2 – B. – P. 7052 – 7054.
88. The effect of *Au* impurities at the interfaces on the magnetoresistance of MBE grown *Co/Cu* multilayers / K.P. Wellock, B.J. Hickey, D. Greig et al. // *J. Appl. Phys.* – 1994. – V. 75, № 10, part 2 – B. – P.7055 – 7057.
89. The role of interface impurities in *Co/Cu* giant magnetoresistance multilayers / K.P. Wellock, B.J. Hickey, J. Xu et al. // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1995. – V. 140 –144. – P. 585 – 586.
90. Oscillatory interlayer exchange and giant magnetoresistance in magnetic multilayers / A. Barthelemy, J. Childress, V. Cros et al. // *Phys. Low - Dim. Struct.* – 1994. – V. 3. – P. 17 – 28.
91. Magnetoresistance of *Fe/Cr* superlattices / F. Petroff, A. Barthelemy, A. Hamzic et al. // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1991. – V. 93. – P. 95 – 100.
92. Shukh A.M., Shin D.H., Hoffmann H. Dependence of giant magnetoresistance in *Co/Cu* multilayers on the thickness of the *Co* layers // *J. Appl. Phys.* – 1994. – V. 76, № 10, part 2. – P. 6507 – 6509.
93. Magnetotransport and magnetic properties of *Co/Cu* multilayers under the influence of in surfactant / M. Marszalek, O. Bolling, J. Jaworski et al. // *Phys. Stat. Sol.* – 2004. – V. C1, № 12. – P. 3239 – 3243.

94. Herper H.C., Szunyogh L., Entel P. Theory of electric transport through  $Fe/V/Fe$  trilayers including the effect of impurities // *Phys. Stat. Sol. B.* – 2005. – V. 242, № 2. – P. 271 – 277.
95. Marrows C.H., Hickey B.J. Impurity scattering from  $\delta$ -layers in giant magnetoresistance systems // *Phys. Rev. B.* – 2001. – V. 63, № 22. – P. 220405/1 – 220405/4.
96. Roughness and giant magnetoresistance in  $Fe/Cr$  superlattices / E.E. Fullerton, D.M. Kelly, J. Guimpel et al. // *Phys. Rev. Lett.* – 1992. – V. 68, № 6. – P.859 – 862.
97. Relation between interface roughness and giant magneto-resistance in MBE-grown polycrystalline  $Fe/Cr$  superlattices / P. Beliën, R. Schad, C.D. Potter et al. // *Phys. Rev. B.* – 1994. – V. 50, № 14. – P. 9957 – 9962.
98. Satoshi M., Masakiyo T., Migaku T. Role of oxygen in the film growth and giant magnetoresistance of  $Co/Cu$  multilayers // *J. Appl. Phys.* – 2001. – V. 89, №9, part 1. – P. 6308 – 6313.
99. Relationship between magnetoresistance and lattice uncertainty at the interface in sputtered  $Fe/Cr$  multilayer films / K. Takanashi, Y. Obi, Y. Mitani et al. // *J. Phys. Soc. Jap.* – 1992. – V. 61, № 4. – P. 1169 – 1172.
100. GMR versus interfacial roughness induced from different buffers in  $(Co/Cu)$  ML / M. El Harfaoui, H. Le Gall, J. Ben Youssef et al. // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1999. – V. 198 – 199. – P. 107 – 109.
101. Modak A.R., Smith D.J., Parkin S.S.P. Dependence of giant magnetoresistance on grain size in  $Co/Cu$  multilayers // *Phys. Rev. B.* – 1994. – V.50, № 6. – P.4232 – 4235.
102. Tsunoda M., Takahashi D., Takahashi M. Body centered cubic buffer layers for enhanced lateral grain growth of  $Co/Cu$  multilayers // *J. Appl. Phys.* – 2003. – V. 93, №10, part 2. – P. 6513 – 6515.
103. Vas'ro V.A., Kief M.T. Effect of grain size on the properties of the  $CoFe - NiFe / NiMn$  top spin valve // *J. Appl. Phys.* – 2003. – V. 93, № 10, part3. – P. 8409 – 8411.

104. Miura S., Tsunoda M., Takahashi M. Role of oxygen in the film growth and giant magnetoresistance of *Co/Cu* multilayers // *J. Appl. Phys.* – 2001. – V. 89, №11, part 1. – P. 6308 – 6313.
105. Magnetoresistance and microstructure evolution upon rapid thermal annealing of giant magnetoresistive *Co/Cu/Co/CoNbZr* multilayers / S. Qi-Ye, Z. Huai – Wu, J. Xiang – Dong et al. // *Vacuum.* – 2004. – V. 75, № 4. – P. 373 – 378.
106. Mott N.F. The electrical conductivity of transition metals // *Proc. Roy. Soc.* – 1936. – V. A153, № 878. – P. 699 – 717.
107. Mott N.F. Electrons in transition metals // *Adv. Phys.* – 1964. – V. 13, № 51. – P. 325 – 422.
108. Fert A., Campbell I.A. Electrical resistivity of ferromagnetic nickel and iron based alloys // *J. Phys. F.: Metal. Phys.* – 1976. – V. 6, № 5. – P. 849 – 871.
109. Johnson M., Silsbee R.H. Ferromagnet - nonferromagnet interface resistance // *Phys. Rev. Lett* – 1988. – V. 60, № 4. – P. 377 – 378.
110. Edwards D.M., Mathon J. Oscillation in exchange coupling across a nonmagnetic metallic layer // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1991. – V. 93. – P.85 – 88.
111. Inoue J., Oguri A., Maekawa S. Theory of giant magnetoresistance in metallic superlattices // *J. Phys. Soc. Jap.* – 1991. – V. 60, № 2. – P. 376 – 379.
112. Itoh H., Inoue J., Maekawa S. Electronic structure and transport properties in magnetic superlattices // *Phys. Rev. B.* – 1993. – V. 47, № 10. – P. 5809 – 5818.
113. Valet T., Fert A. Theory of the perpendicular magnetoresistance in magnetic multilayers // *Phys. Rev. B.* – 1993. – V. 48, № 10. – P. 7099 – 7113.
114. Nesbet R. K. Giant magnetoresistance due to spin - dependent interface scattering // *J. Phys.: Condens. Matter.* – 1994. – V. 6, № 31. – P. L449 – L454.
115. Schep K.M., Kelly P.J., Bauer G.E.W. Giant magnetoresistance without defect scattering // *Phys. Rev. Lett.* – 1995. – V. 74, № 4. – P. 586 – 589.
116. Ab initio calculations of the giant magnetoresistance / P. Zahn, I. Mertig, M. Richter et al. // *Phys. Rev. Lett.* – 1995. – V. 75, № 16. – P. 2996 – 2999.
117. First-principles calculations of electrical conductivity and giant magnetoresistance of *Co/Cu/Co* spin valves / W.H. Butler, X.G. Zhang,

- D.M.C. Nicholson et al. // Phys. Rev. B. – 1995. – V. 52, № 18. – P. 13399 – 13410.
118. Electronic density of states at random interfaces and magnetoresistance in *Co–Ni/Cu* multilayers / H. Itoh, T. Hori, J. Inoue et al. // J. Magn. Magn. Mater. – 1994. – V. 136, № 1 – 2. – P. L33 – L37.
119. Schep K. M., Kelly P. J., Bauer G. E. W. Ballistic transport and electronic structure // Phys. Rev. B. – 1998. – V. 57, № 15. – P. 8907 – 8926.
120. Giant magnetoresistance calculation for  $\{111\}Co/Cu/Co$  spin valves / R.H. Brown, D.M.C. Nicholson, W.H. Butler et al. // Phys. Rev. B. – 1998. – V. 58, №17. – P. 11146 – 11149.
121. Ab initio calculations of magnetotransport for magnetic multilayers / C. Blaas, P. Weinberger, L. Szunyogh et al. // Phys. Rev. B. – 1999. – V. 60, № 1. – P. 492 – 501.
122. Ab initio theory of perpendicular magnetotransport in metallic multilayers / J. Kudrnovsky, V. Drchal, C. Blaas et al. // Phys. Rev. B. – 2000. – V. 62, № 22. – P.15084 – 15095.
123. Binder J., Zahn P., Merting I.J. Ab initio calculations of giant magnetoresistance // J. Appl. Phys. – 2000. – V. 87, № 9, part 2. – P. 5182 – 5184.
124. Weinberger P., Szunyogh L. Ab initio characterization of the giant magnetoresistance in realistic spin valves // Phys. Rev. B. – 2002. – V. 66, № 14. – P.144427/1 – 144427/7.
125. Levy P.M., Zhang S., Fert A. Electrical conductivity of magnetic multilayered structures // Phys. Rev. Lett. – 1990. – V. 65, № 13. – P. 1643 – 1646.
126. Hasegawa H. Calculation of electronic and magnetic structures of *Fe/Cr*, *Co/Cr* and *Ni/Cr* multilayers // Phys. Rev. B. – 1991. – V. 43, № 13. – P.10803 – 10807.
127. Vedyayev A., Dieny B., Ryzhanova N. Quantum theory of giant magnetoresistance of spin – valve sandwiches // Europhys. Lett. – 1992. – V. 19, № 4. – P. 329 – 335.



128. Zhang S., Levy P.M., Fert A. Conductivity and magnetoresistance of magnetic multilayered structures // *Phys. Rev. B.* – 1993. – V. 45, № 15. – P. 8689 – 8702.
129. Quantum effects in the giant magnetoresistance of magnetic multilayered structures / A. Vedyayev, C. Cowache, N. Ryzhanova et al. // *J. Phys.: Condens. Matter.* – 1993. – V. 5. – P. 8289 – 8304.
130. Hasegawa H. Theory of the conductivity and giant magnetoresistance in magnetic multilayers // *Phys. Rev. B.* – 1993. – V. 47, № 22. – P. 15073 – 15079.
131. Angular dependence of giant magnetoresistance in magnetic multilayered structures / A. Vedyayev, B. Dieny, N. Ryzhanova et al. // *Europhys. Lett.* – 1994. – V. 25, № 6. – P. 465 – 470.
132. Грановский А.Б., Ведяев А.В., Калицов А.В. Анизотропия гигантского магнитосопротивления в магнитных многослойных структурах и гранулированных пленках // *ФТТ.* – 1995. – V. 37, № 2. – P. 337 – 343.
133. Mathon J., Villeret M., Itoh H. Selection rules for oscillations of the giant magnetoresistance with nonmagnetic spacer layer thickness // *Phys. Rev. B.* – 1995. – V. 52, № 10. – P. R6983 – R6986.
134. Quantum oscillations in the electric field for perpendicular transport through an interface between two metallic layers / A. Vedyayev, C. Cowache, N. Ryzhanova et al. // *Phys. Lett. A.* – 1995. – V. 98. – P. 267 – 273.
135. Квантово – статистический расчет спонтанной анизотропии гигантского магнитосопротивления в спин – вентильных сэндвичах / А.Б. Грановский, А.В. Ведяев, Б. Диени и др. // *ФТТ.* – 1996. – Т. 38, № 8. – P. 2471 – 2477.
136. A unified theory of CIP and CPP giant magnetoresistance in magnetic sandwiches / A. Vedyayev, M. Chshiev, N. Ryzhanova et al. // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1997. – V. 172. – P. 53 – 60.
137. Vedyayev A., Chshiev M., Dieny B. Quantum effects in giant magnetoresistance due to interfaces in magnetic sandwiches // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1997. – V. 184. – P. 145 – 154.
138. Camley R.E., Barnas J. Theory of giant magnetoresistance effects in magnetic layered structures with antiferromagnetic coupling // *Phys. Rev. Lett.* – 1989. –

- V.63, № 6. – P. 664 – 667.
139. Novel magnetoresistance effect in layered magnetic structures: theory and experiment / J. Barnas, A. Fuss, R.E. Camley et al. // *Phys. Rev. B.* – 1990. – V.42, № 13. – P. 8110 – 8120.
140. Dieny B. Classical theory of giant magnetoresistance in spin – valve multilayers: influence of thicknesses, number of periods, bulk and interfacial spin – dependent scattering // *J. Phys.: Condens. Matter.* – 1992. – V. 4. – P. 8009 – 8020.
141. Barthelemy A., Fert A. Theory of the magnetoresistance in magnetic multilayers: analytical expressions from a semiclassical approach // *Phys. Rev. B.* – 1991. – V. 43, № 16. – P. 13124 – 13129.
142. Johnson B.L., Camley R.E. Theory of giant magnetoresistance effects in *Fe/Cr* multilayers: spin – dependent scattering from impurities // *Phys. Rev. B.* – 1991. – V. 44, № 18. – P. 9997 – 10002.
143. Hood R.Q., Falicov L.M. Boltzmann – equation approach to the negative magnetoresistance of ferromagnetic-normal-metal multilayers // *Phys. Rev. B.* – 1992. – V. 46, № 13. – P. 8287 – 8296.
144. Новый интенсивностный магнитооптический эффект в материалах, обладающих гигантским магнитосопротивлением / Н.Ф. Кубраков, А.К. Звездин, К.А. Звездин и др. // *ЖЭТФ.* – 1998. – Т. 114, Вып. 3(9). – С. 1101 – 1114.
145. Hood R. Q., Falicov L. M., Penn D. R. Effects of interfacial roughness on the magnetoresistance of magnetic metallic multilayers // *Phys. Rev. B.* – 1994. – V. 49, № 1. – P. 368 – 377.
146. Звездин А.К., Уточкин С.Н. О процессах намагничивания и механизме кинетических аномалий в магнитных наноструктурах // *Письма в ЖЭТФ.* – 1993. – Т. 57, Вып. 7. – С. 418 – 423.
147. Окулов В.И. К объяснению гигантского магнитосопротивления в металлических сверхрешетках // *ФНТ.* – 1994. – Т. 20, № 4. – С. 400 – 402.
148. Кравченко В.Я. К теории эффекта “гигантского” магнетосопротивления

- (продольный ток) // Письма в ЖЭТФ. – 2001. – Т. 74, вып. 8. – С. 466 – 471.
149. Кравченко В.Я. Электропроводность слоистой металлической системы (чередующиеся магнитные и немагнитные слои) // ЖЭТФ. – 2002. – Т. 121, вып.3. – С. 703 – 727.
150. Кравченко В.Я. Поперечный электронный транспорт в слоистых металлических системах: “гигантское” магнитосопротивление и инжекция спинов // ЖЭТФ. – 2006. – Т. 129, вып. 5. – С. 955 – 980.
151. Устинов В.В. Корреляция гигантского магнитосопротивления и намагниченности металлических сверхрешеток // ЖЭТФ. – 1994. – Т. 106, вып.1(7). – С. 207 – 216.
152. Barnas J., Baksalary O., Bruynseraede Y. Effects of interchannel transitions in the current – in – plane giant magnetoresistance // J.Phys.: Condens. Matter. – 1995. – V. 7. – P. 6437 – 6448.
153. Barnas J., Baksalary O. Role of spin - channel mixing in giant magnetoresistance // J. Magn. Magn. Mater. – 1995. – V. 140 – 144. – P. 497 – 498.
154. Semiclassical calculations of the anisotropic magnetoresistance of *NiFe* – based thin films, wires, and multilayers / Th.G.S.M. Rijks, R. Coehoorn, M.J.M. de Jong et al. // Phys. Rev. B. – 1995. – V. 51, № 1. – P. 283 – 291.
155. Ustinov V. V., Kravtsov E. A. A unified semiclassical theory of parallel and perpendicular giant magnetoresistance in metallic superlattices // J. Phys.: Condens. Matter. - 1995. – V. 7. – P. 3471 – 3484.
156. Harrison W. A. Classical transport calculations of multilayer conductance in *Co/Cu* using the path-integral method // Phys. Rev. B. – 2000. – V. 61, № 11. – P.7766 – 7769.
157. Alicea J., Hershfield T. Resistance of multilayers with long length scale interfacial roughness // J. Appl. Phys. – 2003. – V. 93, № 10, part 3. – P. 7930 – 7932.
158. Yong M., Ming X., Zhenhong M. Dependence of giant magnetoresistance on the thickness of magnetic and nonmagnetic layers in dual spin valves // Mod.

- Phys. Lett. – 2004. – V. 18, № 9. – P. 355 – 365.
159. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. – М.: Наука, 1979. – 528 с.
160. Camblong H. E. Linear transport theory of magnetoconductance in metallic multilayers: areal-space approach // Phys. Rev. B. – 1995. – V. 51, № 3. – P.1855 – 1865.
161. Fuchs K. The conductivity of thin metallic films according to the electron theory of metals // Proc. Cambr. Phil. Soc. – 1938. –V. A34, № 1. – P. 100 – 108.
162. Sondheimer E.H. The mean free path of electrons in metals // Adv. Phys. – 1952. – V. 1, № 1. – P. 1 – 42.
163. Lovell A.C.B. The electrical conductivity of thin metallic films. 1 – Rubidium on pyrex glass surfaces // Proc. Roy. Soc. – 1936. – V. A157. – P. 311 – 330.
164. Андреев А.Ф. Взаимодействие проводящих электронов с поверхностью металла // УФН. – 1971. – Т. 64, вып. 5. – С. 1855 – 1860.
165. Фальковский Л.А. О сопротивлении тонких металлических образцов //ЖЭТФ. – 1973. – Т. 129, вып. 5. – С. 955 – 980.
166. Falkovsky S.A. Transport phenomena of metal surface // Adv. Phys. – 1983. – V. 32, № 5. – P. 753 – 789.
167. Фальковский Л.А. Кинетические явления у поверхности металла //Поверхность. Физика, химия, механика. – 1982. – № 7. – С. 13 – 25.
168. Stone I. On the electrical resistance of thin films // Phys. Rev. – 1898. –V. 6, № 1. – P. 1 – 16.
169. Lucas M.S.P. Electrical conductivity of thin metallic films with unlike surfaces // J. Appl. Phys. – 1965. – V. 36, № 5. – P. 1632 – 1635.
170. Juretschke H.J. Electrical conductivity of thin metallic films with unlike surfaces // J. Appl. Phys. – 1966. – V. 37, № 1. – P. 435.
171. Dingle R.B. The electrical conductivity of thin wires // Proc. Roy. Soc. – 1950. – V. A201, № 1073. – P. 545 – 560.
172. Завитаев Э.В., Юшканов А.А. Зависимость электрической проводимости тонкой цилиндрической проволоки в продольном магнитном поле от

- характера отражения электронов // ЖЭТФ. – 2006. – Т. 130, вып. 5 (11). – С.887 – 894.
173. Mac-Donald D.K., Sarginson K. Size effect variation of the electrical conductivity of metals // Proc. Roy. Soc. – 1950. – V. A201, № 1073. – P. 223 – 240.
174. Ditlefsen E., Lothe J. Theory of size effects in electrical conductivity // Phil. Mag. – 1966. – V. 14, № 130. – P. 759 – 773.
175. Завитаев Э.В., Юшканов А.А. Высокочастотная проводимость тонкой прямоугольной проволоки из металла // ЖЭТФ. – 2006. – Т. 129, вып. 5. – С.938 – 944.
176. Применение асимптотических методов для учета влияния размерных факторов на электропроводимость металлов / В.В. Бойко, А.П. Кащин, М.З. Максимов и др. // УФЖ. – 1996. – Т. 41, № 1. – С. 63 – 68.
177. Емельянова Т.В., Кириченко О.В., Песчанский В.Г. О размерном эффекте в анизотропных проводниках: В кн. Физика низких температур, Харьков, Изд. ФТИНТ АН УССР, 1972. – вып. 18. – С. 52 – 57.
178. Parrot J.E. A new theory of the size effect in electrical conduction // Proc. Phys. Soc. – 1965. – V. 85, № 548. – P. 1143 – 1155.
179. Brandly G., Cotti P. Berechnungen uber den ladungstransport in dunnen filmen // Helv. phys. acta. – 1965. – V. 38, № 8. – P. 801 – 812.
180. Soffer S.B. Statistical model for the size effect in electrical conduction // J. Appl. Phys. – 1967. – V. 38, № 4. – P. 1710 – 1715.
181. Soffer S.B. Effect of weak surface autocorrelation on the size effect in electrical conduction // Phys. Rev. B. – 1970. – V. 2, № 10. – P. 3894 – 3898.
182. Berman R., Foster E.L., Ziman J.M. Thermal conduction in artificial sapphire crystals at low temperatures // Proc. Phys. Soc. – 1955. – V. A231, № 1184. – P. 130 – 144.
183. Займан Дж. Электроны и фононы. – М: Изд. ин. л-ры., 1962. – 488 с.
184. Mayadas A.F., Shatzkes M., Janak J.F. Electrical resistivity model for polycrystalline films: the case of specular reflection at external surfaces // Appl.

- Phys. Lett. – 1969. – V. 14, № 11. – P. 345 – 347.
185. Mayadas A.F., Shatzkes M. Electrical – resistivity model for polycrystalline films: the case of arbitrary reflection at external surfaces // Phys. Rev. B. – 1970. – V.1, № 4. – P. 1382 – 1389.
186. Ghodgaonkar A.M., Ramani K. Application of the Mayadas – Shatzkes model for electrical conduction in thin films with unlike surfaces // Phys. Stat. Sol. (a) – 1982. – V. 73, № 1. – P. K21 – K25.
187. Дехтярук Л. В. Кінетичні ефекти у багатошарових металевих структурах: Автореф. дис. ... кандидата. фіз. – мат. наук: 01.04.07 / СумДУ. – Суми, 1998. – 17 с.
188. Білоус О.А., Дехтярук Л.В., Чорноус А.М. Розмірно – кінетичні ефекти у металічних полікристалічних плівках *Cu* та *Ni* // Металлофіз. новейшие технол. – 2001. – Т. 23, № 1. – С. 43 – 50.
189. Mola E.E., Heras J.M. Exact and approximate equations for the thickness dependence of resistivity and its temperature coefficient in thin polycrystalline metal films // Thin Solid Films. – 1973. – V. 18, № 1. – P. 137 – 144.
190. Проценко С.І., Синашенко О.В., Чорноус А.М. Внесок температурних ефектів у термічний коефіцієнт опору багатошарових плівкових систем //Металлофіз. нов. технол. – 2005. – Т. 27, № 12. – С. 1621 – 1633.
191. Influence of the electron mean free path on the resistivity of thin metal films /W. Zang, S.H. Brongersma, O. Richard et al. // Microporous and Mesoporous Mater. – 2004. – V. 76, № 1 – 4. – P. 146 – 152.
192. Investigation of the effects of different annealing ambients on *Ag/Al* bilayers: electrical properties and morphology / G.F. Malgas, D. Adams, P. Nguyen et al. // J. Appl. Phys. – 2001. – V. 90, № 11 – P. 5591 – 5598.
193. Fenn M., Petford - Long A. K., Donovan P. E. Electrical resistivity of *Cu* and *Nb* thin films and multilayers // J. Magn. Magn. Mater. – 1999. – V. 198 – 199. – P.231 – 232.
194. Исследование электропроводности в нанокристаллических пленках кобальта / Г.И. Фролов, В.С. Жигалов, А.И. Польский и др. // ФТТ. – 1996. –

- Т.38, № 4. – С. 1208 – 1213.
195. Волков Ю.А., Волкова Р.П. Исследование температурно-зависимой части удельного электросопротивления в мелкодисперсных пленках *Pd* // ФТТ. – 1995. – Т. 37, вып. 12. – С. 3687 – 3693.
196. Artunc N. The effects of overlayer thicknessen on the electrical resistivity of polycrystalline *Cu/Cr* double – layered thin films // J. Phys.: Condens. Matter. – 1995. – V. 7, № 27. – P. 5229 – 5238.
197. Resistivity of titanium – aluminium multilayered thin films / Banerjee Rajarshi, Anuja Rajiv, S. Swaminthan et al. // Thin Solid Films. – 1995. – V.269, №1– 2. – P. 29 – 35.
198. Nallamshetty K., Angadi M. A. Perpendicular electrical conduction in *Cu – Cr* multilayer films // J. Mater. Sci. Lett. – 1994. – V. 13, № 10. – P. 705 – 707.
199. Верченко В.И., Колесниченко Ю.А., Гришаев В.И. Исследование размерного эффекта электропроводности сверхтонких пленок серебра //ФММ. – 1986. – Т. 62, вып. 5. – С. 923 – 927.
200. Лобода В.Б., Проценко И.Е., Шамоля В.Г. Исследование электрических свойств тонких пленок хрома и скандия // УФЖ. – 1982. – Т. 27, № 9. – С.1343–1349.
201. Lucas M. S. P. Surface scattering of conduction electrons in gold films // Appl. Phys. Lett. – 1964. – V. 4, № 4. – P. 73 – 74.
202. Bergmann G. Direct observation of the electronic mean free path in metallic systems // Phys. Rev. Lett. – 1978. – V. 41, № 23. – P. 1619 – 1622.
203. Bergmann G. Size effect in metallic sandwiches // Phys. Rev. B. – 1979. – V.19, № 8. – P. 3933 – 3937.
204. de Vries J.W.C. Interface scattering in triple layered polycrystalline thin *Au / X / Au* films ( $X = Fe, Co, Ni$ ) // Sol. State Comm. – 1988. – V. 65, № 3. – P.201 – 204.
205. Carcia P.F., Suna A. Properties of *Pd/Au* thin films layered structures // J. Appl. Phys. – 1983. – V. 54, № 4. – P. 2000 – 2005.

206. Bezak V., Kedro M. Pevala A. Longitudinal electrical conductivity of heterogeneous double – layer metallic films // *Thin Solid Films*. – 1974. – V. 23, №3. – P. 305 – 313.
207. Каганов М.И., Фикс В.Б. К теории электромеханических сил в металлах // *ЖЭТФ*. – 1977. – Т. 73, вып.2 (8). – С. 753 – 760.
208. Устинов В.В. Вклад плоских дефектов в электросопротивление металла // *ФММ*. – 1980. – Т. 49, вып. 1. – С. 31 – 38.
209. Dimmich R., Warkusz F. The electrical conductance of continuous thin metallic double-layer films // *Thin Solid Films*. – 1983. – V. 109, № 2. – P. 103 – 114.
210. Khater F. Size effects in some transport coefficients for double-layer thin metallic films // *Acta Phys. Slov.* – 1983. – V. 33, № 1. – P. 43 – 53.
211. El - Hiti M., Ahmed M.A. Effect of thermal expansion on temperature coefficient of resistance of double-layer thin metallic films // *Phys. Stat. Sol.(a)*. – 1989. – V. 114, № 3. – P. 185 – 190.
212. Дехтярук Л.В., Колесниченко Ю.А. Размерные кинетические эффекты в двухслойных пластинах // *ФНТ*. – 1993. – Т. 19, № 9. – С. 1013 – 1020.
213. Колесниченко Ю.А. Низкотемпературные кинетические эффекты в неоднородных металлических системах: Автореф. дис. ... доктора. фіз. – мат. наук: 01.04.07 / ФТИНТ НАНУ. – Харьков, 1990. – 27 с.
214. Черноус А.М. Розмірні ефекти в електрофізичних властивостях нанокристалічних плівкових систем в умовах взаємної дифузії та фазоутворення: Автореф. дис. .... доктора фіз. – мат. наук: 01.04.07 /СумДУ. – Суми, 2006. – 37 с.
215. Проценко С.І. Вплив температурної і деформаційної залежності параметрів електроперенесення на електрофізичні властивості багаточарових плівок на основі *Cr*, *Cu* і *Sc(Co)*: Автореф. дис. ... кандидата фіз. – мат. наук: 01.04.07 / ХНУ. – Харків, 2005. – 20 с.
216. Андрієвський В.В. Дослідження процесів релаксації та взаємодії електронів у мікроконтактах і кристалах вісмуту методом фокусування



- електронів провідності. Автореф. дис. ... доктора фіз. – мат. наук: 01.04.07 /ФТІНТ НАНУ – Харків, 2004. – 33 с.
217. Шпетний І.О. Формування структури і електрофізичних властивостей плівок на основі *V*, *Cr*, *Co* і *Ni* при фазоутворенні та взаємній дифузії: Автореф. дис. ... кандидата фіз. – мат. наук: 01.04.07 / СумДУ. – Суми, 2004. – 18 с.
218. Білоус О.А. Внутрішній розмірний ефект в електрофізичних властивостях металевих матеріалів з різним ступенем дисперсності: Автореф. дис. ... кандидата фіз. – мат. наук: 01.04.07 / СумДУ. – Суми, 2001. – 17 с.
219. Латышев А.В., Юшканов А.А. Протекание тока через границу раздела кристаллитов при произвольном коэффициенте прохождения и зеркального отражения // ФММ. – 2007. – Т. 103, № 1. – С. 26 – 35.
220. Chen Chu-Xing Electrical conductivity of multi-layered metallic thin films //Appl.Phys. – 1986. – V. A 40, № 1. – P. 37 – 40.
221. Khater F., Seoud A. Some transport coefficients of multi – layer metallic films // J.Appl.Phys. – 1988. – V. 64, № 5. – P. 2495 – 2501.
222. Chen Chu-Xing General electrical transport properties of polycrystalline multi-layered metallic thin films // Appl. Phys. – 1987. – V. A42, № 2. – P. 145 – 148.
223. Dimmich R. Electronic transport properties of metallic multi – layer films //J.Phys.F.: Met.Phys. – 1985. – V. 15. – P. 2477 – 2487.
224. Дехтярук Л.В., Колесніченко Ю.О. Кінетичні коефіцієнти металевих мультишарів // УФЖ. – 1997. – Т. 42, № 9. – С. 1094 – 1101.
225. Кравцов Е.А., Окулов В.И., Устинов В.В. Электросопротивление металлических сверхрешеток. Квазиклассическая кинетическая теория с интегральными граничными условиями // ФММ. – 1994. – Т. 77, Вып.1.–С.5 – 19.
226. Азбель М. Я., Песчанский В.Г. Сопротивление тонких пластин и проволок в сильном магнитном поле // ЖЭТФ. – 1965. – Т. 49, Вып. 2 (8). – С.572 – 587.
227. Sondheimer E.H. The influence of a transverse magnetic field on the

- conductivity of thin metallic films // *Phys. Rev.* – 1950. – V. 80, № 3. – P. 401 – 406.
228. Гуревич В.Л. Осцилляции проводимости металлических пленок в магнитном поле // *ЖЭТФ.* – 1958. – Т. 35, Вып. 3 (9). – С. 668 – 677.
229. Кириченко О.В. Об осцилляциях Зондгаймера магнетосопротивления анизотропных проводниках: В кн. *Физика конденсированного состояния.* - Харьков: Изд. ФТИНТ АН УССР, 1974. – Вып. 30. – С. 51 – 60.
230. Кириченко О.В., Колесниченко Ю.А. Осцилляционная зависимость магнетосопротивления тонких бикристаллических пластин // *ФНТ.* – 1982. – Т.8, № 3. – С.276 – 284.
231. Колесниченко Ю.А., Песчанский В.Г. Осцилляционные гальваномагнитные эффекты в тонких бикристаллических проводниках // *ФНТ.* – 1984. – Т. 10, № 11. – С. 1141 – 1151.
232. Дивинський С.В., Захаров С.М., Шматько О.А. Зерногранична диффузія і сегрегація в спечених нанокристалічних матеріалах с ієрархічної структурою // *Усп. физ. метал.* – 2006. – Т. 7, № 1. – С. 1 – 39.
233. Дифузійні процеси та інтерфейсне розсіювання електронів в багаточарових металевих плівках (огляд) / І.М. Пазуха, С.І. Проценко, І.Ю.Проценко та ін. // *Вісник СумДУ. Серія: Фізика, математика, механіка.* – 2006. - № 9 (93). – С. 7 – 37.
234. Дифузійні процеси в нанокристалічних двошарових плівкових системах на основі металів / В.В. Бібик, Т.М. Гричановська, М. Маршалек та ін. // *Металлофиз. новейшие технол.* – 2006. – Т. 28, № 6. – С. 707 – 715.
235. Васильев А.Д. Низкотемпературная диффузия в поликристаллической тонкопленочной системе *Pd/Ag* // *Письма в ЖТФ.* – 2003. – Т. 29, Вып. 2. – С.42 – 44.
236. Васильев М.А., Прокопенко Г.И., Ткачук А.А. Определение параметров диффузии *Ti* в *Al*: тонкопленочная система *Ti/Al* // *Металлофиз. новейшие технол.* – 2002. – Т. 24, № 1. – С. 53 – 60.
237. Size effect and processes of interdiffusion in multilayer films / I. Protsenko, S.

- Petrenko, L. Odnodvoretz et al. // Cryst. Res. Technol. – 1995. – V. 30, № 8. – P.1077 – 1081.
238. Проценко І.Ю., Черноус А.М. Розмірний ефект в електропровідності двошарових полікристалічних плівок в умовах взаємної дифузії // Вісник СумДУ. Серія: Фізика, математика, механіка. – 1994. – № 1. – С. 19 – 25.
239. Магнитосопротивление монокристаллов вольфрама с дефектами поверхности / А.Н. Черепанов, В.В. Марченко, В.Е. Старцев и др. // ФНТ. – 1986. – Т. 12, № 11. – С. 1181 – 1186.
240. Гуденко С.В., Крылов И.П. Радиочастотный размерный эффект при рассеянии электронов на границе диффузного слоя примесей // Письма в ЖЭТФ. – 1978. – Т. 28, Вып. 4. – С. 243 – 246.
241. Гуденко С.В., Крылов И.П. Радиочастотный размерный эффект при диффузии примесей // ЖЭТФ. – 1984. – Т. 86, Вып. 6. – С. 2304 – 2315.
242. Колесниченко Ю.А. Влияние диффундирующего слоя примесей на электропроводность тонких металлических пластин // ФНТ. – 1985. – Т. 11, №11. – С. 1165 – 1171.
243. Колесниченко Ю.А. Влияние диффузионного слоя примесей на высокочастотные свойства тонких пластин // ФНТ. – 1986. – Т. 12, № 6. – С.632 – 635.
244. Дехтярук Л.В., Колесниченко Ю.А. Влияние взаимной диффузии на электропроводность двухслойных металлических пластин // ФММ. – 1993. – Т.75, Вып. 5. – С. 21 – 30.
245. Проводимость двухслойных моно – и поликристаллических слоев металла в условиях взаимной диффузии / Л.В. Дехтярук, И.М. Пазуха, С.И. Проценко, И.В. Чешко // ФТТ. – 2006. – Т. 48, Вып. 10. – С. 1729 – 1739.
246. Безуглый Е. В. Акустические размерные эффекты и анизотропия поглощения звука в слоистых металлических структурах // ФНТ. – 1979. – Т. 5, № 1. – С. 39 – 50.
247. Добровицкий В.В., Звездин А.К., Попков А.Ф. Гигантское магнетосопротивление, спин–переориентационные переходы и

- макроскопические квантовые явления в магнитных наноструктурах // УФН. – 1996. – Т. 166, № 4. – С. 439 – 445.
248. Проценко І.Ю., Чешко І.В., Яворский Я. Явище гігантського магнітного опору в багат шарових плівкових системах (огляд) // Вісник СумДУ. Серія: Фізика, математика, механіка. – 2004. – № 10 (69). – С. 65 – 81.
249. Структура, дифузійні процеси і магніторезистивні та електрофізичні властивості плівкових матеріалів / С.І. Проценко, І.В. Чешко, Л.В.Однорець, І.М. Пазуха. – Суми: СумДУ, 2008. – 197 с.
250. Sakakima H., Satomi H. Spin – value effect in  $[Co – Pt / Cu / Ni – Fe – Co / Cu]$  multilayers // Jap. J. Appl. Phys., part 2. – 1994. – V. 33, № 12A. – P.1168 – 1169.
251. Шкурдода Ю.О., Лобода В.Б., Дехтярук Л.В. Питома провідність тришарових полікристалічних плівок // Металлофіз. новейшие технол. – 2008. – Т. 30, № 3. – С. 343 – 354.
252. Дехтярук Л.В. Ефект гігантського магнітоопору в магнітних сандвічах // Металлофіз. новейшие технол. – 2008. – Т. 30, № 2. – С.219 – 234.
253. Дехтярук Л.В. Эффект гигантского магнитосопротивления в магнитных сандвичах // Материалы 6-й Международной конференции “Физические явления в твердых телах”. – Харьков: ХНУ, 2003. – С. 84.
254. Дехтярук Л.В. Гигантский магниторезистивный эффект в магнитоупорядоченных трехслойных пленках // Вісник СумДУ. Серія: Фізика, математика, механіка. – 2007. – № 2. – С. 115 – 121.
255. Короткопериодные осцилляции сопротивления и магнитосопротивления в сверхрешетках  $Co / Cu (111)$  на слюде / В.В. Зорченко, А.Н. Стеценко, А.Г.Андерс и др. // ФНТ. – 2005. – Т. 31, № 6. – С. 665 – 678.
256. Дехтярук Л.В., Проценко І.Ю., Черноус А.М. Гігантський магнеторезистивний ефект у магнітних полікристалічних мультишарах // Наносистеми, наноматеріали, нанотехнології. – 2008. – Т. 6, № 1. – С.1 – 8.
257. Dekhtyaruk L. V., Marszalek M., Protsenko I.Yu. Giant magnetoresistance effect in magnetic multilayer structures with polycrystalline spacer // Materials

- International conference “Functional materials”. – Crimea, 2005. – P. 85.
258. Shkurdoda Yu.A., Dekhtyaruk L. V., Loboda V.B. The effect of giant magnetoresistance in *Co/Cu/Co* structure // *Functional materials*. – 2008. – V.15, № 1. – P. 38 – 45.
259. Dekhtyaruk L. V. Negative and inverse giant magnetoresistance effect in polycrystalline multilayers and sandwiches // *China Phys. Lett.* –2008. в редакції
260. Песчанский В.Г., Азбель М.Я. Магнетосопротивление полуметаллов // *ЖЭТФ*. – 1968. – Т. 55, вып. 5 (11). – С. 1980 – 1996.
261. Займан Дж. Принципы теории твердого тела. – М.: Мир, 1974. – 472 с.
262. Pippard A.B. The anomalous skin effect in anisotropic metals // *Proc. Roy. Soc.* – 1954. – V. 224, № 1157. – P. 273 – 282.
263. Dekhtyaruk L.V., Kolesnichenko Yu.A., Peschansky V.G. Kinetic phenomena in metallic multilayers // *Physics Reviews*. – 2004. – V. 20, № 4. – P. 3 – 113.
264. Дехтярук Л.В., Білоус О.А., Черноус А.М. До теорії розмірно – кінетичних ефектів у полікристалічних плівках // *Матеріали VII Міжнародної конференції з фізики і технології тонких плівок*. – Івано – Франківськ: ПрУ, 1999. – С. 113.
265. Conductivity and the temperature coefficient of resistance of two – layer polycrystalline films / L. V. Dekhtyaruk, S. I. Protsenko, A. M. Chornous, I. O. Shpetnyi // *Ukr. J. Phys.* – 2004. – V. 49, № 6. – P. 587 – 597.
266. Conductivity and temperature coefficient of resistance of multilayered polycrystalline films / A. Chornous, L. Dekhtyaruk, M. Marszalek, I. Protsenko // *Cryst. Res. Technol.* – 2006. – V. 41, № 4. – P. 388 – 399.
267. Дехтярук Л.В., Колесніченко Ю.О. Провідність металевих мультишарів з полікристалічною структурою // *Науковий вісник Чернівецького університету. Фізика*. – 1998. – Вип. 40. – С. 100 – 104.
268. Дехтярук Л.В., Проценко І.Ю., Черноус А.М. Транспортні розмірні ефекти у двошарових полікристалічних плівках // *Успехи физ. мет.* – 2007. – Т.8, № 1. – С. 21 – 64.
269. Дехтярук Л.В., Проценко І.Ю. Термоелектричні ефекти у

- полікристалічних двошарових плівках // Вісник СумДУ. Серія: Фізика, математика, механіка.– 2004. – № 10 (69). – С. 54 – 64.
270. Дехтярук Л.В., Проценко І.Ю. Термоелектричні ефекти у багатошарових полікристалічних структурах // ФХТТ. – 2005. – Т. 6, № 4. – С. 576 – 582.
271. Температурный коэффициент сопротивления многослойной поликристаллической структурой / Л.В. Дехтярук, М. Маршалек, И. Е. Проценко, А. Н. Черноус // Физ. инж. поверхн. – 2004. –Т. 2, № 1. – С.55–63.
272. Проценко С.И., Черноус А.Н., Дехтярук Л.В. Температурный коэффициент сопротивления многослойных металлических структур //Материалы 5-й Международной конференции “Физические явления в твердых телах”. – Харьков: ХНУ, 2001. – С. 85.
273. Дехтярук Л.В., Проценко С.І., Черноус А.М. Температурний коефіцієнт опору двошарової металеві полікристалічної плівки // Матеріали VIII Міжнародної конференції з фізики і технології тонких плівок. – Івано – Франківськ: ПрУ, 2001. – С. 256.
274. Dekhtyaruk L.V., Pazukha I.M., Protsenko I.Yu. Procedure for estimating the contribution of interface scattering of electrons to the specific resistance and the temperature coefficient of resistance of films // Ukr. J. Phys. – 2006. – V. 51, №7. – P. 728 – 732.
275. Розмірні ефекти в термічному коефіцієнті опору та коефіцієнті розсіювання електронів на межі зерен у тонких металевих плівках / О.А.Білоус, Л.В. Дехтярук, С.І. Проценко, А.М. Черноус // Вісник СумДУ. Серія: Фізика, математика, механіка. – 2001. – № 3 (24) – 4 (25). – С. 67 – 73.
276. Теорія розмірного ефекту в термічному коефіцієнті опору металевих полікристалічних плівок / Л.В. Дехтярук, Ю.О. Колесніченко, С. І.Проценко, А.М. Черноус // Матеріали VII Міжнародної конференції з фізики і технології тонких плівок. – Івано – Франківськ: ПрУ, 1999. – С. 122.
277. Влияние толщины на температурный коэффициент удельного сопротивления пленок металла / Е.А. Белоус, Л.В. Дехтярук, С.И. Проценко, А.Н. Черноус // Материалы третьего всероссийского семинара “Нелинейные

- процессы и проблемы самоорганизации в современном материаловедении”.  
– Воронеж: ВГТИ, 2000. – С. 87 – 88.
278. Диффузионные процессы в нанопленочных системах на основе *Cr* и *Cu* и *Cr* и *Fe* / В. В. Бибик, Л. В. Дехтярук, С. И. Проценко, А. Н. Черноус //Материалы V Международной конференции “Нелинейные процессы и проблемы самоорганизации в современном материаловедении”, Воронеж: ВГТИ, 2004. – Т. 1. – С. 163 – 164.
279. Дехтярук Л.В., Проценко С.И., Черноус А.Н. Эффект тензочувствительности в поликристаллических многослойных структурах общего типа // Тонкие пленки в оптике и электронике. – Харьков: ННЦ ХФТИ. – 2003. – С. 185 – 188.
280. Проценко С.І., Дехтярук Л.В. Коефіцієнти поздовжньої та поперечної тензочутливості у двошарових полікристалічних плівках // Матеріали Міжнародної конференції студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики “ЕВРИКА – 2006”. – Львів: ЛНУ, 2006. – С. В51.
281. Дехтярук Л.В. Эффект продольной и поперечной тензочувствительности в многослойных поликристаллических пленках // Материалы Второй всероссийской конференции “Физика и химия высокоэнергетических систем”. – Томск:ТГУ, 2006. – С.32.
282. Ефект тензочутливості у тонких металевих полікристалічних плівках /Л.В. Дехтярук, Є. О. Забіла, С.І. Проценко, А.М. Черноус // Металлофиз. новейшие технол. – 2004. – Т. 26, № 10. – С. 1333 – 1345.
283. Тензочутливість полікристалічних металевих плівок з великою довжиною вільного пробігу носіїв заряду / Л.В. Дехтярук, Ю.О. Колесніченко, О.Б.Ласюченко, І.Ю. Проценко // Матеріали VII Міжнародної конференції з фізики і технології тонких плівок. – Івано – Франківськ: ПрУ, 1999. – С. 178.
284. Дехтярук Л.В., Проценко И.Е. Эффект тензочувствительности в металлических мультислоях // Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии. – 2006. – Т. 4, № 3. – С. 695 – 705.
285. Дехтярук Л.В., Проценко І.Ю. Коефіцієнти поздовжньої та поперечної

- тензочутливості двошарових металевих плівок // Вісник СумДУ. Серія: Фізика, математика, механіка. – 2006. – № 6 (90). – С. 85 – 93.
286. Физико - химические свойства элементов. Справочник / Под. ред. Г.В.Самсонова. – Киев: Наукова думка, 1965. – 807 с.
287. Розрахунок параметрів електропереносу тонких металевих плівок в умовах зовнішнього та внутрішнього розмірних ефектів / Ю.М. Овчаренко, Н.М. Опанасюк, І.Ю. Проценко та ін. // УФЖ. – 1997. – Т. 42, № 7. – С. 826 – 830.
288. Електрофізичні властивості тонких полікристалічних плівок *Cr*, *Cu*, *Ni* та *Ti* / І.Ю. Проценко, О.В. Шовкопляс, Ю.М. Овчаренко та ін. // Журнал фізичних досліджень. – 1998. – Т. 2, № 1. – С. 105–108.
289. Лобода В.Б., Проценко И.Е., Смолин М.Д. Исследование электрических свойств тонких пленок никеля // Металлофизика. –1983.–Т.5, № 5.–С.69 –74.
290. Электропроводность тонких пленок ванадия и никеля / И.М Дума, К.И. Лах, Б.Л. Мельничук и др. // Металлофизика. – 1993. – Т.15, № 1. – С.60– 64.
291. Tochitskii E.I., Belyvskii N.M. Grain–boundary electron scattering effect on metal film resistivity // Phys. Stat. Sol. (a). – 1980.– V. 61, № 1. – P. K21 – K24.
292. Angadi M.A., Undachan L.A. Electrical properties of thin nickel films // Thin Solid Films. – 1981.– V. 79, № 2.– P. 149 – 153.
293. Диаграммы состояния двойных металлических систем: Том 1–3 / Под ред. Н.П. Лякишева.– Москва: Машиностроение, 1997. – 1023 с.
294. Проценко И.Е., Черноус А.Н., Шовкопляс О.В. Исследование электрофизических свойств двухслойных пленочных систем на основе титана, кобальта, никеля // ВАНТ. Серия: Вакуум, чистые материалы, сверхпроводники.–1998. – № 2 (3)–3 (4).– С. 102–106.
295. Проценко И.Е., Черноус А.Н., Хворост В.А. Фазообразование, диффузионные процессы и электрофизические свойства многослойных металлических пленочных структур // Тонкие пленки в оптике и электронике.–Харьков:ННЦ ХФТИ, 2002. – С. 6 – 22.
296. Проценко С.І., Черноус А.М. Дослідження і прогнозування



- тензорезистивних властивостей плівкових систем на основі *Cr*, *Cu*, і *Sc*  
//Металлофиз. новейшие технол. –2003.– Т. 25, № 5.–С. 587 – 601.
297. Клокова Н.П. Тензорезисторы. – М.: Машиностроение, 1990. – 222 с.
298. Мейксин З.Г. Несплошные керментные пленки // Физика тонких пленок, Т.VIII. – М.: Мир, 1978. – С. 106 – 179.
299. Тензочутливість металевих плівок: теоретичні моделі, експериментальні результати, застосування. (Огляд) // Вісник СумДУ. Серія: Фізика, математика, механіка. – 2007. – № 1. – С. 5 – 51.
300. Experimental test of a three–dimensional model for electrophysical properties of metal films / A.M. Chornous, N.M. Oranasyuk, A.D. Pogrebnyak et al. // Jpn. J. Appl. Phys.– 2000. – V. 39, № 12B. – P. L1320 – L1323.
301. Вплив розсіювання електронів на міжфазній межі на величину коефіцієнта тензочутливості металевих плівок / Є.О. Забіла, Л.В.Однодворець, С.І. Проценко та ін. // Вісник СумДУ: Серія: Фізика, математика, механіка. – 2003. – № 8 (54)–С. 71–78.
302. Piezoresistance and electrical resistivity of *Pd*, *Au*, and *Cu* films / S.U. Jen, C.C. Yu, C.H. Liu et al. // Thin Solid Films. – 2003. – V.434. – P. 316 – 322.
303. Rajanna K., Nayak M.M. Strain sensitivity and temperature behavior of invar alloy films // Mat. Sci. Eng. B. – 2000. – V. B77. – P.288 – 292.
304. Warkusz F. Electrical and mechanical properties of thin metal films: size effects // Progr. Surf. Scien. – 1980. – V. 10. – P. 287 – 382.
305. Lasyuchenko O.B., Protsenko I.Yu., Chornous A.M. Contribution of the grain – boundary and surfase scattering of conductivity electrons to the size effect of tensosensibility // Functional Materials. – 1999. – V. 6, № 5. – P. 880 – 883.
306. Dekhtyaruk L.V. The oscillatory galvanomagnetic size-effect in multilayered structures // Central Europ. J. Phys. – 2007. –V. 6, № 1. – P. 32 – 44.
307. Дехтярук Л.В. Осцилляционный гальваномагнитный эффект в двухслойных металлических пленках // Известия ВУЗ. Физика. – 2007. – Т.50, № 7. – С. 26 – 33.
308. Олвер Ф. Асимптотика и специальные функции. – М.: Наука, 1990. –

528с.

309. Найфе А. Введение в методы возмущений. – М.: Мир, 1984. – 535 с.
310. Копсон Э. Асимптотические разложения. – М.: Мир, 1966. – 160 с.
311. Дехтярук Л.В. Эффект Зондгеймера в двухслойных поликристаллических пленках // Вісник СумДУ. Серія: Фізика, математика, механіка. – 2006. – № 9 (93) – С. 71 – 81.
312. Влияние диффузии атомов алюминия на магнитосопротивление тонких монокристаллических пластин молибдена / В.Ф. Коваль, В.И. Ватаманюк, Ю.С. Остроухов и др. // ФНТ. – 1986. – Т. 12, № 8. – С. 880 – 882.
313. Hwang J.C.M., Balluffi R.W. Measurement of grain – boundary diffusion at low temperatures by the surface accumulation method. 1. Method and analysis // J.Appl.Phys. – 1979. – V. 50, № 3, part 1. – P. 1339 – 1348.
314. Hwang J.C.M., Pan J.D., Balluffi R.W. Measurement of grain – boundary diffusion at low temperature by the surface - accumulation method. 2. Results for gold – silver system // J.Appl.Phys. – 1979. – V. 50, № 3, part 1. – P. 1349 – 1359.
315. Волкова Р.П., Палатник Л.С., Пугачев А.Т. Исследование зернограничной диффузии в двухслойных пленках  $Au - Ag$  методом электросопротивления in situ // Докл. АН СССР. – 1981. – Т. 259, № 2. – С. 351 – 355.
316. Волкова Р.П., Палатник Л.С., Пугачев А.Т. Резистометрический метод исследования низкотемпературной зернограничной диффузии в двухслойных поликристаллических пленках // ФТТ. – 1982. – Т. 24, Вып. 4. – С. 1161 – 1165.
317. Волкова Р.П., Волков Ю.А., Пугачев А.Т. Исследование параметров низкотемпературной зернограничной диффузии золота в серебро // ФММ. – 1984. – Т. 58, вып. 5. – С. 1029 – 1031.
318. Волков Ю.А., Волкова Р.П., Пугачев А.Т. Влияние малых концентраций серебра и золота в межзеренных границах пленок золота и серебра на величину зернограничного рассеяния электронов // ФММ. – 1986. – Т. 62, Вып. 2. – С. 298 – 302.

319. Волкова Р.П., Волков Ю.А. Исследование низкотемпературной зернограничной диффузии серебра в пленках палладия // *Металлофиз. новейшие технол.* – 2003. – Т. 25, № 2. – С. 227 – 234.
320. Dekhtyaruk L.V. Influence of interdiffusion on the electrical conductivity of multilayered metal films // *Central Europ. J. Phys.* – 2006. – V. 4, № 1.–P. 73–86.
321. Дехтярук Л.В. Влияние взаимной диффузии на проводимость металлических мультислоев // *Матеріали науково – технічної конференції викладачів, співробітників, аспірантів і студентів фізико – технічного факультету.* – Суми: СумДУ, 2004. – С. 7.
322. Бокштейн В.Г. Диффузия в металлах. – М.: Наука, 1973. – 342 с.
323. Райченко А.И. Математическая теория диффузии в приложениях. – К.: Наук. думка, 1981. – 396 с.
324. Influence of diffusing impurities on the electrical conductivity of single – crystal and polycrystalline metal films / A. M. Chornous, L. V. Dekhtyaruk, T.P.Govorun, A.O. Stepanenko // *Металлофиз. новейшие технол.* – 2007. – Т. 29, № 2. – P. 249 – 266.
325. Тонкие пленки. Взаимная диффузия и реакции Под ред. Дж. Поута, К.Ту., Дж. Мейера. – М.: Мир, 1982. – 576 с.
326. Дехтярук Л.В., Проценко І.Ю. Осциляційний гальваномагнітний ефект у тонких шарах металу за наявності дифундуючого шару домішок // *Журнал фізичних досліджень.* – 2007. –Т. 9, № 4. – С. 453 – 450.
327. Chan J.W., Pan J.D., Balluffi R.W. Diffusion induced grain boundary migration // *Scripta Met.* – 1979. – V. 13, №. 6. – P. 503 – 509.
328. Каур И, Густ В. Диффузия по границам зерен и фаз. - М.: Машиностроение, 1991. – 446 с.
329. Клоцман С.М. Примесные состояния и диффузия в границах зерен металлов // *УФН.* – 1990. – Т. 160, Вып. 1. – С. 99 -139.
330. Fisher J.C. Calculation of diffusion penetration curves for surface and grain boundary diffusion // *J. Appl. Phys.* – 1951. – V. 22, № 1. – P. 74 – 77.
331. Гохфельд В.М., Кириченко О.В., Песчанский В. Г. Размерные

- акустоэлектронные эффекты в металлах // ФНТ. – 1993. – Т.19, № 1.–С.3–32.
332. Ахиезер А.И., Каганов М.И., Любарский Г. Я. О поглощении ультразвука в металлах // ЖЭТФ. – 1957. – Т. 32, Вып. 4. – С. 837 – 841.
333. Ахиезер А.И. О поглощении звука в металлах // ЖЭТФ. – 1938. – Т. 8, Вып. 12. – С. 1330 – 1339.
334. Гуревич В.Л., Ланг И.Г., Павлов С.Т. Об индукционном и деформационном поглощении звука в проводниках // ЖЭТФ. – 1970. – Т. 59, вып. 5 (11). – С. 1679 – 1693.
335. Дехтярук Л.В. Размерный осцилляционный акустоэлектронный эффект в металлах // Металлофиз. новейшие технол. – 2002. – Т. 24, № 3. – С.297–312.
336. Дехтярук Л.В., Колесніченко Ю.О. Осциляційний акустоелектронний ефект у тонких шарах металу // Науковий вісник Чернівецького університету. Фізика. – 1998. – Вип. 40. – С. 97 – 99.
337. Колесниченко Ю.А., Дехтярук Л.В. Акустоэлектронный осцилляционный эффект в тонких слоях металла // Materials International conference MPSL ”99. – Sumy: SSU, 1999. – С. 58.
338. Дехтярук Л.В. Осцилляционная зависимость коэффициента затухания звука в тонких слоях металла // Известия ВУЗ. Физика. – 2003. – Т. 46, № 9. – С.19 – 25.
339. Дехтярук Л.В. Вплив дифундуючого шару домішок на осциляційну залежність коефіцієнта поглинання звукової енергії у тонких шарах металу // Фізика і хімія твердого тіла. – 2006. – Т. 7, № 3. – С. 450 – 456.
340. Дехтярук Л.В., Проценко І.Ю. Вплив взаємної дифузії на коефіцієнт поглинання звукової енергії у двошаровій плівці // Матеріали Х Ювілейної Міжнародної конференції “Фізика і технологія тонких плівок”. – Івано – Франківськ: ПрУ, 2005. – Т. 1. – С. 299.
341. Дехтярук Л.В. Розмірний акустоелектронний осциляційний ефект у металевих двошарових плівках // ФХТТ – 2003. – Т. 4, №1. – С. 105 – 111.
342. Дехтярук Л.В. Осцилляционный акустоэлектронный эффект в мультислоях // Металлофиз. новейшие технол. – 2003. – Т. 25, № 10. –

C.1265 – 1278.

343. Дехтярук Л.В. Акустоэлектронный осцилляционный эффект в мультислоях // Материалы 5-й Международной конференции “Физические явления в твердых телах”. – Харьков: ХНУ, 2001. – С. 84.
344. Колесніченко Ю.О., Дехтярук Л.В. Осциляційний акустоелектронний ефект у металевих бішарах // Матеріали VIII Міжнародної конференції з фізики і технології тонких плівок.–Івано–Франківськ: ПрУ,2001.–С.132–133.
345. Дехтярук Л.В. Размерный акустоэлектронный эффект в двухслойных пленках // Вісник СумДУ. Серія: Фізика, математика, механіка.– 2002. – №13 (46). – С. 5 – 14.
346. Дехтярук Л.В. Акустоелектронний розмірний ефект у металевих мультишарах // Металлофиз. новейшие технол. –2007. –Т. 29, № 1. – С.7–19.
347. Чешко І.В., Дехтярук Л.В. Розмірний акустоелектронний ефект у металевих мультишарах // Матеріали Міжнародної конференції студентів, молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики “ЕВРИКА – 2006”. – Львів: ЛНУ, 2006. – С. В42.
348. Окулов В.И., Памятных Е.А., Устинов В.В., Машарова И.С. Акустический аналог эффекта гигантского магнитосопротивления в металлических многослойных пленках // ФНТ.–1995. –Т.21, №8.–С.885–887.
349. Басс Ф.Г., Фалько В.Л. Энергетический спектр электрона в проводниках с магнитной доменной структурой // ФНТ. – 1980. – Т.6, №1. – С.60 – 71.
350. Басс Ф.Г., Фалько В.Л. Магнитоакустические электронные резонансы в проводниках с периодической доменной структурой // ФНТ. – 1982. – Т.8, №4. – С.412 – 419.
351. Дехтярук Л.В. Гигантское поглощение звуковой энергии в магнитоупорядоченных сверхрешетках // Вісник СумДУ. Серія: Фізика, математика, механіка. – 2007. – № 1. – С. 187 – 195.
352. Dekhtyaruk L. V. The acoustical analog of the giant magnetoresistance effect in magnetic multilayered structures // Materials International conference on nanoscience and technology. - Basel, Switzerland, 2006. – P. 880.