

СУМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

ГАДЯКА ВЛАДИМИР ГРИГОРЬЕВИЧ

УДК 621.515:621.82

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДОВ БАЛАНСИРОВКИ РОТОРОВ  
ТУРБОКОМПРЕССОРОВ НА ОСНОВЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ИХ  
МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

05.02.09 – динамика и прочность машин

Диссертация на соискание научной степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
Симоновский Виталий Иович  
доктор технических наук, профессор

Сумы – 2008

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	5
<b>1. СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ БАЛАНСИРОВКИ ГИБКИХ РОТОРОВ И ПОСТРОЕНИЯ ИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ</b> .....	14
1.1 Современные теории балансировки гибких роторов .....	14
1.2 Практические методы балансировки гибких роторов, применяемые в настоящее время .....	21
1.3 Расчетные и экспериментальные методы определения коэффициентов динамических моделей роторов .....	25
1.3.1 Расчетно-аналитические методы определения динамических коэффициентов сегментных подшипников .....	25
1.3.2 Методы оценки коэффициентов сопротивления .....	31
1.3.3 Расчетно-экспериментальные методы оценивания коэффициентов динамических моделей роторов турбокомпрессоров .....	33
1.4 Выводы .....	37
<b>2. УПРОЩЕННЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ СЕГМЕНТНЫХ ПОДШИПНИКОВ ТУРБОКОМПРЕССОРОВ</b> .....	39
2.1 Постановка задачи .....	39
2.1 Оценивание коэффициентов жесткости, как функции частоты вращения по экспериментально полученным точкам нечувствительности .....	42
2.2 Оценивание коэффициентов сопротивления по интервалам изменения фазы в точках нечувствительности .....	44
2.3 Оценка эффективности математических моделей, уточненных по упрощенным методикам оценивания .....	47
2.4 Выводы .....	50

<b>3. НЕЛИНЕЙНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ СЕГМЕНТНЫХ ПОДШИПНИКОВ ТУРБОКОМПРЕССОРОВ</b> .....	51
3.1 Метод, алгоритм и программа нелинейного оценивания динамических коэффициентов сегментных подшипников турбокомпрессоров .....	51
3.2 Оценка сходимости итерационного процесса.....	66
3.3 Выводы .....	71
<b>4. ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ НА ПАРАМЕТРЫ СИНХРОННОЙ ПРЕЦЕССИИ И СТАТИЧЕСКИЕ ПРОГИБЫ РОТОРОВ ТУРБОКОМПРЕССОРОВ</b> .....	72
4.1 Постановка задачи. Введение эквивалентного внешнего демпфирования в центральной части ротора .....	72
4.2 Математические одномассовые модели роторов .....	74
4.3 Анализ влияния вязкого нелинейного внутреннего трения .....	77
4.4 Влияние сухого трения .....	79
4.5 Влияние рассеяния энергии за счет гистерезиса материала .....	80
4.6 Результаты оценивания эквивалентного сопротивления различных типов роторов турбокомпрессоров .....	84
4.7 Выводы .....	85
<b>5. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ РОТОРОВ ТУРБОКОМПРЕССОРОВ</b> .....	87
5.1 Коэффициенты жесткости и сопротивления различных типов турбокомпрессоров .....	87
5.2 Сравнительный анализ экспериментальных и расчетных динамических коэффициентов влияния для различных типов роторов.....	90
5.3 Выводы .....	96

<b>6. РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ БАЛАНСИРОВКИ ГИБКИХ РОТОРОВ ТУРБОКОМПРЕССОРОВ .....</b>	<b>98</b>
6.1 Метод и программа многоплоскостной балансировки роторов в широком диапазоне частот вращения .....	98
6.2 Классификация типов турбокомпрессоров в зависимости от рекомендуемого способа их уравнивания .....	103
6.3 Балансировка роторов по расчетным динамическим коэффициентам влияния.....	110
6.4 Методы определения наиболее эффективных мест расположения плоскостей коррекции .....	116
6.5 Оценка качества уравнивания .....	122
6.6 Рекомендации по конструированию роторов высокооборотных турбокомпрессоров .....	129
6.7 Выводы .....	129
<b>ВЫВОДЫ .....</b>	<b>131</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....</b>	<b>134</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ .....</b>	<b>146</b>
Приложение А. Программа нелинейного оценивания .....	147
Приложение Б. Акт внедрения .....	183
Приложение В. Акт внедрения .....	184

## ВВЕДЕНИЕ

Наиболее важным критерием надежности эксплуатации турбокомпрессорных агрегатов является уровень их вибрации. Общеизвестно, что повышенная вибрация приводит к преждевременному износу и повреждениям турбоагрегата, а в некоторых случаях и к серьезным авариям. Поэтому необходимо обеспечить работу центробежных компрессоров с минимально возможными уровнями вибрации.

В общем случае вибрация турбокомпрессорных агрегатов зависит как от уровня вызывающих ее сил, так и от условий при которых они проявляются. Силы, вызывающие вибрацию, – это в первую очередь силы дисбаланса, неконсервативные силы масляного слоя подшипников и газового потока. Условия воздействия этих сил определяются механическими параметрами связанной системы валопровод – опоры – фундамент: ее частотными характеристиками, жесткостью и демпфированием, а также воздействием эксплуатационных факторов, влияющих на изменение параметров отдельных элементов турбоустановки вследствие изменения центровки валопровода, влиянием тепловых деформаций, изменением условий работы цапф на смазочном слое подшипников.

Современный турбоагрегат представляет собой сложную динамическую систему, все части которой совершают совместные колебания. Основным источником колебаний турбокомпрессорных агрегатов является его валопровод. Как правило, при беспокойной работе машин всегда имеется несколько причин вибрации. В общем случае интенсивность вибрации турбоагрегатов зависит от четырех основных факторов. Это силы, вызывающие вибрацию, степень отстройки колеблющейся системы от резонанса, характеристика демпфирования системы и жесткость системы. Из этих 4-х факторов только один является активным – это силы, вызывающие вибрацию. Остальные определяют интенсивность проявления этих сил.

Вибрационная надежность турбокомпрессорных агрегатов в основном определяется надлежащими запасами отстройки критических частот роторов и валопроводов от рабочих частот вращения, а также высокоточной балансировкой их роторов во всем диапазоне частот вращения.

Выбор запасов отстройки при проектировании принимается на основе расчетов собственных и вынужденных колебаний валопроводов турбокомпрессорных агрегатов. При нынешнем состоянии вычислительной техники, используя численные методы исследования (метод конечных элементов (МКЭ) или метод начальных параметров), упруго-массовые характеристики роторов и соединительных муфт можно смоделировать довольно точно. Основными трудно оцениваемыми параметрами, необходимыми для построения достоверных расчетных систем роторов и валопроводов, остаются коэффициенты жесткости и сопротивления сегментных подшипников.

Валопроводы большинства агрегатов состоят из нескольких гибких роторов, работающих, как правило, между первой и второй критическими частотами. Учитывая широкий диапазон рабочих частот вращения роторов компрессоров (0.7...1.05 от номинальной частоты вращения), при оценке отстройки критических частот динамические коэффициенты подшипников необходимо определять как можно точнее. Несмотря на малую толщину (2-200 мкм) смазочный слой подшипников скольжения оказывает существенное влияние на динамику роторов. Расчет критических частот на абсолютно жестких опорах, без учета податливости смазочного слоя, может привести к погрешности определения первой критической частоты в пределах от 14 % до 21 % , а второй критической частоты от 40 % до 88 %. От коэффициентов демпфирования самого ротора и подшипников зависят амплитуды динамических прогибов ротора при прохождении критических частот.

Необходимо также отметить, что при проведении динамических расчетов роторов в соответствии с международным стандартом API 617 требуется расчет вынужденных колебаний ротора с приложенными к нему остаточными

дисбалансами и построение амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) виброперемещений ротора в месте установки опорных датчиков в диапазоне частот вращения от нуля до максимальной частоты вращения. На основании анализа АЧХ в районе критических частот определяется коэффициент усиления, который в основном зависит от демпфирования в системе. Только при известном коэффициенте усиления делается вывод о достаточности отстройки критических частот валопровода от рабочих частот вращения. Результаты расчетов необходимо подтвердить при натурных испытаниях компрессора и на их основании показать правильность задания динамических коэффициентов подшипников.

Для определения достоверных значений динамических коэффициентов удобнее всего использовать методы идентификации. При этом экспериментальные данные для оценивания можно получить, используя массив информации, естественно получаемой в процессе балансировки роторов на разгонно-балансируемых стендах (РБС).

**Актуальность темы.** Газотранспортная система, эксплуатируемая в настоящее время на территории Украины, России и Туркменистана, почти на треть оборудована газоперекачивающими агрегатами производства ОАО "Сумское НПО им. М. В. Фрунзе". В основном это турбокомпрессоры со степенями повышения давления 1.44...2.2. Их роторы 2-х – 4-х колесные, в основном работают вблизи первой критической частоты (рис.В.1). В большинстве случаев поэтапная балансировка их роторов на низкооборотных станках обеспечивала удовлетворительный уровень вибрации компрессоров в условиях эксплуатации.

В настоящее время основную часть продукции для развития нефтяной и газовой промышленности составляют турбокомпрессорные агрегаты для дожимных компрессорных станций, являющихся первым звеном в добыче природного газа и обеспечивающих повышение давления с пластового до давления транспортного, станций подземных хранилищ газа, газлифта нефти, сбора и транспорта нефтяного газа, «сайклинг»-процесса и газопереработки.

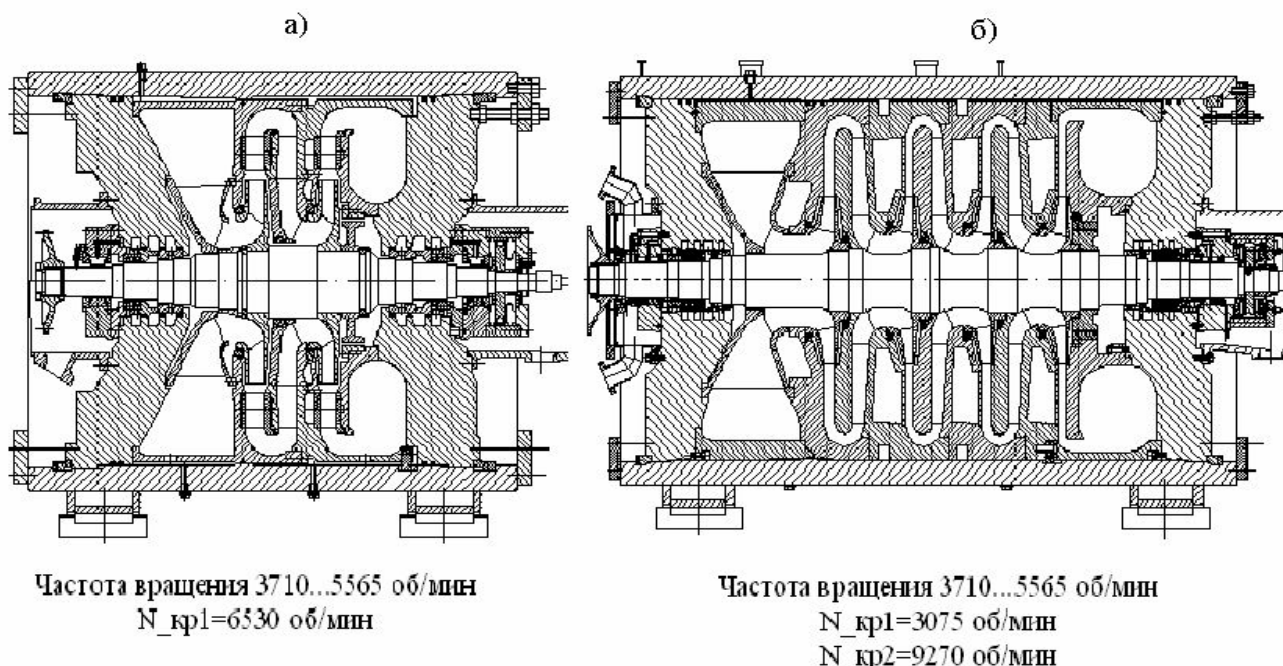


Рис. В.1 – Центробежные компрессоры: а) – 291ГЦ2-395/53-76 и  
 б) – 294ГЦ2-260/48-76 М1 газоперекачивающих агрегатов

Для реализации этих задач необходимо проектирование турбокомпрессоров с большими степенями повышения давления. Это достигается, как правило, за счет увеличения диаметров и количества рабочих колес ротора, а также увеличения рабочих частот вращения.

Большинство роторов таких турбокомпрессоров работают в непосредственной близости от второй критической частоты, а некоторые между второй и третьей критическими частотами. Отстройка по второй критической частоте их роторов не превышает 15-20%. Валопроводы таких агрегатов состоят из шестерни мультипликатора и двух-трех роторов центробежных компрессоров, соединенных муфтами. При расчетах критических частот таких валопроводов в зависимости от жесткости опор могут возникать частоты и соответствующие им формы колебаний, не являющиеся парциальными частотами отдельных роторов, а являющиеся комбинацией форм соседних роторов и муфт. Во многих случаях такие частоты располагаются недалеко от максимальной рабочей частоты вращения. Примеры основных конструкций таких турбокомпрессоров приведены на рисунке В.2.



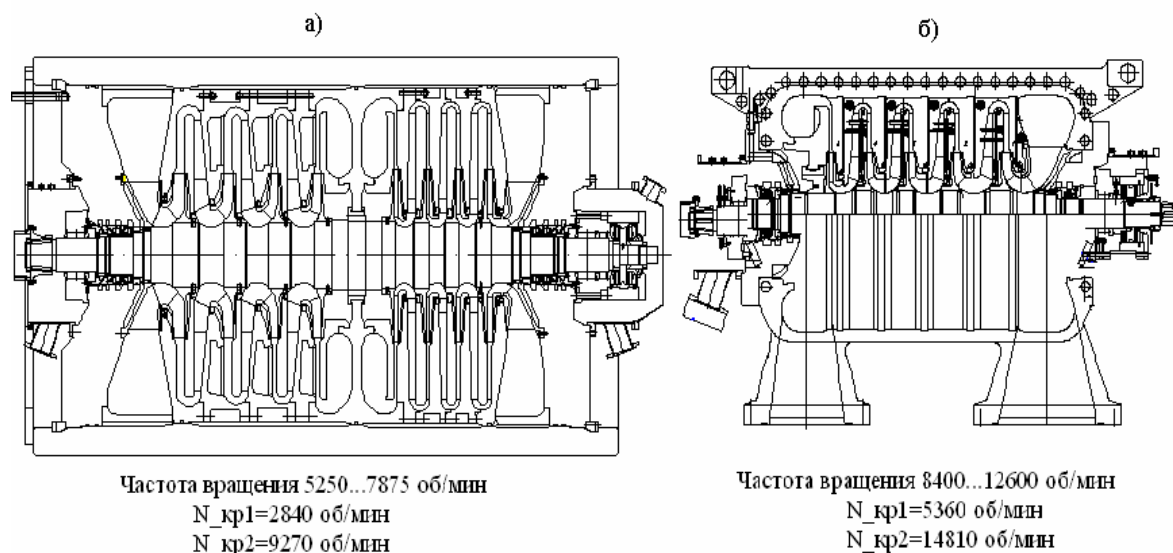


Рис. В.2 – Центробежные компрессоры: а) – С325ГЦ2-650/6-56 и  
 б) – 193ГЦ1-65/9-32 турбокомпрессорных агрегатов

При этом условия долгосрочной и надежной работы турбокомпрессорных агрегатов предъявляют довольно высокие требования к допустимым вибрациям компрессоров. Например, согласно стандарту API 617, размах амплитуды виброперемещений ротора с частотой вращения 12000 об/мин не должен превышать 25 мкм. Этого можно достичь только за счет надлежащих запасов отстройки критических частот от рабочих частот вращения, закладываемых уже на стадии проектирования, а также высокоточной балансировкой роторов во всем диапазоне частот вращения на РБС.

Обе эти задачи могут быть эффективно решены только при условии создания достоверных математических моделей роторных динамических систем.

#### **Связь работы с научными программами, планами и темами.**

Тематика диссертационной работы связана с исследованиями и разработками, проведенными в соответствии с Национальной программой "Нефть и газ Украины к 2010 году". В последующем работа выполнялась

согласно с тематическими планами НИР и ОКР специального конструкторского бюро ОАО "Сумское НПО им. М.В. Фрунзе".

**Цель и задачи исследования** *Цель работы:* улучшение вибрационного состояния центробежных турбокомпрессоров на основе повышения качества их уравнивания путем разработки и внедрения расчетно-экспериментальных методов балансировки гибких роторов за счет построения их достоверных математических моделей.

Для достижения поставленной цели сформулированы такие основные задачи:

- провести анализ современных методов балансировки гибких роторов и методов определения динамических коэффициентов сегментных подшипников турбокомпрессоров;
- разработать методы и программы идентификации динамических моделей роторных систем, в частности, оценивания коэффициентов жесткости и сопротивления сегментных подшипников турбокомпрессоров;
- на основе разработанных методов и анализа экспериментальных динамических коэффициентов влияния (ДКВ) оценить динамические коэффициенты всех типоразмеров подшипников, которые используются в настоящее время в центробежных компрессорах;
- с использованием полученных данных построить достоверные математические модели роторов и валопроводов для выбора надлежащих запасов по критическим частотам при проектировании, а также для получения ДКВ расчетным путем;
- провести анализ влияния различных видов внутреннего сопротивления на параметры синхронной прецессии горизонтального ротора;
- на основе построенных математических моделей разработать методику определения оптимальных плоскостей коррекции и частот вращения, ДКВ для которых необходимо получать, при балансировке всех типов роторов турбокомпрессоров;

- разработать совокупность расчетно-экспериментальных методов балансировки, где удельный вес расчетной части процесса уравнивания зависит от особенностей конструкции ротора;
- внедрить разработанные расчетно-экспериментальные методы для балансировки роторов турбокомпрессоров на РБС;
- внедрить полученные достоверные математические модели роторов турбокомпрессоров для динамических расчетов на стадии проектирования их новых конструкций.

*Объект исследования* - вибрационное состояние центробежного компрессора, обусловленное вращением гибкого ротора в сегментных подшипниках скольжения.

*Предмет исследования* - динамические характеристики сегментных подшипников и динамические коэффициенты влияния (ДКВ) роторов турбокомпрессоров.

*Методы исследования* - методы нелинейного оценивания параметров, методы вычислительной математики и прикладной теории колебаний, метод конечных элементов, экспериментальные методы исследований.

### **Научная новизна полученных результатов.**

Разработан математический аппарат эффективной реализации методов идентификации (нелинейного оценивания) параметров расчетных динамических моделей роторных систем. Предложено и реализовано использование нечувствительных и критических частот вращения для оценивания коэффициентов жесткости и сопротивления сегментных подшипников. Получены достоверные значения динамических коэффициентов сегментных подшипников как функции частоты вращения для всех типов турбокомпрессоров, выпускающихся в настоящее время. Выявлено и экспериментально подтверждено влияние внутреннего сопротивления горизонтального ротора на параметры его синхронной прецессии, а также разработана методика учета этого влияния посредством идентификации эквивалентного коэффициента сопротивления. На основе полученных

математических моделей роторов компрессоров разработаны и внедрены новые подходы и методы их балансировки, что значительно сократило время и повысило эффективность и качество уравнивания.

**Практическое значение полученных результатов.** По результатам работы созданы методы и комплекс программ, который используется для выбора надлежащих запасов по критическим частотам при проектировании новых модификаций турбокомпрессорных агрегатов и уравнивании всех роторов турбокомпрессоров, выпускаемых предприятием. Достоверность рассчитанных критических частот валопроводов, правильность выбора запасов по критическим частотам, эффективность методик балансировки подтверждается качественным вибрационным состоянием при испытаниях на стендах и в условиях эксплуатации компрессоров для следующих станций: «Федоровская», «Лянторская», «Уренгойская» (Россия), «Какдумалак», «Газли» (Узбекистан), «Абширин», «Сирджан» (Иран), «Астара», «Шахпахти» (Азербайджан), «Шагирлы-Шомышти» (Казахстан).

#### **Личный вклад.**

Основные результаты, представленные в диссертационной работе, принадлежат автору. А именно: разработка методов и программ оценивания коэффициентов жесткости и сопротивления сегментных подшипников турбокомпрессоров с использованием экспериментальных данных, получаемых при балансировке роторов на РБС, разработка программ расчетного определения ДКВ и балансировки гибких роторов турбокомпрессоров. В работе [13], опубликованной в соавторстве соискателем предложена методика оценивания коэффициентов жесткости сегментных подшипников с использованием нечувствительных частот. В работе [15] разработана методика и программа нелинейного оценивания динамических коэффициентов сегментных подшипников. В работе [14] показано внедрение расчетно-экспериментальной методики балансировки гибких роторов турбокомпрессоров в практику предприятия. В работе [12] соискателем разработана классификация роторов в зависимости от способа их уравнивания. В работе [16]

соискателем выявлено, экспериментально подтверждено и количественно оценено влияние внутреннего сопротивления горизонтального ротора на его синхронную прецессию. В работе [31] соискателем разработан алгоритм и программа расчета конструкций с помощью динамической конденсации методом синтеза форм.

#### **Апробация результатов диссертации.**

Основные положения и результаты работы были представлены и обсуждались на международных научно-технических конференциях: XII международной научно-технической конференции «Совершенствование турбоустановок методами математического и физического моделирования», г. Харьков, 2006г; Международной научно-практической конференции «АГРАРНЫЙ ФОРУМ-2006», г. Сумы; XIV международной научно-технической конференции по компрессорной технике, 2007г, г. Казань; третьей международной научно-технической конференции «Проблемы динамики и прочности в газотурбостроении» ГТД – 2007, г. Киев, на научных семинарах кафедры общей механики и динамики машин Сумского государственного университета. В полном объеме работа докладывалась на расширенном научном семинаре кафедры общей механики и динамики машин Сумского государственного университета.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 8 печатных работ в специализированных изданиях, из них 6 – статьи в изданиях, входящих в перечень, утвержденный ВАК Украины, 1 доклад и 1 тезисы опубликованы в трудах международных научно-технических конференций.

# РАЗДЕЛ 1

## СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ БАЛАНСИРОВКИ ГИБКИХ РОТОРОВ И ПОСТРОЕНИЯ ИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

### 1.1 Современные теории балансировки гибких роторов

Общая вибрационная надежность агрегата является важнейшей эксплуатационной характеристикой. Низкий и стабильный уровень вибрации, отсутствие резонансных и автоколебательных явлений во всем диапазоне режимов гарантируют не только долговечность агрегата, но и возможность своевременной диагностики и устранения возникающих дефектов. Наиболее распространенным источником повышенной вибрации с частотой вращения (оборотной вибрацией) является неуравновешенность роторов [6,7,17,42].

Неуравновешенность ротора - это состояние ротора, характеризующееся таким распределением масс, которое во время вращения вызывает переменные нагрузки на опоры и его упругий изгиб. Неуравновешенность ротора проявляется как следствие несовпадения центров масс в поперечных сечениях ротора с осью вращения, проходящей через эти сечения.

Одним из основных мероприятий, обеспечивающих высокую вибрационную надежность, является качественная балансировка роторов на турбостроительном предприятии. Введенная в начале 70-х годов в эксплуатацию на всех крупных турбостроительных заводах балансировочная техника позволила сделать с технологической точки зрения очень крупный шаг к повышению качества турбин, так как появилась возможность выполнять балансировку отдельных роторов на рабочих частотах вращения [69]. Однако внедрение разгонно-балансировочных стендов потребовало разработки принципиально новых для производства турбин, доступных и надежных методик балансировки и технологического процесса [3,9,18,19,20,36,37,70].

Полное уравнивание гибкого ротора требует выполнения следующих основных условий:

- устранение реакций в опорах;
- обеспечение минимума остаточных изгибающих напряжений от совместного воздействия дисбалансов и уравнивающих грузов.

Устранение реакций опор и снижение динамических прогибов ротора должно осуществляться во всем диапазоне частот вращения от нуля до максимальной, включая критические частоты. В противном случае для гибкого ротора возможно опасное возрастание вибрации в процессе разгона и выбега агрегата. Возникающие при этом значительные динамические прогибы нарушают нормальную работу муфт, уплотнений.

При балансировке гибких роторов решаются две основные задачи:

- по результатам измерений упругой линии или реакций в опорах при вращении необходимо определить закон распределения дисбалансов по длине ротора;

- для ротора с известным дисбалансом необходимо определить, где, в каком порядке и количестве следует установить систему корректирующих масс, чтобы минимизировать динамические реакции опор, снизить изгибающие усилия в роторе и обеспечить его сбалансированность в заданном диапазоне скоростей [23,24].

Исследованием совместного действия дисбаланса и корректирующих масс было показано, что одновременное снижение реакций и изгибающих моментов можно обеспечить лишь при использовании системы корректирующих масс, наиболее точно повторяющей начальные дисбалансы [23,24,28,29,32,110].

Основными методами балансировки роторов являются балансировка по собственным формам и балансировка по динамическим коэффициентам влияния.

Известно, что большое теоретическое и практическое значение в развитии методов балансировки гибких роторов имела работа А. Мельдаля [110], в которой было предложено производить уравнивание гибкого ротора, устраняя порознь каждую гармонику функции распределенного

дисбаланса при вращении ротора на соответствующих критических частотах, лежащих ниже рабочей частоты вращения. Эта работа положила начало развитию теории балансировки по собственным формам. Мельдалем отмечено свойство ортогональности собственных форм колебаний, означающее, что работа сил инерции, распределенных по  $m$ -й форме собственных колебаний, на перемещениях соответствующих  $n$ -й форме равна нулю. Поэтому любую неуравновешенность можно разложить на составляющие, соответствующие формам упругой линии при собственных колебаниях. Каждая из составляющих вызывает колебания только по своей форме. Практически такую балансировку можно осуществить, разлагая начальные дисбалансы в ряд по собственным формам изгибных колебаний и устраняя каждую составляющую корректирующими массами, распределенными также по собственным формам. При этом измерения нужно производить последовательно в непосредственной близости к критическим скоростям, на которых преобладающее значение имеют соответствующие составляющие дисбаланса, и изгиб ротора происходит в основном по соответствующей форме упругой линии.

Идеи А. Мельдаля имели широкое распространение. Теория уравнивания по формам собственных колебаний была развита в работах Ф.М. Диментберга [24], А.А. Гусарова [23, 25], В.М. Фридмана [67], В.А. Зенкевич [32] и др.

Наиболее строгое математическое решение задачи балансировки гибких роторов по собственным формам дал Е. Хюбнер [102], который выразил зависимость прогибов и реакций от дисбалансов и предложил метод определения балансировочных грузов с обоснованием необходимого числа измерений. Значения реакций опор  $[A_{\omega}^0]$  при фиксированной частоте вращения  $\omega$  равны:

$$[A_{\omega}^0] = [S] \cdot [F_{\omega}] \cdot [X^T] \cdot [U^0], \quad (1.1)$$

где  $[S]$  – матрица динамических реакций, каждый столбец которой является вектором реакций одной из форм колебаний,  $[X^T]$  – транспонированная матрица



собственных векторов,  $[F_{\omega}]$  – динамическая матрица коэффициентов динамичности,  $[U^0]$  – вектор столбец неизвестных комплексных значений дисбалансов.

Балансировка гибких роторов по собственным формам во многих модификациях получила широкое распространение в разработках 50-60 годов. Однако практически она использовалась в ограниченных пределах, так как требовала знания собственных форм колебаний ротора, длительной работы неуравновешенного ротора на критических скоростях, что может оказаться опасным для него. Измерения на этих скоростях недостаточно точны из-за трудности поддержания необходимой скорости и влияния других составляющих дисбаланса. Кроме того, не всегда конструктивно возможно должным образом распределить корректирующие массы по длине ротора.

Это обусловило проведения теоретических исследований возможности достаточно эффективной балансировки гибких роторов, работающих в определенном диапазоне скоростей с помощью ограниченного числа грузов, распределенных по определенному закону на роторе [23,24,25,29,32,79]. Таким образом, приходилось решать вторую основную часть балансировки.

Зенкевич разработал метод определения положения и величины неуравновешенности с помощью измерения упругой линии вращающегося ротора с системами пробных грузов, распределенных по формам собственных колебаний ротора [32]. Метод предполагает знание этих форм колебаний, получение которых иногда затруднительно. Метод применим, если конструкция ротора позволяет легко устанавливать на нем распределенные системы грузов, так как в процессе уравнивания приходится производить несколько пусков с различными пробными системами грузов.

В работе [29] предлагается определять составляющие неуравновешенности по величинам реакций ротора вблизи критических скоростей. Этот метод не совсем точен, так как реакции даже на критической скорости, кроме определяемой составляющей содержат и другие.

Самаров Н.Г. предложил [53] определять место неуравновешенности на гибком роторе с сосредоточенными массами путем сравнения отношения динамических прогибов ротора на двух заданных режимах с расчетными значениями этих отношений. Это метод не требует решения сложных уравнений и многократных пробных пусков, однако он требует системы для измерений прогибов ротора. Кроме того метод разработан применительно к роторам с сосредоточенными массами.

Основные положения, предложенные в работе [53] использованы Гусаровым А.А, для определения характера начальной неуравновешенности гибких роторов с распределенной массой [23]. Отличие заключается лишь в том, что измерению подлежат не прогибы, а реакции ротора, что в большинстве случаев осуществить проще. При этом по величине отношения реакций на двух фиксированных скоростях предполагается определять не истинную начальную неуравновешенность, а характер некоторой системы грузов, от действия которой реакции гибкого ротора в широком диапазоне скоростей изменяются по тому же закону, как и от начальной неуравновешенности. Такая же система грузов может быть использована в качестве балансировочной. Исследования в работе выполнены для гибкого ротора на двух жестких опорах с равномерным распределением масс и жесткости по длине. В качестве рабочего диапазона скоростей, в котором необходимо обеспечить сохранение достигнутой на балансировочной скорости неуравновешенности, принят диапазон до второй критической скорости. В работе также сделан вывод, что по отношению величин опорных реакций гибкого ротора на двух фиксированных скоростях можно судить о возможных типах неуравновешенности на роторе.

Работы многих авторов в 70-80 годах посвящены вопросу определения нечувствительных скоростей, а также их использования при балансировке роторов. Практика балансировки современных турбоагрегатов большой мощности показала наличие случаев, когда их роторы в определенных диапазонах скоростей слабо реагируют на действие установленных корректировочных масс [24,25,29]. Такие скорости получили наименование

нечувствительных. Близость нечувствительной скорости к балансировочной или рабочей серьезно усложняет процесс балансировки, поскольку в этом случае приходится выполнять ее на другой скорости, либо переносить корректирующие массы в другие плоскости или распределять их по длине ротора, что в условиях электростанции без выемки ротора из статора осуществить невозможно.

В работе [63] была доказана теорема о существовании нечувствительных скоростей для симметричного ротора переменного сечения с парой равных, симметрично расположенных неуравновешенных грузов и показано, что для такой симметричной системы величины нечувствительных скоростей не зависят от податливости опор. Опираясь на доказанное в этой работе положение большинство авторов при исследовании этих скоростей рассматривали опоры, как абсолютно жесткие. Однако это положение действительно только для симметричного двухопорного ротора при симметричной или кососимметричной нагрузках, когда реакции обеих опор равны нулю на одной скорости. При несимметричной нагрузке или конструкции нечувствительные скорости для разных опор имеют разные значения и зависят от податливости последних.

Нечувствительные скорости могут быть использованы для нахождения осевого положения дисбаланса в собранной машине, особенно в случае многодискового ротора [23].

В основе метода балансировки гибких роторов по динамическим коэффициентам влияния лежит доказанная Дж. Ден-Гартогом теорема [27,95]. Согласно этой теореме, невесомый ротор с  $r$  сосредоточенными массами, опирающийся на  $b$  подшипников, при любом дисбалансе, как угодно распределенном вдоль его оси, может быть полностью динамически сбалансирован корректирующими массами, размещенными в  $M=r+b$  различных плоскостях коррекции по длине ротора, где  $r$  соответствует числу собственных форм гибкого ротора. Под полной понимается такая балансировка, при которой не возникают динамические реакции ни на одном подшипнике при

любой частоте вращения. Из этого прямо следует, что ротор, отбалансированный однажды при данном расположении подшипников, остается сбалансированным при любой жесткости и демпфировании подшипников.

Были сделаны также допущения, что массы дисбаланса и массы балансировочных грузов малы по сравнению с массой валопровода, а смещения масс дисбаланса малы по сравнению с эксцентриситетами центров тяжести.

Ден-Гартог перенес доказанную теорему и на реальные роторы с непрерывно распределенной массой, утверждая, что на практике почти полное уравнивание при всех скоростях может быть получено при балансировке в  $M=N+b$  плоскостях, где  $N$  – число критических частот ротора на жестких подшипниках в диапазоне частот от нуля до четырехкратно превышающей наибольшую рабочую частоту вращения машины. При этом коэффициент 4 обосновывается тем, что при частоте вращения, соответствующей  $1/4$  первой критической частоты и ниже, гибкость вала практически не обнаруживается. Исходя из этих соображений, для качественной балансировки роторов современных турбин и компрессоров необходимо иметь  $5\div 6$  плоскостей коррекции. В то же время реализация балансировки роторов по методу Ден-Гартога на рабочей частоте вращения сложна для использования в серийном технологическом процессе, поскольку также требует измерения (причем достаточно точного) прогибов ротора по всей его длине.

Однако из теоремы Ден-Гартога следует, что ротор, отбалансированный во всем диапазоне частот вращения от нуля до рабочей, и при этом в данном диапазоне отсутствуют динамические реакции опор, не имеет и упругих деформаций в указанном диапазоне частот вращения, т. е. такой ротор является полностью уравновешенным. Это следствие и служит основой методов балансировки гибких роторов по коэффициентам влияния, при которых балансировка осуществляется на основе измерения и устранения вибрации опор в диапазоне частот вращения от нуля до рабочей частоты вращения [69].

## 1.2 Практические методы балансировки гибких роторов, применяемые в настоящее время

Практические методики балансировки в эксплуатационных условиях гибких роторов и валопроводов, состоящих из гибких роторов, а также балансировки роторов на разгонно-балансируемых стендах (РБС) были разработаны преимущественно в 70-80-е годы XX века [9,20,22,34,39,45,64,68,70,75]. Они используют метод балансировки по экспериментально измеряемым динамическим коэффициентам влияния.

Динамический коэффициент влияния, или балансирующая чувствительность, – вектор, определяющий отношение приращения вибрации опоры к вектору пробного груза, вызывающего это приращение.

При балансировке гибких роторов на РБС ДКВ определяются путем последовательного приложения пробных грузов в предполагаемых плоскостях коррекции. По результатам пробных пусков выбираются необходимые плоскости коррекции, и определяется уравнивающая система грузов.

$$\hat{D} = \left[ \overline{W}^T \overline{W} \right]^{-1} \overline{W}^T \overline{Y}^* \quad (1.2)$$

де  $\overline{W}$  – действительная матрица комплексных ДКВ,  $\overline{Y}^*$  – вектор действительных и мнимых комплексных параметров амплитуды вибрации при нулевом пуске.

От правильного выбора необходимых плоскостей коррекции, а также положения и величины пробных грузов зависит скорость и качество уравнивания ротора.

ДКВ можно получить и расчетным путем в результате расчета вынужденных колебаний системы ротор-опоры. Задача использования расчета вынужденных колебаний динамической системы валопровод-опоры-основание турбоустановки для решения проблемы балансировки в эксплуатационных условиях с использованием минимального количества пробных пусков или

вообще без них впервые была поставлена Б.Т. Руновым [43]. Эта работа легла в основу создания расчетно-экспериментального метода балансировки гибких многоопорных валопроводов турбоагрегатов. Развитие этих идей можно найти в работах Шибера В.Л., Гольдина А.С., Салимона А.В. [18,20,50,51,52,84].

Решающее значение для успешной балансировки имеет правильность выбора балансировочных плоскостей и систем балансировочных грузов. Практика показывает, что неправильный выбор даже одной плоскости коррекции существенно влияет на величину корректирующих грузов, не говоря уж о возрастании остаточных напряжений. Решение этой задачи осуществляется путем сопоставления результатов расчета вынужденных колебаний с результатами пуска балансируемого ротора с начальными дисбалансами.

Несмотря на практическую ценность метода расчета вынужденных колебаний, с помощью последнего не всегда удавалось получить достаточно точные коэффициенты влияния и соответственно балансировочные грузы. В значительной степени это происходило вследствие разброса динамических параметров однотипных машин. В работе [50] проведен анализ модулей динамических податливостей опор типовых турбоагрегатов при рабочей частоте вращения, полученных при экспериментальных исследованиях ЦКТИ, ЛМЗ и ВТИ. Абсолютные податливости опор даже для агрегатов одного типа отличаются в 3-6 раз, во столько же раз будут отличаться виброперемещения опор под воздействием одинаковой возмущающей силы. Еще один фактор неудачной балансировки по расчетным ДКВ - недостаточная достоверность существующих методов расчета параметров, существенно влияющих на величину и фазу векторов влияния.

Это касается в частности, величин коэффициентов жесткости и сопротивления сегментных подшипников скольжения, на которых работают все современные типы турбокомпрессоров, структур и параметров модели внутреннего трения.

В настоящее время дальнейшее развитие метода балансировки по экспериментально определяемым ДКВ идет по двум направлениям.

Первое - осреднение или обобщение значений ДКВ, полученных при обработке результатов балансировки однотипных турбоагрегатов [30,72,68]. При осреднении предварительно происходит исключение крайних или нехарактерных значений векторов влияния («отбраковка»), а уже затем идет обработка оставшихся данных методами математической статистики [68]. Но из формул, приведенных в работах, видно, что процесс «отбраковки» основан на независимом рассмотрении векторов в проекциях на координатные оси. Очевидно, что такой подход к осреднению векторных величин часто также недопустим и ведет к искажению результатов. Наиболее перспективным в этом направлении есть использование вероятностно - статистических методов, отличающееся тем, что в ней не применяется разложение векторов на составляющие по координатным осям, а обработка в целях выяснения наиболее вероятных значений ДКВ ведется по ряду фаз векторов влияния [69].

Второе направление - разработка более эффективных методов решения проблемы определения уравнивающих грузов при применении итерационных методов [30,69,72]. Разработанная и внедренная на многих предприятиях методика балансировки роторов на РБС по коэффициентам влияния хорошо показала себя для роторов, работающих между первой и второй критическими частотами вращения. В то же время при использовании этой методики для роторов, рабочие частоты которых лежат вблизи и выше второй критической частоты вращения, иногда возникают трудности в ее применении и качество балансировки не всегда отвечает предъявляемым требованиям. Увеличение количества собственных частот в рабочем диапазоне частот вращения и близость к рабочей частоте вращения одной или нескольких частот более высоких собственных форм колебаний, оказывающих влияние на упругие деформации на рабочей частоте вращения, требует существенного увеличения количества плоскостей коррекции. Увеличение числа плоскостей коррекции требует увеличения числа уравнений в системе (1.2). Увеличение

числа уравнений может быть достигнуто только за счет увеличения числа скоростей коррекции, гарантирующих независимость измерений. Сделать это становится значительно сложнее из-за близости расположения собственных частот в верхней части диапазона частот вращения друг к другу и к рабочей частоте вращения. Кроме того, увеличение числа скоростей коррекции в верхней части диапазона приводит к тому, что качество балансировки на рабочей частоте вращения, особенно если в качестве единицы измерения вибрации используется виброскорость, достигается снижением качества балансировки на первой критической частоте вращения и на частоте вращения, характеризующей качество сбалансированности ротора как жесткого тела. Методика предполагает использование в качестве пробных распределенных по соответствующим формам систем грузов, что является элементом метода балансировки по собственным формам. Вместе с тем дискретность и относительно малое число плоскостей, используемое при распределении грузов по формам, не обеспечивает абсолютную ортогональность этих систем, но обеспечивает большую степень влияния этих систем на соответствующие формы и меньшую степень влияния на другие формы колебаний. Таким образом, систему уравнений равновесия, полученных по результатам пробных пусков и описывающих вибрационное состояние ротора во всем диапазоне частот вращения с заданным шагом по частоте вращения (то, что носит название «скоростных характеристик»), можно условно разделить на группы уравнений, описывающих вибрационное состояние ротора в зоне каждой критической частоты вращения, в которых значимыми являются, прежде всего, ДКВ по соответствующей форме колебаний. Полученную переопределенную систему уравнений нельзя решать прямыми методами, но зато итерационный метод решения такой системы получает физическое обоснование. На каждом шаге итерации будет предлагаться та система грузов, которая наиболее эффективна для устранения вибрации в диапазоне той критической частоты, дисбаланс по которой при данном состоянии ротора вызывает наибольшую вибрацию.



### **1.3 Расчетные и экспериментальные методы определения коэффициентов динамических моделей роторов**

Смазочный слой опорных подшипников играют ключевую роль в определении динамических характеристик вращающихся роторов. Их жесткостные и демпфирующие свойства влияют на расположение и значение критических частот роторов, а также на стабильность характеристик системы ротор-опоры. При анализе динамики роторов, опирающихся на подшипники скольжения, необходимо решать совместную задачу теории колебаний и гидродинамики. Гидродинамическая сторона задачи сводится к решению ряда уравнений гидродинамической теории смазки при неустановившемся течении, окончательной целью которых, как правило, является определение так называемых статических и динамических характеристик [7,8].

#### **1.3.1 Расчетно-аналитические методы определения динамических коэффициентов сегментных подшипников**

Определение статических (температуры и расхода масла) а также динамических (жесткость и демпфирование) характеристик жидкостной пленки является важной и сложной задачей, которая описывается нелинейным уравнением Рейнольдса, которое может быть решено с помощью численных методов, таких как метод конечных элементов или конечных разностей. При решении также дополнительно добавляются энергетические уравнения, и уравнения теории упругости. Полученные результаты должны сравниваться с экспериментальными значениями [41,57].

Смещение опорных шеек ротора относительно центра подшипника является нелинейной функцией, зависящей от нагрузки на опору и частоты вращения. Поэтому коэффициенты жесткости и демпфирования тоже являются нелинейной функцией от положения равновесия вала. Линеаризованные

динамические характеристики вычисляются в предположении малых смещений шеек вала от положения равновесия.

До 1964 года все исследования сегментных подшипников сводились к определению статических характеристик подшипников, а именно определению допустимых нагрузок и потери мощности на трение.

Впервые расчетная методика определения динамических коэффициентов сегментных подшипников была представлена Лундом в 1964г [109]. Это первая значительная статья, в которой были определены коэффициенты жесткости и демпфирования. В ней была представлена аналитическая методология определения этих динамических характеристик. Согласно методу, предложенному Лундом, коэффициенты жесткости и демпфирования определялись в отдельности для каждого сегмента, как частичной дуги подшипника. Суммированием динамических коэффициентов отдельных сегментов определялись комбинированная жесткость и сопротивление всего подшипника. При анализе учитывалась инерция поворота отдельных сегментов. При решении уравнения Рейнольдса Лунд использовал метод конечных разностей. Им были построены зависимости коэффициентов жесткости и демпфирования для 4, 5, 6 и 12 сегментных подшипников. Лунд также впервые провел сравнение экспериментальных данных, приведенных в работе [101] с результатами его аналитического решения для 4-х сегментного подшипника с нагрузкой, направленной между сегментами.

Оркат [115] расширил работу Лунда, включив в рассмотрение турбулентное течение смазочного слоя подшипников. Используя метод Лунда, он определил статические и динамические коэффициенты для 4-х сегментного подшипника диаметром 50 мм.

В работах [111,112] авторы использовали метод конечных элементов для определения динамических коэффициентов единичного сегмента и, используя метод Лунда, представили зависимости жесткости и демпфирования подшипника при варьировании эксцентриситета, смещения и ориентации

опоры отдельного сегмента, а также влияния этих факторов на динамическую стабильность одиннадцати секционного центробежного компрессора.

Джонс и Мартин [103] также используя сборочный метод Лунда и метод конечных разностей определили статические и динамические характеристики 5-ти колодочного подшипника с центральным опиранием при турбулентном течении в смазочном слое. Кроме того, используя изотропное вязкое решение для анализа отдельной колодки, их модель учитывала различную температуру для каждой из колодок. В работе выполнено сравнение полученных результатов с данными работы [111], а также с экспериментальными данными, представленными в работе [118].

Метод и программа расчета стационарных характеристик сегментных подшипников, предложенная Шнеппом [81,82,83] учитывает неизотермичность смазочного слоя для реверсивных подшипников. В работе проводится сравнение с результатами Орката [115] для неревверсивных подшипников. Отмечается удовлетворительно совпадение результатов. Исследованы зависимость коэффициентов жесткости и демпфирования от нагрузки на подшипник, величины относительного зазора и относительной ширины, понижения жесткости сегмента.

В работе [117] рассмотрен вопрос о влиянии количества сегментов подшипника на число степеней свободы и соответственно на размерность матрицы динамических коэффициентов. Таким образом, для 5-ти колодочного подшипника таких степеней свободы будет семь, перемещение по направлениям  $x$  и  $y$  а также пять степеней свободы для пяти сегментов. Это приводит к матрице коэффициентов жесткости и демпфирования  $7 \times 7$ . Авторы также приводят методику понижения размерности этих матриц с учетом частоты возбуждения сегментов до стандартной размерности  $4 \times 4$ . Зависимости представленные в работах [103,111,112,115] базируются на рассмотрении синхронной частоты возбуждения, и поэтому занижают значения динамических коэффициентов. В этой работе для 5-ти колодочного подшипника впервые получены полные наборы матрицы динамических коэффициентов

размерностью  $7 \times 7$  при нулевом и 50 % эксцентриситете, а также редуцированные матрицы размерностью  $4 \times 4$  для синхронной частоты, названные синхронно-приведенными коэффициентами. Авторами также приведены уравнения, для понижения размерности матриц динамических коэффициентов с полной до стандартной размерностью  $4 \times 4$ .

Начиная с конца 80-х годов, получили развитие методы, которые не рассматривали каждый отдельный сегмент как независимую часть дуги. Вместо этого стационарное положение и эксплуатационные динамические характеристики были определены для полной конструкции подшипника [90, 98,99,104, 105,116].

Впервые такая методика была представлена Кнехтом и Барретом [105]. Они решили уравнение Рейнольдса с использованием метода конечных элементов для полностью собранного сегментного подшипника, принимая параболическим изменение давления вдоль оси подшипника. Их методика включала решение энергетического уравнения первого порядка с постоянной температурой в осевом направлении, при аппроксимации изменения температуры в окружном направлении. Авторы нашли положение равновесия цапфы при изменении приложенной нагрузки, граничных условий, температуры цапфы, угла поворота сегментов.

В работе [90] автор, используя такую же аппроксимацию для давлений и температуры, учел эффект податливости колодки и стержня при получении динамических коэффициентов для полностью собранного подшипника.

Начиная с 90-х годов в работах [98,99,104,116] представлено совместное решение уравнения Рейнольдса, энергетического уравнения и уравнения упругости. Например, в работе [104] на каждом шаге итераций проверяется сходимость углов наклона сегментов, эксцентриситет цапфы, температура вала, температура смазочного слоя и сегментов, деформация сегментов.

Примеры сравнения полученных расчетных и экспериментальных динамических характеристик приведено в работах многих авторов [91,93,96]. В работе [91] в результате анализа расчетных и экспериментальных

коэффициентов жесткости и демпфирования для 5-ти сегментного подшипника диаметром 76 мм сделано следующее заключение: «при разумном соответствии между теоретическими и экспериментальными данными, теоретическая модель переоценивает значение сопротивления подшипника» даже с учетом податливости штифтов, на которые опираются колодки.

В работе [97] также рассмотрен 5-ти сегментный подшипник диаметром 76 мм и проведено сравнение его динамических характеристик с результатами, приведенными в работах [107,108]. Авторами сделано заключение, что погрешность определения коэффициентов жесткости составляет от  $\pm 5\%$  до  $\pm 11\%$ , а коэффициентов сопротивления от  $\pm 5\%$  до  $\pm 17\%$ .

В работе [119] представлены измеренные динамические характеристики 5-ти сегментного подшипника диаметром 70 мм с нагрузкой на штифт. Авторы отмечают, что погрешность определения коэффициентов жесткости  $K_{xx}$  составляет от 8% до 42%,  $K_{yy}$  от 5% до 45%, коэффициентов сопротивления  $C_{xx}$  составляет от 6% до 82%.

Учитывая, разброс в оценке погрешности определения динамических коэффициентов подшипников расчетными методами в работе была оценена возможность их использования для определения ДКВ расчетным путем. Для ротора массой 390 кг, диаметром шеек вала 100 мм, и рабочей частотой вращения 6150-8610 об/мин с использованием безразмерных характеристик, полученных численным путем по методике фирмы FLENDER-GRAFFENSTADEN, были определены коэффициенты жесткости и демпфирования при минимальном, максимальном, и среднем диаметральном зазоре в подшипнике. Результаты расчетов приведены на рисунке 1.1. Далее по программе расчета вынужденных колебаний с использованием коэффициентов жесткости и сопротивления для среднего диаметрального зазора (0.14мм) в подшипнике, построены зависимости изменения ДКВ от дисбалансов, приложенных на ротор в плоскостях коррекции и равных 0.01 кг·м. На рисунке 1.2 приведены экспериментальные и расчетные ДКВ для дисбалансов, приложенных на рабочих колесах (кривые PK1, PK2) и упорном диске (УД).

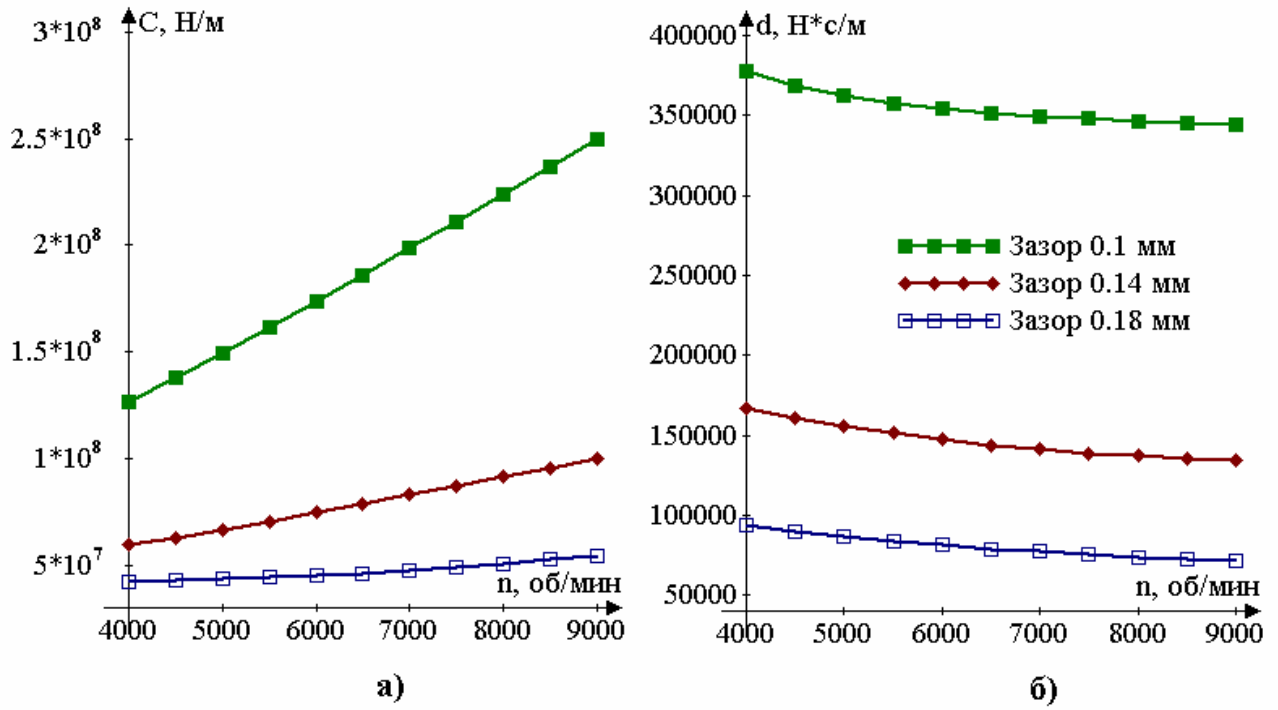


Рис. 1.1 – Расчетные коэффициенты а) – жесткости, б) – сопротивления

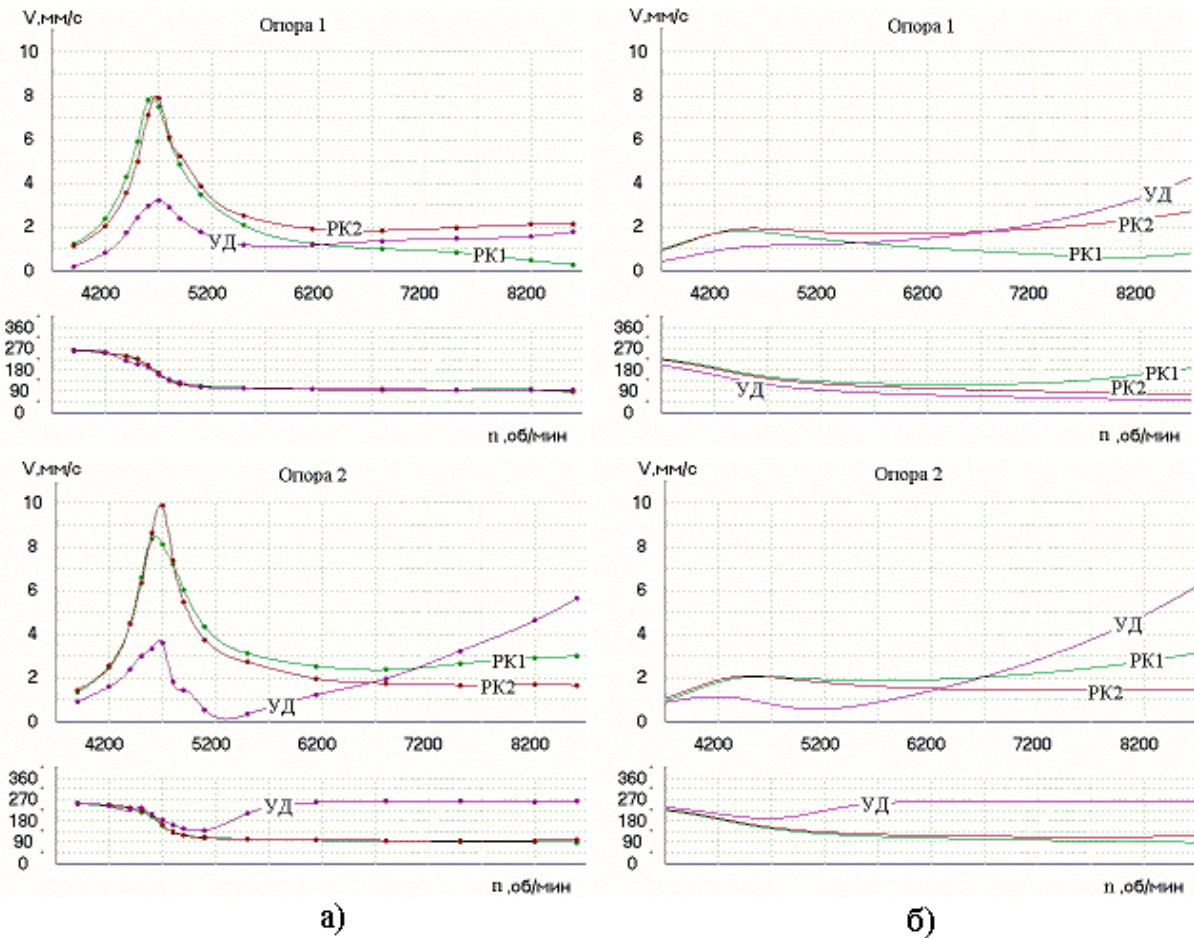


Рис. 1.2 – Экспериментальные – а) и расчетные – б) ДКВ

Как видно из рисунков различия экспериментальных и расчетных АЧХ и ФЧХ свидетельствуют о непригодности использования этих расчетных данных.

### 1.3.2 Методы оценки коэффициентов сопротивления

Одной из важнейших динамических характеристик роторной машины является коэффициент ее демпфирования. Величина коэффициента сопротивления определяет амплитуды вынужденных стационарных колебаний ротора, особенно вблизи критических режимов. При прохождении резонансных режимов оказывает влияние также угловое ускорение, но и влияние демпфирования остается существенным.

Отсутствие достаточно апробированных методик определения сопротивления колебаниям, природа которого различна и в общем случае нелинейная, делает невозможным получение расчетным путем на стадии проектирования значений виброперегрузок роторных систем. Это обстоятельство обуславливает необходимость проведения специальных испытаний по экспериментальному определению сопротивления колебаниям полноразмерной машины, что весьма трудоемко и не всегда дает приемлемые результаты. В роторных системах основную роль играет сопротивление в подшипниках и конструкционный гистерезис, однако инженеру-исследователю часто важно знать интегральный коэффициент демпфирования.

Наиболее простым в реализации является способ определения коэффициента демпфирования по значению коэффициента вязкого сопротивления  $k$ , определяемого при затухающих свободных колебаниях механической системы. Способ заключается в том, что путем сбрасывания на исследуемый объект пробного груза заданной массы  $M$  дважды с различной высоты  $h_1$  и  $h_2$  в нем возбуждают затухающие колебания и измеряют при этом время затухания колебаний  $t_1$  и  $t_2$  до заданного уровня. Коэффициент вязкого сопротивления вычисляют по формуле:

$$k = M \ln( h_1 / h_2 ) ( t_1 - t_2 ) . \quad (1.3)$$

Этот способ позволяет определять коэффициент демпфирования только в невращающихся, слабо демпфированных системах, в которых времена затухания колебаний до заданного уровня при ударном воздействии разного масштаба существенно различны. Однако для большинства реальных сложносоединенных роторных машин разность времен затухания  $t_1 - t_2$  практически равна нулю, что дает неограниченно возрастающее значение коэффициента сопротивления. Кроме того, этот способ не дает возможность учесть влияние эффекта вращения системы на величину ее коэффициента сопротивления.

Гусаровым А.А. [24] предложены два способа определения коэффициента демпфирования с учетом влияния эффекта вращения. Первый способ заключается в том что ротор разгоняют с существенно различными угловыми ускорениями дважды до скорости, превышающей критическую, каждый раз линейно увеличивая угловую скорость. В закритической зоне регистрируют наибольшие прогибы ротора и коэффициент демпфирования определяют путем графического решения уравнения, содержащего соответствующие угловые ускорения и величины наибольших прогибов закритической зоне. Однако, практическая реализации способа затруднена сложностью поддержания постоянной величины заданного углового ускорения.

Другой способ, сохраняя простоту практической реализации, учитывает фактор вращения и пригоден для сильно демпфированных систем. В собранном агрегате возбуждают свободные затухающие колебания сбрасыванием на опорные узлы ротора пробного груза заданной массы дважды с различной высоты и регистрируют при этом сигналы с датчиков, установленных в плоскости подшипников. По записанным виброграммам определяют среднее пропорциональное значение частоты свободных демпфированных колебаний по формуле

$$\omega_c^2 - n^2 = 4\pi^2 / \tau_1 \tau_2, \quad (1.4)$$



где  $n = \alpha/2m$ ,  $\tau_1$  и  $\tau_2$  - период затухания колебаний при сбрасывании пробной массы с высоты  $h_1$  и  $h_2$ . Затем приводят ротор во вращение, квазилинейно увеличивая частоту от нуля до среднего пропорционального значения собственной частоты демпфированных колебаний. Одновременно фиксируют выходные сигналы с виброизмерительного преобразователя и датчика частот вращения определяют частоту  $p_m$ , при которых амплитуда вынужденных колебаний достигает максимального значения. Величину коэффициента демпфирования определяют по формуле:

$$n = \sqrt{\frac{4\pi^2}{\tau_1\tau_2} - p_m^2}. \quad (1.5)$$

В работах [59,61] предлагается оценивать коэффициенты сопротивления реального ротора по измеренным параметрам колебаний в области критических частот. Использование методики требует измерения амплитуды вибрации от приложенного дисбаланса в нескольких точках и предварительного вычисления формы собственных колебаний. При этом в расчетах учитываются предварительно оцененные значения жесткостей при этой форме колебаний.

### 1.3.3 Расчетно-экспериментальные методы оценивания коэффициентов динамических моделей роторов турбокомпрессоров

Методы идентификации и, в частности оценивания параметров известные в настоящее время [2,4,21,33,38,49,56,58,59,71,74,106], требуют в свою очередь, развития с учетом специфики динамики роторов.

При динамических расчетах того или иного типа машин естественно возникает задача оценки принятых математических моделей с точки зрения их соответствия реальным колебательным процессам и динамическим характеристикам. Эта задача в общем случае сводится, во-первых, к определению структуры модели, во вторых, к нахождению некоторых

параметров модели по экспериментально замеренному вектору координат  $\bar{y}$  состояния исследуемого объекта. Определение параметров модели при принятой ее структуре называют оцениванием [2,86] или параметрической идентификацией. Вектор  $\bar{y} = [y_1, \dots, y_k]$  наблюдаемых величин обычно представляет собой некоторую совокупность экспериментальных данных. Для роторных систем это могут быть собственные частоты и формы колебаний, амплитуды и фазы вынужденных колебаний, граничные по устойчивости частоты вращения, амплитуды и частоты автоколебаний.

В задачах оценивания может быть использовано воспроизведение и измерение переходных процессов. Применительно к роторным системам в этом случае задаются возмущения типа удара или внезапного сброса нагрузки [114]. Однако такое оценивание эффективно в камерных лабораторных условиях, когда имеют дело с миниатюрными роторными установками и высокоточной измерительной аппаратурой.

Указанные выше измеряемые величины, используемые для оценивания роторных систем в данной работе, не зависят от времени. Поэтому оценивание некоторого вектора параметров модели  $\bar{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_l)^T$  по вектору измеряемых величин  $\bar{y}$  основывается на математических моделях, описываемых алгебраическими уравнениями вида:

$$\bar{y} = \bar{f}(\bar{\theta}), \text{ или} \quad (1.6)$$

$$\bar{f}(\bar{\theta}, \bar{y}) = 0 \quad (1.7)$$

где,  $\bar{y} = [y_1, \dots, y_k]^T$  –  $k$ -мерный вектор измеряемых величин,  $\bar{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_l)^T$  –  $l$ -мерный вектор оцениваемых параметров.

По терминологии предложенной Бардом [9] модель (1.6) называется приведенной, модель (1.7) структурной.

Если возможно измерить амплитуды и фазы вынужденных гармонических колебаний, то в качестве математической модели могут быть использованы амплитудно-частотные характеристики. В настоящее время разработан целый ряд методов оценивания по экспериментально измеренным частотным характеристикам [35,49,55,62,86,88,108]. В этих работах как один из основополагающих следует выделить метод Леви [108], который предложил рассматривать разности между экспериментальными и расчетными значениями амплитуднофазовой характеристики. Развитие метода Леви дано в работе [55]. Применительно к роторным системам этот метод удобен лишь для простых (например одномассовых) моделей, где дифференциальные уравнения и соответствующие частотные передаточные функции нетрудно составить в аналитическом виде.

В работе [60] были развиты методы оценивания применительно к одномассовым моделям роторов центробежных машин. В качестве измеряемых величин использовались амплитуды и фазы вынужденных колебаний центра масс ротора, а также граничная по устойчивости частота вращения.

Задачи оценивания, где, как и в методе Леви, в основу берется разность между экспериментальной и аналитической АФХ, рассмотрены также в работах [49, 88]. Для нахождения минимума  $\Phi(\bar{\theta})$  здесь применяются методы теории чувствительности. Анализ показывает, что соответствующие этим методам алгоритмы оценивания являются по существу реализацией методов Ньютона и Гаусса в задачах нелинейного оценивания [2].

Применение алгоритмов, реализующих методы оценивания колебательных механических систем, рассмотренные в работах [33,49,55,60,88,108] предполагают известную аналитическую структуру дифференциальных уравнений.

Реальные динамические модели роторных систем не могут быть представлены с удовлетворительной точностью в виде простых схем, которые поддаются аналитическому описанию. Необходимо рассматривать сложные многомассовые расчетные схемы, нахождение динамических характеристик

которых может быть реализовано численными методами, такими, как метод начальных параметров или метод конечных элементов. Это обуславливает специфику постановки задачи идентификации. Здесь мы не располагаем какими-то аналитическими функциями вида (1.6) или (1.7). Требуется разработка методов оценивания, основанных на задании математической модели в виде некоторого алгоритма, реализуемого на ЭВМ. В этом плане представляется весьма плодотворным использование методов нелинейного оценивания параметров [2]. Эти методы реализуют численные алгоритмы нахождения экстремума функции  $\Phi(\bar{\theta})$  путем некоторых итерационных процессов.

Развитие и использование методов оценивания применительно к роторным системам рассматривалось главным образом в зарубежных публикациях [74,92,93,94,106,113,114]. Для всех этих работ характерны следующие особенности. Экспериментальную информацию авторы получали в основном в результате исследования небольших модельных роторных установок, описываемых простыми аналитическими моделями. Решались задачи линейного оценивания. Причем, как правило, рассматривался простейший случай такого оценивания, по сути сводящийся к модели  $\bar{y} = \bar{k}\bar{\theta}$ , где вектор измеряемых величин  $\bar{y}$  и вектор оцениваемых параметров  $\bar{\theta}$  имеют одну и ту же размерность  $l$ , а  $\bar{k}$  - матрица известных коэффициентов размерностью  $l \times l$ . В этом случае задача оценивания тривиальна  $\bar{\theta} = \bar{k}^{-1}\bar{y}$ . Предметом исследования были динамические коэффициенты подшипников (восемь линеаризованных коэффициентов жесткости и сопротивления). В большинстве случаев эти коэффициенты находились путем использования установившейся синусоидальной нагрузки на подшипники жесткого ротора [92,93,94,116].

#### 1.4. Выводы

Учитывая, что основным условием качественной балансировки высокооборотных роторов является правильный выбор плоскостей коррекции, необходима разработка методов их выбора на основе исходного пуска по ДКВ, вычисленным расчетным путем. Для их определения необходимо построение достоверных математических моделей, существенно зависящих, в свою очередь, от динамических коэффициентов подшипников.

Теория расчета сегментных подшипников сложна и по сравнению с математической моделью цилиндрических подшипников содержит большое количество допущений. Данные расчета коэффициентов жесткости по разным, известным в литературе методам отличаются на 2-3 порядка. В настоящий момент имеется целый ряд методов расчета динамических характеристик сегментных подшипников скольжения, при этом разные методы дают различные результаты, поэтому получение динамических характеристик подшипников возможно только экспериментальным путем на натуральных стендах или балансировочных стендах.

Степень анизотропии динамических свойств сегментных подшипников скольжения значительно ниже, чем цилиндрических, поэтому рассматриваемые реальные роторные системы можно привести к изотропным, путем усреднения динамических свойств сегментных подшипников. Идея предлагаемого приближенного метода решения этой задачи заключается в замене действительных динамических характеристик штатных сегментных подшипников эквивалентными усредненными характеристиками так, чтобы по движению ротора, полученному таким образом моделирующей системы, можно было судить об интересующих свойствах истинного движения. Г.А. Поспелов [48], рассматривая в работе свободные колебания ротора в полярных координатах, предлагает использовать усредненные за оборот динамические коэффициенты смазочного слоя. Такое усреднение было рекомендовано Н.Г.Четаевым [76] при оценке асимптотической устойчивости невозмущенного

движения. Необходимо отметить, что круговые орбиты цапф роторов центробежных компрессорных машин на сегментных подшипниках наблюдались экспериментально при числах Зоммерфельда меньших 0.5 [77]. При таких числах Зоммерфельда в настоящее время работает большинство сегментных подшипников роторов современных турбокомпрессорных агрегатов.

Таким образом, наиболее целесообразным способом отработки достоверных моделей роторных систем турбокомпрессоров представляется использование методов идентификации в процессе экспериментальных исследований колебаний роторов на натурных стендах. При этом экспериментальные данные можно получить, используя массив информации, естественно получаемой в процессе балансировки роторов на разгонно-балансировочных стендах.

Причем сами методы оценивания роторов, применяемые до сих пор главным образом зарубежными исследователями, требуют дальнейшего развития применительно к сложным многомассовым роторным системам.

## РАЗДЕЛ 2

### УПРОЩЕННЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ СЕГМЕНТНЫХ ПОДШИПНИКОВ ТУРБОКОМПРЕССОРОВ

#### 2.1 Постановка задачи

Анализ экспериментальных амплитудно-частотных характеристик ДКВ, полученных при балансировке многоколесных роторов (рисунок 2.1) показал, что графики АФЧХ, кроме роста амплитуды и изменения фазы колебаний в районе первой критической частоты имеют еще ряд характерных точек. Количество таких точек зависит от конструкции ротора взаимного расположения рабочих частоты вращения и критических частот.

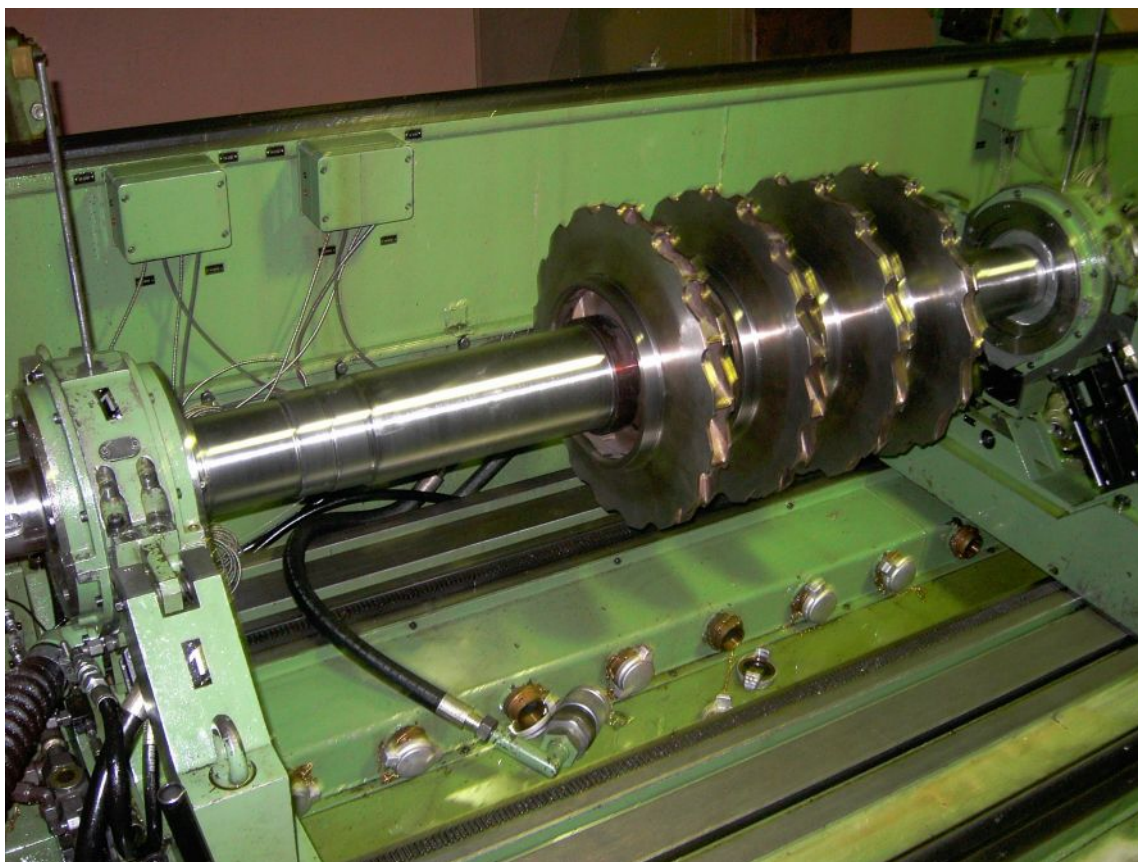


Рис 2.1 – Ротор компрессора 193ГЦ1-136/10-27М1 на РБС

На рис.2.2 и рис. 2.3 приведены экспериментальные ДКВ по передней и задней опорах стэнда от дисбаланса 0.01 кг·м, который установлен соответственно на первом (РК1), третьем (РК3) и четвертом (РК4) рабочих колесах ротора. Из рисунков видно, что для дисбалансов, приложенных на крайних рабочих колесах, ДКВ ближней к колесу опоры при прохождении некоторых частот вращения, имеет нулевое или близкое к нулю значение (точки 1,2,3). В таких точках происходит переход от первой ко второй форме колебаний ротора, а фаза колебаний в данном диапазоне изменяется на 180 градусов. Угол между положением дисбаланса и прогибом вала возвращается к значениям, что были и до прохождения первой критической частоты. Чем ближе колесо расположено к центру тяжести, тем выше значение такой частоты вращения. Такие точки называются частотами нечувствительности.

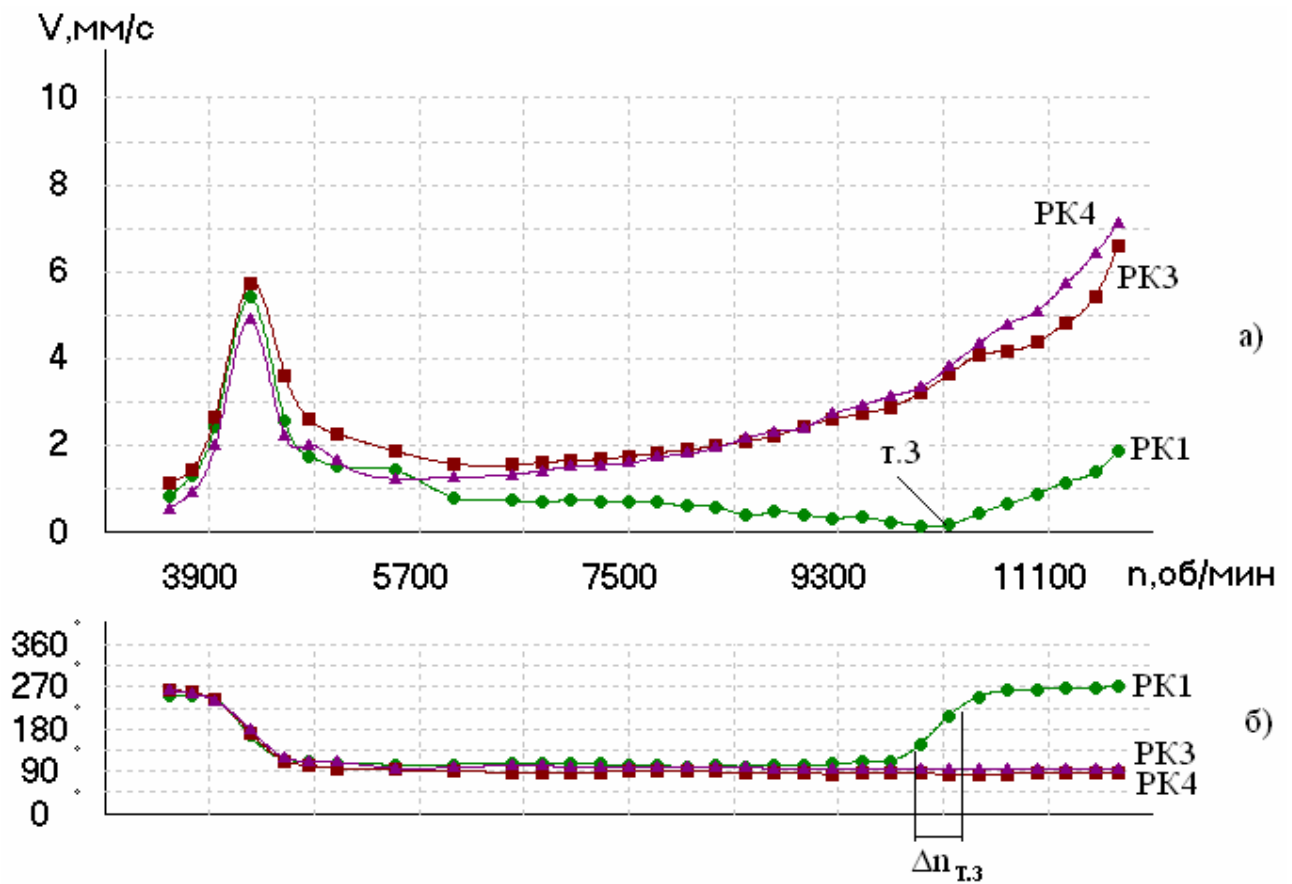


Рис. 2.2 – Экспериментальные а) - АЧХ и б) - ФЧХ многоколесного ротора по передней опоре



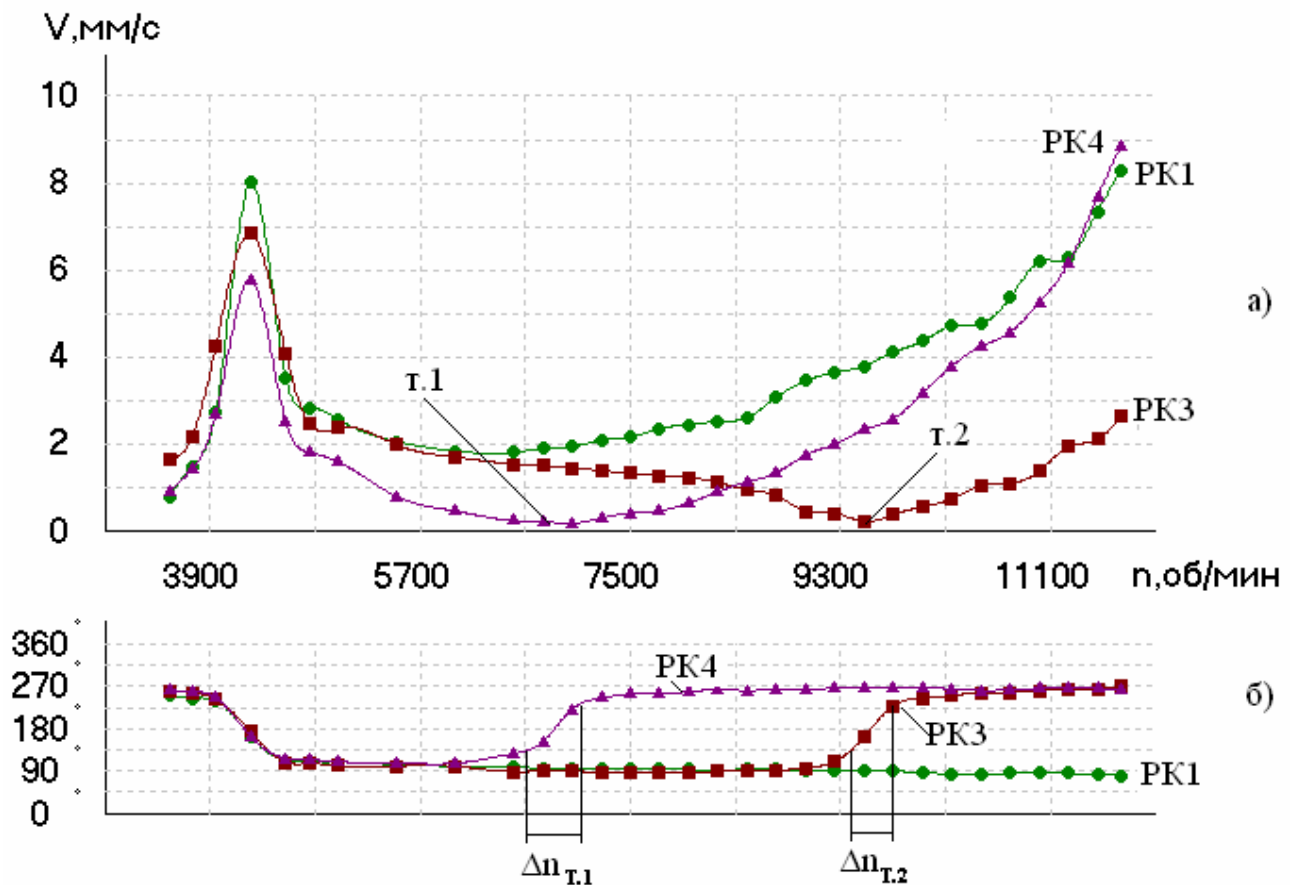


Рис. 2.3 – Экспериментальные а) - АЧХ и б) - ФЧХ многоколесного ротора по задней опоре

Нечувствительные частоты вращения были обнаружены экспериментально, при балансировке современных турбогенераторов большой мощности. Практика балансировки показала наличие случаев, когда их роторы в определенных диапазонах частот слабо реагируют на действие установленных корректирующих масс. Практически нечувствительная скорость проявляется в том, что на этой частоте вращения гибкий ротор невозможно уравновесить симметричной или кососимметричной системой грузов, установленных в заданных плоскостях коррекции. Для исключения таких частот из балансировочных, для основных типов роторов турбогенераторов нечувствительные скорости определены и даны рекомендации по оптимальному выбору плоскостей коррекции [24].

В настоящем разделе предложено использование нечувствительных точек для определения динамических характеристик подшипников.

## 2.2 Оценивание коэффициентов жесткости, как функции частоты вращения по экспериментально полученным точкам нечувствительности

Имея достоверную расчетную модель системы ротор-опоры, ДКВ можно определить по программе расчета вынужденных колебаний. Это можно сделать посредством разработанных программ [5,65], реализующих метод конечных элементов или начальных параметров, или с использованием программных комплексов (ANSYS, COSMOS и т.п.). Опоры стенда представляют собой упруго-массовую конструкцию. Жесткость и массы опор стенда известны. На частотах вращения удаленных от критических, сопротивление почти не влияет на амплитуды колебаний ротора. Поэтому, для гибких роторов, работающих между первой и второй критической частотой, для расчетного определения ДКВ достаточно знать жесткость подшипников.

Расчеты, проведенные для модели ротор-опоры, показали, что положение точек нечувствительности для конкретного ротора зависит, в основном, от жесткости подшипников скольжения. Принимая жесткость обоих подшипников одинаковой, и используя программу расчета вынужденных колебаний можно найти такие значения коэффициентов жесткости для каждой из точек, чтобы частоты вращения, соответствующие минимальным значениям ДКВ (точки 1,2,3) совпали с экспериментально определенными значениями частот. На рисунке 2.4, в качестве примера, для ротора турбокомпрессора 193ГЦ1-136/10-27М1, приведены расчетные зависимости нечувствительной скорости для передней (ОП1) и задней опор (ОП2) стенда при дисбалансах на рабочих колесах первой (РК1), третьей (РК3) и четвертой (РК4) ступеней, как функции жесткости сегментного подшипника  $C$ . В точке пересечения графиков этих зависимостей  $n_{Т.1}(C)$ ,  $n_{Т.2}(C)$ ,  $n_{Т.3}(C)$  с прямыми  $n_{Т.1}$ ,  $n_{Т.2}$ ,  $n_{Т.3}$ , при которых экспериментально фиксируется точка нечувствительности, определяются соответствующие им значения жесткости  $C_{Т.1}$ ,  $C_{Т.2}$ ,  $C_{Т.3}$ .

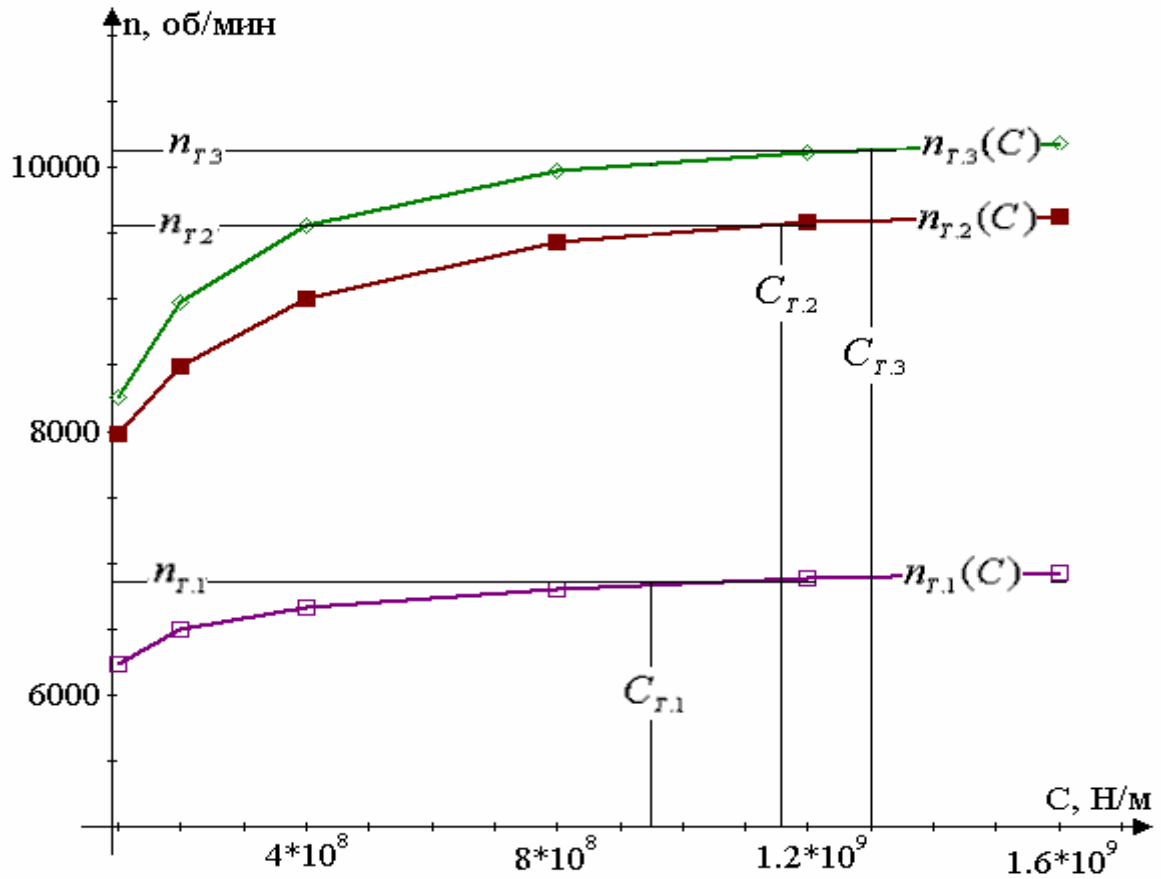


Рис. 2.4 – Зависимость нечувствительной частоты вращения от жесткости подшипника

Экспериментально полученные значения нечувствительных частот вращения и оцененные коэффициенты жесткости, соответствующие им, приведены в таблице 2.1

Таблица 2.1

Нечувствительная частота вращения, об/мин	$n_{T.1}=6850$	$n_{T.2}=9550$	$n_{T.3}=10130$
Жесткость подшипника, Н/м	$9.2 \cdot 10^8$	$1.21 \cdot 10^9$	$1.29 \cdot 10^9$

Аппроксимируя значения жесткости, оцененные по точкам нечувствительности, полиномом второго порядка, получаем аналитическую

зависимость коэффициента жесткости от частоты вращения в исследуемом диапазоне частот:

$$C = 8.5 \cdot 10^8 - 59700 \cdot n + 10,2 \cdot 2 \cdot n^2 \quad (2.1)$$

где,  $C$  - жесткость подшипника, Н/м,  $n$  - частота вращения, об/мин.

График зависимости коэффициента жесткости от частоты вращения представлен на рис.2.5.

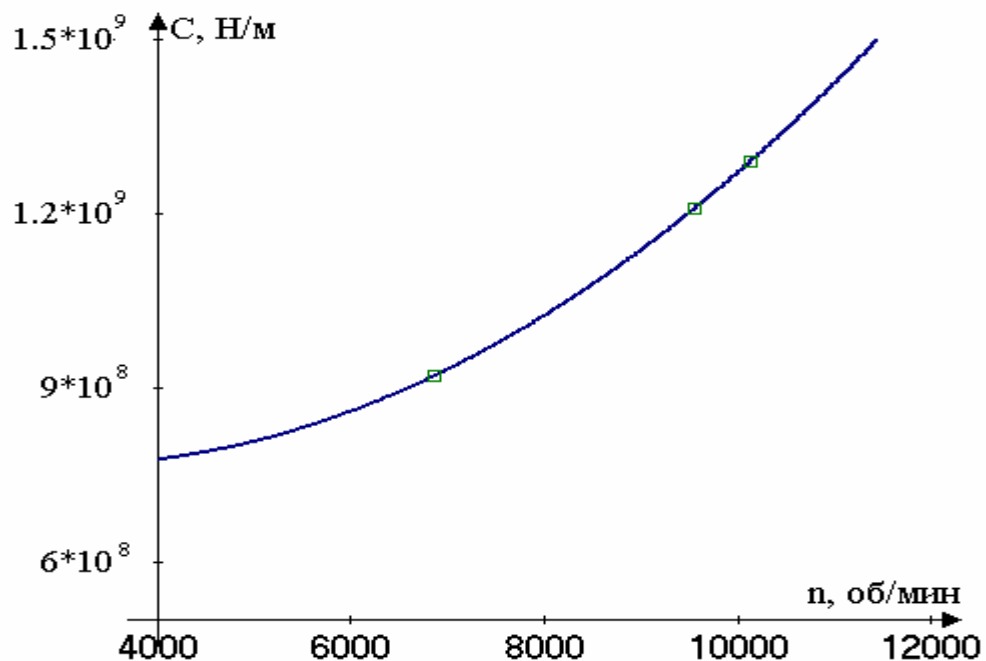


Рис.2.5 – Зависимость жесткости подшипника от частоты вращения

## 2.2 Оценивание коэффициентов сопротивления по интервалам изменения фазы в точках нечувствительности

Основное влияние на амплитуды вынужденных колебаний в районе критических частот оказывает демпфирование. Поэтому большинство экспериментальных методов используют измерение колебаний и соответственно оценивание обобщенного коэффициента сопротивления в районе первой критической частоты. Учитывая малое влияние сопротивления

на частотах, удаленных от критических, нет экспериментальных методик для его определения во всем диапазоне частот вращения роторов.

Анализ ФЧХ характеристик в точках нечувствительности (рис.2.2,б и рис.2.2,б) показал, что ширина диапазона изменения фазы зависит, в основном, от демпфирования в опорах. Используя значения жесткостей, определенные ранее по методу, описанному в разделе 2.2, и принимая сопротивление обеих опор одинаковым, по программе расчета вынужденных колебаний можно определить такие коэффициенты демпфирования для каждой из точек, чтобы ФЧХ для точек с минимальными ДКВ совпали с экспериментальными. На рисунке 2.6 приведены графики расчетной величины диапазона изменения фазы в районе нечувствительной скорости передней (ОП1) и задней опор (ОП2) стенда при дисбалансах на рабочих колесах первой (РК1), третьей (РК3) и четвертой (РК4) ступеней, как функции сопротивления сегментного подшипника  $d_{\Pi}$ . В точке пересечения графиков  $\Delta n_{T.1}(d_{\Pi})$ ,  $\Delta n_{T.2}(d_{\Pi})$ ,  $\Delta n_{T.3}(d_{\Pi})$  с прямыми  $\Delta n_{T.1}$ ,  $\Delta n_{T.2}$ ,  $\Delta n_{T.3}$  (экспериментальные величины диапазонов изменения фазы), в диапазоне которых имеет место точка нечувствительности, определяются соответствующие им значения сопротивления  $d_{T.1}$ ,  $d_{T.2}$ ,  $d_{T.3}$ .

Анализ расчетных и экспериментальных ФЧХ для различных роторов показал, что фаза в точках нечувствительности меняется в пределах 150-180 градусов. Учитывая возможные погрешности экспериментально определяемых диапазонов изменения фазы, для повышения точности оценивания, удобнее использовать не полный интервал изменения фазы, а диапазон в 90 градусов ( $\pm 45^\circ$  от точки нечувствительности), где изменение угла наиболее существенно.

Результаты расчетов для всех точек нечувствительности приведены в таблице 2.2.

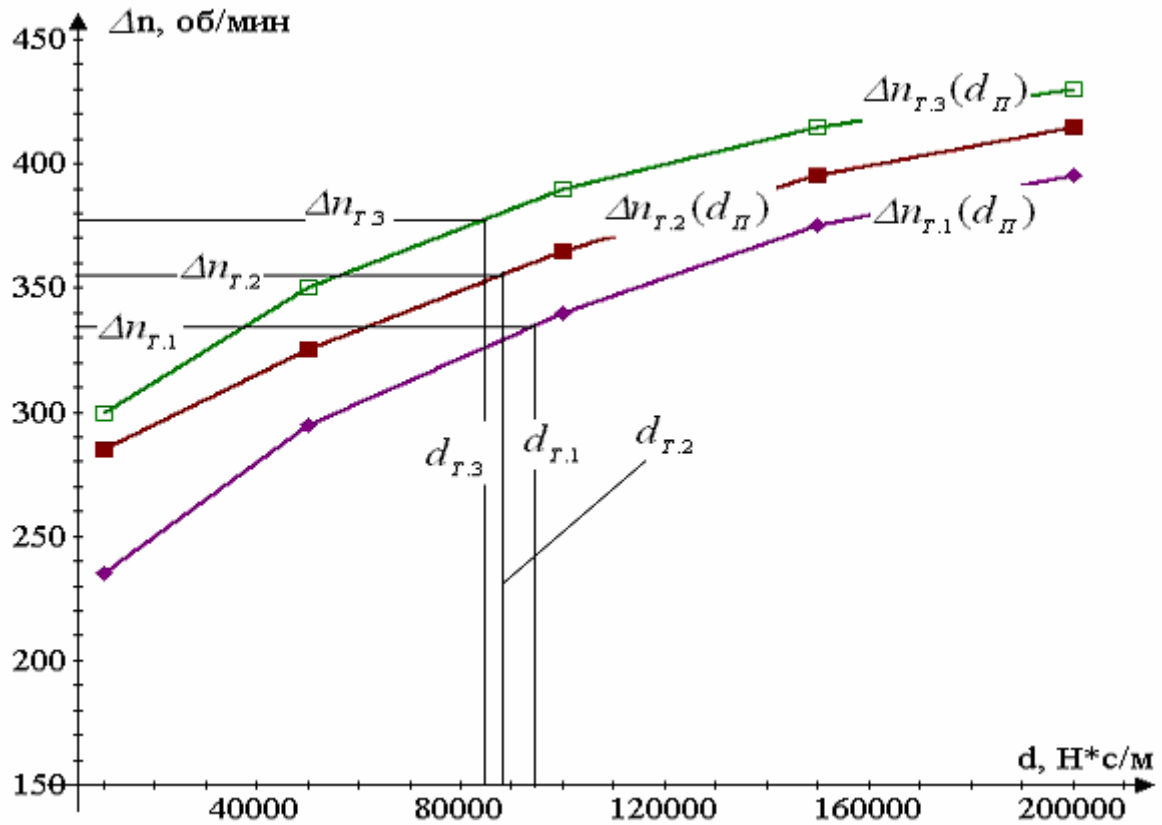


Рис. 2.6 – Зависимость диапазона изменения фазы от сопротивления подшипника

Таблица 2.2

Диапазон изменения фазы на $90^\circ$ в районе точки нечувствительности, об/мин	$\Delta n_{r,1}=335$	$\Delta n_{r,2}=355$	$\Delta n_{r,3}=378$
Сопротивление подшипника, Н·с/м	$2 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4$

Аппроксимируя полученные значения коэффициентов сопротивления полином второго порядка, получаем аналитическую зависимость сопротивления подшипника от частоты вращения в исследуемом диапазоне частот:

$$d_{II} = 140000 - 9.2 \cdot n + 0,004 \cdot n^2 \quad (2.2)$$

где,  $d_{II}$  – сопротивление подшипника, Н·с/м,  $n$  – частота вращения, об/мин.

График зависимости коэффициента сопротивления от частоты вращения приведен на рис.2.7.

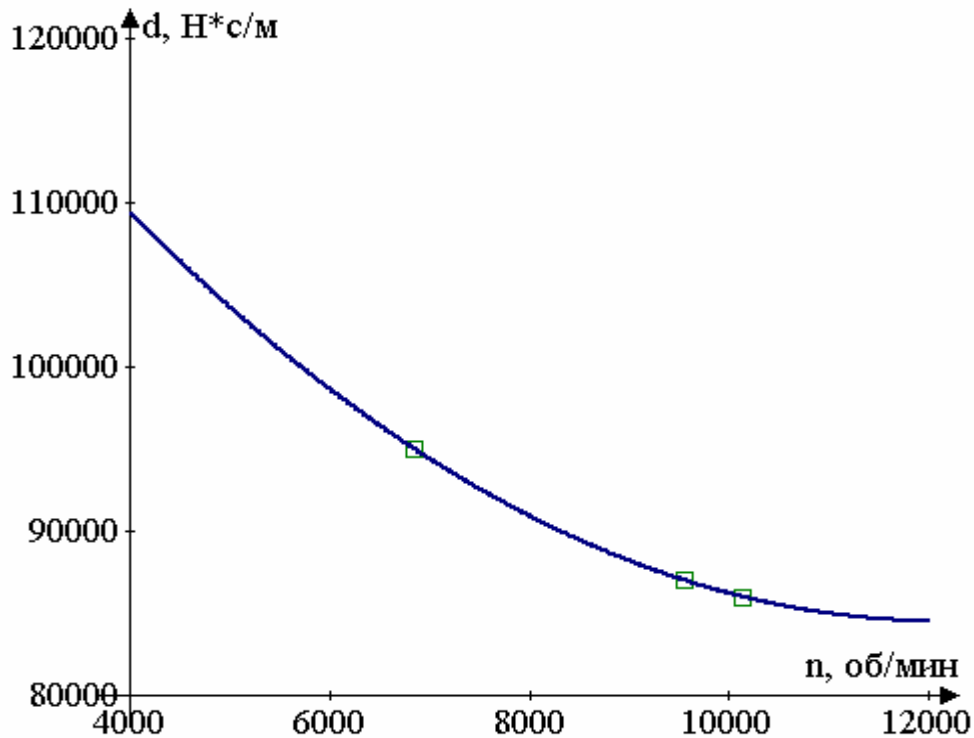


Рис.2.7 – График изменения сопротивления подшипника

### 2.3 Оценка эффективности математических моделей, уточненных по упрощенным методикам оценивания

Эффективность рассмотренных в разделах 2.2 и 2.3 методов оценивания проиллюстрируем на примере того же ротора турбокомпрессора 193ГЦ1-136/10-27М1. Используя формулы (2.1) и (2.2), по программе расчета вынужденных колебаний были построены АЧХ и ФЧХ расчетных ДКВ от дисбалансов 0.01 кг·м, приложенных в тех же плоскостях коррекции, что и при пробных пусках. Результаты расчетов приведены на рисунках 2.8 и 2.9. Эти характеристики практически не отличаются от соответствующих им экспериментальных, приведенных на рисунках 2.2 и 2.3.

Для оценки точности определения коэффициентов жесткости и сопротивления были проведены расчеты уравновешивающей системы из трех и только одной плоскостей коррекции при использовании экспериментальных и теоретических ДКВ. Результаты расчетов приведены в таблице 2.3.

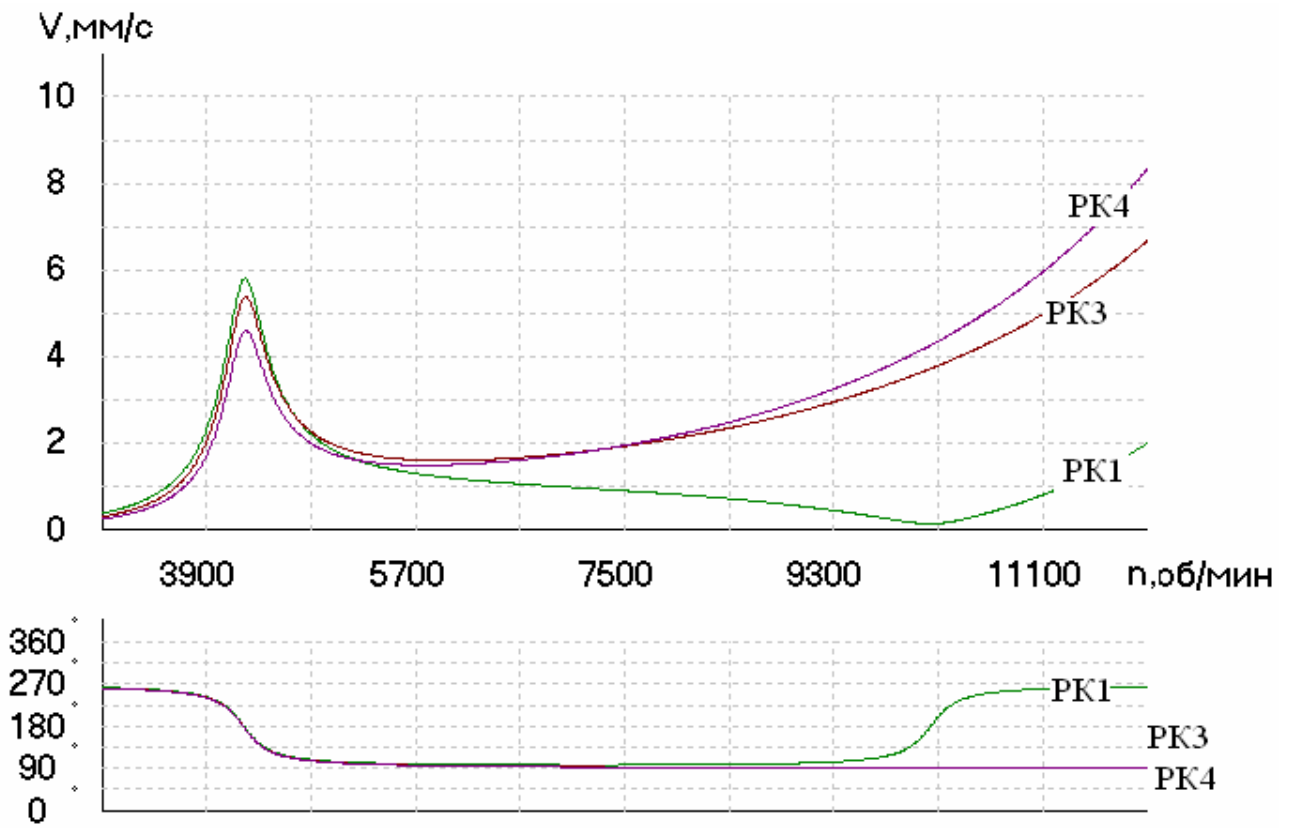


Рисунок 2.8 – Расчетные АФЧХ многоколесного ротора по передней опоре

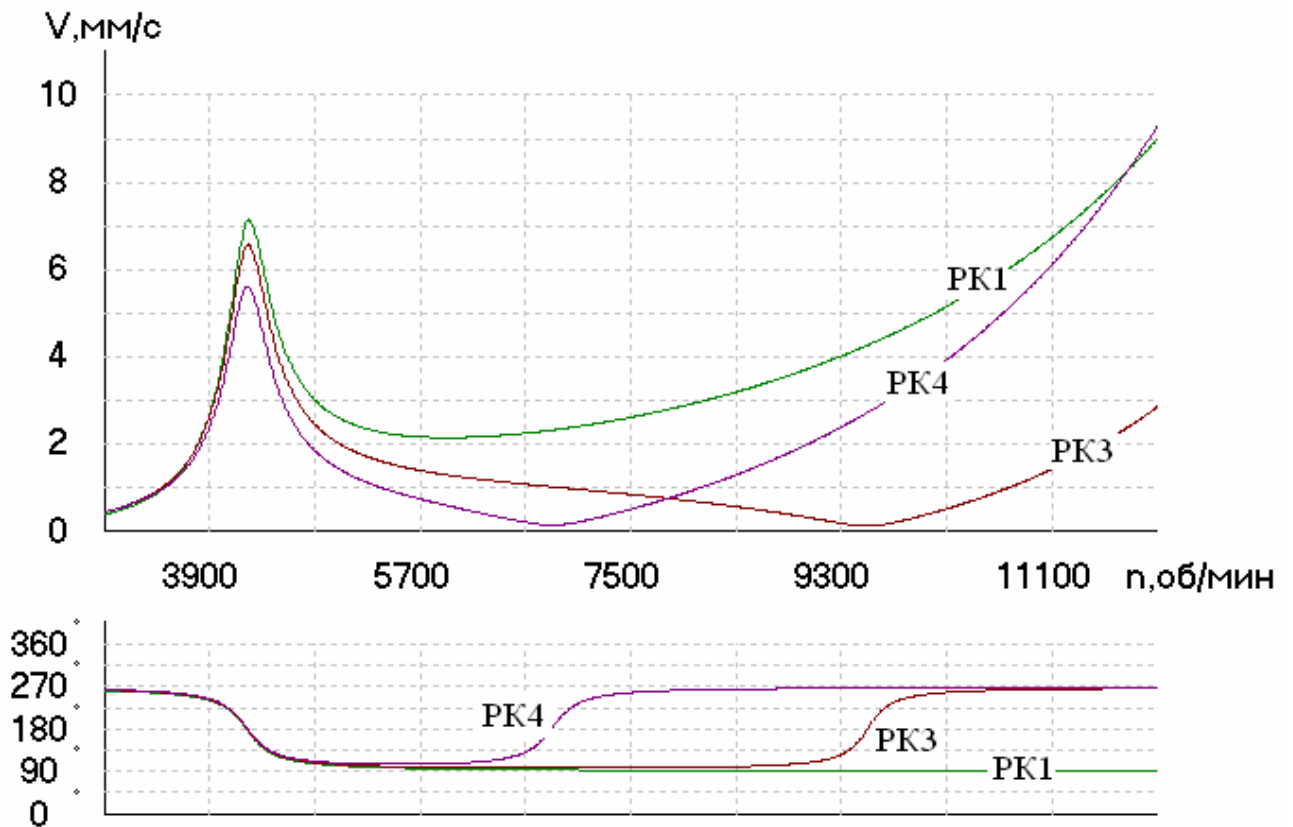


Рисунок 2.9 – Расчетные АФЧХ многоколесного ротора по задней опоре



Таблица 2.3

## Расчетные и экспериментальные уравновешивающие системы грузов

Плоскости коррекции	Экспериментальные ДКВ		Теоретические ДКВ		Погрешность	
	Дисбаланс, кг·м	Угол, градус	Дисбаланс, кг·м	Угол, градус	Дисбаланс, %	Угол, градус
Три плоскости – РК1, РК3, РК4	0.00221	150	0.00182	149	17.6	1
	0.00435	317	0.00437	322	-0.5	-5
	0.00455	94	0.00377	89	17.1	5
Только РК4	0.00344	40	0.0032	36	7.0	4

Ожидаемые вибрации, которые рассчитаны посредством экспериментальных ДКВ, при установке на ротор экспериментальной и теоретической системы дисбалансов, а также при уравновешивании ротора за счет только одного четвертого колеса, приведенные в таблице 2.4.

Таблица 2.4

## Балансировка ротора по расчетным ДКВ

Частота, об/мин	Виброскорость передней (1) и задней (2) опор, мм/с									
	4100		4700		8500		10000		11700	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Номер опоры	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Исходное состояние ротора	1.60	2.04	2.28	3.24	1.52	2.12	2.40	3.04	6.20	4.88
Балансировка в трех плоскостях коррекции по экспериментальным ДКВ	0.42	0.14	0.25	0.64	0.03	0.99	0.08	0.82	0.46	0.75

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Балансировка в трех плоскостях коррекции по теоретическим ДКВ	0.06	0.36	0.46	0.85	0.11	1.05	0.12	0.85	0.10	1.12
Балансировка в плоскости РК4, по экспериментальным ДКВ	0.27	0.24	0.51	0.89	0.24	0.76	0.37	0.49	1.20	1.25
Балансировка в плоскости РК4, по теоретическим ДКВ	0.17	0.16	0.57	0.96	0.24	0.76	0.37	0.55	1.17	1.29

Как видно из таблицы 2.3 погрешность определения корректирующих грузов не превышает 18 %, а угловое отклонение составляет 1-5 градусов. При этом, как следует из таблицы 2.4, разница в модулях ожидаемых вибраций составляет для системы грузов 0.1-0.4 мм/с, а для балансировки в одной плоскости коррекции менее 0.1 мм/с при допустимых вибрациях 1.8 мм/с.

## 2.4 Выводы

Полученные результаты свидетельствуют, что точность оценивания коэффициентов жесткости и демпфирования по приведенной выше методике для некоторых типов роторов достаточна для практического расчета грузов при пробных пусках, а в некоторых случаях и для балансировки роторов без выполнения пробных пусков.

Необходимо отметить, что оценивание динамических коэффициентов подшипников в районе первой критической частоты очень трудоемко из-за взаимного влияния жесткости и демпфирования, как на значение самой критической частоты, так и на амплитуду колебаний. В этом случае оценивание необходимо проводить одновременно при изменении нескольких параметров, что гораздо эффективнее реализовать с использованием более сложных алгоритмов идентификации.

## РАЗДЕЛ 3

### НЕЛИНЕЙНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ СЕГМЕНТНЫХ ПОДШИПНИКОВ ТУРБОКОМПРЕССОРОВ

#### 3.1 Метод, алгоритм и программа нелинейного оценивания динамических коэффициентов сегментных подшипников турбокомпрессоров

Для определения динамических коэффициентов эффективнее всего использовать методы идентификации, с помощью которых на основании сравнения расчетных и экспериментальных значений измеряемых величин вибрации можно определить неизвестные значения коэффициентов расчетных моделей. Проведение таких исследований для каждой машины требует много времени. К тому же, при проведении исследований в реальных условиях ограничен доступ к плоскостям ротора, лежащих между опорами. Для доступа к ним нужна разборка – сборка компрессора.

Методика балансировки роторов на (РБС) предполагает определение ДКВ от пробных грузов, приложенных в плоскостях коррекции на вибрационное состояние опор при нескольких частотах вращения. Балансировка на стенде проводится в собственных подшипниках. ДКВ зависят от жесткости опор РБС, а также от динамических характеристик подшипников. Если построить расчетную модель системы ротор-опоры, то на основании сравнения расчетных и экспериментальных ДКВ можно подобрать соответствующие коэффициенты жесткости и демпфирования.

Самый удобный способ решения такой задачи – применения методов идентификации. Основным блоком такой программы будет вычисление комплексных ДКВ от дисбалансов, приложенных в плоскостях коррекции.

Комплексные ДКВ можно получить в результате расчета вынужденных изгибных колебаний системы ротор-опоры. Такая задача решается с помощью МКЭ в форме перемещений. Используется балочный конечный элемент с двумя

степенями свободы в узле. Для удобства задания исходных данных ротора используется универсальный конечный элемент, представленный на рисунке 3.1.

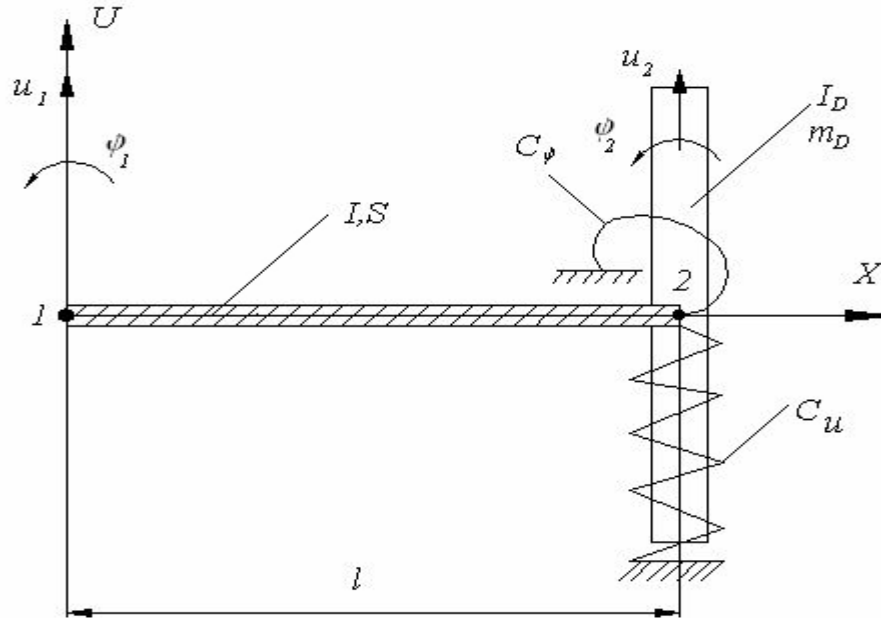


Рис.3.1 – Используемый конечный элемент

На правой границе элемента может быть расположен диск с моментом инерции  $I_D = I_P - I_E$ , массой  $m_D$ , а также упругие опоры с поперечной жесткостью  $C_u$ , угловой жесткостью  $C_\varphi$  и упруго-массовые опоры.

Матрицы жесткости  $[k]$  и масс  $[m]$  конечного элемента имеют следующий вид:

$$[k] = \begin{vmatrix} \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & 4EI & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{12EI}{l^3} + C_u & -\frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} + C_\varphi \end{vmatrix} \quad (3.1)$$

$$[m] = \begin{vmatrix} \frac{13l\rho S}{35} & \frac{11l^2\rho S}{210} & \frac{9l\rho S}{70} & -\frac{13l^2\rho S}{420} \\ \frac{11l^2\rho S}{210} & \frac{l^3\rho S}{105} & \frac{13l^2\rho S}{420} & -\frac{l^3\rho S}{140} \\ \frac{9l\rho S}{70} & \frac{13l^2\rho S}{420} & \frac{13l\rho S}{35} + m_D & -\frac{11l^2\rho S}{210} \\ -\frac{13l^2\rho S}{420} & -\frac{l^3\rho S}{140} & -\frac{11l^2\rho S}{210} & \frac{l^3\rho S}{105} - I_D \end{vmatrix} \quad (3.2)$$

где,  $I$  и  $S$  соответственно момент инерции и площадь поперечного сечения стержня,  $E$  и  $\rho$  - модуль упругости и плотность материала.

Для повышения точности расчета, как и при использовании метода начальных параметров, все вычисления лучше производить в относительных единицах [60].

Сначала выбираются независимые базисные величины  $d_{\bar{o}}$ ,  $\omega_{\bar{o}}$ ,  $E_{\bar{o}}$ ,  $m_{\bar{o}}$ ,  $u_{\bar{o}}$  - соответственно диаметр, частота вращения, модуль упругости, масса и динамический прогиб. Базисный диаметр принимаем равным максимальному диаметру вала ротора, частоту - равной частоте вынужденных колебаний, массу - равной массе ротора, динамический прогиб равен  $10^{-5}$  м. Остальные базисные параметры выражаются через них. Выражения для вычисления зависимых базисных величин имеют следующий вид:

- поперечная жесткость  $C_{u_{\bar{o}}} = m_{\bar{o}} \cdot \omega_{\bar{o}}^2$ ;

- угловая жесткость  $C_{\varphi_{\bar{o}}} = \frac{E_{\bar{o}} \cdot d_{\bar{o}}^4}{l_{\bar{o}}}$ ;

- длина  $l_{\bar{o}} = \frac{E_{\bar{o}} \cdot d_{\bar{o}}^4}{\sqrt[3]{m_{\bar{o}} \cdot \omega_{\bar{o}}^2}}$ ;

- плотность  $\rho_{\bar{o}} = \frac{m_{\bar{o}}}{l_{\bar{o}} \cdot d_{\bar{o}}^2}$ ;

- динамический угол поворота  $\varphi_{\bar{o}} = \frac{E_{\bar{o}} \cdot d_{\bar{o}}^4}{m_{\bar{o}} \cdot l_{\bar{o}}^2}$ ;

- массовый момент инерции  $I_{D_{\bar{o}}} = m_{\bar{o}} \cdot l_{\bar{o}}^2$ ;

- дисбаланс  $dd_{\bar{o}} = u_{\bar{o}} \cdot m_{\bar{o}}$ ;

- вынуждающая сила  $F_{\delta} = u_{\delta} \cdot m_{\delta} \cdot \omega_{\delta}^2$ ;

- коэффициент сопротивления  $\alpha_{\delta} = m_{\delta} \cdot \omega_{\delta}$ ;

Приведение величин к относительным осуществляется путем их деления на соответствующие базисные значения.

Уравнение вынужденных колебаний с учетом вязкого сопротивления в некоторых точках ротора имеет вид:

$$\left[ \bar{K} - \omega^2 M \right] \bar{U} = \bar{F}, \quad \bar{K} = K + i\omega A, \quad (3.3)$$

где  $K$  и  $M$  – вещественные матрицы жесткости и масс системы,  $A$  – диагональная матрица с ненулевыми вещественными элементами в узлах с вязким сопротивлением  $\alpha$ ,  $\bar{U}$  и  $\bar{F}$  – комплексные амплитуды перемещений и вынуждающих сил.

Опоры РБС представляют собой упруго-массовую конструкцию с демпфированием. Общий вид и расчетная схема опоры представлена на рисунке 3.2.

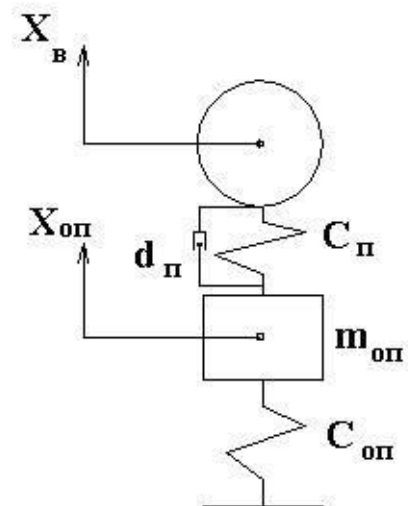


Рисунок 3.2 - Общий вид и расчетная схема опоры.

Для учета в расчетной схеме упруго-массовой опоры запишем уравнение колебаний, связывающее перемещения вала с перемещением опоры:

$$m_{оп} \cdot \ddot{x}_{оп} = -C_{оп} x_{оп} - C_{п} (x_{оп} - x_{в}) - d_{п} (\dot{x}_{оп} - \dot{x}_{в}), \quad (3.4)$$

где  $m_{оп}$ ,  $C_{оп}$  - масса и жесткость опоры;

$C_{п}$ ,  $d_{п}$  - коэффициенты жесткости и демпфирования подшипника;

$x_{оп}$ ,  $x_{в}$  - перемещение опоры и вала.

Задавшись

$$x_{в} = X_{в} e^{i\omega t}, \quad x_{оп} = X_{оп} e^{i(\omega t + \varphi)}, \quad (3.5)$$

выражаем перемещение опоры через перемещение вала ротора:

$$X_{оп} = X_{в} \left( \frac{C_{п} + i\omega d_{п}}{C_{п} + C_{оп} - m_{оп} \omega^2 + i\omega d_{п}} \right). \quad (3.6)$$

Для перехода через узел с упруго-массовой опорой выразим перерезывающую силу опоры через перерезывающую силу вала ротора:

$$Q_{оп} = Q_{в} - C_{п} (X_{в} - X_{оп}) - i\omega d_{п} (X_{в} - X_{оп}) \quad (3.7)$$

Подставляя (3.6) в (3.7) и исключая  $X_{оп}$  получаем:

$$Q_{оп} = Q_{в} - X_{в} (C_{оп} - m_{оп} \omega^2) \left( \frac{C_{п} + i\omega d_{п}}{C_{п} + C_{оп} - m_{оп} \omega^2 + i\omega d_{п}} \right) \quad (3.8)$$

В результате решения уравнения (3.3) определяем комплексный вектор деформации ротора, а в узлах, где расположены упруго-массовые опоры, используя выражение (3.6), находим перемещения опор РБС. Учитывая, что измерительная система на РБС настроена на определение виброскорости опор, выразим виброскорость опоры через ее перемещение:

$$\bar{V}_{оп} = i\omega \bar{X}_{оп} = i\omega (X_A + iX_B) = -X_B \omega + iX_A \omega, \quad (3.9)$$

где  $X_A$  и  $X_B$  - действительная и мнимая часть перемещения опоры.

Виброскорость опоры нелинейно зависит от вектора пяти оцениваемых параметров:

$$\theta^T = \{ \theta_1, \theta_2 \dots \theta_l \} = \{ C_{\Pi 1}, d_{\Pi 1}, C_{\Pi 2}, d_{\Pi 2}, d_{\text{РОТ}} \}, \quad (3.10)$$

где  $C_{\Pi 1}, d_{\Pi 1}, C_{\Pi 2}, d_{\Pi 2}$  - коэффициенты жесткости и сопротивления подшипника передней и задней опоры РБС;

$d_{\text{РОТ}}$  - эквивалентное сопротивление ротора, приложенное в центре ротора.

Запишем целевую функцию как сумму квадратов разностей экспериментальных  $V_j^*$  и расчетных  $V_j(\bar{\theta})$  величин виброскорости опор:

$$\Phi(\bar{\theta}) = \sum_{a=1}^k \left( V_a^* - V_a(\bar{\theta}) \right)^2, \quad (3.11)$$

где  $k = 4$  - проекции вектора виброскорости по передней и задней опоре соответственно. В случае, когда проведено  $n$  пробных пусков функция будет вмещать квадраты отклонений для всех пусков:

$$\Phi(\bar{\theta}) = \sum_{a=1}^k \sum_{\mu=1}^n \left( V_{a\mu}^* - V_{a\mu}(\bar{\theta}) \right)^2, \quad (3.12)$$

Учитывая нелинейную зависимость перемещений вала ротора и соответственно виброскорости опор РБС от коэффициентов жесткости и демпфирования, их определение может быть реализовано с помощью итерационного процесса. Задаются начальные значения вектора  $\bar{\theta}$  и выполняется такой последовательный переход от предыдущего значения  $\bar{\theta}_i$  к последующему  $\bar{\theta}_{i+1}$ :

$$\bar{\theta}_{i+1} = \bar{\theta}_i + \Delta \bar{\theta}_i, \quad (3.13)$$

чтобы на каждом шаге выполнялось условие



$$\Phi\left(\bar{\theta}_{i+1}\right) < \Phi\left(\bar{\theta}_i\right). \quad (3.14)$$

Вектор приращения  $\Delta\bar{\theta}_i$  может быть записан в виде:

$$\Delta\bar{\theta}_i = \rho_i \bar{v}_i, \quad (3.15)$$

где вектор  $\bar{v}_i$  определяет направление шага, а  $\rho_i$  - размер шага. По этой схеме реализуется любой итерационный процесс [2]. Разница состоит в способе определения вектора  $\bar{v}_i$  и выбора размера шага  $\rho_i$  на каждом шаге итерации.

Одним из наиболее эффективных методов поиска экстремума функции нескольких переменных есть метод Ньютона [26]. Он основан на разложении функции  $\Phi(\bar{\theta})$  в ряд Тейлора по степеням приращений

$$\Delta\bar{\theta}_{mi} = \bar{\theta}_m - \bar{\theta}_{mi}, (m=1, l) \quad (3.16)$$

с точностью до членов второго порядка малости. В матричной форме это разложение записывается в виде:

$$\Phi(\bar{\theta}) \approx \Phi(\bar{\theta}_i) + \bar{q}^T (\bar{\theta} - \bar{\theta}_i) + \frac{1}{2} (\bar{\theta} - \bar{\theta}_i)^T \bar{H}_i (\bar{\theta} - \bar{\theta}_i), \quad (3.17)$$

где  $\bar{q}$  - вектор первых частных производных, или градиент целевой функции  $\Phi(\bar{\theta})$  при  $\bar{\theta} = \bar{\theta}_i$ .

$$\bar{q}_i = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{\theta}} \right)_i = \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{\theta}_1} \right)_i, \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{\theta}_2} \right)_i, \dots, \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{\theta}_l} \right)_i \right]^T; \quad (3.18)$$

$\bar{H}_i = \bar{H}(\bar{\theta}_i)$  матрица Гессе вторых частных производных, произвольный элемент которой равен:

$$H_{\alpha\beta}(\bar{\theta}_i) = \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta_\alpha \partial \theta_\beta} \right), \quad (3.19)$$

Экстремальное значение целевой функции  $\Phi(\bar{\theta})$  определяется из условия  $\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{\theta}} = 0$ . Используя вместо значения  $\Phi(\bar{\theta})$  ее приближенное выражение (3.17), запишем:

$$\left( \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{\theta}} \right)_i = \bar{q}_i + \bar{H}_i(\bar{\theta} - \bar{\theta}_i) = 0, \quad (3.20)$$

откуда  $\bar{\theta} - \bar{\theta}_i = -\bar{H}_i^{-1} \bar{q}_i$ . Текущее значение  $\bar{\theta}$  можно рассматривать как уточненное значение  $\bar{\theta}_{i+1}$  очередного шага и поэтому,

$$\bar{\theta}_{i+1} = \bar{\theta}_i - \bar{H}_i^{-1} \bar{q}_i. \quad (3.21)$$

Последнее соотношение определяет итерационный процесс нахождения экстремума по методу Ньютона. На каждом шаге итерации необходимо найти компоненты градиента  $\bar{q}_i$  функции  $\Phi(\bar{\theta})$ , матрицу Гессе  $\bar{H}_i$ , найти элементы обратной матрицы  $\bar{H}_i^{-1}$  и потом реализовать очередное уточнение  $\bar{\theta}_{i+1}$  вектора оцениваемых параметров согласно с матричным соотношением (3.21).

Учитывая, что применение этого метода Ньютона требует численного вычисления частных производных второго порядка, при вычислении которых будут накапливаться погрешности, предпочтение можно отдать методу Гаусса, который требует вычисления первых частных производных. Выражение для первых частных производных целевой функции можно записать в виде:

$$q_\alpha = \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_\alpha} = -2 \sum_{\mu=1}^n \sum_{a=1}^k e_{\mu a} \frac{\partial V_\alpha(\bar{\alpha}_\mu, \bar{\theta})}{\partial \theta_\alpha}, (\alpha = 1, l) \quad (3.22)$$

Вторые частные производные (элементы матрицы Гессе) запишутся так:

$$H_{\alpha\beta} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta_\alpha \partial \theta_\beta} = -2 \sum_{\mu=1}^n \sum_{a=1}^k e_{\mu a} \frac{\partial^2 V_\alpha(\bar{\alpha}_\mu, \bar{\theta})}{\partial \theta_\alpha \partial \theta_\beta} + 2 \sum_{\mu=1}^n \sum_{a=1}^k \frac{\partial V_\alpha(\bar{\alpha}_\mu, \bar{\theta})}{\partial \theta_\alpha} \frac{\partial V_\alpha(\bar{\alpha}_\mu, \bar{\theta})}{\partial \theta_\beta} \quad (3.23)$$

Учитывая, что вблизи точки минимума остатки  $e_{\mu a}$  должны быть малыми, приблизительно берут:

$$H_{\alpha\beta} \approx N_{\alpha\beta} = 2 \sum_{\mu=1}^n \sum_{a=1}^k \frac{\partial V_\alpha(\bar{\alpha}_\mu, \bar{\theta})}{\partial \theta_\alpha} \frac{\partial V_\alpha(\bar{\alpha}_\mu, \bar{\theta})}{\partial \theta_\beta}. \quad (3.24)$$

Если в выражении (3.21) заменить  $\bar{H}_i$  на  $\bar{N}_i$ , получим выражение для  $(i+1)$ -го шага итерации метода Гаусса:

$$\bar{\theta}_{i+1} = \bar{\theta}_i - \bar{N}_i^{-1} \bar{q}_i \quad (3.25)$$

Если в выражении предусмотреть размер шага -  $\rho_i$ , то переход к новому значению  $\bar{\theta}_{i+1}$  можно осуществить по формуле:

$$\bar{\theta}_{i+1} = \bar{\theta}_i - \rho_i \bar{N}_i^{-1} \bar{q}_i. \quad (3.26)$$

При оценивании параметров на основе метода Гаусса необходимо вычисление лишь первых частных производных. В случае численного решения прямой задачи, эти производные тоже нужно определять численно. Наиболее простой способ их вычисления производится следующей формулой:

$$\left( \frac{\partial V_\alpha(\alpha_\mu, \bar{\theta})}{\partial \theta_\mu} \right)_i \approx \frac{V_\alpha(\theta_{1i}, \dots, \theta_{\alpha i} + \Delta \theta_\alpha, \dots, \theta_{\beta i}; \bar{\alpha}_\mu) - V_\alpha(\bar{\theta}, \bar{\alpha}_\mu)}{\Delta \theta_\alpha} \quad (3.27)$$

При этом на каждом шаге итерации нужно  $(l+1) \times n$  раз решать прямую задачу – определять расчетные величины  $V_a(\bar{\theta}, \bar{\alpha})$  при  $l+1$  множестве параметров  $\bar{\theta}$  и  $n$  множествах известных параметров  $\bar{\alpha}_\mu$ .

Наравне с методами Ньютона и Гаусса для задач оценивания может быть использован метод наискорейшего спуска [26]. Как и метод Гаусса, он требует вычисления только первых частных производных, но шаг итерации в нем определяется иначе. При наискорейшем спуске направление шага берется вдоль градиента целевой функции  $\Phi(\bar{\theta})$ , а размер шага вычисляется как функция частных производных. Шаг итерации определяется соотношением:

$$\bar{\theta}_{i+1} = \bar{\theta}_i - \lambda \bar{q}_i. \quad (3.28)$$

Если представить  $\Phi(\bar{\theta})$ , как функцию  $\lambda$ ,  $\Phi(\bar{\theta}) = \Phi(\bar{\theta}_i - \lambda \bar{q}_i)$  то размер шага можно вычислить из условия минимума  $\Phi(\lambda)$ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = 0 \quad (3.29)$$

Корень последнего уравнения  $\lambda = \lambda_i$  и определяет размер шага  $(i+1)$ -й итерации. Уравнение (3.29) в общем случае нелинейное. Оно может быть решено приближенно, если все  $V_a(\lambda)$ ,  $(a=1, k)$  разложить в ряд Тейлора по степеням  $\lambda$ , ограничиваясь линейными членами:

$$V_a(\bar{\theta}) = V_a(\bar{\theta}_0 - \lambda q_i) \approx V_a(\bar{\theta}_i) - \left( \frac{\partial V_a}{\partial \theta} \right)_i \bar{q}_i \lambda. \quad (3.30)$$

Полагая, что в (3.30)  $\left(\frac{\partial V_a}{\partial \theta}\right)_i$  есть вектор строка

$$\left(\frac{\partial V_a}{\partial \theta}\right)_i = \left(\frac{\partial V_a}{\partial \theta_1}, \frac{\partial V_a}{\partial \theta_1}, \dots, \frac{\partial V_a}{\partial \theta_l}\right)_i.$$

Выражение для функции  $\Phi(\bar{\theta})$  (3.11) с учетом (3.30) представим в виде:

$$\Phi(\lambda) = \sum_{a=1}^k \left( V_a^* - V_a(\bar{\theta}) + \lambda \left(\frac{\partial V_a}{\partial \theta}\right)_i \bar{q}_i \right)^2. \quad (3.31)$$

Из условия

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = 2 \sum_{a=1}^k \left[ V_a^* - V_a(\bar{\theta}) + \lambda \left(\frac{\partial V_a}{\partial \theta}\right)_i \bar{q}_i \right] \left(\frac{\partial V_a}{\partial \theta}\right)_i \bar{q}_i = 0 \quad (3.32)$$

получаем:

$$\lambda = \lambda_i = \frac{\sum_{a=1}^k \left[ V_a^* - V_a(\bar{\theta}) \right] \left(\frac{\partial V_a}{\partial \theta}\right)_i \bar{q}_i}{\sum_{a=1}^k \left[ \left(\frac{\partial V_a}{\partial \theta}\right)_i \bar{q}_i \right]^2} \quad (3.33)$$

Таким образом, на каждом шаге итерации по формуле (3.33) определяется размер шага  $\lambda = \lambda_i$  и дальше из (3.28) определяется новое значение вектора оцениваемых параметров  $\bar{\theta}_{i+1}$ .

Параллельное использование методов Гаусса и наискорейшего спуска требует вычисления одних и тех же значений частных производных первого порядка, а также градиента функции  $\Phi(\bar{\theta})$ . При этом на каждом шаге итерации выбираются такие значения определяемых величин вектора  $\theta^T = \{\theta_1, \theta_2 \dots \theta_l\}$ , которые дают меньшее значение целевой функции.

По данной методике разработаны программы расчета вынужденных колебаний роторов и валопроводов а также нелинейного оценивания неизвестных динамических коэффициентов подшипников. В программе

оценивания имеется возможность идентификации различного числа неизвестных от двух до пяти в любых сочетаниях. В итерационном процессе одновременно используются метод Гаусса и наискорейшего спуска.

Блок-схема программы представлена на рисунке 3.3, а листинг программы, реализованной на языке Fortran, представлен в приложении А.

Ввод исходных данных, касающихся основных параметров конечно-элементной модели, реализован в подпрограмме *dan1* (страницы 155-156 приложения А). Далее в подпрограмме *dan2* (страницы 156-160) вводятся геометрические характеристики конечно-элементной модели, коэффициенты жесткости и демпфирования упруго-массовых опор, а также действующие на систему вынуждающие силы и дисбалансы. Процесс ввода исходных данных реализован таким образом, что их можно считывать с файла или задавать в диалоговом режиме с последующим сохранением в файле исходных данных.

В подпрограмме *pro\_w\_id* (страница 160) выполняется проверка исходных данных с целью обнаружения ошибок в геометрии отдельных участков, которые могут привести к ошибочным результатам при расчете. В подпрограмме *grusl* (страницы 160-162) определяются массы и длины отдельных участков ротора или валопровода для проверки с данными чертежей, а также вычисляются базисный диаметр и базисная масса.

Далее в основной программе считываются экспериментальные ДКВ для используемых плоскостей коррекции и выполняется их нормирование делением каждого значения на максимальный ДКВ. Нормирование необходимо использовать, чтобы точность расчетных ДКВ не зависела от качества калибровки измерительной системы стенда.

С целью повышения точности расчета а также для независимости точности расчета от разбивки на конечные элементы (КЭ), все вычисления удобнее вести в относительных единицах, что часто используется в методе начальных параметров. Определение базисных величин и приведение всех величин к относительным реализовано в главной программе (страницы 149-150).



Рисунок 3.3 - Блок-схема программы нелинейного оценивания

Далее с помощью подпрограммы *formk* (страницы 162-163) строятся матрицы жесткости и масс системы и учитываются условия закрепления. Для ускорения итерационного процесса эта подпрограмма вынесена за итерационный цикл, а в цикле учет влияния упруго-массовых опор проводится добавлением к матрице системы соответствующих значений, определенных по формуле 3.8. При построении матрицы системы в цикле по КЭ идет обращение к подпрограмме *stift* (страницы 163-165), которая строит матрицы жесткости и масс КЭ (зависимости 3.1 и 3.2), а также к подпрограмме *sarnmm* (страница - 165), в которой учитываются шарнирные связи в валопроводе.

Итерационный цикл реализован в главной программе (страницы 150-154) и состоит из нескольких блоков.

Ниже приводится описание отдельных подпрограмм, которые используются в процессе итераций.

Подпрограмма *pr\_demf* присваивает текущие значения коэффициентов жесткости и демпфирования, получаемых в процессе итераций в массив характеристик упруго-массовых опор в зависимости от их сочетания, или заполняет вектор оцениваемых параметров необходимыми значениями из массива характеристик упруго-массовых опор (страницы 165-172).

Для получения расчетных значений ДКВ используется подпрограмма *ras\_vl* (страницы 174-175). Сначала в подпрограмме *umd\_op* (страница 175) по формуле 3.8 определяется перерезывающая сила для перехода через упруго-массовую опору и с ее учетом строится матрица динамической жесткости системы. Далее подпрограммой *wideb* (страницы 175-176) строится разрешающая система уравнений вынужденных колебания (выражение 3.3) и с помощью подпрограммы *bands* (страница 176) методом Гаусса решается система линейных уравнений и определяется динамический прогиб ротора или валопровода. В подпрограмме *rez\_wyn* (страницы 176-178) с использованием выражений 3.6 и 3.9 определяются смещение и виброскорость опоры.

В подпрограмме *fun* (страница 178) по формуле 3.12 вычисляется значение целевой функции.



Определение вектора первых частных производных (формула 3.22) осуществляется в цикле по плоскостям приложения дисбаланса при обращении к подпрограмме *opr\_q* (страница 178). Вычисление частных производных первого порядка по формуле 3.27 реализовано в подпрограмме *proiz* (страница 178).

Подпрограмма *opr\_nab* (страница 179) строит матрицу приближенных значений вторых частных производных (формула 3.24) и с помощью подпрограммы *minv* (страницы 180-182) вычисляет обратную матрицу для определения шага методом Гаусса.

Вычисление  $\lambda$  (формула 3.33) для метода наискорейшего спуска определяется с помощью подпрограммы *opr\_sp* (страницы 179-180).

Далее в главной программе реализовано определение значений оцениваемых параметров для следующего шага итерации по формулам 3.21 и 3.28 соответственно для методов Гаусса и наискорейшего спуска.

Для исключения «зацикливания» итерационного процесса, выход из него в программе осуществляется при выполнении одного из трех условий:

- достижение заданной точности значения целевой функции;
- число итераций превысило 100000;
- множитель  $\rho$  в выражении 3.15 стал меньше  $10^{-40}$ .

В случае достижения в итерационном процессе необходимой точности значения целевой функции, величины оцененных коэффициентов жесткости и сопротивления приводятся из относительных значений к действительным и выводятся на печать с помощью подпрограммы *prin\_p* (страницы 173-174).

### 3.2 Оценка сходимости итерационного процесса

Для проверки работоспособности программы идентификации были проведены численные эксперименты для различных типов роторов. По программе расчета вынужденных колебаний на разных частотах определялись ДКВ от дисбалансов, приложенных в плоскостях коррекции. Далее, с использованием генератора случайных чисел в программу оценивания вводились значения ДКВ с разным диапазоном погрешности. В математическом эксперименте они играют роль «экспериментальных» данных для программы идентификации. В таблицах 3.1 и 3.2 приведены результаты расчетов для гибкого ротора с шестью рабочими колесами.

Таблица 3.1

Результаты тестирования программы нелинейного оценивания

$C_{n1} = C_{n2} = 1 \cdot 10^9 \text{ Н/м}, \quad d_{n1} = d_{n2} = 4 \cdot 10^4 \text{ кг/с}, \quad d_{pot} = 2 \cdot 10^4 \text{ кг/с},$ $\omega_1 = 3985 \text{ об/мин}, \omega_2 = 14985 \text{ об/мин}$					
Частота вращения, погрешность ДКВ	Оцениваемые параметры	Начальные значения для итерационного процесса идентификации	Полученный Результат	Число итераций	Погрешность, %
1	2	3	4	5	6
$\omega = 3800 \text{ об/мин},$ погрешность 0 %	$C_{n1}, \text{ Н/м}$ $C_{n2}, \text{ Н/м}$ $d_{n1}, \text{ кг/с}$ $d_{n2}, \text{ кг/с}$ $d_{pot}, \text{ кг/с}$	$5.0 \cdot 10^7$ $6.0 \cdot 10^7$ $4.0 \cdot 10^5$ $6.0 \cdot 10^5$ $1.0 \cdot 10^1$	$9.9999 \cdot 10^8$ $9.9999 \cdot 10^8$ $4.0153 \cdot 10^4$ $3.9983 \cdot 10^4$ $2.0000 \cdot 10^4$	13	-

1	2	3	4	5	6
$\omega = 3800$ об/мин, погрешность $\pm 10 \%$	$C_{n1}$ , Н/м	$1.0 \cdot 10^8$	$1.1181 \cdot 10^9$	9	11.8
	$C_{n2}$ , Н/м	$2.0 \cdot 10^8$	$1.1257 \cdot 10^9$		12.6
	$d_{n1}$ , кг/с	$4.0 \cdot 10^5$	$6.2113 \cdot 10^4$		55.3
	$d_{n2}$ , кг/с	$6.0 \cdot 10^5$	$7.6435 \cdot 10^4$		66.4
	$d_{ром}$ , кг/с	$1.0 \cdot 10^2$	$2.1224 \cdot 10^4$		6.1
$\omega = 8200$ об/мин, погрешность 0 %	$C_{n1}$ , Н/м	$1.0 \cdot 10^8$	$9.9982 \cdot 10^8$	18	-
	$C_{n2}$ , Н/м	$1.0 \cdot 10^8$	$1.0000 \cdot 10^9$		
	$d_{n1}$ , кг/с	$4.0 \cdot 10^6$	$3.9999 \cdot 10^4$		
	$d_{n2}$ , кг/с	$6.0 \cdot 10^6$	$3.9999 \cdot 10^4$		
	$d_{ром}$ , кг/с	$1.0 \cdot 10^5$	$1.9999 \cdot 10^4$		
$\omega = 8200$ об/мин, погрешность $\pm 5 \%$	$C_{n1}$ , Н/м	$1.0 \cdot 10^{11}$	$1.1630 \cdot 10^9$	7	16.3
	$C_{n2}$ , Н/м	$5.0 \cdot 10^{10}$	$9.2727 \cdot 10^8$		-8.3
	$d_{n1}$ , кг/с	$4.0 \cdot 10^2$	$4.9406 \cdot 10^4$		23.5
	$d_{n2}$ , кг/с	$6.0 \cdot 10^2$	$4.5324 \cdot 10^4$		13.3
	$d_{ром}$ , кг/с	$1.0 \cdot 10^1$	$1.9676 \cdot 10^4$		-1.6
$\omega = 8200$ об/мин, погрешность $\pm 10 \%$	$C_{n1}$ , Н/м	$5.0 \cdot 10^{10}$	$1.0786 \cdot 10^9$	4	7.9
	$C_{n2}$ , Н/м	$1.0 \cdot 10^{11}$	$1.1777 \cdot 10^9$		17.8
	$d_{n1}$ , кг/с	$6.0 \cdot 10^1$	$1.5841 \cdot 10^4$		-60.4
	$d_{n2}$ , кг/с	$4.0 \cdot 10^1$	$7.7751 \cdot 10^4$		67.8
	$d_{ром}$ , кг/с	$1.0 \cdot 10^2$	$1.8579 \cdot 10^4$		-7.2

Масса ротора 600 кг, межопорное расстояние 1820 мм, рабочая частота вращения 6150-8600 об/мин. Значения динамических коэффициентов подшипников, которые принимались при расчете ДКВ, а также первые две критические частоты ротора при данной жесткости подшипников приведены в первой строке таблиц. Значение жесткостей математической модели ротора принималось таким образом, чтобы рабочая частота вращения 8200 об/мин находилась либо далеко (таблица 3.1), либо вблизи (таблица 3.2) от второй критической частоты.

## Результаты тестирования в окрестности второй критической частоты

$C_{n1} = C_{n2} = 1 \cdot 10^8 \text{ Н/м}, \quad d_{n1} = d_{n2} = 4 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{с/м}, \quad d_{пот} = 2 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{с/м},$ $n_1 = 3343 \text{ об/хв}, \quad n_2 = 8955 \text{ об/хв}$					
Частота вращения, погрешность ДКВ	Оцениваемые параметры	Начальные значения для итерационного процесса идентификации	Полученный результат	Число итераций	Погрешность, %
$n = 8200$ об/мин, погрешность $0 \%$	$C_{n1}, \text{ Н/м}$ $C_{n2}, \text{ Н/м}$ $d_{n1}, \text{ кг/с}$ $d_{n2}, \text{ кг/с}$ $d_{пот}, \text{ кг/с}$	$2.0 \cdot 10^{10}$ $1.0 \cdot 10^{10}$ $4.0 \cdot 10^2$ $4.0 \cdot 10^3$ $2.0 \cdot 10^1$	$1.0000 \cdot 10^8$ $9.9999 \cdot 10^7$ $3.9999 \cdot 10^4$ $3.9999 \cdot 10^4$ $2.0000 \cdot 10^4$	19	-
$n = 8200$ об/мин, погрешность $\pm 5 \%$	$C_{n1}, \text{ Н/м}$ $C_{n2}, \text{ Н/м}$ $d_{n1}, \text{ кг/с}$ $d_{n2}, \text{ кг/с}$ $d_{пот}, \text{ кг/с}$	$5.0 \cdot 10^7$ $5.0 \cdot 10^7$ $2.0 \cdot 10^2$ $3.0 \cdot 10^2$ $4.0 \cdot 10^2$	$1.0018 \cdot 10^8$ $1.0021 \cdot 10^8$ $4.1432 \cdot 10^4$ $4.2573 \cdot 10^4$ $2.0691 \cdot 10^4$	10	0.2 0.2 3.6 6.4 3.5
$n = 8200$ об/мин, погрешность $\pm 10 \%$	$C_{n1}, \text{ Н/м}$ $C_{n2}, \text{ Н/м}$ $d_{n1}, \text{ кг/с}$ $d_{n2}, \text{ кг/с}$ $d_{пот}, \text{ кг/с}$	$5.0 \cdot 10^{10}$ $4.0 \cdot 10^{10}$ $2.0 \cdot 10^5$ $3.0 \cdot 10^5$ $4.0 \cdot 10^5$	$1.0208 \cdot 10^8$ $1.0172 \cdot 10^8$ $3.9941 \cdot 10^4$ $4.3620 \cdot 10^4$ $2.1773 \cdot 10^4$	14	2.1 1.7 -0.2 9.1 8.9

По результатам численных экспериментов можно сделать следующие  
ВЫВОДЫ:

1. При расчетах, когда значения ДКВ вводятся без погрешности, итерационный процесс сходится к точным значениям всегда, для любого сочетания идентифицируемых параметров от 2-х до 5-ти.

2. Независимо от погрешности вводимых ДКВ, для оценивания на частотах, удаленных от критических частот, начальные значения жесткости и демпфирования, при которых итерационный процесс сходился, могут быть на один-два порядка больше или меньше от действительных значений (таблица 3.1, частота вращения 8200 об/мин).

3. При оценивании на частоте вращения 3800 об/мин, находящейся вблизи, но ниже первой критической частоты, итерационный процесс сходился лучше, когда начальные значения жесткости подшипников и демпфирования ротора были меньшими, а начальные значения сопротивления подшипников большими от действительных. На этой частоте погрешность оценивания коэффициентов жесткости приблизительно равна погрешности измерения ДКВ, погрешность определения сопротивления ротора оказалась ниже погрешности ДКВ. При этом погрешность определения коэффициентов сопротивления подшипников составляла 55-66%.

4. При оценивании вблизи второй критической частоты (таблица 2), независимо от вводимой погрешности, наблюдалась хорошая сходимость итерационного процесса для различного сочетания начальных значений оцениваемых параметров. Но в случае, когда начальные значения жесткостей меньше от действительных значений, существует такое их предельное начальное значение, ниже которого итерационный процесс не сходится. На этих частотах оценивание возможно сразу по всем пяти неизвестным параметрам.

5. На частотах вращения, достаточно удаленных от критических частот, погрешность оценивания коэффициентов жесткости имеет диапазон 8-18 % при погрешности вводимых ДКВ  $\pm 10$  %. Такая точность определения жесткости достаточна для практического использования результатов оценивания.

Для ротора, приведенного на рисунке 2.1 при использовании экспериментальных ДКВ от пробных грузов на первом, третьем и четвертом рабочих колесах, по программе нелинейного оценивания на некоторых частотах были получены коэффициенты жесткости и сопротивления его сегментных подшипников, а также эквивалентное сопротивление ротора. Диаметр опорных шеек ротора 120 мм, диаметральный зазор в подшипнике 0.21-0.23 мм. Экспериментально определенное значение первой критической частоты оказалось равным 4250 об/мин. Результаты оценивания приведены в таблице 3.3.

Таблица 3.3

## Результаты оценивания динамических коэффициентов

Частота вращения, Об/мин	Оцененные значения				
	Жесткость, Н/м		Сопротивление, Н·с/м		
	$C_{n1}$	$C_{n2}$	$d_{n1}$ , Н·с/м	$d_{n2}$ ,	$d_{пот}$ , Н·с/м
4100 об/мин	$6.8 \cdot 10^8$	$7.4 \cdot 10^8$	112000	103000	9480
8500 об/мин	$1.0 \cdot 10^8$	$1.3 \cdot 10^8$	89000	84000	-
11200 об/мин	$1.3 \cdot 10^9$	$1.4 \cdot 10^9$	86000	88000	-
11760 об/мин	$1.3 \cdot 10^9$	$1.5 \cdot 10^9$	84000	82000	-

Необходимо отметить, что оценивание по экспериментальным данным реального ротора более проблематично по сравнению с численными экспериментами на условной расчетной модели. Для конкретного ротора ни на одной из рассматриваемых частот не удалось выполнить оценивание одновременно по всем пяти параметрам. Расчеты проводились в несколько этапов, при оценивании двух или трех коэффициентов. Так, при оценивании на частоте 4100 об/мин сначала были получены жесткости подшипников и

эквивалентное сопротивление ротора, а потом уже было определено сопротивление подшипников.

На частоте 8500 об/мин, при оценке коэффициентов жесткости, эквивалентное сопротивление ротора принималось таким, как и на частоте 4100 об/мин. На частоте 8500 об/мин сначала, приняв жесткость опор одинаковой, были определены средняя жесткость подшипников и сопротивление в подшипниках. Затем при оцененном сопротивлении с использованием алгоритма оценивания по двум параметрам были уточнены коэффициенты жесткости по обеим опорам.

На последнем шаге итераций значение квадратного корня целевой функции (3.10) на разных частотах было в пределах 0.5-0.6 мм/с, тогда как значение экспериментальных ДКВ составляло 3-4 мм/с. Такую точность определения динамических коэффициентов подшипников можно считать достаточной как для их использования в динамических расчетах при проектировании, так и для определения ДКВ расчетным путем.

### **3.3 Выводы**

Разработан комплекс программ, включающий в себя программу расчета вынужденных колебаний роторов и валопроводов а также идентификации динамических коэффициентов подшипников. Для эффективной реализации процесса оценивания алгоритм программы идентификации выполнен таким образом, чтобы количество оцениваемых параметров можно было выбирать от двух до пяти в любых сочетаниях. Как показал опыт исследования динамических моделей роторных машин, задача идентификации оказывается сложной вычислительно-математической проблемой. При оценивании параметров были отработаны способы выбора шага для вычисления частных производных, а также ряд других приемов, в результате которых удалось достигнуть удовлетворительного для практических целей уровня реализации задач оценивания.

## РАЗДЕЛ 4

# ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ НА ПАРАМЕТРЫ СИНХРОННОЙ ПРЕЦЕССИИ И СТАТИЧЕСКИЕ ПРОГИБЫ РОТОРОВ ТУРБОКОМПРЕССОРОВ

### 4.1 Постановка задачи. Введение эквивалентного внешнего демпфирования в центральной части ротора

Результаты экспериментального анализа ДКВ роторов турбокомпрессоров в районе первой критической частоты дают основание пересмотреть некоторые представления о влиянии внутреннего трения на параметры синхронной прецессии горизонтального ротора. Как известно из литературы, в диссипативных колебательных системах ротор–опоры энергия колебаний рассеивается, главным образом, за счет вязкого внешнего трения в опорах. В результате оценивания, однако, выяснилось, что учет в расчетной схеме ротор–опоры сопротивления только в опорах оказался недостаточным для удовлетворительного совпадения расчетных и экспериментальных ДКВ в районе первой критической частоты, ибо существует такое предельное сопротивление в опорах, при превышении которого амплитуды колебаний уже не уменьшаются.

Как известно, на динамику ротора существенно влияет как внешнее, так и внутреннее трение. Внешнее трение включает в себя две составляющие. Первая обусловлена движением ротора в рабочей среде, вторая возникает в результате перемещений вала в подшипниках.

Поскольку вращение ротора происходит в вакуумной камере, то напрашивается вывод о влиянии на синхронную прецессию внутреннего трения.

Внутреннее трение в роторе состоит из двух основных компонентов: гистерезиса материала вала и конструкционного демпфирования, проявляющегося в результате микросдвига отдельных частей ротора



относительно друг друга (сухое или кулоново трение). Учитывая, что посадка деталей на вал осуществляется с большим натягом, трение сопрягаемых поверхностей практически отсутствует.

На рис.4.1. приведены сравнительные характеристики расчетных и экспериментальных зависимостей ДКВ от дисбалансов 0.01 кг·м, приложенных в центре масс ротора для двух близких по массе, но с различными критическими частотами вращения роторов. Массы роторов 1 и 2 соответственно равны 431 и 447 кг, первые критические частоты этих роторов 4250 и 5250 об/мин, втулки и колеса, посаженные на ротор с натягом занимают 34 и 51% от межопорного расстояния, диаметр вала под подшипником составляет 120 мм. Предельное значение коэффициента сопротивления опор оказалось равным 1600000 Н·с/м для первого ротора, и 1050000 Н·с/м для второго.

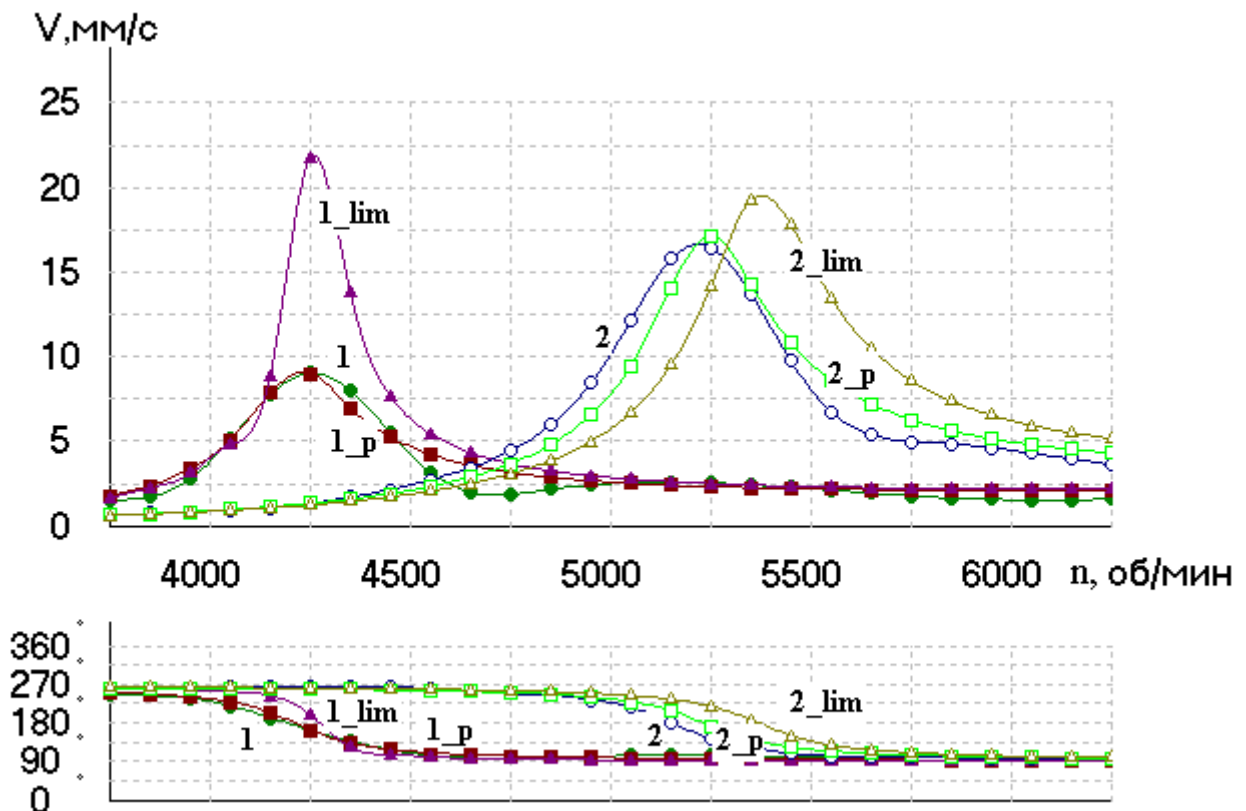


Рисунок 4.1 – ДКВ ротора в районе первой критической частоты  
1,2 – экспериментальные АФЧХ, 1\_lim,2\_lim – АФЧХ при предельном сопротивлении, 1\_p,2\_p – расчетные АЧХ.

Как видно из рисунка, даже при предельном значении сопротивления в опорах (кривые  $1_{lim}$ ,  $2_{lim}$ ) виброскорость опор существенно превышает экспериментальные значения (кривые 1 и 2), а фаза колебаний меняется в более узком диапазоне. При этом предельные значения демпфирования в 5-10 раз превышают приведенные в литературе расчетные и экспериментальные данные. Следовательно, имеет место влияние внутреннего трения в центральной части ротора на параметры синхронной прецессии.

При решении задач вынужденных колебаний горизонтальных роторов внутреннее трение было предложено заменить эквивалентным внешнем вязким демпфированием. Введением в расчетную схему дополнительного эквивалентного коэффициента сопротивления в центре масс ротора удалось получить расчетные ДКВ (кривые  $1_p$  и  $2_p$ ), близкие к экспериментальным как по значению, так и по фазе. При этом оцененные значения коэффициентов эквивалентного сопротивления ротора оказались на порядок ниже сопротивления в опорах.

Ранее, как известно (например, работы Диментберга [28] и Тондла [66]) было показано, что на синхронную прецессию вертикального ротора внутреннее трение влиять не может. Было также установлено, что при рассмотрении линейной модели внутреннего трения, последнее также не влияет на синхронную прецессию и в случае горизонтального ротора.

Ниже проведен анализ влияния различных моделей внутреннего трения на параметры синхронной прецессии горизонтального ротора.

## **4.2 Математические одномассовые модели роторов**

Анализ влияния внутреннего трения на параметры синхронной прецессии ротора проведем на примере горизонтального ротора с одним диском на упругом валу (рис.4.2). Пусть  $x$  и  $y$  координаты центра тяжести диска  $S$ .

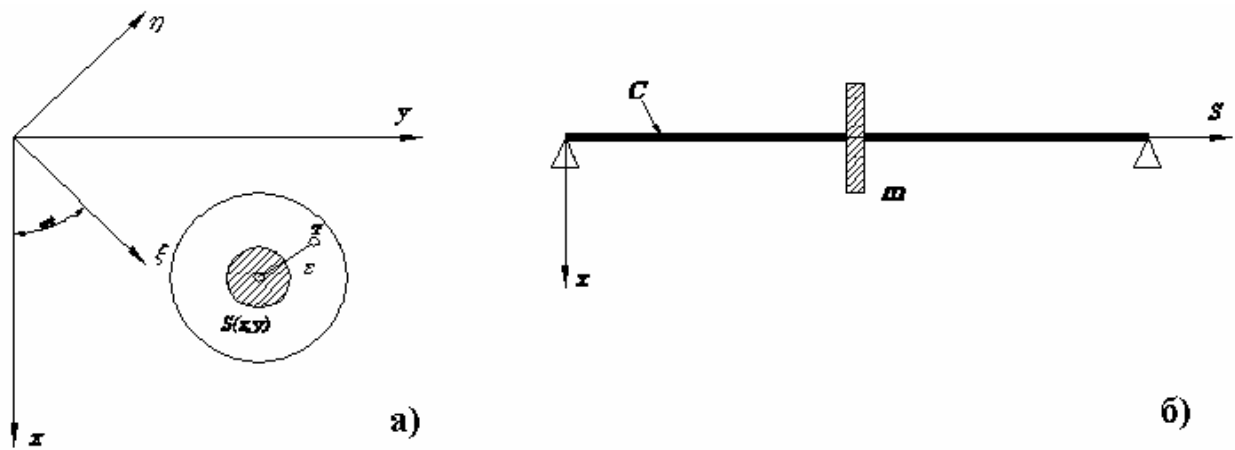


Рисунок 4.2 – Расчетная схема ротора:  
а) система координат, б) схема ротора

Эксцентриситет центра тяжести диска  $T$  обозначим через  $\varepsilon$ . Введем неподвижную систему координат

$$z = x + iy. \quad (4.1)$$

Силу внутреннего трения удобнее записывать в подвижной системе координат

$$\zeta = \xi + i\eta. \quad (4.2)$$

Связь между подвижной и неподвижной системой координат задается соотношением

$$z = \zeta \cdot e^{i\omega t}. \quad (4.3)$$

Уравнение движения горизонтального ротора с вязким внешним трением в неподвижной системе координат будет иметь вид:

$$m \cdot \ddot{z} + \kappa \cdot \dot{z} + c \cdot z = m \cdot g + m \cdot \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot e^{i\omega t} \quad (4.4)$$

введя обозначения  $\Omega^2 = c/m$  и  $\mu = \kappa/m$  получим

$$\ddot{z} + \mu \cdot \dot{z} + \Omega^2 \cdot z = g + \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot e^{i\omega t} \quad (4.5)$$

Используя преобразование (4.3), запишем уравнение движения диска во вращающейся системе координат:

$$\ddot{\zeta} + 2 \cdot i \cdot \omega \cdot \dot{\zeta} - \omega^2 \cdot \zeta + \mu(\dot{\zeta} + i \cdot \omega \cdot \zeta) + \Omega^2 \cdot \zeta = g \cdot e^{-i\omega t} + \varepsilon \cdot \omega^2 \quad (4.6)$$

Сила внутреннего трения для линейной модели записываем в виде:

$$P_V = -h \cdot \dot{\zeta} \quad (4.7)$$

Уравнение (4.6) с учетом силы внутреннего трения (4.7) принимает следующий вид:

$$\ddot{\zeta} + 2 \cdot i \cdot \omega \cdot \dot{\zeta} - \omega^2 \cdot \zeta + (\mu + \delta)\dot{\zeta} + i \cdot \mu \cdot \omega \cdot \zeta + \Omega^2 \cdot \zeta = g \cdot e^{-i\omega t} + \varepsilon \cdot \omega^2, \quad (4.8)$$

где  $\delta = h / m$ .

Преобразуя уравнение (4.8) при помощи соотношения (4.3) в неподвижную систему координат, получаем:

$$\ddot{z} + \mu \cdot \dot{z} + \delta(\dot{z} - i \cdot \omega \cdot z) + \Omega^2 \cdot z = g + \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot e^{i\omega t} \quad (4.9)$$

Частное решение уравнения (4.9) описывает вынужденные колебания ротора вследствие его неуравновешенности и определяет величину статического прогиба под действием собственного веса

$$z = \bar{z}_g + \bar{z}_e \cdot e^{i\omega t} \quad (4.10)$$

Подставляя решение (4.10) в (4.9) получаем:

Статический прогиб:

$$\bar{z}_g = \frac{g}{\Omega^2 - i \cdot \omega \cdot \delta}, \quad |\bar{z}_g| = \frac{g}{\sqrt{\Omega^4 + \omega^2 \delta^2}}, \quad (4.11)$$

Динамический прогиб:

$$\bar{z}_e = \frac{\varepsilon \cdot \omega^2}{\Omega^2 - \omega^2 + i \cdot \mu \cdot \omega}, |\bar{z}_e| = \frac{\varepsilon \cdot \omega^2}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + \mu^2 \cdot \omega^2}} \quad (4.12)$$

Углы поворота:

$$\varphi_e = \arg \bar{z}_e = \begin{cases} \arctg\left(\frac{\mu \cdot \omega}{\Omega^2 - \omega^2}\right), \omega < \Omega \\ \arctg\left(\frac{\mu \cdot \omega}{\Omega^2 - \omega^2}\right) + \pi, \omega > \Omega \end{cases}, \varphi_g = \arctg(\omega \cdot \delta / \Omega^2) \quad (4.13)$$

Как видно из формул (4.11)-(4.13) линейное внутреннее трение влияет только на статический прогиб. Параметры динамического прогиба (т.е. амплитуда и фаза синхронной прецессии) определяются только внешним трением.

### 4.3 Анализ влияния вязкого нелинейного внутреннего трения

Запишем силу внутреннего трения для нелинейной квадратичной модели:

$$P_V = -h_1 \left(1 + \alpha_1 |\dot{\zeta}|\right) \cdot \dot{\zeta} \quad (4.14)$$

Уравнение (4.6) с учетом силы внутреннего трения (4.14) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \ddot{\zeta} + 2 \cdot i \cdot \omega \cdot \dot{\zeta} - \omega^2 \cdot \zeta + (\mu + \delta_1) \dot{\zeta} + i \cdot \mu \cdot \omega \cdot \zeta + \delta_1 \cdot \alpha_1 \cdot |\dot{\zeta}| \cdot \dot{\zeta} + \Omega^2 \cdot \zeta = \\ = g \cdot e^{-i\alpha} + \varepsilon \cdot \omega^2 \end{aligned} \quad (4.15)$$

где  $\delta_1 = h_1 / m$ .

Преобразуя уравнение (4.15) при помощи соотношения (4.3) в неподвижную систему координат получаем:

$$\begin{aligned} \ddot{z} + (\mu + \delta_1) \cdot \dot{z} - i \cdot \omega \cdot \delta_1 \cdot z + \Omega^2 \cdot z + \delta_1 \cdot \alpha_1 (\dot{z} - i \cdot \omega \cdot z) \Big| \dot{z} - i \cdot \omega \cdot z \Big| = \\ = g + \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot e^{i\alpha t} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Подставляя (4.1) в (4.16) получаем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{x} + (\mu + \delta_1) \cdot \dot{x} + \omega \cdot \delta_1 \cdot y + \Omega^2 \cdot x + \delta_1 \cdot \alpha_1 (\dot{x} + \omega \cdot y) \times \\ \times \sqrt{(\dot{x} + \omega \cdot y)^2 + (\dot{y} - \omega \cdot x)^2} = g + \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot \cos \omega t \\ \ddot{y} + (\mu + \delta_1) \cdot \dot{y} - \omega \cdot \delta_1 \cdot x + \Omega^2 \cdot y + \delta_1 \cdot \alpha_1 (\dot{y} - \omega \cdot x) \times \\ \times \sqrt{(\dot{x} + \omega \cdot y)^2 + (\dot{y} - \omega \cdot x)^2} = \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t \end{cases} \quad (4.17)$$

Решение системы уравнений (4.17) ищем в виде:

$$x = a \cdot \cos \omega t - b \cdot \sin \omega t + c \quad (4.18)$$

$$y = b \cdot \cos \omega t + a \cdot \sin \omega t + d$$

Решению (4.18) соответствует «спрессованная» комплексная запись (4.10), где

$$\bar{z}_g = c + i \cdot d, \quad \bar{z}_e = a + i \cdot b$$

Подставляя (4.18) в (4.17), получаем следующую систему уравнений для определения параметров динамического прогиба ротора:

$$\begin{cases} a \cdot (\Omega^2 - \omega^2) - b \cdot \mu \cdot \omega = \varepsilon \cdot \omega^2 \\ b \cdot (\omega^2 - \Omega^2) - a \cdot \mu \cdot \omega = 0 \end{cases}, \quad (4.19)$$

Откуда имеем:

$$a = \frac{\varepsilon \cdot \omega^2 (\Omega^2 - \omega^2)}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + \mu^2 \omega^2}, \quad b = -\frac{\varepsilon \cdot \mu \cdot \omega^3}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + \mu^2 \omega^2} \quad (4.20)$$

Параметры статического прогиба определяются в результате решения системы нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} c \cdot \Omega^2 + d \cdot (\omega \cdot \delta_1 + \alpha_1 \cdot \delta \sqrt{c^2 + d^2}) = g \\ d \cdot \Omega^2 - c \cdot (\omega \cdot \delta_1 + \alpha_1 \cdot \delta \sqrt{c^2 + d^2}) = 0. \end{cases} \quad (4.21)$$

Из соотношения (4.20) следует, что параметры синхронной прецессии амплитуда  $|\bar{z}_e| = \sqrt{a^2 + b^2}$  и фаза

$$\varphi_e = \arg \bar{z}_e = \begin{cases} \arctg\left(\frac{\mu \cdot \omega}{\Omega^2 - \omega^2}\right), \omega < \Omega \\ \arctg\left(\frac{\mu \cdot \omega}{\Omega^2 - \omega^2}\right) + \pi, \omega > \Omega \end{cases}$$

от внутреннего трения не зависят.

#### 4.4 Влияние сухого трения

Сила внутреннего трения для модели сухого трения во вращающейся системе координат имеет вид:

$$P_V = -h_2 \cdot \frac{\dot{\zeta}}{|\dot{\zeta}|} \quad (4.22)$$

Уравнение (4.6) с учетом силы внутреннего трения (4.22) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \ddot{\zeta} + 2 \cdot i \cdot \omega \cdot \dot{\zeta} - \omega^2 \cdot \zeta + \mu \cdot \dot{\zeta} + i \cdot \mu \cdot \omega \cdot \zeta + \Omega^2 \cdot \zeta + \alpha \cdot \frac{\dot{\zeta}}{|\dot{\zeta}|} = \\ = g \cdot e^{-i\omega t} + \varepsilon \cdot \omega^2 \end{aligned} \quad (4.23)$$

где  $\alpha = h_2 / m$ .

Преобразуя уравнение (4.23) при помощи соотношения (4.3) в неподвижную систему координат получаем:

$$\ddot{z} + \mu \cdot \dot{z} + \Omega^2 \cdot z + \alpha \frac{(\dot{z} - i \cdot \omega \cdot z)}{|\dot{z} - i \cdot \omega \cdot z|} = g + \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot e^{i\omega t} \quad (4.24)$$

Подставляя (4.1) в (4.24) получаем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{x} + \mu \cdot \dot{x} + \Omega^2 \cdot x + \alpha \frac{(\dot{x} + \omega \cdot y)}{\sqrt{(\dot{x} + \omega \cdot y)^2 + (\dot{y} - \omega \cdot x)^2}} = g + \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot \cos \omega t \\ \ddot{y} + \mu \cdot \dot{y} + \Omega^2 \cdot y + \alpha \frac{(\dot{y} - \omega \cdot x)}{\sqrt{(\dot{x} + \omega \cdot y)^2 + (\dot{y} - \omega \cdot x)^2}} = \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t \end{cases} \quad (4.25)$$

Подставляя (4.18) в (4.25) получаем систему уравнений, как и (4.19), из которой получаем следующие параметры динамического прогиба ротора:

$$a = \frac{\varepsilon \cdot \omega^2 (\Omega^2 - \omega^2)}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + \mu^2 \omega^2}, b = -\frac{\varepsilon \cdot \mu \cdot \omega^3}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + \mu^2 \omega^2} \quad (4.26)$$

Параметры статического прогиба определяются в результате решения системы нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} c \cdot \Omega^2 + d \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{c^2 + d^2}} = g \\ d \cdot \Omega^2 - c \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{c^2 + d^2}} = 0. \end{cases} \quad (4.27)$$

Как видно из соотношения (4.26), сухое трение, как и рассмотренные выше модели вязкого трения, на параметры синхронной прецессии не влияют.

#### 4.5 Влияние рассеяния энергии за счет гистерезиса материала

Рассмотрим одну из наиболее достоверных структур, которая для гистерезисной модели [66] во вращающейся системе координат имеет вид:



$$P_V = -\sigma \cdot |\zeta| \cdot \frac{\dot{\zeta}}{|\dot{\zeta}|} \quad (4.28)$$

Уравнение (4.6) с учетом силы внутреннего трения (4.28) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \ddot{\zeta} + 2 \cdot i \cdot \omega \cdot \dot{\zeta} - \omega^2 \cdot \zeta + \mu \cdot \dot{\zeta} + i \cdot \mu \cdot \omega \cdot \zeta + \Omega^2 \cdot \zeta + \\ + k \cdot |\zeta| \cdot \frac{\dot{\zeta}}{|\dot{\zeta}|} = g \cdot e^{-i\omega t} + \varepsilon \cdot \omega^2 \end{aligned} \quad (4.29)$$

где  $k = \sigma / m$ .

Преобразуя уравнение (4.29) при помощи соотношения (4.3) в неподвижную систему координат получаем:

$$\ddot{z} + \mu \cdot \dot{z} + \Omega^2 \cdot z + k \cdot |z| \frac{(\dot{z} - i \cdot \omega \cdot z)}{|\dot{z} - i \cdot \omega \cdot z|} = g + \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot e^{i\omega t} \quad (4.30)$$

Подставляя (4.1) в (4.30) получаем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{x} + \mu \cdot \dot{x} + \Omega^2 \cdot x + k \frac{\sqrt{x^2 + y^2} \cdot (\dot{x} + \omega \cdot y)}{\sqrt{(\dot{x} + \omega \cdot y)^2 + (\dot{y} - \omega \cdot x)^2}} = g + \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot \cos \omega t \\ \ddot{y} + \mu \cdot \dot{y} + \Omega^2 \cdot y + k \frac{\sqrt{x^2 + y^2} \cdot (\dot{y} - \omega \cdot x)}{\sqrt{(\dot{x} + \omega \cdot y)^2 + (\dot{y} - \omega \cdot x)^2}} = \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t \end{cases} \quad (4.31)$$

Систему дифференциальных уравнений (4.31) аналитически решить не удастся. С использованием математического комплекса Maple 9.5 было выполнено ее численное интегрирование на примере ротора компрессора, представленного на рисунке 2.1, который был приведен к одномассовой модели. Приведение выполнено таким образом, чтобы значение критической частоты, значения динамического прогиба при критической частоте и статического прогиба совпадали с расчетными значениями ротора,

полученными при динамических коэффициентах подшипников, оцененных в разделе 2. Динамический и статический прогиб ротора в центре его масс составляют соответственно 120 и 50 мкм. Параметры одномассовой модели оказались следующими:

- эквивалентная масса  $m = 263$  кг
- относительный коэффициент вязкого внешнего трения  $\mu = 3,688$
- первая критическая частота  $\Omega = 442.76$  рад/с
- эксцентриситет массы  $\varepsilon = 0.000001$  м

На рисунке 4.3 в качестве примера приведены графики установившейся синхронной прецессии ротора при частоте вращения  $\omega = 447.76$  рад/с. Для ускорения выхода временных характеристик модели на стационарный режим вводились начальные условия, равные значениям, полученным аналитическим путем с использованием формул (4.11, 4.18, 4.20), которые учитывают только внешнее трение.

Эти значения оказались следующими:

$$x_{t=0} = 0.000125, y_{t=0} = 0.000084, \frac{\partial x}{\partial t}_{t=0} = -0.000084, \frac{\partial y}{\partial t}_{t=0} = -0.0001198.$$

Значения амплитуд статического и динамического прогибов в неподвижной системе координат приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1

Прогибы ротора

Значение k	Динамический прогиб		Статический прогиб	
	$X_e$	$Y_e$	$X_g$	$Y_g$
0	0.0000422	0.0000422	0.00005	0
1.5	0.0000258	0.0000309	0.00005	0

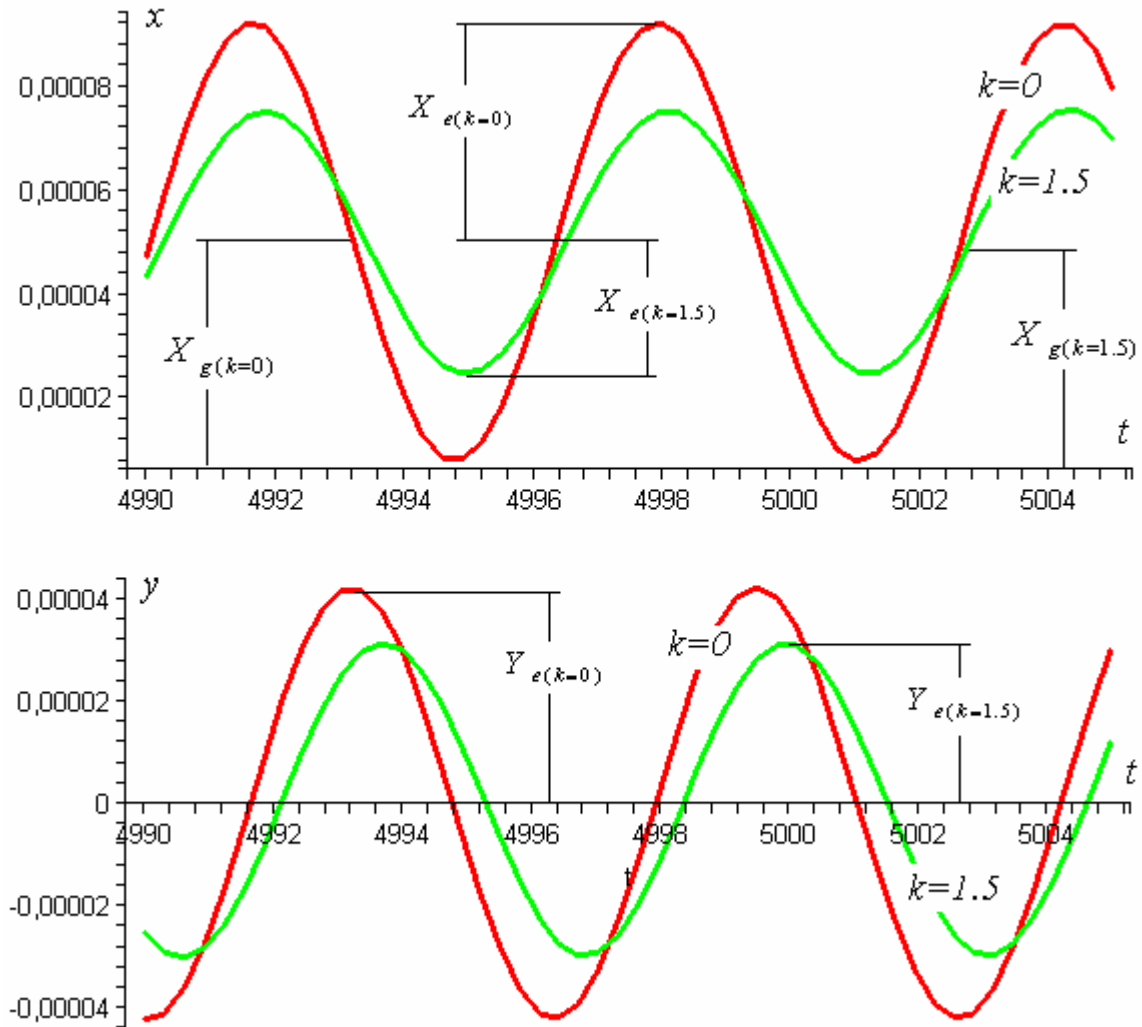


Рисунок 4.3 – Колебания центра масс ротора в районе первой критической частоты

Как видно из таблицы 4.1, при отсутствии внутреннего трения ( $k=0$ ) амплитуда синхронной прецессии оказывается равной  $|\bar{z}_e|=0.0000422$  м, а статический прогиб  $|\bar{z}_g|=0.00005$ . Параметры динамического прогиба и статического прогиба, рассчитанные аналитически по формулам (4.11), (4.12) составляют  $|\bar{z}_e|_p=0.0000422$  и  $|\bar{z}_g|_p=0.00005$ . Эти результаты практически совпадают, что свидетельствует о достаточной точности программы, реализующей численное интегрирование.

При  $k=1.5$  (т.е. учете внутреннего трения по структуре (4.28)) наблюдается существенное уменьшение амплитуды синхронной прецессии. При этом

статический прогиб ротора остается неизменным. Таким образом, влияние внутреннего трения типа гистерезиса по модели (4.28) на синхронную прецессию горизонтального ротора можно считать математически доказанным.

На рисунке 4.4 также показаны соответствующие траектории движения центра масс ротора.

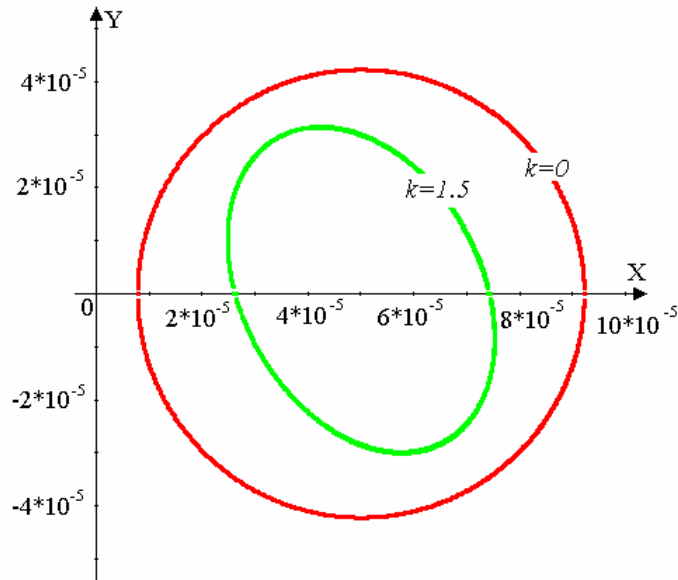


Рисунок 4.4 – Траектория движения ротора

Для практических целей, как это было показано в разделе 4.1, вполне достаточно отразить влияние внутреннего гистерезисного трения некоторым эквивалентным внешним демпфером в центральной части ротора.

#### **4.6 Результаты оценивания эквивалентного сопротивления различных типов роторов турбокомпрессоров**

По методике, предложенной в разделе 4.1, для различных типов роторов были идентифицированы коэффициенты сопротивления расчетной модели системы ротор-опоры в окрестности первой критической частоты. Масса роторов 250-2500 кг, диаметр шеек вала 70-160 мм, первая критическая частота вращения находится в пределах 2300-5500 об/мин. Оказалось, что внешнее трение в опорах составляет 30000-270000 Н·с/м, в то время как вязкое эквивалентное трение в центральной части ротора, отражающее влияние

внутреннего трения на синхронную прецессию колеблется в пределах 4540-16780 Н·с/м.

Был также рассмотрен иной подход идентификации влияния внутреннего трения. Как известно, при решении задач вынужденных колебаний методом конечных элементов, трение можно моделировать распределенным демпфированием  $[C]$ , пропорциональным матрице масс  $[M]$  и (или) жесткости  $[K]$ :

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (4.32)$$

$$[C] = \alpha[M], \quad (4.33)$$

$$[C] = \beta[K] \quad (4.34)$$

При такой постановке задачи для рассмотренных роторов множители  $\alpha$  и  $\beta$  в выражениях (4.33) и (4.34) находятся в пределах 16-22 и 0.00008-0.00016 соответственно.

#### 4.7 Выводы

Из полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. При представлении внутреннего трения вязким линейным, вязким квадратичным нелинейным и сухим трением на динамический прогиб (т.е на амплитуду синхронной прецессии) влияет только внешнее трение.
2. Параметры статического прогиба в случае вязкого нелинейного и сухого внутреннего трения определяются путем решения нелинейных алгебраических уравнений, соответственно (4.21) или (4.27). Если коэффициент  $\alpha$  в выражении (4.27) для сухого внутреннего трения не зависит от частоты вращения, то статический прогиб в процессе разгона ротора не изменяется.
3. Влияние гистерезисной модели внутреннего трения на синхронную прецессию горизонтального ротора аналитически исследовать не удастся.

При численном интегрировании для конкретных сочетаний исходных параметров это влияние обнаруживается.

4. Гистерезисная модель внутреннего трения приводит к эллиптической траектории движения центра масс ротора, а его статический прогиб в процессе разгона остается постоянным.
5. На основе экспериментальных данных и приведенного выше математического анализа можно сделать вывод, что гистерезисная модель типа внутреннего трения наиболее адекватна действительности (по крайней мере, для типичных роторов турбокомпрессоров).
6. Для практических целей (балансировки и динамических расчетов проектируемых роторов) эффект влияния гистерезисного трения на синхронную прецессию вполне достаточно идентифицировать эквивалентным внешним демпфированием, как это было описано в разделах 4.1 и 4.6.

## РАЗДЕЛ 5

### РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ РОТОРОВ ТУРБОКОМПРЕССОРОВ

#### 5.1 Коэффициенты жесткости и сопротивления различных типов турбокомпрессоров

По разработанным методам, приведенным в разделах 2,3,4, для всех типов выпускаемых турбокомпрессоров были оценены коэффициенты жесткости и демпфирования их сегментных подшипников, как функции от частоты вращения, а также эквивалентное внутреннее сопротивление ротора.

При оценивании динамических параметров системы ротор-опоры использовалась математическая модель ротора, представленная на рисунке 5.1. Вал ротора представляет собой балку переменной жесткости. Массы присоединенных деталей (рабочих колес, думмиса, упорного диска и полумуфт) считаются сосредоточенными и приложенными в центре их масс. Учитывается прямая прецессия вала.

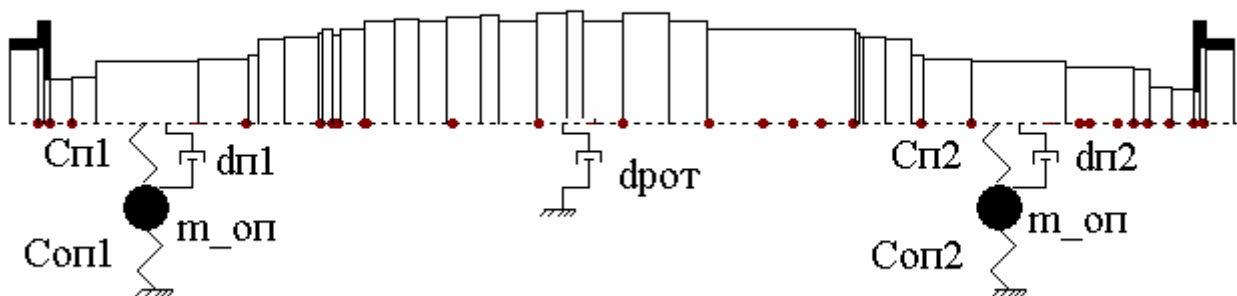


Рис.5.1 – Расчетная схема ротора для программы идентификации

Для расчета ротор разбивается на участки постоянной жесткости так, что опоры стенда и сосредоточенные массы расположены на правой границе участков. Масса опор  $m_{оп}$  стенда составляет 30-50 кг в зависимости от

диаметра подшипника. Жесткость опор станда экспериментально определена изготовителем станда и составляет, согласно паспорту,  $C_{оп1}=9.6 \cdot 10^8$  Н/м и  $C_{оп2}=10.1 \cdot 10^8$  Н/м. Вектор оцениваемых параметров для программы нелинейного оценивания состоит из коэффициентов жесткости подшипников передней и задней опоры  $C_{п1}$  и  $C_{п2}$ , коэффициентов сопротивления подшипников  $d_{п1}$  и  $d_{п2}$ , а также эквивалентного сопротивления ротора, приложенное в его центре масс  $d_{рот}$ . Результаты оценивания сведены в таблице 5.1. На рисунках 5.2 и 5.3. в качестве примера приведены зависимости коэффициентов жесткости и демпфирования от частоты вращения для основных типоразмеров подшипников. На рисунках 5.2 и 5.3 в скобках обозначена масса роторов (кг).

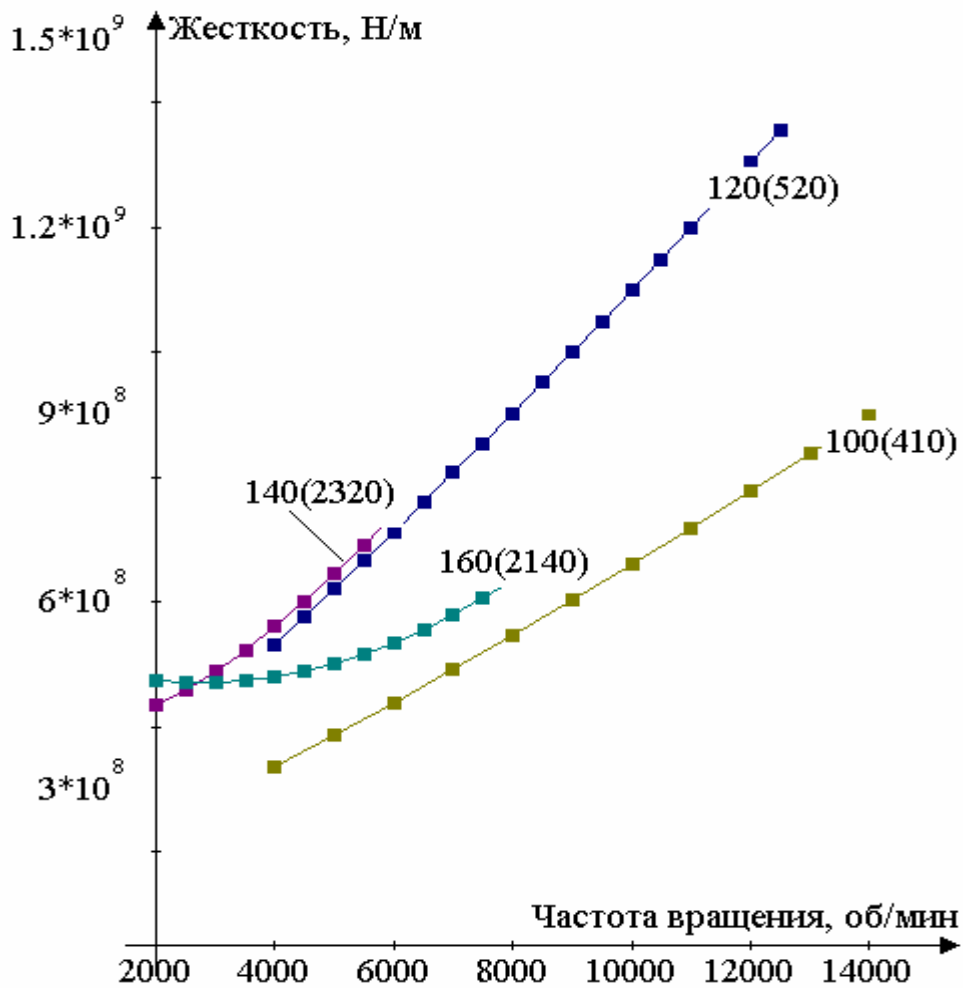


Рис.5.2 – Жесткость основных типов подшипников.

100,120,140,160 – диаметр подшипников.



Таблица 5.1

## Коэффициенты жесткости и сопротивления для всех типов роторов турбокомпрессоров

Диаметр вала, зазор, мм	Масса ротора, кг	Рабочая частота вращения $n$ , об/мин	Мощность привода, МВт	Первая критическая частота, об/мин	Коэффициент жесткости подшипника, Н/м	Коэффициент сопротивления подшипника, Н·с/м	Коэффициент эквивалентного сопротивления, Н·с/м
70 (0.07-0.14)	260	14400	6.3	5300	$5.20 \cdot 10^7 + 22600 \cdot n + 0.19 \cdot n^2$	$52340 - 3.6 \cdot n$	16780
90 (0.10-0.18)	460	9500-10500	4.0	3600	$1.71 \cdot 10^8 + 18200 \cdot n + 1.28 \cdot n^2$	$83880 - 13.0 \cdot n$	8140
100 (0.10-0.18)	390	5740-8610	6.3	4750	$7.71 \cdot 10^7 + 41260 \cdot n + 0.63 \cdot n^2$	$65000 - 5.7 \cdot n$	8190
	540		8.0	3400	$1.69 \cdot 10^8 + 36100 \cdot n + 1.57 \cdot n^2$	$106460 - 17.2 \cdot n$	4540
100 (0.12-0.20)	410	9110-13660	8.0	5250	$1.38 \cdot 10^8 + 47100 \cdot n + 0.52 \cdot n^2$	$63000 - 4.7 \cdot n$	15390
	440		16.0	5450	$1.49 \cdot 10^8 + 83100 \cdot n + 0.84 \cdot n^2$	$101000 - 8.4 \cdot n$	8370
120 (0.14-0.24)	520	8400-12600	16.0	5550	$1.87 \cdot 10^8 + 82300 \cdot n + 0.89 \cdot n^2$	$84100 - 6.1 \cdot n$	7520
	640		6.3	4050	$2.32 \cdot 10^8 + 57300 \cdot n + 1.05 \cdot n^2$	$117100 - 13.3 \cdot n$	9230
140 (0.14-0.24)	1310	3710-5565	16.0	2850	$1.36 \cdot 10^8 + 82100 \cdot n + 1.97 \cdot n^2$	$254900 - 39.7 \cdot n + 0.0003 \cdot n^2$	9780
	2320		16.0	2300	$3.64 \cdot 10^8 + 20700 \cdot n + 7.05 \cdot n^2$	$540600 - 147.9 \cdot n + 0.013 \cdot n^2$	14700
160 (0.18-0.30)	2140	5250-7875	25.0	2800	$5.15 \cdot 10^8 - 31500 \cdot n + 5.81 \cdot n^2$	$346000 - 73.5 \cdot n + 0.0005 \cdot n^2$	7430

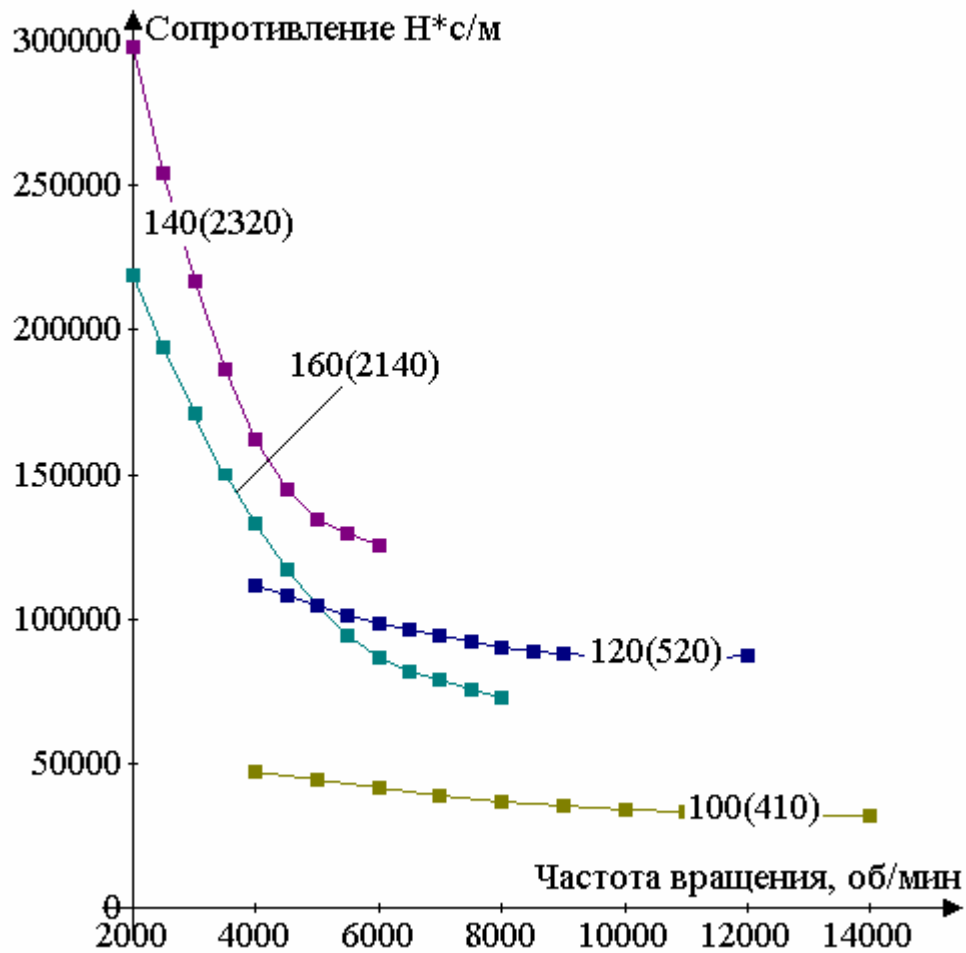


Рис.5.3 – Сопротивление основных типов подшипников, 100,120,140,160 – диаметр подшипников.

## 5.2 Сравнительный анализ экспериментальных и расчетных динамических коэффициентов влияния для различных типов роторов

С использованием результатов оценивания, приведенных в таблице 5.1, для основных типов роторов турбокомпрессоров были определены расчетные ДКВ, от дисбалансов  $0.01 \text{ кг}\cdot\text{м}$ , приложенных последовательно в плоскостях коррекции.

Для проверки степени достоверности расчетных моделей роторных систем с использованием полученных данных проведено сравнение расчетных и экспериментальных АЧФХ для всех типов роторов. В качестве примера приведем такое сравнение для двух типов роторов турбокомпрессоров.

Результаты представлены на рисунках 5.4 – 5.11. На всех рисунках экспериментальные зависимости ДКВ по передней опоре (ОП1) РБС отмечены линиями с квадратным маркером, а по задней опоре (ОП2) линиями с круглым маркером. Расчетные значения ДКВ, полученные по программе расчета вынужденных колебаний представлены на рисунках гладкими линиями без маркеров.

На рисунках 5.4 – 5.6 приведены экспериментальные и расчетные ДКВ двухколесного ротора сменной проточной части СПЧ-3.6В/24-1,7 для дисбалансов 0.01 кг·м, приложенных последовательно на рабочих колесах первой (РК1), второй ступени (РК2) и упорном диске. Мощность агрегата 6.3 МВт, рабочая частота вращения 6150-8610 об/мин. Ротор работает вблизи своей первой критической частоты. Первая критическая частота ротора в составе валопровода с учетом динамических характеристик подшипников составляет 4730 об/мин, вторая – 16740 об/мин. Масса ротора 375 кг, диаметр опорных поверхностей ротора 100 мм.

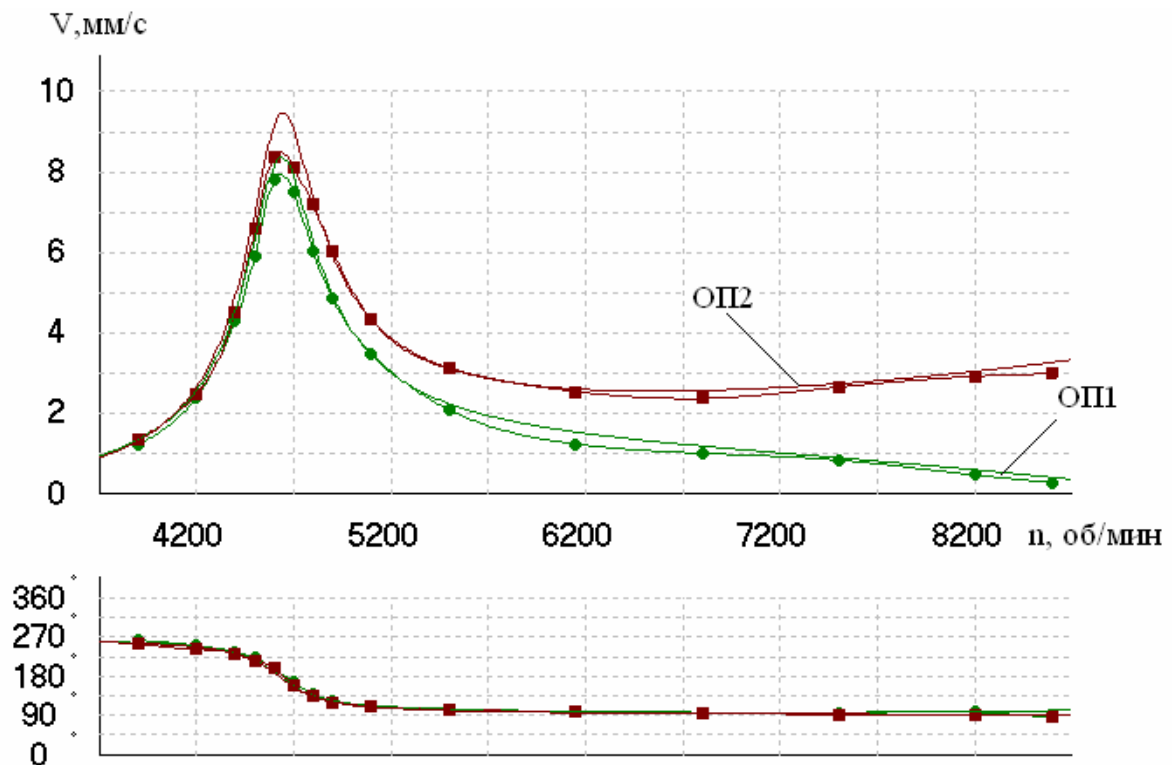


Рис. 5.4 – ДКВ от дисбалансов на РК1

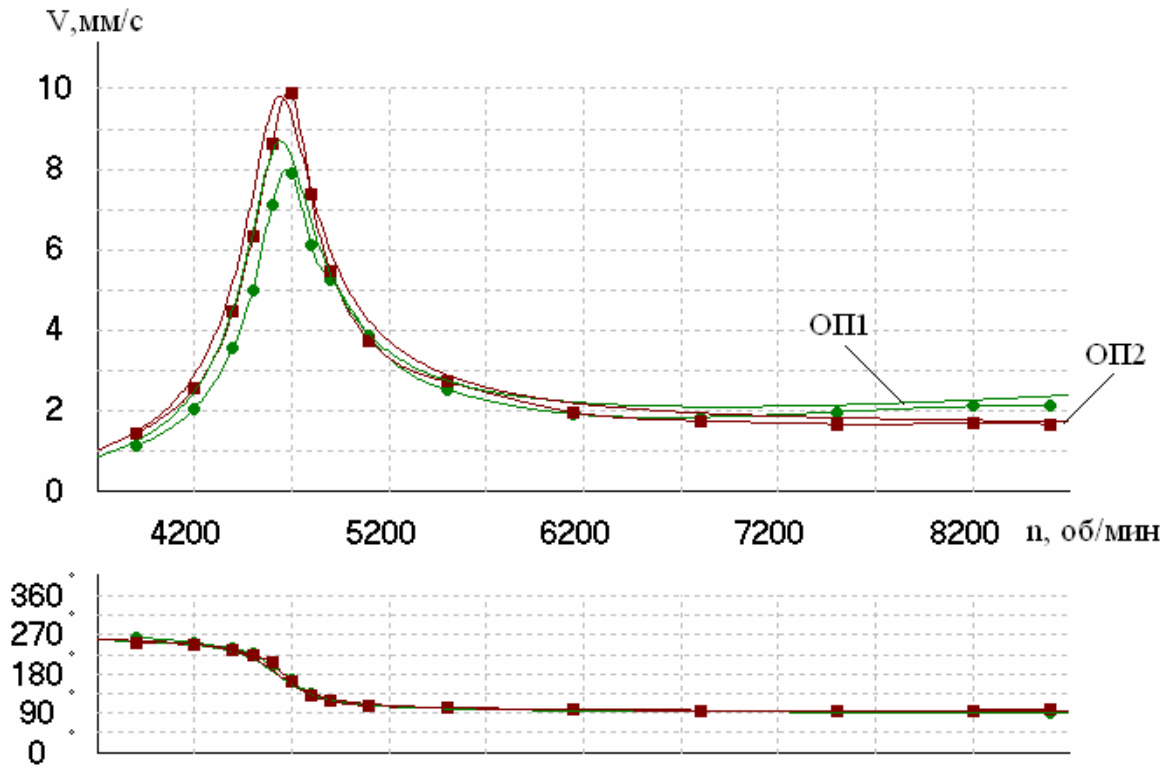


Рис. 5.5 – ДКВ от дисбалансов на РК2

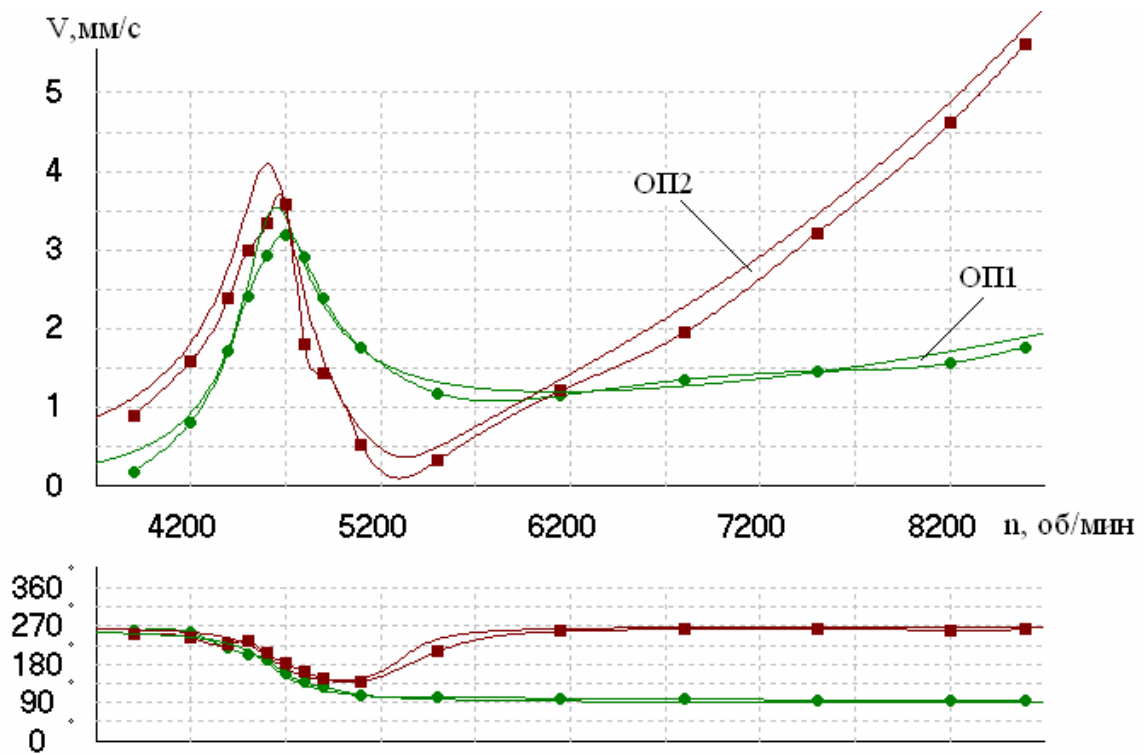


Рис. 5.6 – ДКВ от дисбалансов на упорном диске

Погрешность амплитуд расчетных ДКВ для двухколесного ротора в районе первой критической частоты составляет 4-11 %, а фазы – 4-7 градусов. В диапазоне рабочих частот вращения погрешность амплитуд колебаний от дисбалансов на рабочих колесах составляет 2-7 %, а фазы – 2-5 градусов. Для дисбаланса, приложенного на упорном диске, погрешность амплитуд ДКВ по ближней к нему задней опоре составляет 7-15 %, а фазы – 2-4 градуса. Это объясняется тем, что упорный диск находится близко к задней опоре, и здесь сильнее сказывается смещение осевой линии подшипника при установке ротора в опоры РБС по сравнению с данными чертежей.

На рисунках 5.7 – 5.11 приведены экспериментальные и расчетные ДКВ шестиколесного ротора компрессора высокого давления 183ГЦ2-50/26-102М1 от дисбалансов приложенных на рабочих колесах первой (РК1), второй, (РК2) третьей (РК3), пятой (РК5) и шестой (РК6) ступеней.

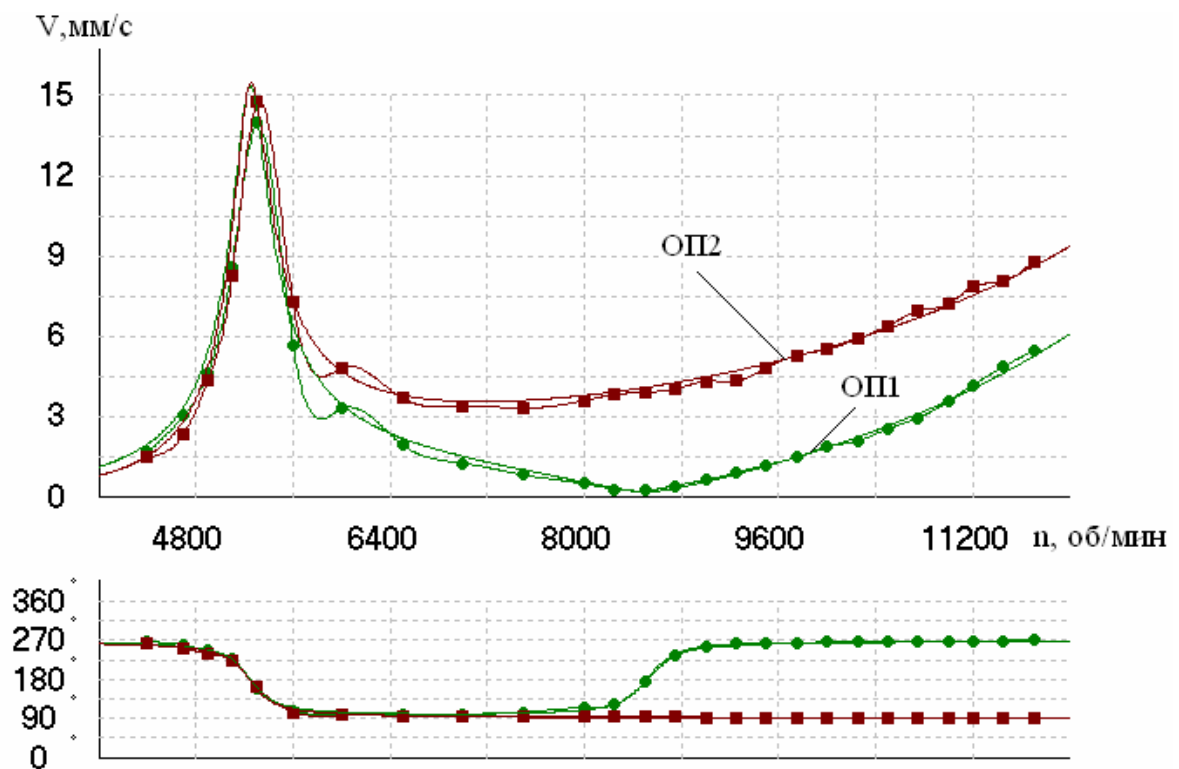


Рис. 5.7 – ДКВ от дисбалансов на РК1

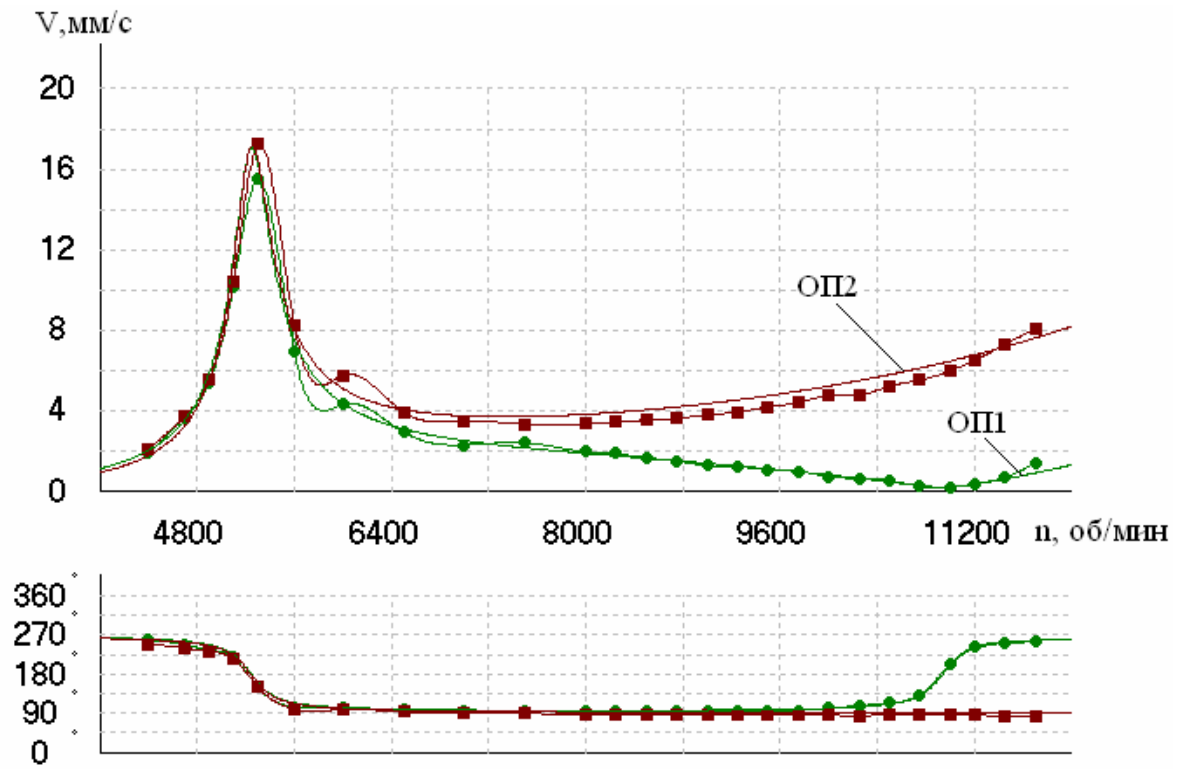


Рис. 5.8 – ДКВ от дисбалансов на РК2

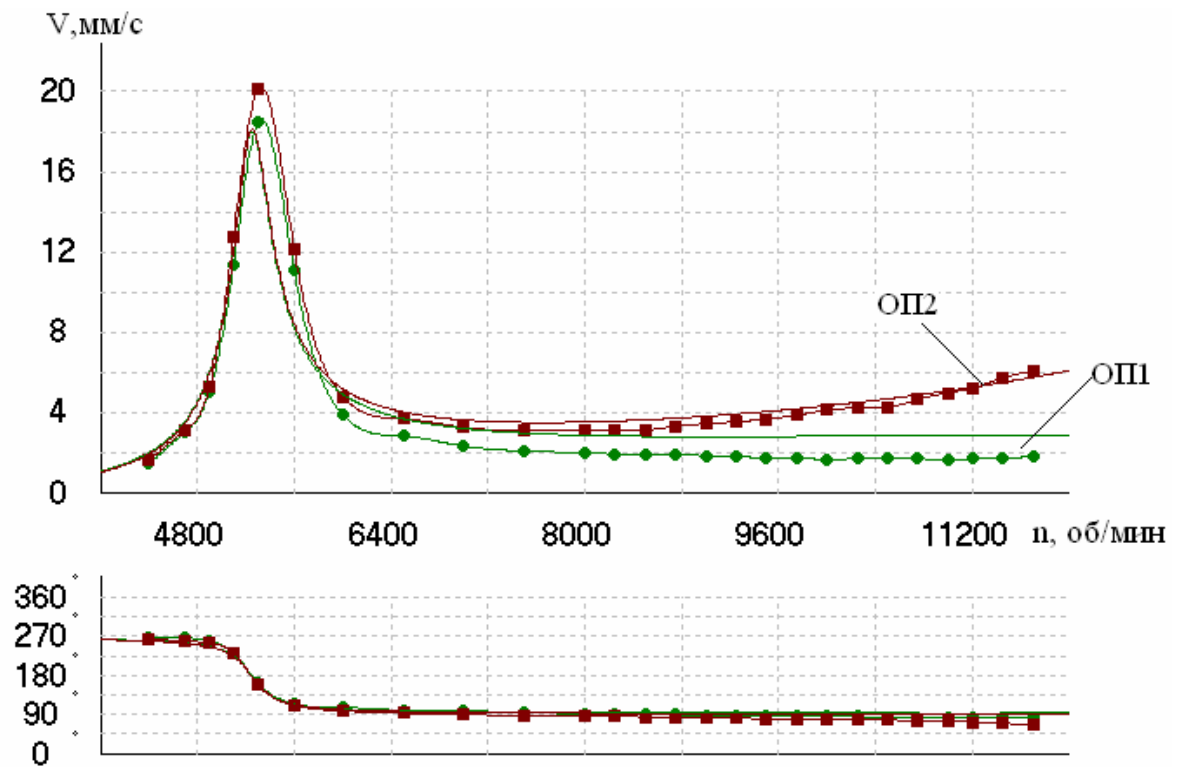


Рис. 5.9 – ДКВ от дисбалансов на РК3

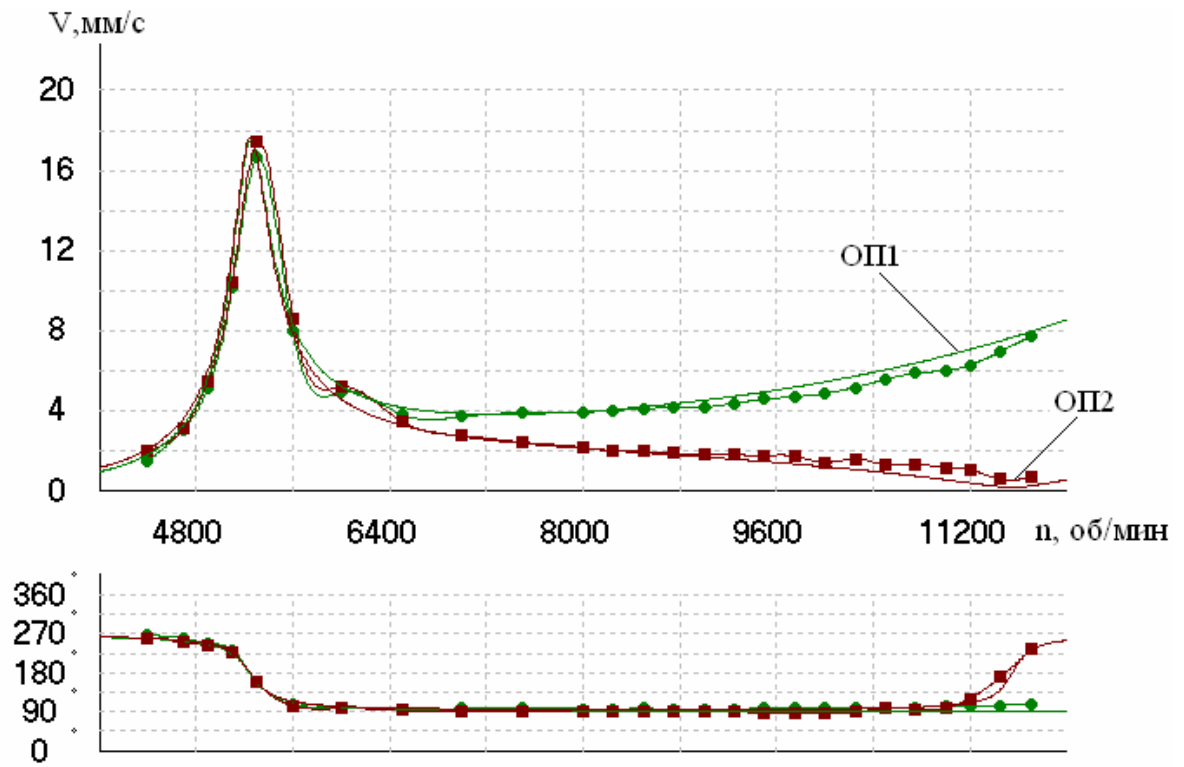


Рис. 5.10 – ДКВ от дисбалансов на РК5

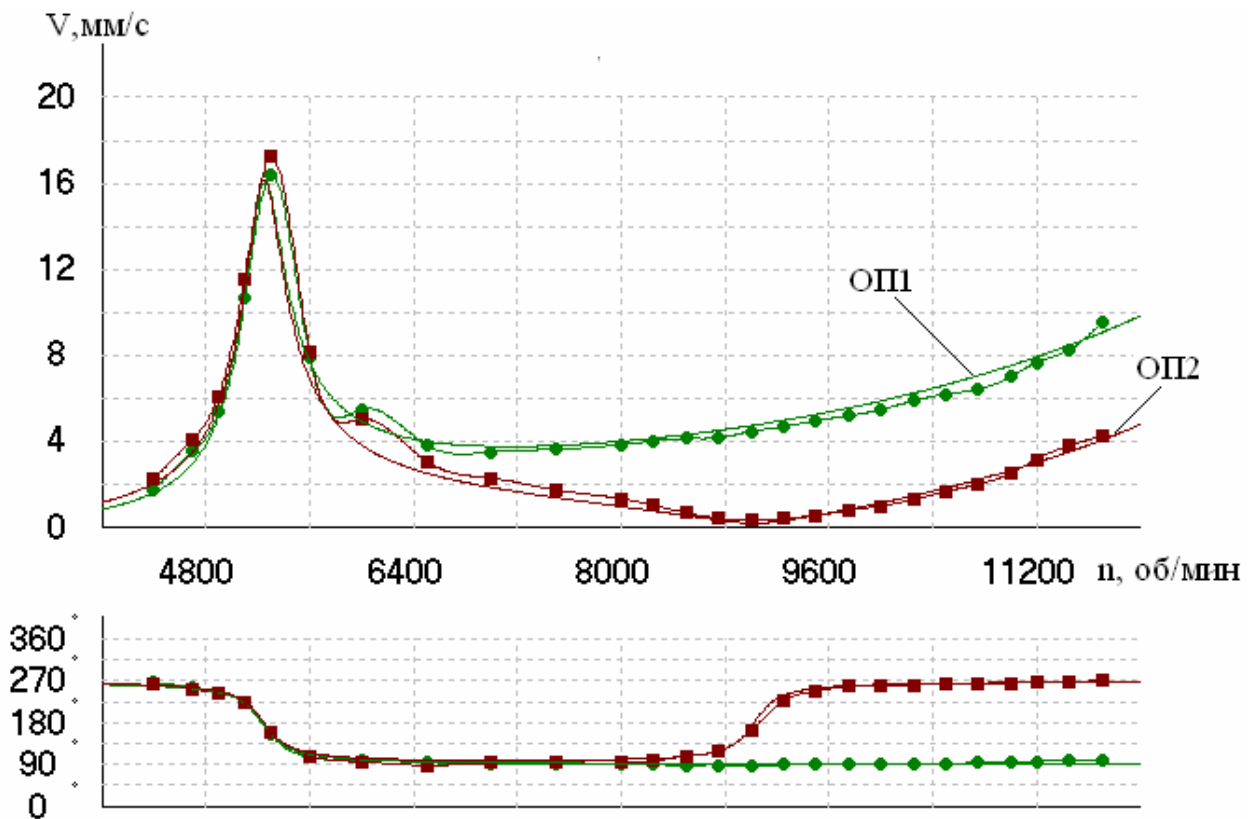


Рис. 5.11 – ДКВ от дисбалансов на РК6

Мощность агрегата 16 МВт, рабочая частота вращения 7640-11840 об/мин. Ротор работает между первой и второй критическими частотами.

Первая критическая частота ротора в составе валопровода с учетом динамических характеристик подшипников составляет 5360 об/мин, вторая 15150 об/мин. Масса ротора 440 кг, диаметр опорных поверхностей ротора 120 мм.

Погрешность амплитуд расчетных ДКВ для шестиколесного ротора в районе первой критической частоты составляет 3-14 %, а фазы – 2-6 градусов, что подтверждает достоверность оцененных значений жесткости и сопротивления математической модели ротора. В диапазоне рабочих частот вращения погрешность амплитуд колебаний от дисбалансов на рабочих колесах составляет 3-12 %, а фазы – 2-7 градусов.

Такая точность определения расчетных значений ДКВ позволяет использовать их при практической балансировке роторов на РБС без проведения пробных пусков.

### **5.3 Выводы**

Анализ зависимостей, приведенных в таблице 5.1, показывает, что жесткость подшипника является монотонно возрастающей, а сопротивление монотонно убывающей функцией от частоты вращения. Для большинства исследованных роторов коэффициенты жесткости и демпфирования при одинаковой частоте вращения возрастают с увеличением статической нагрузки на подшипник, что согласуется с результатами, приведенными в различных источниках [6,8,41,81,82,115]. В то же время не замечено большого влияния зазоров в подшипнике на его динамические характеристики, хотя по результатам численного решения это различие существенное (см. рис. 1.1).

Проведенный для всех типов роторов сравнительный анализ расчетных и экспериментальных ДКВ дает основание утверждать, что использование полученных коэффициентов жесткости и сопротивления подшипников при



построении расчетных моделей всех типов роторов позволяет адекватно предсказывать их динамические характеристики во всем диапазоне частот вращения от нуля до максимальной.

Приведенные в таблице 5.1. характеристики успешно используются в настоящее время при проектировании и балансировке роторов всех типов турбокомпрессоров. На основе этих данных были развиты новые подходы и методы балансировки роторов, о которых будет сказано ниже.



где  $\overline{\overline{Y}} = (\overline{Y_1}, \dots, \overline{Y_k})^T$  – вектор-столбец комплексных амплитуд;

$\overline{\overline{D}} = (\overline{D_1}, \dots, \overline{D_l})^T$  – вектор-столбец комплексных дисбалансов;

$\overline{\overline{W}}$  – матрица  $k \times l$  комплексных коэффициентов влияния  $\overline{W}_{mn}$   
( $m = \overline{1}, k; n = \overline{1}, l$ ).

К системе (6.2) для оценивания комплексных дисбалансов на основе измеренных комплексных прогибов непосредственно формулу линейной регрессии применять нельзя. Необходимо составить соотношения относительно «вытянутых» векторов с вещественными компонентами. Вектору комплексных амплитуд  $\overline{\overline{Y}}$  размерностью  $k$  поставим в соответствие вектор вещественных составляющих  $\overline{\overline{Y}}$  размерностью  $2k$ :

$$\overline{\overline{Y}} = (Y_1^{(r)}, Y_1^{(i)}, Y_2^{(r)}, Y_2^{(i)}, \dots, Y_k^{(r)}, Y_k^{(i)}). \quad (6.3)$$

Соответственно введем «вытянутый» вектор размерностью  $2l$  вещественных составляющих дисбалансов:

$$\overline{\overline{D}} = (D_1^{(r)}, D_1^{(i)}, D_2^{(r)}, D_2^{(i)}, \dots, D_l^{(r)}, D_l^{(i)}). \quad (6.4)$$

Матрица вещественных компонентов  $\overline{\overline{W}}$ , размерностью  $2k \times 2l$  имеет следующую структуру:

$$\overline{\overline{W}} = \begin{bmatrix} W_{11}^{(r)}, -W_{11}^{(i)}, W_{12}^{(r)}, -W_{12}^{(i)}, \dots, W_{1l}^{(r)}, -W_{1l}^{(i)} \\ W_{11}^{(i)}, W_{11}^{(r)}, W_{12}^{(i)}, W_{12}^{(r)}, \dots, W_{1l}^{(i)}, W_{1l}^{(r)} \\ \dots \\ W_{k1}^{(r)}, -W_{k1}^{(i)}, W_{k2}^{(r)}, -W_{k2}^{(i)}, \dots, W_{kl}^{(r)}, -W_{kl}^{(i)} \\ W_{k1}^{(i)}, W_{k1}^{(r)}, W_{k2}^{(i)}, W_{k2}^{(r)}, \dots, W_{kl}^{(i)}, W_{kl}^{(r)} \end{bmatrix}. \quad (6.5)$$

Уравновешивающая система грузов  $\hat{D}$  определяется в результате решения системы линейных уравнений

$$\hat{D} = \left[ \overline{W}^T \overline{W} \right]^{-1} \overline{W}^T \overline{Y}_0^* , \quad (6.6)$$

где  $\overline{Y}_0^*$  – вектор действительных и мнимых комплексных параметров амплитуды вибрации при нулевом пуске.

Расчет корректировочных грузов в программе может осуществляться либо по результатам пробных пусков, или с использованием матрицы коэффициентов, полученных расчетным путем по программе вынужденных колебаний.

В случае если пробный груз в  $n$  – й плоскости улучшил вибрационное состояние ротора, его можно оставить в плоскости коррекции. В этом случае ДКВ для последующих пробных грузов определяются относительно амплитуд вибрации при  $n$  - ом пуске и т.д.

Для повышения точности уравновешивания на требуемых частотах вращения в программе есть возможность вводить весовой множитель для любой из частот. В программе это реализуется путем умножения строк в матрице  $\overline{W}$  и значений вибраций,  $\overline{Y}_0^*$  соответствующих каждой из частот на свой весовой множитель.

В случае, если экспериментальные ДКВ имеют погрешность, или балансировка проводится по коэффициентам влияния подобного ротора либо по расчетным ДКВ без проведения пробных пусков, в программе предусмотрена возможность корректировки матрицы коэффициентов влияния  $\overline{W}$ .

Если экспериментально полученные после пуска с системой корректирующих грузов  $\overline{D}_l$  значения векторов вибрации  $\overline{Y}_1 \dots \dots \dots \overline{Y}_k$  не



где  $\beta_{mn}$  - комплексный коэффициент;  $|\overline{W}_{mn}|$  - скалярное значение вектора  $\overline{W}_{mn}$ .

Решение системы векторных уравнений дает формулу для поправок к коэффициентам влияния

$$\lambda_{mn} = \frac{D_n \delta_m}{|D_n|^2 \sum_{n=1}^k |\overline{W}_{mn}|} |\overline{W}_{mn}| \quad (6.11)$$

Найденные поправки позволяют получить скорректированные значения коэффициентов влияния путем сложения векторов:

$$\overline{W}_{mn}^k = \overline{W}_{mn} + \overline{\lambda}_{mn}, \quad (6.12)$$

которые по векторам начальной вибрации позволяют более правильно рассчитать балансировочные грузы, что существенно ускоряет процесс и качество балансировки.

В программе также имеется возможность выбирать оптимальное количество плоскостей коррекции при их любом сочетании, в зависимости от соотношения амплитуд и фаз векторов вибрации по опорам для конкретного ротора.

Если коррекция дисбалансов производится установкой в конструктивно ограниченное число отверстий грузов определенной массы, то не всегда представляется возможным установки точной комбинации. В этом случае в программе предусмотрена возможность установки на ротор другой системы корректирующих грузов  $\overline{D}_n^{\partial p}$ , а ожидаемые вибрации определяются из выражения (6.2) путем подстановки в него  $\overline{D}_n^{\partial p}$  вместо  $\overline{D}_n$ .

## 6.2 Классификация типов турбокомпрессоров в зависимости от рекомендуемого способа их уравнивания

Многолетний опыт балансировки, с учетом использования достоверных математических моделей, полученным по описанным выше методам, позволил развить и усовершенствовать подходы и способы их уравнивания. С точки зрения выбора оптимальных плоскостей коррекции и частот вращения, ДКВ для которых необходимы для расчета, а также минимального числа плоскостей коррекции, при которых возможна успешная балансировка, гибкие роторы оказалось целесообразным классифицировать по трем группам (см. Таблицу 6.1)

Таблица 6.1

### Классификация роторов турбокомпрессоров

Группа	Основные характеристики
1	Роторы с двумя или тремя рабочими колесами, расположенными в центре ротора, работающие вблизи первой критической частоты
2	Многоступенчатые роторы, работающие между первой и второй критическими частотами
3	Многоступенчатые роторы, работающие ближе ко второй критической частоте

К **первой** группе относятся роторы с двумя или тремя рабочими колесами, расположенными в центре ротора (рис.6.1). Рабочая частота вращения таких роторов, как правило, находится за первой критической частотой ротора, но недалеко от нее. В основном это роторы ГПА мощностью

6, 8 или 10 МВт с коэффициентом повышения давления 1.35...1.7, и с рабочей частотой вращения 5740-8610 об/мин.

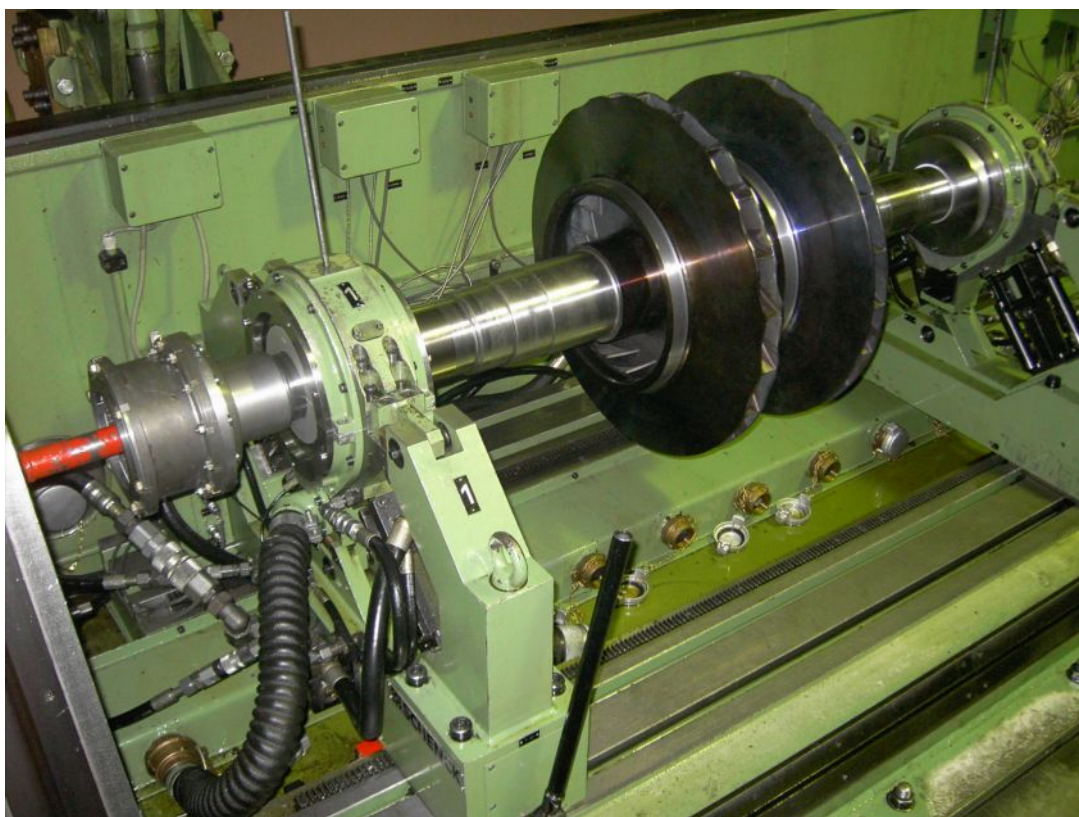


Рис. 6.1 – Общий вид ротора первой группы

Пример экспериментальных ДКВ роторов этой группы (ротор сменной проточной части СПЧ-6.3В/24-1.7) в плоскостях коррекции на рабочих колесах (РК1 и РК2) а также полумуфте (ПМ) и упорном диске (УД) приведены на рисунках 6.2 и 6.3.

Балансировка этих роторов производится в плоскости коррекции на одном из рабочих колес (для устранения изгиба по первой форме колебаний) и в плоскостях коррекции на консольных участках (для устранения моментного дисбаланса ротора как жесткого тела). Для таких роторов характерно малое влияние дисбалансов рабочих колес на частотах вращения выше первой критической частоты (кривые РК1, РК2), а также малое влияние дисбалансов консольных участков (кривая ПМ) на частотах в районе первой критической частоты.



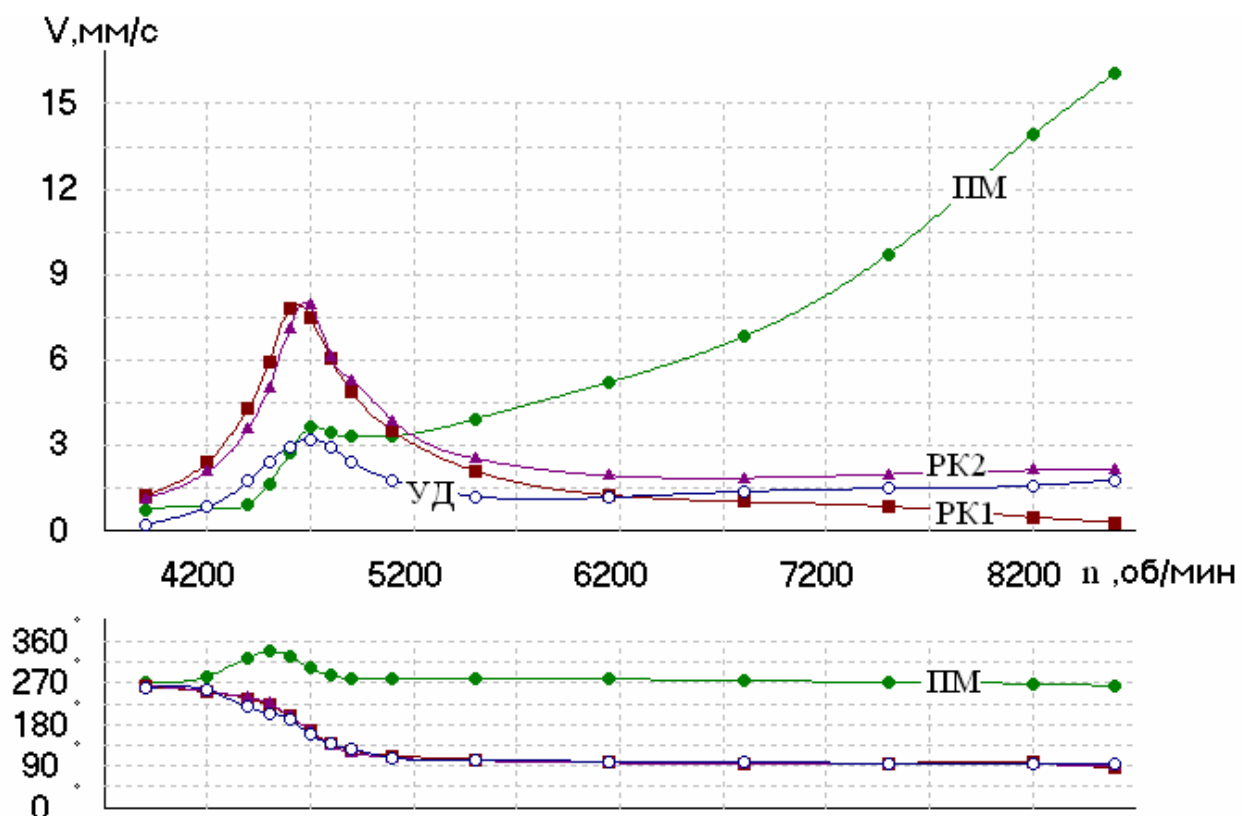


Рис. 6.2 – ДКВ ротора первой группы по передней опоре

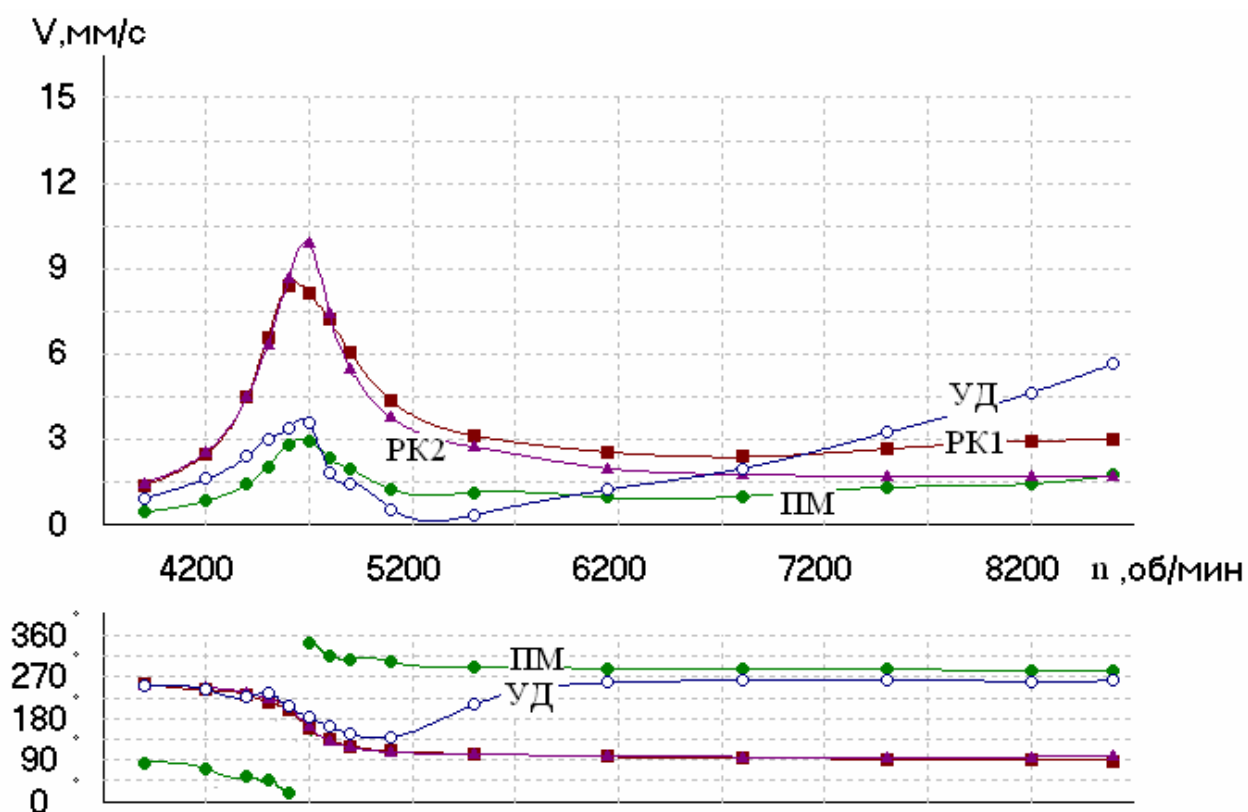


Рис. 6.3 – ДКВ ротора первой группы по задней опоре

За первой критической частотой дисбалансы на консольных участках в основном влияют на ближнюю к ним опору, а значения ДКВ увеличиваются нелинейно с ростом частоты вращения. Фаза колебаний по опорам существенно меняется только при прохождении первой критической частоты.

Если конструкция ротора не позволяет производить коррекцию дисбалансов на одном из консольных участков (например, упорный диск находится не на консольном участке, а между опорами, но близко к одной из опор), то он используется в качестве плоскости коррекции. В этом случае ДКВ от дисбалансов в рабочем диапазоне частот вращения тоже в основном влияют на ближнюю к ним опору, только эта зависимость практически линейная (кривые УД на рисунках 6.2, 6.3). Для таких роторов оказалось достаточным уравнивание на двух частотах вращения: в районе первой критической частоты и на максимальной рабочей частоте вращения. При этом, используя описанные выше достоверные математические модели, оказывается возможным ограничиться только нулевым и контрольным пусками. При высокой точности уравнивания (остаточные вибрации опор во всем диапазоне разгона доводятся до 0.2-0.5 мм/с) ротор оказывается уравновешенным и как жесткое тело, согласно третьему классу точности по ГОСТ 22061-76 или ИСО 1940.

Ко **второй** группе относятся многоколесные роторы, рабочая частота которых находится между первой и второй критическими частотами. Она состоит из двух подгрупп. Первая - роторы с частотой вращения 3710-5565 об/мин (рис.В.1,б). В основном это роторы агрегатов для дожимных компрессорных станций мощностью 16 МВт. Масса таких роторов колеблется в пределах 1700-2300 кг. После поэтапного уравнивания таких роторов на низкооборотных балансировочных станках в процессе сборки, для их окончательного уравнивания на рабочих частотах вращения достаточно двух-трех плоскостей коррекции на рабочих колесах. Ко второй подгруппе относятся роторы агрегатов для подземных хранилищ газа или дожимных компрессорных станций мощностью 6.3 или 8 МВт с частотой вращения 5740-

8610 об/мин, а также часть роторов компрессоров высокого давления высокооборотных ТКА. Роторы этой подгруппы, как и роторы первой группы, достаточно балансировать на двух частотах вращения, но с контролем сбалансированности ротора как жесткого тела. Балансировку можно проводить с использованием тех же плоскостей коррекции, что и для роторов первой группы, или с использованием двух крайних и одного среднего колеса.

К **третьей** группе относятся высокооборотные многоколесные роторы турбокомпрессорных агрегатов, работающие ближе ко второй критической частоте (рис.2.1, рис.6.4.). Мощность таких агрегатов, используемых для сбора и транспортировки нефтяного газа или газопереработки, составляет 16,10 или 8 МВт, максимальная частота вращения 10900-13500 об/мин. В составе валопровода последовательно соединены шестерня мультипликатора, и два-три ротора компрессоров с развитыми консольными участками, соединенные зубчатыми муфтами.

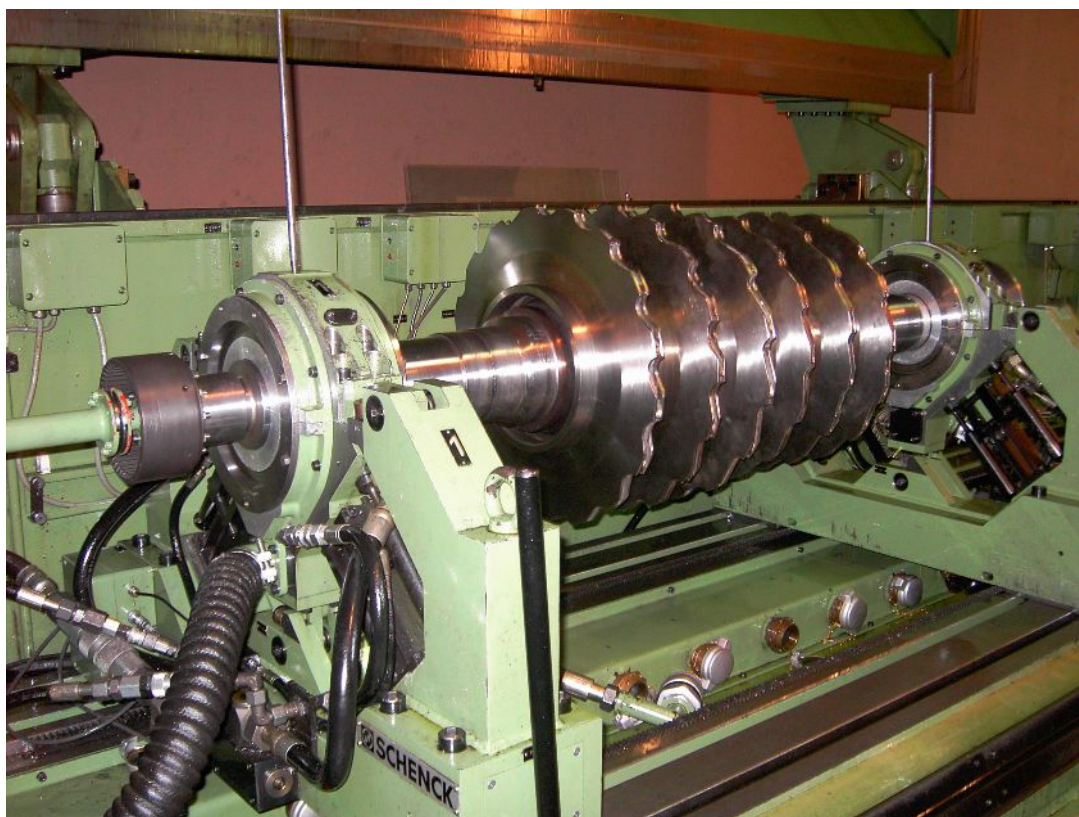


Рис. 6.4 – Общий вид ротора третьей группы

Экспериментальные ДКВ ротора этой группы (компрессор 183ГЦ2-50/26-102М1) от дисбалансов, приложенных на рабочих колесах первой-шестой ступеней (РК1, РК2, РК3, РК5, РК6) приведены на рисунках 6.5 и 6.6.

Для достижения хорошего вибрационного состояния таких роторов в эксплуатационных условиях, согласно стандарту VDI 2056 и API 617, балансировка на РБС проводится на не менее чем пяти частотах вращения в пяти-шести плоскостях коррекции, включая три-четыре плоскости коррекции на рабочих колесах и плоскости коррекции на консольных участках. Необходимые частоты вращения включают: частоту 0.3-0.4 от первой критической частоты – для уравнивания ротора как жесткого тела, 0.93 – 0.95 и 1.03-1.05 от первой критической частоты – для устранения изгиба по первой форме колебаний, а также 3-4 частоты в диапазоне рабочих частот вращения.

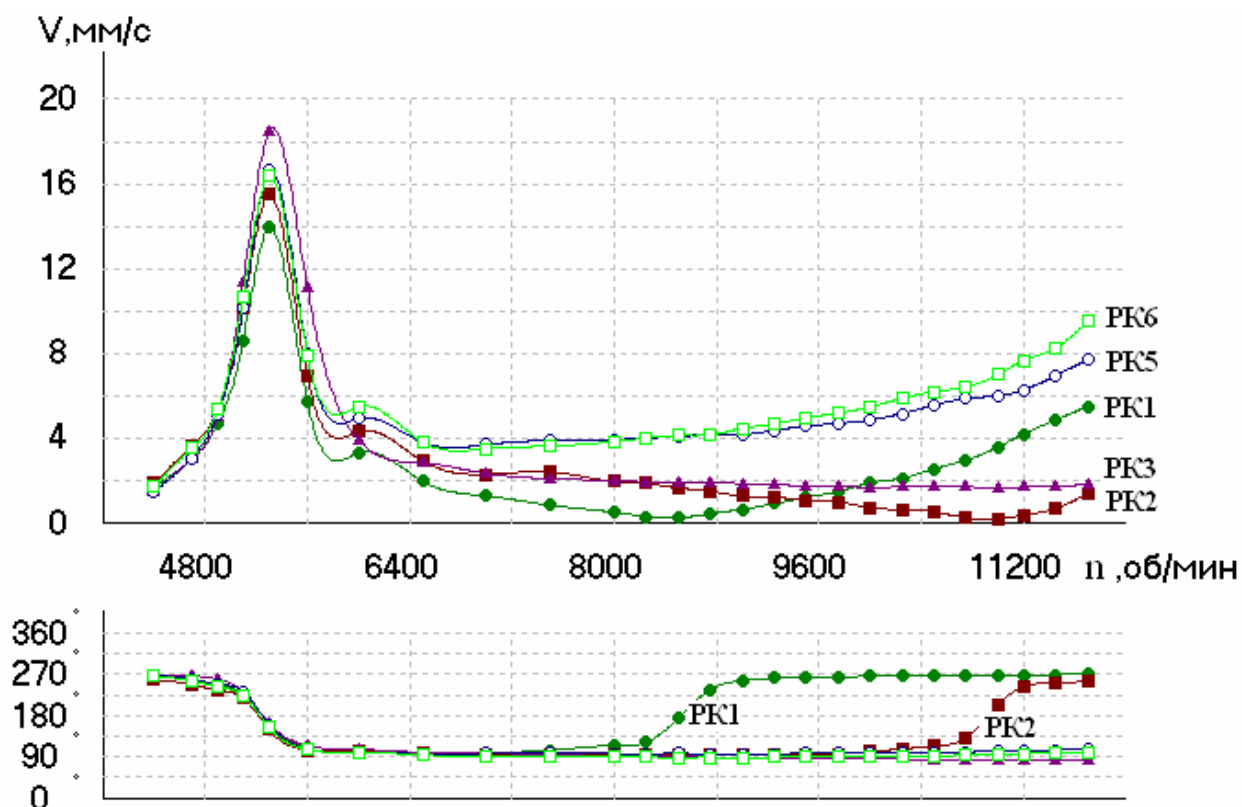


Рис. 6.5 – ДКВ ротора третьей группы по передней опоре

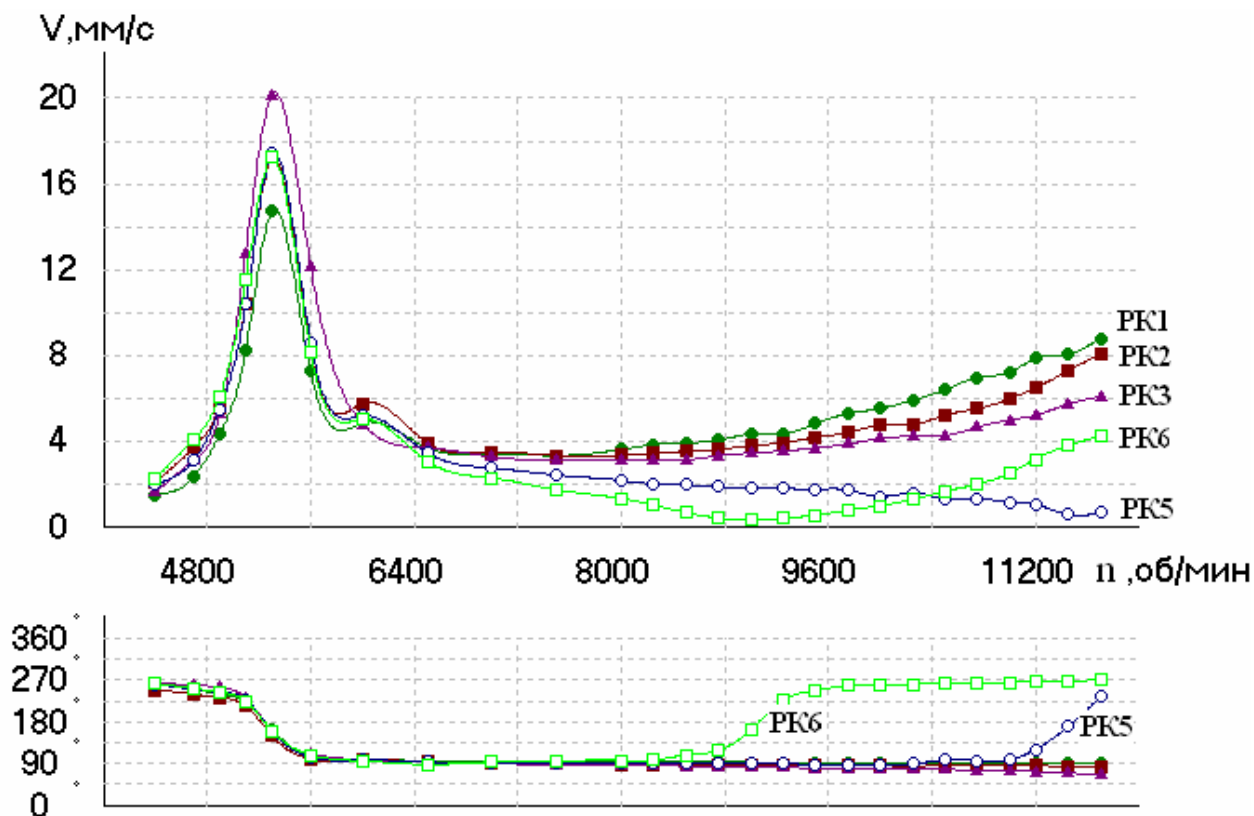


Рис. 6.6 – ДКВ ротора третьей группы по задней опоре

Необходимость такого количества частот и плоскостей коррекции определяется тем, что рост амплитуды колебаний опор не всегда связан с увеличением частоты вращения, а фаза колебаний может меняться во всем диапазоне разгона. Это объясняется тем, что дисбалансы на рабочих колесах имеют влияние на обе опоры, а характер изменения ДКВ существенно зависит от расположения рабочих колес и частоты вращения. Для таких роторов выбор оптимальных плоскостей коррекции для уравнивания конкретного ротора зависит от соотношения величины и фазы вибрации опор в исходном состоянии. Поэтому определение ДКВ расчетным путем для таких роторов, с целью уменьшения количества пробных пусков, является особенно актуальным. Ниже проведены расчеты и сравнительный анализ возможности балансировки различных типов роторов по расчетным динамическим коэффициентам влияния.

### 6.3 Балансировка роторов по расчетным динамическим коэффициентам влияния.

Используя математические модели роторов, полученные в главе 5.1, для различных типов роторов по программе расчета вынужденных колебаний были определены расчетные значения ДКВ для всех конструктивно возможных плоскостей коррекции, и построены матрицы коэффициентов влияния вида 6.5.

Далее по программе многоплоскостной балансировки, используя расчетные и экспериментальные матрицы ДКВ, для исходного состояния роторов определялись уравновешивающие системы грузов.

В качестве примера приведем результаты балансировки для двух типов роторов – первого и третьего типа.

Для ротора первого типа (рисунок 6.1) в качестве плоскостей коррекции использованы полумуфта (ПМ), рабочее колесо второй ступени (РК2) и упорный диск (УД). Результаты расчета уравновешивающих систем приведены в таблице 6.2.

Таблица 6.2

Корректирующие системы грузов ротора первой группы

Плоскость коррекции	Экспериментальные ДКВ		Теоретические ДКВ		Погрешность	
	Дисбаланс, кг·м	Угол, градус	Дисбаланс, кг·м	Угол, градус	Дисбаланс, %	Угол, градус
ПМ	0.00493	151	0.00494	149	-0.2	2
РК2	0.1125	3	0.1005	359	10.7	4
УД	0.00814	170	0.00801	175	1.6	-5

Как видно из таблицы 6.2 погрешность определения корректирующих грузов находится в пределах 1-11 %, а угловое отклонение составляет 2-5 градусов.

На рисунке 6.7 приведено исходное состояние (кривая Исх. сост.) и результаты балансировки ротора. Используя полученные по программе балансировки уравновешивающие системы грузов, были определены ожидаемые остаточные вибрации опор РБС, рассчитанные по экспериментальным ДКВ, при установке на ротор теоретической (кривая Рас\_ДКВ) и экспериментальной (кривая Экс\_ДКВ) системы грузов.

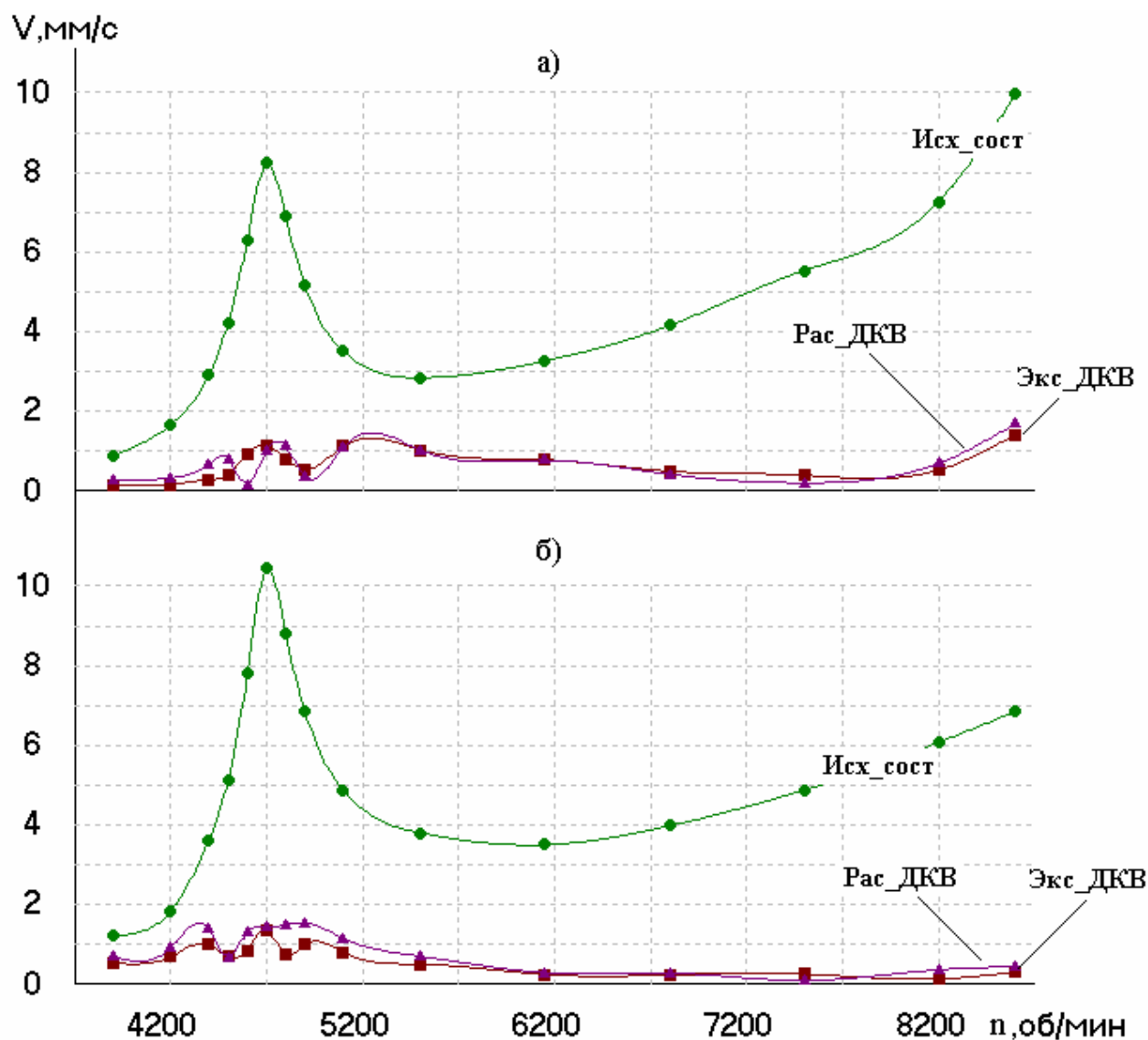


Рис 6.7 - Результаты балансировки двухколесного ротора

а) – передняя опора б) – задняя опора

Как видно из рисунка 6.7 рабочем диапазоне 6150 – 8610 об/мин, разница в модулях ожидаемых вибраций при установке на ротор системы грузов

составляет 0.1– 0.3 мм/с, а в районе первой критической частоты 0.2 – 0.5 мм/с при допустимых вибрациях 1.8 мм/с.

Из полученных результатов следует, что для гибких роторов, работающих вблизи первой критической частоты, балансировку можно проводить на основании расчетных ДКВ без пробных пусков.

Для ротора третьего типа, представленного на рисунке 6.4, были проведены расчеты уравнивающих грузов при балансировке в трех плоскостях коррекции (рабочие колеса первой (РК1), третьей (РК3) и шестой (РК6) ступеней) а также при балансировке в одной плоскости коррекции за счет колеса первой ступени. Результаты расчета уравнивающих систем приведены в таблице 6.3.

Таблица 6.3

## Корректирующие системы грузов ротора третьей группы

Плоскость коррекции		Экспериментальные ДКВ		Теоретические ДКВ		Погрешность	
		Дисбаланс, кг·м	Угол, градус	Дисбаланс, кг·м	Угол, градус	Дисбаланс, %	Угол, градус
3 плоскости	РК1	0.0092	194	0.00982	199	-6.7	-5
	РК3	0.00807	322	0.00692	337	14.3	-15
	РК6	0.00803	125	0.00727	116	9.5	9
Только РК1		0.00644	229	0.00630	297	2.2	2

Как видно из таблицы 6.3 погрешность определения корректирующих грузов для системы из трех дисбалансов находится в пределах 2-15 %, а угловое отклонение составляет 2 – 15 градусов. При использовании только одной плоскости коррекции погрешность определения величины груза составляет 2.2 %, а угловое отклонение – 2 градуса.



Также на рисунке 6.8 приведено исходное состояние и результаты ожидаемых остаточных вибраций опор РБС, определенные по экспериментальным ДКВ, при установке на ротор теоретической (кривая Рас\_ДКВ) и экспериментальной (кривая Экс\_ДКВ) системы грузов рассчитанной для трех плоскостей коррекции.

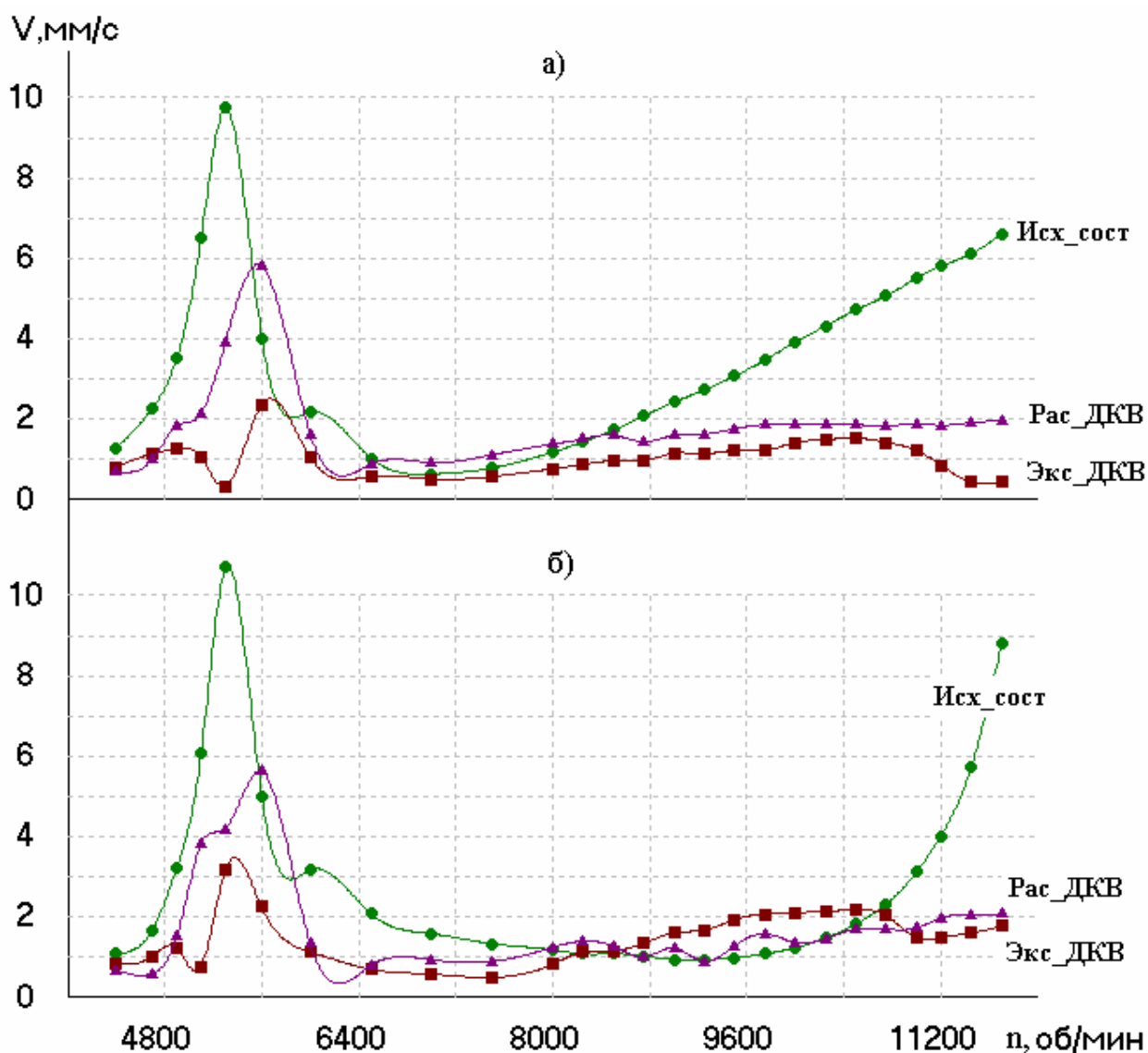


Рис. 6.8 - Результаты балансировки шестиколесного ротора  
а) – передняя опора б) – задняя опора

Как видно из рисунка 6.8 в рабочем диапазоне 7640 – 118400 об/мин, разница в модулях ожидаемых вибраций при установке на ротор системы

грузов составляет 0.5–1.4 мм/с, а в районе первой критической частоты 2 – 3 мм/с при допустимых вибрациях 1.8 мм/с.

Результаты балансировки ротора с помощью расчетных и экспериментальных ДКВ в одной плоскости коррекции приведены на рисунке 6.9. В этом случае разница в остаточных ожидаемых вибрациях во всем диапазоне частот вращения не превышает 0.3 мм/с, и только в районе критической частоты составляет 1.5 – 2.0 мм/с.

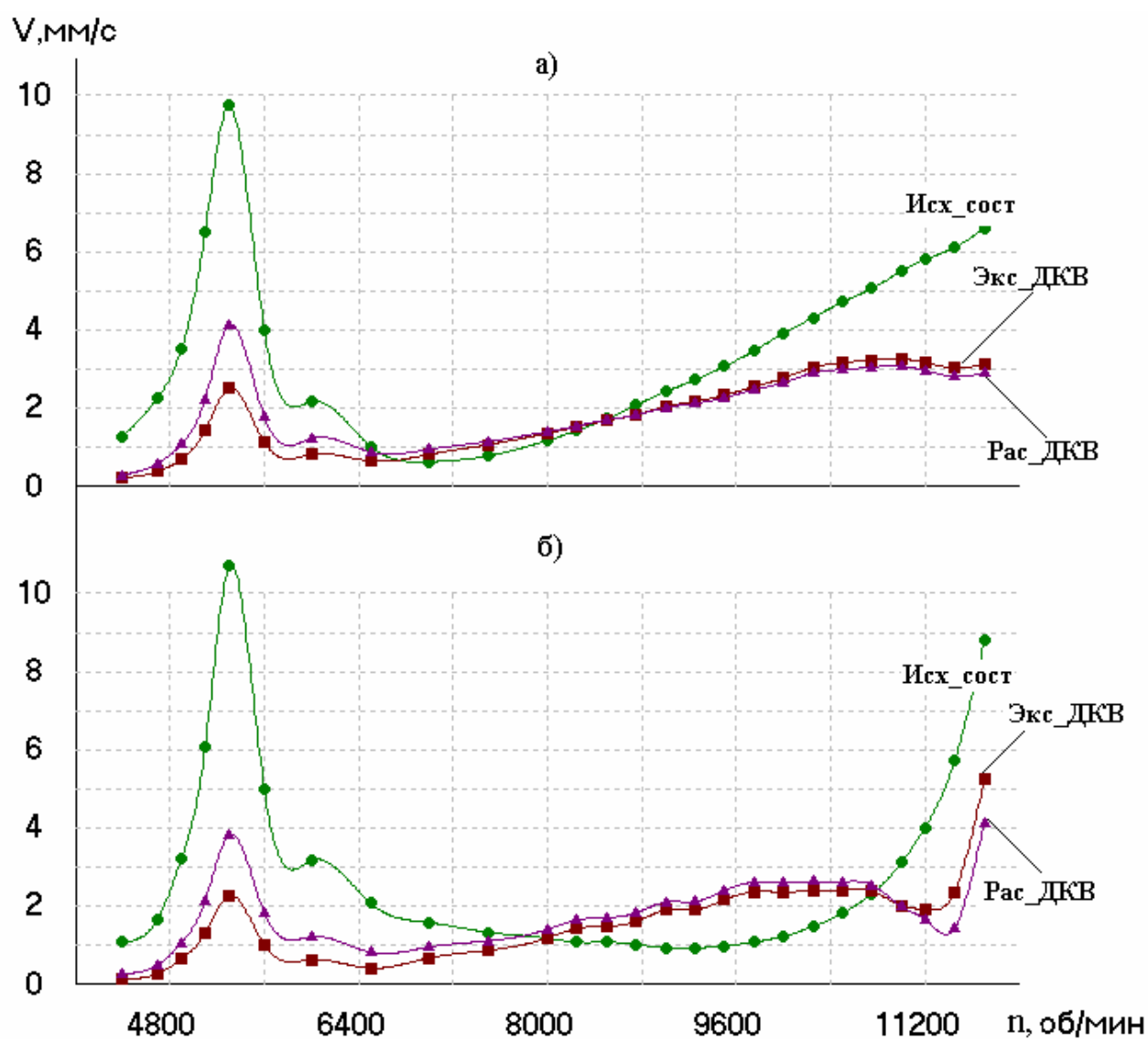


Рис. 6.9 - Результаты балансировки в одной плоскости  
а) – передняя опора б) – задняя опора

Так как на РБС качество уравнивания ротора контролируется только по опорам, устранение динамических прогибов по всей длине гибких многоколесных роторов существенно зависит от правильного выбора плоскостей коррекции.

Поэтому для таких роторов реализован следующий подход. С использованием коэффициентов жесткости и сопротивления подшипников подобного ротора по программе расчета вынужденных колебаний для всех конструктивно возможных плоскостей коррекции определяются расчетные ДКВ. По экспериментально замеренным значениям виброскорости опор для исходного состояния ротора выбирается та комбинация плоскостей коррекции, которая при приемлемых значениях корректировочных грузов дает минимальные значения остаточной виброскорости опор.

Таким образом, для каждого ротора из одной серии используются только наиболее целесообразные для его уравнивания плоскости коррекции. При этом выбираются не только число плоскостей коррекции, но и последовательность съема металла при пробных пусках. Учитывая, что балансировка роторов в одной плоскости по расчетным и экспериментальным ДКВ практически не отличается, с целью уточнения угла съема и величины пробного груза последующие их значения в процессе пробных пусков корректируются с учетом результатов предыдущего пуска. Такой подход позволяет снижать уровень вибрации в процессе проведения пробных пусков и является гарантией того, что динамические усилия на опоры при очередном разгоне ротора не превысят допустимые для стенда значения.

Когда же получены экспериментальные ДКВ для достаточного числа плоскостей коррекции, они объединяются в файл, и балансировка следующих роторов данной серии проводится по объединенной матрице коэффициентов влияния, без проведения пробных пусков. Такой подход позволяет не только уменьшить количество пробных пусков для каждого ротора, но и получать экспериментальные данные для оценивания коэффициентов жесткости и демпфирования подшипников для данного типа роторов.

#### **6.4 Методы определения наиболее эффективных мест расположения плоскостей коррекции**

Как известно, виброперемещения или виброскорости опор лишь при определенных условиях могут качественно характеризовать колебания непосредственно опирающихся на них участков роторов, однако они не позволяют дать адекватное заключение об опасности задеваний валопровода об элементы статоров. Поэтому выполнение второй задачи балансировки, а именно устранение реакций опор на рабочей частоте вращения, является необходимым, но не достаточным условием.

Гибкий ротор, рабочая частота которого лежит между первой и второй критическими частотами, можно уравновесить посредством трех и более плоскостей коррекции. В зависимости от соотношения амплитуд и фаз вибрации на опорах в многоколесном роторе нужно выбрать такой оптимальный набор плоскостей коррекции, который при возможно меньшем их количестве и конструктивно приемлемой массе уравновешивающей системы будет давать минимальное значение вибрации опор в диапазоне частот вращения ротора от нуля до максимальных. При различии жесткостей опор стенда и компрессора балансировка ротора с минимальными остаточными вибрациями во всем диапазоне частот вращения на РБС является необходимым условием гарантии сбалансированности ротора и в рабочем состоянии. Известно, чем больше плоскостей коррекции используется для уравновешивания, тем более качественной сбалансированности ротора можно добиться. С другой стороны, большое число плоскостей коррекции несет за собой большее накопление погрешностей по массе и углу каждого груза уравновешивающей системы, что в свою очередь может привести к вибрациям большим, чем при использовании меньшего количества плоскостей коррекции. Для большинства роторов турбокомпрессоров коррекция дисбаланса выполняется за счет устранения металла, поэтому при проведении пробных пусков желательно, чтобы в каждой плоскости коррекции угол размещения

пробной массы был как можно ближе к углу, определенному расчетом после проведения всех пробных пусков.

При использовании расчетных ДКВ в программе балансировки был разработан блок определения оптимального числа плоскостей коррекции. Это алгоритм следующий:

- используя математическую модель ротора, рассчитываются ДКВ для всех конструктивно возможных плоскостей коррекции и строится полная матрица расчетных ДКВ;

- из опыта балансировки ротора подобного типа и требований чертежей в программу балансировки заносится максимально возможная величина корректировочного груза для каждой предполагаемой плоскости коррекции;

- заносится допустимое значение остаточной виброскорости опор после уравнивания ротора;

- далее рассчитываются уравнивающие комбинации для всех возможных сочетаний плоскостей коррекции начиная с одной плоскости и до максимального их количества;

- из всех вариантов для уравнивания выбирается та система грузов, которая при минимальной суммарной массе корректировочных грузов позволяет уравновесить ротор с заданной точностью во всем диапазоне частот вращения.

В качестве примера, приведем сравнительный анализ различных комбинаций уравнивающих систем при балансировке роторов первой и третьей групп.

Для ротора первой группы, представленного на рисунке 6.1 в качестве возможных плоскостей коррекции используется полумуфта (ПМ) рабочие колеса первой (РК1) и второй ступеней (РК2) ступеней а также упорный диск. Величины грузов в кг·м и углы установки в градусах, при различных комбинациях для уравнивания приведены в таблице 6.4.

## Уравновешивающие комбинации для ротора первой группы

Плоскости коррекции	Номер комбинации		
	1	2	3
ПМ	0.00422/155°	0.00588/157°	0.00493/151°
РК1	0.00545/116°	0.00933/1°	-
РК2	0.01489/341°	-	0.01125/3°
УД	0.00892/163°	0.00567/165°	0.00814/170°

Исходное состояние ротора (линия Исх\_сост) и результаты его уравновешивания с помощью всех комбинаций (линии 1,2,3) представлены на рисунке 6.10.

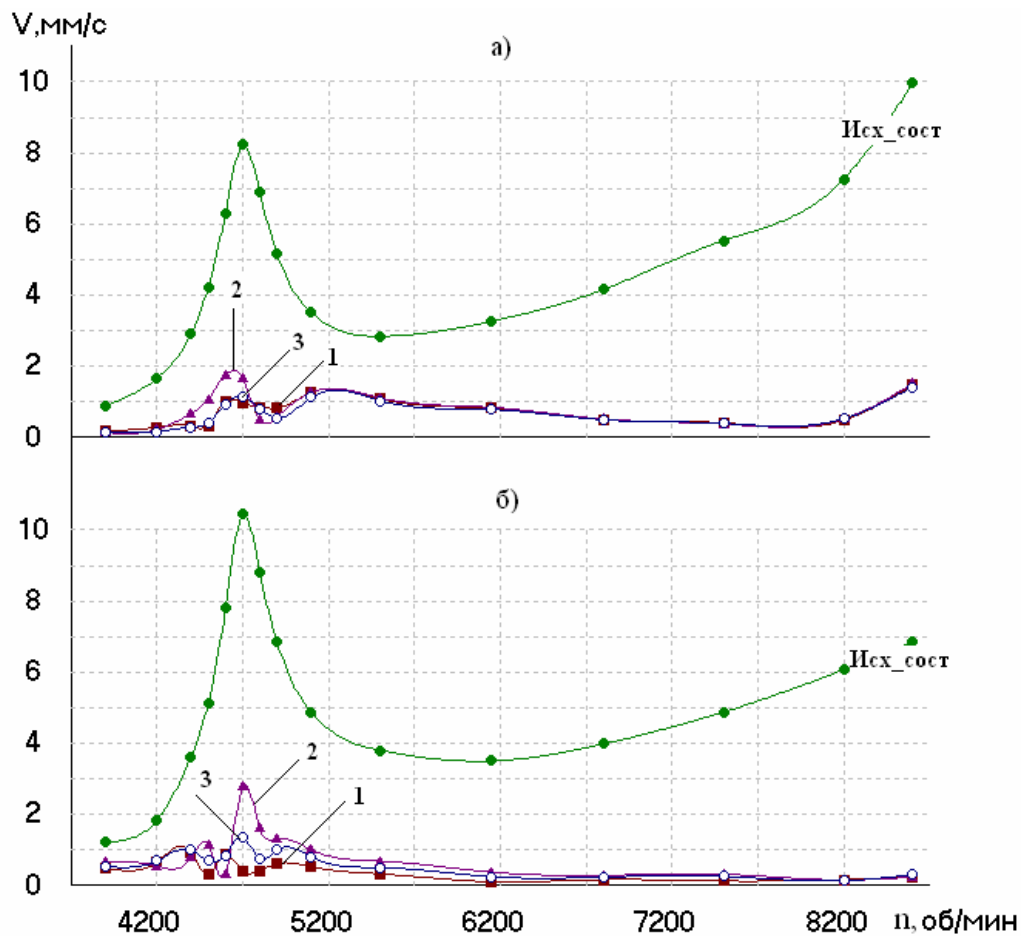


Рис. 6.10 - Результаты балансировки ротора первой группы различными комбинациями грузов: а) – передняя опора б) – задняя опора

Как видно из рисунка, в диапазоне рабочих частот вращения результаты балансировки роторов для всех комбинаций практически совпадают, а в районе первой критической частоты меньшие остаточные значения виброскорости опор возникают при пользовании комбинации из четырех плоскостей коррекции, и при использовании комбинации №3. За основную выбирается комбинация №3, для реализации которой суммарная масса корректирующей системы меньшая.

Для ротора третьей группы, представленного на рисунке 6.4, в качестве возможных плоскостей коррекции используется рабочие колеса первой (РК1), второй (РК2), третьей (РК3), пятой (РК5) и шестой (РК6) ступеней. Величины грузов в кг·м и углы их установки в градусах, при различных комбинациях для уравнивания приведены в таблице 6.5.

Таблица 6.5.

Уравнивающие комбинации для ротора третьей группы

Плоскости коррекции	Номер комбинации				
	1	2	3	4	5
РК1	0.00841/246°	0.0101/198°	-	0.0064/225°	-
РК2	0.00471/142°	-	0.00848/181°	-	-
РК3	0.00383/286°	0.00756/335	0.00912/289°	-	-
РК5	0.01355/60°	°-	0.00857/133°	-	-
РК6	0.00843/228°	0.00526/133	-	-	0.0019/45°

На рисунке 6.11 представлены исходное состояние ротора (линия Исх\_сост) и результаты его уравнивания с помощью всех комбинаций (линии 1,2,3). Как видно из рисунка, самая неблагоприятная ситуация – использование второй комбинации грузов, состоящей из плоскостей коррекции на колесах первой, третьей и шестой ступеней. Для уравнивания ротора в рабочем диапазоне частот вращения 7640 – 118400 об/мин и в районе первой

критической частоты комбинация из пяти плоскостей коррекции, и комбинация №3 практически равнозначны. За основную выбирается комбинация №3, для реализации которой суммарная масса корректирующей системы меньшая.

Был также рассмотрен вариант использования для уравнивания одной плоскости коррекции. Такая ситуация иногда возникает, когда при начальном пуске возникают настолько высокие реакции в опорах, что нет возможности разогнать ротор до максимальной частоты вращения и начать проводить пробные пуски. В этом случае удобнее всего сначала можно снизить вибрации за счет подбалансировки ротора в одной плоскости.

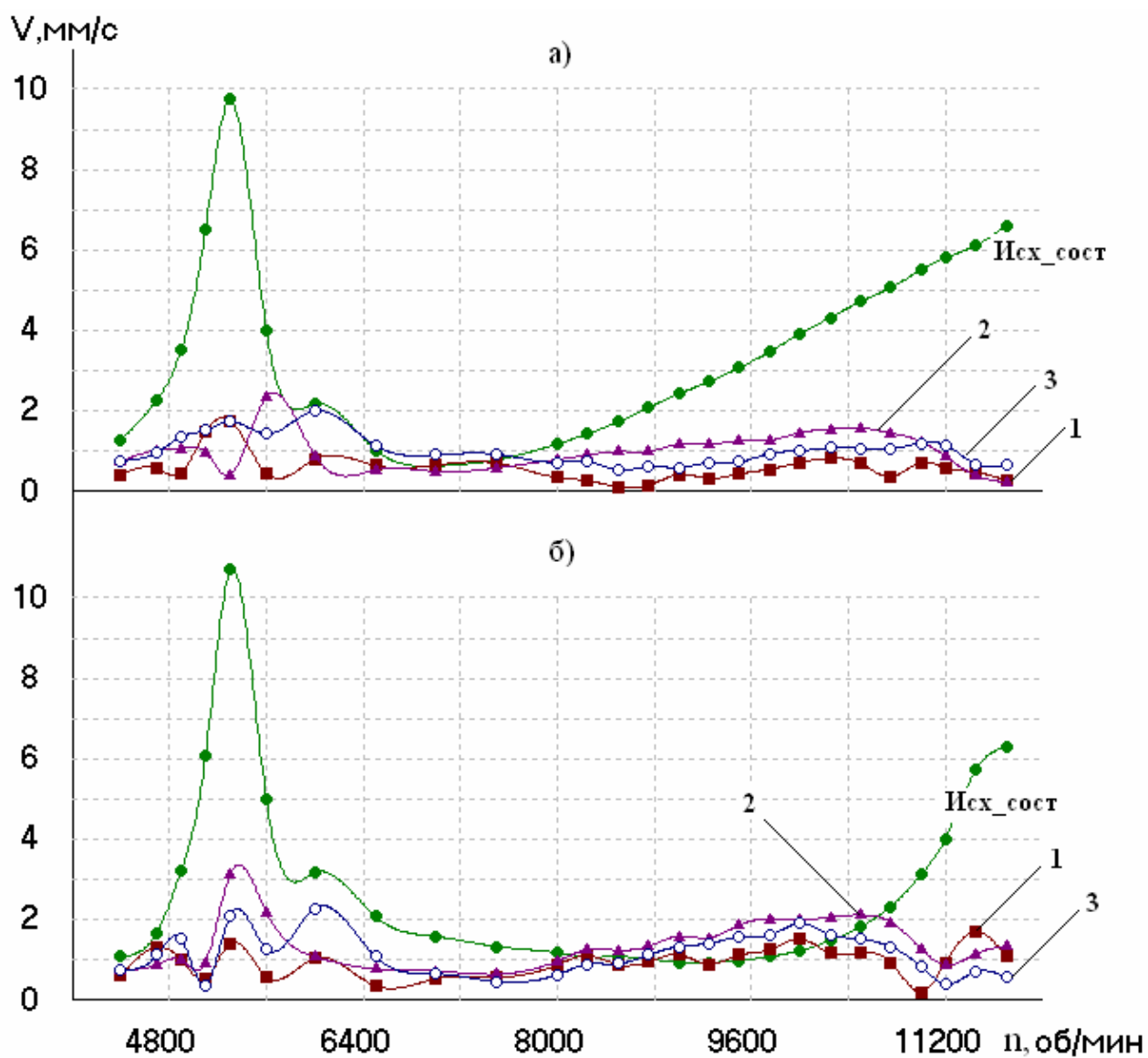


Рис. 6.11 - Результаты балансировки ротора третьей группы различными комбинациями грузов: а) – передняя опора б) – задняя опора



На рисунке 6.12 представлены исходное состояние ротора (линия Исх\_сост) и результаты его уравнивания с помощью плоскости коррекции на одном из крайних колес (линии 4 и 5).

Как видно из рисунка, использование плоскости коррекции на колесе первой ступени существенно снижает виброскорость опор во всем диапазоне частот вращения, включая критические. При этом расчетное значение угла и величины корректировочного груза близко к значениям в этой плоскости при использовании комбинации, что также будет способствовать ускорению процесса балансировки.

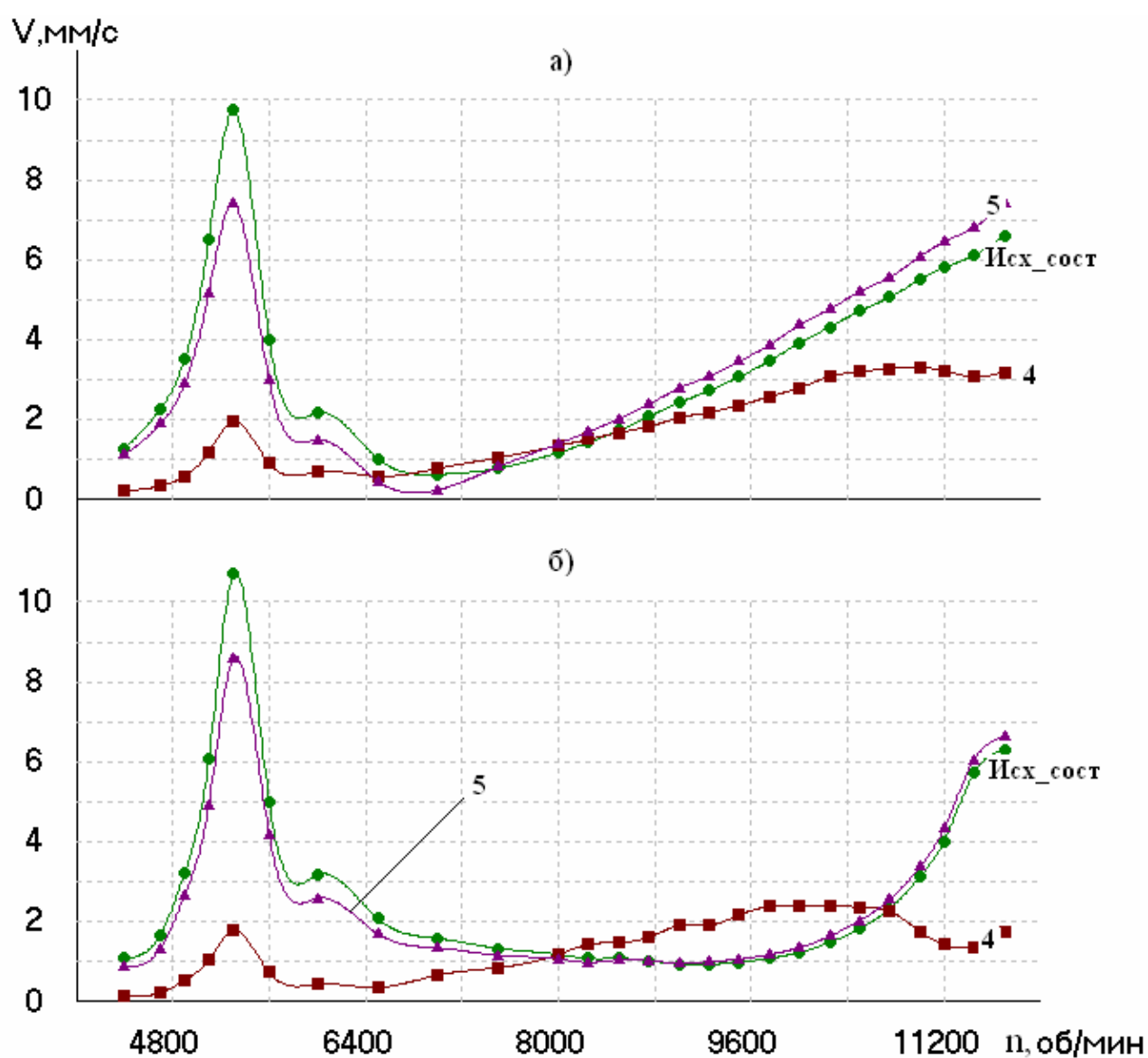


Рис. 6.12 - Результаты балансировки ротора третьей группы в одной плоскости коррекции: а) – передняя опора б) – задняя опора

Балансировка данного ротора за счет плоскости коррекции на шестом колесе невозможна, потому что уменьшение вибрации в районе первой критической частоты будет вызывать повышение виброскорости на максимальных частотах вращения, и наоборот уменьшение вибрации на максимальных частотах вращения приведет к существенному повышению амплитуд при прохождении первой критической частоты.

### **6.5 Оценка качества уравнивания**

Как уже отмечалось ранее, при балансировке заранее неизвестно распределение дисбалансов по длине ротора. Поэтому при практическом уравнивании решается вторая задача балансировки, а именно: определить, и установить такую систему корректирующих масс, чтобы минимизировать динамические реакции опор, снизить изгиб ротора по всей его длине для исключения задеваний ротора о статор и обеспечить сбалансированность в заданном диапазоне скоростей. Теоретическому исследованию задач компенсации дисбалансов, распределенных по определенному закону, грузами в ограниченном числе плоскостей посвящено много работ в 50-70 – х годах. В основном в них рассматривается симметричный ротор постоянного сечения, поведение которого легко описать аналитически. Реальный ротор переменного сечения с распределенной массой можно исследовать только с помощью численных методов. Полученные в работе достоверные математические модели роторов и, соответственно, расчетные ДКВ, близкие к экспериментальным, позволили не только оценить качество балансировки ротора по опорам, а и определять его динамические прогибы по всей длине.

Для различных комбинаций дисбалансов по программе вынужденных колебаний были рассчитаны вибрации опор во всем диапазоне разгона ротора. Эти результаты являются исходным пуском для программы балансировки. Далее по программе балансировки гибких роторов определены различные комбинации для уравнивания. Затем, вновь решая задачу вынужденных

колебаний с приложенными на ротор одновременно начальными дисбалансами и системой корректирующих грузов, определялись динамические прогибы ротора в районе уплотнений во всем диапазоне частот вращения.

Для роторов первой группы оказалось, что независимо от распределения начальных дисбалансов, его уравнивание с точностью 0.4-0.7 мм/с в трех плоскостях коррекции (см. раздел 6.2) гарантирует динамические прогибы по длине ротора не более 3-7 мкм. Учитывая сочетание характеристик ДКВ, описанное в разделе 6.2, использование метода наименьших квадратов позволяет сразу выбрать оптимальные плоскости коррекции.

В качестве примера для ротора третьей группы выбран худший случай, когда распределенный дисбаланс по 0.001 кг·м в фазе на рабочих колесах компенсирован ограниченным числом плоскостей коррекции. Результаты расчетов приведены в таблице 6.6.

Таблица 6.6.

Уравнивающие комбинации грузов для ротора третьей группы

Плоскости коррекции	Начальные дисбалансы, кг·м/градус	Уравнивающие комбинации	
		1	2
PK1	0.001/180°	0.0011/0°	-
PK2	0.001/180°	-	0.0048/0°
PK3	0.001/180°	0.00235/0°	0.0032/180°
PK5	0.001/180°	-	0.0034/0°
PK6	0.001/180°	0.00153/0°	-

На рисунке 6.13 приведено исходное состояние ротора только при действии приложенных дисбалансов (линия Исх\_сост), и суммарная виброскорость опор при общем действии начальных дисбалансов, и компенсирующих комбинаций (линии 1 и 2). Как видно из рисунка, независимо от используемых плоскостей коррекции виброскорость опор во всем диапазоне

частот остается минимальной. Из этого можно сделать вывод, что любой вид дисбаланса, распределенный в срединной части ротора можно уравновесить достаточно точно в трех плоскостях коррекции, используя только рабочие колеса.

На рисунке 6.14 приведены также амплитуды динамического прогиба ротора под уплотнениями колес первой и шестой ступеней.

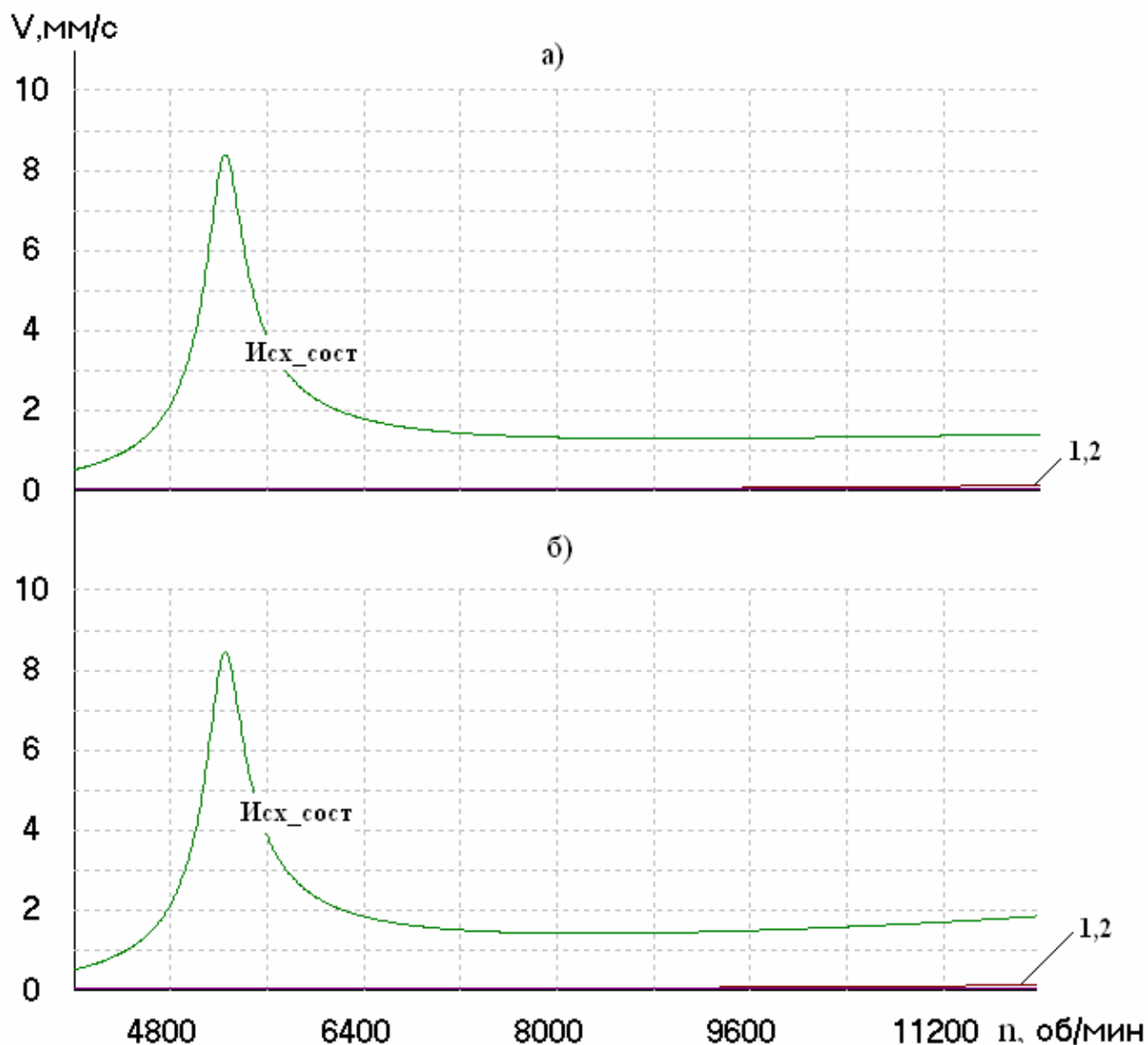


Рис. 6.13 - Результаты балансировки ротора третьей группы ограниченным числом плоскостей: а) – передняя опора б) – задняя опора

Как видно из рисунка 6.14 независимо от способа уравновешивания дисбалансов, расположенных на рабочих колесах высокое качество

уравновешивания ротора по опорам гарантирует малые динамические прогибы по длине во всем диапазоне разгона ротора. Учитывая линейную зависимость между виброскоростью и дисбалансами можно сделать вывод, что при остаточных вибрациях меньших 1 мм/с, динамические прогибы ротора не будут превышать 3-5 мкм.

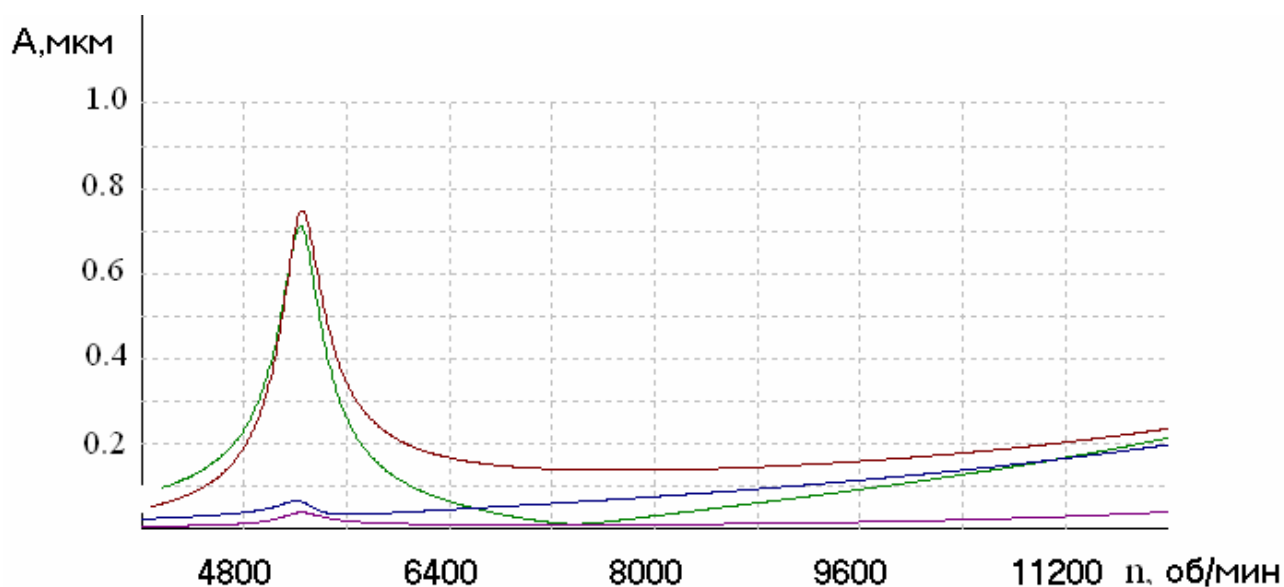


Рис. 6.14 – Динамические прогибы ротора в районе рабочих колес

При балансировке роторов с развитыми консольными участками для уравновешивания рекомендуется включать также плоскости коррекции, расположенные на полумуфтах. Поскольку число плоскостей коррекции при балансировке ротора ограничено, в процессе эксплуатации турбокомпрессора могут возникать ситуации, когда при удовлетворительных уровнях вибрации опор возникают значительные динамические прогибы на консольных участках. Такая ситуация приводит к расцентровке валопровода, ухудшает нормальную работу муфт и вызывает дополнительные напряжения от изгибающих моментов. С использованием достоверных расчетных ДКВ роторов появилась возможность исследовать и данную проблему методом численного эксперимента. На примере ротора третьей группы (рис.6.4) с использованием расчетных ДКВ рассмотрены различные комбинации балансировки, когда

дисбалансы, расположенные в срединной части ротора уравнивались грузами на полумуфтах и, наоборот дисбалансы, на консольных участках компенсировались за счет плоскостей коррекции на рабочих колесах. Результаты расчетов приведены в таблице 6.7.

Таблица 6.7

## Комбинации уравнивания ротора третьей группы

Вариант	Система дисбалансов	Грузы в плоскостях коррекции (кг·м /угол, град)						
		ПМ1	РК1	РК2	РК3	РК5	РК6	ПМ2
1	Исх. сист.	-	0.001 ----- 180°	0.001 ----- 180°	0.001 ----- 180°	0.001 ----- 180°	0.001 ----- 180°	-
	Корр. сист.	0.00003 ----- 180°	-	-	0.00475 ----- 180°	-	-	0.00026 ----- 0°
2	Исх. сист.	0.001 ----- 180°	-	-	-	-	-	0.001 ----- 180°
	Корр. сист.	-	0.0109 ----- 0°	-	0.0177 ----- 180°	-	0.0087 ----- 0°	-
3	Исх. сист.	-	0.001 ----- 180°	0.001 ----- 180°	0.001 ----- 180°	0.001 ----- 0°	0.001 ----- 0°	-
	Корр. сист.	0.00079 ----- 0°	-	-	0.00089 ----- 0°	-	-	0.00059 ----- 180°
4	Исх. сист.	0.001 ----- 180°	-	-	-	-	-	0.001 ----- 0°
	Корр. сист.	-	0.00084 ----- 0°	-	0.00273 ----- 0°	-	0.0037 ----- 1800°	-

В результате расчетов оказалось, что при всех комбинациях уравнивания можно добиться приемлемых остаточных вибраций (0.1-0.6 мм/с) по опорам во всем диапазоне частот вращения ротора. На рисунке 6.15 приведено исходное состояние (кривые Исх\_ОП1 и Исх\_ОП2) и результаты балансировки (кривые Бал\_ОП1 и Бал\_ОП2) по передней и задней опорам для

самой неблагоприятной комбинации №4, когда моментный дисбаланс на муфтах устраняется за счет плоскостей коррекции на среднем, и двух крайних колесах.

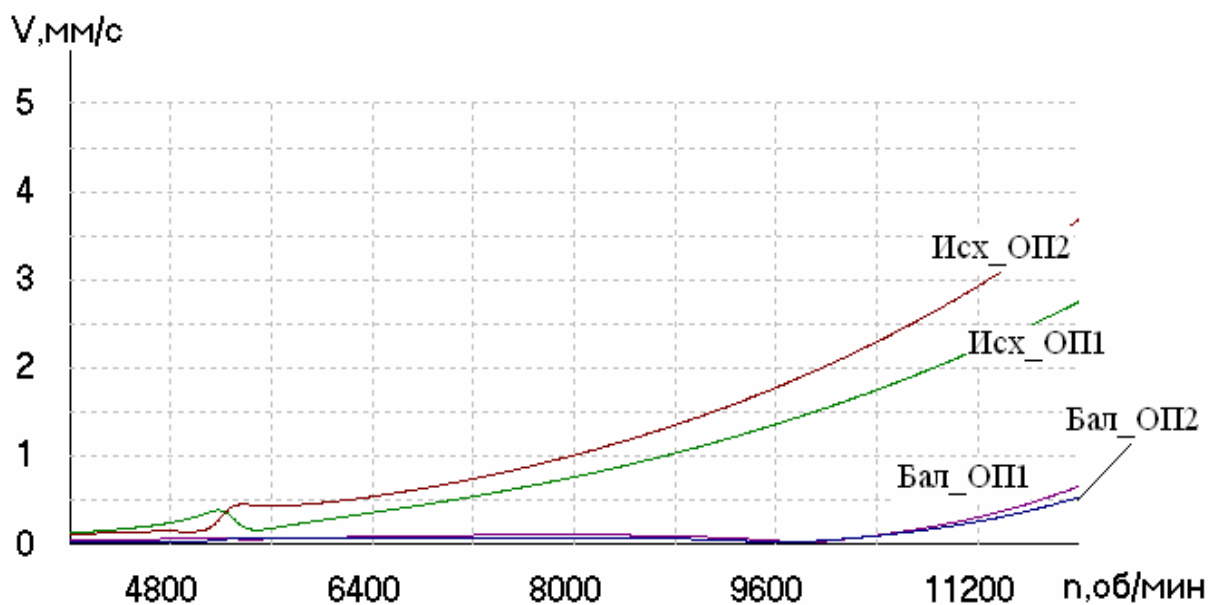


Рис. 6.15 - Результаты балансировки ротора третьей группы

На рисунке 6.16 приведены динамические прогибы ротора в районе зубчатого зацепления муфт (кривые т.1 и т.3) и в районе уплотнений колеса шестой ступени (кривая т.3) для второй (рис. 6.16,а) и четвертой комбинаций (рис. 6.16,б) уравнивания.

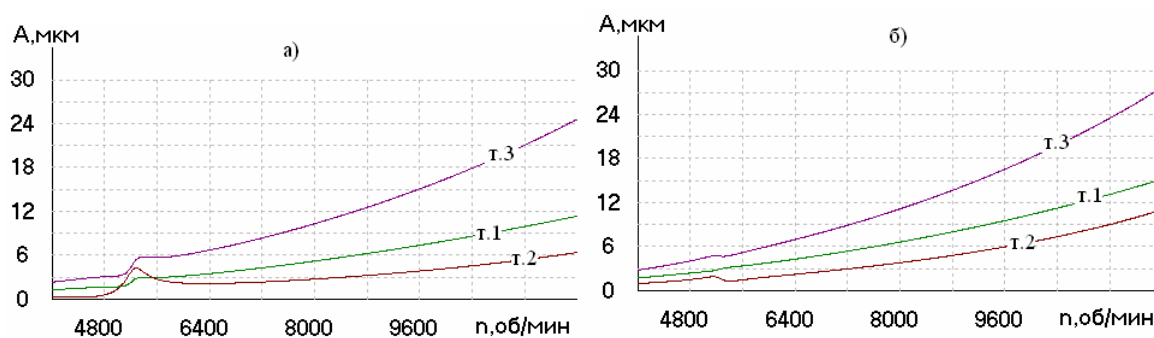


Рис. 6.16 - Динамические прогибы ротора третьей группы

Как видно из рисунка, даже при компенсации сравнительно небольших начальных дисбалансов (превышающих допустимые для ротора, как жесткого

тела в 3 раза), возникающие на консольных участках прогибы, выше допустимых значений радиальной расцентровки, равных 20 мкм.

В качестве примера, форма синхронной прецессии ротора на рабочей частоте вращения 11700 об/мин при 4-й комбинации уравнивания приведена на рис. 6.17.

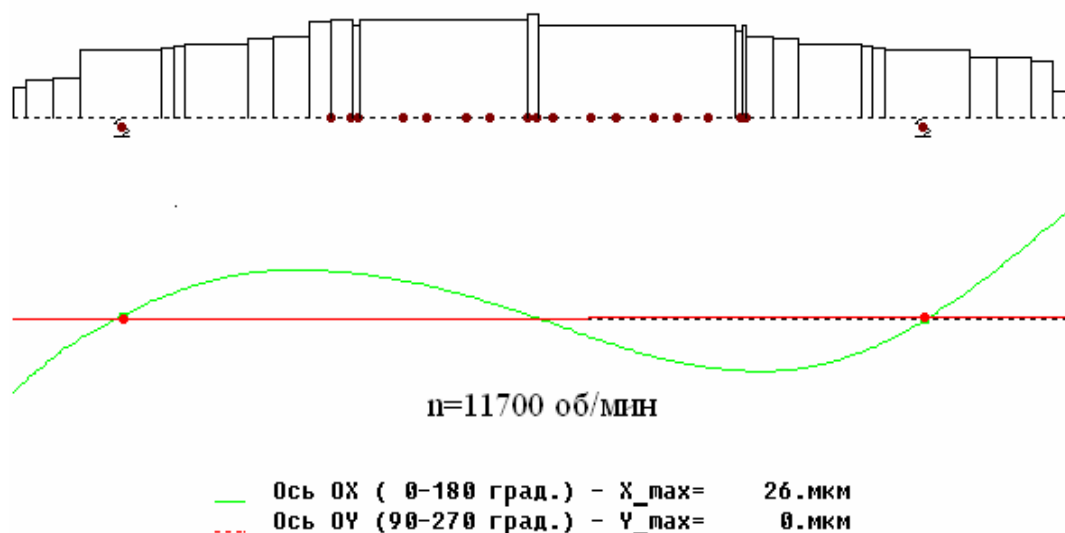


Рис.6.17 – Форма изгиба ротора

Учитывая, что исходное распределение дисбалансов неизвестно, для высокооборотных роторов применена и внедрена поэтапная их балансировка.

Сначала во всем диапазоне частот вращения ротор без консольных насаживаемых деталей (полумуфт, упорного диска) уравнивается во всем диапазоне частот вращения за счет плоскостей коррекции, расположенных на рабочих колесах. Таким образом, устраняются основные дисбалансы, расположенные в срединной части ротора. Далее ротор в сборе балансируется за счет плоскостей коррекции расположенных на консольных участках. Применение такого подхода позволяет применять систему корректировочных грузов, наиболее точно соответствующих системе начальных дисбалансов, что гарантирует минимальные динамические прогибы ротора турбокомпрессора по всем диапазонам частот вращения.



## **6.6 Рекомендации по конструированию роторов высокооборотных турбокомпрессоров.**

Балансировка роторов на рабочих частота вращения позволила выявить ряд несовершенств в их конструкции.

После балансировки роторов на РБС, при испытаниях компрессоров на стендах иногда возникали повышенные вибрации, с преобладанием в спектре оборотной составляющей. Оказалось, что после разборки-сборки ротора меняется качество балансировки роторов. Эксперименты, проведенные на РБС, позволили выявить причины повышенных вибраций, и внести ряд изменений в конструкцию:

- изменена посадка полумуфт на вал ротора со шлицевой на коническую с гарантированным натягом;
- изменена конструкция муфт, что уменьшило в 5-6 раз массу промежуточных валов и снизило влияние их дисбаланса на ротор компрессора;
- изменена конструкция и посадочные размеры упорного диска, что гарантировало его центрирование, при раскрытии в поле центробежных сил;
- Уменьшен зазор в резьбе на стопорных гайках полумуфт и упорного диска;
- Стопорные шайба выполнены с минимальным зазором относительно гаек, что обеспечило их центрирование при сборе ротора.

## **6.7 Выводы**

На основе полученных математических моделей роторов турбокомпрессоров разработаны новые подходы и методы балансировки гибких роторов, позволяющие существенно уменьшить время и трудоемкость балансировки, повысить ее эффективность за счет использования достоверных расчетных ДКВ в процессе выбора оптимального количества и мест расположения плоскостей коррекции, а также вычисления требуемых

уравновешивающих масс с минимальным, а в ряде случаев без пусков с пробными дисбалансами.

Использование расчетных ДКВ позволило не только уменьшить число пробных пусков, но и определить расчетным путем значения динамических прогибов ротора по всей его длине при устранении минимальным числом грузов неуравновешенности, распределенной в различных комбинациях по всей длине ротора.

Использование расчетных ДКВ позволило выполнять балансировку роторов первой группы без проведения пробных пусков, что в два три раза ускорило время и трудоемкость их балансировки.

Роторы второй группы при использовании одной плоскости коррекции в центральной части ротора и двух плоскостей коррекции на консольных участках также можно уравнивать на основании расчетных ДКВ. При использовании плоскостей коррекции только на рабочих колесах вопрос о возможности использования только расчетных ДКВ зависит от соотношения рабочей частоты вращения и низших критических частот, а также от исходного вибрационного состояния ротора. Практика показывает, что если в рабочем диапазоне частот вращения при нулевом пуске векторы виброскорости опор находится в противофазе друг к другу, то для балансировки роторов достаточно использовать две – три плоскости коррекции и точность уравнивания роторов по расчетным ДКВ достаточна для практического применения.

Для роторов первой и второй групп эффективным оказалось использование корректировки матрицы ДКВ, описанной в разделе 6.1. В этом случае уравнивание ротора происходит за три пуска – нулевого, и двух пусков с системами корректировочных масс.

## ВЫВОДЫ

На качество вибрационного состояния турбокомпрессорных агрегатов существенно влияют два основных фактора: снижение воздействия вынуждающих сил и степень отстройки критических частот от диапазона рабочих частот вращения. Более 90% остановок агрегатов по причине повышенных вибраций являются следствием некачественной балансировки роторов и валопроводов. Качественная балансировка роторов во всем диапазоне частот вращения является одним из основных критерием надежной работы турбокомпрессора.

Анализ методов балансировки высокооборотных роторов турбомашин показал, что решающее значение для их качественной балансировки имеет правильность выбора балансировочных плоскостей и систем балансировочных грузов. Опыт показывает, что неправильный выбор даже одной плоскости коррекции существенно влияет на величину корректирующих грузов, что в свою очередь приводит к возрастанию остаточных напряжений. Выбор необходимых плоскостей коррекции для уравнивания конкретного ротора эффективнее всего производить на основе расчетных ДКВ, полученных в результате расчета вынужденных колебаний системы ротора-опоры.

На значения критических частот роторов основное влияние оказывают динамические характеристики сегментных подшипников. Полученные в работе достоверные значения коэффициентов жесткости и демпфирования подшипников позволяют уже на стадии проектирования достаточно точно прогнозировать динамические характеристики валопроводов высокооборотных турбокомпрессорных агрегатов.

Основные результаты работы можно сформулировать следующим образом.

1. Разработана совокупность эффективных методов идентификации (оценивания) параметров математических моделей роторных систем и соответствующий пакет программ, позволяющих на основе экспериментальных данных, накапливаемых в процессе балансировки роторов на РБС с вакуумной камерой, получить достоверные параметры моделей, которые дают возможность вычислять динамические характеристики роторов, практически не отличимые от экспериментальных.

2. Посредством разработанных методов и реализующих их программ получены достоверные значения коэффициентов жесткости и сопротивления роторных систем, как функции от частоты вращения для всего ряда типоразмеров турбокомпрессоров, выпускаемых и проектируемых предприятием в настоящее время.

3. На основе полученных математических моделей роторов турбокомпрессоров разработаны новые подходы и методы балансировки гибких роторов. Это позволило существенно уменьшить время и трудоемкость балансировки, повысить ее эффективность за счет использования достоверных расчетных ДКВ в процессе выбора оптимального количества и мест расположения плоскостей коррекции, а также вычисления необходимых уравновешивающих масс с минимальным числом, а в ряде случаев и без пусков с пробными дисбалансами.

4. Экспериментально выявлено и количественно оценено явление влияния внутреннего сопротивления горизонтального ротора на параметры его синхронной прецессии, а также предложен метод учета этого влияния путем введения эквивалентного внешнего демпфирования в центральной части ротора.

5. Полученные данные по параметрам, определяющим динамику роторов, эффективно используются при проектировании новых модификаций турбокомпрессоров, позволяя весьма точно прогнозировать их динамические характеристики.

6. Расчетно-экспериментальные методы внедрены в практику при балансировке роторов турбокомпрессоров на РБС.

7. По результатам балансировки роторов на рабочих частотах вращения в конструкторскую документацию внесен ряд изменений, позволивших существенно улучшить вибрационное состояние агрегатов в условиях эксплуатации.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Госиздат, 1958. – 628 с.
2. Бард Й. Нелинейное оценивание параметров. – М.: Статистика, 1979. – 352 с.
3. Бишоп Р., Паркинсон А. Применение балансировочных машин для уравнивания гибких роторов // Конструирование и технология машиностроения. – 1972. – № 2. – С. 66-84.
4. Берестов Л.М., Поплавский В.К., Мирошниченко Л.Я. Частотные методы идентификации летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1985. – 184с.
5. Богомолов С.И., Журавлева А.М. Колебания сложных механических систем. – Харьков: Вища школа, 1978. – 136с.
6. Вибрации в технике. Справочник в 6 томах. Том 3. Под ред. Ф.М. Диментберга – М.: Машиностроение, 1980. – 544с.
7. Вибрации в технике. Справочник в 6 томах. Том 6. Под ред. К.В. Фролова. – М.: Машиностроение, 1981. – 456с.
8. Воскресенский В.А., Дьяков В.И., Зиле А.З. Расчет и проектирование опор жидкостного трения. Справочник. – М.: Машиностроение, 1983. – 232с.
9. Вумер В., Пилки В. Балансировка вращающихся валов с применением квадратичного программирования // Конструирование и технология машиностроения. – 1981. – № 4. – С. 110-113.
10. Гадяка В.Г. Выбор оптимальных плоскостей коррекции при балансировке многоколесных гибких роторов // Труды XIV международной научно-технической конференции по компрессорной технике. – г. Казань, ЗАО «НИИтурбокомпрессор им. В.Б.Шнеппа», Т.2., 2007 – С. 248-255.
11. Гадяка В.Г. Експериментальне дослідження впливу різних типів підшипників на динаміку гнучкого ротора // Вісник СНАУ, 2007. – №1(16) – С. 82-86.
12. Гадяка В.Г., Симоновський В.И. Особенности практической балансировки роторов турбокомпрессорных агрегатов, основанные на экспериментальном

уточнении их динамических моделей // Проблемы машиностроения. Том 10, 2007. – №1 – С. 75-79.

13. Гадяка В.Г., Симоновський В.И. Оцінювання коефіцієнтів жорсткості сегментних підшипників при балансуванні гнучких роторів турбокомпресорів на розгінно-балансувальному стенді // Вісник СНАУ, 2005. – №11(14) – С. 145-150.
14. Гадяка В.Г., Симоновський В.И. Расчетно–экспериментальная методика уравнивания роторов турбокомпрессоров // Вісник СНАУ, 2006. – №9(15) – С. 199-204.
15. Гадяка В.Г., Симоновський В.И. Разработка методики оценивания динамических коэффициентов подшипников турбокомпрессоров при балансировке роторов на вакуумном разгонно-балансирующем стенде // Вісник Сум ДУ, 2006. – №12(96) – С. 125-132.
16. Гадяка В.Г., Симоновський В.И. О влиянии демпфирующих факторов на динамику роторов турбокомпрессоров // Тезисы Третьей международной научно-технической конференции «Проблемы динамики и прочности в газотурбостроении» (ГТД – 2007) г. Киев, Институт проблем прочности им. Г.С.Писаренко. 2007. – С. 47-48.
17. Гольдин А.С. Вибрация роторных машин. – М.: Машиностроение, 2000. – 344 с.
18. Гольдин А.С. Использование ЭЦВМ при уравнивании турбоагрегатов // Теория и практика балансировочной техники / Под ред. В.А. Щепетильникова. – М.: Машиностроение, 1973. – С. 51-59.
19. Гольдин А.С. Оперативное использование ЦВМ при уравнивании турбоагрегатов // Электрические станции. – 1972. – № 9. – С. 43-45.
20. Гольдин А.С. Оптимизация расчета уравнивающих грузов // Исследование и устранение вибрации турбоагрегатов. – М.: Энергия, 1972. – С. 78-82.
21. Гроп Д. Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979. – 304с.

22. Гудмэн Т.П. Применение метода наименьших квадратов для вычисления балансировочных поправок // Конструирование и технология машиностроения. – 1964. – № 3. – С. 67-75.
23. Гусаров А.А. Выбор систем балансировочных грузов для гибкого ротора // Динамика гибких роторов – М.: Наука, 1972. – С. 65-73.
24. Гусаров А.А. Динамика и балансировка гибких роторов. – М.: Наука, 1990. 152 с.
25. Гусаров А.А. Самаров Н.Г. Использование нечувствительных скоростей для определения осевого положения дисбаланса на гибком многодисковом роторе // Колебания и балансировка роторных систем / Под ред. А.А. Гусарова. – М.: Наука, 1974. – С. 97-101.
26. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1966. -664с.
27. Ден-Гартог Дж. П. Механические колебания. – М.: Физматиз, 1960. – 580с.
28. Диментберг Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов. - М.: Изд. АН СССР, 1959. – 247 с.
29. Диментберг Ф.М., Шаталов К.Т., Гусаров А.А. Колебания машин. – М.: Машиностроение, 1964. – 308 с.
30. Достижения в балансировке роторов на разгонно-балансировочных стендах. Перспективы развития и совершенствования методики и технологии балансировки / С.В. Жуков, В.В. Кравчук, Т.А. Недошивина, Е.В. Урьев // Тяжелое машиностроение. – 2002. – № 2. – С. 18-20.
31. Журавлева А.М., Гадяка В.Г., Динамическая конденсация конечно-элементных уравнений колебаний пластинчатых конструкций методом синтеза форм // Динамика и прочность машин, 1989, Вып. 49 – С. 70-77.
32. Зенкевич В.А. Уравновешивание гибких роторов распределенными системами // Уравновешивание роторов энергетических машин / ЦИНТИЭП. – М.: Энергия, 1962. – С. 86-99.



33. Идентификация динамических систем. Под. ред. А. Немури. – Вильнюс: Изд. Минтис, 1974. – 286с.
34. Келленбергер В. Как следует балансировать гибкий ротор: в  $N$  или  $(N+2)$  плоскостях? // Конструирование и технология машиностроения. – 1972. – № 2. – С. 53-65.
35. Ковалев И.Е., Серебрянский И.А., Тушев В.И. Алгоритм определения динамических характеристик линейных систем // Проблемы машиностроения. – 1985. – Вып.24. – С28-30.
36. Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин: Учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: МЭИ, 2000. – 480 с.
37. Левит М.Е., Рыженков В.М. Балансировка деталей и узлов. – М.: Машиностроение, 1986. – 248 с.
38. Лившиц К.И. Идентификация. – Томск: Изд. Томского университета, 1981. – 360 с.
39. Лунд Г., Тоннесен К. Теоретическое и экспериментальное исследование многоплоскостной балансировки гибкого ротора // Конструирование и технология машиностроения. – 1972. – № 1. – С. 242-246.
40. Олимпиев В.И. Исследование и повышение динамической надежности роторов мощных энергетических паровых турбин. – Автореф. дисс. докт. техн. наук. – Л., 1977. – 27с.
41. Олимпиев В.И., Позняк Э.Л., Юрченко И.С. Экспериментальное и расчетное определение статических и динамических характеристик подшипников скольжения мощных турбоагрегатов // Энергомашиностроение. – 1976. – № 6. – С. 9-11.
42. Основы балансировочной техники / Под ред. В.А. Щепетильникова. – М.: Машиностроение, 1975. – Т.1. – 527 с.
43. Основы балансировочной техники /Под ред. В.А.Щепетильникова. Том 2. Уравновешивание гибких роторов и балансировочное оборудование. – М.: Машиностроение, 1975. – 679с.

44. Пилки В., Бейли Д. Методы балансировки гибких валов при наложении ограничений // Конструирование и технология машиностроения. – 1979. – №2. – С. 91-95.
45. Пилки В., Бэйли Д., Смит П. Расчетный метод оптимизации уравнивающих грузов и осевого расположения балансировочных плоскостей вращающихся валов // Конструирование и технология машиностроения. – 1983. – № 1. – С. 52-56.
46. Позняк Э.Л. Нелинейные колебания роторов на подшипниках скольжения // Динамика гибких роторов / Под ред. Ф.М. Диментберга. – М.: Наука, 1972. – С. 3-28.
47. Позняк Э.Л., Космачев А.И., Райхлина Б.Б. Демпфирование вынужденных изгибных колебаний гибких роторов. // Колебания и прочность при переменных напряжениях – М.: Наука, 1975, – С. 53-79.
48. Поспелов Г.А. Устойчивость и критические скорости роторов в подшипниках скольжения. – Труды КХТИ им. Кирова, серия механических наук, – Казань: 1971, Вып. 49, , – С. 3-12.
49. Редько С.Ф., Ушкалов В.Ф., Яковлев В.П. Идентификация механических систем. – Киев: Наукова думка, 1985. – 216с.
50. Рунов Б.Т. Исследование и устранение вибрации паровых турбоагрегатов. – М.: Энергоиздат, 1982. – 352 с.
51. Салимон А.В., Тараканов В.М. Об уменьшении числа пробных пусков при многоплоскостной балансировке валопроводов турбоагрегатов // Электрические станции. – 1978. – № 1. – С. 42-45.
52. Салимон А.В., Тараканов В.М. К вопросу о расчете уравнивающих грузов при многоплоскостной балансировке валопроводов турбоагрегатов // Электрические станции. – 1979. – № 7. – С. 46-50.

53. Самаров Н.Г. Статико-динамическое уравнивание упруго-деформируемых роторов // Уравнивание машин и приборов / Под ред. В.А. Щепетильникова. – М.: Машиностроение, 1965. – С. 234-243.
54. Самаров Н.Г. Уравнивание гибких роторов по элементам // Теория и практика уравнивания машин и приборов / Под ред. В.А. Щепетильникова. – М.: Машиностроение, 1970. – С. 162-170.
55. Сахаров В.В. Идентификация автоматических систем по экспериментальным частотным характеристикам // Известия вузов: Серия Электромеханика. – 1976. -№4. – с.466-470.
56. Сейдж Э.П. Мелса Дж.Л. Теория оценивания и ее применение в связи с управлением. – М.: Статистика, 1976. – 496 с.
57. Сергеев С.И. Динамика криогенных турбомашин с подшипниками скольжения. – М.: Машиностроение, 1973. – 304с.
58. Симоновский В.И. Динамика роторов центробежных машин. – Суми: Вид-во СумДУ, 2002. – 143с.
59. Симоновский В.И. Оценивание демпфирования колебаний ротора // Вісник Сум ДУ, 1997. – №2 – С.61-65.
60. Симоновский В.И. Устойчивость и нелинейные колебания роторов центробежных машин. – Харьков: Изд. «Вища школа», 1986. – 128с.
61. Симоновский В.И., Хворост В.А. Оцінювання параметрів динамічних моделей роторів. – Суми: Вид-во СумДУ, 2006. – 126с.
62. Современные методы идентификации систем. Под ред. П. Эйкоффа. – М.: Мир, 1983. – 400с.
63. Сусси И.Р. Фридман В.М. Об условии балансируемости гибких валов двумя грузами // машиноведение. – 1966. – № 4. – С. 11-17.
64. Тессаржик Д., Бэдгли Р. Применение коэффициентов влияния для экспериментальной оценки балансировки гибких роторов по методу дискретных сечений при заданных скоростях и методу наименьших квадратов // Конструирование и технология машиностроения. – 1974. – № 2. – С. 254-265.

65. Тимошенко С.П., Янг Д Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1985 . – 472 с.
66. Тондл А. Динамика роторов турбогенераторов. М.: Энергия, 1971. – 386 с.
67. Тоннесен Р. Экспериментальное исследование балансировки высокоскоростного гибкого ротора // Конструирование и технология машиностроения. – 1974. – № 2. – С. 42-53.
68. Трунин Е.С., Сацук В.В. Анализ комплексных динамических коэффициентов влияния современных турбоагрегатов // Изв. АН Казахской ССР. Сер. физ.-мат. – 1973. – № 1.
69. Урьев Е.В. Вибрационная надежность и диагностика турбомашин. Ч. 1. Вибрация и балансировка. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2003. – 200 с.
70. Урьев Е.В., Урьев А.В., Львов М.И. Балансировка роторов турбоагрегатов на разгонно-балансирующем стенде // Энергомашиностроение. – 1976. – № 4. – С. 24-26.
71. Ушкалов В.Ф., Редько С.Ф. Определение параметров объекта по экспериментальным частотным характеристикам // Динамика и прочность высокоскоростного наземного транспорта. – Киев: Наукова думка – 1976 . – С.116-120.
72. Фертиков М.В. Совершенствование способов определения корректирующих грузов при балансировке роторов методом коэффициентов влияния // Совершенствование турбин и турбинного оборудования: Регион. сб. науч. ст. – Екатеринбург: УГТУ, 1998.
73. Фридман В.М. Уравновешивание гибких валов по формам свободных колебаний // Уравновешивание роторов энергетических машин: Сб. / ЦИНТИЭП. – М.: Энергия, 1962. – С. 32-53.
74. Фритцен С. Идентификация матриц масс, демпфирования, и жесткости механических систем // Тр. Америк. о-ва инж.-мех./Сер. Конструирование и технология машиностроения. – 1986. – № 1. – С. 1-14.

75. Фудзисава Ф., Сиохато К. Экспериментальное исследование балансировки многопролетного ротора при помощи метода наименьших квадратов // Конструирование и технология машиностроения. – 1980. – № 3. – С. 107-114.
76. Четаев Н.Г. Устойчивость движения. – М.: Наука, 1965. – 207 с.
77. Чернин М.Е., Макарова Г.И. Экспериментальное исследование динамических характеристик опорных частей агрегатов, выпускаемых ПО «Невский завод» // Энергомашиностроение. – 1979. – № 5. – С. 6-10.
78. Черч А., Планкет Р. Балансировка гибких роторов // Конструирование и технология машиностроения. – 1961. – № 4. – С. 13-20.
79. Шаталов Н.Г. Определение неуравновешенности гибких роторов методом амплитудно-фазо-частотных характеристик. // Колебания и балансировка роторных систем / Под ред. А.А. Гусарова. – М.: Наука, 1974. – С. 57-61.
80. Шибер В.Л., Гольдин А.С. Использование расчетов вынужденных колебаний турбоагрегатов для совершенствования методов балансировки // Вибрация паровых турбоагрегатов / Под ред. Б.Т. Рунова. – М.: Энергоиздат, 1981. – С. 70-79.
81. Шнепп В.Б. Инженерный метод расчета амплитуд и критических скоростей гибких роторов турбомашин с учетом влияния смазочного слоя в подшипниках. – М.: Деп. ВНИИхолодмаш, 1984. – 68 с.
82. Шнепп В.Б. Конструкция и расчет центробежных компрессорных машин. – М.: Машиностроение, 1995. – 240 с.
83. Шнепп В.Б. Критические скорости роторов турбомашин на подшипниках скольжения // Химическое и нефтяное машиностроение – 1983. – № 7. – С. 6-9.
84. Шубин А.А. Уравновешивание гибких роторов без их вращения // Теория и практика уравновешивания машин и приборов / Под ред. В.А. Щепетильникова. – М.: Машиностроение, 1970. – С. 121-126.
85. Шульженко Н.Г., Воробьев Ю.С. Численный анализ колебаний системы турбоагрегат – фундамент. – Киев: Наукова думка, 1991. – 232 с.

86. Эйкхофер П. Основы идентификации систем управления. – М.: Мир, 1975. – 688 с.
87. Ямпольский И.Д., Делятицкий В.Р., Сидоренко М.Г. Экспериментальное определение коэффициентов жесткости и демпфирования масляной пленки в подшипниках скольжения // *Машиноведение*. – 1975. – № 5. – С. 28-30.
88. Яковлев В.П. Идентификация динамических объектов по данным моногармонических испытаний с применением методов теории чувствительности // В кн.: *Алгоритмизация производственных процессов*. – Киев: Изв.АН УССР, 1972. – С114-135.
89. Barrett L.E., Allaire P.E. and Wilson B.W. The Eigenvalue Dependence of Reduced Tilting Pad Bearing Stiffness and Damping Coefficients // *ASLE Transactions*, 31, 1988 pp. 411-419.
90. Branagan L.A. Thermal Analysis of Fixed and Tilting Pad Journal Bearings Including Cross-Film Viscosity Variations and Deformation. Ph.D. Dissertation, University of Virginia, Charlottesville, Virginia, 1988.
91. Brockwell, K., Kleinbub, D. and Dmochowski, W. Measurement and Calculation of the Dynamic Operating Characteristics of the Five Shoe Tilting Pad Journal Bearing // *STLE Tribology Transactions*, 33 (4), 1990, pp. 481-492.
92. Burrows C.R. and Sahinkaja M.N. Frequensi Domain Estimation of Linearized Oil Film Coefficients // *Trans. ASME: J. Lubr. Tech.* – 1982. – 104, 2. pp. 210-215.(156)
93. Glienicke J. Experimental Investigation of the Stiffness and Damping Coefficients of Turbine Bearings and Their Application to Instability Prediction // *Mech. Engr.*, 181,Pt.3B. – 1966-1967. – Paper 13. pp.116-129. (161)
94. Glienicke J., Han D.C. and Leonhard M. Practical Determination and use of Bearing Dynamic Coefficients // *Tribology International*. – 1980. -13, 6. pp. 297-309. (162)
95. Den Hartog J.P. The balancing of flexible rotors // *Air, Space and Instrumentation*. – 1963. – №4 – P. 1-18.

96. Dmochowski W. Dynamic Properties of Tilting-pad Journal Bearings: Analysis and Experiment // 16th Symposium on Industrial Application of Gas Turbines (IAGT) Banff, Alberta, Canada, October, 2005.
97. Dmochowski W. and Brockwell K. // Dynamic Testing of the Tilting Pad Journal Bearing, STLE Tribology Transactions, 38 (2), 1995, pp. 261-268.
98. Ettles C.M., The Analysis of Pivoted Pad Journal Bearing Assemblies Considering Thermoelastic Deformation and Heat Transfer Effects // STLE Tribology Transactions, 35, No. 1, 1992, pp. 156-162.
99. Fillon M., Desbordes H., Frene J., and Wai C.C.H., A Global Approach of Thermal Effects Including Pad Deformation in Tilting-Pad Journal Bearings Submitted to Unbalance Load // ASME Journal of Tribology, 118, No. 1, 1996, pp. 169-174
100. Ha H.C, and Yang S.H., Excitation Frequency Effects on the Stiffness and Damping Coefficients of a Five-Pad Tilting Pad Journal Bearing // ASME Journal of Tribology, 121 (3), 1999, pp. 517-522.
101. Hagg A.C. and Stankey G.O. Elastic and Damping Properties of Oil-Film Journal Bearings for Applications to Unbalance Vibration Calculations // ASME Journal of Applied Mechanics, 25, No. 1, 1958, pp. 141-143.
102. Hubner E. Das Auswuchten elastischer Rotoren, ein Problem der Strukturanalyse – Ing. – Archiv, – 1961. – Bd 30, № 1.
103. Jones G.J. and Martin F.A., Geometry Effects in Tilting-Pad Journal Bearings // ASLE Transactions, 22, No. 3, 1979, pp. 227-244.
104. Kim J., Palazzolo A. and Gadangi R., Dynamic Characteristics of TEHD Tilt Pad Journal Bearing Simulation Including Multiple Mode Pad Flexibility Model // ASME Journal of Vibration and Acoustics, 117, No. 1, 1995, pp. 123-135.
105. Knight J.D. and Barrett L.E. Analysis of Tilting Pad Journal Bearing with Heat Transfer Effects // ASME Journal of Tribology, 110, No. 1, 1988, pp.128-133.
106. Kostrzewsky G.J. and Flack R. D. Accuracy Evaluation of Experimentally Derived Dynamic Coefficients of Fluid Film Bearings Part I: Development of Method // STLE Tribology Transactions, 33 (1), 1990, pp.105-114. (169).

107. Kostrzewsky G.J. and Flack R.D. Accuracy Evaluation of Experimentally Derived Dynamic Coefficients of Fluid Film Bearings Part II: Case Studies // STLE Tribology Transactions, 33 (1), 1990, pp. 115-121.
108. Levy E. C. Complex-Curve Fitting // I.R.E. Transaction on Automatic Control. – May 1959. – Vol. AC – 4. – N1. – pp.37-44. (171)
109. Lund, J. W. Spring and Damping Coefficients for the Tilting-Pad Journal Bearing // ASLE Transactions, –1964, № 7, pp. 342-352.
110. Meldahl A. Auswuchten elastischer Rotoren – ZAMM. – 1954. – Bd 34, № 8/9, S. 317-318.
111. Nicholas J.C, Gunter E.J. and Allaire P.E. Stiffness and Damping Coefficients for the Five Pad Tilting Pad Bearing // ASLE Transactions, 22, No. 2, 1979, pp.112-124.
112. Nicholas J.C, Gunter E.J. and Barrett L.E. The Influence of Tilting Pad Bearing Characteristics on the Stability of High Speed Rotor-Bearing Systems, Topics in Fluid Film Bearing and Rotor Bearing System Design and Optimization // ASME publication, 1978, pp. 55-78.
113. Nordmann R., Massman H. Identification of stiffness and mass coefficients for annular seals//3-rd Int. Conf. Vibr. Rotat. Mach. Pap. Int. Conf. Helsington. -11-13 Sept. 1984. London. 1984. – p. 167-181. (174)
114. Nordmann R. and Schollhorn R. Identification of stiffness and damping coefficients of journal bearings by means of the impact method//Second I Mech. F. Conference on Vibrations in Rotating Machinery - 1980. C285/80 – p. 231-238. (175)
115. Orcutt F.R. The steady state and dynamic characteristics of the tilting-pad journal bearings in laminar and turbulent flow regimes. // ASME Journal of Lubrication Technology – 1967, № 3, p. 392-404.
116. Parkins D. W. and Horner D. Tilting Pad Journal Bearings—Measured and Predicted Stiffness Coefficients // STLE Tribology Transactions, 36, No. 3, 1993, pp.359-366. (176)



117. Shapiro W. and Colsher R. Dynamic Characteristics of Fluid Film Bearings // Proceedings of the Sixth Turbomachinery Symposium, Texas A&M University, College Station, Texas, 1977, pp. 39-53.
118. Yamauchi S. and Someya T. Balancing of a Flexible Rotor Supported by Special Tilting-Pad Bearings // CIMAC Twelfth International Congress on Combustion Engines, Tokyo, Japan, 1977.
119. Wygant K.D., Barrett L.E. and Flack R.D. Influence of Pad Pivot Friction on Tilting-Pad Journal Bearing Measurements—Part II: Dynamic Coefficients // STLE Tribology Transactions, 42 (1), 1999, pp. 250-256.

## **ПРИЛОЖЕНИЯ**

## ПРИЛОЖЕНИЕ А. Программа нелинейного оценивания

```

program ident5
*   Главная программа нелинейного оценивания параметров
real*8 l[ALLOCATABLE](:),d[ALLOCATABLE](:),do[ALLOCATABLE](:)
real*8 rt[ALLOCATABLE](:),hapr[ALLOCATABLE](:),c[ALLOCATABLE](:)
real*8 ckl[ALLOCATABLE](:),cp[ALLOCATABLE](:),mp[ALLOCATABLE](:)
real*8 sk[ALLOCATABLE](:,:),sm[ALLOCATABLE](:,:)
real*8 diag[ALLOCATABLE](:),a[ALLOCATABLE](:,:)
real*8 dx[ALLOCATABLE](:),dy[ALLOCATABLE](:),g[ALLOCATABLE](:)
real*8 ddx[ALLOCATABLE](:),ddy[ALLOCATABLE](:)
real*8 px[ALLOCATABLE](:),py[ALLOCATABLE](:)
real*8 vx[ALLOCATABLE](:),vy[ALLOCATABLE](:),v_max
real*8 eks_vx[ALLOCATABLE](:,:),eks_vy[ALLOCATABLE](:,:)
real*8 ras_vx[ALLOCATABLE](:,:),ras_vy[ALLOCATABLE](:,:)
real*8 del_vx[ALLOCATABLE](:,:),del_vy[ALLOCATABLE](:,:)
real*8 df_dd[ALLOCATABLE](:,:,:),n_obr[ALLOCATABLE](:,:)
real*8 dd[ALLOCATABLE](:),b[ALLOCATABLE](:)
real*4 fxx_mass[ALLOCATABLE](:)
real*4 fky_mass[ALLOCATABLE](:),xk_mass[ALLOCATABLE](:)
real*4 fk1[ALLOCATABLE](:),fk2[ALLOCATABLE](:)
real*4 vlx[ALLOCATABLE](:),vly[ALLOCATABLE](:)
real*4 ll(15),mm(15),mg(15)
complex*16 az[ALLOCATABLE](:,:),alz[ALLOCATABLE](:,:)
complex*16 bz[ALLOCATABLE](:),x[ALLOCATABLE](:)
integer*4 nop[ALLOCATABLE](:,:),nbc[ALLOCATABLE](:),q(15)
integer*4 nfix[ALLOCATABLE](:),ks[ALLOCATABLE](:,:),kof(4)
integer*1 ngr[ALLOCATABLE](:),nom_disb[ALLOCATABLE](:),if_met
integer*4 ntip[ALLOCATABLE](:)
real*8 e[ALLOCATABLE](:)
real*8 ro[ALLOCATABLE](:)
real*8 omega,a1,eps,ro_it,gb,gb1
real*8 db,mb,wb,eb,lb,cb,ccb,rob,yb,fib
real*8 demf0(5),demf1(5),demf2(5),demf(5),demf_b(5)
real*8 demf_tek(5),delta,qi(5),li,ai1(5),ai2(5)
real*8 funk_i,funk_i1,funk_i2,hnu_g(5),a_funk
character*75 notice
character*15 achr
character*20 met_ch
pi=3.1415926
call f_open(ifdan,notice)
open(20,file='rez_it')
301 print *, ' Введите W-об/мин, DELT- шаг_пр, Точность - EPS'
read(*,*,err=301) a1,delta,eps
write(20,*) ' W=',a1,' шаг_пр=',delta,' Точность-EPS',eps
302 print *, ' Введите число идентифицируемых величин N_ID 2,3,4,5'
read(*,*,err=302) n_id
write(20,*) ' n_id=',n_id
if(n_id.lt.2) n_id=2
if(n_id.gt.4) n_id=5
303 if(n_id.lt.5) then
if(n_id.eq.2) print 401

```

```

if(n_id.eq.3) print 402
if(n_id.eq.4) print 403
read (*,*,err=303) if_id
endif
call dan1(np,ne,nb,ns,npriz,num,n_disb,ifdan,nt)
if(nt.eq.0) nt=1
nszf=np*2
ndf=2
ncn=2
ALLOCATE(l(ne),d(ne),nom_disb(n_disb))
ALLOCATE(do(ne),rt(ne),nop(ne,2),ngr(ne),g(ne))
ALLOCATE(hapr(ne),c(ne),cp(ne),ckl(ne),mp(ne) )
ALLOCATE(dx(ne),dy(ne),px(ne),py(ne),dd(ne),fk1(0:ne),fk2(0:ne))
ALLOCATE(ddx(ne),ddy(ne))
ALLOCATE( ntip(ne) )
ALLOCATE( e(nt),ro(nt) )
if(nb.gt.0) then
  ALLOCATE( nbc(nb),nfix(nb) )
endif
if(num.gt.0) then
  ALLOCATE( fxx_mass(num),fky_mass(num),xk_mass(num) )
  ALLOCATE( vx(num),vy(num),vlx(num),vly(num))
endif
if(ns.gt.0) then
  ALLOCATE( ks(ns,5) )
endif
call dan2(ne,nb,ns,ifdan,npriz,e,ro,l,d,do,rt,hapr,c,nop,nbc,nfix,
*   ks,num,n_disb,mp,cp,ckl,dd,px,py,dx,dy,xk_mass,num1,nband,
*   g,nt,ntip)
if(nt.eq.1) then
  do i=1,ne
    ntip(i)=1
  end do
endif
call prow_id(ne,l,d,do,100)
call grusl(ne,nb,ns,ro,l,d,do,rt,nbc,nfix,ks,ngr,q,ll,mm,mg,n_pr,
*   nach,db,mb,nt,ntip)
ALLOCATE( sk(nszf,nband),sm(nszf,nband),a(nband,nszf) )
ALLOCATE( diag(nszf),b(nszf) )
ALLOCATE( az(nszf,4),a1z(nszf,-3:3),bz(nszf),x(nszf) )
if(num1.gt.0) then
  ALLOCATE(eks_vx(n_disb,num1),eks_vy(n_disb,num1))
  ALLOCATE(ras_vx(n_disb,num1),ras_vy(n_disb,num1))
  ALLOCATE(del_vx(n_disb,num1),del_vy(n_disb,num1))
  ALLOCATE(df_dd(n_disb,2*num1,n_id),n_obr(n_id,n_id))
endif
do i=1,n_disb
  read(1,'(4f12.5)')eks_vx(i,1),eks_vy(i,1),eks_vx(i,2),eks_vy(i,2)
  write(100,'(4f12.5)')eks_vx(i,1),eks_vy(i,1),eks_vx(i,2),
*   eks_vy(i,2)
end do
*   Нормирование к единице экспериментальных ДКВ

```

```

v_max=0.
do i=1,n_disb
  do j=1,num1
    if(abs(eks_vx(i,j)).gt.v_max) then
      v_max=abs(eks_vx(i,j))
      nom_xy=1
      nom_i=i
      nom_j=j
    end if
    if(abs(eks_vy(i,j)).gt.v_max) then
      v_max=abs(eks_vy(i,j))
      nom_xy=2
      nom_i=i
      nom_j=j
    end if
  end do
end do
write(20,*) ' nom_i=',nom_i,' nom_j',nom_j,' nom_i=',nom_xy
do i=1,n_disb
  do j=1,num1
    eks_vx(i,j)=eks_vx(i,j)/v_max
    eks_vy(i,j)=eks_vy(i,j)/v_max
  end do
end do
*   Конец нормирования экспериментальных ДКВ
do i=1,n_disb
write(20,'(4f12.5)')eks_vx(i,1),eks_vy(i,1),eks_vx(i,2),
*   eks_vy(i,2)
end do
close(1)
ind=0
do i=1,ne
  if((abs(dx(i)).gt.0).or.(abs(dy(i)).gt.0)) then
    ind=ind+1
    nom_disb(ind)=i
  endif
end do
*   Определение базисных величин
wb=pi*a1/30.
yb=dbl(0.001)
eb=e(1)
cb=mb*wb**2
lb=(eb*db**4/(mb*wb**2))*(dbl(1.0/3.0))
rob=mb/(lb*db**2)
ccb=(eb*db**4)/lb
do ij=1,nt
  e(ij)=e(ij)/eb
  ro(ij)=ro(ij)/rob/981.
end do
omega=pi*a1/30./wb
om=pi*a1/30.
fib=eb*db**4/(mb*lb**2)

```

```

gb=mb*lb*lb
*   Приведение к относительным единицам
ind1=0
delta=delta/(mb*wb)/981.
do i=1,ne
  l(i)=l(i)/lb
  d(i)=d(i)/db
  do(i)=do(i)/db
  rt(i)=rt(i)/mb
  mp(i)=mp(i)/mb/981.
  c(i)=c(i)/cb
  ckl(i)=ckl(i)/cb
  cp(i)=cp(i)/cb
  g(i)=g(i)/gb
  hapr(i)=hapr(i)/ccb
  ddx(i)=dx(i)/(yb*mb)/981.
  ddy(i)=dy(i)/(yb*mb)/981.
  dd(i)=dd(i)/(mb*wb)/981.
  px(i)=px(i)/(yb*mb*wb**2)/981.
  py(i)=py(i)/(yb*mb*wb**2)/981.
  dx(i)=0.
  dy(i)=0.
end do
*   Посторение матриц жесткости и масс системы
call formk(ne,nb,e,ro,ndf,ncn,nband,nszf,l,d,do,rt,hapr,c,
*       nbc,nfix,sk,sm,b,nop,npriz,ns,ks,g,nt,ntip)
*****
*   Начало итераций
*****
  if_stop=0
  call pr_demf(ne,dd,ckl,demf0,n_id,if_id,0)
  i_it=0
  ro_it=1.
  if_met=2
  met_ch='      '
  do ij=1,n_id
    demf(ij)=demf0(ij)
    demf(ij)=demf0(ij)
  end do
  achr='      '
  achr=' DEMF_0      '
  call prin_p(achr,mb,wb,demf0,n_id,if_id,if_stop)
  call pr_demf(ne,dd,ckl,demf,n_id,if_id,1)
  call ras_vl(ne,nszf,mp,cp,ckl,dd,omega,sk,sm,dx,dy,px,py,az,bz,
*       a1z,x,num,yb,wb,fkx_mass,fky_mass,fk1,fk2,vx,vy,vlx,
*       vly,n_disb,nom_disb,ddx,ddy,num1,ras_vx,ras_vy)
*   Нормирование к единице расчетных ДКВ
v_max=0.
if(nom_xy.eq.1) v_max=abs(ras_vx(nom_i,nom_j))
if(nom_xy.eq.2) v_max=abs(ras_vy(nom_i,nom_j))
do i=1,n_disb
  do j=1,num1

```

```

    ras_vx(i,j)=ras_vx(i,j)/v_max
    ras_vy(i,j)=ras_vy(i,j)/v_max
end do
end do
*   Конец нормирования расчетных ДКВ
do i=1,n_disb
write(20,'(4f12.5)')ras_vx(i,1),ras_vy(i,1),ras_vx(i,2),
*   ras_vy(i,2)
end do
call fun(n_disb,num1,ras_vx,ras_vy,eks_vx,eks_vy,funk_i)
write(100,*) ' FUNK_0',funk_i
101 write(100,1) i_it,met_ch,ro_it,funk_i
write(20,1) i_it,met_ch,ro_it,funk_i
write(*,1) i_it,met_ch,ro_it,funk_i
if(i_it.gt.500) stop
achr='      '
achr=' DEMF      '
call prin_p(achr,mb,wb,demf,n_id,if_id,if_stop)
write(100,*) ' FUNK_1',funk_i,' Итерация',i_it
if(i_it.gt.0) then
    if(funk_i.lt.eps) then
        if_stop=1
        call prin_p(achr,mb,wb,demf,n_id,if_id,if_stop)
        stop
    endif
endif
a_funk=funk_i
do ij=1,n_id
    demf_b(ij)=demf(ij)
end do
i_it=i_it+1
if(i_it.gt.10000) then
    if_stop=1
    call prin_p(achr,mb,wb,demf,n_id,if_id,if_stop)
    stop
endif
ro_it=1.
do ij=1,n_id
write(100,*) ' Номер ID = ',ij
    do li=1,n_id
        kof(li)=0
    end do
    do lj=1,n_id
        if(lj.eq.ij) kof(lj)=1
        demf_tek(lj)=demf_b(lj)+kof(lj)*delta
    end do
achr='      '
achr=' DEMF_TEK      '
call prin_p(achr,mb,wb,demf_tek,n_id,if_id,if_stop)
call pr_demf(ne,dd,ck1,demf_tek,n_id,if_id,1)
call ras_vl(ne,nszf,mp,cp,ck1,dd,omega,sk,sm,dx,dy,px,py,az,bz,
*   a1z,x,num,yb,wb,fx_x_mass,fky_mass,fk1,fk2,vx,vy,vlx,

```

```

*      vly,n_disb,nom_disb,ddx,ddy,num1,del_vx,del_vy)
*   Нормирование к единице приращений расчетных ДКВ
v_max=0.
if(nom_xy.eq.1) v_max=abs(del_vx(nom_i,nom_j))
if(nom_xy.eq.2) v_max=abs(del_vy(nom_i,nom_j))
do i=1,n_disb
  do j=1,num1
    del_vx(i,j)=del_vx(i,j)/v_max
    del_vy(i,j)=del_vy(i,j)/v_max
  end do
end do
*   Конец нормирования приращений расчетных ДКВ
write(20,*) ' Конец нормирования приращений расчетных'
do i=1,n_disb
write(20,'(4f12.5)')del_vx(i,1),del_vy(i,1),del_vx(i,2),
*   del_vy(i,2)
end do
call proiz(n_disb,num1,del_vx,del_vy,ras_vx,ras_vy,df_dd,delta,
*   n_id,ij)
call opr_q(n_disb,num1,eks_vx,eks_vy,ras_vx,ras_vy,df_dd,qi(ij),
*   n_id,ij)
end do
call opr_nab(n_disb,num1,df_dd,n_obr,n_id)
call vekt(n_id,n_id,n_obr,qi,hnu_g)
achr='      '
achr=' HNU_Гайсс '
call prin_p(achr,mb,wb,hnu_g,n_id,if_id,if_stop)
call opr_sp(n_disb,num1,eks_vx,eks_vy,ras_vx,ras_vy,df_dd,
*   li,n_id)
do i=1,n_id
  ai2(i)=-li*qi(i)
  demf2(i)=demf_b(i)+ai2(i)
end do
achr='      '
achr=' Ai2      '
call prin_p(achr,mb,wb,ai2,n_id,if_id,if_stop)
achr='      '
achr=' DEMF2    '
call prin_p(achr,mb,wb,demf2,n_id,if_id,if_stop)
call pr_demf(ne,dd,ck1,demf2,n_id,if_id,1)
call ras_vl(ne,nszf,mp,cp,ck1,dd,omega,sk,sm,dx,dy,px,py,az,bz,
*   alz,x,num,yb,wb,fkx_mass,fky_mass,fk1,fk2,vx,vy,vlx,
*   vly,n_disb,nom_disb,ddx,ddy,num1,ras_vx,ras_vy)
*   Нормирование к единице
v_max=0.
if(nom_xy.eq.1) v_max=abs(ras_vx(nom_i,nom_j))
if(nom_xy.eq.2) v_max=abs(ras_vy(nom_i,nom_j))
do i=1,n_disb
  do j=1,num1
    ras_vx(i,j)=ras_vx(i,j)/v_max
    ras_vy(i,j)=ras_vy(i,j)/v_max
  end do
end do

```



```

end do
*   Конец нормирования
do i=1,n_disb
write(20,'(4f12.5)')ras_vx(i,1),ras_vy(i,1),ras_vx(i,2),
*   ras_vy(i,2)
end do
call fun(n_disb,num1,ras_vx,ras_vy,eks_vx,eks_vy,funk_i2)
print *, ' FUNK2-СПУСК',funk_i2
write(20,*) ' FUNK2-СПУСК',funk_i2
102 do i=1,n_id
ail(i)=ro_it*hnu_g(i)
demf1(i)=demf_b(i)+ail(i)
end do
achr='          '
achr=' Ail          '
call prin_p(achr,mb,wb,ail,n_id,if_id,if_stop)
achr='          '
achr=' DEMF1          '
call prin_p(achr,mb,wb,demf1,n_id,if_id,if_stop)
call pr_demf(ne,dd,ckl,demf1,n_id,if_id,1)
print *, ' RO_IT',ro_it
write(100,*) ' RO_IT',ro_it
write(20,*) ' RO_IT',ro_it
call ras_vl(ne,nszf,mp,cp,ckl,dd,omega,sk,sm,dx,dy,px,py,az,bz,
*   alz,x,num,yb,wb,fx_mass,fky_mass,fk1,fk2,vx,vy,vlx,
*   vly,n_disb,nom_disb,ddx,ddy,num1,ras_vx,ras_vy)
*   Нормирование к единице
v_max=0.
if(nom_xy.eq.1) v_max=abs(ras_vx(nom_i,nom_j))
if(nom_xy.eq.2) v_max=abs(ras_vy(nom_i,nom_j))
do i=1,n_disb
do j=1,num1
ras_vx(i,j)=ras_vx(i,j)/v_max
ras_vy(i,j)=ras_vy(i,j)/v_max
end do
end do
*   Конец нормирования
do i=1,n_disb
write(20,'(4f12.5)')ras_vx(i,1),ras_vy(i,1),ras_vx(i,2),
*   ras_vy(i,2)
end do
call fun(n_disb,num1,ras_vx,ras_vy,eks_vx,eks_vy,funk_i1)
write(100,*) 'IF_FUNK ??????',funk_i1,funk_i2
if(funk_i1.le.funk_i2) then
if_met=1
do i=1,n_id
demf(i)=demf1(i)
end do
funk_i=funk_i1
met_ch=' МЕТОД ГАУССА'
else
if_met=0

```

```

do i=1,n_id
  demf(i)=demf2(i)
end do
funk_i=funk_i2
met_ch=' МЕТОД СПУСКА'
endif
achr=' DEMF      '
call prin_p(achr,mb,wb,demf,n_id,if_id,if_stop)
write(*,*) ' A_FUNK',a_funk,' FUNK_I',funk_i
write(20,*) ' A_FUNK',a_funk,' FUNK_I',funk_i
write(100,*) ' A_FUNK',a_funk,' FUNK_I',funk_i
if(funk_i.lt.a_funk) go to 101
if(funk_i.ge.a_funk) then
  ro_it=-0.5*ro_it
  if(abs(ro_it).lt.1e-40) then
    print *, ' RO_IT=',ro_it,' !!!!!!!!'
    stop
  endif
endif
endif
if(funk_i.ge.a_funk) go to 102
*****
1 format(' ITER='i4,a12,' Ro=',e10.3,' funk_i=',e12.5)
401 format('Введите номер в зависимости от участия в расчете:',/,
*         ' 1 - D_кл1- Y,D_кл2 -Y, C_кл1-NO,C_кл2-NO',/,
*         ' 2 - D_кл1-NO,D_кл2-NO, C_кл1- Y,C_кл2- Y',/,
*         ' 3 - D_кл1 = D_кл2 -Y, C_кл1 = C_кл2- Y',/,
*         ' 4 - D_кл1 = D_кл2 -Y, D_рот-Y, C_кл -NO',/,
*         ' 5 - D_кл- NO D_вал -Y, C_кл1 = C_кл2- Y')
402 format('Введите номер в зависимости от участия в расчете:',/,
*         ' 1 - D_кл1- Y,D_кл2 -Y, C_кл1 = C_кл2- Y',/,
*         ' 2 - D_кл1 = D_кл2 -Y, C_кл1- Y,C_кл2- Y',/,
*         ' 3 - D_кл1=D_кл2-Y,D_рот-Y,C_кл1=C_кл2- Y',/,
*         ' 4 - D_кл1-Y, D_кл2-Y, D_рот-Y, C_кл1=- NO')
403 format('Введите номер в зависимости от участия в расчете:',/,
*         ' 1 - D_кл1-Y,D_кл2-Y,C_кл1-Y,C_кл2-Y,D_рот-NO',/,
*         ' 2 - D_кл1-Y,D_кл2-Y,D_рот-Y,C_кл1 = C_кл2 -Y',/,
*         ' 3 - D_кл1 = D_кл2-Y,D_рот-Y,C_кл1-Y,C_кл2 -Y')
stop
end

subroutine f_open(ifdan,notice)
* Открытие файлов исходных данных и результатов расчета
character*30 nd,nr,npc
character*75 notice,str
character*1 named(30),namer(30),namepc(30),yes
equivalence (nd,named),(nr,namer),(npc,namepc)
character*1 c
INTEGER*2 dummy
narg=nargs()
if(narg.eq.1) then
  write(6,20)
20 format(10x,' Имя файла исходных данных      => ', $)

```

```

read (5,'(a)') nd
else
  call getarg(1,nd,dummy)
endif
write(6,35)
35 format(10x,' Дата расчета и название      => ', $)
read (5,'(a)') notice
n=1
1 continue
c=named(n)
k=ichar(c)
if((k.eq.32).or.(k.eq.46)) then
n=n-1
else
n=n+1
go to 1
endif
do i=1,n
namer(i)=named(i)
namepc(i)=namer(i)
end do
named(n+1)='.'
named(n+2)='d'
namer(n+1)='.'
namer(n+2)='r'
namepc(n+1)='.'
namepc(n+2)='a'
namepc(n+3)='_'
namepc(n+4)='v'
if(ifdan.eq.1) then
  open(1,file=nd,status='new')
else
  open(1,file=nd,status='old')
endif
open(100,file=nr)
write(100,'(a)') notice
ifdan=0
return
end

```

```

subroutine dan1(np,ne,nb,ns,npriz,num,ndb,ifdan,nt)

```

\* **Ввод основных характеристик КЕ модели валопровода**

```

character*50 zag
npriz=0
if(ifdan.eq.1) then
9 write(*,10)
10 format(2x,'Введите заглавие      => ', $)
  read(*,'(a)',err=9) zag
11 write(*,12)
12 format(2x,'Задайте число узлов    => ', $)
  read(*,*,err=11) np
13 write(*,14)

```

```

14 format(2x,'Задайте число элементов   => ', $)
   read(*, *, err=13) ne
15 write(*,16)
16 format(2x,'Задайте число узл. с гр. ус. => ', $)
   read(*, *, err=15) nb
20 write(*,21)
21 format(2x,'Задайте число шарниров   => ', $)
   read(*, *, err=20) ns
17 write(*,18)
18 format(2x,'Задайте число упруго-масс.оп.=> ', $)
   read(*, *, err=17) num
22 write(*,23)
23 format(2x,'Задайте число дисбалансов => ', $)
   read(*, *, err=22) ndb
24 write(*,25)
25 format(2x,'Задайте число типов материал.=> ', $)
   read(*, *, err=24) nt
   npriz=0
   write(1,'(a)') zag
   write(1,19) np,ne,nb,ns,npriz,num,ndb,nt
19 format(10i5)
   else
   read(1,'(a)') zag
   read(1,19) np,ne,nb,ns,npriz,num,ndb,nt
   endif
   write(100,'(a)') zag
   write(100,*) ' NP NE NB NS NPRZ NUM NDB NT'
   write(100,19) np,ne,nb,ns,npriz,num,ndb,nt
   return
   end

subroutine dan2(ne,nb,ns,ifdan,npriz,e,ro,l,d,do,rt,haпр,c,nop,
*          nbc,nfix,ks,num,n_disb,mp,cp,ckl,dd,px,py,dx,dy,
*          xk_mass,numl,nband,g,nt,ntip)
* Ввод характеристик конечных элементов
real*8 l(ne),d(ne),do(ne),rt(ne),haпр(ne),c(ne),e(nt),ro(nt)
real*8 mp1,cp1,ckl1,dd1,px1,py1,dx1,dy1
real*8 mp(ne),cp(ne),ckl(ne),dd(ne),g(ne)
real*8 px(ne),py(ne),dx(ne),dy(ne)
real*4 xk_mass(num)
integer*4 nop(ne,2),nbc(nb),nfix(nb),ks(ns,5),ntip(ne)
45 format(66('*')/)
170 format(3x,'z (i) -- Длина участка           { см }   '/
*      3x,'d (i) -- Внешний диаметр участка     { см }   '/
*      3x,'do(i) -- Внутренний диаметр участка  { см }   '/
*      3x,'g (i) -- Присоединенные массы участка { кг }   '/
*      3x,'c (i) -- Жесткость участка           { кг/см } '/
*      3x,'cc(i) -- Жесткость участка угловая { кг*см/рад } '/
*      3x,'nt(i) -- Тип материала                ')
171 format(3x,' Граничные условия:           '/
*      3x,' 11-жесткая заделка                '/
*      3x,' 10-жесткая опора                   '/

```

```

*   3x,' 01-разрешено перемещение,      '/
*   3x,'   запрещен угол поворота      ')
172 format(3x,' Внимание:                '/
*   3x,' шарнир всегда находится       '/
*   3x,' в правом узле участка         ')
4 format(2x,'Введите матрицу связи  пор('i3','1) por('i3','2)')
6 format(2x,'Введите номер узла , вид закрепления 'i3)
10 format(2x,'Введите номер элемента с шарниром  'i3)
8 format(2x,'Введите Е-модуль упругости,кг/см^2,го-плотность,кг/см^
*3 для'i2,'-го типа мат.')
if(ifdan.eq.1) then
write(6,45)
write(6,170)
write(6,45)
do i=1,ne
2 format(2x,'Введите z('i3,') d('i3,') do('i3,') g('i3,') c('i
*3,') cc('i3,') Iэ('i3,') Тип('i3,')')
read(*,*,err=1)l(i),d(i),do(i),rt(i),c(i),hapr(i),g(i),ntip(i)
end do
if(npriz.eq.1) then
do i=1,ne
3   write(*,4) i,i
    read(*,*,err=3) nop(i,1),nop(i,2)
    end do
endif
if(nb.gt.0) then
write(6,45)
write(6,171)
write(6,45)
do i=1,nb
5   write(*,6) i
    read(*,*,err=5) nbc(i),nfix(i)
    end do
endif
if(ns.gt.0) then
write(6,45)
write(6,172)
write(6,45)
do i=1,ns
9   write(*,10) i
    read(*,*,err=9) ks(i,1)
    do j=2,4
        ks(i,j)=0
    end do
    ks(i,5)=1
    end do
endif
do ij=1,nt
7   write(*,8) ij
    read(*,*,err=7) e(ij),ro(ij)
    end do
if(npriz.eq.1) then

```

```

    write(1,20)(i,l(i),d(i),do(i),rt(i),c(i),hapr(i),g(i),ntip(i),
*       nop(i,1),nop(i,2),i=1,ne)
else
    write(1,21)(i,l(i),d(i),do(i),rt(i),c(i),hapr(i),g(i),
*       ntip(i),i=1,ne)
endif
if(nb.gt.0) then
    write(1,22)(nbc(i),nfix(i),i=1,nb)
endif
if(ns.gt.0) then
    write(1,24)((ks(i,j),j=1,5),i=1,ns)
endif
do jj=1,nt
    write(1,23) e(jj),ro(jj)
end do
else
if(npriz.eq.1) then
    read(1,20)(j,l(i),d(i),do(i),rt(i),c(i),hapr(i),g(i),ntip(i),
*       nop(i,1),nop(i,2),i=1,ne)
else
    read(1,*)(j,l(i),d(i),do(i),rt(i),c(i),hapr(i),g(i),ntip(i),
*       i=1,ne)
end if
if(nb.gt.0) then
    read(1,22)(nbc(i),nfix(i),i=1,nb)
endif
if(ns.gt.0) then
    read(1,24)((ks(i,j),j=1,5),i=1,ns)
endif
do jj=1,nt
    read(1,23) e(jj),ro(jj)
end do
endif
if(num.gt.0) then
num1=0
do i=1,num
    xk_mass(i)=0.
    read(1,'(i5,f9.3,3e12.5)') ll1,mp1,cp1,ckl1,ddl
    mp(ll1)=mp1
    cp(ll1)=cp1
    ckl(ll1)=ckl1
    dd(ll1)=ddl
    if((mp1.gt.0).and.(ckl1.gt.0)) then
        num1=num1+1
        xk_mass(num1)=0.
        do jj=1,ll1
            xk_mass(num1)=xk_mass(num1)+l(jj)
        end do
    endif
end do
endif
if(n_disb.gt.0) then

```

```

do i=1,n_disb
  read(1,'i5,4e12.5') ll,dx1,dy1,px1,py1
  dx(ll)=dx1
  dy(ll)=dy1
  px(ll)=px1
  py(ll)=py1
end do
endif
if(npriz.eq.1) then
  write(100,20)(i,l(i),d(i),do(i),rt(i),c(i),hapr(i),g(i),ntip(i),
*      nop(i,1),nop(i,2),i=1,ne)
else
  write(100,21)(i,l(i),d(i),do(i),rt(i),c(i),hapr(i),g(i),ntip(i),
*      i=1,ne)
endif
if(nb.gt.0) then
  write(100,22)(nbc(i),nfix(i),i=1,nb)
endif
if(ns.gt.0) then
  write(100,24)((ks(i,j),j=1,5),i=1,ns)
endif
do jj=1,nt
  write(100,23) e(jj),ro(jj)
end do
do i=1,ne
  if((mp(i).gt.0).and.(ckl(i).gt.0)) then
    write(100,'i5,f9.3,3e12.5') i,mp(i),cp(i),ckl(i),dd(i)
  else
    if(dd(i).gt.0) write(100,25) i,dd(i)
  endif
end do
do i=1,ne
  if((dx(i).ne.0).or.(dy(i).ne.0).or.(px(i).ne.0).or.(py(i).ne.0))
*  then
    write(100,'i5,4e12.5') i,dx(i),dy(i),px(i),py(i)
  endif
end do
if(npriz.eq.0) then
  nband=4
else
  nband=4
  do i=1,ne
    nnb=(abs(nop(i,1)-nop(i,2))+1)*2
    if(nnb.gt.nband) nband=nnb
  end do
endif
20 format(i5,4f9.3,3e12.5,i3,2i5)
21 format(i5,4f9.3,3e12.5,i3)
22 format(2i5)
23 format(2e16.8)
24 format(5i3)
25 format('Демпфирование в элементе',i3,' ALF=',e12.5)

```

```
return
end
```

```
subroutine prow_id(k,l,d,do,n_file)
```

\* **Проверка правильности исходных данных**

```
real*8 l(k),d(k),do(k)
```

```
n_err=0
```

```
do i=1,k
```

```
if(d(i).lt.1000) then
```

```
if(l(i).le.0) then
```

```
n_err=n_err+1
```

```
write(n_file,1) i,l(i)
```

```
endif
```

```
if(d(i).le.0) then
```

```
n_err=n_err+1
```

```
write(n_file,2) i,d(i)
```

```
endif
```

```
if(do(i).lt.0) then
```

```
n_err=n_err+1
```

```
write(n_file,3) i,do(i)
```

```
endif
```

```
if(d(i).le.do(i)) then
```

```
n_err=n_err+1
```

```
write(n_file,4) i,d(i),do(i)
```

```
endif
```

```
endif
```

```
end do
```

```
if(n_err.ne.0) then
```

```
write(n_file,5) n_err
```

```
write(*,5) n_err
```

```
stop
```

```
endif
```

```
1 format(' Ошибка! Длина участка',i3,'=',f10.3)
```

```
2 format(' Ошибка! Наружный диаметр участка',i3,'=',f10.3)
```

```
3 format(' Ошибка! Внутренний диаметр участка',i3,'=',f10.3)
```

```
4 format(' Ошибка! Наружный диаметр участка',i3,' <= внутреннего'
```

```
*      ,f8.2,'<=',f8.2)
```

```
5 format(' В исходных данных найдено',i2,' ошиб.')
```

```
return
```

```
end
```

```
subroutine grusl(ne,nb,ns,ro,z,d,h,g,nbc,nfix,ks,ngr,q,ll,mm,mg,
```

```
*      n_pr,nach,db,mb,nt,ntip)
```

\* **Вычисление массовых и геометрических характеристик**

\* **отдельных частей валопровода**

```
integer*4 q(15),kk,kn,i,j,ne,ntip(ne)
```

```
integer*1 ngr(ne)
```

```
real*8 z(ne),d(ne),h(ne),g(ne),ro(nt),db,mb
```

```
real*4 ll(15),mm(15),mg(15)
```

```
integer*4 nbc(nb),nfix(nb),ks(ns,5)
```

```
nach=0
```

```
db=abs(d(1))
```



```

do i=1,ne
  ngr(i)=0
  if(abs(d(i)).gt.db) db=d(i)
end do
n_pr=1
do i=1,nb
  n_pr=n_pr+1
  j=nb(i)-1
  n_usl=nfix(i)-10
  if((j.gt.0).and.(j.lt.ne)) ngr(j)=1
  if((j.eq.0).or.(j.eq.ne)) then
    if(j.eq.0) k_sdw=1
    if(j.eq.ne) k_sdw=0
    if(n_usl.eq.0) ngr(j+k_sdw)=3
    if(n_usl.eq.1) ngr(j+k_sdw)=4
  endif
  if((j.eq.ne).or.(j.eq.0)) n_pr=n_pr-1
  if((j.eq.ne).and.(nfix(i).eq.1)) nach=1
  if((j.eq.ne).and.(n_usl.eq.1)) nach=2
enddo
if(ns.gt.0) then
do i=1,ns
  n_pr=n_pr+1
  if(ks(i,5).eq.1) then
    j=ks(i,1)
  endif
  if(ks(i,3).eq.1) then
    j=ks(i,1)-1
  endif
  ngr(j)=2
enddo
endif
do i=1,n_pr
  q(i)=0
end do
k_pr=1
do i=1,ne
  q(k_pr)=q(k_pr)+1
  if((ngr(i).ne.0).and.(ngr(i).lt.3)) k_pr=k_pr+1
end do
do i=1,n_pr
  ll(i)=0.
  mm(i)=0.
  mg(i)=0.
end do
kn=1
mb=0.
do i=1,n_pr
  kk=kn+q(i)-1
  do j=kn,kk
    ll(i)=ll(i)+z(j)
    nomer=ntip(j)
  end do
end do

```

```

s=z(j)*(d(j)**2-h(j)**2)*3.1415926/4*ro(nomer)
mm(i)=mm(i)+s
mg(i)=mg(i)+s+abs(g(j))
end do
kn=kn+q(i)
mb=mb+mg(i)
end do
return
end

subroutine formk(ne,nb,e,ro,ndf,ncn,nband,nszf,ll,d,do,rt,hapr,c,
* nbc,nfix,sk,sm,b,nop,npriz,ns,ks,g,nt,ntip)
* Посторение матриц жесткости SK и масс SM системы
real*8 ll(ne),d(ne),do(ne),rt(ne),hapr(ne),c(ne),e(nt),ro(nt),
* g(ne),ro_el,e_el
real*8 sk(nszf,nband),sm(nszf,nband),b(nszf),estifm(4,4),emt(4,4)
integer*4 nop(ne,2),nbc(nb),nfix(nb),ks(ns,5),ntip(ne)
do 300 n=1,nszf
b(n)=0.
do 300 m=1,nband
sm(n,m)=0.
300 sk(n,m)=0.
* Цикл по конечным элементам
do 400 n=1,ne
nomer=ntip(n)
e_el=e(nomer)
ro_el=ro(nomer)
call stift(n,ne,nszf,e_el,ro_el,nop,ll,d,do,rt,hapr,c,estifm,emt,
* b,npriz,ns,ks,g)
do 350 jj=1,ncn
nrowb=(nop(n,jj)-1)*ndf
do 350 j=1,ndf
nrowb=nrowb+1
i=(jj-1)*ndf+j
do 330 kk=1,ncn
ncolb=(nop(n,kk)-1)*ndf
do 320 k=1,ndf
l=(kk-1)*ndf+k
ncol=ncolb+k+1-nrowb
if(ncol)320,320,310
310 sk(nrowb,ncol)=sk(nrowb,ncol)+estifm(i,l)
sm(nrowb,ncol)=sm(nrowb,ncol)+emt(i,l)
320 continue
330 continue
350 continue
400 continue
*
ves=0
do i=1,nszf
ves=ves+b(i)
end do
* Учет граничных условий

```

```

if(nb.gt.0) then
do 500 n=1,nb
nx=10**(ndf-1)
i=NBC(n)
nrowb=(i-1)*ndf
*
do 490 m=1,ndf
nrowb=nrowb+1
icon=nfix(n)/nx
if(icon)450,450,420
420 sk(nrowb,1)=1.
b(nrowb)=0.
sm(nrowb,1)=0.
do 430 j=2,nband
sk(nrowb,j)=0.
sm(nrowb,j)=0.
nr=nrowb+1-j
if(nr)430,430,425
425 sk(nr,j)=0.
sm(nr,j)=0.
430 continue
nfix(n)=nfix(n)-nx*icon
450 nx=nx/10
490 continue
500 continue
endif
return
end

subroutine stift(n,ne,nszf,e,ro,nop,l,d,do,rt,hapr,c,es,em,b,
* npriz,ns,ks,g)
* Посторение матриц жесткости ES и масс EM конечного элемента
real*8 l(ne),d(ne),do(ne),rt(ne),hapr(ne),c(ne),g(ne)
real*8 es(4,4),em(4,4),b(nszf),e,ro,he,se,rro,f
integer nop(ne,2),ks(ns,5)
if(npriz.eq.1) then
i=nop(n,1)
j=nop(n,2)
else
i=n
j=n+1
nop(n,1)=n
nop(n,2)=n+1
endif
he=3.1415926*(d(n)**4-do(n)**4)/64.
se=l(n)
if(rt(n).lt.0.0) then
rro=ro*3.1415926*(d(n)*d(n)-do(n)*do(n))/4-rt(n)/(se*981.)
else
rro=ro*3.1415926*(d(n)*d(n)-do(n)*do(n))/4
endif
f=rro*se*981./2.

```

```

b(2*n+1)=b(2*n+1)+f
b(2*n-1)=b(2*n-1)+f
if(rt(n).gt.0) then
  b(2*n+1)=b(2*n+1)+rt(n)
endif
es(1,1)=12./(se**3)
es(1,2)=6./(se**2)
es(1,3)=-es(1,1)
es(1,4)=es(1,2)
es(2,2)=4./se
es(2,3)=-es(1,2)
es(2,4)=2./se
es(3,3)=es(1,1)
es(3,4)=es(2,3)
es(4,4)=es(2,2)
es(2,1)=es(1,2)
es(3,1)=es(1,3)
es(3,2)=es(2,3)
es(4,1)=es(1,4)
es(4,2)=es(2,4)
es(4,3)=es(3,4)
em(1,1)=13.*se/35.
em(1,2)=11.*se**2/210.
em(1,3)=9.*se/70
em(1,4)=-13.*se**2/420.
em(2,2)=se**3/105.
em(2,3)=13.*se**2/420.
em(2,4)=-se**3./140.
em(3,3)=em(1,1)
em(3,4)=-em(1,2)
em(4,4)=em(2,2)
em(2,1)=em(1,2)
em(3,1)=em(1,3)
em(3,2)=em(2,3)
em(4,1)=em(1,4)
em(4,2)=em(2,4)
em(4,3)=em(3,4)
do i=1,4
  do j=1,4
    es(i,j)=es(i,j)*e*he
    em(i,j)=em(i,j)*rro
  end do
end do
if(c(n).gt.0.1e-10) then
  es(3,3)=es(3,3)+c(n)
endif
if(hapr(n).gt.0.1e-10) then
  es(4,4)=es(4,4)+hapr(n)
endif
if(abs(g(n)).gt.0) then
  em(4,4)=em(4,4)-g(n)/981.
endif

```

```

if(rt(n).gt.0) then
  em(3,3)=em(3,3)+rt(n)/981.
endif
call sarnmm(2,n,ns,ks,es)
call sarnmm(2,n,ns,ks,em)
return
end

```

```

subroutine sarnmm(n,ij,ns,nbs,fe)

```

\* **Учет шарнирных связей в конечном элементе**

```

real*8 fe(4,4),c(4,4),d(5),f,u,v

```

```

dimension nbs(ns,5)

```

```

m=2*n

```

```

do i=1,ns

```

```

  if(ij.eq.nbs(i,1)) then

```

```

    do k=1,m

```

```

      do j=1,m

```

```

        c(k,j)=fe(k,j)

```

```

      end do

```

```

    end do

```

```

    do k=1,m

```

```

      if(nbs(i,k+1).eq.1) then

```

```

        do ii=1,m

```

```

          d(ii)=c(k,ii)

```

```

        end do

```

```

        if(d(k).ne.0) then

```

```

          do j=1,m

```

```

            f=c(j,k)/d(k)

```

```

            do is=1,m

```

```

              u=c(j,is)-f*d(is)

```

```

              v=dabs(c(j,is)*1e-5)

```

```

              if(dabs(u).le.v) u=0.

```

```

              c(j,is)=u

```

```

            end do

```

```

          end do

```

```

        end if

```

```

      end if

```

```

    end do

```

```

    do io=1,m

```

```

      do jo=1,m

```

```

        fe(io,jo)=c(io,jo)

```

```

      end do

```

```

    end do

```

```

  end if

```

```

end do

```

```

1 format(4e16.8)

```

```

return

```

```

end

```

```

subroutine pr_demf(ne,dd,ckl,demf,n_id,if_id,ip)

```

\* **Учет идентифицируемых параметров в зависимости от их**

\* **сочетания и количества**

```

real*8 dd(ne),ckl(ne),demf(n_id)
if(ip.eq.0) then
* 2 napamerpa
if(n_id.eq.2) then
select case(if_id)
case(1)
ind=0
do i=1,ne
if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
ind=ind+1
if(ind.le.2) demf(ind)=dd(i)
end if
end do
case(2)
ind=0
do i=1,ne
if(abs(ckl(i)).gt.0) then
ind=ind+1
if(ind.le.2) demf(ind)=ckl(i)
end if
end do
case(3)
ind1=0
ind2=0
do i=1,ne
if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
ind1=ind1+1
if(ind1.eq.1) demf(1)=dd(i)
end if
if(abs(ckl(i)).gt.0) then
ind2=ind2+1
if(ind2.eq.1) demf(2)=ckl(i)
end if
end do
case(4)
ind1=0
ind2=0
do i=1,ne
if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
ind1=ind1+1
if(ind1.eq.1) demf(1)=dd(i)
endif
if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).lt.1e-20)) then
ind2=ind2+1
if(ind2.eq.1) demf(2)=dd(i)
end if
end do
case(5)
ind1=0
ind2=0
do i=1,ne
if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).lt.1e-20)) then

```

```

    ind1=ind1+1
    if(ind1.eq.1) demf(1)=dd(i)
end if
if(abs(ckl(i)).gt.0) then
    ind2=ind2+1
    if(ind2.eq.1) demf(2)=ckl(i)
end if
end do
end select
endif

```

\* 3 параметра

```

if(n_id.eq.3) then
    select case(if_id)
    case(1)
        ind1=0
        ind2=0
        do i=1,ne
            if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
                ind1=ind1+1
                if(ind1.le.2) demf(ind1)=dd(i)
            end if
            if(abs(ckl(i)).gt.0) then
                ind2=ind2+1
                if(ind2.eq.1) demf(3)=ckl(i)
            end if
        end do
    case(2)
        ind1=0
        ind2=1
        do i=1,ne
            if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
                ind1=ind1+1
                if(ind1.eq.1) demf(1)=dd(i)
            end if
            if(abs(ckl(i)).gt.0) then
                ind2=ind2+1
                if(ind2.le.3) demf(ind2)=ckl(i)
            end if
        end do
    case(3)
        ind1=0
        ind2=0
        ind3=0
        do i=1,ne
            if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
                ind1=ind1+1
                if(ind1.eq.1) demf(1)=dd(i)
            end if
            if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).lt.1e-20)) then
                ind2=ind2+1
                if(ind2.eq.1) demf(2)=dd(i)
            end if
        end do
    end select
endif

```

```

end if
if(abs(ckl(i)).gt.0) then
  ind3=ind3+1
  if(ind3.eq.1) demf(3)=ckl(i)
end if
end do
case(4)
ind1=0
ind2=0
do i=1,ne
  if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
    ind1=ind1+1
    if(ind1.le.2) demf(ind1)=dd(i)
  end if
  if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).lt.1e-20)) then
    ind2=ind2+1
    if(ind2.eq.1) demf(3)=dd(i)
  end if
end do
end select
endif

```

\* 4 параметра

```

if(n_id.eq.4) then
  select case(if_id)
  case(1)
    ind1=0
    ind2=2
    do i=1,ne
      if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
        ind1=ind1+1
        if(ind1.le.2) demf(ind1)=dd(i)
      end if
      if(abs(ckl(i)).gt.0) then
        ind2=ind2+1
        if(ind2.le.4) demf(ind2)=ckl(i)
      end if
    end do
  case(2)
    ind1=0
    ind2=2
    ind3=3
    do i=1,ne
      if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
        ind1=ind1+1
        if(ind1.le.2) demf(ind1)=dd(i)
      end if
      if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).lt.1e-20)) then
        ind2=ind2+1
        if(ind2.eq.3) demf(3)=dd(i)
      end if
    end do
  if(abs(ckl(i)).gt.0) then

```



```

        ind3=ind3+1
        if(ind3.eq.4) demf(4)=ckl(i)
    end if
end do
case(3)
ind1=0
ind2=1
ind3=2
do i=1,ne
    if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
        ind1=ind1+1
        if(ind1.eq.1) demf(1)=dd(i)
    end if
    if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).lt.1e-20)) then
        ind2=ind2+1
        if(ind2.eq.2) demf(2)=dd(i)
    end if
    if(abs(ckl(i)).gt.0) then
        ind3=ind3+1
        if(ind3.le.4) demf(ind3)=ckl(i)
    end if
end do
end select
endif

```

\* 5 параметров

```

if(n_id.eq.5) then
    ind1=0
    ind2=2
    ind3=4
    do i=1,ne
        if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
            ind1=ind1+1
            if(ind1.le.2) demf(ind1)=dd(i)
        end if
        if(abs(ckl(i)).gt.0) then
            ind2=ind2+1
            if(ind2.le.4) demf(ind2)=ckl(i)
        end if
        if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).lt.1e-20)) then
            ind3=ind3+1
            if(ind3.eq.5) demf(5)=dd(i)
            write(77,*) demf(5),dd(i)
        end if
    end do
endif
else

```

\* 2 параметра

```

if(n_id.eq.2) then
    select case(if_id)
    case(1)
        ind=0

```

```

do i=1,ne
  if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
    ind=ind+1
    if(ind.le.2) dd(i)=demf(ind)
  end if
end do
case(2)
ind=0
do i=1,ne
  if(abs(ckl(i)).gt.0) then
    ind=ind+1
    if(ind.le.2) ckl(i)=demf(ind)
  end if
end do
case(3)
do i=1,ne
  if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
    dd(i)=demf(1)
  endif
  if(abs(ckl(i)).gt.0) ckl(i)=demf(2)
end do
case(4)
do i=1,ne
  if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
    dd(i)=demf(1)
  endif
  if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).lt.1e-20)) then
    dd(i)=demf(2)
  endif
end do
case(5)
do i=1,ne
  if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).lt.1e-20)) then
    dd(i)=demf(1)
  endif
  if(abs(ckl(i)).gt.0) ckl(i)=demf(2)
end do
end select
endif

```

```

* 3 параметра
if(n_id.eq.3) then
  select case(if_id)
  case(1)
    ind1=0
    do i=1,ne
      if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
        ind1=ind1+1
        if(ind1.le.2) dd(i)=demf(ind1)
      end if
      if(abs(ckl(i)).gt.0) ckl(i)=demf(3)
    end do

```

```

case(2)
  ind2=1
  do i=1,ne
    if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
      dd(i)=demf(1)
    endif
    if(abs(ckl(i)).gt.0) then
      ind2=ind2+1
      if(ind2.le.3) ckl(i)=demf(ind2)
    end if
  end do
case(3)
  do i=1,ne
    if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
      dd(i)=demf(1)
    endif
    if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).lt.1e-20)) then
      dd(i)=demf(2)
    endif
    if(abs(ckl(i)).gt.0) ckl(i)=demf(3)
  end do
case(4)
  ind1=0
  do i=1,ne
    if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
      ind1=ind1+1
      if(ind1.le.2) dd(i)=demf(ind1)
    end if
    if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).lt.1e-20)) then
      dd(i)=demf(3)
    end if
  end do
end select
endif

```

```

* 4 параметра
if(n_id.eq.4) then
  select case(if_id)
  case(1)
    ind1=0
    ind2=2
    do i=1,ne
      if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
        ind1=ind1+1
        if(ind1.le.2) dd(i)=demf(ind1)
      end if
      if(abs(ckl(i)).gt.0) then
        ind2=ind2+1
        if(ind2.le.4) ckl(i)=demf(ind2)
      end if
    end do
  case(2)

```

```

ind1=0
do i=1,ne
  if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
    ind1=ind1+1
    if(ind1.le.2) dd(i)=demf(ind1)
  end if
  if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).lt.1e-20)) then
    dd(i)=demf(3)
  end if
  if(abs(ckl(i)).gt.0) ckl(i)=demf(4)
end do
case(3)
ind3=2
do i=1,ne
  if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
    dd(i)=demf(1)
  end if
  if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).lt.1e-20)) then
    dd(i)=demf(2)
  endif
  if(abs(ckl(i)).gt.0) then
    ind3=ind3+1
    if(ind3.le.4) ckl(i)=demf(ind3)
  end if
end do
end select
endif

```

```

* 5 параметров
if(n_id.eq.5) then
  ind1=0
  ind2=2
  do i=1,ne
    if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).gt.0)) then
      ind1=ind1+1
      if(ind1.le.2) dd(i)=demf(ind1)
    end if
    if(abs(ckl(i)).gt.0) then
      ind2=ind2+1
      if(ind2.le.4) ckl(i)=demf(ind2)
    end if
    if((abs(dd(i)).gt.0).and.(abs(ckl(i)).lt.1e-20)) then
      dd(i)=demf(5)
      write(77,*) ' obr' ,demf(5),dd(i)
    endif
  end do
endif
* 5
endif
return
end

```

subroutine prin\_p(achr,mb,wb,demf,n\_id,if\_id,if\_stop)

\* **Печать идентифицируемых параметров**

```

real*8 demf(n_id),mb,wb,unm(5)
character*15 achr
character*10 str
write(str,3) n_id
write(100,*) achr
write(100,str) (demf(i),i=1,n_id)
if(n_id.eq.2) then
  select case(if_id)
    case(1,4)
      unm(1)=demf(1)*mb*wb*981.
      unm(2)=demf(2)*mb*wb*981.
    case(2)
      unm(1)=demf(1)*mb*wb**2
      unm(2)=demf(2)*mb*wb**2
    case(3,5)
      unm(1)=demf(1)*mb*wb*981.
      unm(2)=demf(2)*mb*wb**2
  end select
end if
if(n_id.eq.3) then
  select case(if_id)
    case(1,3)
      unm(1)=demf(1)*mb*wb*981.
      unm(2)=demf(2)*mb*wb*981.
      unm(3)=demf(3)*mb*wb**2
    case(2)
      unm(1)=demf(1)*mb*wb*981.
      unm(2)=demf(2)*mb*wb**2
      unm(3)=demf(3)*mb*wb**2
    case(4)
      unm(1)=demf(1)*mb*wb*981.
      unm(2)=demf(2)*mb*wb*981.
      unm(3)=demf(3)*mb*wb*981.
  end select
end if
if(n_id.eq.4) then
  select case(if_id)
    case(1,3)
      unm(1)=demf(1)*mb*wb*981.
      unm(2)=demf(2)*mb*wb*981.
      unm(3)=demf(3)*mb*wb**2
      unm(4)=demf(4)*mb*wb**2
    case(2)
      unm(1)=demf(1)*mb*wb*981.
      unm(2)=demf(2)*mb*wb*981.
      unm(3)=demf(3)*mb*wb*981
      unm(4)=demf(4)*mb*wb**2
  end select
end if
if(n_id.eq.5) then

```

```

unm(1)=demf(1)*mb*wb*981.
unm(2)=demf(2)*mb*wb*981.
unm(3)=demf(3)*mb*wb**2
unm(4)=demf(4)*mb*wb**2
unm(5)=demf(5)*mb*wb*981.
end if
write(*,str) (unm(i),i=1,n_id)
write(20,str) (unm(i),i=1,n_id)
write(100,str) (unm(i),i=1,n_id)
3 format('(',i2,'e16.8)')
return
end

```

```

subroutine ras_vl(ne,nszf,mp,cp,ckl,dd,omega,sk,sm,dx,dy,px,py,
*      az,bz,a1z,x,num,yb,wb,fkx_mass,fky_mass,fk1,
*      fk2,vx,vy,vlx,vly,n_disb,nom_disb,ddx,ddy,
*      num1,ras_vx,ras_vy)
*  Вычисление расчетных ДКВ
real*8 mp(ne),cp(ne),ckl(ne),dd(ne),sk(nszf,4),sm(nszf,4)
real*8 dx(ne),dy(ne),px(ne),py(ne),omega,yb,wb
complex*16 az(nszf,4),bz(nszf),a1z(nszf,-3:3),x(nszf)
real*4 fkx_mass(num),fky_mass(num),fk1(0:ne),fk2(0:ne)
real*4 vlx(num),vly(num)
real*8 ddx(num),ddy(num),vx(num),vy(num),ras_vx(n_disb,num1),
*      ras_vy(n_disb,num1)
integer*1 nom_disb(n_disb)
write(100,*) ' RAS_WL Дисбалансы '
do i=1,n_disb
do io=1,ne
dx(io)=0.
dy(io)=0.
end do
ind=nom_disb(i)
dx(ind)=ddx(ind)
dy(ind)=ddy(ind)
do ik=1,ne
if(abs(dx(ik)).gt.0) write(100,3) i,ik,dx(ik)
if(abs(dy(ik)).gt.0) write(100,3) i,ik,dy(ik)
end do
call umd_op(ne,nszf,mp,cp,ckl,dd,omega,sk,sm,dx,dy,px,py,az,bz)
call wideb(az,bz,a1z,x,nszf)
call rez_wyn(nszf,num,ne,x,yb,omega,wb,cp,ckl,mp,dd,
*      fkx_mass,fky_mass,fk1,fk2,vx,vy,vlx,vly,0)
do jj=1,num1
ras_vx(i,jj)=vx(jj)
ras_vy(i,jj)=vy(jj)
end do
end do
write(100,*) ' RAS_WL Демфирование '
do i=1,ne
if(abs(dd(i)).gt.0) write(100,2) i,dd(i)

```

```

end do
write(100,*) ' RAS_WL Жесткость клина '
do i=1,ne
  if(abs(ckl(i)).gt.0) write(100,2) i,ckl(i)
end do
write(100,*) ' RAS_WL Виброскорость '
write(100,1) (i,(ras_vx(i,j),ras_vy(i,j),j=1,num1),i=1,n_disb)
1 format(i5,4f12.5)
2 format(i5,e12.5)
3 format(2i5,e12.5)
return
end

subroutine umd_op(ne,nszf,mp,cp,ckl,dd,omega,sk,sm,dx,dy,px,py,
*          az,bz)
* Учет упруго-массовой опоры
real*8 mp(ne),cp(ne),ckl(ne),dd(ne),sk(nszf,4),sm(nszf,4)
real*8 dx(ne),dy(ne),px(ne),py(ne)
real*8 omega,zn1,zn2,alf
complex*16 az(nszf,4),bz(nszf),tc
do i=1,nszf
  do j=1,4
    az(i,j)=dcmplx(-sm(i,j)*omega**2+sk(i,j),0.)
  end do
  bz(i)=dcmplx(0.,0.)
end do
do i=1,ne
  j=2*i+1
  bz(j)=dcmplx(px(i)+dx(i)*omega**2,py(i)+dy(i)*omega**2)
end do
do i=1,ne
  j=i*2+1
  if((mp(i).gt.1e-20).and.(ckl(i).gt.1e-20)) then
    zn1=cp(i)+ckl(i)-mp(i)*omega**2
    zn2=cp(i)-mp(i)*omega**2
    alf=omega*dd(i)
    tc=dcmplx(ckl(i)*zn1+alf**2,alf*zn2)
    tc=tc*zn2/(zn1**2+alf**2)
    az(j,1)=az(j,1)+tc
  else
    az(j,1)=az(j,1)+dcmplx(0.,omega*dd(i))
  endif
end do
return
end

subroutine wideb(a,b,a1,x,n)
* Построение системы уравнений вынужденных колебаний
complex*16 a(n,4),b(n),a1(n,-3:3),x(n)
do i=1,n
  do j=-3,3
    a1(i,j)=0.

```

```

    end do
end do
do i=1,n
  a1(i,0)=a(i,1)
end do
do i=1,n-1
  a1(i,1)=a(i,2)
  a1(i+1,-1)=a(i,2)
end do
do i=1,n-2
  a1(i,2)=a(i,3)
  a1(i+2,-2)=a(i,3)
end do
do i=1,n-3
  a1(i,3)=a(i,4)
  a1(i+3,-3)=a(i,4)
end do
m=3
call bands(n,m,a1,b,x)
return
end

```

```

subroutine bands(n,m,a,b,x)
complex*16 b(n),a(n,-3:3),x(n),c

```

\* **Решение системы уравнений вынужденных колебаний методом Гаусса**

```

do i=1,n
  np=0
  if(i.gt.n-m) np=i-n+m
  do k=1,m-np
    l=i+k
    c=a(l,-k)/a(i,0)
    b(l)=b(l)-c*b(i)
    do j=m-np,0,-1
      a(l,j-k)=a(l,j-k)-c*a(i,j)
    enddo
  enddo
enddo
do i=n,1,-1
  l=0
  x(i)=b(i)/a(i,0)
  if(i.gt.n-m) l=i-n+m
  do j=1,m-l
    x(i)=x(i)-a(i,j)/a(i,0)*x(i+j)
  enddo
enddo
return
end

```

```

subroutine rez_wyn(nszf,num,ne,x,yb,omega,wb,cp,ckl,mp,dd,
*          fky_mass,fk1,fk2,vx,vy,opx,opy,if_p)

```

\* **Определение перемещений и скорости опоры**



```

real*4 fxx_mass(num),fky_mass(num),fk1(0:ne),fk2(0:ne)
real*4 opx(num),opy(num)
real*8 vx(num),vy(num),cp(ne),ckl(ne),mp(ne),dd(ne)
real*8 yb,omega,wb,zn1,zn2,alf
complex*16 x(nszf),ap,tc
if(if_p.gt.0) then
do i=1,nszf
write(100,*) i,x(i)*yb
end do
np=nszf/2
do j=1,np
i=2*j-1
write(100,*) j,cdabs(x(i))*yb
end do
endif
kkk=0
do j=1,ne
i=2*j+1
if((mp(j).gt.1e-20).and.(ckl(j).gt.1e-20)) then
zn1=cp(j)+ckl(j)-mp(j)*omega**2
zn2=cp(j)-mp(j)*omega**2
alf=omega*dd(j)
tc=dcmplx(ckl(j)*zn1+alf**2,alf*zn2)
tc=tc/(zn1**2+alf**2)
ap=yb*x(i)*tc
if(if_p.gt.0) then
write(100,*) ' UMP=',j
write(100,*) ' TC',tc
write(100,*) ' X_вала',x(i)*yb
write(100,*) ' X_опоры',ap
end if
kkk=kkk+1
fxx_mass(kkk)=-real(ap)
fky_mass(kkk)=-imag(ap)
opx(kkk)=real(x(i))*yb
opy(kkk)=imag(x(i))*yb
vx(kkk)=-dimag(ap)*omega*wb*10
vy(kkk)=dble(ap)*omega*wb*10
if(if_p.gt.0) then
write(100,*) ' Перемещения опоры ',j,ap
write(100,*) ' ABS ',j,cdabs(ap)
write(100,*) ' V_x ',vx(kkk),' мм/с'
write(100,*) ' V_y ',vy(kkk),' мм/с'
endif
endif
end do
if(if_p.gt.0) then
do j=0,ne
i=2*j+1
fk1(j)=-real(x(i))*yb
fk2(j)=-imag(x(i))*yb
end do

```

```
endif
return
end
```

```
subroutine fun(n_disb,num1,ras_vx,ras_vy,eks_vx,eks_vy,funkc)
```

```
* Вычисление целевой функции
real*8 eks_vx(n_disb,num1),eks_vy(n_disb,num1),
*   ras_vx(n_disb,num1),ras_vy(n_disb,num1),funkc
funkc=0.
do i=1,n_disb
do jj=1,num1
  funkc=funkc+(eks_vx(i,jj)-ras_vx(i,jj))**2+
*   (eks_vy(i,jj)-ras_vy(i,jj))**2
end do
end do
l format(i5,4f12.5)
return
end
```

```
subroutine proiz(n_disb,num1,del_vx,del_vy,ras_vx,ras_vy,df_dd,
*   delta,n_id,ij)
```

```
* Вычисление частных производных первого порядка
real*8 del_vx(n_disb,num1),del_vy(n_disb,num1),ras_vx(n_disb,num1)
*   ,ras_vy(n_disb,num1),df_dd(n_disb,2*num1,n_id),delta
write(100,*) ' Производные'
do i=1,n_disb
do j=1,num1
  df_dd(i,j*2-1,ij)=(del_vx(i,j)-ras_vx(i,j))/delta
  df_dd(i,j*2 ,ij)=(del_vy(i,j)-ras_vy(i,j))/delta
end do
write(100,1) i,(df_dd(i,j,ij),j=1,2*num1)
end do
l format(i5,4e12.5)
return
end
```

```
subroutine opr_q(n_disb,num1,eks_vx,eks_vy,ras_vx,ras_vy,df_dd,q,
*   n_id,ij)
```

```
* Вычисление элементов вектора первых частных производных
real*8 eks_vx(n_disb,num1),eks_vy(n_disb,num1),ras_vx(n_disb,num1)
*   ,ras_vy(n_disb,num1),df_dd(n_disb,2*num1,n_id),q
q=0.
do i=1,n_disb
do j=1,num1
  q=q+(eks_vx(i,j)-ras_vx(i,j))*df_dd(i,2*j-1,ij)+
*   (eks_vy(i,j)-ras_vy(i,j))*df_dd(i,2*j ,ij)
end do
end do
q=-2*q
return
end
```

```

subroutine opr_nab(n_disb,num1,df_dd,n_obr,n_id)
*   Вычисление матрицы 2-х частных производных
real*8 df_dd(n_disb,2*num1,n_id),n_obr(n_id,n_id),dopr
integer*4 ll(5),mm(5)
character*10 str
write(str,3) n_id
do l=1,n_id
  do k=1,n_id
    n_obr(l,k)=0.
  end do
end do
do l=1,n_id
  do k=1,n_id
    do i=1,n_disb
      do j=1,num1
        n_obr(l,k)=n_obr(l,k)+df_dd(i,2*j-1,l)*df_dd(i,2*j-1,k)
*          +df_dd(i,2*j,l)*df_dd(i,2*j ,k)
      end do
    end do
  end do
end do
do i=1,n_id
  do j=1,n_id
    n_obr(i,j)=-2*n_obr(i,j)
  end do
end do
write(100,*) ' Матрица N_O '
write(100,str) ((n_obr(i,j),j=1,n_id),i=1,n_id)
call MINV(n_obr,n_id,dopr,ll,mm)
write(100,*) ' Матрица N_OBR '
write(100,str) ((n_obr(i,j),j=1,n_id),i=1,n_id)
3 format('(',i3,'e12.5)')
return
end

subroutine opr_sp(n_disb,num1,eks_vx,eks_vy,ras_vx,ras_vy,df_dd,
*   lamb,n_id)
*   Вычисление  $\lambda$  для метода наискорейшего спуска
real*8 eks_vx(n_disb,num1),eks_vy(n_disb,num1),ras_vx(n_disb,num1)
*   ,ras_vy(n_disb,num1),df_dd(n_disb,2*num1,n_id),lamb,
*   q1,q2,f_cis,f_zna,sum1,sum2
f_cis=0.
f_zna=0.
do i=1,n_disb
  do j=1,num1
    sum1=0.
    sum2=0.
    do l=1,n_id
      sum1=sum1+df_dd(i,2*j-1,l)**2
      sum2=sum2+df_dd(i,2*j, l)**2
    end do
    q1=-2*(eks_vx(i,j)-ras_vx(i,j))*sum1

```

```

      q2=-2*(eks_vy(i,j)-ras_vy(i,j))*sum2
      f_cis=f_cis+(ras_vx(i,j)-eks_vx(i,j))*q1
*      +(ras_vy(i,j)-eks_vy(i,j))*q2
      f_zna=f_zna+q1**2+q2**2
    end do
  end do
  lamb=f_cis/f_zna
  write(100,*) ' LAMBDA=',lamb
  return
end

subroutine vekt(m,n,a,b,c)
*  Умножение векторов
  real*8 a(m,n),b(n),c(m),s
  do i=1,m
    s=0.
    do k=1,n
      s=s+a(i,k)*b(k)
    end do
    c(i)=s
  end do
  return
end

subroutine minv(a,n,d,l,m)
*  Обращение матрицы порядка N
  real*8 a(1),d
  integer*4 l(1),m(1)
  character*9 str
  write(2,*) ' MINV , N=',n
  write(str,3) n
  d=1.0
  nk=-n
  do 80 k=1,n
    nk=nk+n
    l(k)=k
    m(k)=k
    kk=nk+k
    biga=a(kk)
    do 20 j=k,n
      iz=n*(j-1)
      do 20 i=k,n
        ij=iz+i
10  if(abs(biga)- abs(a(ij))) 15,20,20
15  biga=a(ij)
        l(k)=i
        m(k)=j
20  continue
*  Замена строк
    j=l(k)
    if(j-k) 35,35,25
25  ki=k-n

```

```

do 30 i=1,n
  ki=ki+n
  hold=-a(ki)
  ji=ki-k+j
  a(ki)=a(ji)
30 a(ji) =hold
*   Замена столбцов
35 i=m(k)
  if(i-k) 45,45,38
38 jp=n*(i-1)
  do 40 j=1,n
    jk=nk+j
    ji=jp+j
    hold=-a(jk)
    a(jk)=a(ji)
40 a(ji) =hold
45 if(biga) 48,46,48
46 d=0.0
  return
48 do 55 i=1,n
  if(i-k) 50,55,50
50 ik=nk+i
  a(ik)=a(ik)/(-biga)
55 continue
*   Редуцирование матрицы
do 65 i=1,n
  ik=nk+i
  hold=a(ik)
  ij=i-n
  do 65 j=1,n
    ij=ij+n
    if(i-k) 60,65,60
60 if(j-k) 62,65,62
62 kj=ij-i+k
  a(ij)=hold*a(kj)+a(ij)
65 continue
  kj=k-n
  do 75 j=1,n
    kj=kj+n
    if(j-k) 70,75,70
70 a(kj)=a(kj)/biga
75 continue
  d=d*biga
  a(kk)=1.0/biga
80 continue
  k=n
100 k=(k-1)
  if(k) 150,150,105
105 i=l(k)
  if(i-k) 120,120,108
108 jq=n*(k-1)
  jr=n*(i-1)

```

```
do 110 j=1,n
jk=jq+j
hold=a(jk)
ji=jr+j
a(jk)=-a(ji)
110 a(ji) =hold
120 j=m(k)
if(j-k) 100,100,125
125 ki=k-n
do 130 i=1,n
ki=ki+n
hold=a(ki)
ji=ki-k+j
a(ki)=-a(ji)
130 a(ji) =hold
go to 100
150 continue
return
end
```

**ЗАТВЕРДЖУЮ:**

Технічний директор  
 ВАТ "Сумське МПВО ім. М.В. Фрунзе",  
 в.т.н. Ю.С. Бухолдін

" 10 "

2008 р.

**АКТ**

впровадження результатів дисертаційної роботи  
 на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук  
 старшого наукового співробітника СКБ турбокомпресорних машин  
 ВАТ "Сумське машинобудівне науково-виробниче  
 об'єднання ім. М.В. Фрунзе"

**ГАДЯКИ Володимира Григоровича**

м. Суми

10 січня 2008 р.

Даний акт складено про те, що матеріали дисертаційної роботи Гадяки В.Г. "Вдосконалення методів балансування роторів турбокомпресорів на основі ідентифікації їх математичних моделей" впроваджені в практику проектування відцентрових турбокомпресорів, а також при балансуванні їх роторів на розгінно-балансувальному стенді в СКБ турбокомпресорних машин.

А саме: програми розрахунку вільних та вимушених коливань використовуються при динамічному аналізі валопроводів в процесі проектування нових турбокомпресорів. Визначення оптимальних площин корекції, а також систем коректувальних важелів при врівноважуванні роторів на розгінно-балансувальному стенді виконується по програмі балансування роторів у всьому діапазоні частот обертання.

Науково-методичні напрацювання, що містить у собі дисертаційна робота Гадяки В.Г мають важливе практичне значення і використовуються при проектуванні нових агрегатів.

Начальник СКБ  
 турбокомпресорних машин

В.С. Корольов

