Рассмотрим плоское движение точечной массы в однородном поле тяготения внутри вертикально стоящего круга. Будем считать, что удар точки с граничной окружностью, абсолютно упругий.

Уравнения движения рассматриваемой задачи имеет вид

$$\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = -\bar{e}, \quad |\bar{r}| \le 1, \quad \bar{v}_+ = \bar{v}_- - 2(\bar{v}_-, \bar{n}),$$

$$\bar{r} = \frac{\bar{R}}{e}, \quad \bar{v} = \frac{V}{\sqrt{gl}}, \quad t = \sqrt{\frac{g}{l}}T.$$

Здесь $\bar{R}$ и $\bar{V}$ соответственно радиус –вектор и скорость точечной массы, T — текущее размерное время, l —радиус граничной окружности.

Ввиду абсолютной упругости удара, во время движения сохраняется его энергия

$$\frac{1}{2}|\bar{v}|^2 + y = h = const.$$

В работе предпринята попытка построения многозвенных периодических траекторий и исследования их устойчивости.

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА В ИССЛЕДОВАНИИ НЕЛИНЕЙНОГО НАГРЕВА КУСОЧНО-ОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

Николенко В. В., Чаплыгин А. А., Ячменёв В. А.

Рассматривается задача нагрева полуплоскости с трещиной с помощью концентрированного потока энергии, например лазерного излучения.

Пусть полуплоскость $|y| < \infty, x \ge 0$ с расположенным внутри прямолинейным разрезом L подвержена нагреву, а разрез теплоизолирован.

Математическая формулировка задачи имеет вид:

$$\left(\lambda(T)T_x'\right)_x' + \left(\lambda(T)T_y'\right)_y' = c(T)T_t',$$

$$\lambda(T)T_x'\Big|_{x=0} = -A(T)q_0 e^{-ky^2} \ ,$$

$$\frac{\partial T}{\partial n}\bigg|_L^{\pm} = 0 \ ,$$

$$T(+\infty, y, t) = T(x, \pm\infty, t) = T(x, y, 0) = T_0 \ .$$

Здесь T -температура; t -время; x, y -пространственные координаты; q_0 -плотность потока излучения; $\lambda(T)$-коэффициент теплопроводности; $C(T)$-объёмная плотность; T_0 -начальная температура; знаки «+» и «-» относятся к правому и левому берегам разреза соответственно.

Для решения поставленной задачи с помощью подстановки Кирхгофа выполняется её частичная линеаризация и для полученной краевой задачи строится итерационные процесс, схематическое описание которого имеет вид:

$$\Delta v_n = \frac{\partial v_n}{\partial \tau} + f(v_{n-1}),$$

(1)

$$\frac{\partial v_n}{\partial n}\bigg|_{x=0} = -Ae^{-y^2} \ ,$$

(2)

$$\frac{\partial v_n}{\partial x}\bigg|_L = 0 \ .$$

(3)

В качестве нулевого приближения выбираем $v_0 = 0$. Тогда первое приближение получается из решения линейной системы соответствующей (1)-(3) (в этом случае $f(v_{n-1}) = 0$).

Решение линейной системы ищем в виде:

$$v_1(x, y, \tau) = v_1^{*}(x, y, \tau) + v_1^{0}(x, y, \tau),$$

Где $v_1^0(x, y, \tau)$ -решение задачи (1)-(2) для полуплоскости без разреза. С помощью v_1^0 определяем граничные условия на разрезе, а функцию v_1^* представляем в виде суммы потенциалов двойного и простого слоя с неизвестными плотностями. Выполнив предельные переходы на границе разреза получаем интегральное уравнение типа Фредгольма по пространственным переменным и Вольтерра по временной переменной.

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ЛОКАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛА НА ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ В ТЕЛЕ ВО ВРЕМЯ ЛАЗЕРНОГО ОБЛУЧЕНИЯ

Клименко В.А.

Действие распределенного поверхностного источника тепла с известной удельной мощностью или тепловым потоком, заданной интенсивности позволяют моделировать процесс лазерного нагрева материалов, облучением поверхности высококонцетрированными потоками энергии. Форму источника можно изменять оптическим или электромагнитным способом. Поэтому возникает задача оптимизации формы источника на основе того или иного критерия оптимальности, в том числе, и критерия минимума аппаратурных затрат.

Если удельная мощность излучения лазера не достаточна для расплавления и выпаривания поверхностного слоя, затраты тепловой энергии вследствие радиации и конвекции с поверхности тела незначительны, а теплофизические свойства материала не зависят от температуры.

В осесимметричной постановке данная задача рассмотрена в [1].

Рассматривается краевая задача теплопроводности в физически нелинейной постановке

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t}, \quad r \ge 0,\ z > 0,\ t > 0$$

$$T(r, z, 0) = 0,\ r \ge 0,\ z \ge 0$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = -Aq(r)\delta(t_s - t),\ r \ge 0,\ z = 0,\ t > 0$$