

PACS numbers: 05.45.Df, 05.70.Ln, 61.72.Yx, 64.60.Ak, 83.20.Hn, 83.50.-v

## Синергетика пластической деформации

А. И. Олемской, А. В. Хоменко

*Сумской государственной университет,  
ул. Римского-Корсакова, 2,  
40007 Сумы, Украина*

Исследован процесс развитой пластической деформации, при котором плотность дефектов настолько велика, что становятся существенными коллективные эффекты. На основе понятия о перестраиваемом потенциальном рельефе изложена полевая теория сверхпластического состояния типа полосы Людерса. Показано, что при напряжениях, превосходящих критический предел, дислокационно-вакансионный ансамбль переходит в автокаталитический режим размножения. Исследован процесс взаимных превращений дислокаций и ориентационных границ, при котором пластическая деформация может проявлять периодический характер. Рассмотрены условия появления волн пластической деформации. В рамках фрактальных представлений изложена картина образования и эволюции иерархических дефектных структур, возникающих в процессе ползучести твердого тела. Проведено обобщение на произвольный режим деформирования.

Досліджено процес розвинутої пластичної деформації, при якому густина дефектів настільки велика, що стають істотними колективні ефекти. На основі поняття про перебудову потенційного рельєфу викладено польову теорію надпластичного стану типу смуги Людерса. Показано, що при напругах, які перевищують критичну границю, дислокаційно-вакансійний ансамбль переходить до автокаталітичного режиму розмноження. Досліджено процес взаємних перетворень дислокацій і орієнтаційних меж, при якому пластична деформація може виявляти періодичний характер. Розглянуто умови появи хвиль пластичної деформації. В межах фрактальних уявлень викладено картину утворення й еволюції ієрархічних дефектних структур, що виникають в процесі повзучості твердого тіла. Проведено узагальнення на довільний режим деформування.

The process of the developed plastic deformation is studied when defects density is so high that collective effects play key role. On the basis of conception of rearrangeable potential relief, the field theory of the superplastic-state type of

the Lüders band is stated. At stress more than a critical threshold, the dislocation–vacancy ensemble is shown to pass to an autocatalytic regime of defects' reproduction. For ensemble of dislocations and orientation boundaries, the process of mutual transformations is treated when plastic deformation may be periodical in nature. The conditions of appearance of the plastic-deformation waves are studied. Within the framework of the fractal concept, the picture of nucleation and evolution of hierarchical defect structures is stated for the creep of solids. A generalization to arbitrary regime of deformation is made.

**Ключевые слова:** деформация, напряжения, дефект, система Лоренца, фрактал.

*(Получено 30 ноября 2001 г.)*

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение
2. Полевая теория сверхпластичности
  - 2.1. Концепция перестраиваемого потенциального рельефа
  - 2.2. Полевая теория вязкоупругого поведения конденсированной среды
3. Коллективное поведение дислокационно-вакансионного ансамбля в локализованной зоне пластической деформации
  - 3.1. Вывод уравнений дислокационно-диффузионной кинетики
  - 3.3. Синергетика образования локализованной полосы пластического течения
4. Синергетика структурных превращений при деформации и отжиге ГЦК-металлов
  - 4.1. Деформация
  - 4.2. Отжиг
5. Волны пластической деформации
6. Возникновение иерархических дефектных структур в процессе развитой пластической деформации
  - 6.1. Фрактальная кинетика ползучести твердого тела
  - 6.2. Эволюция дефектной структуры в процессе пластической деформации

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Под пластической деформацией понимают широкий круг явлений, обусловленных перемещением дефектов или необратимой перестройкой кристалла, в результате которых после снятия внешней нагрузки наблюдается остаточная деформация [1, 2]. При малых степенях деформирования описание процессов пластического течения достигается в рамках наглядных представле-

ний об эволюции ансамбля носителей пластической деформации во внешнем поле (см. [3–11]). Однако при больших деформациях их плотность оказывается настолько высокой, что предположение об автономном поведении отдельных дефектов становится неприемлемым [12–16]. Предлагаемая работа посвящена исследованию коллективных эффектов, определяющих процесс развитой пластической деформации.

Обзор построен следующим образом. В разделе 2 излагается полевая теория сверхпластического состояния, возникающего при установлении когерентной связи между дефектами. Подраздел 2.1 основан на использовании понятия потенциального рельефа атомов, которое широко используется при микроскопическом описании диффузии и колебаний атомов в идеальной упругой среде. Мы обобщаем это понятие для описания вязкоупругой среды, где координатная зависимость потенциальной энергии атома становится неоднозначной и вместо одного появляется ансамбль потенциальных рельефов. Для его описания вводится материальное поле, описывающее перестройку потенциального рельефа в результате когерентной связи между дефектами. Такой подход позволяет представить явления типа образования и распространения зоны пластического сдвига типа полосы Людерса (подраздел 2.2). Поскольку при этом плотность дефектов настолько высока, что становится определяющим их коллективное поведение, а не отличительные признаки, то процесс сверхпластичности представляет единым макроскопическим полем.

Указанные отличия дефектов проявляются, если рассмотреть переходной режим от их автономного поведения к когерентному. Такая ситуация исследуется в разделе 3, где рассмотрено формирование полосы пластического течения за счет автокаталитического размножения вакансий и дислокаций. В рамках феноменологического подхода (подраздел 3.1) записаны уравнения дислокационно-диффузионной кинетики, для определения коэффициентов которых используется модель расширяющейся дислокационной петли. На основе анализа фазового портрета в подразделе 3.2 сделано заключение, что при напряжениях, превосходящих критический предел, дислокационно-вакансионный ансамбль с необходимостью переходит в автокаталитический режим размножения, в результате которого между дефектами устанавливается когерентная связь. Эволюция такого ансамбля дефектов представлена в рамках синергетической схемы (подраздел 3.3), которая позволяет описать образование полосы локализованной деформации по аналогии с доменной неустойчивостью в полупроводниках.

В разделе 4 рассмотрены коллективные эффекты пластической деформации при структурных превращениях. На основе рентгеновского и электронно-микроскопического исследований холод-

но катанных монокристаллов Ni показано (подраздел 4.1), что переориентировка решетки в процессе деформации реализуется посредством структурных перестроек, сводящихся к рассыпанию границ предшествующего типа структуры, частичной аннигиляции хаотизованных дислокаций и формированию границ новой структуры. Предложена модель периодических структурных превращений, основанная на системе нелинейных дифференциальных уравнений, определяющих совместную эволюцию плотностей распадающихся границ, хаотических дислокаций и границ возникающей структуры. Показано, что синергетическая схема позволяет единым образом описать структурно обусловленную пластическую деформацию и отжиг (подраздел 4.2).

Указанное выше циклическое поведение присуще системе дефектов, но не самому полю деформации. В отличие от этого в разделе 5 исследуется ситуация, когда волновой характер может проявлять непосредственно процесс пластической деформации. На основе результатов спекл-интерферометрического исследования поля смещений в плоских образцах кремнистого железа и малоуглеродистой стали, подвергаемых активному растяжению, установлено, что немонотонный характер пластической деформации представляет передемпфированный волновой процесс. Оценены характерные параметры пластического течения в заданном режиме. Для полей пластической деформации и напряжений предложена система нелинейных уравнений, позволяющая представить такой режим в согласии с экспериментальными данными.

Раздел 6 посвящен исследованию иерархических дефектных структур, возникающих в процессе развитой пластической деформации. Сначала подробно рассмотрена ситуация, отвечающая процессу ползучести твердого тела (подраздел 6.1). Эволюция системы дефектов представлена как немарковская цепь термофлуктуационных скачков по минимумам фрактального рельефа, отвечающего термодинамическому потенциалу дефектной кристаллической структуры. Установившаяся ползучесть связывается с атермическим преодолением барьеров. Выяснена природа критического замедления при логарифмической ползучести. Найдены возможные виды временной зависимости деформации. Построена диаграмма ползучести в осях напряжение—температура. В подразделе 6.2 проводится обобщение на произвольный режим деформирования. Исходя из картины потенциального рельефа многоуровневой системы, делается вывод о фрактальной природе иерархически соподчиненной дефектной структуры. Для ее описания вводится ультраметрическое пространство состояний, точки которого отвечают отдельным ансамблям дефектов, образующих неэргодическую систему. Структурная релаксация представлена как диффузия в ультраметрическом пространстве.

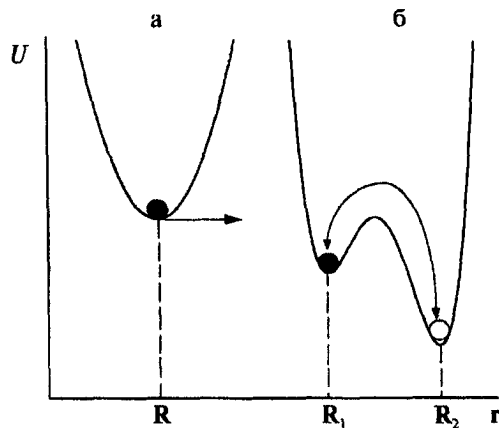
## 2. ПОЛЕВАЯ ТЕОРИЯ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ

В реальных условиях пластичность твердых тел обусловлена, как правило, эволюцией ансамбля дефектов кристаллического строения — вакансий, междоузельных атомов, дислокаций, границ раздела, пор, включений и т. д. Однако при интенсивном внешнем воздействии плотность дефектов становится настолько высокой, что они ведут себя коллективным образом, и понимание их поведения может быть достигнуто на основе концепции перестраиваемого потенциального рельефа (подраздел 2.1). Подраздел 2.2 посвящен развитию полевой теории, которая позволяет описать стационарные пространственно-временные структуры, возникающие в вязкоупругой конденсированной среде. Возможность такого представления обеспечивается разделением полного потенциала упругопластического поля на материальную компоненту, связанную с распределением атомов, и калибровочную составляющую, представляющую упругое поле.

### 2.1. Концепция перестраиваемого потенциального рельефа

Проблема описания конденсированной среды, подверженной интенсивному внешнему воздействию, является одной из важнейших в современной физике. В последние годы в этом направлении были достигнуты значительные успехи (см. [17–29]). В частности, объяснены основные особенности микроскопической картины структурных фазовых превращений на атомном уровне (например, сегнетоэлектрические и мартенситные превращения, упорядочение и распад твердых растворов). Характерная особенность теории структурных превращений состоит в их разделении на два класса — переходы типа смещения и порядок–беспорядок. Такая классификация определяется координатной зависимостью потенциальной энергии атома  $U(\mathbf{r})$ : для переходов типа смещения реализуется одно-ямный потенциал (Рис. 1а), а для переходов порядок–беспорядок — двумянный (Рис. 1б). Соответственно, в первом случае переход сводится к смещению минимума зависимости  $U(\mathbf{r})$ , а во втором атомы перераспределяются между минимумами, отвечающими различным координатам  $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$ .

Как известно, микроскопическое описание термодинамических превращений требует отдельного рассмотрения различных типов рельефов, показанных на Рис. 1 [20]. С другой стороны, особенности поведения сильно неравновесных систем типа низкотемпературной теплоемкости металлических стекол [30, 31] могут быть поняты только при совместном использовании обоих типов потенциальных рельефов  $U(\mathbf{r})$ . Взаимное превращение одно- и двумянных потенциалов обеспечивается здесь возможностью появле-



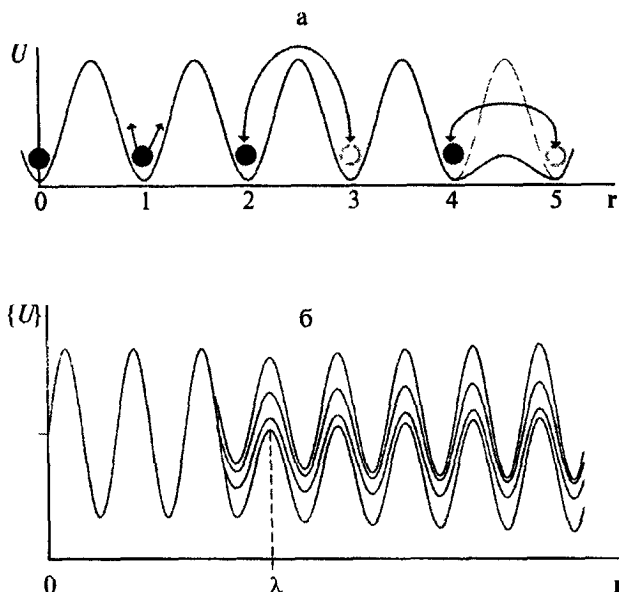
**Рисунок 1.** Вид координатной зависимости потенциальной энергии атома при переходах типов смещения (а) и порядок–беспорядок (б).

ния атомных кластеров, обладающих малой жесткостью

$$c \equiv \left\{ d^2 U(r) / dr^2 \right\} \Big|_{r=R}$$

нерегулярной аморфной структуры. При этом незначительная часть атомов  $\sim 10^{-6}$ , попавших в эти кластеры, приводит к аномальному поведению в низкотемпературной области. В качестве другого примера можно привести механизм Боргони в полупроводниках, где внешнее облучение приводит к изменению состояний атомов; это, в свою очередь, обуславливает существенную перестройку потенциального рельефа, проявляющуюся в аномальном ускорении диффузии [32]. Еще один пример такого рода представляет изменение потенциала упругого взаимодействия между атомами твердого раствора с температурой [33].

Наряду с разделением переходов по типам смещения и порядок-беспорядок, приведенные примеры указывают на принципиальную важность учета формы потенциального рельефа  $U(r)$  при микроскопическом рассмотрении. По нашему мнению, перестройка атомного потенциального рельефа в результате интенсивного внешнего воздействия представляет основную особенность поведения атомов конденсированной среды вдали от равновесия. Указанные выше модели [30–33] используют только детали полной картины. Для ее выяснения рассмотрим основные элементарные акты движения атомов в заданном потенциальном рельефе  $U(r)$  [34]. Как видно из Рис. 2, возможны три типа такого движения: атом 1 совершает колебания вблизи положения равновесия, атом 3 выполняет диффузионный скачок в положение 2 (и, возможно, назад) над неизменным потенциальным барьером; и



**Рисунок 2.** Вид координатной зависимости потенциальной энергии атомов: а) при колебаниях (атом 1), диффузии (атомы 2, 3) и пластическом течении (атомы 4, 5); б) ансамбль потенциальных рельефов, реализуемый за макроскопическое время ( $\lambda$  — граница зоны пластического течения).

наконец, в результате флуктуационного «проседания» потенциального барьера атом 5 может переходить в положение 4 безактивационно. Очевидно, последний из указанных элементарных актов обеспечивает процесс пластического течения.

Аналитическое исследование микроскопического поведения вязкоупругой среды, в которой реализуются все указанные типы движения атомов, достигается в рамках метода Цванцига–Мори (см. [22]) и приводит к следующему закону дисперсии [34]

$$\omega = -i/2\tau \pm ck\sqrt{1 - (2\lambda k)^{-2}}. \quad (1)$$

Здесь  $\omega$  — частота,  $k$  — волновое число,  $\tau = \eta/\mu$  — время релаксации напряжений в вязкоупругой среде с динамической вязкостью  $\eta$  и модулем сдвига  $\mu$ ,  $c = \sqrt{\mu/\rho}$  — скорость звука,  $\rho$  — плотность среды,  $\lambda = v/c$  — характерный масштаб среды, обладающей кинематической вязкостью  $v = \eta/\rho$ . В длинноволновой области  $k \ll k_c$ , фиксируемой граничным значением  $k_c \equiv (2\lambda)^{-1}$ , получаем обычный закон дисперсии  $\omega = -i/\tau$  диссипативной среды со временем релаксации  $\tau$ ; при  $k > k_c$  частота (1) приобретает действительную составляющую, и при  $k_c \ll k \ll a^{-1}$ ,  $a$  — характерное расстояние между атомами, реализуются колебания с частотой  $ck$  и временем

затухания  $2\tau$ . Это означает, что на малых расстояниях  $|\mathbf{r}| \ll \lambda$ , где проявляются только колебания атомов, среда ведет себя упругим образом. На гораздо больших масштабах  $|\mathbf{r}| > \lambda$  начинает сказываться перестройка потенциального рельефа, и среда проявляет вязкие свойства. Отметим, что масштаб  $\lambda$  играет роль параметра обрезания в известной формуле, определяющей энергию дислокации  $E = (\mu a^2/4\pi)\ln(\lambda/a)$  [5]. Температурная зависимость сдвиговой вязкости  $\eta = \nu\rho$  обеспечивает изменение величины  $\lambda(T)$ . Это может привести к вязкоупругому переходу неоднородной среды, характеризуемой мезоскопическим масштабом  $L \gg a$ . Точка такого превращения фиксируется условием  $\lambda(T) = L$ .

Переходя к определению потенциального рельефа, введем плотность распределения

$$n(\mathbf{r}, t) = \sum_a \Omega_a \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a(t)), \quad (2)$$

где суммирование проводится по всем атомам  $a$ , находящимся в точках  $\mathbf{r}_a(t)$  в момент времени  $t$ ,  $\Omega_a$  — объем атома  $a$ . Каждое из распределений  $n(\mathbf{r}, t)$  соответствует определенной энергии атомной системы, которая по аналогии с теорией функционала электронной плоскости [35] может быть представлена рядом

$$E = E_0 + \int V_1(\mathbf{r})n(\mathbf{r})d^3r + \frac{1}{2} \int V_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}')n(\mathbf{r})n(\mathbf{r}')d^3rd^3r' + \dots \quad (3)$$

Здесь опущена временная зависимость величин, интегрирование проводится по полному объему системы; ядра  $V_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$  представляют потенциалы  $i$ -частичного взаимодействия. В каждый момент времени  $t$  потенциальный атомный рельеф определяется равенством

$$\mathcal{U}(\mathbf{r}, t) = \delta E(t)/\delta n(\mathbf{r}, t). \quad (4)$$

Подставляя сюда ряд (3), получаем выражение

$$\mathcal{U}(\mathbf{r}, t) = V_1(\mathbf{r}, t) + \int V_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}')n(\mathbf{r}', t)d^3r' + \dots, \quad (5)$$

в котором наличие аргумента  $t$  в одночастичном потенциале  $V_1$  обусловлено возможностью изменения внешнего поля. Суммируя бесконечный ряд (5) с заданными потенциалами  $V_i$ , находим форму рельефа  $\mathcal{U}(\mathbf{r}, t)$ , в котором реализуется распределение  $n(\mathbf{r}, t)$ . С другой стороны, согласно (5) зависимость  $\mathcal{U}(\mathbf{r}, t)$  определяется самим распределением  $n(\mathbf{r}, t)$ , так что рассмотрение следует проводить самосогласованным образом. Решение этой проблемы может быть достигнуто либо использованием теории псевдопотенциала [36], либо методом молекулярной динамики [37]. Оставляя в сторо-



не указанные численные методы, обратимся к определению (4).

Как известно, макроскопическое описание подразумевает усреднение по времени  $t$ , соответствующему микроскопическим флуктуациям в распределении атомов  $n(\mathbf{r}, t)$ . Согласно эргодической гипотезе, для выполнения этого усреднения следует ввести эффективный ансамбль потенциальных рельефов  $\{U(\mathbf{r})\}$ , представляющий флуктуирующий рельеф  $U(\mathbf{r}, t)$ . Каждый из потенциалов, реализующих этот ансамбль, играет роль самосогласованного поля, действующего на пробный атом. Неравновесный характер системы обуславливает медленное изменение усредненных распределений  $\langle U(\mathbf{r}) \rangle$ ,  $\langle n(\mathbf{r}) \rangle$  (в металлических стеклах это изменение проявляется как структурная релаксация).

Рассмотрим вид распределения  $P\{U(\mathbf{r})\}$  потенциальных рельефов по ансамблю эффективных потенциалов  $\{U(\mathbf{r})\}$ . Простейшим случаем такого ансамбля является гауссовское распределение

$$P\{U(\mathbf{r})\} \propto \exp(-W^{-2} \int [\delta U(\mathbf{r})]^2 d^3r), \quad (6)$$

где  $W$  представляет ширину разброса вблизи среднего рельефа

$$\langle U(\mathbf{r}) \rangle = \int U(\mathbf{r}) P\{U(\mathbf{r})\} D U(\mathbf{r}) \quad (7)$$

и  $\delta U(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r}) - \langle U(\mathbf{r}) \rangle$  — соответствующая вариация. Легко видеть, что гауссовский ансамбль реализуется в отсутствие корреляции в стохастическом изменении рельефа. Действительно, используя равенство (6), для коррелятора

$$S(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle \delta U(\mathbf{r}) \delta U(\mathbf{r}') \rangle \quad (8)$$

получаем  $\delta$ -образное распределение  $S(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \propto \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ , отвечающее белому шуму.

Нас интересует однако противоположная ситуация, когда вариация потенциального рельефа изменяется когерентным образом. Наиболее популярным примером такого рода является мартенситное превращение, при котором когерентное смещение минимумов потенциала передается самосогласованным образом по объему упругого домена. В этом случае вариация потенциального рельефа  $\delta U(\mathbf{r})$  приобретает дальнедействующий характер, характеризуемый параметром порядка

$$|\Psi(\mathbf{r})|^2 = \lim_{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}| \rightarrow \infty} \frac{S(\mathbf{r}', \mathbf{r})}{S(\mathbf{r}, \mathbf{r})}. \quad (9)$$

Будучи комплексным, этот параметр отличен от нуля только при когерентной перестройке потенциального рельефа; в противном случае  $\Psi = 0$ .

Для определения функционала распределения рельефов  $P\{U(\mathbf{r})\}$  будем исходить из предположения, что перестройка потенциального рельефа осуществляется согласно уравнению Ланжевена

$$\delta \dot{U}(\mathbf{r}, t) = \mathcal{F}\{\delta U(\mathbf{r}, t)\} + \mathcal{R}(\mathbf{r}, t), \quad (10)$$

где точка означает дифференцирование по времени  $t$ ,  $\mathcal{F}\{\delta U(\mathbf{r}, t)\}$  представляет регулярную составляющую внешнего воздействия. В линейном приближении она имеет вид

$$\mathcal{F}\{\delta U(\mathbf{r}, t)\} = \gamma \delta U(\mathbf{r}, t), \quad (11)$$

где  $\gamma$  — кинетический коэффициент. Слагаемое  $\mathcal{R}(\mathbf{r}, t)$  описывает флуктуационный вклад, задаваемый коррелятором

$$\langle \mathcal{R}(\mathbf{r}, t) \mathcal{R}(\mathbf{r}', t') \rangle = \Theta(\mathbf{r}) \delta(t - t'), \quad (12)$$

который характеризуется интенсивностью  $\Theta(\mathbf{r})$ . В результате плотность распределения  $P\{U(\mathbf{r})\}$  описывается уравнением Фоккера—Планка

$$\dot{P}\{U(\mathbf{r})\} + \int \frac{\delta J\{U(\mathbf{r})\}}{\delta U(\mathbf{r})} d\mathbf{r} = 0, \quad (13)$$

$$J\{U(\mathbf{r})\} \equiv \mathcal{F}\{U(\mathbf{r})\}P\{U(\mathbf{r})\} - \int \Theta(\mathbf{r}) \frac{\delta P\{U(\mathbf{r})\}}{\delta U(\mathbf{r})} d\mathbf{r}, \quad (14)$$

где равенство (13) представляет уравнение непрерывности в пространстве потенциалов  $\{U(\mathbf{r})\}$ ,  $J\{U(\mathbf{r})\}$  — соответствующий поток, первая компонента которого описывает дрейф, а вторая — диффузию. В стационарном состоянии имеем  $\dot{P} = 0$ , откуда для замкнутой стохастической системы следует условие  $J = 0$ , приводящее к распределению

$$P\{U(\mathbf{r})\} \propto \exp\left(-\frac{V\{U(\mathbf{r})\}}{\Theta}\right), \quad (15)$$

$$\frac{V\{U\}}{\Theta} \equiv -\int \left(\frac{\mathcal{F}\{U(\mathbf{r})\}}{\Theta(\mathbf{r})}\right) DU(\mathbf{r}). \quad (16)$$

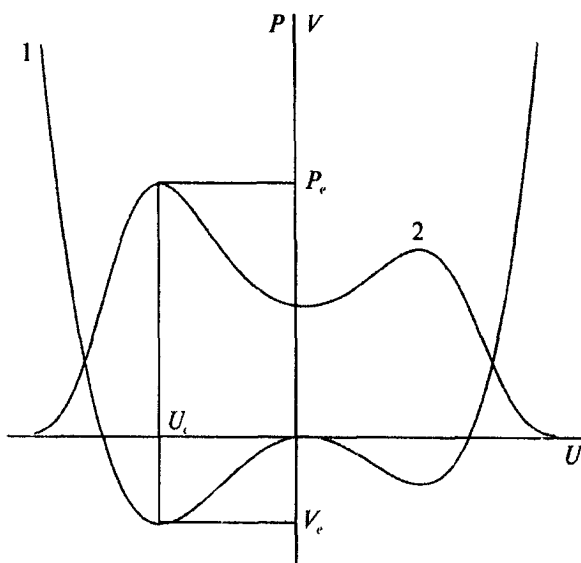
В линейном приближении (11) приходим к зависящему от времени гауссовскому распределению

$$P_i\{U(\mathbf{r})\} = N(\pi W_i)^{-1/2} \exp\left\{-\int \left[\frac{\delta U(\mathbf{r}) - U_i}{W_i}\right]^2 d\mathbf{r}\right\},$$

$$W_i^2 \equiv \Theta(1 - e^{-2\gamma t})/\gamma + we^{-2\gamma t}, \quad U_i \equiv ue^{-2\gamma t}, \quad (17)$$

где  $N$  — полное число атомов,  $u$ ,  $w$  — произвольные константы. Такой случай реализуется при слабом воздействии на атомную систему, когда характерная вариация рельефа  $\delta U \ll \langle U \rangle$  достаточно мала. Согласно (17) при временах релаксации  $t \gg \gamma^{-1}$  распределение рельефов определяется флуктуацией  $\delta U = \sqrt{\Theta/\gamma}$  вблизи среднего потенциала  $\langle U(\mathbf{r}, t) \rangle$ . В общем случае вариация  $\delta U(\mathbf{r})$  задается функцией распределения (15), вид которой определяется синергетическим потенциалом (16). Соответствующие зависимости представлены на Рис. 3, из которого видно, что минимумы синергетического потенциала  $V_e$  (кривая 1) задают максимумы вероятности  $P_e$  на кривой 2.

В условиях когерентной перестройки рельефа из полного стохастического ансамбля следует выделить подансамбль, который отвечает когерентному распределению атомов, определенному параметром (9). Проводя выкладки, подобные изложенным, легко видеть, что когерентное распределение задается тем же равенством (15), где однако синергетический потенциал сводится не к интегралу (16), а к некоторой функции параметра порядка. В простейшем случае эта функция представляется разложением Ландау, используемым в обычной теории фазовых переходов.



**Рисунок 3.** Вид синергетического потенциала (кривая 1) и соответствующего распределения атомов (кривая 2) в зависимости от потенциальной энергии атома.

Макроскопическая неоднородность может быть учтена добавлением градиентного слагаемого, подобного используемому в теории Гинзбурга—Ландау. В результате синергетический потенциал принимает вид

$$V\{\Psi(\mathbf{r})\} \equiv \int \left[ \left( \frac{A}{2} |\Psi(\mathbf{r})|^2 + \frac{B}{4} |\Psi(\mathbf{r})|^4 \right) + \frac{\beta}{2} |\nabla\Psi(\mathbf{r})|^2 \right] d\mathbf{r}, \quad (18)$$

где  $A, B, \beta$  — положительные параметры, и развитая синергетическая схема сводится к стандартному формализму теории фазовых превращений [18].

## 2.2. Полевая теория вязкоупругого поведения конденсированной среды

В общем случае материальное поле (9) представляется комплексной функцией

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sigma(\mathbf{r}, t) \exp\{i\phi(\mathbf{r}, t)\}. \quad (19)$$

Пространственно-временная зависимость модуля  $\sigma$  и  $\phi$ -фазы приводит к появлению нетривиального 4-потенциала материального поля  $A_m^\mu = (\varphi_m, \mathbf{a}_m)$ ,  $\mu = 0, 1, 2, 3$ , имеющего компоненты

$$\varphi_m = i\Psi^*(c^{-1}\partial/\partial t)\Psi, \quad \mathbf{a}_m = -i\Psi^*\nabla\Psi, \quad (20)$$

где  $c$  — характерная скорость звука. Соответствующие напряженности имеют вид

$$\chi_m = -c^{-1}\partial\mathbf{a}_m/\partial t - \text{grad}\varphi_m, \quad \omega_m = \text{rot}\mathbf{a}_m. \quad (21)$$

Легко видеть, что выполняются условия

$$\text{rot}\chi_m + c^{-1}\partial\omega_m/\partial t = 0, \quad \text{div}\omega_m = 0. \quad (22)$$

При замене компонент 4-потенциала

$$\varphi_m \rightarrow \varphi_m - |\Psi|^2 c^{-1} \partial\phi/\partial t, \quad \mathbf{a}_m \rightarrow \mathbf{a}_m + |\Psi|^2 \nabla\phi, \quad (23)$$

не изменяющей напряженностей (21), калибровочная инвариантность обеспечивается, если фаза получает некоторое приращение  $d\phi$ . Записывая

$$d\phi = e d\alpha, \quad d\alpha = \frac{2\pi}{\Omega} \mathbf{a}_m d\mathbf{r}, \quad (24)$$

где введены постоянные  $e, \Omega$ , после использования теоремы Сто-

кса для потока  $\Phi_m^\omega = \int \omega_m ds$ , где  $s$  — площадь, пересекаемая вектором  $\omega_m$ , из условия цикличности фазы  $\phi$  получаем правило квантования

$$\Phi_m^\omega = n\Phi_1^\omega, \quad \Phi_1^\omega \equiv \Omega/e, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (25)$$

Подобным образом, полагая

$$d\phi = e d\alpha, \quad d\alpha = \frac{2\pi}{b} \operatorname{div} a_m d^3r, \quad (26)$$

для потока  $\Phi_m^a = \int a_m ds$  с использованием теоремы Гаусса имеем

$$\Phi_m^a = n\Phi_1^a, \quad \Phi_1^a \equiv b/e, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (27)$$

Физически условия (25), (27) означают, что полный поток  $\Phi_m$  векторов  $\omega_m$ ,  $a_m$  кратен элементарному потоку  $\Phi_1$ , отвечающему сингулярности распределения параметра порядка.<sup>1</sup> Исследование условий (25), (27) показывает, что константы  $e$ ,  $\Omega$ ,  $b$  представляют упругий заряд, элементарный поворот и сдвиг, соответственно [29]. Физически элементарный поток  $\Phi_1$  отвечает единичному дефекту, который определяет интенсивность элементарного акта пластической деформации.

Представленная схема описания материального поля  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  построена по аналогии с электродинамикой [38–41]. Очевидно, для упругой составляющей поля также возможно подобное представление. В его рамках 4-потенциал упругого поля  $A_e^\mu = (\varphi_e, \mathbf{a}_e)$  определяется компонентами Бозе-конденсата фононов

$$A_e^\mu(\mathbf{r}, t) = \sum_{\sigma=1}^3 A_e^{\mu(\sigma)}(\mathbf{r}, t), \quad A_e^{\mu(\sigma)}(\mathbf{r}, t) \propto \operatorname{Re}[\eta^\sigma(\mathbf{r}, t)e^{\mu(\sigma)}]. \quad (28)$$

Здесь индекс  $\sigma$  отвечает одной из трех возможных поляризаций упругого поля, компоненты комплексных векторов  $e^{\mu(\sigma)}$  удовлетворяют условию нормировки  $e^{\mu(\sigma)*}e^{\mu(\sigma)} = -1$  (ввиду независимости поляризаций далее индекс  $\sigma$  будем опускать). Компоненты упругого поля  $\varphi_e$ ,  $\mathbf{a}_e$  подчиняются условию калибровки

$$c^{-1}\partial\varphi_e/\partial t + \operatorname{div} \mathbf{a}_e = 0. \quad (29)$$

Напряженность упругого поля задается векторами упругого сдвига  $\chi_e$  и поворота  $\omega_e$ , которые выражаются через соответствующие

<sup>1</sup> Условие (25) верно только в отсутствие сдвиговой компоненты  $\chi_m$ . Придавая равенству (24) ковариантную форму  $d\alpha = -(2\pi/\Omega)A_m^\mu d\chi_\mu$ , легко заметить, что в (25) поток  $\Phi_m^\chi$  вектора сдвига должен быть вычтен из потока  $\Phi_m^\omega$  вектора поворота.

компоненты потенциала  $\varphi_e$ ,  $\mathbf{a}_e$  равенствами типа (21). Сумма упругой и материальной составляющих дает полные векторы сдвига и поворота:

$$\chi = \chi_e + \chi_m, \quad \omega = \omega_e + \omega_m. \quad (30)$$

Здесь напряженности  $\chi$ ,  $\omega$  выражаются через компоненты полного 4-потенциала  $A^\mu = (\varphi, \mathbf{a})$  равенствами

$$\chi = -c^{-1} \partial \mathbf{a} / \partial t - \text{grad} \varphi, \quad \omega = \text{rota}, \quad (31)$$

которые автоматически подчиняются условию калибровки типа (29). Если имеются свободные дефекты кристалла, обладающие плотностью  $\rho$  и потоком  $\mathbf{j}$ , то они характеризуются 4-током

$$j^\mu = (c\rho, \mathbf{j}); \quad \partial_\mu j^\mu = 0, \quad \partial_\mu = (c^{-1} \partial / \partial t, \nabla). \quad (32)$$

При этом поведение упругого поля определяется уравнениями эластодинамики [28]

$$\text{div} \chi_e = \rho, \quad \text{rot} \omega_e = c^{-1} \partial \chi_e / \partial t + \mathbf{j} / c, \quad \text{rot} \chi = -c^{-1} \partial \omega / \partial t, \quad \text{div} \omega = 0. \quad (33)$$

С использованием определений (21), (31) по аналогии с (30) полный потенциал может быть представлен в виде

$$\varphi = \varphi_e + \varphi_m, \quad \mathbf{a} = \mathbf{a}_e + \mathbf{a}_m. \quad (34)$$

Однако, если напряженности поля определены однозначно, изменения (23) материальных компонент поля  $\varphi_m$ ,  $\mathbf{a}_m$  с вариацией фазы  $\phi$  должны приводить к изменению полного 4-потенциала  $A^\mu = (\varphi, \mathbf{a})$ . Будучи основной особенностью калибровочных теорий [38–41], это обстоятельство означает, что одновременная замена материального поля  $\Psi$ , 4-потенциала калибровочного поля  $A^\mu$  и 4-производной  $\partial_\mu = (c^{-1} \partial / \partial t, \nabla)$ :

$$\Psi \rightarrow \Psi e^{i\alpha}, \quad A^\mu \rightarrow A^\mu + \partial^\mu \alpha, \quad \partial_\mu \rightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu - ieA_\mu \quad (35)$$

не меняет физической ситуации. Указанный тип калибровочной инвариантности, определяемый преобразованиями группы  $U(1)$ , наблюдается в сверхпроводимости, где эффективный заряд  $e$  связан с элементарным электрическим зарядом  $e_1$  равенством  $e = 2e_1 / \hbar c$ ,  $\hbar$  — постоянная Планка–Дирака,  $c$  — скорость света. Подобная ситуация наблюдается в сверхтекучем гелии, где заряд  $e = m / \hbar$  ( $m$  — масса атома  $\text{He}^4$ ) определяет поле сверхтекучей компоненты скорости [42]. В случае вязкоупругой среды пространственная компонента 4-потенциала калибровочного поля представ-

ляет либо вектор смещения, либо скорость пластического течения; заряд  $e$  характеризует взаимодействие упругого поля с сингулярностью материального поля  $\Psi(\mathbf{r})$ , которые представляют дефекты в регулярном распределении атомов (см. ниже). Характерно, что для всех упомянутых случаев заряд  $e$  обратно пропорционален элементарному потоку  $\Phi_1$  (см. равенства (25), (27), который характеризует сингулярность в распределении поля  $\Psi(\mathbf{r})$ .

В ковариантном представлении компоненты  $\chi_e, \omega_e$  образуют асимметричный 4-тензор напряженности упругого поля  $F_e^{\mu\nu} = (\chi_e, \omega_e)$ . Соответственно, для материальных компонент имеем 4-тензор упругой поляризации среды  $F_m^{\mu\nu} = (\chi_m, \omega_m)$ . Полный тензор

$$F^{\mu\nu} \equiv F_e^{\mu\nu} + F_m^{\mu\nu} = (\chi, \omega) \quad (36)$$

выражается через 4-потенциал  $A^\mu = (\varphi, \mathbf{a})$  обычным образом [38]

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu. \quad (37)$$

Тогда уравнения (33) принимают ковариантный вид

$$\partial_\mu F_e^{\nu\mu} = -j^\nu/c, \quad \partial^\lambda F_e^{\mu\nu} + \partial^\nu F_e^{\lambda\mu} + \partial^\mu F_e^{\nu\lambda} = 0. \quad (38)$$

Если последнее из выражений (38) представляет тождество, то первое вытекает из лагранжиана [28]

$$\mathcal{L}_f = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1,$$

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(e)} F_e^{\mu\nu} - \frac{1}{2} F_{\mu\nu}^{(e)} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu), \quad (39)$$

$$\mathcal{L}_1 = \frac{1}{2} F_{\mu\nu}^{(e)} F_m^{\mu\nu} - \frac{1}{c} A^\mu j_\mu.$$

Здесь и далее величины  $\mathcal{L}$  измерены в единицах  $\rho c^2$ , а вариации полей  $A^\mu, F_e^{\mu\nu}$  рассмотрены как независимые. При заданных внешних полях  $\chi_e^{\text{ext}}, \omega_e^{\text{ext}}$  величина  $F_e^{\mu\nu} = (\chi_e, \omega_e)$  фиксирована, и перед выполнением вариационной процедуры следует провести преобразование Лежандра, дающее сопряженный лагранжиан  $\tilde{\mathcal{L}}_f = \mathcal{L}_f + (1/2)F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}^{(e)}$ , где поле  $F_{\mu\nu}^{(e)} = F_{\mu\nu}^{\text{ext}}$  задается внешними условиями. Из получающегося выражения

$$\tilde{\mathcal{L}}_f = \frac{1}{4} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)^2 - \frac{1}{c} A^\mu j_\mu, \quad (40)$$

в котором опущены несущественные слагаемые, видно, что варьирование должно проводиться только по распределению потен-

циала  $A^\mu(\mathbf{r}, t)$ .

Кроме полевого вклада (40), полный лагранжиан

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_g - V \quad (41)$$

содержит градиентное слагаемое

$$\mathcal{L}_g = \frac{\beta}{2} |D_\mu \Psi|^2, \quad D_\mu \equiv \partial_\mu - ieA_\mu, \quad \beta > 0 \quad (42)$$

и синергетический потенциал, измеренный в единицах  $\rho c^2$  (ср. с (18)):

$$V = \frac{a}{2} |\Psi|^2 + \frac{b}{4} |\Psi|^4, \quad a \equiv \frac{A}{\rho c^2}, \quad b \equiv \frac{B}{\rho c^2}, \quad (43)$$

где  $A, B$  — параметры разложения Ландау.

Кроме того, для учета необратимого характера эволюции системы следует ввести диссипативную функцию [18]

$$\mathcal{R} = \frac{1}{2\gamma} |\dot{\Psi}|^2, \quad \gamma > 0, \quad (44)$$

где  $\gamma$  — кинетический коэффициент. Тогда уравнения Эйлера следуют из общего выражения [18]

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_{a,\mu}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_a} = - \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \dot{q}_a}, \quad (45)$$

где обозначено  $q_a \equiv (A_\mu, \Psi)$ ,  $q_{a,\mu} \equiv \partial_\mu q_a$ . Используя равенства (41)–(45), находим

$$-\gamma^{-1} \dot{\Psi} + \beta \square \Psi = (a - \beta e^2 A_\mu A^\mu) \Psi + b |\Psi|^2 \Psi, \quad (46)$$

$$\square A^\mu = -c^{-1} j^\mu_{\text{tot}}, \quad (47)$$

где  $\square \equiv -\partial_\mu \partial^\mu = \nabla^2 - c^2 \partial^2 / \partial t^2$ .

Полный поток

$$j^\mu_{\text{tot}} \equiv j^\mu + j_m^\mu + j_f^\mu \quad (48)$$

состоит из трех составляющих: слагаемое  $j^\mu$  обусловлено внешним воздействием; материальная составляющая имеет вид

$$j_m^\mu = \frac{i}{2} \beta e c (\Psi \partial^\mu \Psi^* - \Psi^* \partial^\mu \Psi); \quad (49)$$

наконец, полевой вклад равен



$$j^{\mu} = -\beta e^2 c |\Psi|^2 A^{\mu}. \quad (50)$$

В стационарных условиях, когда  $\dot{\Psi} = 0$ ,  $\square\Psi = 0$ ,  $a < 0$ , модуль параметра порядка принимает значение

$$\Psi_e = \left(1 - \frac{\beta e^2}{a} A_{\mu} A^{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} \Psi_0, \quad \Psi_0^2 \equiv \frac{|a|}{b}. \quad (51)$$

При заданном распределении  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  в отсутствие внешних источников ( $j^{\mu} = 0$ ) упругое поле описывается уравнением

$$\square A^{\mu} = \beta e^2 |\Psi|^2 A^{\mu}. \quad (52)$$

Отсюда видно, что в разупорядоченном состоянии  $\Psi = 0$ , отвечающем идеальной упругой среде, реализуется однородное распределение напряженности поля. В вязкоупругой среде имеем  $\Psi \neq 0$ , и упругое поле изменяется на характерной длине

$$\lambda \equiv \frac{1}{\beta^{1/2} e \Psi_0} = \frac{1}{e} \left(\frac{b}{|a|\beta}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (53)$$

Сравнивая это равенство с выражением  $\lambda = v/c$ , полученным в предыдущем подразделе при исследовании фононного спектра вязкоупругой среды, приходим к определению упругого заряда:

$$e \equiv \frac{c}{v\beta^{1/2}\Psi_0} = \frac{1}{\eta} \sqrt{\frac{\mu\rho b}{\beta|a|}}, \quad (54)$$

где  $v \equiv \eta/\rho$  — кинематическая вязкость,  $c \equiv \sqrt{\mu/\rho}$  — скорость звука. Корреляционная длина определяется равенством

$$\xi^2 = \beta/|a|, \quad (55)$$

и для отношения характерных масштабов получаем

$$\kappa \equiv \frac{\lambda}{\xi} = \left(\frac{b}{e\beta}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\eta} \left(\frac{|a|b}{\beta\mu\rho}\right)^{\frac{1}{4}}. \quad (56)$$

Для количественного анализа уравнений (46), (52) удобно перейти к безразмерным переменным, относя координату  $\mathbf{r}$  к масштабу  $\lambda$ , время  $t$  к  $\lambda/c$ , величину  $\Psi$  к  $\Psi_0$ , потенциал  $A^{\mu}$  к масштабу  $(e\xi)^{-1}$ . В результате получаем систему

$$-\theta^{-1} \dot{\psi} + \kappa^{-2} \square\psi = -(1 + A_{\mu} A^{\mu})\psi + |\psi|^2 \psi, \quad (57)$$

$$\square A^\mu = |\psi|^2 A^\mu, \quad (58)$$

где обозначено  $\psi \equiv \Psi/\Psi_0$  и введено отношение характерных времен  $\tau \equiv \eta/\mu$ ,  $T \equiv (\gamma|\alpha|)^{-1}$ :

$$\theta \equiv \frac{\lambda\gamma|a|}{c} = \frac{\gamma}{ec} \left( \frac{|a|b}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\gamma\eta|a|}{\mu} \equiv \frac{\tau}{T}. \quad (59)$$

Согласно условию калибровки  $\partial_\mu A^\mu = 0$  в статическом случае, когда отсутствует временная зависимость, пространственная компонента 4-потенциала  $A^\mu$  отвечает чисто поперечному вектору  $\mathbf{a}$  ( $\text{div} \mathbf{a} = 0$ ), и для временной компоненты можно положить  $\varphi = 0$ . Такая ситуация реализуется, когда внешнее поле сводится к повороту  $\omega_{\text{ext}}$ . В этом случае при  $\kappa > 2^{-1/2}$  имеем двумерный солитон Гросса–Питаевского [43]. Он характеризуется наличием провала параметра порядка  $\Psi(\mathbf{r})$  в области  $r \sim \xi$  и локализацией калибровочного поля  $A^\mu$  на гораздо больших масштабах  $r \sim \lambda$ .

Согласно определению (31), в случае чисто сдвиговой нагрузки  $\chi_{\text{ext}}$  возможны следующие ситуации:

- временная зависимость 4-потенциала  $A^\mu$  отсутствует, а пространственные компоненты, сводящиеся к поперечному вектору  $\mathbf{a}$ , могут быть положены равными нулю (здесь по аналогии с электродинамикой описание дается пространственной зависимостью  $\varphi(\mathbf{r})$  скалярного потенциала);
- векторный потенциал  $\mathbf{a}$  изменяется со временем, а скалярный  $\varphi = 0$ .

Исследуем сначала случай эластостатики  $\mathbf{a} = \mathbf{0}$ ,  $\varphi = \varphi(\mathbf{r})$ , когда в уравнениях (57), (58) имеем  $\square = \nabla^2$ ,  $A_\mu = (\varphi, \mathbf{0})$ ,  $A^\mu A_\mu = \varphi^2$ . Полученная система в корне отличается от соответствующих уравнений Гинзбурга–Ландау [42] обратным знаком перед полевым вкладом  $A^\mu A_\mu = \varphi^2$ , стоящим перед  $\Psi$ . При линеаризации равенства (57) получаем выражение типа уравнения Шредингера с параболическим потенциалом. Если парабола вогнута, то при условии  $\kappa \geq 2^{-1/2}$ , отвечающем появлению первого энергетического уровня, возникает осцилляционное решение [42]. Однако в нашем случае парабола выпукла и при больших «энергиях»  $\kappa$ , когда влиянием потенциального барьера можно пренебречь, решение системы (57), (58) имеет практически однородный характер. Очевидно, такая ситуация реализуется в хрупких материалах. В вязкоупругой среде «энергия»  $\kappa$  настолько мала, что наличие барьера становится существенным, и стационарное решение принимает форму темного солитона [43]: вдали от начала координат потенциал  $\varphi(\mathbf{r})$  и параметр порядка  $\Psi(\mathbf{r})$  практически постоянны, а с приближением к нему потенциал  $\varphi(\mathbf{r})$  испытывает провал на расстояниях порядка глубины проникновения  $\lambda$ , а параметр порядка  $\Psi(\mathbf{r})$  изменяется

на гораздо больших длинах  $\xi = \lambda/\kappa \gg \lambda$ . Поскольку одномерное распределение такого типа имеет наименьшую энергию [43], можно заключить, что полученное солитоноподобное распределение отвечает границе зерна (блока), упругая энергия которых задается полем  $\phi(\mathbf{r})$  и локализована в малой области размером  $\lambda$ ; кристаллический параметр порядка  $\Psi(\mathbf{r})$  достигает максимума на гораздо больших длинах  $\xi$ . Используя аргументацию типа изложенной в §46 книги [23], можно показать, что эффективная поверхностная энергия такой границы всегда положительна. В сравнении со случаем  $\kappa > 2^{-1/2}$ , где рождение солитона Гросса—Питаевского обусловлено отрицательной энергией, приводящей к устойчивой периодической структуре (смешанному состоянию) [42], проведенный анализ указывает, что границы зерен и блоков являются неустойчивыми и не могут образовывать равновесную пространственную структуру типа смешанного состояния.

Переходя к анализу второго из указанных случаев, когда  $\phi = 0$ ,  $\mathbf{a} = \mathbf{a}(\mathbf{r}, t)$ , отметим, что здесь векторный потенциал  $\mathbf{a}$  является чисто поперечным ( $\text{div} \mathbf{a} = c^{-1} \partial \phi / \partial t = 0$ ), а сдвиговая напряженность  $\chi = -c^{-1} \partial \mathbf{a} / \partial t$  обусловлена временной зависимостью векторного потенциала. При этом знак перед слагаемым  $A^{\alpha} A_{\alpha} = -a^2$  совпадает с наблюдающимся в случае сверхпроводника, помещенного в магнитное поле. В результате анализ вязкоупругого поведения конденсированной среды сводится к стандартному исследованию схемы Гинзбурга—Ландау [42]. Так оказывается, что устойчивое смешанное состояние может быть реализовано только в хрупких материалах, где выполняется условие  $\kappa \geq 2^{-1/2}$ . Поскольку вектор сдвига  $\chi$  является полярным, а не аксиальным, то в отличие от структуры, появляющейся в поле поворота  $\omega_{\text{ext}}$ , это состояние имеет планарную симметрию. Образующаяся в результате ламинарная структура представляет чередование неупорядоченных областей размером  $x \sim \xi$  и упорядоченных протяженностью  $x \geq \lambda$ ; в окрестности неупорядоченных областей  $x \sim \lambda$  величина смещения имеет намного большее значение, чем на периферии (в центре упорядоченной фазы). Легко видеть, что такая структура представляет области экстрезии и интрузии, возникающие под действием скальвающих полей.

Исследование полной картины показывает [29], что в рамках калибровочной теории, отвечающей группе  $U(1)$ , представляются возможными два типа цилиндрических солитонов. Первый из них является носителем сдвиговой компоненты поля, вблизи которого упругие напряжения изменяются как  $r^{-1}$ ; естественно положить, что такое решение отвечает краевой дислокации. Солитон второго типа служит носителем компоненты поворота, где упругое поле изменяется как  $\ln r$ ; очевидно, это — дисклинация. В этой связи весьма интересным представляется то обстоятельство, что точечный дефект, который на первый взгляд кажется простейшим,

требует использования нетривиального аппарата, отвечающего неабелевой группе  $SU(2)$ . Благодаря некоммутативности преобразований этой группы материальное поле приобретает две компоненты, а в определении напряженности упругого поля (37) появляются слагаемые, нелинейные по потенциалу  $A_4$ . Таким образом, точечный дефект представляет автолокализованное образование — так называемый ёж Полякова, стабилизация которого имеет существенно нелинейный характер.

Из всего набора возможных стационарных решений полевых уравнений (57), (58) мы ограничились исследованием равновесных структур, возникающих в упруго-вязкой среде. Как известно, кроме них стационарными являются также решения, отвечающие постоянным скоростям пластического течения, при котором атомы безактивационно дрейфуют во внешнем поле сдвига—кручения. В рамках изложенной полевой схемы 4-потенциал  $A^4$  играет роль упругой составляющей скорости изменения смещений среды, а напряженности  $\chi_e, \omega_e$  сводятся к упругим компонентам скорости сдвига—кручения. Тогда уравнение (58) означает, что перестройка атомной системы, характеризуемая конечным значением параметра порядка  $\psi$ , приводит к локализации течения среды, помещенной во внешнее поле сдвига—кручения, вне области размером  $\lambda \propto v$ , фиксируемым кинематической вязкостью  $v \equiv \eta/\rho$ . В идеальной упругой среде, где  $\eta = \infty$ , имеем  $\lambda = \infty$  и поле пластического течения полностью выталкивается из образца. С уменьшением сдвиговой вязкости  $\eta < \infty$  глубина проникновения этого поля спадает, и любая неоднородность атомной структуры размывается пластическим течением среды. С физической точки зрения такая ситуация подобна эффекту Мейсснера в сверхпроводниках, где сверхпроводящий ток экранирует магнитное поле [42].

Характер распределения материального поля  $\psi(r, t)$  и скорости течения  $A^4(r, t)$  определяется отношением масштабов (56), которое принимает здесь вид

$$\kappa = \frac{v}{c\xi}. \quad (60)$$

В условиях сверхпластического течения интенсивность внешнего воздействия обеспечивает столь малые значения сдвиговой вязкости  $v$ , что реализуется условие  $\kappa \ll 1$ , и устойчивы только однородные структуры. В неоднородных условиях параметр  $\psi$  изменяется на расстояниях  $\xi$ , намного превышающих масштаб  $\lambda$  изменения скорости течения  $A^4$ . При этом сверхпластичность среды обеспечивает быстрое изменение скорости в соответствии с плавной перестройкой атомной подсистемы. Такая ситуация реализуется, очевидно, в поле ударной волны [44]. Другим примером является полоса Людерса [15], представляющая зарождение и рост

сверхпластичной фазы по механизму превращения первого рода.

### **3. КОЛЛЕКТИВНОЕ ПОВЕДЕНИЕ ДИСЛОКАЦИОННО-ВАКАНСИОННОГО АНСАМБЛЯ В ЛОКАЛИЗОВАННОЙ ЗОНЕ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ**

Как указывалось во Введении, возможны два режима поведения ансамбля дефектов в процессе пластической деформации. При слабом внешнем воздействии, когда плотность дефектов невелика, они осуществляют процесс пластического течения автономно, перемещаясь под действием внешнего поля и сил взаимодействия между ними [8], [12]. В интенсивных полях плотность дефектов может приобретать настолько большие значения, что следует говорить не об их ансамбле, а о гидродинамической моде, представляющей самосогласованное поведение когерентно связанных дефектов. Настоящий раздел посвящен исследованию перехода из одного режима в другой. Для наглядности мы рассматриваем деформацию высокопрочного сплава, обладающего малыми выделениями неметаллической фазы, под действием интенсивного поля внешних напряжений [45]. Будет показано, что при наличии двух типов дефектов (дислокаций и вакансий) рост внешних напряжений приводит к их автокаталитическому размножению с последующим переходом в когерентный режим.

Экспериментальное исследование таких систем обнаружило следующие особенности процесса пластического течения [46–50].

- Формируются субструктуры с высокой кривизной кристаллической решетки, обусловленной значительной зарядовой плотностью дислокаций и свидетельствующей о наличии больших внутренних напряжений и их градиентов [47, 48].
- При повышенных температурах наблюдается интенсивная локализация пластического течения на начальной стадии деформации [46, 48–50].
- Активно развиваются ротационные моды деформации и формируются новые субструктурные образования: высоко- и малоугловые границы деформационного происхождения с изменяющимися векторами разориентировок [47]; границы деформационного происхождения, образуемые путем вакансионного массопереноса в полях высоких неоднородных напряжений [50]; полосы микросброса с углами переориентации от десятков минут до десятков градусов и специфической внутренней микроструктурой (аномально высокой кривизной кристаллической решетки [46, 48] и ультрадисперсной разориентированной структурой с размерами фрагментов от нанометров до долей микрона [49, 50]).

Указанные особенности связаны с влиянием неравновесных ва-

кансий, генерируемых при деформации: с одной стороны, они существенно облегчают скольжение дислокаций, а с другой сами дают вклад в пластическую деформацию и определяют микромеханизмы переориентации кристаллической решетки [50]. Принципиально важным является самосогласованный характер поведения ансамбля движущихся дислокаций и вакансий — обусловленное вакансиями облегчение процесса локального переползания дислокаций приводит к усилению их генерации движущимися дислокациями. Автокаталитический характер такого процесса может привести к развитию ротационно-сдвиговой неустойчивости пластического течения (например, при образовании полос микросброса [48–50]).

При теоретическом исследовании указанных особенностей представляются возможными два подхода. Первый основывается на рассмотрении микромеханизмов дислокационно-вакансионного взаимодействия, включающих процессы генерации и размножения вакансий и дислокаций, их аннигиляции и поглощения стоками, которые определяются особенностями микроструктуры сплавов, условиями деформации и т. д. Несмотря на наглядность и предсказательность такого подхода, он основывается на конкретных механизмах, а это может привести к недооценке наиболее существенных из них и излишней детализации несущественных. В результате усложняется математическая схема и могут возникнуть непреодолимые формальные трудности. В рамках второго подхода, имеющего феноменологический характер, используется определенный алгоритм, позволяющий найти структуру уравнений движения для основных величин, характеризующих поведение системы. Очевидные недостатки такого подхода вытекают из недооценки микромеханизмов явления и заключаются в трудности отбора физических параметров, проявляющихся принципиальным образом в поведении системы (параметров микроструктуры материала, условий деформации и т. д.).

Наиболее привлекательным представляется комплексный метод, когда основные уравнения выводятся феноменологически, а каждое их слагаемое представляется в рамках микроскопических представлений. Это позволяет выразить коэффициенты феноменологических уравнений через параметры структуры и условия пластической деформации. Такой подход использован в подразделе 3.1 для вывода уравнений дислокационно-диффузионной кинетики на начальной стадии развития зоны локализации деформации в дисперсно-упрочненном сплаве. При необходимости можно провести обобщение на случай взаимодействия дислокаций с другими типами точечных дефектов (межузельных атомов, бивакансий и т. д.).

Анализ полученных уравнений выполнен в подразделе 3.2. На

его основе найдены условия бифуркации, отвечающей качественному изменению поведения дислокационно-вакансионном ансамбля. Эти условия определяют критические значения параметров структуры и условия пластической деформации, обеспечивающие изменение режима поведения дефектов. На основе экспериментальных данных [48, 50] проведен качественный анализ поведения дислокационно-вакансионного ансамбля в высокопрочном ниобиевом сплаве с малыми частицами второй фазы. Показана определяющая роль сдвиговых напряжений в потере структурной устойчивости системы, проведены оценки критических плотностей дефектов в момент потери устойчивости.

По мере развития зоны локализованной деформации может реализоваться режим, в котором необходимо учитывать процессы релаксации напряжений, требующие рассмотрения не только кинетики эволюции ансамбля дефектов, но и связанной с ней динамической задачи. Такой режим наступает при больших плотностях дефектов, когда установление когерентной связи между ними приводит к коллективным эффектам, не позволяющим рассматривать дислокации и вакансии обычным образом. Для адекватного описания этой стадии следует использовать синергетический подход, определяющий временные зависимости плотности когерентно связанных носителей деформации, напряжения и деформации. Такой подход развит в подразделе 3.3, где найдены феноменологические уравнения динамики с учетом временной и пространственной зависимостей (последняя позволяет оценить ширину полосы локализованной деформации).

### 3.1. Вывод уравнений дислокационно-диффузионной кинетики

Согласно механизму потери устойчивости, предложенному в [50], пластическая деформация среды  $\varepsilon$  в зонах локализованной деформации обеспечивается взаимно связанной эволюцией ансамбля подвижных дислокаций плотностью  $\rho$  и неравновесных вакансий концентрацией  $n$ . Для определения временных зависимостей  $\rho(t)$ ,  $n(t)$  запишем уравнения движения  $\dot{\rho} = f(\rho/n)$ ,  $\dot{n} = g(n,\rho)$ , связывающие скорости  $\dot{\rho} = d\rho/dt$ ,  $\dot{n}(t) = dn/dt$  изменения величин  $\rho$ ,  $n$  с их значениями посредством функций  $f(\rho,n)$ ,  $g(n,\rho)$ , подлежащих определению. Представим эти функции первыми членами рядов по величинам  $\rho$  и  $n$  с положительными коэффициентами:

$$\dot{\rho} = f(\rho,n) \cong A_0 + A\rho + A_1n - B\rho^2 + B_1n^2 + C\rho n; \quad (61)$$

$$\dot{n} = g(n,\rho) \cong D_0 - Dn + E\rho + F_1n^2 + F_2\rho^2 + F\rho n. \quad (62)$$

Здесь мы ограничились квадратичными членами, которые про-

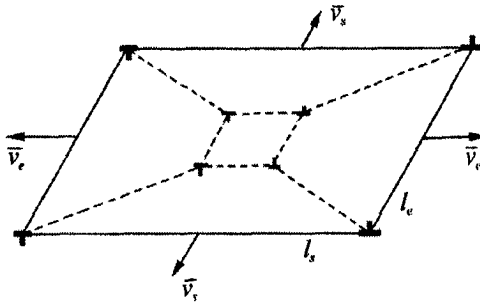
стейшим образом учитывают взаимное влияние дислокаций и вакансий. Слагаемое  $\mathcal{A}_0$  характеризует интенсивность источников дислокаций типа источников Франка—Рида, уступов на границах зерен и т. д. [3]. Источники дислокационного типа описываются слагаемым  $\mathcal{A}\rho$ , где выбор положительного коэффициента  $\mathcal{A} > 0$  отражает факт роста плотности дислокаций в процессе деформации. Квадратичное слагаемое  $-\mathcal{B}\rho^2$  учитывает процессы аннигиляции дислокаций. Положительный член  $\mathcal{C}\rho n$  описывает размножение дислокаций за счет их взаимодействия с вакансиями. Слагаемые  $\mathcal{A}_1 n$ ,  $\mathcal{B}_1 n^2$  можно опустить ввиду пренебрежимости процессов превращения одиночных вакансий и их комплексов в подвижные дислокации. Константа  $\mathcal{D}_0$  характеризует интенсивность недислокационных источников вакансий. Уменьшение плотности вакансий в результате их поглощения стоками постоянной мощности определяет выбор знака перед вторым слагаемым в (62). Слагаемое  $\mathcal{E}\rho$  учитывает рождение вакансий подвижными дислокациями. Вклад  $\mathcal{F}_1 n^2$ , отражающий размножение вакансий при их столкновениях, должен быть опущен как нереальный. На начальных стадиях деформации ( $\epsilon \leq 0,5$ ) может быть опущено и слагаемое  $\mathcal{F}_2 \rho^2$ , описывающее образование вакансий при аннигиляции краевых дислокаций противоположного знака при их скольжении по соседним плоскостям [3].

Принципиальное значение имеет знак перед последним слагаемым в (62). Автокаталитический режим размножения подвижных дислокаций и вакансий требует, чтобы перекрестные слагаемые  $\mathcal{C}\rho n$ ,  $\mathcal{F}\rho n$  имели положительные знаки, означающие положительную обратную связь между дефектами. При различных знаках перекрестных членов режим автокаталитического роста сменяется выходом на насыщение, и решения уравнений (61), (62) представляются фокусом в фазовой плоскости  $\rho$ — $n$ . Отметим, что слагаемое  $\mathcal{F}\rho n$  в (62) характеризует два конкурирующих процесса — поглощение вакансий краевыми дислокациями и генерацию вакансий, обусловленную взаимодействием дефектов. Экспериментальные условия образования полос локализованной деформации [48—50] таковы, что преобладает второй механизм и реализуется положительная обратная связь.

Для выражения коэффициентов в уравнениях (61), (62) через напряжения, температуру и параметры структуры представим процесс пластического течения в зоне локализации дисперсно-упрочненного сплава в рамках модели расширяющейся дислокационной петли, преодолевающей барьер в виде частицы второй фазы (Рис. 4).

Пренебрегая размножением дислокаций на источниках Франка—Рида [10] и на границах зерен, слагаемое  $\mathcal{A}_0$  в (61) можно опустить, тем более что оно не меняет качественно вид решения. В этом случае увеличение плотности дислокаций будет пропорционально плотностям потоков краевых  $j_e = \rho_e v_e$  и винтовых  $j_s = \rho_s v_s$ ,





**Рисунок 4.** Схема расширяющейся дислокационной петли, состоящей из краевых  $l_e$  и винтовых  $l_s$  сегментов,двигающихся со скоростями  $\vec{v}_e$  и  $\vec{v}_s$ .

дислокаций, дающим в сумме полный поток  $j = j_e + j_s$  [51]:

$$\dot{\rho} = \delta_e \rho_e v_e + \delta_s \rho_s v_s. \quad (63)$$

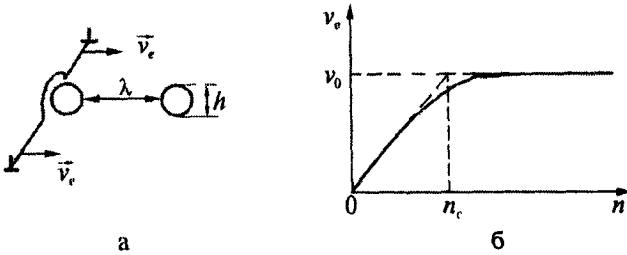
Коэффициенты  $\delta_e^{-1}$ ,  $\delta_s^{-1}$  имеют смысл расстояний, проходимых соответствующими дислокациями между актами их размножения [10]. В сплаве с дисперсными недеформируемыми частицами эти расстояния имеют порядок межчастичных:  $\delta_e^{-1} \sim \delta_s^{-1} \sim \lambda$ .

Для винтовых дислокаций, преодолевающих частицы по механизму Орована или поперечным скольжением, предполагаем, что при постоянном напряжении их средняя скорость также постоянна:  $v_s \cong \text{const}$ . Краевые дислокации могут преодолевать дисперсные частицы путем локального климба [52], обусловленного уменьшением химического потенциала вакансий за счет локализации напряжений вблизи частиц. Возникающий в результате дрейф вакансий к дислокационному участку, прижатому к частице, создает экстроплоскость дислокации, позволяя ей преодолевать барьер без колец Орована (Рис. 5а). При этом скорость краевых дислокаций будет зависеть не только от напряжений и температуры, но и от плотности вакансий. Вывод соответствующей зависимости (80) приводит к задаче, решение которой удобно отложить на конец этого подраздела.

Считая, что на начальных этапах концентрация вакансий  $n$  намного ниже критического значения  $n_c$ , воспользуемся линейной аппроксимацией указанной зависимости (80):

$$v_e = (\lambda/t_c)n, \quad t_c \equiv (hb/D_v)\exp(-\sigma b^3/T), \quad (64)$$

где  $D_v$  — коэффициент диффузии вакансий,  $\sigma$  — напряжение сжатия, действующее на дислокацию около частицы,  $b$  — величина вектора Бюргера,  $T$  — температура в энергетических единицах,  $h$  — высота препятствия, имеющая порядок размера частицы. Тогда



**Рисунок 5.** а — схема преодоления дисперсной частицы краевой дислокацией при локальном климбе; б — зависимость скорости скольжения краевых дислокаций от концентрации вакансий при постоянных напряжениях.

зависимость (63) можно переписать в виде

$$\dot{\rho} = \frac{\omega_s v_s}{\lambda} \rho + \frac{\omega_e}{t_c} \rho n, \quad (65)$$

где  $\omega_s$ ,  $\omega_e$  — доли винтовых и краевых дислокаций, которые можно считать постоянными ( $\omega_s + \omega_e = 1$ ). Поскольку в ОЦК-металлах подвижность винтовых дислокаций существенно ниже, чем краевых, то  $\omega_s \gg \omega_e$  [53]. Тогда сравнение (65) с (61) дает коэффициенты

$$A = \omega_s (v_s / \lambda), \quad (66)$$

$$C = \omega_e / t_c = \{\omega_e D_w / (hb)\} \exp(\sigma b^3 / T). \quad (67)$$

Интенсивность аннигиляции дислокаций определяется их количеством, имеющим противоположный знак в дипольных конфигурациях, в которых дислокации сближаются путем поперечного скольжения (в случае винтовой компоненты) или путем переползания (для краевой). Скорость  $\dot{\rho}$  первого процесса можно оценить как  $2\nu_s l_a \omega_s^2 \rho^2$ , где  $l_a = \mu b / 2\pi\tau_0$  [51],  $\tau_0$  — предел текучести,  $\mu$  — модуль сдвига. Для второго она составляет  $\sim 10^{-2} \omega_e^2 (\mu / \tau_f) D_w \rho^2 n$  [54], где  $\tau_f \approx \tau_0$  — характерное напряжение трения кристаллической решетки. Сопоставление показывает, что при  $n \ll 10^{-4}$  первая скорость существенно превосходит вторую, и следовательно

$$B \approx (\omega_s^2 / \pi) (\mu / \tau_0) b \nu_s. \quad (68)$$

Параметр  $D$ , задающий интенсивность ухода неравновесных вакансий из полосы локализованной деформации в объем зерна, где плотность вакансий близка к равновесной, можно определить, воспользовавшись уравнением Дебая

$$\dot{n} = -Kn, \quad (69)$$

где для неравновесных вакансий кинетический коэффициент равен  $\mathcal{K} = \pi^2 D_v / H^2$ ,  $H$  — ширина полосы локализованной деформации. Таким образом,

$$\mathcal{D} = \pi^2 D_v / H^2. \quad (70)$$

Основным механизмом генерации неравновесных вакансий при пластической деформации является движение винтовых дислокаций с порогами, разделенными расстоянием  $l$ . Тогда расширение дислокационной петли до заданных значений  $l_s$ ,  $l_e$  в момент времени  $t$  (Рис. 4) дает число вакансий  $N_v(t) = l_s(t)l_e(t)/(bl)$ . Увеличение их концентрации в единицу времени составляет  $\dot{n} = \dot{N} mb^3$ , где  $m$  — плотность дислокационных петель. Учитывая, что  $l_e m = \omega_e \rho$ ,  $l_s m = \omega_s \rho$ ,  $\dot{l}_s \cong 2v_s$ ,  $\dot{l}_e \cong 2v_e$  (ср. индексы в двух последних равенствах), получаем

$$\dot{n} \cong \frac{2b^2}{l} (\omega_e \rho v_e + \omega_s \rho v_s) = \frac{2\omega_e b^2 \lambda}{l t_c} \rho n + \frac{2\omega_s v_s b^2}{l} \rho. \quad (71)$$

В результате параметр  $\mathcal{E}$  и обусловленный расширением петли вклад  $\mathcal{F}'$  в параметр  $\mathcal{F}$  составляют

$$\mathcal{E} = \frac{2\omega_s v_s b^2}{l}, \quad \mathcal{F}' = \frac{2\omega_e b^2 \lambda}{l t_c} = \frac{2\omega_e b \lambda D_v}{lh} \exp\left(\frac{\sigma b^3}{T}\right), \quad (72)$$

Кроме расширения петли, в величину  $\mathcal{F}$  дает вклад поглощение вакансий дислокациями с краевой компонентой. Скорость такого поглощения задается величиной  $v_e$ , плотностью  $\rho_e \cong \omega_e \rho$  и количеством вакансий  $\sim \{h/(2b)\}^2$ , поглощаемых дислокацией при переползании одной частицы:

$$\dot{n} = -\omega_e \{h/(4\lambda)\} D_v \exp(\sigma b^3/T) \rho n. \quad (73)$$

Интенсивность поглощения вакансий остальными участками краевых дислокаций, доля которых равна  $\sim (1 - h/\lambda)$ , составляет [54]

$$\dot{n} = -(1 - h/\lambda) \omega_e N_d D_v \rho n, \quad (74)$$

где  $N_d \sim 10$  — число мест, которые может занять вакансия на дислокации. В результате получаем

$$\mathcal{F} = \omega_e D_v \left[ \frac{2b\lambda}{lh} \exp\left(\frac{\sigma b^3}{T}\right) - \frac{h}{4\lambda} \exp\left(\frac{\sigma b^3}{T}\right) - \left(1 - \frac{h}{\lambda}\right) N_d \right]. \quad (75)$$

Соотношение слагаемых в квадратных скобках определяет знак перед последним слагаемым в (62) и, следовательно, характер

пластической деформации. Режим автокаталитического размножения дефектов ( $\mathcal{F} > 0$ ) обеспечивается при выполнении условий

$$8b\lambda^2 > lh^2, \quad \exp(\sigma b^3/T) > \{4N_d lh(\lambda - h)\}/(8b\lambda^2 - lh^2). \quad (76)$$

Эти условия требуют, во-первых, достаточно высокой плотности порогов на винтовых дислокациях, расстояние между которыми не должно превышать значения  $8(\lambda/h)^2 b$ . Кроме того, необходимы достаточно большие локальные напряжения сжатия  $\sigma$ , действующие на дислокации вблизи частиц. Связывая  $\sigma$  с внешними сдвиговыми напряжениями  $\tau$  через коэффициент концентрации напряжений  $\lambda/h$ , из (76) находим оценку критического напряжения  $\tau_{cr}$ , выше которого выполняется условие  $\mathcal{F} > 0$ , обеспечивающее переход в автокаталитический режим:

$$\tau_{cr} = \{hT/(\lambda b^3)\} \ln\{[4N_d lh(\lambda - h)]/(8b\lambda^2 - lh^2)\}. \quad (77)$$

При экспериментальных значениях параметров  $h \sim 2 \cdot 10^{-7}$  см,  $\lambda \sim 2 \cdot 10^{-6}$  см,  $T \sim 0,1$  эВ  $\sim 1000$  К,  $b = 2,86 \cdot 10^{-8}$  см,  $l \sim 10^{-5}$  см,  $N_d \sim 10$  [50], получаем  $\tau_{cr} \sim 10^9$  дин/см<sup>2</sup> или в масштабе модуля сдвига  $\tau_{cr} \sim (150-120)^{-1} \mu$ . Именно такие значения отвечают экспериментальным условиям образования полос локализованной деформации.

Отметим наконец, что слагаемое  $D_0$  в (62) описывает генерацию вакансий с постоянной скоростью. Оно характерно для процессов облучения и в рассматриваемых условиях может быть опущено.

Возвратимся к задаче о движении краевой дислокации в матрице с выделениями фазы. С этой целью рассмотрим локальный климб, обеспечиваемый притоком избыточных вакансий к участку экстраплоскости, прижатому к выделению. Как видно из Рис. 5а, скорость краевой дислокации на участке длиной  $x$ , содержащем  $x/\lambda$  частиц, определяется суммарным временем  $(x/\lambda)t_1$ , где  $t_1$  — время преодоления одной частицы, и временем  $t_0$ , за которое дислокация преодолела бы расстояние  $x$  при том же напряжении в отсутствие частиц:

$$v_e = \frac{x}{t_0 + (x/\lambda)t_1} = \frac{v_0 \lambda}{\lambda + v_0 t_1}, \quad v_0 \equiv \frac{x}{t_0}. \quad (78)$$

Благодаря высокой концентрации неравновесных вакансий в зоне сдвига время переползания  $t_1$  может быть оценено выражением

$$t_1 = t_c/n, \quad t_c \equiv (hb/D_v) \exp(-\sigma b^3/T). \quad (79)$$

Здесь  $h$  — высота препятствия, имеющая порядок размера частицы,  $D_v \equiv b^2 \omega_D \exp(-H_w/T)$  — коэффициент диффузии вакансий,  $b$  — величина вектора Бюргерса,  $\omega_D \sim 10^{-13}$  с<sup>-1</sup> — частота Дебая,  $\sigma$  —

напряжение сжатия, действующее на дислокацию вблизи частицы,  $T$  — температура в энергетических единицах,  $H_v$  — энтальпия миграции вакансий. Подставляя (79) в (78), получаем искомую зависимость скорости краевой компоненты от концентрации вакансий:

$$v_e = v_0 \left( 1 + \frac{n_c}{n} \right)^{-1}, \quad n_c \equiv \frac{v_0 t_c}{\lambda}. \quad (80)$$

При  $n \ll n_c$  зависимость  $v_e(n)$  переходит в использованное выше линейное соотношение (64), а с ростом содержания вакансий до предельных значений  $n \gg n_c$  выходит на постоянную величину  $v_0$ , означающую, что краевые дислокации скользят, практически не тормозясь на частицах (Рис. 56).

Покажем в заключение, что в рассмотренных условиях можно пренебречь влиянием осмотического давления неравновесных вакансий на процесс переползания. Действительно, соответствующее время  $t_{osm}$  равно [9]

$$t_{osm} = \frac{hb / D_v}{n \ln(n / n_0)} \quad (81)$$

где  $n_0$  — равновесная концентрация. Поскольку в области локализации деформации выполняется условие  $\sigma \geq T/b^3$ , то из (79) следует, что всегда  $t_{osm} \gg t_1$ . Однако осмотическое давление играет существенную роль в освобождении частиц от дислокационных петель, образующихся при огибании частиц винтовыми дислокациями. Это позволяет пренебречь эффектом упрочнения от дислокационных петель и считать расстояние  $\lambda$  не зависящим от деформации.

### 3.2. Анализ уравнений дислокационно-диффузионной кинетики

Проведенный анализ показывает, что в уравнениях (61), (62) представляются значимыми слагаемые, имеющие коэффициенты  $A, B, C, D, E, F$ , определенные равенствами (66)–(68), (70), (72), (75). С физической точки зрения удобно представить указанные уравнения в виде

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\rho}{t_d} \left( 1 + \frac{n}{n_0} - \frac{\rho}{\rho_a} \right), \quad (82)$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{t_v} \left[ \frac{\rho}{\rho_0} - n \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_v} \right) \right]. \quad (83)$$

Здесь  $t_d \equiv 1/\mathcal{A}$ ,  $t_v \equiv 1/\mathcal{D}$  — характерные времена автономного изменения плотностей дефектов; масштабы  $\rho_a \equiv \mathcal{A}/\mathcal{B}$ ,  $\rho_0 \equiv \mathcal{D}/\mathcal{E}$  определяют плотности дислокаций без учета вакансий, а характерные плотности  $n_0 \equiv \mathcal{A}/\mathcal{C}$ ,  $\rho_v \equiv \mathcal{D}/\mathcal{F}$  задают интенсивность взаимного влияния дефектов.

Исследуем характер решений системы (82), (83) при различных соотношениях параметров. С этой целью введем безразмерные плотности дефектов  $y \equiv \rho/\rho_v$ ,  $x \equiv n/n_0$  и время  $z \equiv t/t_v$ , а также параметры  $\alpha \equiv t_v/t_d$ ,  $\beta \equiv \rho_v/\rho_a$  и  $\gamma \equiv \rho_v/(\rho_0 n_0)$ . Первый определяет соотношение характерных времен, второй — отношение интенсивностей процессов размножения и аннигиляции дефектов, третий — соотношение интенсивностей взаимного влияния дислокаций и вакансий. В безразмерных величинах система (82), (83) принимает вид

$$\frac{dy}{dz} = \alpha y(1 + x - \beta y), \quad (84)$$

$$\frac{dx}{dz} = -x(1 - y) + \gamma y. \quad (85)$$

В общем случае нелинейные уравнения (84), (85) поддаются только качественному анализу, позволяющему выяснить особенности зависимости  $y(x)$  при различных значениях параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  [55]. Оказывается, что величина первого из указанных параметров не существенна. В области

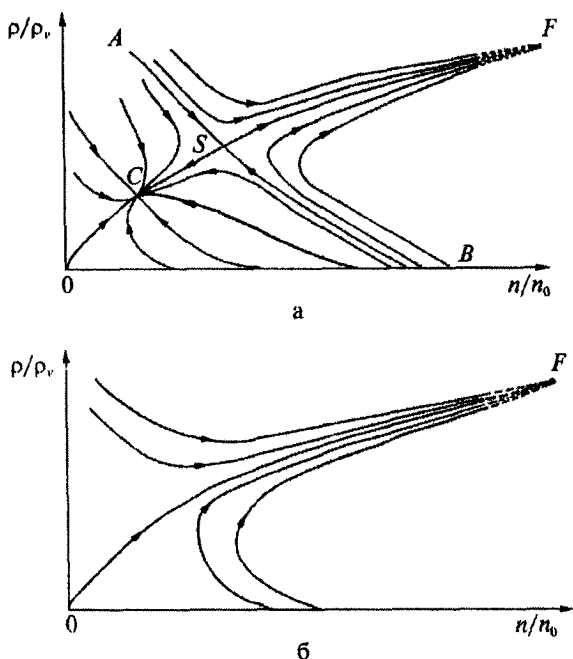
$$\beta > 1, \quad \gamma < (\sqrt{\beta} - 1)^2 \quad (86)$$

фазовый портрет имеет вид, показанный на Рис. 6а; при обратных условиях получаем Рис. 6б. Первый портрет характеризуется наличием двух особых точек — устойчивого узла  $S$  и седла  $C$  с координатами

$$n_{c,s} = \frac{\beta - \gamma - 1}{2} \left[ 1 \mp \sqrt{1 - \frac{4\gamma}{(\beta - \gamma - 1)^2}} \right] n_0, \quad (87)$$

$$\rho_{c,s} = \left[ \frac{\beta - \gamma + 1}{2\beta} \mp \frac{\beta - \gamma - 1}{2\beta} \sqrt{1 - \frac{4\gamma}{(\beta - \gamma - 1)^2}} \right] \rho_v, \quad \beta \equiv \frac{\rho_v}{\rho_a}, \quad \gamma \equiv \frac{\rho_v}{\rho_0 n_0}, \quad (88)$$

где верхний знак отвечает узлу, нижний — седлу. При выполнении условий (86) плоскость физических значений  $\rho$ ,  $n$  оказывается разбитой на четыре области, отвечающие различному характеру поведения системы. Область, ограниченная осью абсцисс и линией  $OCSB$ , отвечает диффузионному механизму деформации, поскольку здесь плотность дислокаций не превышает значения  $y_{\rho_v} \geq$



**Рисунок 6.** Фазовые портреты для плотностей дислокаций  $\rho$  и вакансий  $n$  при различных значениях параметров  $\beta$  и  $\gamma$ .

$\geq (\rho_v + \rho_a)/2$ , а зависимость  $\rho(n)$  характеризуется асимптотикой  $\rho \sim \exp[-(t_v/t_d)(n/n_0)]$ . В области, ограниченной осью ординат и линией  $OCSA$ , превалирует дислокационный механизм, поскольку концентрация вакансий не превышает значения  $x_n n_0 \geq [(\rho_w/\rho_a) - 1] n_0$ . Связь между  $\rho$  и  $n$  характеризуется здесь асимптотикой

$$\rho \sim [(\rho_v/\rho_0) + n]^{-(t_v/t_d)(\rho_v/\rho_a)}.$$

Характерно, что в обеих этих областях система в ходе своей эволюции достигает узла  $C$  с конечными значениями плотностей дефектов  $\rho_c$ ,  $n_c$  (разумеется, предельное значение  $n_c$  не может быть меньше равновесной концентрации вакансий — в ином случае пропадает физический смысл).

Совершенно отличное поведение наблюдается при попадании в области  $BSF$  и  $ASF$  — здесь в ходе деформации наблюдается автокаталитическое нарастание плотностей дефектов по траекториям, сходящимся к сепаратрисе  $SF$ , которая имеет асимптотику  $\rho = (\rho_w/n_0)[(t_d/t_v) + (\rho_w/\rho_a)]^{-1} n$ . Различие областей  $BSF$  и  $ASF$  состоит в том, что в первой выход на автокаталитический режим осуществляется за счет большой концентрации вакансий, а во второй за

счет дислокаций. Соответственно, система характеризуется неустойчивостью  $d\rho/dn = \infty$  в области *BSF* и  $d\rho/dn = 0$  в *ASF*.

Таковыми же особенностями характеризуется фазовый портрет, изображенный на Рис. 6б, который реализуется при нарушении любого из неравенств (86). Отличие от портрета на Рис. 6а состоит в том, что выход на автокаталитический режим осуществляется независимо от начальных значений плотностей дефектов  $\rho$ ,  $n$  (при выполнении условий (86) они должны быть такими, чтобы изначально попасть в области *BSF*, *ASF*).

Используя микроскопические выражения (66)–(68), (70), (72), (75) и принимая предел текучести равным напряжению Орована  $\tau_0 \approx \mu b/\lambda$  [52], находим оценки

$$\gamma \approx 1, \quad \beta \approx \frac{\pi \omega_s}{2 \omega_e} \frac{lh\lambda}{bH^2} \exp\left(-\frac{\tau b^3 \lambda}{Th}\right), \quad (89)$$

где учтена концентрация напряжений на частицах  $\sigma \approx (\lambda/h)\tau$ . В результате условие выхода на автокаталитический режим (Рис. 6б) записывается как  $\tau > \tau_c$ , где критическое напряжение равно

$$\tau_c = \frac{hT}{\lambda b^3} \ln\left(\frac{\pi \omega_s lh\lambda}{8 \omega_e b H^2}\right). \quad (90)$$

Сравнение выражений (77), (90) показывает, что при выполнении условия

$$\frac{\pi \omega_s \lambda}{8 \omega_e b} < \frac{4N_d(\lambda - h)H^2}{8b\lambda^2 - lh^2}, \quad (91)$$

реализующегося в эксперименте [50], имеем  $\tau_c < \tau_{cr}$ . Таким образом, в дисперсно-упрочненных ниобиевых сплавах необходимое условие выхода на автокаталитический режим  $\rho_v = D/F > 0$  является достаточным и обеспечивает фазовый портрет, показанный Рис. 6б.

Согласно изложенному, выход на автокаталитический режим, отвечающий Рис. 6а, требует плотности дефектов, превышающей некоторое критическое значение  $\rho_{cr}$ . Последнее должно быть ограничено величиной  $\sim 10^{10} - 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , которая позволяет пренебречь коллективными эффектами и рассматривать дислокации автономно. Оценка  $\rho_{cr}$  следует из условия  $d\rho/dn = \infty$  и уравнения (83) при  $\dot{n} = 0$ ,  $\gamma \equiv \rho_w/(\rho_0 n_0) = 1$ :

$$\rho_{cr} = \left(1 + \frac{n_0}{n}\right)^{-1} \rho_v < \rho_v, \quad \rho_v \sim \frac{lh}{\omega_e b \lambda H^2} \exp\left(-\frac{\lambda \tau b^3}{hT}\right). \quad (92)$$

При  $\tau \sim 10^{-2} \mu$  отсюда находим плотность дислокаций  $\rho_{cr} \leq 10^9 \text{ см}^{-2}$ , величина которой легко преодолевается в экспериментальных ус-



ловиях.

При  $\rho > \rho_{cr}$  имеем  $\rho_v/\rho_a \ll t_d/t_v$ , и уравнение сепаратрисы  $n = (n_0/\rho_v)[(t_d/t_v) + (\rho_v/\rho_a)]^{-1}\rho$  дает связь концентраций дефектов в полосе локализованной деформации:

$$n \sim (b^2\lambda/l)\rho. \quad (93)$$

В экспериментальных условиях [50]  $n \sim 10^{-16} \text{ см}^2 \cdot \rho$ , и при  $\rho \sim 10^{10} - 10^{11} \text{ см}^{-2}$  получаем значения  $n \sim 10^{-6} - 10^{-5}$ , характерные для диффузионных механизмов деформации в процессе переориентации.

Проведенный анализ показывает, что при напряжениях  $\tau > \tau_{cr}$  дислокации и вакансии неограниченно размножаются в полосе локализованной деформации независимо от исходного содержания дефектов. В результате пластическое течение проявляет структурную неустойчивость, имеющую, как видно из дальнейшего, токовый характер. При наличии изгибающих моментов интенсивный процесс диффузии приводит к развитию ротационной моды. В ниобиевых сплавах указанная неустойчивость проявляется уже на начальных стадиях деформации вне зависимости от исходной плотности дефектов [48, 50].

Автокаталитический характер размножения дефектов различного рода обусловлен положительной обратной связью между скоростями изменения их плотностей в зоне сдвига. Механизм этой связи определяется характером взаимодействия дислокационной петли с недеформируемыми препятствиями — вакансии увеличивают скорость переползания краевых компонент этой петли и плотность винтовых, что в свою очередь приводит к росту их концентрации за счет генерации дислокационными порогами движущихся винтовых компонент. Характер поведения ансамбля дефектов определяется уровнем напряжений в зоне сдвига. При значениях  $\tau \ll \tau_{cr}$  отрицательная обратная связь препятствует выходу системы на автокаталитический режим. В промежуточной области  $\tau > \tau_{cr}$  система теряет устойчивость только в том случае, если начальные плотности подвижных дефектов превышают критические значения (см. Рис. 6а). И наконец, при напряжениях  $\tau > \tau_c$  вид фазового портрета на Рис. 6б показывает, что структурная неустойчивость развивается независимо от исходной плотности дефектов.

Изложенная картина не ограничивается высокопрочными сплавами, обладающими специфической микроструктурой (малые частицы фазы). Найденные закономерности пластического течения, сводящиеся к потере устойчивости системы, локализации деформации, развитию ротационной пластичности и т. п., должны проявляться также во всех материалах, где скорость сдвиговой деформации существенно зависит от концентрации точечных дефектов и обеспечивается высокий уровень напряжений. Такие ус-

ловия могут достигаться, в частности, на стадии развитой пластической деформации независимо от исходной микроструктуры и механических свойств материала. При этом деформационное упрочнение приводит материал в состояние, обладающее значительными величинами неоднородных полей напряжений и деформационными дефектами типа дислокационных клубков. Подобная ситуация проявляется при интенсивном облучении, имплантации, насыщении металлов атомами малого размера (например, наводороживании) и т. д. По нашему мнению, развитая картина может объяснить известный экспериментальный факт, согласно которому на стадии развитой пластической деформации образуются преимущественно высокоугловые границы наклонного типа [15]. Действительно, именно такие границы формируются путем диффузионного массопереноса и инициируемого вакансиями переползания краевых компонент дислокаций.

Укажем в заключение, что проведенное рассмотрение носит существенно кинематический характер, поскольку все динамические характеристики типа напряжений, действующих на дислокации, принимались постоянными. Такое приближение отвечает экспериментальной ситуации, наблюдаемой в высокопрочных материалах, где благодаря деформационному упрочнению напряжение испытывает незначительные изменения относительно высокого значения исходной величины  $\tau$ . Этому способствуют также низкие значения коэффициента упрочнения, присущие высокопрочным материалам.

### 3.3. Синергетика образования локализованной полосы пластического течения

Изложенная выше кинематическая картина основывается на предположении о неизменном характере внутренних напряжений  $\tau$  и пренебрежении временной зависимостью деформации  $\epsilon$ . Настоящий раздел посвящен исследованию стадии развитой пластической деформации, когда коллективные эффекты нарушают указанные условия [15]. При нарастании плотности дислокаций до величин  $\rho \gg \rho_{cr}$ , определенных равенством (92), устанавливается когерентная связь, которая приводит к выделению из ансамбля дислокаций, ведущих себя автономным образом, коллективной составляющей плотностью  $\rho_{col} \leq \rho$ . При этом поля взаимодействия дислокаций становятся соизмеримыми с внешними напряжениями [15], и возникает долгоживущая гидродинамическая мода со временем релаксации  $t_d \gg \omega_D^{-1}$  и амплитудой  $d \sim b\sqrt{\rho_{col}}$ . В автономном режиме релаксация этой моды протекает по дебаевскому закону  $\dot{d} = -d/t_d$ . Однако когерентная связь между дефектами приводит к релаксации сдвиговых напряжений  $\tau$ , а уравнение для  $d$

дополняется положительным вкладом  $\tau\epsilon$  пластической деформации  $\epsilon$ , обусловленной коллективными эффектами. Соответственно, к дебаевскому уравнению  $\dot{\tau} = (\tau_e - \tau)/t_\tau$  для напряжений, релаксация которых происходит не к нулевому значению  $\tau$ , а к стационарному  $\tau_e(\hat{\sigma}_{\text{ext}})$ , добавляется отрицательный вклад  $\epsilon d$  моды дефектов в поле деформации.

Полная система уравнений, определяющих временное поведение величин  $\tau$ ,  $d$ ,  $\epsilon$ , замыкается уравнением Максвелла для вязкоупругой среды:

$$\dot{\tau} = (\tau_e - \tau)/t_\tau - g_\tau \epsilon d, \quad (94)$$

$$\dot{d} = -d/t_d + g_d \tau \epsilon, \quad (95)$$

$$\dot{\epsilon} = -\epsilon/t_\epsilon + g_\epsilon d, \quad (96)$$

Здесь  $t_\tau$ ,  $t_d$ ,  $t_\epsilon$  — времена релаксации величин  $\tau$ ,  $d$ ,  $\epsilon$ ;  $g_\tau$ ,  $g_d$ ,  $g_\epsilon > 0$  — соответствующие константы связи. Характерное время релаксации напряжений  $t_\tau$  задается дебаевским масштабом:  $t_\tau \sim \omega_D^{-1} \sim 10^{-13}$  с; время релаксации дефектной моды  $t_d$  определяется термоактивируемыми процессами миграции дефектов:  $t_d \sim \omega_D^{-1} \exp(Q/T)$ , где энергия  $Q$  имеет порядок электрон-вольта; и наконец, время релаксации деформации равно  $t_\epsilon = \eta/\mu$ , где  $\eta$  — сдвиговая вязкость,  $\mu$  — соответствующий модуль упругости.

Приведенные оценки показывают, что наибольшим значением обладает время релаксации деформации, величина которой  $\epsilon$  определяет значения  $\tau$ ,  $d$  в уравнениях (94)–(96). В синергетике принято обозначать переменную  $\epsilon$  как параметр порядка, величину  $d$  как поле, сопряженное этому параметру, а напряжения  $\tau$ , уровень которых фиксируется внешним значением  $\tau_e(\hat{\sigma}_{\text{ext}})$ , как управляющий параметр [56]. Указанная иерархия времен релаксации позволяет применить принцип подчинения эволюции управляющего параметра  $\tau(t)$  и сопряженного поля  $d(t)$  параметру порядка  $\epsilon(t)$ . Математически это выражается в пренебрежении скоростями  $\dot{\tau}$ ,  $\dot{d}$  в уравнениях (94), (95), после чего величины  $\tau$ ,  $d$  выражаются через  $\epsilon$  равенствами

$$\tau = \frac{\tau_e}{1 + (\epsilon/\epsilon_g)^2}, \quad \epsilon_g^{-2} \equiv A_d A_\tau, \quad A_i = t g_i, \quad i = \tau, d, \epsilon; \quad (97)$$

$$d = A_d \tau_e \frac{\epsilon}{1 + (\epsilon/\epsilon_g)^2}, \quad \tau_e = \tau_e(\hat{\sigma}_{\text{ext}}). \quad (98)$$

Зависимость  $\epsilon(t)$  задается уравнением регрессии Ландау–Халатникова  $t_\epsilon \dot{\epsilon} = -\partial V/\partial \epsilon$ , где синергетический потенциал  $V(\epsilon)$  имеет

вид (см. Рис. 7)

$$V = \frac{\epsilon^2}{2} \left\{ 1 - \frac{\tau_e}{\tau_c} \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_g} \right)^{-2} \ln \left[ 1 + \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_g} \right)^2 \right] \right\}, \quad \tau_c^{-1} \equiv A_e A_d. \quad (99)$$

Разложение по параметру  $\epsilon/\epsilon_g$  приводит к ряду Ландау (18), где  $A \equiv 1 - \tau_e/\tau_c$ ,  $B \equiv \tau_e/\tau_c$ . Вид зависимости  $V(\epsilon)$  задается тензором внешних напряжений  $\hat{\sigma}_{\text{ext}}$ , определяющих стационарное значение  $\tau_e(\hat{\sigma}_{\text{ext}})$  сдвиговой компоненты внутренних напряжений. Оставляя в стороне определение зависимости  $\tau_e(\hat{\sigma}_{\text{ext}})$ , приводящее к отдельной задаче, укажем, что при нагрузке  $\hat{\sigma}_{\text{ext}}$ , не обеспечивающей условие  $\tau_e > \tau_c$ , зависимость (99) имеет монотонно возрастающий характер (кривая 1 на Рис. 7). Это означает релаксацию в стационарное состояние  $\epsilon_0 = 0$ , в котором коллективное поведение дислокационно-вакансионного ансамбля не сказывается на величине пластической деформации. С физической точки зрения малость напряжений  $\tau_e(\hat{\sigma}_{\text{ext}})$ , связанных с внешним воздействием, обусловлена процессами релаксации и упрочнения. При выполнении обратного условия  $\tau_e > \tau_c$  синергетический потенциал приобретает минимум в точке

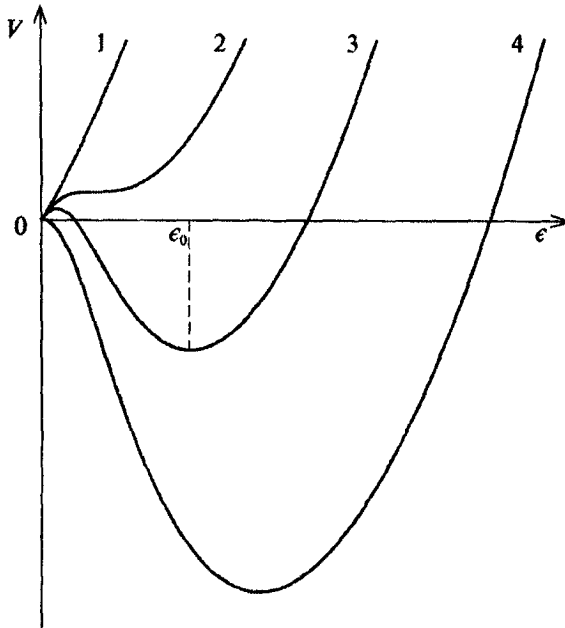


Рисунок 7. Зависимость синергетического потенциала от параметра порядка при различных значениях управляющего параметра.

$$\epsilon_0 = \epsilon_g \sqrt{\tau_e / \tau_c - 1}, \quad (100)$$

определяющей добавку к деформации  $\epsilon$ , обусловленной автономным поведением дефектов. Согласно соотношениям (97), (98), при этом коллективная составляющая напряжений сводится к критическому значению  $\tau_c$ , а выражение для деформационной моды отличается от (100) множителем  $A_d \tau_c$ . На фазовой плоскости  $\rho$ - $n$  указанному стационарному состоянию отвечает узел  $F$  на Рис. 6. Эффективное время перехода в когерентное состояние

$$t_{\text{eff}} = t_e (\tau_e / \tau_c - 1)^{-1} \quad (101)$$

монотонно спадает с ростом разности между напряжением  $\tau_e$  и критическим значением  $\tau_c$ .

Основной результат проведенного анализа состоит в том, что при автокаталитическом размножении дефектов в поле напряжений  $\tau_e (\hat{\sigma}_{\text{ext}}) > \tau_c$  за время  $t \sim t_{\text{eff}}$  устанавливается когерентная связь, и дефекты ведут себя коллективным образом. При этом деформация  $\epsilon$ , обусловленная автономными дефектами, получает вклад

$$\epsilon = \epsilon_0 [1 - \exp(-t/t_{\text{eff}})], \quad (102)$$

нарастающий с течением времени  $t \gg t_{\text{eff}}$  до стационарного значения (100).

Для оценки основных параметров задачи учтем, что максимальная деформация  $\epsilon_g \sim 1$ , а из (96) для безразмерного параметра  $A_c = t_e g_e$  следует  $A_c \sim 1$ . Тогда  $A_d = (A_c \tau_c)^{-1} \sim \tau_c^{-1} \sim (10^1 - 10^2) \mu^{-1}$ ,  $A_r = (\epsilon_g^2 A_d)^{-1} \sim A_d^{-1} \sim \tau_c \sim (10^{-2} - 10^{-1}) \mu$ . С учетом оценок времен  $t_i$ , приведенных после уравнений (94)–(96), окончательно находим  $g_e = A_c / t_e \sim \tau_c^{-1} \sim \mu / \eta$ ,  $g_d = A_d / t_d \sim (\omega_D / \tau_c) \exp(-Q/T)$ ,  $g_r = A_r / t_r \sim \tau_c \omega_D$ .

Мы использовали простейшую модель, позволяющую представить самоорганизацию дефектов в полосе пластической деформации по механизму непрерывного кинетического превращения. При этом зависимость  $V(\epsilon)$  синергетического потенциала от параметра порядка отвечает кривой 4 на Рис. 7. В реальных условиях зарождение полосы может протекать скачкообразно — по механизму фазового перехода первого рода, отвечающему зависимости  $V(\epsilon)$  типа кривой 3 на Рис. 7. Для описания такого перехода требуется учесть зависимость времени релаксации  $t_e$  от деформации [29]. Поскольку качественный вид картины превращения при этом не меняется, то мы не будем проводить соответствующее рассмотрение.

Другое ограничение состоит в том, что рассматривалась только временная зависимость  $\epsilon(t)$  пластической деформации, тогда как реальное синергетическое состояние отвечает полосе локализо-

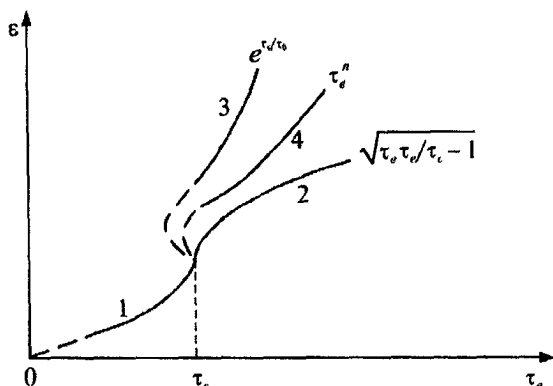
ванной деформации, и требуется учесть пространственное распределение  $\epsilon(\mathbf{r})$ , образующееся при  $t \gg t_{\text{eff}}$ . Как видно из подраздела 2.2, теоретико-полевая схема, реализующая такое описание в рамках приближения Гинзбурга—Ландау, позволяет найти стационарные распределения  $\epsilon_0(\mathbf{r})$ ,  $d_0(\mathbf{r})$  полей деформации и дефектной моды, первое из которых играет роль материального поля, а второе является калибровочным. Характер решения уравнений Гинзбурга—Ландау определяется отношением  $\lambda/H$  размера  $\lambda$  области повышенного содержания дефектов к ширине полосы деформации  $H$ . Автолокализованное решение отвечает условию  $\lambda/H \geq 1$ , где  $\lambda \sim \eta/(\rho c)$ ,  $\rho$  — плотность среды,  $\eta$  — сдвиговая вязкость,  $c$  — скорость звука. С учетом сопоставимости диффузионного и дислокационного механизмов пластической деформации сдвиговую вязкость можно оценить из соотношения Стокса—Эйнштейна  $\eta \sim T/(D_s L)$ , где  $D_s = D_s n$  — коэффициент самодиффузии при плотности вакансий  $n$ , близкой к предельной,  $L$  — характерный размер концентратора напряжений. В результате условие образования полосы сдвига принимает вид

$$LH < \frac{T}{c\rho D_s}. \quad (103)$$

При характерных значениях  $T \sim 10^{-13}$  эрг,  $c \sim 10^5$  см/с,  $\rho \sim 10$  г/см<sup>3</sup>,  $D_s = D_s n \sim 10^{-11} - 10^{-9}$  см<sup>2</sup>/с находим  $LH < 10^{-10} - 10^{-8}$  см<sup>2</sup>. Поскольку полоса деформации реализуется в области концентратора напряжений  $L \geq H$ , то в хорошем согласии с экспериментальными данными [48, 50] имеем  $H \leq 10^{-5} - 10^{-4}$  см.

Проведенный анализ позволяет выделить следующие режимы пластической деформации.

- При малых напряжениях или значительном их снижении за счет деформационного упрочнения пластическая деформация развивается в режиме, близком к ползучести (кривая 1 на Рис. 8). При этом потери устойчивости не происходит.
- С ростом плотности дислокаций до значений, при которых их взаимодействие становится сравнимым с напряжением  $\tau_e$ , созданным внешним полем, поведение ансамбля дефектов становится коллективным, и принципиальную роль приобретают процессы релаксации напряжений. На качественном уровне они представляются в рамках реологической схемы вязкоупругого течения среды, развитой в подразделе 3.3. При этом зависимость  $\epsilon(\tau_e)$  имеет корневой вид (100) (кривая 2). В общем случае реализуется немонотонное поведение, которое в электронных системах [57] отвечает токовой неустойчивости S-типа (кривая 3), представляющей катастрофу типа сборки [58].
- При напряжениях  $\tau_e$ , намного превышающих поля взаимодействия дислокаций, коллективные эффекты подавляются внеш-



**Рисунок 8.** Возможные виды зависимости пластической деформации от напряжения.

ним воздействием, и ансамбль дефектов эволюционирует до предельных плотностей дефектов  $n_F$ ,  $\rho_F$ . Зависимость  $\epsilon(\tau_c)$  приобретает при этом экспоненциальный вид типа кривой 3 на Рис. 8 (см. 2). В действительности, однако, кривая  $\epsilon(\tau_c)$  имеет степенной характер, являющийся промежуточным между предельными зависимостями типов 2, 3 (кривая 4).

#### 4. СИНЕРГЕТИКА СТРУКТУРНЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ ПРИ ДЕФОРМАЦИИ И ОТЖИГЕ ГЦК-МОНОКРИСТАЛЛОВ

##### 4.1. Деформация

Отличительная черта пластической деформации монокристаллов состоит в том, что здесь носители пластичности сводятся к простейшим дефектам типа вакансий, дислокаций и их комплексов [9]. При значительных степенях деформации могут включаться двойниковый и ротационный механизмы [15], однако наиболее интенсивные из них присущи лишь поликристаллическим и пористым материалам [13]. В исследуемой области температур, составляющих десятые доли точки плавления, роль вакансий становится пренебрежимой, и при умеренной деформации пластичность обеспечивается скольжением дислокаций в поле напряжений. Такая ситуация характерна для материалов с высокими значениями поверхностной энергии: так, в никеле, где энергия двойниковых границ составляет  $\gamma \approx 200$  эрг/см<sup>2</sup> [7], при деформациях  $\epsilon_{\text{ext}} < 80\%$  двойникование не наблюдалось. Это связано с высоким значением  $\sim 10^{10}$  дин/см<sup>2</sup> двойникового напряжения  $\sigma_c \sim \gamma/a$ ,  $a$  — межатомное расстояние. При малых значениях  $\gamma$  величина  $\sigma_c$  на-

столько мала, что практически во всем интервале деформации прокатки реализуется двойниковый механизм деформации. Такая ситуация наблюдается в латуни, где  $\gamma \sim 10$  эрг/см<sup>2</sup> [7],  $\sigma_c \sim 10^8$ – $10^9$  дин/см<sup>2</sup>, и двойникование происходит уже при  $\epsilon_{\text{ext}} < 30\%$  [15].

Кроме скольжения дислокаций и двойникования, деформация приводит к ротационным процессам переориентации одних областей монокристалла относительно других. Экспериментальное исследование показывает [7, 13], что процесс переориентации носит черты фазового превращения первого рода — протекает зарождение и рост областей измененной ориентации, которые проявляют себя как участки новой фазы, обладающие сложной дефектной структурой. В настоящем подразделе будет показано, что по мере деформирования кристалла протекает цепь переориентировок такого рода. Она состоит в циклическом повторении процессов возрастания плотности хаотических дислокаций, их выстраивания в границы разориентации и рассыпания этих границ в ансамбль хаотических дислокаций. Таким образом, в отличие от предыдущего раздела, где взаимодействие вакансий и дислокаций приводило к автокаталитическому нарастанию их плотностей и последующему зарождению коллективной моды, здесь синергетическое поведение системы *дислокация + граница* проявляется как автоколебательный режим, присущий экологической системе *хищник–жертва*.

Измерение микротвердости  $H_V$  монокристаллов Ni при различных степенях внешней деформации  $\epsilon_{\text{ext}}$  показало, что на обычную монотонно возрастающую зависимость  $H_V(\epsilon_{\text{ext}})$  накладывается ряд провалов (см. Рис. 9) [59]. Каждый из них отвечает переходу одной ориентировки в другую: так, при  $\epsilon_{\text{ext}} > 15\%$  исходная ориентация  $\{111\}\langle 101 \rangle$  переходит в  $\{551\}\langle 105 \rangle$ , затем при  $\epsilon_{\text{ext}} > 48\%$  последняя трансформируется в ориентацию  $\{110\}\langle 112 \rangle$ . При этом момент зарождения новой ориентации, фиксируемый по полюсным фигурам, совпадает с появлением областей измененной ориентации. Увеличение деформации в области провала приводит к росту областей новой ориентации пока они не захватят весь объем. В результате величина  $H_V$  снова достигает своего максимального значения.

Поскольку значение  $H_V$  задается плотностью  $\rho$  неподвижных дислокаций, то можно полагать, что наличие провалов на зависимости  $H_V(\epsilon_{\text{ext}})$  означает такое же поведение величины  $\rho(\epsilon_{\text{ext}})$ . Это предположение подтверждается изменением профиля кривых  $\omega$ -сканирования, показанным на Рис. 10 [59]. Видно, что по мере нарастания деформации периодически появляется и исчезает хорошо выраженное плато. Согласно [60] это свидетельствует о соответствующем изменении плотности хаотически распределенных дислокаций. Электронно-микроскопические исследования [59] показывают, что при этом происходит изменение типа структуры — например, в ячеистой образуется полосовая [15].



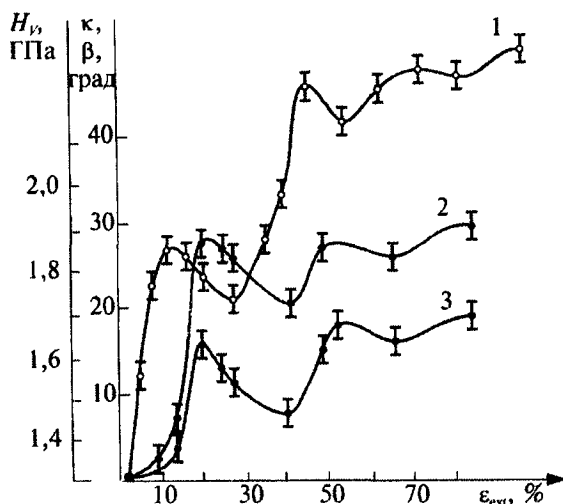


Рисунок 9. Зависимость микротвердости  $H_V$  (1), общего угла дифракции  $\kappa$  (2) и интегральной полуширины  $\beta$  (3) кривых  $\omega$ -сканирования от степени внешней деформации  $\epsilon_{ext}$ .

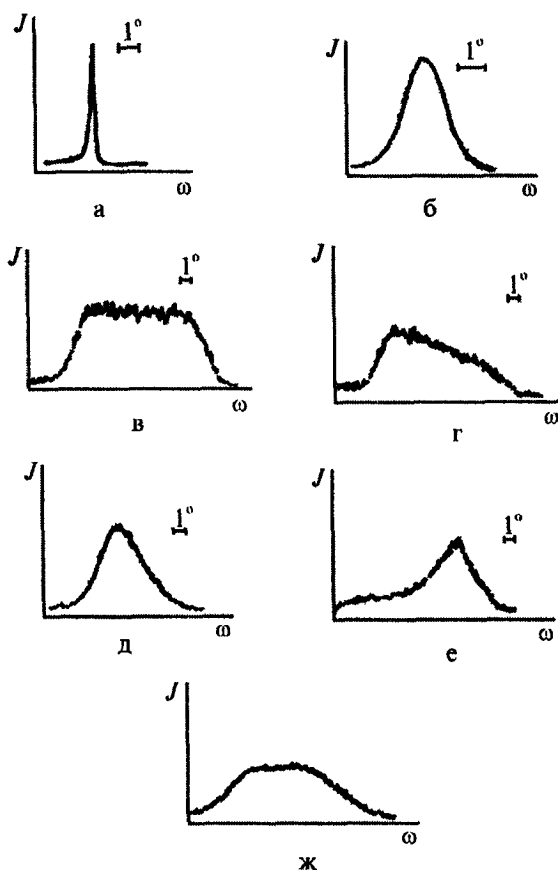
Таким образом, исследование монокристаллов Ni показывает, что немонотонное изменение структуры в процессе деформации ГЦК-монокристаллов обусловлено эволюцией хаотических дислокаций и границ ориентационных фаз. При этом границы новой фазы играют роль стоков дислокаций, поглощающих их в ходе переориентации, а старые границы, рассыпаясь под действием напряжений в хаотическую компоненту, представляют их источники.

В результате эволюция структуры в процессе переориентации деформированного монокристалла может быть представлена [61] экологической системой хищник—жертва [62], которая в нашем случае принимает вид [63]

$$\frac{\partial \rho}{\partial \epsilon} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_0} - \frac{n}{n_0} \right), \quad (104)$$

$$\frac{\partial n}{\partial \epsilon} = -\frac{n}{\epsilon^0} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho^0} \right). \quad (105)$$

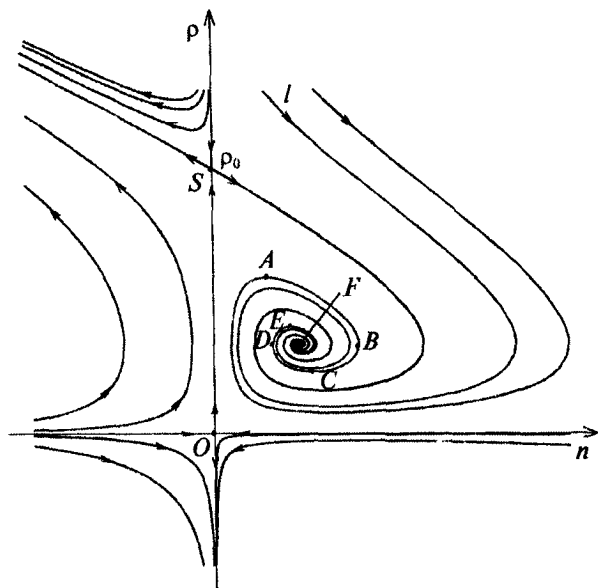
Здесь  $\rho$  — плотность дислокаций, представляющих жертву,  $n$  — разность плотностей стоков и источников дислокаций, отвечающая популяции хищника;  $\epsilon_0$ ,  $\epsilon^0$ ,  $\rho_0$ ,  $\rho^0$ ,  $n_0$  — положительные постоянные. Первое слагаемое в правой части уравнения (104) описывает размножение дислокаций в поле деформации, второе — их



**Рисунок 10.** Изменение профиля кривых  $\omega$ -сканирования при прокатке монокристаллов Ni {111} (кривые а, б, в, г, д, е, ж отвечают степеням деформации  $\varepsilon_{\text{ext}} = 0; 0,162; 0,26; 0,28; 0,3; 0,536; 0,6$ ).

аннигиляцию, третье — поглощение стоками. В уравнении (105) первое слагаемое отвечает процессу регрессии плотности источников и стоков дислокаций, второе описывает обратный процесс за счет взаимодействия с дислокациями.

Качественный анализ нелинейных уравнений (104), (105) показывает, что фазовая плоскость  $n$ - $\rho$  содержит три особые точки (Рис. 11): фокус  $F$  с координатами  $n_F = (1 - \rho^0/\rho_0)n_0$ ,  $\rho_F = \rho^0$  и седла  $O(0,0)$ ,  $S(0,\rho_0)$ . В физической области  $n, \rho > 0$  состояние системы при любых начальных значениях плотностей дислокаций и границ характеризуется фазовой траекторией, стремящейся к фокусу  $F$ . Такое поведение отвечает колебательному выходу на режим  $n = n_F$ ,  $\rho = \rho_F$  со скоростью, определяемой интенсивностью процессов аннигиляции дислокаций [63]. При полном ее отсутствии ( $\rho_0 = \infty$ )



**Рисунок 11.** Модель эволюции хаотических дислокаций ( $\rho$ ) и границ ( $n$ ) при деформации.

верхнее седло  $S(0, \rho_0)$  смещается на бесконечность, фокус  $F$  перерождается в центр, а витки спирали — в замкнутые кривые, охватывающие его. Именно такой случай  $\rho_0 = \infty$  отвечает классической постановке задачи хищник—жертва [62]. При этом эволюция системы протекает по одной из замкнутых кривых, охватывающих центр.

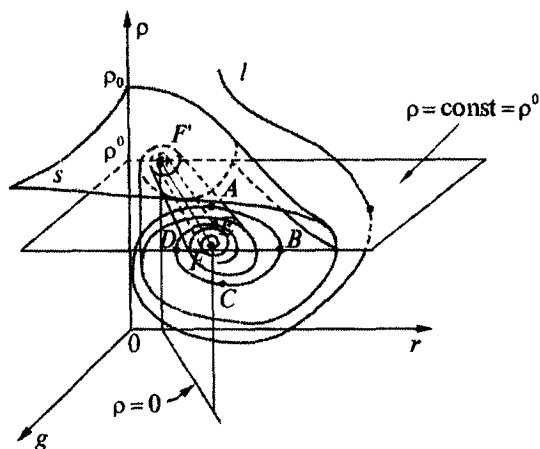
Включение процессов аннигиляции дислокаций, отражающееся спаданием параметра  $\rho_0 < \infty$ , приводит к трансформации замкнутых интегральных кривых в витки спирали, число которых уменьшается с усилением аннигиляции. Поскольку каждый из витков отвечает провалу на зависимости  $H_V(\epsilon_{\text{ext}})$ , то из Рис. 11 следует, что в действительности спираль должна содержать небольшое число таких витков. С ростом деформации  $\epsilon_{\text{ext}}$  система эволюционирует по одному из них, например, витку  $ABCDE$  на Рис. 11. При этом плотность дислокаций сначала уменьшается от  $\rho_A$  до  $\rho_C$  (на кривой зависимости  $H_V(\epsilon_{\text{ext}})$  это отвечает спадающей ветви провала микротвердости), а затем происходит обратный рост  $\rho$  по траектории  $CDE$  (соответственно, попадаем на восходящий участок зависимости  $H_V(\epsilon_{\text{ext}})$ ). В ходе такой эволюции плотность стоков  $n$  растет на участке  $AB$ , отвечающем увеличению плотности границ за счет зарождения и роста областей ориентационных фаз; последующее уменьшение плотности дислокаций и объединение этих областей приводит к спаданию величины  $n$  на

участке  $BCD$ ; окончательное увеличение плотности стоков  $n$  на участке  $DE$  связано с возрастанием плотности дислокаций  $\rho$ . Сужение спирали с приближением к точке  $F$  приводит к уменьшению амплитуды колебаний плотности дислокаций  $\rho$  и, как следствие, к спаданию глубины провалов микротвердости  $H_V(\epsilon_{\text{ext}})$ .

Представленная картина, основанная на уравнениях (104), (105) с фазовым портретом на Рис. 11, является неполной, поскольку в процессе переориентации участвуют как рассыпающиеся границы-источники, так и вновь образующиеся границы-стоки. Сама же система (104), (105) содержит плотности источников и стоков  $g$ ,  $r$  в виде разности  $n = r - g$ , а не по отдельности. От данного ограничения можно избавиться, если в (104) подставить разность  $n = r - g$  (при этом вместо параметра  $n_0$  следует ввести характерные плотности  $r_0$ ,  $g_0$ ), а для каждой из величин  $r$ ,  $g$  записать уравнение типа (105), где масштаб деформации  $\epsilon^0$  определяется значениями  $\epsilon_r$ ,  $\epsilon_g$  соответственно. Тогда эволюция системы *рассыпающиеся границы + вновь образующиеся границы + хаотические дислокации* представляется трехмерным фазовым портретом с осями  $g$ ,  $r$ ,  $\rho$  (Рис. 12). В отличие от двумерного портрета на Рис. 11 здесь фокус  $F$  превращается в фокальную прямую  $FF'$ , лежащую на пересечении горизонтальной плоскости  $\rho = \text{const} \equiv \rho^0$  и вертикальной  $g = g_0(\rho^0/\rho_0 - 1) + (g_0/r_0)r$ . Соответственно, линия сепаратрисы переходит в поверхность  $S$ , навивающуюся на фокальную прямую  $FF'$ . Эволюция системы со временем представляется фазовой траекторией  $l$ , которая плавно приближается к фокальной прямой, навиваясь на нее между витками поверхности  $S$ . Переход от двумерной картины к трехмерной позволяет учесть не только разность  $n = r - g$  между плотностями старых и новых границ, но и изменение их соотношения. Благодаря этому можно обеспечить условия, когда с течением времени зависимость  $g(r)$  будет вести себя немонотонным образом (см. Рис. 12).

Существенное ограничение развитой картины состоит в том, что она учитывает поведение дефектов, оставляя в стороне временной аспект развития пластической деформации. Полное описание системы достигается с использованием синергетического подхода типа изложенного в подразделе 3.3. В рамках такого подхода роль параметра порядка играет по-прежнему коллективная составляющая деформации  $\epsilon$ , сопряженное поле сводится к разности плотностей границ  $n$ , а управляющий параметр — к плотности неподвижных дислокаций  $\rho$ . Тогда самосогласованное изменение величин  $\epsilon(t)$ ,  $n(t)$ ,  $\rho(t)$  представляется системой Лоренца (94)–(96), где интенсивность дефектной моды  $d$  заменяется плотностью границ  $n$ , а сдвиговое напряжение  $\tau$  — плотностью дислокаций  $\rho$ .

В результате синергетическая картина эволюции дефектной структуры в процессе деформации представляется следующим об-



**Рисунок 12.** Обобщенная модель совместной эволюции хаотических дислокаций ( $\rho$ ), рассыпающихся ( $g$ ) и вновь образующихся ( $r$ ) границ.

разом. При малых нагрузках процесс переориентации не происходит, и равновесие в дислокационном ансамбле поддерживается за счет аннигиляции, характеризуемой плотностью  $\rho_0$  в уравнении (104). Начиная с критического значения  $\rho_c$ , плотность  $\rho_e$  ( $\epsilon_{\text{ext}}$ ), задаваемая внешними условиями, приводит к спонтанной деформации  $\epsilon_0$ , играющей роль параметра порядка. Ее стационарное значение соответствует минимуму синергетического потенциала и с ростом плотности дислокаций  $\rho_e(\epsilon_{\text{ext}})$  возрастает согласно корневому закону

$$\epsilon_0 = \epsilon_g \sqrt{\rho_e / \rho_c - 1}.$$

При этом в физической области значений  $0 \leq \epsilon_0 \leq \epsilon_g$  стационарная плотность границ также возрастает корневым образом, а плотность дислокаций сводится к критическому значению  $\rho_c$ .

Представленная синергетическая картина не позволяет понять немонотонный характер изменения плотности дислокаций с ростом внешней деформации  $\epsilon_{\text{ext}}$ . Это связано с использованием адиабатического приближения, в рамках которого иерархия времен релаксации  $\tau_p, \tau_n \ll \tau_e$  приводит к тому, что в своей эволюции плотности дислокаций и границ следуют за изменением деформации. В действительности, однако, малая подвижность дислокаций может привести к выполнению обратных условий  $\tau_n \ll \tau_e \ll \tau_p$  или  $\tau_e \ll \tau_n \ll \tau_p$ . Согласно [64], диссипативное поведение сменяется при этом колебательными режимами, показанными на Рис. 13. Последний из них (Рис. 13б) сводится к фазовому портрету на Рис. 11, который описывает провалы микротвердости  $H_V(\epsilon_{\text{ext}})$ .

## 4.2. Отжиг

Традиционно деформация и отжиг рассматриваются независимым образом [65]. Однако учитывая, что первый процесс обусловлен внешними напряжениями, а второй связан с релаксацией внутренних, естественно предположить, что эти явления имеют единую природу. Покажем, что использование синергетических представлений позволяет построить полную картину деформации—отжига [61].

Следуя экспериментальной ситуации [59], рассмотрим монокристалл Ni, изначально подверженный деформации 80%, которая является настолько сильной, что включается двойниковый механизм. Тогда с течением отжига при 350°C сначала образуются единичные двойники на границах областей измененной ориентации, где наиболее велики напряжения. Затем, вместе с ростом этих двойников, на границах и в областях переориентации образуются новые двойники, пока не произойдет их срастание, приводящее к изменению исходной ориентации на двойниковую. Этот процесс носит характерные черты фазового превращения, описание которого достигается в рамках синергетической схемы. Как и при деформации, роль параметра порядка играет спонтанная деформация  $\epsilon$ ; сопряженное поле представляется компонентой  $\sigma$  тензора напряжений, обусловленных структурными несовершенствами; управляющий параметр сводится к плотности двойников  $n$ . Тогда эволюция дефектной структуры в процессе отжига описывается системой дифференциальных уравнений (94)–(96), где интенсивность дефектной моды  $d$  заменяется напряжениями  $\sigma$ , а сдвиговое напряжение  $\tau$  — плотностью двойни-

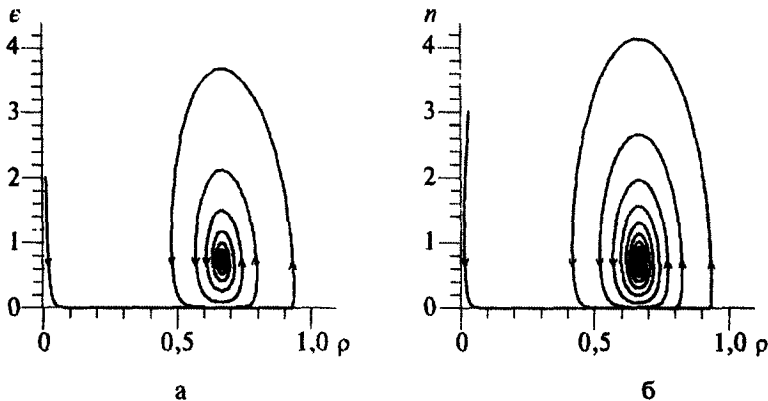


Рисунок 13. Фазовые портреты при соотношениях времен релаксации: а —  $\tau_n \ll \tau_\epsilon \ll \tau_\rho$ ; б —  $\tau_\epsilon \ll \tau_n \ll \tau_\rho$ .

ков  $\nu$  (в общем случае под этой величиной следует понимать суммарную плотность  $N$  носителей пластической деформации — вакансий, дислокаций, двойников и т. д.).

Существенное различие между деформацией и отжигом состоит в том, что в первом случае зависимость  $V(\epsilon)$  синергетического потенциала от параметра порядка не меняется при заданной внешней деформации  $\epsilon_{\text{ext}}$ , тогда как во втором ее минимум смещается влево—вверх (см. Рис. 7). Действительно, вид зависимости  $V(\epsilon)$  определяется равенством (99), где под  $\tau_e$  следует понимать эффективную плотность носителей деформации  $N_e$ , определяемую внешними условиями. В ходе отжига термофлуктуационные процессы приводят к спаданию величины  $N_e(t)$ , и зависимость  $V(\epsilon)$  изменяется указанным образом. В соответствии с этим поведение системы, задаваемое временной зависимостью  $\epsilon_0(t)$  стационарного значения деформации

$$\epsilon_0(t) = \epsilon_g \sqrt{N_e(t) / N_c - 1}$$

определяется законом отжига  $N_0(t)$  эффективной плотности носителей деформации. Подобная ситуация имеет место, как известно [30], [31], при структурной релаксации металлических стекол.

Проведенное рассмотрение указывает на иерархическую структуру картины отжига деформированных монокристаллов. Действительно, следует различать, по крайней мере, четыре типа процессов, отвечающих различным масштабам времени: микроскопические процессы, характеризуемые дебаевским временем; термофлуктуационные перескоки атомов, определяемые аррениусовским временем; переход в стационарное синергетическое состояние в течение эффективного времени релаксации (101); указанное выше изменение параметров синергетической модели типа  $N_e(t)$ . Процессы, протекающие при деформации, ограничиваются третьим из указанных масштабов, тогда как процесс отжига связан с последним. Происходящее при этом спадание плотности дефектов  $N_e(t)$  приводит к уменьшению стационарного значения деформации  $\epsilon_0(t)$  и релаксации напряжений  $\sigma_0(t)$ .

## 5. ВОЛНЫ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Выше мы показали, что под действием интенсивной нагрузки ансамбль дефектов может испытывать автокаталитическое размножение с образованием гидродинамической моды пластического течения (раздел 3) или циклическое изменение плотности дефектов (раздел 4). В обоих случаях величина деформации монотонно возрастает с течением времени или остается постоянной. Это связано с тем, что в процессе самоорганизации поле деформации иг-

рает роль медленно меняющегося параметра порядка. В настоящем разделе будет рассмотрен более сложный случай, когда колебательный характер эволюции системы может проявляться при изменении самого поля пластической деформации.

Экспериментальное исследование такой ситуации проводилось на плоских образцах крупнозернистого сплава Fe-3% Si (размер зерна  $d \approx 10$  мкм) и малоуглеродистой стали 10Г2Ф ( $d \approx 80$  мкм) с размерами рабочей части  $50 \times 10 \times 0,3$  мм<sup>3</sup> и  $50 \times 10 \times 1$  мм<sup>3</sup>, соответственно [66]. Использовался режим активного растяжения с постоянной скоростью  $\dot{\epsilon}_{\text{ext}} = 3 \cdot 10^{-5}$  с<sup>-1</sup> на жесткой испытательной машине Instron-1185. Вид кривых деформации представлен на Рис. 14. На указанных участках диаграмм производилась регистрация 5-8 спеклограмм, которые регистрировались в условиях пластического течения таким образом, что прирост деформации для каждой спеклограммы составлял 0,2%. Расшифровка спеклограмм дает распределение вектора смещений точек рабочей поверхности образца с шагом 1 мм. Картина этого распределения позволяет стандартным образом [67] определить компоненты сдвиговой деформации  $\epsilon_{xy}$  и поворота  $\omega_z$  (ось  $x$  направлена вдоль оси растяже-

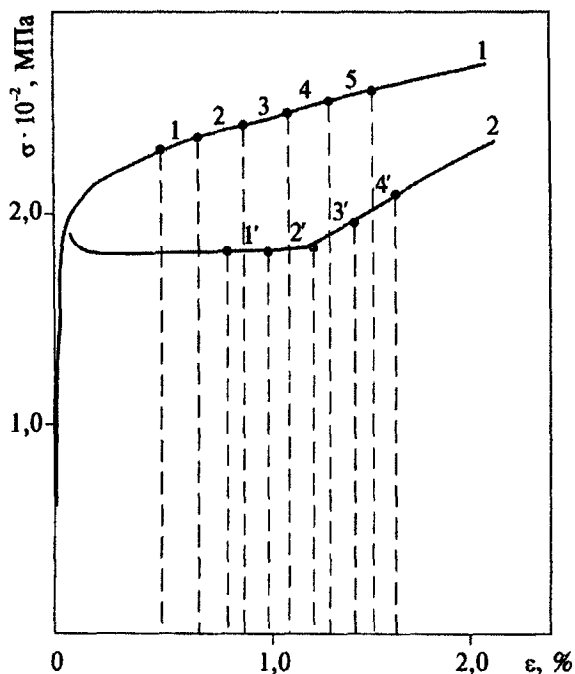


Рисунок 14. Диаграммы нагружения образцов Fe + 3% Si (кривая 1) и стали 10Г2Ф (кривая 2). Цифрами отмечены участки, где регистрировались спеклограммы.

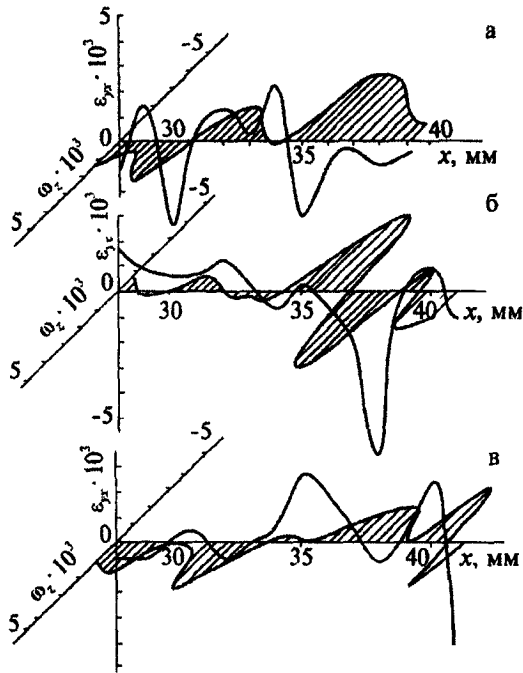


ния, а  $u$  лежит в его плоскости). По нескольким последовательно снятым спеклограммам строились пространственно-временные зависимости  $\epsilon_{xy}(x, t)$  и  $\omega_z(x, t)$  (Рис. 15–17).

Для образца Fe–3% Si они носят волновой характер с синфазным изменением сдвигов и поворотов. Период  $T$ , длина волны  $\lambda$  и скорость  $v = \lambda/T$  имеют значения  $3 \cdot 10^2$  с,  $5 \pm 2$  мм и  $10^{-3}$  см/с, соответственно. Скорость  $v$  не зависит от размеров образца и зерна, однако растет по мере увеличения скорости нагружения  $\dot{\epsilon}$ , оставаясь на порядок выше скорости движения  $1,6 \cdot 10^{-4}$  см/с подвижного захвата машины. Длина волны  $\lambda$  не зависит от скорости нагружения, но геометрические и структурные параметры образца изменяют ее. Так, при активном растяжении Al и аморфного сплава Fe<sub>40</sub>Ni<sub>40</sub>B<sub>20</sub> найдены линейная зависимость  $\lambda$  от поперечника образца и логарифмическая от размера зерна [68].

Существенно отличное поведение поля дисторсий наблюдается при деформировании малоуглеродистой стали. Известно, что на площадке текучести (Рис. 14, кривая 2) в этом материале деформация развивается путем перемещения одной или нескольких полос Людерса [69]. Принято считать, что основная деформация локализована за фронтом полосы, а перед ним сдвиги отсутствуют, и материал практически не деформирован. Однако вид поля деформации, отвечающего площадке текучести, показывает (см. Рис. 17а) наличие значительных сдвигов как за фронтом полосы Людерса, так и перед ним. При этом ярко выраженная цикличность сдвигов, типа наблюдающейся при деформировании образцов Fe–3% Si, отсутствует. На зависимости  $\omega_z(x)$  имеется резкий максимум, совпадающий с положением фронта полосы Людерса, а в случае двух встречных полос проявляются два экстремума  $\omega_z(x)$  противоположного знака. После прохождения полосы по всему образцу происходит переход от площадки текучести к стадии упрочнения (см. Рис. 14, кривая 2), экстремумы поворотов уничтожаются, и распределения  $\epsilon_{xy}(x)$ ,  $\omega_z(x)$  приобретают вид, подобный наблюдаемому в системе Fe–3% Si (Рис. 17б). На этой стадии деформирования длина волны и скорость составляют  $\lambda = 6 \pm 1$  мм,  $v = 2,3 \cdot 10^{-3}$  см/с. Как и ранее, величина  $v$  на порядок превышает скорость движения захвата. Киносъемка процесса деформирования в скользящем пучке света показывает соизмеримость величины  $v$  со скоростью распространения фронта полосы Людерса.

Таким образом, можно заключить, что квазистатическая деформация сталей также проявляет черты волнового поведения, которое никоим образом не может быть сведено к упругим волнам, обладающим намного большей скоростью  $c \sim 10^5$  см/с. Этот процесс нельзя отождествлять также и с волнами пластичности Кольского [70], возникающими при ударном нагружении и имеющими



**Рисунок 15.** Изменение пространственного распределения сдвиговой и поворотной компонент пластической деформации в Fe + 3% Si. Прирост общей деформации: а — от 0,88 до 1,08%; б — от 1,08 до 1,28%; в — от 1,28 до 1,48%.

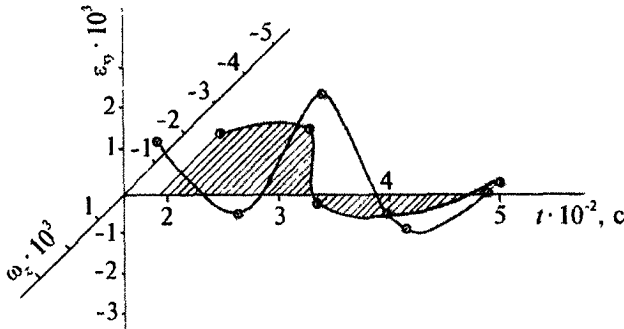
скорость  $\sqrt{\theta/\rho} \sim 10^4$  см/с, где  $\theta = \partial\sigma/\partial\varepsilon$  — коэффициент упрочнения,  $\rho$  — плотность среды.

Для интерпретации полученных данных рассмотрим эволюцию однородной системы, параметризуемой деформацией  $\varepsilon$  и напряжением  $\sigma$ . В рамках феноменологического подхода, типа использованного в разделе 3.1, запишем уравнения движения в виде [71]

$$\dot{\varepsilon} = -\frac{\varepsilon}{\tau} + \frac{\sigma}{\eta}, \quad (106)$$

$$\dot{\sigma} = \frac{\sigma_e - \sigma}{\tau_\sigma} - g\sigma\varepsilon. \quad (107)$$

Первое представляет уравнение Максвелла для вязкоупругой среды со временем релаксации  $\tau = \eta/\mu$ , задаваемым сдвиговой вязкостью  $\eta$  и модулем сдвига  $\mu$  [72]. В правой части уравнения (107) первое слагаемое описывает релаксацию напряжений со временем  $\tau_\sigma$  к уровню  $\sigma_e$ , обеспечиваемому внешней нагрузкой. Второй член учитывает нелинейные эффекты отрицательной обратной связи,



**Рисунок 16.** Временная развертка компонент пластической деформации в Fe + 3% Si.

обуславливающей уменьшение напряжений  $\sigma$  за счет концентрации энергии пластической деформации  $\sigma\varepsilon$  ( $g$  — положительная константа этой связи). Характер эволюции системы задается тремя масштабами: временем пластического течения  $\tau \geq 10^2$  с, временем  $\tau_\sigma \sim \omega_D^{-1} \exp(Q/T)$  релаксации концентраторов напряжений за счет перераспределения дефектов (при дебаевской частоте  $\omega_D \sim \sim 10^{13}$  с<sup>-1</sup> и высоте барьера  $Q \leq 1$  эВ значение  $\tau_\sigma < 10^2$  с) и характерным временем  $g^{-1}$  нелинейной связи, величина которого значительно превосходит другие масштабы:  $g\tau_\sigma < g\tau \ll 1$ .

Стационарное состояние, в котором  $\dot{\varepsilon} = 0$ ,  $\dot{\sigma} = 0$ , определяется значениями

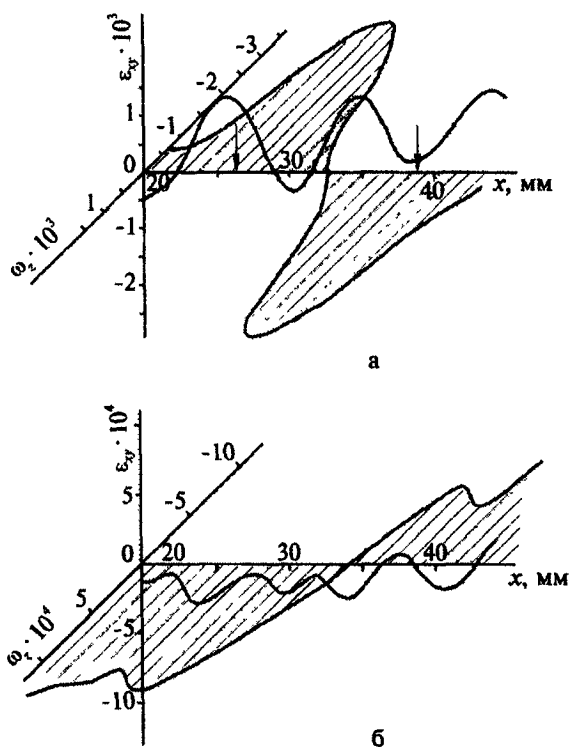
$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2g\tau_\sigma} \left[ \left( 1 + 4g\tau_\sigma \frac{\sigma_e}{\mu} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \cong \frac{\sigma_e}{\mu}, \quad \sigma_0 = \mu\varepsilon_0 \cong \sigma_e, \quad (108)$$

где приближенные равенства записаны в предположении  $g\tau_\sigma(\sigma_e/\mu) \ll 1$ , которое обеспечивается как слабой обратной связью  $g\tau_\sigma \ll 1$ , так и малостью параметра внешнего воздействия  $\sigma_e \ll \mu$ . При малом отклонении от стационарного состояния (108) решение системы (106), (107) имеет вид

$$\varepsilon = \varepsilon_0(1 + ae^{\alpha t}), \quad \sigma = \sigma_0(1 + be^{\alpha t}), \quad (109)$$

где амплитуды  $a, b \ll 1$ . Подставляя (108), (109) в (106), (107), в линейном приближении по  $a, b$  получаем систему из двух однородных уравнений, условие разрешимости которой приводит к выражению для инкремента:

$$\alpha = -\gamma \pm \sqrt{\omega^2 - \beta^2}, \quad (110)$$



**Рисунок 17.** Распределения сдвигов и поворотов в стали 10Г2Ф: а — на площадке текучести (полная деформация 1,0%); б — на участке упрочнения (полная деформация 1,6%). Стрелками указано положение фронтов полосы Людерса.

$$2\tau\gamma \equiv \left( \frac{\tau}{\tau_\sigma} + 1 \right) + (\beta\tau)^2, \quad (111)$$

$$2\tau\omega \equiv \left( \frac{\tau}{\tau_\sigma} - 1 \right) + (\beta\tau)^2, \quad (112)$$

$$\beta^2 \equiv g\varepsilon_0 / \tau \cong g\sigma_e / \eta. \quad (113)$$

Согласно (110)–(113), при значительном внешнем воздействии интенсивная обратная связь может обеспечить выполнение условия  $\beta > \omega$ , при котором возникает осциллирующее решение (109) с периодом

$$T \equiv \frac{2\pi}{\sqrt{\beta^2 - \omega^2}} \quad (114)$$

и временем затухания  $\gamma^{-1}$ . С изменением параметра  $\beta$  минимальное значение периода  $2\pi\tau(2 - \tau/\tau_\sigma)^{-1/2}$  достигается в точке  $(\beta\tau^2) = 3 - \tau/\tau_\sigma$ . Таким образом, пульсирующий режим однородного пластического течения требует настолько большого времени  $\tau_\sigma$  релаксации концентраторов напряжений, чтобы по отношению ко времени пластической релаксации  $\tau$  выполнялось условие

$$\tau_\sigma > \frac{\tau}{2}. \quad (115)$$

При этом внешнее воздействие должно обеспечивать напряжения  $\sigma_e \cong \mu\epsilon_0$  в интервале, ограниченном значениями

$$\sigma^{\mp} = \frac{\mu}{g\tau} \left( 1 \mp \sqrt{2 - \frac{\tau}{\tau_\sigma}} \right)^2. \quad (116)$$

Однако даже при оптимальном выборе величин отношение времени затухания к периоду не превышает значение

$$(\gamma T)^{-1} = \frac{1}{4\pi} \sqrt{2 - \frac{\tau}{\tau_\sigma}}, \quad (117)$$

и колебания являются сильно передемпфированными. Таким образом, условия возникновения однородного в пространстве и пульсирующего во времени пластического течения накладывают жесткие ограничения как на соотношение характерных времен релаксации, так и интенсивность внешнего воздействия.

Рассмотрим теперь волновой режим, в котором наличие пространственной неоднородности приводит к добавлению в правых частях (106), (107) слагаемых  $v\nabla^2\epsilon$  и  $D\nabla^2\sigma$  соответственно, где  $v = \eta/\rho$  — кинематическая вязкость,  $D$  — коэффициент диффузии дефектов. Добавляя в показатели экспонент (109) пространственное слагаемое  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}$ , характеризуемое волновым вектором  $\mathbf{k}$ , получаем инкремент типа (110), в котором с точностью до слагаемых порядка  $\mathbf{k}^2$  пространственно-диспергирующие выражения (111), (112) принимают вид

$$\gamma_{\mathbf{k}} = \gamma + (v + D)\mathbf{k}^2/2, \quad (118)$$

$$\omega_{\mathbf{k}} = \omega - \frac{1}{2}(v - D)\mathbf{k}^2. \quad (119)$$

Отсюда видно, что появление неоднородности приводит к уменьшению подкоренного выражения в инкременте (110), облегчая условия появления пульсирующего решения. Характерный масштаб  $L$  определяется соотношением

$$L^2 = -\frac{(v+D)\tau}{2} \pm \frac{v-D}{2} \frac{\omega\tau}{\sqrt{\omega^2 - \beta^2}}. \quad (120)$$

Таким образом, в условиях реализации пульсирующего режима ( $\beta > \omega$ ) волна пластической деформации имеет характерную длину

$$\lambda = \sqrt{\frac{(v+D)\tau}{2}}, \quad (121)$$

не зависящую от внешнего воздействия, и затухает на расстояниях  $l$ , определенных равенством

$$l^2 = \frac{v-D}{2} \frac{\omega\tau}{\sqrt{\beta^2 - \omega^2}}. \quad (122)$$

Соответственно, фазовая скорость  $v \equiv \lambda\sqrt{\beta^2 - \omega^2}$  принимает нулевые значения на границах интервала (116). Максимальное значение

$$v_c = c \sqrt{\left(1 + \frac{D}{v}\right) \left(1 - \frac{\tau}{2\tau_\sigma}\right)} \quad (c^2 \equiv \frac{\mu}{\rho}), \quad (123)$$

которое намного меньше скорости звуковых волн  $c$ , достигается при критическом напряжении (ср. со (116))

$$\sigma_c = \frac{\mu}{g\tau} \left(3 - \frac{\tau}{\tau_\sigma}\right), \quad (124)$$

причём масштаб затухания (122) принимает минимальное значение

$$l_c = \sqrt{\frac{(v-D)\tau}{2} \left(2 - \frac{\tau}{\tau_\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}}. \quad (125)$$

Укажем в заключение, что несмотря на параметризацию системы переменными деформация–напряжение, волновой процесс обеспечивается пространственно-временным распределением дефектов в силовом поле. Действительно, в условиях активного нагружения  $\dot{\epsilon}_{\text{ext}} = \text{const}$  первоначально концентраторы напряжений полностью стопорят перемещения дефектов, которые не могут обеспечить заданный уровень деформации. При этом наблюдается провал зависимости  $\epsilon(r, t)$ . С течением времени поле  $\sigma(r, t)$  локально возрастает до таких значений, что начинается движение дефектов, которое обеспечивает уровень деформации  $\epsilon(r, t)$ , превышающий среднее значение — при этом наблюдается пик волнового процесса. Очевидно, такая картина может реализоваться лишь при соизмеримости времен  $\tau$ ,  $\tau_\sigma$  и кинетических коэффици-

ентов  $v$ ,  $D$ , величины которых характеризуют пластичность среды и вклад в нее движения дефектов. Превышение нижнего уровня напряжений  $\sigma_*$  (см. (116)) обеспечивает эффективное активирование концентраторов напряжений, однако при  $\sigma > \sigma_*$  они не сказываются на движении дефектов. Разумеется, изложенную картину можно представить в переменных *деформация—плотность дефектов*. Переход к ним осуществляется по аналогии с синергетической схемой, изложенной в подразделе 4.1.

## 6. ВОЗНИКНОВЕНИЕ ИЕРАРХИЧЕСКИХ ДЕФЕКТНЫХ СТРУКТУР В ПРОЦЕССЕ РАЗВИТОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Выше мы рассмотрели различные сценарии коллективного поведения дефектов в процессе пластической деформации. Их особенность состоит в том, что разные типы дефектов выступают равноправным образом. Действительно, в разделе 2 рассматривались настолько высокие плотности, что поведение дефектов может быть представлено параметром перестройки конденсированной среды, характеризующим ее сверхпластическое поведение. В разделе 3 дислокации и вакансии также рассматривались совершенно равноправным образом. Однако уже в разделах 4, 5 подразумевалась иерархическая структура ансамбля дефектов. Так, для реализации картины, развитой в разделе 5, следует предположить, что имеются крупномасштабные дефекты высшего структурного уровня (клубки дислокаций, стыки границ зерен, выделения фазы и т. д.), которые играют роль концентраторов напряжений, стопорящих движение мобильных дефектов низшего уровня (дислокаций, вакансий и т. д.) Простота уравнений (106), (107) связана с пассивным поведением дефектов высшего уровня. В разделе 4 активными являются как дислокации, представляющие дефекты нижнего уровня, так и границы разориентировок, относящиеся к верхнему.

Простота указанных случаев обусловлена малым числом структурных уровней, не превышающим двух. Настоящий раздел посвящен исследованию противоположного случая, когда число уровней бесконечно велико. Сначала в подразделе 6.1 подробно исследуется ситуация, возникающая при ползучести твердого тела, а затем (подраздел 6.2) производится обобщение на производный режим пластической деформации [73].

### 6.1. Фрактальная кинетика ползучести твердого тела

Если напряжение  $\sigma$ , приложенное к твердому телу, превосходит критическое значение  $\sigma_c \geq 10^{-5}\mu$ , задаваемое модулем сдвига  $\mu$ , то

наблюдается необратимая ползучесть, которая выражается в плавном нарастании пластической деформации  $\epsilon$  при постоянном напряжении  $\sigma > \sigma_c$  и неполной релаксации величины  $\epsilon(t)$  к начальному значению  $\epsilon(0) = 0$  при снятии нагрузки [6]. В зависимости от температуры различают неустановившуюся и установившуюся ползучести, характеризующиеся соответственно чрезвычайно медленным (приблизительно логарифмическим) и линейным нарастанием деформации со временем. Первый тип ползучести проявляется при температурах  $T$ , составляющих менее половины значения  $T_m$  температуры плавления, и характеризуется спаданием до нуля скорости деформации  $\dot{\epsilon} \equiv d\epsilon/dt$  в течение времени постоянного нагружения. Второй наблюдается при температурах  $T > T_c$ , где  $T_c \geq 0,5T_m$ , и характеризуется выходом скорости  $\dot{\epsilon}$  при  $t \rightarrow \infty$  на конечное значение  $K(\sigma) \neq 0$ . Вдали от точки плавления зависимость величины  $K$  от приложенного напряжения  $\sigma$  выражается степенным соотношением  $K \propto \sigma^n$ ,  $3 \leq n \leq 4,5$  — при величинах  $\sigma$  намного ниже теоретической прочности  $\sigma_{\max} \sim 10^{-1}\mu$ , и экспоненциальной зависимостью  $K \sim \exp(C\sigma/T)$ ,  $C = \text{const}$  — при  $\sigma \leq \sigma_{\max}$ . С переходом в область  $T \leq T_m$  и при малых нагрузках  $\sigma \leq \sigma_c$  наблюдается диффузионная ползучесть, характеризующаяся линейной зависимостью  $K(\sigma)$ .

В настоящее время получили удовлетворительное объяснение те стороны описанной картины, которые могут быть сведены к простым моделям [6]. Наиболее ярко это проявляется вблизи температуры плавления, где диффузионная ползучесть лимитируется движением самого простого типа дефектов — вакансий, в соответствии с чем зависимости  $\epsilon = Kt$ ,  $K \propto \sigma$  имеют наиболее простой вид. При понижении температуры включаются дислокационные механизмы, и картина усложняется: так, если ансамбль дислокаций эволюционирует независимо от вакансий, как это имеет место в сплавах, то имеем  $\epsilon \approx Kt$ ,  $K \propto \sigma^n$ ,  $n \approx 3$ ; с включением связи между дислокациями и вакансиями (в чистых металлах) показатель  $n$  возрастает до значений  $n \approx 5$  [6]. Дальнейшее включение носителей пластической деформации (дислокаций, границ раздела и т. д.) при понижении температуры и росте напряжений приводит к нарастанию вклада  $\epsilon = At^\alpha$ ,  $\alpha < 1$  неустановившейся ползучести. В определенном интервале температур и напряжений указанная степенная ползучесть сосуществует с логарифмической  $\epsilon = B \ln(1 + vt)$ ,  $v = \text{const} > 0$ . С дальнейшим понижением температуры и ростом напряжений установившаяся и неустановившаяся степенная ползучести пропадают и остается одна логарифмическая [6]. Таким образом, дополнительное включение механизмов, обеспечиваемых разнообразными носителями пластической деформации, приводит к ее замедлению. Если при установившейся ползучести задействованы только два типа носителей (вакансии и



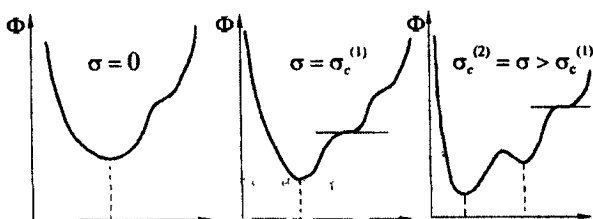


Рисунок 18. Изменение вида термодинамического потенциала в конфигурационном пространстве состояний при увеличении нагрузки  $\sigma$  ( $T=0$ ).

дислокации), то неустановившаяся стадия формируется вкладом весьма большого числа механизмов. По этой причине до последнего времени отсутствовала последовательная теория неустановившейся ползучести.

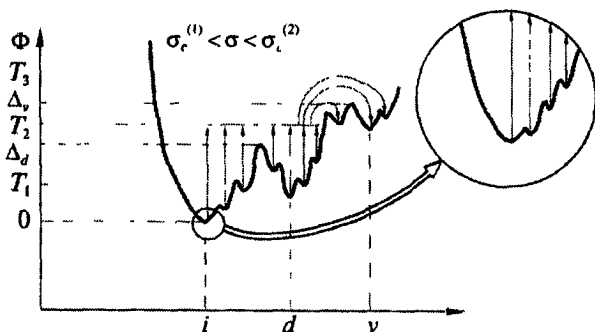
Вместе с тем развитие теории спиновых стекол привело к подходу [74], позволяющему охватить полный набор термоактивационных механизмов в рамках единой теоретической схемы. Приложению этого метода к теории неустановившейся ползучести посвящен настоящий раздел [73].

При нулевых значениях температуры и напряжений термодинамический потенциал имеет в конфигурационном пространстве состояний монотонно возрастающий вид с минимумом, отвечающим идеальной кристаллической структуре. Наложение нагрузки приводит к появлению минимумов, отвечающих дефектам кристаллического строения: первый появляется при минимальном значении  $\sigma_c^{(1)}$ , следующий при  $\sigma_c^{(2)} > \sigma_c^{(1)}$  и т. д. (см. Рис. 18). Повышение температуры приводит, с одной стороны, к уменьшению критических значений  $\sigma_c^{(n)}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , а с другой — к флуктуационной концентрации образования метастабильных дефектов. Таким образом, если после докритических напряжений  $\sigma < \sigma_c$ ,  $\sigma_c \equiv \sigma_c^{(1)}$  провести разгрузку, то система не будет устойчивой ни в одном из состояний, и релаксация напряжений протекает по дебаевскому закону  $\sigma(t) \propto \exp(-t/\tau_0)$ , где  $\tau_0$  — микроскопическое время релаксации. Такая ситуация характеризует обратимую ползучесть [6].

С ростом напряжений  $\sigma > \sigma_c$  сначала возникают изолированные дефекты типа вакансий и междоузельных атомов, которые при  $\sigma \gg \sigma_c$  объединяются в кластеры и формируют более сложные образования. При этом характерно иерархическое поведение дефектов: так, точечные распределяются в соответствии с поведением линейных и поверхностных, линейные могут формировать границы раздела и т. д. На форме термодинамического потенциала это отражается в наличии минимумов и барьеров различного порядка (см. Рис. 19). Например, дислокационным образованиям отвечает

минимум  $d$ , отделенный от исходного  $i$  барьером высоты  $\Delta_d$ . Однако на его грубую структуру накладывается более тонкая система минимумов, каждый из которых связан, например, с характером распределения примесей в облаках Коттрелла. В свою очередь, каждый из этих минимумов может иметь еще более тонкую структуру (см. Рис. 20), связанную с электронными состояниями точечных дефектов.

В приведенной последовательности мы проследили иерархическую связь *сверху—вниз* — от дислокаций к точечным дефектам и их электронным состояниям. Разумеется, легко видеть развитие иерархии и в обратном направлении: дислокации объединяются в малоугловые границы, те в свою очередь формируют блочную структуру зерна, зерна определяют поведение всего образца. В настоящее время о каждой из ступеней иерархической лестницы принято говорить как о структурном уровне деформации и разрушения твердого тела [16]. При этом принято считать, что каждое конкретное явление обусловлено процессами, происходящими на определенном структурном уровне [51]: диффузионная ползучесть связана с вакансиями, низкотемпературная установившаяся ползучесть — с дислокациями и т. д. Такой подход, однако, не объясняет явлений типа неуставившейся ползучести, в которых задействованы несколько структурных уровней, соподчиненных друг другу. Поэтому в развитие концепции структурных уровней деформации мы предлагаем рассматривать их не по отдельности, а во взаимной связи — как ступени иерархической лестницы. Основной аргумент в пользу такой связи структурных уровней состоит в том, что на каждом из них поведение системы определяется дефектами, которые когерентно объединяются в кластеры, формирующие поведение следующего уровня.



**Рисунок 19.** Вид термодинамического потенциала в конфигурационном пространстве состояний твердого тела с дефектами при нагрузке  $\sigma_c^{(1)} < \sigma < \sigma_c^{(2)}$ .

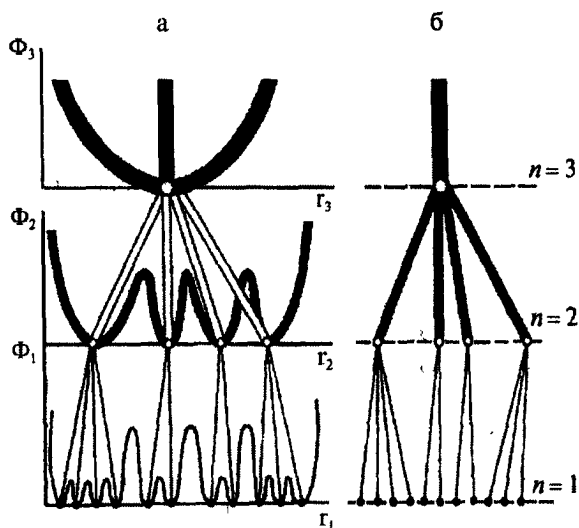


Рисунок 20. а — вид потенциального рельефа на различных структурных уровнях  $n$ , б — соответствующее иерархическое дерево.

Изложенная картина означает, что термодинамический потенциал обладает фрактальным рельефом в конфигурационном пространстве деформированного твердого тела. Строго говоря, такое предположение является гипотезой, основанной на совпадении следующих из нее результатов с экспериментальными данными. Следуя теории спиновых стекол [75], можно показать правомерность этой гипотезы в приближении среднего поля. Действительно, с учетом пространственной неоднородности в распределении  $\mathbf{j}_i \equiv \mathbf{j}(\mathbf{r}_i)$  потоков  $N$  дефектов по координатам  $\mathbf{r}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  и условия неразрывности  $\sum_i \mathbf{j}_i = \text{const}$  кинетическая энергия представляется в виде

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \sum_{ij} \hat{m}_{ij}^{-1} \mathbf{j}_i \mathbf{j}_j - \nu \sum_i \mathbf{j}_i, \quad (126)$$

где  $\hat{m}_{ij}$  — тензор эффективной массы,  $\nu$  — множитель Лагранжа. Обычно в пренебрежении корреляцией движения дефектов принимается  $\hat{m}_{ij}^{-1} = 0$  при  $i \neq j$ ,  $\hat{m}_{ii}^{-1} = \text{const} \equiv \hat{m}^{-1}$ . Следуя теории среднего поля [76], мы, напротив, будем считать параметр  $\hat{m}_{ij}^{-1} \neq 0$  одинаковым для всех узлов  $i \neq j$ . Более того, он принимается случайной величиной, разбросанной вблизи среднего значения  $(N \hat{m}_0)^{-1}$  с дисперсией  $(\sqrt{N} \hat{\mu})^{-1}$ . Тогда стандартная замена  $\mathbf{j}_i \mathbf{j}_j$  на  $\mathbf{j} \mathbf{j}$ , где  $\mathbf{j}$  — среднее значение потока (см. ниже), приводит кинетическую энергию (126) к виду, характерному для модели Шеррингтона–Киркпатрика [76], где роль изинговских спинов играют

проекции потоков  $j_i \equiv \mathbf{n} \cdot \mathbf{j}_i$  вдоль направления течения  $\mathbf{n}$ , обменный интеграл равен свертке  $-\mathbf{n} \hat{m}_y^{-1} \mathbf{n}$ , поле представляется величиной  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{n} \hat{m}^{-1} \mathbf{j}$ , где  $\hat{m}^{-1} \equiv \hat{m}_{ii}^{-1}$  — регулярное одноузельное значение. Подобно [77] отсюда можно получить вывод о флуктуационной неустойчивости хаотически движущихся дефектов в области температур  $T < T_c$ . С другой стороны оказывается, что появляется бесконечное множество решений [78], а энтропия становится отрицательной [76]. Это обусловлено переходом системы дефектов в неэргодическое состояние [27], в котором фазовое пространство потоков  $\Gamma$  разбивается на перекрывающиеся подпространства  $\Gamma^\alpha$  различных структурных уровней. Соответственно, термодинамическое усреднение должно выполняться в два этапа — сначала по области  $\Gamma^\alpha$ , а затем, с весовыми функциями  $p_\alpha \leq 1$ ,  $\sum_\alpha p_\alpha = 1$  — по их ансамблю:  $\langle j \rangle = \sum_\alpha p_\alpha \langle j \rangle_\alpha$ . Перекрытие областей  $\Gamma^\alpha$  и степень иерархической соподчиненности дефектов характеризуются параметрами Паризи [75]

$$q_{\alpha\beta} = \frac{1}{N} \sum_i \langle j_i \rangle_\alpha \langle j_i \rangle_\beta, \quad P(q) = \sum_{\alpha, \beta} \overline{p_\alpha p_\beta \delta(q - q_{\alpha\beta})}. \quad (127)$$

Здесь угловые скобки означают усреднение по подансамблю  $\Gamma^\alpha$ , отмеченному соответствующим индексом, черта — по структурному параметру  $\hat{u}$  в гауссовом распределении тензора обратной массы. Функция распределения  $P(q)$ , первый момент которой дает пространственный фурье-образ при волновом векторе  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$  для структурного фактора

$$S(\mathbf{r}, t) \equiv \overline{\langle j(\mathbf{r}, t) j(\mathbf{0}, 0) \rangle} = \sum_{\alpha, \beta} p_\alpha p_\beta S_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t),$$

$$S_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t) \equiv \overline{\langle j(\mathbf{r}, t) \rangle_\alpha \langle j(\mathbf{0}, 0) \rangle_\beta} \quad (128)$$

характеризует бинарное распределение перекрытий областей  $\Gamma^\alpha$ . Исследование трехточечного распределения  $P(q_1, q_2, q_3)$  показывает [74], что всегда выполняется условие ультраметричности  $q_1 = q_2 \leq q_3$ . Оно выражает иерархическую природу кластеризации дефектов: если выбрать две области  $\Gamma^\alpha, \Gamma^\beta$  с перекрытием  $q_{\alpha\beta}$  не менее граничного значения  $q$ , то условие ультраметричности означает, что любая третья область  $\Gamma^\gamma$  будет перекрываться с предыдущими не меньше, чем они между собой — образуется кластер с уровнем перекрытия  $q$ .

В рамках принятой картины эволюция дефектов, определяющая процесс ползучести, представляется следующим образом. При нагрузке в области неэргодичности  $T < T_c(\sigma)$  за микроскопическое время  $\tau_0$  устанавливается термодинамическое равновесие в каждой из подсистем дефектов, отвечающих областям  $\Gamma^\alpha$ . Затем

происходит перекрытие этих областей, отвечающее движению в ультраметрическом пространстве структурных уровней. Геометрическим образом такого пространства является дерево Кейли, приведенное на Рис. 20б. Здесь структурные уровни изображаются горизонтальными линиями, узлы дерева отвечают дефектам данного типа, связь между ними указывают ветви дерева. Рис. 20 показывает соответствие между иерархическим деревом и фрактальной зависимостью термодинамического потенциала в конфигурационном пространстве состояний.

Впервые концепция ультраметрического пространства и соответствующая ей фрактальная термодинамика использовались для описания критически замедленной эволюции спиновых стекол, обладающих однородным ультраметрическим пространством [75]. В отличие от них дефекты кристаллического строения представляют, как будет видно далее, сильно неоднородную иерархическую систему.

Для проведения дальнейшего анализа удобно перейти к континуальному представлению ультраметрического пространства, переписывая коррелятор (128) в виде интеграла по расстоянию  $u \equiv u_{\alpha\beta}$  в ультраметрическом пространстве:

$$S(t) = \int_0^{\infty} p(u) S_u(t) du, \quad S_u(t) \equiv \sum_{\beta} p_{\beta} S_{\alpha\beta}(r, t) \quad (129)$$

Здесь мы отвлекаемся от пространственной неоднородности в распределении дефектов,  $p(u)$  — плотность вероятности находиться в точке  $\alpha$  от  $\beta$  на расстоянии  $u$ . Согласно определению [74], расстояние  $u$  между двумя точками ультраметрического пространства, отвечающими заданным комплексам дефектов, определяется числом шагов к вершине дерева Кейли (Рис. 20б) до тех пор, пока не сойдутся ветви, ведущие от этих точек. Физически это означает иерархическое объединение системы дефектов.

Подобно тому как поток  $j$  разбивается на дрейфовую и диффузионную составляющие, полный коррелятор (129) состоит из атермической  $\bar{S}$  и термофлуктуационной  $\tilde{S}(t)$  компонент. Первая связана с атермическим возбуждением состояний, отвечающих минимумам термодинамического потенциала  $\Phi(u)$ , которые лежат ниже данного значения температуры  $T$ . Вторая компонента обусловлена термофлуктуационным преодолением барьеров термодинамического потенциала, высота которых больше  $T$  (см. Рис. 19). Соответственно, удельный коррелятор  $S_u(t)$  сводится к постоянной  $\bar{S}(u)$  в первом случае и к дебаевскому закону во втором:

$$S_u(t) = \begin{cases} \bar{S}(u) & \forall u < u(T), \\ \tilde{\bar{S}}(u) \exp[-t / \tau(u)] & \forall u > u(T). \end{cases} \quad (130)$$

Здесь граничное расстояние  $u(T)$  задается условием  $T = \Phi(u)$ , время термофлуктуации  $\tau(u)$  имеет аррениусовский вид

$$\tau(u) = \tau_0 \exp\left\{\frac{1}{T} \int_{u(T)}^{\infty} d\Phi(u)\right\}, \quad (131)$$

$\tau_0$  — микроскопический масштаб. В результате получаем

$$S(t) = \bar{S} + \tilde{S}(t); \quad \bar{S} \equiv \int_0^{u(T)} p(u) \mathcal{S}(u) du, \quad (132)$$

$$\tilde{S}(t) \equiv \int_{u(T)}^{\infty} p(u) \tilde{\mathcal{S}}(u) \exp\left\{-\frac{t}{\tau} \left[\frac{1}{T} \int_{u(T)}^{\infty} d\Phi(u)\right]^{-1}\right\} du. \quad (133)$$

В иерархически однородных системах типа спиновых стекол атермическая компонента  $\bar{S}$  имеет тривиальный смысл, и ее обычно опускают [79].

Ранее мы видели, что в рассматриваемом случае некоторые дефекты (дислокации, вакансии и др.) могут давать независимый вклад в ползучесть. На зависимости термодинамического потенциала от конфигурационной координаты (Рис. 19) это выражается в наличии минимумов, отделенных от исходного состояния  $i$  барьерами большой высоты  $\Delta_m$ ,  $m = 1, 2, \dots$  Соответственно, ультраметрическое пространство изображается неоднородным деревом Кейли, имеющим нулевую ветвимость на расстояниях  $u < u_m$ , задаваемых условием  $\Phi(u) = \Delta_m$ . Это означает, что в распределение  $p(u)$  системы по ультраметрическому пространству следует ввести набор  $\delta$ -образных особенностей:

$$p(u) = p_0(u) + \sum_m p_m \delta(u - u_m), \quad (134)$$

где  $p_0(u)$  — плавная функция, отвечающая однородному распределению. При заданной температуре  $T$  в атермическом режиме проявляются только те особенности, которые удовлетворяют условию  $\Delta_m < T$ , и соответствующая компонента коррелятора потоков дефектов принимает вид

$$\bar{S} = S_0 + \sum_m S_m; \quad S_0 \equiv \int_0^{u(T)} p_0(u) \mathcal{S}(u) du, \quad S_m \equiv p_m \mathcal{S}(u_m), \quad (135)$$

где суммирование проводится при условии  $\Delta_m < T$ , отвечающем неравенству  $u_m < u(T)$ . Монотонно изменяющуюся составляющую  $S_0$  удобно переписать как

$$S_0 = S_0^{(0)} + \sum_m S_0^{(m)}, \quad S_0^{(m)} \equiv \int_{\Delta_m}^{\Delta_{m+1}} p_0(u) \mathcal{S}(u) du. \quad (136)$$

Нулевое слагаемое  $S_0^{(0)}$  отвечающее исходному минимуму  $i$  термодинамического потенциала, для коррелятора потоков сводится к нулю по определению; остальные члены  $S_0^{(m)}$  перенормируют величины  $S_m$ . Принимая эту перенормировку проведенной, слагаемое  $S_0$  в (135) можно опустить. В результате коррелятор потоков принимает окончательный вид

$$S(t) = \sum_m S_m + \tilde{S}(t), \quad (137)$$

где постоянные атермические слагаемые  $S_m$  определяются последней формулой (135), а переменная составляющая  $\tilde{S}(t)$  — выражением (133).

Характерная особенность атермических слагаемых  $S_m$  состоит в том, что с ростом температуры они постепенно включаются в сумму (137): так, при  $T < \Delta_1$  все члены  $S_m = 0$ , в интервале  $\Delta_1 < T < \Delta_2$  имеем одно ненулевое слагаемое  $S_1$ , в общем случае  $\Delta_m < T < \Delta_{m+1}$  отличны от нуля слагаемые от  $S_1$  до  $S_m$ . Указанная выше перенормировка членов  $S_m$  добавками  $S_0^{(m)}$  обуславливает их зависимость от параметров состояния  $T, \sigma$ . Поскольку с ростом температуры и уменьшением напряжений зависимость термодинамического потенциала от конфигурационной координаты сглаживается (см. Рис. 18, 20б), то распределение  $p_0(u)$  сужается и слагаемые  $S_0^{(m)}$  возрастают. Таким образом, можно заключить, что слагаемые  $S_m$  возрастают с увеличением температуры и уменьшением напряжений.

Переходя к анализу временной зависимости  $\tilde{S}(t)$ , отметим, что согласно (133) она определяется формой зависимости функции распределения  $P(u) = p(u) \tilde{S}(u)$ , с одной стороны, и скоростью  $\Phi'(u) = d\Phi(u)/du$  нарастания термодинамического потенциала в ультраметрическом пространстве — с другой. Определение этих зависимостей приводит к отдельной задаче, решение которой сейчас отсутствует. Однако, при интерпретации экспериментальных данных нас обычно интересует асимптотическое поведение коррелятора  $\tilde{S}(t)$  при  $t \rightarrow \infty$ . При этом можно воспользоваться мажорантами зависимостей  $P(u), \Phi'(u)$ . Так, для первой принимаем

$$P_s(u) \propto u^{-D}, \quad P_w(u) \propto e^{-u/\epsilon}, \quad (138)$$

где  $0 < D < 1$  — фрактальная размерность,  $\epsilon$  — постоянная, определяющая глубину иерархической связи. Медленно спадающая степенная зависимость  $P_s(u)$  характеризует сильную иерархическую связь, экспоненциально спадающая зависимость  $P_w(u)$  отвечает

слабо иерархическим системам.

В рамках феноменологического подхода форма фрактального рельефа может быть аппроксимирована зависимостями

$$\Phi_p'(u) = Qau^{a-1}, \quad \Phi_e'(u) = (Q/u_0) e^{u/u_0}, \quad (139)$$

выбор которых ограничен условием нарастания функции  $\Phi(u)$  (здесь  $Q, a, u_0$  — положительные постоянные). Переходя от скорости  $\Phi'(u)$  к самой зависимости  $\Phi(u)$ , следует выделить случай  $a = 0$ . В результате получаем возможные виды фрактального рельефа:

$$\Phi_\lambda(u) = Q \ln(u/u_0), \quad \Phi_p(u) = Qu^a, \quad \Phi_e(u) = Qe^{u/u_0}. \quad (140)$$

Подставляя зависимости (138), (140) в исходное выражение (133), с помощью метода перевала находим асимптотики  $t \rightarrow \infty$ , представленные в Табл. 1.

При плавном степенном распределении  $P_s(u)$  траекторий в ультраметрическом пространстве (сильно иерархические системы) логарифмическое нарастание  $\Phi_\lambda(u)$  высоты фрактального рельефа дает степенное поведение коррелятора (133), степенное нарастание рельефа  $\Phi_p(u)$  приводит к более медленной логарифмической зависимости  $\tilde{S}(t)$  и, наконец, экспоненциальное  $\Phi_e(u)$  дает двойную логарифмическую зависимость  $\tilde{S}(t)$ . Соответственно, при быстро спадающем экспоненциальном распределении  $P_w(u)$  (слабо иерархические системы) имеем последовательно закон Колерауша, квазистепенное и логарифмическое спадание. Согласно [80] такая ситуация, по-видимому, не зависит от ветвимости дерева Кейли и сохраняется при случайном ветвлении. Характерно, что при степенном и экспоненциальном нарастании высоты фрактального рельефа максимальное значение коррелятора  $\tilde{S}(t) \sim 1$  удерживается при температурах ниже значения

$$T_c(t) \leq Q/\ln(t/\tau_0). \quad (14.1)$$

ТАБЛИЦА 1. Возможные асимптотики коррелятора  $\tilde{S}(t)$  при  $t \rightarrow \infty$ .

$\tilde{S}(t)$	$\Phi_\lambda(u)$	$\Phi_p(u)$	$\Phi_e(u)$
$P_w(u)$	$e^{-t^\beta}, \beta = (1 + Q/T)^{-1}$	$\exp \left[ - \left( \frac{T}{Q} \ln \frac{t}{\tau_0} \right)^{\frac{1}{a}} \right]$	$\left( \frac{T}{Q} \ln \frac{t}{\tau_0} \right)^{-\frac{u_0}{e}}$
$P_s(u)$	$t^\gamma, \gamma = (1 + D)T/Q$	$\left( \frac{T}{Q} \ln \frac{t}{\tau_0} \right)^{-\frac{D}{a}}$	$\left[ u_0 \ln \left( \frac{T}{Q} \ln \frac{t}{\tau_0} \right) \right]^{-D}$



Как видно из Табл. 1, в сильно иерархических системах критическое замедление пластического течения (переход от экспоненциального режима к степенному) реализуется уже при бесконечно медленном (логарифмическом,  $a = 0$ ) нарастании высоты фрактального рельефа  $\Phi(u) \propto u^a$ . В слабо иерархических системах это происходит только при нарастании более быстром, чем линейное ( $a > 1$ ). Отсюда следует, что в первом случае роль масштабного фактора играет величина  $u_0$ , а во втором — показатель  $a$ , ограниченный значением  $a_{\min} = 1$ . В подкритическом режиме ( $u_0 \rightarrow \infty$ ,  $a < 0$ ) замедление сказывается только в начальный период  $t \ll \tau_{\max}$ , а при  $t > \tau_{\max}$  имеем  $\dot{\mathcal{J}}(t) \sim \exp(-t/\tau_{\max})$  [81].

Приступая к интерпретации полученных данных, будем исходить из того факта, что временная зависимость  $\dot{\epsilon}(t)$  скорости деформации определяется условной вероятностью иметь поток  $j(t)$  в момент  $t$ , если при  $t = 0$  он составлял  $j(0)$ . Иными словами, мы полагаем, что скорость ползучести  $\dot{\epsilon}(t)$  сводится к коррелятору  $S(t)$ , определенному равенством (128). Согласно [6], величина этой скорости представляется суммой

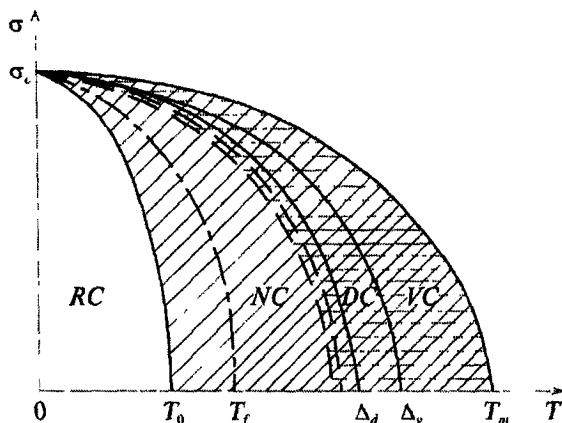
$$\dot{\epsilon}(t) = K + \delta\dot{\epsilon}(t), \quad (142)$$

постоянное слагаемое  $K$  которой характеризует установившуюся ползучесть, а спадающий вклад  $\delta\dot{\epsilon}(t)$  — неустановившуюся. Сравнивая определение (142) с нашим основным результатом (137), для скорости установившейся ползучести находим

$$K = \sum_m K_m, \quad K_m = S_m \theta(T - \Delta_m), \quad (143)$$

где величина  $S_m = S_m(T, \sigma)$  монотонно возрастает с температурой и напряжениями (см. гл. IV в [6]),  $\Delta_m = \Delta_m(\sigma)$  — спадающая зависимость высоты барьера от напряжений,  $\theta(x) = 0$  при  $x < 0$  и  $\theta(x) = 1$  при  $x > 0$ . Неустановившаяся ползучесть  $\delta\dot{\epsilon}(t)$  асимптотически представляется зависимостями  $\dot{\mathcal{J}}(t)$ , приведенными в Табл. 1.

Развитая картина позволяет представить различные режимы ползучести диаграммой, показанной на Рис. 21. Установившаяся ползучесть, отвечающая атермическому преодолению барьеров  $\Delta_m$ , реализуется при высоких температурах ( $T > \Delta_1$ ). Поскольку на опыте [6] с ростом температуры первым проявляется дислокационный механизм установившейся ползучести, а затем (вблизи плавления) вакансионный, то можно заключить, что  $\Delta_d < \Delta_v$  (см. Рис. 19). Вместе с тем в установившуюся ползучесть должны давать вклад и другие механизмы — зернограницный, движение зерен как целого и т. д. При наложении высоких напряжений в первую очередь включаются наиболее эффективные механизмы ползучести: сначала изменяются макроскопические объемы, затем перестраива-



**Рисунок 21.** Диаграмма ползучести в осях *напряжения—температура*. Сплошными линиями разделены области  $RC$ ,  $NC$ ,  $DC$ ,  $VC$ , отвечающие обратимой, необратимой, дислокационной и вакансионной ползучестям. Наклонной штриховкой отмечена область неустановившейся ползучести, горизонтальной — установившейся.

ются конгломераты зерен, их границы, скопления дисклинаций и дислокаций, точечные дефекты. В рамках нашей схемы это означает, что с ростом температуры в указанной последовательности преодолеваются барьеры  $\Delta_m$  — наиболее низким обладают макрообъемы, затем конгломераты зерен, отдельные зерна и т. д.

Соответственно, при смещении вниз от ствола дерева Кейли (Рис. 206) сначала отделяются ветви макрообъемов, затем — ветви конгломератов зерен, отдельных зерен и т. д. То, что в экспериментах [6] проявились только два из указанных механизмов, указывает на интенсивность их вкладов  $S_m$  в установившуюся ползучесть — движение макрообъемов сказывается меньше, чем для конгломератов зерен; соответственно, для последних вклад  $S_m$  меньше, чем для отдельных зерен и т. д. Иными словами, в иерархии механизмов установившейся ползучести наблюдается следующее соответствие: чем больше величина  $\Delta_m$  в ряду возможных барьеров, тем меньше соответствующий вклад  $S_m$  в скорость ползучести (при включении в процесс ползучести сложные носители пластической деформации хотя и требуют преодоления малого барьера  $\Delta_m$ , но обладают малой подвижностью  $S_m$ ). Такое поведение подтверждается оценкой величин  $S_m$  для различных механизмов: так, для дислокаций в поле собственных точечных дефектов (вакансий) имеем зависимость  $S_1 \propto \sigma^{4,5}$ , при замене вакансий атомами примеси  $S_2 \propto \sigma^3$ , в случае чисто вакансионного механизма  $S_3 \propto \sigma$  [6]. Поскольку указанные соотношения представляют первые члены ряда по малой величине  $\sigma/\mu$ , то можно заключить, что при данном значении  $\sigma$  имеем  $S_1 < S_2 < S_3$ .

Для неустановившейся ползучести из таблицы зависимостей  $\tilde{S}(t)$  видно, что отвечающая логарифмической ползучести асимптотика  $\delta\dot{\epsilon}(t) \propto \tilde{S}(t) \sim t^{-1}$  может реализоваться только при логарифмически медленном нарастании высоты фрактального рельефа в сильно иерархических системах и при степенном — в слабо иерархических. По-видимому, реальная система дефектов является слабо иерархической: так, поведение зерна как целого обуславливается его границами, но практически не чувствительно к перераспределению дислокаций и точечных дефектов, действие которых опосредовано через границы [6]. Кроме того, легко убедиться, что экспоненциальному нарастанию  $\Phi_e(u)$  высоты рельефа в ультраметрическом пространстве отвечает линейное увеличение термодинамического потенциала с ростом геометрического объема. Действительно, если удвоению размера кластера в реальном геометрическом пространстве отвечает один шаг по уровням в ультраметрическом, то числу  $u$  таких шагов — объем, пропорциональный  $2^u = e^{u \ln 2}$ . Таким образом, только в том случае, если носитель пластической деформации проявляет себя как термодинамическая фаза, ему можно сопоставить экспоненциальную зависимость  $\Phi_e(u)$ . Очевидно, такая ситуация реализуется начиная с уровня зерен, а наблюдаемые на опыте [6] дислокационная и вакансионная ползучести характеризуются более слабой степенной зависимостью  $\Phi_p(u)$ . В результате для скорости неустановившейся ползучести получаем

$$\delta\dot{\epsilon}(t) = A \exp \left\{ - \left( \frac{Q}{T} \ln \frac{t}{\tau_0} \right)^{\frac{1}{a}} \right\}. \quad (144)$$

Здесь  $A$  — постоянная, характерная высота рельефа  $Q \equiv \Delta_1$  монотонно спадает с ростом напряжений, а температурная зависимость показателя принимается в виде  $a-1 \propto T-T_0$ . Ниже точки  $T_0$ , где  $a < 1$ , зависимость (144) носит экспоненциальный характер; при  $T = T_0$  она становится квазистепенной

$$\delta\dot{\epsilon}(t) = A \left( \frac{\tau_0}{t} \right)^{\frac{Q}{T}} \quad (145)$$

и сохраняет такой характер выше  $T_0$ . Таким образом, температура  $T_0$  играет роль точки, начиная с которой проявляется критическое замедление процесса ползучести.

В результате получаем следующую картину неустановившейся ползучести. До температуры  $T_0$  существенны те механизмы, которые дают экспоненциально быстрое спадание скорости  $\delta\dot{\epsilon}(t)$ , и величина  $T_0(\sigma)$  задает верхнюю границу области обратимой ползучести (см. Рис. 21). Выше  $T_0$  включаются механизмы деформа-

ции, характеризуемые нарастающей скоростью  $\Phi'(u)$  изменения фрактального рельефа. Физически это означает вклад в процесс деформации таких комплексов дефектов, которые обуславливают более быстрое увеличение термодинамического потенциала, чем для независимых дефектов. В результате происходит критическое замедление процесса ползучести: непосредственно в точке  $T = T_0$  имеем логарифмическое поведение  $\epsilon(t)$ , а с ростом  $T - T_0$  включаются еще более медленные механизмы. Такое замедление деформации воспринимается на опыте как полная остановка при температурах ниже точки замерзания  $T_f$ , даваемой соотношением (141). Однако действие указанных механизмов проявляется только до момента, ограниченного временем  $\tau_{\max}$ . При  $t \gg \tau_{\max}$  иерархическая связь нарушается, и процесс ползучести опять убыстряется.

Представленная картина отвечает реализации одной иерархической ветви, для которой задействованы состояния исходного минимума термодинамического потенциала  $i$  (см. Рис. 19). При температурах  $T > \Delta_1$ , кроме атермических процессов установившейся ползучести, становятся существенными термофлуктуационные процессы, связанные с возбуждением состояний дислокационных, вакансионных и других комплексов. Поскольку каждому из них отвечает своя иерархическая ветвь на дереве Кейли (см. Рис. 20б), а следовательно и свой закон спада коррелятора  $\tilde{S}(t)$ , то с появлением установившейся ползучести изменяется также и характер неустановившейся — вместо одной зависимости  $\tilde{S}(t)$  получаем суперпозицию слагаемых, отвечающих различным параметрам  $a$ . Именно такая ситуация наблюдается в эксперименте [6].

Отметим в заключение важное различие между системой дефектов кристаллического строения и спиновым стеклом, по аналогии с которым мы провели рассмотрение временной зависимости отклика на внешнее механическое воздействие. Это различие связано с тем, что в спиновом стекле роль мельчайших структурных единиц играют спины, полное число которых составляет  $N_0 \sim 10^{23} \text{ см}^{-3}$ , тогда как плотность дефектов  $N \ll N_0$  намного меньше. Поскольку ползучесть связана с эволюцией дефектов, а не атомов, то ее особенности определяются поведением ансамбля дефектов. Однако их вклад в термодинамические характеристики в  $N_0/N \gg 1$  раз меньше атомного и практически не обнаружим на фоне атомного. Физическая причина состоит в том, что термическое возбуждение воспринимается всей атомной системой, а механическое (точнее, его пластическая составляющая) — только дефектами.

## 6.2. Эволюция дефектной структуры в процессе пластической деформации

Обобщим картину образования иерархической дефектной струк-

туры в процессе пластической деформации. Длительное время его течение связывалось с автономной эволюцией различного рода дефектов кристаллического строения, которые, взаимодействуя между собой и испытывая действие внешних полей, оставались самостоятельными структурными образованиями, обладающими присущими им свойствами (геометрической конфигурацией, распределением упругих полей и т. д.) [6, 9]. В рамках такой концепции пластическая деформация образца представлялась как результат эргодического поведения системы дефектов, траектории которых с течением времени заполняют все фазовое пространство. С другой стороны, предполагалось отсутствие иерархической соподчиненности в поведении дефектов под действием силовых полей и термостата. В такой постановке зависимость термодинамического потенциала от конфигурационных координат имеет вид регулярного распределения минимумов, наименьший из которых отвечает устойчивому состоянию, а остальные метастабильным. В результате эволюция системы представлялась как цепочка дебаевских процессов термофлуктуационного преодоления барьеров между минимумами термодинамического потенциала со временами релаксации, определяемыми аррениусовским соотношением.

Такая картина реализуется при малых степенях пластической деформации. В противоположном случае — а именно он, как правило, реализуется на практике — плотность дефектов достигает столь высоких значений, что проявляются коллективные эффекты в их поведении. Это означает установление когерентной связи в ансамбле дефектов типа той, что обуславливает фазовые и кинетические превращения. Однако если для последних характерно гомогенное распределение, то установление когерентной связи в ансамбле дефектов одного структурного уровня приводит к автолокализованному образованию, играющему роль структурного элемента на более высоком уровне. Так, кластеризация вакансий может приводить к образованию дислокационных петель [3, 9], скопление дислокаций — к появлению границ разориентировки и дисклинаций [15]. Данное отличие в коллективном поведении дефектов от обычной картины фазовых превращений обусловлено сильной неравновесностью ансамбля дефектов в процессе развитой пластической деформации, в связи с чем реализуется не термостатическое, а кинетическое превращение [82]. Автолокализованный характер продуктов этого превращения (супердефектов) является следствием потери эргодичности [27], которая приводит к иерархической соподчиненности, означающей, что супердефект образуется в результате когерентной связи дефектов, принадлежащих более низким структурным уровням. Поскольку на зависимости термодинамического потенциала от конфигурационных координат исходным дефектам отвечают более узкие минимумы, чем супердефектам, то иерархическая соподчинен-

ность означает фрактальную структуру распределения термодинамического потенциала в конфигурационном пространстве [83].

Как показывают примеры спиновых стекол [75], мартенситных превращений [84], политипных структур [85] и ползучести кристаллов [73], фрактальный характер системы коренным образом изменяет ее термодинамические и кинетические свойства. Это обусловлено разбиением конфигурационного пространства на множество областей (долин или компонент [27]), каждой из которых отвечает свой статистический ансамбль. В результате определение средних производится в два этапа: сначала усреднением по чистому ансамблю данной долины, а затем — по ансамблю долин. Кинетическое поведение такой системы обусловлено слабым восстановлением эргодичности в процессе объединения долин в кластеры более крупных компонент. Этот процесс представляется движением по узлам иерархического дерева Кейли, которые отвечают долинам, к его стволу, причем роль времени играет величина пластической деформации  $\epsilon$  (Рис. 206).

Если приведенное представление конфигурационного пространства дефектов посредством ультраметрической топологии является оригинальным, то внешняя сторона картины иерархического поведения дефектов в процессе развитой пластической деформации получила большое распространение [15, 16, 51]. Имея в виду ее важность, представим основные черты пластической деформации за счет взаимодействия дефектов, относящихся к различным структурным уровням. В отличие от аморфных систем их число сравнительно невелико: по характерному масштабу  $l_c$  принято выделять микроскопический уровень ( $a \ll l_1 \ll d$ ,  $a$  — межатомное расстояние,  $d$  — размер однородно ориентированной области типа ячейки или фрагмента), мезоскопический ( $d \ll l_2 \ll D$ ,  $D$  — размер слабо разориентированной области, например зерна) и макроскопический ( $D \ll l_3 \leq L$ ,  $L$  — характерный размер образца)<sup>2</sup>. На каждом из представленных уровней пластическая деформация осуществляется путем однородного течения дефектов — точечных, дислокаций, дисклинаций, планарных и т. д. Микроскопический уровень отвечает однородному распределению точечных дефектов, дислокаций и дисклинаций, мезоскопический — распределению ячеек и фрагментов, макроскопический — неоднородно ориентированным зернам, текстурным компонентам и т. д. [15]. С ростом степени пластической деформации  $\epsilon$  каждый последующий структурный уровень зарождается в недрах предыдущего, когда тот за счет повышения однородной плотности дефек-

<sup>2</sup> Иногда в рамках последнего структурного уровня выделяют скоррелированные конгломераты зерен и т. д. [11, 16]. Различают также структурные уровни, связанные с распределением дефектов (так, в [15] нижний уровень определяется плотностью дислокаций).

тов исчерпает ресурс своего эволюционного развития. Так, первые границы ячеек зарождаются, когда критического значения достигает плотность дислокаций; частичные дисклинации (границы фрагментов) возникают при уменьшении размеров до  $\sim 0,2$  мкм слабо разориентированных ячеек; ножевые границы, оканчивающиеся дисклинацией, появляются с формированием развитой фрагментированной структуры с большими разориентациями. Обусловленный пластической деформацией рост характерного масштаба  $l(\epsilon)$  выше критического  $l_\alpha$  приводит к неустойчивости однородного распределения дефектов на расстояниях  $x > l_\alpha$  и автолокализованному образованию носителя пластической деформации на  $(\alpha + 1)$ -м структурном уровне. Так, при  $l(\epsilon) > l_1$  пластическая неустойчивость приводит к образованию дислокаций, дисклинаций и их комплексов, при  $l(\epsilon) > l_2$  — полос сильных сдвигов-поворотов, при  $l(\epsilon) > l_3$  — макроскопических ротационно-сдвиговых полей [15]. Включение в процесс пластической деформации каждого последующего структурного уровня не носит эволюционный характер, поскольку оно обусловлено спонтанным появлением новых гидродинамических (трансляционных и ротационных) мод при  $l(\epsilon) = l_\alpha$ . Разумеется, после зарождения структуры, отвечающей  $(\alpha + 1)$ -му уровню, занимаемый ею объем будет плавно возрастать за счет уменьшения объемов структур, соответствующих уровням 1, 2, ...,  $\alpha$  (здесь ситуация аналогична фазовому равновесию в термодинамике). Кроме того, с ростом  $\epsilon$  функция распределения  $p_\alpha$  может меняться таким образом, что будет существенна лишь узкая группа уровней (так, при хрупком разрушении определяющими являются уровни  $\alpha = 1, 2$  [15]).

Несмотря на достигнутое понимание экспериментальной ситуации [15, 16, 51], построение полной картины пластической деформации сдерживалось тем, что до последнего времени не в полной мере осознавалась иерархическая природа дефектной структуры. Если положить, что каждому структурному уровню отвечает горизонтальная линия дерева Кейли (или соответствующий уровень разрешения минимумов термодинамического потенциала на Рис. 20), то микроскопическая картина развитой пластической деформации может быть представлена в рамках фрактальной кинетики иерархизованных структур (см. подраздел 6.1). Следует однако иметь в виду одно важное обстоятельство. Подход, основанный на использовании континуального ультраметрического пространства, предполагает, что число уровней бесконечно велико, а характер связи между ними не существенен, и важна только структура дерева. В нашем случае число структурных уровней (отвечающих дислокациям, дисклинациям, зернам, их конгломератам, ..., образцу) заведомо невелико и принципиально важен характер их связи. Поэтому полное описание картины пластической деформации не может быть достигнуто в рамках аналитиче-

ского подхода, изложенного в подразделе 6.1, и следует использовать численные методы, в рамках которых поле деформации на данном уровне определяется стандартным образом [86], а связь со следующим структурным уровнем задается через граничные условия.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Настоящая работа представляет обзор результатов, полученных одним из нас (О.А.И.) совместно с коллегами из Киева, Петербурга и Томска. Всем им авторы выражают глубокую благодарность. Особенно мы признательны В. Г. Барьяхтару, Е. Д. Белоколосу, В. Ч. Гончикову, А. Ю. Захарову, Л. Б. Зуеву, А. Д. Коротяеву, С. А. Кукушкину, И. А. Овидько, А. Е. Романову и А. Н. Тюменцеву. Общение с Ю. И. Паскалем сводилось не только к обсуждению проблем физики, но и служило источником вдохновения, каких становится все меньше. Светлой памяти Юрия Ивановича мы посвящаем эту работу.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Хоникомб, *Пластическая деформация металлов* (Москва: Мир: 1972).
2. Ж. П. Пуарье, *Высокотемпературная пластичность кристаллических тел* (Москва: Металлургия: 1982).
3. Ван Бюрен, *Дефекты в кристаллах* (Москва: ИЛ: 1962).
4. А. Дамаск, Дж. Динс, *Точечные дефекты в металлах* (Москва: Мир: 1966).
5. Ж. Фридель, *Дислокации* (Москва: Мир: 1967).
6. *Физическое металловедение, выпуск 3: Дефекты кристаллического строения. Механические свойства металлов и сплавов* (Под ред. Р. Кана) (Москва: Мир: 1968).
7. Я. Д. Вишняков, *Дефекты упаковки в кристаллической структуре* (Москва: Металлургия: 1970).
8. А. М. Косевич, *Основы механики кристаллической решетки* (Москва: Наука: 1972).
9. Дж. Хирт, И. Лоте, *Теория дислокаций* (Москва: Атомиздат: 1972).
10. Б. И. Смирнов, *Дислокационная структура и упрочнение кристаллов* (Ленинград: Наука: 1981).
11. В. И. Владимиров, А. Е. Романов, *Дисклинации в кристаллах* (Ленинград: Наука: 1986).
12. Р. Де Вит, *Континуальная теория дисклинаций* (Москва: Мир: 1977).
13. А. Н. Орлов, В. Н. Перевезенцев, В. В. Рыбин, *Границы зерен в металлах* (Москва: Металлургия: 1980).
14. A. Kadic and D. G. V. Edelen, *A Gauge Theory of Dislocations and Disclinations, in: Lecture Notes in Physics* (Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag: 1983), vol. 174.
15. В. В. Рыбин, *Большие пластические деформации и разрушение металлов* (Москва: Металлургия: 1985).



16. В. Е. Панин, В. А. Лихачев, Ю. В. Гриняев, *Структурные уровни деформации твердых тел* (Новосибирск: Наука: 1985).
17. Н. Е. Stanley, *Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena* (Oxford: Clarendon Press: 1971).
18. Л. Д. Ландау and E. M. Lifshitz, *Statistical Physics* (Oxford: Pergamon Press: 1980).
19. В. Гетзе, *Фазовые переходы жидкость—стекло* (Москва: Наука: 1991).
20. A. D. Bruce and R. A. Cowley, *Structural Phase Transitions* (London: Taylor and Francis Ltd.: 1981).
21. М. А. Кривоглаз, *Диффузное рассеяние рентгеновских лучей и нейтронов на флуктуационных неоднородностях в неидеальных кристаллах* (Киев: Наукова думка: 1984).
22. D. Forster, *Hydrodynamic Fluctuations, Broken Symmetry, and Correlation Functions* (Reading: Benjamin W. A. Inc.: 1975).
23. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика* (Москва: Наука: 1978), ч. 2.
24. Д. Н. Зубарев, *Неравновесная статистическая термодинамика* (Москва: Наука: 1971).
25. В. Г. Барьяхтар, В. Н. Криворучко, Д. А. Яблонский, *Функции Грина в теории магнетизма* (Киев: Наукова думка: 1984).
26. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике* (Москва: ГИФМЛ: 1962).
27. R. G. Palmer, *Adv. Phys.*, **31**: 669 (1982).
28. A. A. Katsnelson and A. I. Olemskoi, *Microscopic Theory of Inhomogeneous Structures* (Moscow: Mir Publishers: 1990).
29. A. I. Olemskoi, *Theory of Structure Transformations in Non-Equilibrium Condensed Matter* (New York: NOVA Science: 1999).
30. *Glassy Metals* (Eds. H.-J. Guntherodt, H. Beck) (Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag: 1981).
31. *Metallic Glasses* (Eds. J. J. Hillman and H. J. Limy) (Metal Park, Ohio: American Society for Metals: 1978).
32. *Новости ФТТ, вып. 9: Точечные дефекты в твердых телах* (Москва: Мир: 1979).
33. В. Н. Бугаев, В. А. Татаренко, *Взаимодействие и распределение атомов в сплавах внедрения на основе плотноупакованных металлов* (Киев: Наукова думка: 1989).
34. В. Г. Барьяхтар, А. И. Олемской, *ФТТ*, **33**: 2705 (1991).
35. E. H. Lieb, *Int. J. Quant. Chem.*, **34**: 243 (1983).
36. V. Heine, M. L. Cohen, and D. Weaire, *Solid State Physics* (New York, London: Academic Press: 1970), vol. **24**.
37. *Monte Carlo Method in Statistical Physics* (Ed. K. Binder) (Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag: 1979).
38. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля* (Москва: Наука: 1988).
39. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, *Введение в теорию квантовых полей* (Москва: Наука: 1976).
40. А. И. Ахиезер, С. В. Пелетминский, *Поля и фундаментальные взаимодействия* (Киев: Наукова думка: 1986).
41. J. Zinn-Justin, *Quantum Field Theory and Critical Phenomena* (Oxford: Clarendon Press: 1993).
42. D. R. Tilley and J. Tilley, *Superfluidity and Superconductivity* (New York, etc.:

- Van Nostrand Reinhold Company: 1974).
43. А. М. Косевич, Б. А. Иванов, А. С. Ковалев, *Нелинейные волны намагнитченности. Динамические и топологические солитоны* (Киев: Наукова думка: 1983).
  44. Я. В. Зельдович, Ю. П. Райзер, *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений* (Москва: Наука: 1966).
  45. А. Д. Коротаев, А. Н. Тюменцев, В. Ч. Гончиков, А. И. Олемской, *Изв. вузов. Физика*, 34, № 3: 81 (1991).
  46. А. Н. Тюменцев, А. Д. Коротаев, В. Ч. Гончиков и др., *Сб.: Экспериментальное исследование и теоретическое описание дисклинаций* (Ленинград: Наука: 1984).
  47. В. Ч. Гончиков, А. Н. Вергазов, А. Д. Коротаев, А. Н. Тюменцев, *ФММ*, 64: 170 (1987).
  48. В. Ч. Гончиков, А. Н. Тюменцев, А. Д. Коротаев и др., *ФММ*, 63: 598 (1987).
  49. В. Ч. Гончиков, А. Д. Коротаев, А. Н. Тюменцев, *В сб.: Высокочистые и монокристаллические металлические материалы* (Москва: Наука: 1987), с. 161.
  50. А. Н. Тюменцев, В. Ч. Гончиков, А. Д. Коротаев и др., *ФММ*, 67: 591 (1989).
  51. В. И. Владимиров, *Физическая природа разрушения металлов* (Москва: Металлургия: 1985).
  52. В. Ч. Гончиков, Ю. П. Пинжкин, А. Н. Тюменцев и др., *ФММ*, 62: 384 (1986).
  53. В. И. Трефилов, В. Ф. Моисеев, Э. П. Печковский и др., *Деформационное упрочнение и разрушение поликристаллических металлов* (Киев: Наукова думка: 1987).
  54. В. С. Кобычев, Л. Е. Попов, *Сб.: Структура и пластическое поведение сплавов* (Томск: 1983).
  55. А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин, *Теория колебаний* (Москва: Наука: 1981).
  56. H. Haken, *Synergetics* (Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag: 1983).
  57. В. Л. Бонч-Бруевич, И. П. Звягин, А. Г. Миронов, *Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках* (Москва: Наука: 1972).
  58. R. Gilmore, *Catastrophe Theory for Scientists and Engineers* (New York, Chichester, Brisbane, Toronto: John Wiley and Sons: 1981).
  59. Н. И. Главацкая, *Структурные превращения при прокатке и последующих отжигах монокристаллов никеля* (Дис. ... канд. физ.-мат. наук) (Киев: ИМФ АН УССР: 1988).
  60. Р. И. Барабаш, М. А. Кривоглаз, К. П. Рябошапка, *ФММ*, 41: 33 (1976).
  61. А. И. Олемской, Н. И. Главацкая, *Сб.: Проблемы нелинейной механики деформируемого твердого тела* (Свердловск: Изд-во АН СССР: 1990), с. 124.
  62. В. Вольтерра, *Математическая теория борьбы за существование* (Москва: Наука: 1975).
  63. Б. К. Барахтин, В. И. Владимиров, С. А. Иванов, И. А. Овидько, А. Е. Романов, *ФММ*, 63: 1185 (1987).
  64. А. И. Олемской, А. В. Хоменко, *ЖЭТФ*, 110: 2144 (1996).
  65. С. С. Горелик, *Рекристаллизация металлов и сплавов* (Москва: Metallургия: 1978).
  66. В. Е. Панин, Л. Б. Зуев, В. И. Данилов, Н. М. Мних, *ФММ*, 66: 1005 (1988).
  67. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория упругости* (Москва: Наука: 1987).
  68. К. В. Фролов, В. Е. Панин, Л. Б. Зуев, Н. А. Махутов, В. И. Данилов,

- Н. М. Мних, *Изв. вузов. Физика*, № 2: 17 (1990).
69. Д. Мак Лин, *Механические свойства металлов* (Москва: Металлургия: 1965).
70. Г. Кольский, *Волны напряжений в твердых телах* (Москва: ИЛ: 1955).
71. А. И. Олемской, А. В. Хоменко, *Изв. вузов. Физика*, № 6: 3 (1996).
72. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика* (Москва: Наука: 1988).
73. А. И. Олемской, *ФТТ*, 30: 3384 (1988).
74. M. Mezard, G. Parisi, N. Sourlas, G. Toulouse, and M. Virasoro, *J. Physique*, 45: 843 (1984).
75. K. Binder and A. P. Young, *Rev. Mod. Phys.*, 58: 801 (1986).
76. S. Kirkpatrick and D. Sherrington, *Phys. Rev. B*, 17: 4384 (1978).
77. J. R. L. De Almeida and D. J. Thouless, *J. Phys. A*, 11: 983 (1978).
78. D. J. Thouless, P. W. Anderson, and R. G. Palmer, *Phil. Mag.*, 35: 593 (1977).
79. Vik. S. Dotsenko, *J. Phys. C*, 18: 6023 (1985).
80. A. T. Ogielski, *Phys. Rev. Lett.*, 55: 1634 (1986).
81. R. G. Palmer, D. L. Stein, E. Abrahams, and P. W. Anderson, *Phys. Rev. Lett.*, 53: 958 (1984).
82. А. И. Олемской, В. А. Петруниң, *Изв. вузов. Физика*, 30, № 1: 82 (1987).
83. B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature* (San Francisco: Freeman: 1982).
84. А. И. Олемской, Ю. И. Паскаль, *Проявление неравновесности и неэргодичности при мартенситном превращении* (Препр. № 30 Томского филиала СО АН СССР, Томск: 1988).
85. А. И. Олемской, *ФММ*, 68: 56 (1989).
86. G. Venkataraman, *Fluctuations and Mechanical Relaxations. Proc. of Int. Sch. Phys. Enrico Fermi* (Course 82: Mechanical and Technical Behaviour of Metallic Materials: 1982), p. 278.