

Министерство образования и науки Украины
Сумский государственный университет

Любич А.И., Будник А.Ф.

**ОСНОВЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ
РАБОТ В МАТЕРИАЛОВЕДЕНИИ**

Рекомендовано ученым советом
Сумского государственного университета
как учебное пособие

Сумы
Изд-во СумГУ
2007

ББК 34.4я2

Л93

УДК 621.002+621.76+658.512(075.8)

*Рекомендовано до друку вченою радою
Сумського державного університету
(протокол № 8 від 15.03.2007 р.)*

Рецензенти:

д-р техн. наук, проф. В.І.Склабінський
(Сумський державний університет);
канд. техн. наук, доц. В.О.Пчелінцев
(Сумський державний університет)

Любич О.Й., Будник А.Ф.

Л93 Основи експериментальних робіт в матеріалознавстві:
Навчальний посібник. –Суми: Вид-во СумДУ, 2007. -178 с.

Посібник містить відомості про методи і засоби вимірювання лінійних величин, температур, механічних властивостей. Описано різні способи оцінки вимірювань та методологія експерименту і теоретичних досліджень в матеріалознавстві. Викладено механізми планування та проведення експерименту з необхідною точністю, прийняття рішень при виборі параметрів оптимізації, факторів, плану експериментів та інтерпретації одержаних результатів.

Для студентів-матеріалознавців III-IV рівнів акредитації, що вивчають дисципліну «Основи наукових досліджень і організація експерименту»

ББК 34.4я2

© О.Й.Любич, А.Ф.Будник, 2007

© Вид-во СумДУ, 2007

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	С.	5
1 Планирование эксперимента и его задачи.....		6
2 Методы исследований.....		15
2.1 Методология теоретических исследований.....		15
2.2 Методология эксперимента.....		22
2.3 Разработка плана-программы эксперимента.....		26
2.4 Статистические методы оценки измерений.....		31
2.5 Интервальная оценка с помощью доверительной вероятности.....		38
2.6 Установление минимального количества измерений.....		41
2.7 Проведение эксперимента.....		44
2.8 Методы графического изображения результатов измерений.....		49
3 Методы и средства измерения.....		53
3.1 Измерения и измеряемые величины.....		53
3.2 Измерения линейных размеров.....		56
3.2.1 Шкальные средства измерения.....		56
3.2.2 Пневматические измерительные приборы....		57
3.2.3 Индуктивные приборы.....		59
3.2.4 Механотроны.....		62
3.2.5 Оптико-механические и оптические прибо- ры.....		63
3.2.6 Акустические приборы.....		68
3.3 Измерения температуры.....		70
3.3.1 Механические термометры.....		70
3.3.2 Электрические контактные термометры.....		73
3.3.3 Бесконтактные методы измерения температуры.....		79
3.3.4 Цветовые индикаторы температуры.....		83
3.4 Механические испытания.....		87
3.4.1 Статические испытания.....		87
3.4.2 Испытания ударной нагрузкой.....		90

3.4.3 Испытания циклической нагрузкой.....	91
3.4.4 Измерения твердости.....	94
3.4.5 Испытания на износостойкость.....	97
3.4.6 Неразрушающие методы определения механических свойств и структуры.....	101
3.4.7 Методы определения остаточных напряжений.....	109
4 Математический метод планирования эксперимен- та.....	117
4.1 Основные определения.....	117
4.2 Параметр оптимизации.....	119
4.3 Факторы.....	121
4.4 Выбор модели исследуемого процесса.....	123
4.5 Выбор экспериментальной области факторного пространства.....	127
4.6 Выбор основного уровня	128
4.7 Выбор интервалов варьирования.....	129
4.8 Полный факторный эксперимент типа 2^K	132
4.8.1 Свойства полного факторного экспери- мента.....	134
4.8.2 Математическая модель полного факторно- го эксперимента.....	136
4.9 Дробный факторный эксперимент.....	141
4.10 Обработка результатов эксперимента.....	145
4.10.1 Реализация плана эксперимента.....	145
4.10.2 Ошибка параллельных опытов и проверка однородности дисперсий.....	147
4.10.3 Проверка значимости коэффициентов.....	149
4.10.4 Крутое восхождение по поверхности отклика.....	152
4.11 Примеры решения задач оптимизации.....	157
4.11.1 Пример 1.....	157
4.11.2 Пример 2.....	164
Список литературы.....	175

ПРЕДИСЛОВИЕ ОБ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

Планирование эксперимента и математическая обработка его результатов все больше входят в круг вопросов, необходимых студентам-материаловедам при выполнении курсовых работ, проектов и выпускных квалификационных работ бакалавра, специалиста и магистра по специальности 090101 «Прикладное материаловедение». Усвоение и использование методов планирования эксперимента позволяют повысить его эффективность и значимость.

Так как основой эксперимента являются измерения, то в этом пособии излагаются сведения о методах и средствах измерения линейных величин, температуры и механических свойств. Описаны различные методы оценки измерений, а также методологии эксперимента и теоретических исследований в материаловедении.

Данная работа поможет изучить и осуществить на практике проведение планирования эксперимента при поиске оптимальных решений, установить факторы, наиболее сильно влияющие на эксперимент; провести эксперименты с достаточно высокой точностью; составить матрицу планирования экспериментов, а также провести анализ полученных результатов.

Описанный в настоящем пособии метод планирования эксперимента Бока-Уилсона является одним из простейших. Успешность его применения зависит от решения многих вопросов, связанных с принятием неформализованных решений при выборе параметров оптимизации, факторов, плана экспериментов и при интерпретации полученных результатов.

Овладение теорией планирования эксперимента даст исследователю точную логическую схему и способ решения материаловедческих задач на различных этапах исследования.

1 ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА И ЕГО ЗАДАЧИ

Важным фактором в повышении производительности труда инженеров и научных работников является автоматизация исследований, включающая в себя широкий круг задач - от моделирования творческого процесса, организации коллективов и планирования научных исследований на основе применения компьютерных методов до создания автоматизированных научных приборов, средств и систем автоматизации экспериментов. Однако все эти задачи неразрешимы без проведения экспериментов.

Эксперимент занимает главенствующее место среди способов получения информации о внутренних взаимосвязях явлений в природе и технике. Он является отправной точкой и критерием большинства наших знаний. Экспериментальные поиски часто ведутся в таких областях, где теоретически нельзя сделать каких-либо предвидений. С помощью экспериментальных данных, получаемых непосредственно от изучаемых объектов, проверяется истинность теоретических предпосылок. Чтобы представить себе масштабы повседневной экспериментальной работы, достаточно, наряду с натурными исследованиями, проводимыми в различных областях науки при проектировании новой техники, учесть также испытания образцов опытной и серийной продукции на тысячах заводов.

По мере роста сложности исследуемых процессов и явлений возрастают затраты на аппаратуру и проведение эксперимента. При этом постоянно возрастает сложность решаемых задач, а большой объем информации, необходимой для выяснения внутренних взаимосвязей, заставляет применять все более сложные комплексы для обработки информации [1].

Все чаще оказываются недоступными непосредственному измерению характеристики объектов испытаний, подлежащие определению в результате эксперимента. Вследствие этого совокупность технико-экономических

показателей, по которым проводится оценка испытуемого объекта или принимаются важные организационные и инженерные решения, не совпадает, как правило, с совокупностью параметров объекта, определяемых по результатам натурального эксперимента. Важной задачей является организация испытаний объектов, процессы функционирования которых носят сложный динамический характер и подвержены существенным влияниям изменяющихся условий внешней среды. В ходе испытаний собирается большое количество экспериментальных данных, требующих обработки и анализа. Разработка технического объекта (или технологического процесса) в большинстве случаев включает следующие этапы: лабораторная установка - опытная установка – промышленная экспериментальная установка, хотя установки, построенные в лабораторных условиях, во многом допускают экстраполяцию на промышленные установки. При этом продолжительность анализа и осмысливания результатов испытаний и их учета для корректировки характеристик новых изделий весьма значительна. Этот процесс хорошо иллюстрируется в отечественной и зарубежной практике соотношением: час испытаний — тысяча часов обработки.

Широкое применение экспериментальных методов привело к созданию теории эксперимента. Эта теория дает экспериментатору ответы на следующие вопросы:

- 1) как нужно организовать эксперимент, чтобы наилучшим образом решить поставленную задачу (в смысле затрат времени и средств или точности результатов);

- 2) как следует обрабатывать результаты эксперимента, чтобы получить максимальное количество информации об исследуемом объекте (или явлении);

- 3) какие обоснованные выводы можно сделать об исследуемом объекте по результатам эксперимента.

Основой теории эксперимента является математическая статистика, которая применима для анализа эксперимента в тех случаях, когда его результаты могут рассматриваться как случайные величины или случайные процессы. Это условие выполняется в большинстве исследований, поскольку, как правило, результаты эксперимента связаны с некоторой неопределенностью. Среди многих причин такой неопределенности можно назвать случайный характер исследуемых процессов, влияние неконтролируемых факторов, неконтролируемые изменения условий эксперимента и ошибки наблюдений. Сюда можно также отнести измерительные ошибки, причины которых кроются в несовершенстве приборов, методов измерений и устройств передачи данных. Влияние этих возмущений на результат наблюдений может во многих случаях рассматриваться как случайное.

Под влиянием статистики изменились методы анализа, оценки и представления результатов наблюдений. Под влиянием математической статистики стала изменяться и сама стратегия эксперимента. Теперь стало возможным говорить о возникновении математической теории эксперимента или, точнее, о теории экспериментальных исследований, базирующейся на математической статистике. Появился новый раздел математической статистики - планирование эксперимента.

Математическая теория эксперимента, формулируемая на языке математической статистики, становится метатеорией, поскольку в ней формулируются такие общие для всех экспериментаторов принципы, как принятие решений в условиях неопределенности, обработка результатов наблюдений, планирование эксперимента.

В варианте схемы классификации экспериментов могут быть приняты следующие обобщенные признаки: структура; стадия научных исследований, к которой отно-

сится эксперимент; организация; постановка задачи; способ проведения [1].

По структуре эксперименты делят на натурные, модельные и модельно-компьютерные (машинные). В натурном эксперименте средства экспериментального исследования взаимодействуют непосредственно с объектом исследования, в модельном - экспериментируют не с самим объектом, а с его заменителем - моделью. Модель здесь играет двойную роль. Во-первых, она является непосредственно объектом экспериментального исследования. Во-вторых, по отношению к изучаемому объекту модель выступает в качестве средства экспериментального исследования. Модельно-компьютерный эксперимент является разновидностью модельного эксперимента, при котором соответствующие характеристики изучаемого объекта вычисляются с помощью компьютера. Данный вид эксперимента отличается универсальностью и имеет широкую область применения.

По стадии научных исследований эксперименты делят на лабораторные, стендовые и промышленные. К лабораторным относятся эксперименты по изучению общих закономерностей различных явлений и процессов, по проверке научных гипотез и теорий. Стендовые испытания (исследования) проводят при необходимости изучить вполне конкретный процесс, протекающий в исследуемом объекте с определенными физическими, химическими и другими свойствами. По результатам стендовых испытаний судят о различных недоработках при расчетах или конструировании объекта (изделия, технологического процесса и др.), а также вырабатывают рекомендации относительно серийного выпуска изделия (материала) и условий его эксплуатации. Промышленный эксперимент проводят при создании нового изделия или процесса по данным лабораторных или стендовых испытаний, при оптимизации действующе-

го процесса, при проведении контрольно-выборочных испытаний качества выпускаемой продукции (материала).

С точки зрения организации экспериментов можно выделить обычные (рутинные), специальные (технические), уникальные и смешанные эксперименты. Обычные эксперименты проводятся в лабораторных условиях, как правило, по несложным методикам с использованием сравнительно простого экспериментального оборудования и сопряжены с однообразными измерениями и вычислениями, многократно повторяющимися в течение длительного промежутка времени. Специальные эксперименты связаны с созданием и исследованием разных материалов, приборов и аппаратов. Уникальные эксперименты проводятся на сложном экспериментальном оборудовании (типа ядерного реактора, радиоэлектронного микрокомплекса, синхротрона). Такие эксперименты отличаются большими объемами экспериментальных данных, высокой скоростью протекания исследуемых процессов, широким диапазоном измерения характеристик объектов исследования. Смешанные эксперименты содержат совокупность разнотипных экспериментов, объединенных единой программой исследования и связанных друг с другом результатами исследований.

Постановка задачи конкретного экспериментального исследования определяется уровнем сложности исследуемого объекта, степенью его изученности и требуемой степенью детализации его описания. Эти общие принципы постановки задач рассматриваются как составные элементы признака классификации. По этому признаку эксперименты по нахождению модели объекта исследования делят на классы [1]:

- 1) учитывающие наличие неоднородностей разного вида (например, неоднородность состава материалов, сы-

рья, различия во времени проведения отдельных опытов, в действиях лаборантов и т. д.);

2) рассчитанные на выявление механизма явлений (существенным в постановках задач экспериментов данного класса является исследование хорошо организованных объектов и достаточно высокий уровень априорной информации — построение моделей механизма явлений для плохо организованных объектов или при недостаточности априорной информации даже для хорошо организованных объектов затруднительно или невозможно);

3) учитывающие локальную область пространства его параметров, соответствующую экстремуму некоторого критерия оптимальности при наличии временного дрейфа (изменения) параметров;

4) учитывающие локальную область пространства его параметров, соответствующую экстремуму некоторого критерия оптимальности при отсутствии временного дрейфа параметров;

5) учитывающие степень влияния входных переменных на выходные переменные;

6) позволяющие преобразовать набор переменных объекта исследования;

7) рассчитанные на прогнозирование его поведения и др.

По способу проведения различают пассивные, активные, активные с программным управлением, активные с обратной связью и активно-пассивные эксперименты.

Пассивный эксперимент основан на регистрации входных и выходных параметров, характеризующих объект исследования без вмешательства в эксперимент в процессе его проведения, с применением математико-статистических методов только после окончания эксперимента для обработки собранных экспериментальных данных. Исследование влияния совокупности факторов на ре-

зультаты эксперимента производится при условии, что изменяется только один из факторов и фиксируются значения всех остальных. В сложных системах, в которых большое число воздействий не может контролироваться или управляться, это условие не выполняется.

В отличие от пассивного неуправляемого активный эксперимент предполагает возможность активного воздействия на исследуемый объект. При использовании методов активного эксперимента математическое описание строится в виде совокупности статических и динамических выходных характеристик объекта, которые регистрируются при подаче на его входы специальных возмущающих воздействий. При активном эксперименте можно оценить дисперсию ошибки, строго проверить адекватность модели и принять необходимые меры для выполнения условий, необходимых для применения метода множественного регрессионного анализа, используемого для обработки результатов эксперимента.

Активный эксперимент с программным управлением проводится по заранее составленному плану. В соответствии с этим планом экспериментатор воздействует на входные параметры исследуемого объекта, а выходные параметры, отражая реакцию исследуемого объекта на управляющие воздействия, позволяют выяснить природу происходящих процессов в объекте исследования.

В случае активного эксперимента с обратной связью, интерпретируя результаты на каждом шаге эксперимента, можно выбрать оптимальную стратегию управления экспериментом. Такие эксперименты можно проводить автоматически (без участия экспериментатора).

Активно-пассивный эксперимент характеризуется тем, что при его проведении одна часть данных просто регистрируется, а другая, кроме того, обрабатывается в процессе эксперимента и участвует в выработке управляющих воз-

действий. В таком эксперименте одна часть информации, получаемой от объекта, соответствует характеристикам, изменяющимся в соответствии с приложенными управляющими воздействиями, а другая отражает характеристики, не подверженные управляющим воздействиям.

Концепция выбора условий проведения экспериментов имеет основополагающее значение в теории планирования эксперимента. Область применения методов планирования эксперимента весьма обширна. Эти методы оказываются очень эффективными при проведении материаловедческих исследований в лабораторных условиях, в экспериментах на опытных, полупромышленных и промышленных установках.

Целью любого эксперимента является оценка качества технической системы. При этом различают ее статические и динамические характеристики, т. е. показатели качества самой системы как объекта производства, а также процесса ее функционирования, характеризующего степень приспособленности системы для решения поставленной перед ней задачи, для достижения цели операций, реализуемой этой системой. Качество процесса функционирования системы принято называть ее эффективностью. Таким образом, эффективность системы - это эффективность процесса функционирования системы.

Каждый исследуемый объект обладает совокупностью (множеством) свойств, определяющих качество объекта применительно к его назначению. При этом свойства объекта, не связанные с его назначением, считаются не влияющими на его качество. Каждое из свойств объекта можно описать количественно с помощью некоторой переменной, значение которой и характеризует его качество относительно этого свойства. Эту переменную называют показателем качества объекта, т. е. в общем случае показателем

тель качества объекта - это вектор, компонентами которого являются показатели его свойств.

Показатели качества объекта делят на два класса: функциональные и экономические. Функциональные показатели характеризуют свойства объекта, полезные в смысле его прямого назначения, его функций. Экономические показатели характеризуют, с одной стороны, затраты, необходимые для придания объекту требуемых качеств, а с другой - экономический эффект от его применения.

В соответствии с ГОСТ 15467 показатели качества объекта делят на единичные, комплексные и определяющие. Единичный показатель качества относится к одному из его свойств. Единичными показателями качества являются, например, погрешность измерительного прибора, быстродействие какого-либо автомата или компьютера, чувствительность приемного устройства и т. д. Комплексный показатель качества продукции относится к нескольким свойствам продукции (или объекта), определяющий такую совокупность ее свойств, по которой принято решение оценивать качество продукции. Определяющий показатель качества продукции может быть единичным и обобщенным. Таким образом, комплексный и обобщенный показатели качества определяют сложные свойства продукции и являются функциями от ее единичных показателей. Комплексными являются, например, показатели технического совершенства, среднестатистические затраты, комплексные затраты, эффект от эксплуатации технической системы, эффективность и др.

Поскольку по определению качество объекта характеризуется совокупностью его свойств, то оно, в свою очередь, также представляет собой обобщенное свойство объекта, которое само по себе еще не характеризует степени его соответствия назначению. Для этого служат показатели качества и критерии его оценки. Таким образом, следует

различать понятия «качество» (свойство) и «показатель качества» (числовая характеристика), а также понятия «показатель качества» и «критерий оценки качества» (совокупность условий).

Качество сложного объекта оценивают по результатам его испытаний. Для обеспечения требуемой достоверности и объективности получаемых оценок эксперимент должен проводиться в условиях, максимально приближенных к тем, в которых объект будет функционировать, при этом критерий оценки его качества должен содержать такие требования к объекту, удовлетворение которых обеспечит выполнение поставленной перед ними задачи.

В связи с этим возникает задача оптимального планирования эксперимента в смысле выбора его наилучшей схемы, т. е. плана, обеспечивающего при прочих равных условиях наибольшую надежность оценок качественных характеристик исследуемого объекта. Теория планирования эксперимента дает исследователю точную логическую схему и способ решения подобных задач на различных этапах исследования.

2 МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

2.1 Методология теоретических исследований

Теоретические исследования должны быть творческими, их целью является получение новой ценной информации.

Опровергнуть существующие или создать новые научные гипотезы, глубоко объяснить процессы или явления, которые раньше были непонятными или слабоизученными, связать воедино различные явления, т. е. найти стержень изучаемого процесса, научно обобщить большое количест-

во опытных данных - все это невозможно без теоретического творческого мышления.

Творческий процесс совершенствует известное решение. Совершенствование является процессом переконструирования объекта мышления в оптимальном направлении. Когда переработка достигает границ, определенных ранее поставленной целью, создается продукт умственного труда, например, гипотеза исследования, т. е. научное предвидение. Процесс совершенствования приводит к своеобразному, оригинальному решению. Оригинальность проявляется в самостоятельной, неповторимой точке зрения на процесс или явление.

Теоретическое исследование имеет несколько стадий: выбор проблемы, знакомство с известными решениями, отказ от известных путей решения аналогичных задач, перебор различных вариантов решения, решение. Творческое решение часто не укладывается в заранее намеченный план. Иногда оригинальные решения появляются «внезапно», после, казалось бы, длительных и бесплодных попыток. Часто удачные решения возникают у специалистов смежных областей, на которых не давит груз известных решений. Творческий процесс представляет по существу разрыв привычных представлений и взгляд на явления с другой точки зрения.

Собственные творческие мысли, оригинальные решения возникают тем чаще, чем больше сил, труда, времени затрачивается на постоянное обдумывание объекта исследования, чем глубже научный работник увлечен исследовательской работой. Успешное выполнение теоретических исследований зависит не только от кругозора, настойчивости и целеустремленности научного работника, но и от того, в какой мере он владеет методами и способами научно-

го исследования, и в первую очередь - диалектическим методом.

Важное место при выполнении теоретических исследований занимают способы дедукции и индукции. **Дедуктивный** - это такой способ исследования, при котором частные положения выводятся из общих. Так, на основе общих законов механики получают уравнения движения автомобиля. Этот способ определяет конечный результат исследования, базирующийся на определенных известных логических связях, за пределами которых он не может быть использован. Недостатком дедуктивного способа исследования являются ограничения, вытекающие из общих закономерностей, на основе которых исследуется частный случай. Чтобы всесторонне исследовать движение автомобиля, недостаточно знать лишь законы механики. Необходимо применить и другие принципы, вытекающие из анализа системы: «водитель - автомобиль - внешняя среда».

Индуктивный - это такой способ исследования, при котором по частным фактам и явлениям устанавливаются общие принципы и законы. Данный способ широко применяют в теоретических исследованиях. Так, Д.И. Менделеев, используя частные факты о химических элементах, сформулировал периодический закон. Однако при теоретических исследованиях используют как индукцию, так и дедукцию. Научный работник, обосновывая гипотезу научного исследования, устанавливает ее соответствие общим законам диалектики и естествознания (дедукция). В то же время гипотезу формулируют на основе частных фактов (индукция). Особую роль в теоретических исследованиях играют способы анализа и синтеза.

Анализ - это способ научного исследования, при котором явления расчленяются на составные части. **Синтез** - противоположный способ, заключающийся в исследова-

нии явления в целом, на основе объединения связанных друг с другом элементов в единое целое [2]. Так, выделяя минералы при исследовании цемента, применяют метод анализа; изучая цемент как систему, состоящую из минералов, используют метод синтеза. Способ синтеза позволяет обобщать понятия, законы, теории.

Методы анализа и синтеза взаимосвязаны, их одинаково используют в научных исследованиях. При анализе явлений и процессов возникает потребность рассмотреть большое количество факторов (признаков). Важно уметь выделить главное. В этом случае может быть применен способ **ранжирования**, с помощью которого исключают все второстепенное, не влияющее существенно на исследуемое явление. Этот метод допускает усиление основных и ослабление второстепенных факторов, позволяет изучать главные особенности процессов и явлений в равных условиях. Например, при изучении прогибов балок принимают постоянными сечения, расстояния между опорами, характер нагружения, температуру балки и т. д.

В научных исследованиях широко применяется способ **абстрагирования**, т. е. отвлечение от второстепенных факторов с целью сосредоточиться на важнейших особенностях изучаемого явления. Например, при исследовании работы какого-либо механизма анализируют расчетную схему, которая отображает основные, существенные свойства механизма.

В ряде случаев используют способ **формализации**. Сущность его состоит в том, что основные положения процессов и явлений представляют в виде формул и специальной символики.

Применение символов и других знаковых систем позволяет установить закономерности между изучаемыми фактами.

В теоретических исследованиях возможны два метода: **логический и исторический**. Логический метод включает в себя гипотетический и аксиоматический.

Гипотетический метод основан на разработке гипотезы, научного предположения, содержащего элементы новизны и оригинальности. Гипотеза должна полнее и лучше объяснять явления и процессы, подтверждаться экспериментально и соответствовать общим законам диалектики и естествознания. Этот метод исследования является основным, наиболее распространенным в прикладных науках [2].

Гипотеза составляет суть, методологическую основу, теоретическое предвидение, стержень теоретических исследований. Являясь руководящей идеей всего исследования, она определяет направление и объем теоретических разработок.

Сформулировать наиболее четко и полно рабочую гипотезу, как правило, трудно. От того, как сформулирована гипотеза, определяется степень ее приближения к окончательному теоретическому решению темы, т. е. трудоемкость и продолжительность теоретических разработок. Успех зависит от полноты собранной информации, глубины ее творческого анализа, стройности и целенаправленности, и методических выводов по результатам **анализа**, четко сформулированных целей и задач исследования, опыта и эрудиции научного работника [2].

На стадии формулирования гипотезы теоретическую часть необходимо расчленить на отдельные вопросы, что позволит упростить их проработку. Основой для проработки каждого вопроса являются теоретические исследования, выполненные различными авторами и организациями. Научный работник на основе их глубокой проработки, критического анализа и формулирования (в случае необходимо-

сти) своих предложений развивает существующие теоретические представления или предлагает новое, более рациональное теоретическое решение темы.

Аксиоматический метод основан на очевидных положениях (аксиомах), принимаемых без доказательства. По этому методу теория разрабатывается на основе дедуктивного принципа. Более широкое распространение он получил в теоретических науках (математика, математическая логика и др.).

Исторический метод позволяет исследовать возникновение, формирование и развитие процессов и событий в хронологической последовательности с целью выявить внутренние и внешние связи, закономерности и противоречия. Данный метод исследования используется преимущественно в общественных и главным образом в исторических науках. В прикладных же науках он применяется, например, при изучении развития и формирования тех или иных отраслей науки и техники. В соответствии с теорией познания между логическим и историческим методами существует единство, основанное на том, что любое логическое познание должно рассматриваться в историческом аспекте [2].

В прикладных науках основным методом теоретических исследований является гипотетический. Его методология включает в себя следующее: изучение физической, химической и т. п. сущности исследуемого явления с помощью описанных выше способов познания, формулирование гипотезы и составление расчетной схемы (модели) и ее изучение, анализ теоретических исследований и разработка теоретических положений.

Описание физической сущности исследуемого явления (или процесса) составляет основу теоретических разработок. Такое описание должно всесторонне освещать суть

процесса и базироваться на законах физики, химии, механики, физической химии и др. Для этого исследователь должен знать классические законы естественных наук и уметь их использовать применительно к рабочей гипотезе научного исследования. Процессы, встречающиеся в технике, имеют ряд общих принципиальных положений, так как протекают в соответствии с законами диалектики и основными законами термодинамики (первый, второй, третий).

В большинстве случаев одновременно развиваются два противоположных процесса. Например, кристаллизация материалов наряду со структурированием (синтезом прочности) сопровождается деструкцией, а при воздействии разрушающих нагрузок вместе с разрушением происходит упрочнение. На различных этапах одни процессы преобладают над другими. При больших механических нагрузках преобладают процессы разрушения, при небольших – возможно заметное упрочнение материалов. Для материалов раннего возраста характерно структурирование, позднего - деструкция. Кроме того, процессы и явления при этом обладают свойствами инерционности, наследственности, периодичности. Многие из этих процессов развиваются по принципу цепных реакций

$\left(\frac{dy}{dt} = Ky^m\right)$ или по принципу теплопроводности $\left(\frac{dt}{d\tau} = a\nabla^2 t\right)$. Наряду с детерминированными в технике

широко распространены и случайные процессы, особенно это относится к планированию, организации и управлению.

Учитывая изложенное, можно более эффективно и экономично сформулировать гипотезу научного исследования и наметить план его выполнения.

Этап теоретических разработок научного исследования включает в себя следующие основные разделы: анализ физической сущности процессов, явлений; формулирование гипотезы исследования, устройство, разработка физической модели; проведение математического исследования; анализ теоретических решений, формулирование выводов [2].

Может быть принята и другая структура теоретической части исследования. Например, если не удастся выполнить математическое исследование, то формулируют рабочую гипотезу в словесной форме, привлекая графики, таблицы и др. Однако в технических науках необходимо стремиться к применению математизации выдвинутых гипотез и других научных выводов.

2.2 Методология эксперимента

Наиболее важной составной частью научных исследований являются эксперименты.

Экспериментальное исследование - один из основных способов получить новые научные знания. В его основе лежит эксперимент, представляющий собой научно поставленный опыт или наблюдение явления в точно учитываемых условиях, позволяющих следить за его ходом, управлять им, воссоздавать его каждый раз при повторении этих условий. От обычного, обыденного, пассивного наблюдения эксперимент отличается активным воздействием исследователя на изучаемое явление.

Основная цель эксперимента - проверка теоретических положений (подтверждение рабочей гипотезы), а также более широкое и глубокое изучение темы научного исследова-

дования. Эксперимент должен быть проведен по возможности в кратчайший срок с минимальной затратой материальных и денежных средств при самом высоком качестве полученных результатов.

Различают эксперименты естественные и искусственные. **Естественные** эксперименты характерны для социальных явлений (социальный эксперимент) в обстановке, например, производства, быта и т.п. **Искусственный** эксперимент широко применяется во многих отраслях и в первую очередь в технических науках. В этом случае изучают явление, изолированное до требуемой степени, чтобы оценить его в количественном и качественном отношении. Иногда возникает необходимость провести поисковые экспериментальные исследования. Они необходимы в том случае, если затруднительно классифицировать все факторы, влияющие на изучаемое явление вследствие отсутствия достаточных предварительных данных. На основе предварительного эксперимента строится программа исследований в полном объеме.

Экспериментальные исследования делятся на лабораторные и производственные [2].

Лабораторные опыты проводят с применением типовых приборов, специальных моделирующих установок, стендов, оборудования и т. д. Эти исследования позволяют наиболее полно и доброкачественно, с требуемой повторяемостью изучить влияние одних характеристик при варьировании других. Лабораторные опыты при достаточно полном научном обосновании эксперимента (математическое планирование) позволяют получить хорошую научную информацию с минимальными затратами. Однако такие эксперименты не всегда полностью моделируют реальный ход изучаемого процесса, поэтому возникает потребность в проведении производственного эксперимента.

Производственные экспериментальные исследования имеют целью изучить процесс в реальных условиях с учетом воздействия различных случайных факторов производственной среды.

Такие эксперименты проводят на строящихся объектах, заводах, эксплуатируемых дорогах, зданиях и сооружениях. Вследствие, как правило, громоздкости опыта требуется особо тщательное продуманное планирование эксперимента. Важную роль играет обоснование минимального потребного количества измерений.

Одной из разновидностей производственных экспериментов является собирание материалов в организациях, которые накапливают по стандартным формам те или иные данные. Ценность этих материалов заключается в том, что они систематизированы за многие годы по единой методике. Такие данные хорошо поддаются обработке методами статистики и теории вероятностей.

В ряде случаев производственный эксперимент эффективно проводить методом анкетирования. Для изучаемого процесса составляют тщательно продуманную методику. Основные данные собирают методом опроса производственных организаций по предварительно составленной анкете. Этот метод позволяет собрать очень большое количество данных наблюдений или измерений изучаемому вопросу. К результатам анкетных данных следует относиться с особой тщательностью, поскольку они не всегда содержат достаточно надежные данные. Особую роль здесь играет метод статистической чистки измерений.

Производственные экспериментальные исследования могут быть заменены опытами на специальных стендах: стендовые испытания позволяют производить исследования без нарушения технологического производственного ритма, что повышает эффективность использования при-

меняемого в эксперименте оборудования, машин и приборов.

В зависимости от темы научного исследования объем экспериментов может быть различным. В лучшем случае для подтверждения рабочей гипотезы достаточно лабораторного эксперимента, в худшем - приходится проводить серию экспериментальных исследований: предварительные (поисковые), лабораторные, стендовые на эксплуатируемом объекте [2].

В ряде случаев на эксперимент затрачивается много средств, научный работник производит огромное количество наблюдений и измерений, получает множество диаграмм, графиков, выполняет неоправданно большое количество испытаний. На обработку и анализ такого эксперимента затрачивается много времени. Иногда оказывается, что выполнено много лишнего, ненужного. Все это возможно, когда экспериментатор четко не обосновал цель и задачи эксперимента. В других случаях результаты длительного обширного эксперимента неполностью подтверждают рабочую гипотезу научного исследования. Как правило, это также свойственно для эксперимента, четко не обоснованного целью и задачами. Поэтому, прежде чем приступить к экспериментальным исследованиям, необходимо разработать методологию эксперимента.

Методология эксперимента - это общие принципы, структура эксперимента, его постановка и последовательность выполнения экспериментальных исследований. Методология эксперимента включает в себя следующие основные этапы: разработку плана-программы эксперимента; оценку измерений и выбор средств для проведения эксперимента; проведение эксперимента; обработку и анализ экспериментальных данных, установление адекватности.

Приведенное количество этапов справедливо для традиционного эксперимента. Наряду с этим широко применяют математическую теорию эксперимента, позволяющую резко повысить точность и уменьшить объем экспериментальных исследований. В этом случае методология эксперимента включает такие этапы: разработку плана-программы эксперимента, оценку измерений и выбор средств для проведения эксперимента, математическое планирование эксперимента с одновременным проведением экспериментального исследования, обработкой и анализом полученных данных.

2.3 Разработка плана-программы эксперимента

План-программа включает наименование темы исследования, рабочую гипотезу, методику эксперимента, перечень необходимых материалов, приборов, установок, список исполнителей эксперимента, календарный план работ и смету на выполнение эксперимента. В ряде случаев включают работы по конструированию и изготовлению приборов, аппаратов, приспособлений, методическое их обследование, а также программы опытных работ на заводах и т. п.

Основу плана-программы составляет **методика эксперимента**. Методика представляет собой систему приемов или способов для последовательного, наиболее эффективного экспериментального исследования и включает в себя: цель и задачи эксперимента; выбор варьирующих факторов; обоснование средств и потребного количества измерений; описание проведения эксперимента, обоснование способов обработки и анализа результатов эксперимента.

Определение цели и задачи эксперимента - один из наиболее важных этапов. На основе анализа информации, гипотезы и теоретических разработок обосновывают цель и задачи эксперимента. Вся научная информация позволяет в той или иной степени судить об ожидаемых закономерностях изучаемого процесса, а следовательно, и определить задачи эксперимента. Четко, конкретно обоснованные задачи - это большой вклад в их решение. Количество задач не должно быть слишком большим (3-4 задачи), в большом исследовании их может быть 8-10 [2].

Выбор варьирующих факторов - это установление основных и второстепенных характеристик, влияющих на исследуемый процесс. Вначале анализируют расчетные (теоретические) схемы процесса. На основе этого классифицируют все факторы и составляют из них убывающий по важности для данного эксперимента ряд. Правильный выбор основных и второстепенных факторов играет важную роль в эффективности эксперимента, поскольку эксперимент сводится к нахождению зависимостей между этими факторами. В отдельных случаях сразу трудно выявить роль основных и второстепенных факторов. При этом необходимо выполнить небольшой по объему предварительный поисковый опыт.

Основным принципом установления степени важности характеристики является ее роль в исследуемом процессе. Для этого изучают процесс в зависимости от какой-то одной переменной при остальных постоянных. Такой принцип проведения эксперимента оправдывает себя только в тех случаях, когда переменных характеристик мало (1-3). Если же переменных величин много, целесообразен принцип **многофакторного** анализа.

Обоснование средств измерений - это выбор необходимых для наблюдений и измерений приборов, оборудования, машин, аппаратов и др. Экспериментатор должен быть хорошо ознакомлен с выпускаемой измерительной аппаратурой. Ежегодно издаются каталоги на средства измерения, по которым можно заказать выпускаемые приборостроением те или иные средства измерений. В первую очередь используют стандартные, серийно выпускаемые машины и приборы, работа на которых регламентируется инструкциями, ГОСТами и другими официальными документами [2].

В отдельных случаях возникает потребность в создании уникальных приборов, аппаратов, установок, стендов, машин для разработки темы. При этом разработка и конструирование приборов других средств должны быть тщательно обоснованы теоретическими расчетами и практическими соображениями о возможности изготовления оборудования. Создавая новые приборы, необходимо использовать готовые узлы выпускаемых или реконструировать существующие приборы.

Очень ответственной частью является установление точности измерений и погрешностей. Методы измерений должны базироваться на законах специальной науки - метрологии, изучающей средства и методы измерений.

При экспериментальном исследовании одного и того же процесса (наблюдения и измерения) повторные отсчеты на приборах, как правило, не одинаковы. Отклонения объясняются различными причинами - неоднородностью свойств изучаемого тела (металл, полимер, композит т. д.), несовершенностью приборов и классом их точности, субъективными особенностями экспериментатора и др. Чем

больше случайных факторов, влияющих на опыт, тем больше отклонения отдельных измерений от среднего значения, что требует повторных измерений, следовательно, необходимо дать их потребное минимальное количество. Под потребным минимальным количеством измерений понимают такое их количество, которое в данном опыте обеспечивает устойчивое среднее значение измеряемой величины, удовлетворяющее заданной степени точности. Установление потребного минимального количества измерений имеет большое значение, поскольку обеспечивает получение наиболее объективных результатов при минимальных затратах времени средств.

В методике подробно проектируют процесс проведения эксперимента. Вначале составляют последовательность (очередность) проведения операций измерений и наблюдений. Затем тщательно описывают каждую операцию в отдельности с учетом выбранных средств для проведения эксперимента. Большое внимание уделяют методам контроля качества операций, обеспечивающих при минимальном (ранее установленном) количестве измерений высокую надежность и заданную точность. Разрабатывают формы журналов для записи результатов наблюдений и измерений.

Важным разделом методики является выбор методов обработки и анализа экспериментальных данных. Обработка данных сводится к систематизации всех цифр, классификации, анализу. Результаты экспериментов должны быть сведены в удобочитаемые формы записи - таблицы, графики, формулы, номограммы, позволяющие быстро сопоставлять полученные результаты.

Особое внимание в методике должно быть уделено математическим методам обработки и анализу опытных данных - установлению эмпирических зависимостей, аппроксимации связей между варьируемыми характеристиками, нахождению критериев и доверительных интервалов и др. Далее определяют объем и трудоемкость экспериментальных исследований, которые зависят от глубины теоретических разработок, степени точности принятых средств измерений. Чем четче сформулирована теоретическая часть исследования, тем меньше объем эксперимента. Возможны три случая результатов проведения эксперимента.

1 Теоретически получена аналитическая зависимость, которая однозначно определяет исследуемый процесс. Например, $y = 3e^{-2x}$. В этом случае объем эксперимента для подтверждения данной зависимости минимален, поскольку функция однозначно определяется экспериментальными данными.

2 Теоретическим путем установлен только характер зависимости. Например, $y = ae^{-bx}$. В этом случае задано семейство кривых. Экспериментальным путем необходимо определить a и b . При этом объем эксперимента возрастает.

3 Теоретически не удалось получить каких-либо зависимостей. Разработаны только предположения о качественных закономерностях процесса. Во многих случаях целесообразен поисковый эксперимент. Объем экспериментальных работ возрастает. Здесь уместен метод математического планирования эксперимента. На объем и трудоемкость существенно влияет вид эксперимента. После установления объема экспериментальных работ составляют перечень необходимых средств измерений, объ-

ем материалов, список исполнителей, календарный план и смету расходов. План-программу рассматривает научный руководитель, а также обсуждают в научном коллективе и утверждают в установленном порядке [2].

2.4 Статистические методы оценки измерений

Измерения являются основной составной частью любого эксперимента. От тщательности измерений и последующих вычислений зависят результаты эксперимента. Поэтому каждый экспериментатор должен знать закономерности измерительных процессов: уметь правильно измерить изучаемые величины; оценить погрешности при измерениях; правильно, с требуемой точностью вычислить значения величин и их минимальное количество; определить наилучшие условия измерений, при которых ошибки будут наименьшими, и произвести общий анализ результатов измерений.

Измерение - это процесс нахождения какой-либо физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств, это познавательный процесс сравнения величины чего-либо с известной величиной, принятой за единицу (эталон).

Теорией и практикой измерений занимается специальная наука - **метрология**.

Измерения бывают статическими, когда измеряемая величина не изменяется, и динамическими, когда измеряемая величина меняется. Кроме того, измерения разделяются на прямые и косвенные.

При прямых измерениях искомую величину устанавливают непосредственно из опыта, при косвенных - функ-

ционально от других величин, определенных прямыми измерениями $b = f(a)$, где b найдено с помощью косвенных измерений, а a - с помощью прямых измерений.

Различают три класса измерений.

Особо точные - эталонные измерения с максимальной возможной точностью. Этот класс редко применяется в экспериментальных исследованиях машиностроительного производства. **Высокоточные** - измерения, погрешность которых не должна превышать заданных значений. Этот класс измерений используют при некоторых наиболее ответственных экспериментах, а также для контрольно-поверочных измерений приборов. **Технические** измерения, в которых погрешность определяется особенностями средств измерения.

Различают также абсолютные измерения и относительные. **Абсолютные** - это прямые измерения в единицах измеряемой величины, например, абсолютная влажность образца w в процентах.

Относительные - измерения, представленные отношением измеряемой величины к одноименной величине, принимаемой за сравнимую. Например, относительная влажность образца w/w_T , где w_T - абсолютная влажность образца границы текучести. Результаты измерений оценивают различными показателями.

Погрешность измерения - это алгебраическая разность между действительным значением измеряемой величины x_q и полученным при измерении x_i . Измерение x_q - это такое значение измеряемой величины, которое заведомо точнее, чем получаемое при измерении. С некоторым допущением x_q можно считать истинным или точным значением величины

$$\varepsilon = x_q - x_i.$$

Значение ε называют **абсолютной ошибкой измерения**. **Относительная ошибка** измерения, %:

$$\delta = \pm \frac{\varepsilon}{x_q} \cdot 100 \quad (2.1)$$

Точность измерения - это степень приближения измерения к действительному значению величины.

Достоверность измерения показывает степень доверия к результатам измерения, т. е. вероятность отклонений измерения от действительных значений.

Чтобы повысить точность и достоверность измерений, необходимо уменьшить погрешности. Погрешности при измерениях возникают вследствие ряда причин:

- несовершенства методов и средств измерений;
 - недостаточно тщательного проведения опыта;
 - влияния различных внешних факторов в процессе опыта;
 - субъективных особенностей экспериментатора и др.
- Эти причины являются результатом действия многих факторов.

Погрешности классифицируют на систематические и случайные.

Систематические - это такие погрешности измерений, которые при повторных экспериментах остаются постоянными (или изменяются по известному закону). Если численные значения этих погрешностей известны, их можно учесть во время повторных измерений.

Случайными называют погрешности, возникающие чисто случайно при повторном измерении. Эти измерения не могут быть исключены как систематические. Однако при наличии многократных повторов с помощью стати-

стических методов можно исключить наиболее отклоняющиеся случайные измерения.

Разновидностью случайных погрешностей являются **грубые погрешности или промахи**, существенно превышающие систематические или случайные погрешности. Промахи и грубые погрешности вызваны, как правило, ошибками экспериментатора. Их легко обнаружить. В расчет эти погрешности не принимаются и при вычислении x_q их исключают. Таким образом, можно записать

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \quad (2.2)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ - систематические и случайные погрешности измерений.

В процессе эксперимента трудно отделить систематические погрешности от случайных. Однако при тщательном и многократном эксперименте все же можно исключить систематические погрешности (ошибки). Основная задача измерений заключается в том, чтобы получить по возможности результаты измерений с меньшими погрешностями. Ниже рассмотрены основные принципы и методы устранения систематических и случайных ошибок.

Систематические погрешности можно разделить на пять групп.

Первая - инструментальные погрешности, возникающие вследствие нарушений средств измерений дополнительных люфтов или трения, неточности градуировочной шкалы, износа и старения узлов и деталей средств измерения и т. п.

Вторая - погрешности, которые возникают из-за неправильной установки средств измерений.

Третья - погрешности, возникающие в результате действия внешней среды: высоких температур воздуха, маг-

нитных и электрических полей, атмосферного давления и влажности воздуха, вибрации и колебаний от движущихся частей и др.

Четвертая - субъективные погрешности, возникают вследствие индивидуальных физиологических, психофизиологических, антропологических свойств человека.

Пятая - погрешности метода. Они появляются в результате необоснованного метода измерений (при различных упрощениях схем или функциональных зависимостей, отсутствии теоретических обоснований метода измерения, малом количестве повторностей и др.).

Систематические погрешности могут быть постоянными или переменными, увеличивающимися или уменьшающимися в процессе эксперимента. Их обязательно нужно исключать. Известны случаи, когда из-за наличия систематических погрешностей делались неправильные научные выводы из эксперимента. Систематические ошибки (погрешности) могут быть устранены следующими методами.

Часто от систематических погрешностей всех групп можно избавиться до начала эксперимента путем регулировки или ремонта средств измерения, тщательной проверки установки средств измерений, устранения нежелательных воздействий внешней среды. Особое внимание должно быть уделено обоснованию теории и методики измерений. Одним из эффективных методов устранения систематических ошибок 1-3 групп является исключение их в процессе эксперимента. Основным принципом этого исключения является повторное измерение величин.

Применяют также метод замещения. При измерении x вместо исследуемого объекта устанавливают эталониро-

ванный, заранее измеренный с высокой точностью. Разность в измерениях позволит найти погрешность измерительного средства.

Если все же нельзя установить значение систематических погрешностей, то ограничиваются оценкой их границ.

Случайные погрешности. При проведении с одинаковой тщательностью тех или иных экспериментов результаты измерений одной и той же величины (даже с учетом известного закона систематических погрешностей), как правило, отличаются между собой. Как отмечалось выше, это свидетельствует о наличии случайных погрешностей. Каждый экспериментатор, анализируя результаты измерений, должен уметь правильно оценить неизбежно возникающие случайные погрешности. К случайным ошибкам относят также, как уже известно, промахи и грубые погрешности.

Наиболее типичными причинами промахов являются ошибки при наблюдениях: неправильный отсчет по шкале измерительных приборов, описки (ошибки) при записи результатов измерений, различные манипуляции с приборами или их отдельными узлами (перестановка, замена блоков, проверка и др.). Грубые погрешности возникают вследствие неисправности приборов, а также внезапно изменившихся условий эксперимента.

Анализ случайных погрешностей основывается на **теории случайных ошибок**. Эта теория дает возможность с определенной гарантией вычислить действительное значение и оценить возможные ошибки, по которым судят о действительном значении искомой величины.

В основе теории случайных ошибок лежат предположения о том, что при большом числе измерений случайные

погрешности одинаковой величины, но разного знака встречаются одинаково часто; большие погрешности встречаются реже, чем малые, или вероятность появления погрешности уменьшается с ростом ее величины, при бесконечно большом числе измерений истинное значение измеряемой величины равно среднеарифметическому значению всех результатов измерений: появление того или иного результата измерения как случайного события описывается нормальным законом распределения.

Различают генеральную и выборочную совокупность измерений. Под генеральной совокупностью подразумевают все множество возможных значений измерений x_i или возможных значений погрешностей Δx_i . Для выборочной совокупности измерений n ограничено и в каждом конкретном случае строго определяется. Обычно считают, что если $n > 30$, то среднее значение данной совокупности измерений \bar{x} достаточно приближается к его истинному значению.

Теория случайных ошибок позволяет решить две основные задачи: оценить точность и надежность измерения при данном количестве замеров; определить минимальное количество замеров, гарантирующее требуемую (заданную) точность и надежность измерения. Наряду с этим возникает необходимость исключить грубые ошибки ряда, определить достоверность полученных данных и др. Рассмотрим основные задачи.

2.5 Интервальная оценка с помощью доверительной вероятности

Для большой выборки и нормального закона распределения общей оценочной характеристикой измерения являются дисперсия σ и коэффициент вариации K_v [2]:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}; \quad K_v = \frac{\sigma}{\bar{x}}. \quad (2.3)$$

Дисперсия характеризует однородность измерения. Чем выше σ , тем больше разброс измерений. Коэффициент вариации характеризует изменчивость. Чем выше K_v , тем больше изменчивость измерений относительно средних значений. K_v оценивает также разброс при оценке нескольких выборок.

Доверительным называется интервал значений x_i , в который попадает истинное значение x_d измеряемой величины с заданной вероятностью. Доверительной вероятностью (достоверностью) измерения называется вероятность P_d того, что истинное значение x_d измеряемой величины попадает в данный доверительный интервал. Эта величина определяется в долях единицы или в процентах. Необходимо установить вероятность того, что x_d попадет в зону $a \leq x_d \leq b$, где a и b – крайние точки установления доверительной вероятности. Доверительная вероятность P_d описывается выражением

$$P_d = P(a < m(x) < b) = \frac{1}{2} \left[\Phi\left(\frac{b - \bar{x}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a - \bar{x}}{\sigma}\right) \right], \quad (2.4)$$

где $\Phi(t)$ - функция Лапласа, аргументом которой является отношение μ к среднеквадратичному σ , т.е.

$$t = \mu/\sigma, \quad (2.5)$$

$\mu = v - \bar{x}$; $\mu = -(a - x)$, t - гарантийный коэффициент;

$m(x)$ – истинное значение измеряемой величины.

Функция $\Phi(t)$ - это интегральная функция Лапласа:

$$\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2n}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (2.6)$$

Численные значения $\Phi(t)$ приведены в табл. 2.1

В этой задаче возможен другой вариант. На основе определенных данных установлена доверительная вероятность P_d . Очень часто ее принимают равной 0,9011; 0,9545; 0,9973. Необходимо установить точность измерений, т. е. доверительный интервал 2μ .

Поскольку $P_d = \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)$, то по табл. 2.1 обратным

интерполированием можно определить половину доверительного интервала

$$\mu = \sigma_{\text{arg}} \Phi(P_d) = \sigma t, \quad (2.7)$$

где $\text{arg} \Phi(P_d)$ - аргумент функции Лапласа или при $n < 10$ - Стьюдента (табл. 2.2). Доверительный интервал характеризует точность измерения данной выборки, а доверительная вероятность - достоверность измерения.

Таблица 2.1 – Численные значения интегральной функции Лапласа

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0,00	0,0000	0,75	0,5467	1,50	0,8664
0,05	0,0399	0,80	0,5763	1,55	0,8789
0,10	0,0797	0,85	0,6047	1,60	0,8904
0,15	0,1192	0,90	0,6319	1,65	0,9011
0,20	0,1585	0,95	0,6579	1,70	0,9109
0,25	0,1974	1,00	0,6827	1,75	0,9199

Продолжение табл. 2.1

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0,30	0,2357	1,05	0,7063	1,80	0,9281
0,30	0,2357	1,05	0,7063	1,80	0,9281
0,35	0,2737	1,10	0,7287	1,85	0,9357
0,40	0,3108	1,15	0,7419	1,90	0,9426
0,45	0,3473	1,20	0,7699	1,95	0,9488
0,50	0,3829	1,25	0,7887	2,00	0,9545
0,55	0,4177	1,30	0,8064	2,25	0,9756
0,60	0,4515	1,35	0,8230	2,50	0,9876
0,65	0,4843	1,40	0,8385	3,00	0,9973
0,70	0,5161	1,45	0,8529	4,00	0,9999

Пример. Выполнено 30 измерений прочности покрытия труб химической аппаратуры. При этом средний модуль упругости покрытия $E_c = 170$ МПа. Вычисленное значение среднеквадратичного отклонения оказалось $\sigma = 3,1$ МПа. Определить точность и достоверность эксперимента.

Требуемую точность измерений определим для разных уровней доверительной вероятности, приняв соответственно значения $\arg \Phi(t)$ по табл. 2.1: $P_d = 0,9011; 0,9545; 0,9973$;
 $\mu = \pm 3,1 \cdot 1,65 = 5,1; \pm 3,1 \cdot 2,0 = 6,2; \pm 3,1 \cdot 3 = 9,3$ МПа.

Следовательно, для данного средства и метода доверительный интервал возрастает примерно в два раза, если P_d увеличить только на 10%. Необходимо определить достоверность измерений для установленного доверительного интервала, например, $\mu = \pm 7$ МПа. По формуле (2.5)

$$t = \frac{\mu}{\sigma} = 7/3,1 = 2,26. \text{ По табл. 2.1 для } t = 2,26 \text{ определяем}$$

$P_d = 0,9876$. Это означает, что в заданный доверительный интервал из 100 измерений не попадают только три.

Значение $1-\Phi(t)$ называют уровнем значимости. Из него следует, что при нормальном законе распределения по-

грешность, превышающая доверительный интервал, будет встречаться один раз из n измерений:

$$n_n = \frac{P_d}{1 - P_d} \quad (2.8)$$

или иначе приходится браковать одно из n_n измерений.

Пример. Используя данные приведенного выше примера, вычислить количество измерений, из которых одно измерение превышает доверительный интервал.

По формуле (2.8) имеем для $P_d = 0,9$; $n = 0,9/(1 - 0,9) = 9$ измерений. Для P_d , равной 0,95 и 0,9973, соответственно 19 и 367 измерений.

2.6 Установление минимального количества измерений

Все экспериментальные исследования в технике, как уже отмечалось, базируются на измерениях. Для проведения опытов с необходимой точностью и достоверностью необходимо знать то количество измерений, при которых экспериментатор уверен в положительном исходе. Однако чрезмерно большое количество измерений требует значительных затрат времени и ресурсов. В связи с этим одной из первоочередных задач при статистических методах оценки является установление минимального, но достаточного для данных условий числа измерений.

Задача сводится к установлению минимального объема выборки (числа измерений) N_{min} при заданных значениях, доверительного интервала 2μ и доверительной вероятности. При выполнении измерений необходимо знать их точность Δ , которую обычно характеризуют σ_0 - среднеарифметическое значение среднеквадратичного отклонения σ :

$$\sigma_0 = \sigma / \sqrt{n}; \quad \Delta = \sigma_0 / \bar{x} \quad (2.9)$$

Значение σ_0 часто называют средней ошибкой. Доверительный интервал ошибки измерения Δ определяется аналогично, как и для измерений $\mu = t\sigma_0$. С помощью t легко

определить доверительную вероятность ошибки измерения из табл. 2.1 [2].

В исследованиях часто по заданной точности Δ и доверительной вероятности измерения определяют минимальное количество измерений, гарантирующих требуемые значения Δ и $\Phi(t)$.

Аналогично уравнению (2.7) с учетом (2.9) запишем

$$\mu = \sigma_{\text{arg}} \Phi(P_D) = \sigma_0 / \sqrt{nt} \quad (2.10).$$

Отсюда, полагая $N_{\min} = n$, имеем

$$N_{\min} = \frac{\sigma^2 t^2}{\sigma_0^2} = \frac{K_e^2 t^2}{\Delta^2}. \quad (2.11).$$

Здесь K_v — коэффициент вариации (изменчивости), %; Δ — точность измерений, %. Для вычисления N_{\min} может быть принята следующая последовательность.

1 Проводят предварительный эксперимент с количеством измерений n , которое составляет в зависимости от трудоемкости опыта от 20 до 50.

2 Вычисляют среднеквадратичное отклонение σ по уравнению (2.3).

3 В соответствии с поставленными задачами эксперимента устанавливают требуемую точность измерений μ , Δ , которая должна быть не менее точности прибора.

4 Устанавливают нормированное отклонение t , значение которого обычно задают; оно зависит также от точности метода. Например, при большой точности измерений можно принять $t = 3,0$, при малой — $t = 2,0$. Так, измеряя износостойкость материалов, можно принять $t = 2$, плотность, прочность, размеры тел — $t = 2,5-3,0$.

5 Из (2.10) определяют N_{\min} . В дальнейшем в процессе эксперимента число измерений не должно быть меньше N_{\min} .

Пример. При приемке сооружений термического цеха комиссия в качестве одного из параметров замеряет их ширину. Согласно временной инструкции требуется выполнять 25 измерений; допусаемое отклонение параметра + 0,1 м. Необходимо определить, с какой достоверностью

комиссия оценивает данный параметр. Предварительно вычисленное значение $\sigma = 0,4$ м.

Согласно инструкции $\Delta = 0,1$ м. Из уравнения (2.11) можно записать $t = \sqrt{n} \cdot \frac{\Delta}{\sigma} = \sqrt{25} \cdot \frac{0,1}{0,4} = 1,25$. В соответст-

вии с табл. 2.1 доверительная вероятность для $t = 1,25$ $P_d = 0,79$. Это низкая вероятность. Погрешность, превышающая доверительный интервал $2\mu = 0,2$ м, согласно выражению (2.8) будет встречаться один раз из $0,79/(1 - 0,79) = 3,76$, т.е. из 4 измерений. Это недопустимо. Вычислим минимальное количество измерений с доверительной вероятностью P_d , равной 0,9 и 0,95. По формуле (2.11) имеем $N_{min} = 0,4^2 \cdot 1,65^2/0,1^2 = 43$ измерения при $P_d = 0,90$ и 64 измерения при $P_d = 0,95$.

Оценки измерений с помощью σ и σ_0 по приведенным методам справедливы при $n > 30$. Для нахождения границ доверительного интервала при малых значениях применяют метод, предложенный в 1908 г. английским математиком В.С.Госсетом (псевдоним Стьюдент). Кривые распределения Стьюдента в случае $n \rightarrow \infty$ (практически при $n > 20$) переходят в кривые нормального распределения (рис. 2.1) [2].

Для малой выборки доверительный интервал

$$\mu_{ст} = \sigma_0 \alpha_{ст}, \quad (2.12)$$

где $\alpha_{ст}$ - коэффициент Стьюдента, принимаемый по табл. 2.2 в зависимости от значения доверительной вероятности $\Phi_{ст}$.

Зная $\mu_{ст}$, можно вычислить действительное значение изучаемой величины для малой выборки

$$x_d = \bar{x} \pm \mu_{ст}. \quad (2.13).$$

Возможна иная постановка задачи. По n известных измерений малой выборки необходимо определить доверительную вероятность P_d при условии, что погрешность среднего значения не выйдет за пределы $\pm\mu_{ст}$. Задачу решают в такой последовательности. Вычисляют среднее

значение \bar{x} , σ_0 и $\alpha_{cm} = \frac{\mu_{cm}}{\sigma_0}$. С помощью величины $\alpha_{ст}$, известного n и табл. 2.2 определяют доверительную вероятность.

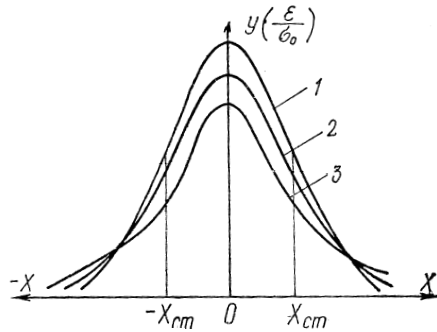


Рисунок 2.1 – Кривые распределения Стьюдента для различных значений n : 1 – $n \rightarrow \infty$; 2 – $n = 10$; 3 – $n = 2$

2.7 Проведение эксперимента

Проведение эксперимента является важнейшим и наиболее трудоемким этапом. Экспериментальные работы необходимо проводить в соответствии с утвержденным планом-программой и особенно методикой эксперимента. Приступая к эксперименту, окончательно уточняют методику его проведения, последовательность испытаний. Иногда при этом используют метод рандомизации, который заключается в том, что опыты проводят в случайной последовательности, определяемой с помощью перечня случайных чисел (табл.2.3). Этим способом исключают систематические ошибки, которые могут возникнуть при субъективном назначении последовательности испытаний.

Таблица 2.2 – Коэффициент Стьюдента [2]

n	Значение $\sigma_{ст}$ при Рд					
	0,80	0,90	0,95	0,99	0,995	0,999
2	3,080	6,31	12,71	63,70	127,30	637,20
3	1,886	2,92	4,30	9,92	14,10	31,60
4	1,638	2,35	3,18	5,84	7,50	12,94
5	1,533	2,13	2,77	4,60	5,60	8,61
6	1,476	2,02	2,57	4,03	4,77	6,86
7	1,440	1,94	2,45	3,71	4,32	5,96
8	1,415	1,90	2,36	2,50	4,03	5,40
9	1,397	1,86	2,31	3,36	3,83	5,04
10	1,383	1,83	2,26	3,25	3,69	4,78
12	1,363	1,80	2,20	3,11	3,50	4,49
14	1,350	1,77	2,16	3,01	3,37	4,22
16	1,341	1,75	2,13	2,95	3,29	4,07
18	1,333	1,74	2,11	2,90	3,22	3,96
20	1,328	1,73	2,09	2,86	3,17	3,88
30	1,316	1,70	2,04	2,75	3,20	3,65
40	1,306	1,68	2,02	2,70	3,12	3,55
50	1,298	1,68	2,01	2,68	3,09	3,50
60	1,290	1,67	2,00	2,66	3,06	3,46
∞	1,282	1,64	1,96	2,58	2,81	3,29

Таблица 2.3 - Перечень случайных чисел [2]

56	66	25	32	38	64	70	26	27	67	77	40	04	34	63	98
88	40	52	92	29	82	69	34	50	21	74	00	91	27	52	98
87	63	88	23	62	51	07	69	59	02	89	49	14	98	53	41
32	25	21	15	08	82	34	57	57	35	22	03	33	48	84	37
44	61	88	23	13	01	59	47	64	04	99	59	96	20	30	87
94	44	08	67	79	41	61	41	15	60	И	88	83	24	82	24
13	24	40	09	00	65	46	38	61	12	90	62	41	У	59	85
78	27	84	05	99	85	75	67	80	05	57	05	71	70	21	31
42	39	30	02	34	99	46	68	45	15	19	74	15	50	17	44
04	52	43	96	38	13	83	80	72	34	20	84	56	19	49	59
82	85	77	30	16	69	32	46	46	30	84	20	68	72	98	54
38	48	84	88	24	55	46	48	60	06	90	08	83	83	98	40
91	19	05	68	22	58	04	63	21	16	23	38	25	43	32	98
54	81	87	21	31	40	46	17	62	63	99	71	14	12	64	51
65	43	75	12	91	20	36	25	57	92	33	65	95	48	75	00
49	98	71	31	80	59	57	32	43	07	85	06	64	75	27	29
03	98	68	89	39	71	87	32	14	99	42	10	25	37	30	08
56	04	21	34	92	89	81	52	15	12	84	11	12	66	87	47
48	09	36	95	36	20	82	53	32	89	92	68	50	88	17	37
23	97	10	96	57	74	07	95	26	44	93	08	43	30	41	86
43	97	55	45	98	35	69	45	96	80	46	26	39	96	33	60
40	05	08	50	79	89	58	19	86	48	27	98	99	24	08	94
66	97	10	69	02	25	36	43	71	76	00	67	56	12	69	07
15	62	38	72	92	03	76	09	30	75	77	80	04	24	59	67

Допустим, необходимо определить последовательность проведения пяти опытов. Пронумеруем их: 1, 2, 3, 4, 5. Поставим им в соответствие любые пять последовательных чисел, взятых в любой строке или столбце случайных чисел, например, вторая строка: 88, 40 52, 92, 29, т. е. 1-88; 2-40; 3-52; 4-92; 5-29. Расположив случайные цифры в порядке возрастания (убывания), получим последовательность проведения опытов: 5, 2, 3, 1, 4 или 4, 1, 3, 2, 5.

При экспериментальном исследовании сложных процессов часто возникают случаи, когда ожидаемый результат получают позже, чем предусматривается планом. Поэтому, проводя научный эксперимент, необходимо про-

явить терпение, выдержку, настойчивость и довести эксперимент до получения результатов.

Особое значение имеет добросовестность при проведении экспериментальных работ. Экспериментатор должен фиксировать все характеристики исследуемого процесса, не допуская субъективного влияния на результаты измерений. Иногда исследователи, стремясь быстрее получить нужный результат, подтверждающий гипотезу, выбирают только те экспериментальные данные, которые хорошо согласуются с теоретическими предположениями. В этом случае иногда упускаются ценные данные об исследуемом процессе, которые впоследствии могут быть восстановлены с большим трудом.

В процессе проведения экспериментальных работ недопустима небрежность, которая приводит к большим искажениям, ошибкам. В связи с этим эксперименты повторяют, что увеличивает продолжительность исследования.

Обязательным требованием проведения эксперимента является ведение журнала. Форма журнала может быть произвольной, но должна наилучшим образом соответствовать исследуемому процессу с максимальной фиксацией всех факторов. В журнале отмечают тему НИР и тему эксперимента, фамилию исполнителя, время и место проведения эксперимента, характеристику окружающей среды, данные об объекте эксперимента и средства измерения, результаты наблюдений, а также другие данные для оценки получаемых результатов.

Журнал нужно заполнять аккуратно, без каких-либо исправлений. При получении в одном статистическом ряду результатов, резко отличающихся от соседних измерений, исполнитель должен записать все данные без искажений и указать обстоятельства, сопутствующие указанному измерению. Это позволит установить причины искажений и квалифицировать измерения как соответствующие реальному ходу процесса или как грубый промах. Если в про-

цессе измерения необходимы простейшие расчеты, то они должны быть выполнены безусловно.

При проведении эксперимента исполнитель должен непрерывно следить за средствами измерений: устойчивостью аппарата и установок, правильностью их показаний, характеристиками окружающей среды, не допускать посторонних лиц в рабочую зону. Исполнитель обязан систематически проводить рабочую поверку средств измерений. В случае, если рабочая поверка не обеспечивает требуемую точность приборов, эксперимент необходимо приостановить, а средства измерения передать на госповерку. Первостепенное внимание экспериментатор должен уделять контролю качества экспериментальных работ, т. е. обеспечивать надежность работы средств измерений, воспроизводимость измерений, соблюдать требуемую точность и достоверность получаемых результатов.

Одновременно с производством измерений исполнитель должен проводить предварительную обработку результатов и их анализ. Здесь особо должны проявляться его творческие способности. Такой анализ позволяет контролировать исследуемый процесс, корректировать эксперимент, улучшать методику и повышать эффективность эксперимента.

Важны при этом консультации с коллегами по работе и особенно с научным руководителем. В процессе экспериментальных работ необходимо соблюдать требования инструкций по экологии, технике безопасности, пожарной профилактике. Исполнитель должен уметь организовать рабочее место, руководствуясь принципами научной организации труда.

Особо тщательно необходимо соблюдать указанные требования при выполнении производственных экспериментов. Вследствие больших объемов работ и значительной их трудоемкости ошибки, допущенные в процессе эксперимента, могут существенно увеличить продолжительность исследований и уменьшить их точность.

Вначале результаты измерений сводят в таблицы по варьируемым характеристикам для различных изучаемых вопросов. Очень тщательно изучают сомнительные цифры, резко отличающиеся от статистического ряда наблюдений, от средних значений. При анализе цифр необходимо установить точность, с которой нужно производить обработку опытных данных. Точность обработки не должна быть выше точности измерений [2].

Особое место принадлежит анализу эксперимента. Это завершающая часть, на основе которой делают вывод о подтверждении гипотезы научного исследования. Анализ эксперимента - это творческая часть исследования. Иногда за цифрами трудно четко представить физическую сущность процесса. Поэтому требуется особо тщательное сопоставление фактов, причин, обуславливающих ход того или иного процесса и установление адекватности гипотезы и эксперимента.

2.8 Методы графического изображения результатов измерений

При обработке результатов измерений и наблюдений широко используют методы графического изображения. Результаты измерений, представленные в табличной форме, не позволяют достаточно наглядно характеризовать закономерности изучаемых процессов. Графическое изображение дает наиболее наглядное представление о результатах экспериментов, позволяет лучше понять физическую сущность исследуемого процесса, выявить общий характер функциональной зависимости изучаемых переменных величин, установить наличие максимума и минимума функции.

После обработки результатов измерений и оценки степени точности необходимо их свести в таблицы для анализа. Данные таких таблиц обрабатывают графическими методами.

Для графического изображения результатов измерений (наблюдений), как правило, применяют систему прямоугольных координат. Если анализируется графическим методом функция $y = f(x)$, то наносят в системе прямоугольных координат значения $x_1y_1, x_2y_2, \dots, x_ny_n$ (рис.2.2).

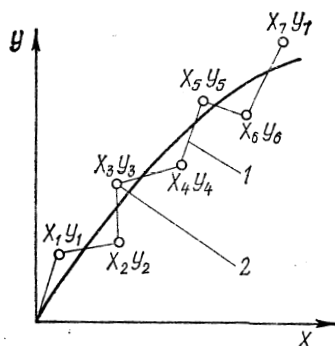


Рисунок 2.2 – Графическое изображение функции $y = f(x)$:
1 – кривая по результатам непосредственных измерений; 2 – плавная кривая

Прежде чем строить график, необходимо знать ход (течение) исследуемого явления. Как правило, качественные закономерности и форма графика экспериментатору ориентировочно известны из теоретических исследований.

Точки на графике необходимо соединять плавной линией так, чтобы она, по возможности, ближе проходила ко всем экспериментальным точкам. Если соединить точки прямыми отрезками, то получим ломаную кривую. Она характеризует изменение функции по данным эксперимента. Обычно функции имеют плавный характер. Поэтому при графическом изображении результатов измерений следует проводить между точками плавные кривые. Резкое искривление графика объясняется погрешностями измерений. Если бы эксперимент повторили с применением средств измерений более высокой точности, то получили

бы меньше погрешности, а ломаная кривая больше бы соответствовала плавной кривой.

Однако могут быть исключения. Так, иногда исследуются явления, для которых в определенных интервалах наблюдается быстрое скачкообразное изменение одной из координат (рис. 2.3). В таких случаях необходимо особо тщательно соединять точки кривой. Общее «осреднение» всех точек плавной кривой может привести к тому, что скачок функции подменяется погрешностями измерений [2].

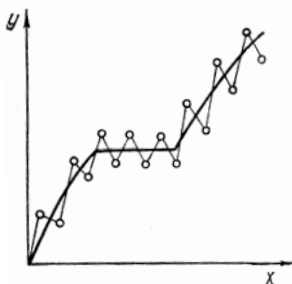


Рисунок 2.3 – Графическое изображение функции $y = f(x)$ при наличии скачка

Иногда при построении графика одна - две точки резко удаляются от кривой. Вначале нужно проанализировать физическую сущность явления, и если нет основания полагать наличие скачка функции, то такое резкое отклонение можно объяснить грубой ошибкой или промахом. Это может возникнуть тогда, когда данные измерений предварительно не исследовались на наличие грубых ошибок измерений. В таких случаях необходимо повторить измерение в диапазоне резкого отклонения точки. Если прежнее измерение оказалось ошибочным, то на график наносят новую точку. Если же повторные измерения дадут прежнее значение, необходимо к этому интервалу кривой отнестись очень внимательно и особо тщательно проанализировать физическую сущность явления. Часто при графическом

изображении результатов экспериментов приходится иметь дело с тремя переменными: $b = f(x, y, z)$.

В этом случае применяют метод разделения переменных. Одной из величин z в пределах интервала измерений $z_1 - z_n$ задают несколько последовательных значений. Для двух остальных переменных x и y (при $z_i = \text{const}$) строят графики $y = f_1(x)$. В результате на одном графике получают семейство кривых $y = f_1(x)$ для различных значений z (рис. 2.4).

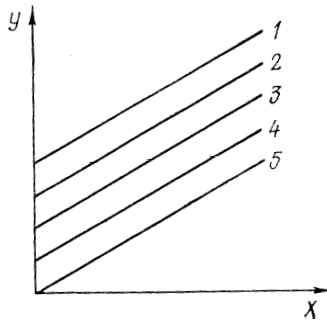


Рисунок 2.4 - Графическое изображение функции $b = f(x, y, z)$:
1 - z_5 ; 2 - z_4 ; 3 - z_3 ; 4 - z_2 ; 5 - z_1

Если необходимо графически изобразить функцию с четырьмя и более переменными $a = f(b, x, y, z)$, то строят серию графиков типа предыдущих (рис. 2.4), но каждый из них при $b_1, \dots, b_n = \text{const}$, или принимают из N переменных $N - 1$ постоянными и строят графики: вначале $N - 1 = f_1(x)$, далее $N - 2 = f_2(x)$, $N - 3 = f_3(x)$ и т. д. Таким образом, можно проследить изменение любой переменной величины в функции от других при постоянных значениях остальных. Этот метод графического анализа требует тщательности, большого внимания к результатам измерений. Однако он в большинстве случаев является наиболее простым и наглядным [2].

3 МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЯ

3.1 Измерения и измеряемые величины

Измерение является одним из важнейших путей познания. Его определяют как нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств. Измерение дает количественную оценку физической величины на основе измерительного преобразования, при котором устанавливается взаимно однозначное соответствие между размерами измеряемой (преобразуемой) и преобразованной величин, сохраняющее для некоторого множества размеров преобразуемой величины все определенные для нее отношения и операции.

Физическая величина - свойство, общее в качественном отношении для многих физических объектов (физических систем, их состояний и происходящих в них процессов), но индивидуальное в количественном отношении для каждого объекта. Размер физической величины отражает количественное содержание в данном объекте свойства, соответствующего понятию «физическая величина». Значение физической величины - ее оценка в виде некоторого числа принятых для нее единиц [3].

По отношению к изучаемой системе измеряемые величины можно разделить на первичные и вторичные. Первичными являются те, которые можно выбрать в качестве обобщенных координат и их производных по времени при описании изучаемой системы (сила, скорость, напряжение, давление, температура и т. д.). К вторичным относятся величины, которые характеризуют свойства изучаемой системы и их проявление в первичных величинах. Значения вторичных величин находят в процессе обработки данных о первичных измеряемых величинах.

Описание свойства, характеризуемого данной величиной, осуществляется через другие, ранее определенные ве-

личины. Эта возможность обуславливается наличием объективно существующих взаимосвязей между свойствами объектов, которые можно отразить системой уравнений связи между величинами. Но так как число уравнений всегда меньше числа входящих в них величин, принято выделять в отдельную группу некоторые физические величины, число которых должно равняться разности между числом величин и числом независимых уравнений. Эти величины и соответствующие им единицы называются основными величинами и основными единицами [4]. Все остальные величины и единицы определяются однозначно через основные и называются производными. Совокупность основных и производных величин образует систему величин. Так же создаются и системы единиц. В уравнение связи между величинами входят универсальные постоянные.

Размерность физической величины - это выражение, отражающее ее связь с основными величинами системы. Размерность величины представляет собой произведение основных величин, возведенных в соответствующие степени. Эксперименты в материаловедении сопряжены с необходимостью измерения разнообразных физических величин: геометрических (линейных размеров и углов, макро- и микроотклонений формы); кинематических (скоростей, ускорений, частот); силовых и энергетических (усилий, давлений, мощностей); тепловых (температур и теплофизических констант); технологических (параметров обрабатываемости).

Кроме того, при исследовании технологических процессов и конструкций в материаловедении необходима экспериментальная оценка свойств машиностроительных материалов (прочности, твердости, износостойкости) и параметров их внутреннего строения (структуры, размеров зерна).

В зависимости от характера изменения измеряемой величины во времени различают измерения статических величин и динамических величин.

По способу получения значения измеряемой величины измерения разделяют на прямые, косвенные, совокупные и совместные. При прямом измерении искомое значение величины находят непосредственно из опытных данных. Косвенным называют измерение, при котором значение величины определяют на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, которые подвергаются прямым измерениям (например, определение плотности однородного тела по измеренной массе, когда известны его геометрические размеры). Измерения, при которых одновременно производится прямое измерение нескольких одноименных величин, а искомое значение физической величины находят решением системы уравнений, называются совокупными. Совместными называют одновременные измерения двух или нескольких неоднородных физических величин для нахождения зависимости между ними [4].

Средство измерения - техническое устройство, используемое при измерениях и имеющее нормированные метрологические свойства [4].

Принцип измерения - совокупность физических явлений, на которых основаны измерения, а метод измерения - совокупность приемов использования принципов и средств измерения. В названиях методов обычно указываются только главные отличительные особенности метода, например принцип действия (электродинамический, оптический) либо прием использования (бесконтактный, уравновешивания), либо используемые средства измерения (электрические, пневматические).

Измерительные преобразователи - технические устройства, которые осуществляют преобразования величин и

образуют канал передачи измерительной информации. При описании принципа действия измерительного устройства, включающего последовательный ряд измерительных преобразователей, часто представляют его в виде функциональной блок-схемы (измерительной цепи), на которой отражают функции отдельных его частей в виде символических блоков, связанных между собой.

Измерительные преобразователи можно условно разбить на три класса: пропорциональные, функциональные и операционные. Первые предназначены для подобного воспроизведения входного сигнала в выходном сигнале; вторые - для вычисления некоторой функции от входного сигнала; третьи - для получения выходного сигнала, являющегося решением некоторого дифференциального уравнения. Операционные преобразователи являются инерционными, так как у них значение выходного сигнала в любой момент времени зависит не только от значения входного в тот же момент времени, но и от его значений в предшествующие моменты времени.

По характеру изменения входных и выходных сигналов во времени преобразователи делятся на непрерывные (аналоговые), непрерывно-дискретные, дискретно-непрерывные и дискретные.

3.2 Измерения линейных размеров

3.2.1 Шкальные средства измерения

Эти средства предназначены для измерения длины, диаметров и углов методом сравнения со штриховой мерой (шкалой) или эталоном. Первый принцип реализован в штангенинструментах, микрометрических инструментах и угломерах типов УМ и УН. Для повышения точности отсчета в этих устройствах применяются нониусы. Допус-

каемая погрешность штангенинструментов $\pm 0,05$ мм, микрометров - $\pm 0,004$ мм, угломеров - $\pm 2' \dots \pm 5'$ [5].

Второй принцип реализуется в рычажно-механических приборах (индикаторах часового типа, измерительных головах с рычажно-зубчатой передачей, пружинных головках). Эти приборы показывают на стрелочных шкалах отклонения измеряемого размера от известного размера эталона. Для повышения точности в них используются механомеханические измерительные преобразователи. Погрешность данных средств измерения находится в пределах от 0,01 до 0,0001 мм [5].

3.2.2 Пневматические измерительные приборы

Пневматические приборы применяются для линейных измерений методом сравнения с эталоном. Они обеспечивают высокую точность и относительно небольшие затраты времени на измерения и позволяют их осуществлять бесконтактным и контактными методами [5].

На рис. 3.1 показана блок-схема пневматического эжекторного прибора для бесконтактного измерения отклонения L размера измеряемого изделия 3 от эталона (обычно блока концевых мер). Сжатый воздух под постоянным избыточным давлением истекает из входного сопла 1 непосредственно в измерительное сопло 2 и далее через кольцевой зазор в атмосферу. Постоянство давления и чистота сжатого воздуха, подаваемого из источника 9, обеспечиваются стабилизатором давления 7 и фильтром очистки 8. Давление в измерительной камере 4 зависит от величины зазора. Эта зависимость имеет значительный линейный участок (для сопла диаметром 1,75 мм от 0,190 до 0,600 мм). Давление при помощи измерительной схемы 5 преобразуется в сигнал, удобный для регистрации индикатором 6.

Наиболее совершенной является дифференциальная измерительная схема, в которой измерителем (жидкост-

ным, сильфонным или мембранным манометром) определяется разность давлений в двух ветвях системы - рабочей и калибровочной (с регулируемым зазором L).

Схема дифференциального пневматического эжекторного прибора для контактного измерения отклонения размера объекта показана на рис.3.2. При изменении размера объекта 1 перемещением штока 2 с конической заслонкой изменяется величина кольцевого зазора в сопле рабочего пневматического преобразователя 3 и в его измерительной камере устанавливается давление p , отличающееся от давления P_2 в измерительной камере калибровочного пневматического преобразователя 4. Разность давлений ($p_1 - p_2$) измеряется и преобразуется индикатором 6 в

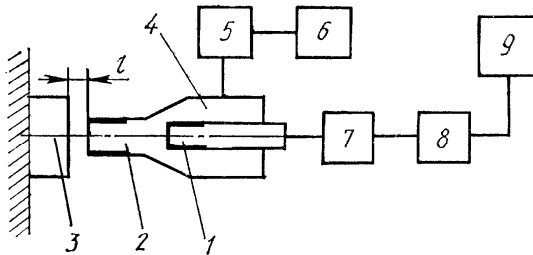


Рисунок 3.1 - Блок-схема эжекторного прибора для измерения линейных размеров

удобный для регистрации сигнал. Работа прибора обеспечивается стабилизированным источником сжатого воздуха 7. Для настройки на размер по эталону служит регулировочный винт 5. Цена деления шкалы пневматических длинномеров низкого давления составляет от 0,5 до 5 мкм. Разработаны пневматические приборы низкого и высокого давления с наименьшей ценой деления 0,1 мкм и широким

диапазоном измерений [5]. Пневматические приборы позволяют осуществлять дистанционный контроль, а в сочетании с механико-электрическими измерительными преобразователями автоматизировать процесс регистрации результатов измерения.

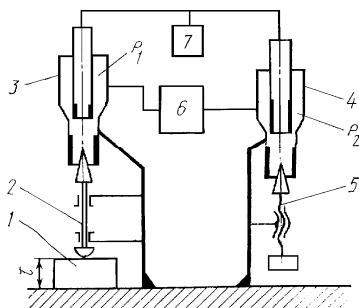


Рисунок 3.2 - Схема дифференциального пневматического эжекторного прибора для линейных измерений

3.2.3 Индуктивные приборы

Индуктивные приборы отличаются высокой точностью, пригодны для ведения дистанционных измерений, что позволяет при необходимости автоматизировать процесс обработки результатов измерений. В индуктивных преобразователях [5] используется свойство катушки индуктивности изменять свое реактивное сопротивление при изменении некоторых ее параметров. Для этого один из элементов магнитной цепи (якорь) выполняется подвижным, и от его положения относительно неподвижной части зависит магнитное сопротивление цепи, а следовательно, и индуктивное сопротивление катушки. Перемещение якоря связывается с измеряемой линейной или угловой величиной, при этом изменяется или воздушный зазор, или площадь сечения воздушного зазора плоскостью, перпендикулярной к вектору магнитной индукции. Для повышения

чувствительности индуктивные преобразователи выполняются дифференциальными с подключением обеих катушек в измерительную (например, мостовую) схему. На рис. 3.3 показана схема индуктивного прибора с дифференциальным преобразователем. При воздействии объекта измерений 1 на шток 2 изменяются зазоры δ_1 и δ_2 между якорем 3 и магнитопроводами с катушками 4 и 5, которые подключены к мостовой измерительной схеме 6. Сигнал рассогласования через усилитель 7 подается на индикатор (показывающее или записывающее устройство) 8. Для работы прибора необходим источник питания 9.

Индуктивные преобразователи с переменным зазором имеют нелинейную характеристику, поэтому диапазон измерения приборами с таким преобразователем невысок (0,1...0,3 мм). Индуктивные преобразователи с переменной площадью зазора имеют линейную характеристику, но относительно невысокую чувствительность. Их можно использовать для измерения больших отклонений линейных или угловых величин. Предпочтительно использование

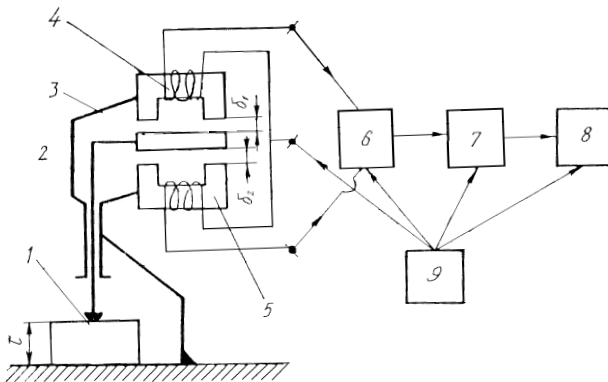


Рисунок 3.3 - Схема индуктивного прибора с дифференциальным преобразователем

аналого-цифровых преобразователей в индикаторах. Для измерения линейных или угловых величин со значительным диапазоном отклонений применяют индуктивные приборы с дифференциальным преобразователем соленоидного типа (рис. 3.4 а). Соленоидный преобразователь состоит из двух катушек 4 и 2, внутри которых помещен ферромагнитный сердечник (якорь) 3. При перемещении якоря вдоль оси катушек индуктивность последних изменяется. Характеристика соленоидного преобразователя линейна, а измерительные усилия незначительны. В существующих приборах с усилителями эти преобразователи позволяют получить цену деления от 0,05 до 1 мкм и пределы измерения от очень малых (± 3 мкм) до относительно больших ($\pm 1,5$ мм) [6].

В индуктивных трансформаторных преобразователях (рис.3.4 б) используется зависимость индуктивной связи между катушками 5 и 7 от положения якоря 6. При симметричном расположении якоря ток в измерителе 8 равен нулю, так как первичные катушки 7 (и аналогично вторичные 5) одинаковы и включены последовательно. При перемещении якоря под действием объекта измерения I из среднего положения магнитные сопротивления, а следовательно, и магнитные потоки, пронизывающие вторичные катушки, будут неодинаковыми, и в измерителе появится сигнал, пропорциональный разности индуцированных во вторичных катушках э.д.с. [6].

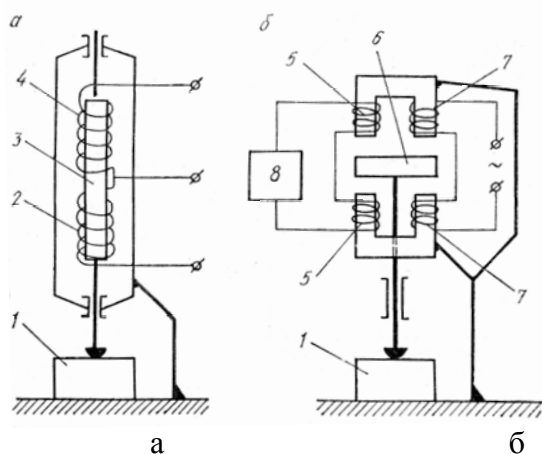


Рисунок 3.4 - Дифференциальные индуктивные преобразователи: *а* - соленоидного типа; *б* - трансформаторного типа

3.2.4 Механотроны

Механотрон (рис. 3.5) является измерительным преобразователем высокой чувствительности. Он представляет собой диод с подогреваемым катодом, причем расстояние δ между катодом *K* и анодом *A* изменяется вследствие изменений измеряемого размера объекта *3* на величину δ . Перемещение аноду передается рычагом *2*, закрепленным на мембране *1*. Для повышения чувствительности применяют, как правило, двойные диоды. В этом случае уменьшается влияние колебаний питающего напряжения и температуры. Такие механотроны, включенные в мостовую измерительную схему, при относительно небольших габаритах (30x80 мм) имеют диапазон измерений $\pm 0,1$ мм, измерительное усилие ± 100 μ Н и вариации показаний в пределах $\pm 0,04$ мкм [5].

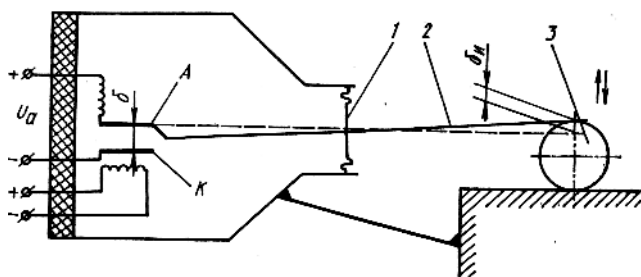


Рисунок 3.5 - Схема механотрона

3.2.5 Оптико-механические и оптические приборы

Для контроля линейных и угловых величин применяются оптиметры, оптические длинномеры, измерительные микроскопы, катетометры, делительные головки и столы, интерферометры.

Оптиметры работают по принципу оптического рычага. При перемещении измерительного наконечника изображение шкалы с ценой деления 1 мкм, наблюдаемое в окуляр, смещается относительно неподвижного индекса. В оптических длиномерах для повышения точности отсчета применяется окулярный спиральный микрометр.

Измерительные микроскопы [5] предназначены для измерения в прямоугольных и полярных координатах линейных и угловых размеров резьбовых изделий, режущего инструмента, профильных шаблонов и других изделий, а также расстояний между осями отверстий и т. п. В большинстве микроскопов используется проекционный метод измерения (в проходящем и отраженном свете), метод осевого сечения (с помощью измерительных ножей) или контактный способ. Измеряемая деталь может базироваться в центрах или на стекле стола. Цена деления шкал микроскопов: отсчетной системы измерения длины — от 0,005 до 0,001 мм, угломерной головки - 1', нониуса круглого стола - от 30" до 5' [6].

Катетометры применяются для измерения линейных размеров изделий, не доступных для непосредственного измерения. Визирная труба последовательно наводится на начало и конец измеряемого отрезка. Перемещение трубы, определяемое на шкале с помощью нониуса или микроскопа, равно длине измеряемого отрезка. Для измерения центральных углов и длины в полярных координатах применяются оптические делительные головки. Цена деления у них от 2" до 1'. Измеряемые объекты крепятся в шпинделе головки или в центрах. Для тех же целей, что и делительные головки, применяют оптические делительные столы. Цена деления отсчетной шкалы у делительных столов от 1' до 20". Роль фиксатора при измерениях углов выполняют индикаторы часового типа, измерительные головки или автоколлиматоры.

Из всех источников излучения оптического диапазона газовые лазеры характеризуются наибольшей степенью когерентности и монохроматичности генерируемого ими излучения. Кроме того, газовые лазеры могут длительное время работать при комнатной температуре без специальных устройств охлаждения, мало чувствительны к изменению температуры окружающей среды, а излучаемый ими луч имеет малый угол расходимости (от 20" до 3').

Лазерный интерферометр, предназначенный для измерения длины и линейных перемещений [7], показан на рис.3.6. Излучение одночастотного лазера 8 через коллиматор 9 идет на светоделительный кубик 10, который направляет часть излучения на подвижное зеркало, связанное с объектом измерения 1, а другую часть - на неподвижное зеркало 11. Отраженные от этих зеркал составляющие излучения интерферируют на разделительной плоскости кубика 2 и через регулируемые щелевые диафрагмы 7 и 3 направляются на фотоприемники 4 и 6. Задачей фотоприемников является преобразование колебаний интенсивности освещенности, воспринимаемых в виде интерференционных полос, в соответствующее изменение электрического

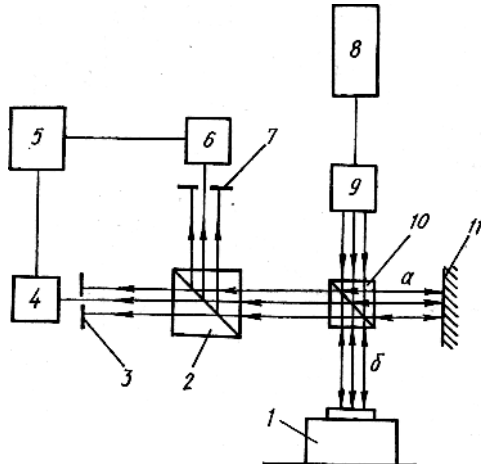


Рисунок 3.6 - Схема лазерного интерферометра

сигнала на их выходе, которое фиксируется отсчетным устройством 5. Отсчетное устройство обеспечивает усиление и формирование электрических сигналов обоих каналов, сдвинутых по фазе на $\pi/2$, их аналого-дискретное преобразование на фоточувствительной логической схеме и выдачу на реверсивный счетчик сигналов на вычитание или сложение в зависимости от соотношения фаз обоих каналов. Оптическая схема интерферометра обеспечивает цикл изменения освещенности фотоприемника при изменении оптической длины плеча на половину длины волны излучения. Для измерения относительно больших перемещений применяют интерферометры с угловыми отражателями. При этом обеспечивается параллельность падающего и отраженного лучей света и стабилизируется пространственный сдвиг фаз. Наклон угловых отражательных призм до 4° не вносит существенных ошибок в результаты измерений. Дрейф характеристик фотоприемников, нулей постоянного тока и порогов срабатывания формирующих устройств, а также изменение уровня мощности излучения

обуславливают снижение надежности и стабильности одночастотных интерферометров. Двухчастотные лазерные интерферометры в отличие от одночастотных после включения обладают практически мгновенной готовностью к работе. Для них не требуется усиления выходного сигнала фотоприемника усилителем постоянного тока, так как постоянная составляющая выходного сигнала фотоприемника не влияет на работу прибора [7]. Оптико-электронное измерительное устройство может быть бесконтактным лишь в том случае, если поверхность измеряемой детали включена в оптическую систему как один из его элементов. В таком случае исключается или ограничивается возможность применения интерференционных методов, поскольку шероховатость поверхности детали обуславливает значительное искажение интерференционного поля и во многих случаях невозможность его образования. Этих недостатков не имеет устройство, где используется геометрическое кодирование измерительной информации (рис. 3.7). Конструктивно оно выполнено в виде двух отдельных блоков: оптико-электронного преобразователя и цифрового блока. В оптико-электронном преобразователе использован линейный формирователь видеосигналов (ЛФВС) типа А-1034, имеющий 1024 светочувствительных элемента размером 15x15 мкм.

Устройство работает следующим образом. Осветитель 1 с помощью щелевой диафрагмы 2 и проецирующего объектива 3 создает на поверхности измеряемой детали световой штрих. Изображение этого штриха через приемный объектив 4 попадает на светочувствительную поверхность ЛФВС 5, в котором происходит преобразование светового потока в электрический сигнал.

При измерении размера детали, большего или меньшего номинального, световой штрих будет отклоняться в ту или другую сторону от нулевого положения, засвечивая

светочувствительные элементы с меньшими или большими порядковыми номерами. В блоке 10 происходит определение положения середины светового штриха на ЛФВС. Блок усреднения 7 позволяет получать средние значения размера по результатам нескольких измерений (до десяти). В блоке 8 вычисляется фактический размер.

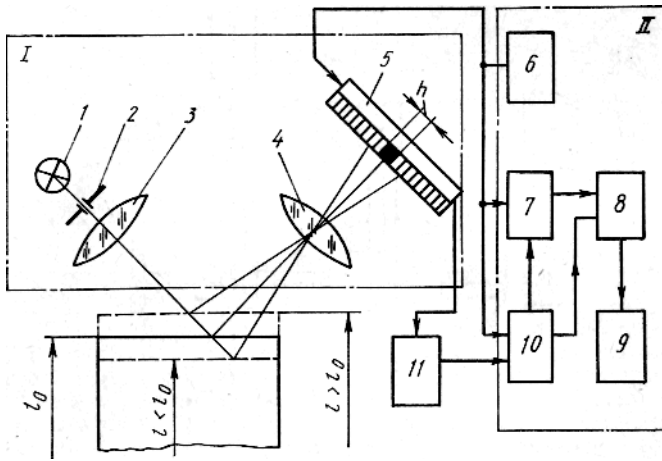


Рисунок 3.7 – Оптико-электронное устройство для измерения линейных размеров

При измерении размера детали, большего или меньшего номинального, световой штрих будет отклоняться в ту или другую сторону от нулевого положения, засвечивая светочувствительные элементы с меньшими или большими порядковыми номерами. В блоке 10 происходит определение положения середины светового штриха на ЛФВС. Блок усреднения 7 позволяет получать средние значения размера по результатам нескольких измерений (до десяти). В блоке 8 вычисляется фактический размер детали, который затем в цифровой форме индицируется в блоке индикации 9. Работой прибора управляет тактовый блок управления 6, который обеспечивает наложение электрических

зарядов на светочувствительных элементах в зависимости от энергии падающего на них светового потока и их отвод на приемный блок.

Если высота микронеровностей поверхности детали R_z составляет от 40 до 0,1 мкм, то прибор обеспечивает линейную зависимость между сигналами на входе и выходе в пределах 4 мм, погрешность измерения 0,01 мм и время измерения не более 0,1 с [8].

3.2.6 Акустические приборы

В акустических приборах используют колебания ультразвукового диапазона и относительно небольшой интенсивности (меньше 1 кВт/см²). Акустические приборы применяются в основном для измерения толщин, когда нет доступа к одной из противоположных поверхностей изделия.

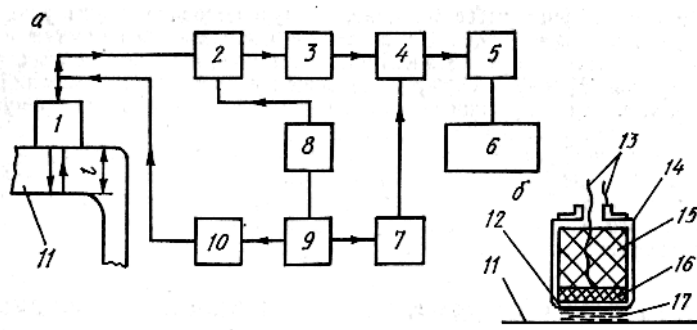


Рисунок 3.8 - Эхо-импульсный толщиномер: а - блок-схема; б - схема совмещенного пьезоэлектрического искателя

Из известных методов акустического контроля для измерений толщин применяют эхо-метод и реже резонансный метод. В первом случае измеряется время прохождения ультразвукового импульса через слой, толщину которого измеряют, или амплитуда и фаза отраженных колебаний. Во втором измерение толщины основано на явлении резонанса в контролируемом изделии или других интерфе-

ренционных явлениях при прохождении акустических волн.

Эхо-импульсные толщиномеры применяются для измерения изделий с чисто обработанными параллельными поверхностями (группа А) и грубо обработанными непараллельными поверхностями (группа Б). Минимальная толщина плоских изделий (или стенок), измеряемая приборами группы А, составляет 0,2-0,3 мм при абсолютной погрешности измерения не более 10 мкм. Толщина измеряемых стенок труб должна быть не менее 1 мм. Минимальная толщина, измеряемая приборами группы В, составляет 1,2-1,5 мм при абсолютной погрешности измерения 0,1-0,2 мм. Максимальная измеряемая толщина - 20-100 мм.

Блок-схема эхо-импульсного толщиномера показана на рис. 3.8 а. Импульс ультразвукового излучения генератора зондирующих импульсов, пройдя от искателя 1 путь L , отражается противоположной стороной стенки изделия 11 и возвращается в искатель 1, откуда передается в приемник 2. Усилитель 3 передает отраженный сигнал в измерительный триггер 4, длительность импульса которого равна времени прохождения ультразвуковых волн в изделии. Для этого в триггер 4 поступает также сигнал от генератора развертки 7. Блок временной регулировки чувствительности 8 предназначен для уменьшения чувствительности приемника 2 в момент излучения зондирующего импульса и для восстановления ее. Блоки 7, 10 и 8 управляются синхронизатором 9. Он обеспечивает одновременный (или с задержкой на некоторое определенное время) запуск генераторов зондирующего импульса 10 и развертки 7. При измерении малых толщин длительность выходного импульса измерительного триггера слишком мала. Поэтому для повышения точности измерения используют блок умножения интервала 5. В блоке индикации 6 применяют стрелочные или цифровые индикаторы длительности им-

пульса, измерительного триггера, использующие преобразователь время — напряжение. Искатель 1 преобразовывает электромагнитные колебания в ультразвуковые, излучает ультразвуковые волны в изделие, принимает отраженные волны и преобразовывает их в электромагнитные.

Схема совмещенного пьезоэлектрического искателя приведена на рис.3.8 б. Пьезопластина 16 приклеена или прижата к демпферу 15. Между пьезопластиной и изделием 11, в которое производится излучение, может располагаться несколько тонких промежуточных слоев - один или несколько протекторов 12 и прослойка смазочного материала 17. Искатель размещен в корпусе 14. Выводы 13 соединяют пьезопластину с генератором 10 и приемником 2 [9].

Пьезопластина обычно имеет толщину, равную половине длины ультразвуковой волны в пьезоматериале. На противоположных поверхностях пластины располагаются металлические электроды для подвода переменных электрических зарядов. Демпфер служит для гашения свободных колебаний пьезопластины, т. е. для получения коротких импульсов, а также для предупреждения механических повреждений пластин.

Протектор представляет собой пластинку толщиной 0,1-0,5 мм из кварца, сапфира или смолы с наполнителем, приклеенную к пьезоэлементу. Он служит для улучшения акустического контакта с изделием и защиты пьезоэлемента от абразивного изнашивания. Корпус обеспечивает экранировку пьезоэлемента и выводов от магнитных полей.

3.3 Измерения температуры

3.3.1 Механические термометры

Механические термометры основаны на явлении теплового расширения тел. Эти тела могут быть твердыми, жидкими или газообразными. Механические термометры

отличаются надежностью, точностью, низкой стоимостью и простотой обслуживания. Считывание показаний с них, как правило, осуществляется на месте измерения. Однако с помощью механозлектрического или механогидравлического преобразователя можно передать сигнал на ограниченное расстояние.

В машиностроении применяют биметаллические, жидкостные и газовые термометры.

Чувствительный элемент биметаллических термометров изготавливается из пластины, состоящей из двух или более слоев разнородных металлов, сваренных между собой по всей плоскости соприкосновения. Пластина может быть предварительно деформирована. При нагреве биметаллической пластины из-за различия коэффициентов линейного расширения ее слоев возникает деформация изгиба, пропорциональная изменению температуры. На рис. 3.9 показаны наиболее распространенные конструктивные исполнения чувствительных биметаллических элементов. Варианты *a* и *б* используются главным образом в качестве реле температуры, *в* и *г* - для непосредственного отсчета показаний термометров. Для этого один конец чувствительного элемента закрепляется, а второй соединяется с передаточным или непосредственно с показывающим устройством. Диапазон измерения биметаллических термометров лежит в интервале от -50 до 600 °С, причем от 500 до 660 °С термометр можно использовать только временно. Погрешность измерения - от ± 1 до $\pm 3\%$.

В жидкостных термометрах измеряемой величиной, характеризующей температуру, является изменение объема термометрической жидкости. Термобаллон, в котором находится основная часть жидкости, изготавливается из стекла или стали. К термобаллону подключен капилляр диаметром 0,1-0,2 мм. У стеклянного термометра капилляр находится рядом со шкалой непосредственного наблюде-

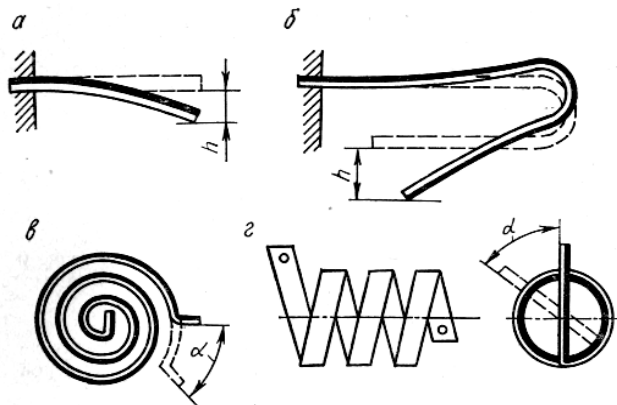


Рисунок 3.9 - Биметаллические измерительные преобразователи температуры

ния. У жидкостных манометрических термометров капилляр подключен к манометру, показания которого пропорциональны температуре. Длина капилляра в таких термометрах может достигать 60 м. Чувствительный элемент, капилляр и указатель в них образуют замкнутую, неделимую, герметичную термосистему, которая монтируется и демонтируется только целиком. Диапазон измерения термометров зависит от свойств термометрической жидкости:

этиловый спирт от -110° до 210°C ;

ртуть в вакууме от -30° до 150°C ;

ртуть под давлением от -30° до 630°C ;

толуол от -90° до 110°C ;

толуол под давлением от -90° до 230°C .

Погрешности измерения температуры при помощи жидкостных механических термометров обусловлены различием температур жидкости в термобаллоне и в капилляре и зависят также от длины капилляра. Для повышения точности в жидкостных манометрических термометрах

применяют компенсационный капилляр. Погрешность в таком случае уменьшается с $\pm 2\%$ до $\pm 0,5\%$ [10].

Основными недостатками механических термометров являются значительная инерционность и невозможность объединения с другими информационными сигналами для дальнейшей обработки. Поэтому в машиностроении температуру измеряют в основном термометрами, принцип действия которых основан изменении электрических свойств веществ при изменении температуры.

3.3.2 Электрические контактные термометры

Все виды электрических контактных термометров разделяются на две группы: термометры сопротивления, в которых с изменением температуры изменяется активное сопротивление чувствительного элемента, и термоэлектрические термометры (термопары), где при изменении температуры первичного преобразователя изменяется его э.д.с. У металлических проводников сопротивление обычно возрастает с повышением температуры, а у полупроводниковых - падает.

Чаще всего применяются платиновые или медные термометры сопротивления, каждый из которых обладает номинальным сопротивлением R_0 , при 0°C в пределах от 1 до 500 Ом. При температурах выше 0°C зависимость сопротивления платиновых термометров от температуры имеет вид

$$R_T = R_0 (1 + AT + BT^2), \quad (3.1)$$

где $A = 3,9685 \cdot 10^{-3}$; $B = -5,847 \cdot 10^{-7}$; T - абсолютная температура, К. Область применения технических платиновых термометров от -260^0 до 1100°C .

Температурная зависимость сопротивления медных термометров

$$R_T = R_0(1 + \alpha T), \quad (3.2)$$

где $\alpha = 4,28 \cdot 10^{-3}$.

Медные термометры могут работать в интервале температур от -50^0 до 200°C .

В чувствительных элементах платиновых и медных термометров сопротивления тонкая проволока (0.05 - 0.1 мм) наматывается на каркас изоляционного материала, например кварца, либо проволочная спираль помещается в керамический каркас, а спираль заполняется изолирующим порошком и обеспечивается герметизация чувствительного элемента [10].

Полупроводниковые термометры сопротивления выпускаются для измерения температуры в диапазоне от -200^0 до 300^0C . Обычно каждый такой термометр требует индивидуальной градуировки. Зависимость сопротивления полупроводниковых термометров от температуры приближенно описывается выражением

$$R_T = R_0 \exp B(1/T - 1/T_0), \quad (3.3)$$

где R_0 - сопротивление при эталонной температуре T_0 ; R_T - сопротивление при измеряемой температуре T ; B - параметр, зависящий от материала преобразователя ($B = 3000\text{-}4000\text{ K}$); T - абсолютная температура объекта, K .

Хотя большая нелинейность характеристики преобразователя является нежелательной из-за усложнения измерительной схемы терморезисторов, тем не менее полупроводниковые термометры сопротивления получили распространение в лабораторной и производственной практике благодаря высокой чувствительности, простоте, прочности, транспортабельности и возможности использования без дополнительного усилителя. Поскольку сопротивление полупроводниковых термометров лежит в интервале от 1 КОм до 1 МОм, то можно пренебречь изменением сопротивления клемм и соединительных проводов. Чувствительные элементы полупроводниковых термометров состоят главным образом из смесей окислов металлов, которые при высокой температуре сплавляются в форме маленьких пластинок, стерженьков или шариков. Благодаря малым размерам обеспечиваются хорошие динамические свойства таких термометров.

Для измерения сопротивления термометров используются автоматические мосты и логометры, питаемые постоянным, а иногда и переменным током. На рис. 3.10 показана схема измерительной цепи металлического термометра сопротивления с трехпроводной линией связи. Три плеча моста составляют манганиновые резисторы R_1 , R_2 и R_3 . Четвертое плечо состоит из преобразователя термометра R_K и подгоночных резисторов (на схеме не показанных). Последовательное соединение каждого из подводящих проводов соответственно с резисторами R_1 и R_3 позволяет автоматически компенсировать влияние колебаний их температуры на результат измерения. Показания логометра, рамки которого 1 и 2 подключены к двум точкам моста непосредственно и к одной через резистор R_4 , пропорциональны изменению сопротивления первичного преобразователя температуры R_K .

Погрешность металлических термометров сопротивления в зависимости от исполнения составляет от $\pm 0,5\%$ до $\pm 3\%$, а у полупроводниковых $0,5\%$. За счет специального отбора и индивидуальной градуировки можно снизить погрешность полупроводниковых термометров сопротивления до $\pm 0,01$ С [10].

Принцип действия термоэлектрического термометра (термопары) основан на термоэлектрическом явлении, в результате которого в цепи, состоящей из двух разнородных проводников, возникает термоэ.д.с., зависящая от температуры в местах соединений этих проводников. Для измерения температуры одно из соединений разнородных проводников (рабочие концы) помещают в среду, температуру которой измеряют, а температура другого соединения (свободных концов) известна. Термоэ.д.с. термоэлектрического термометра не изменится, если в его цепь будет включен третий проводник, или измерительный прибор, и

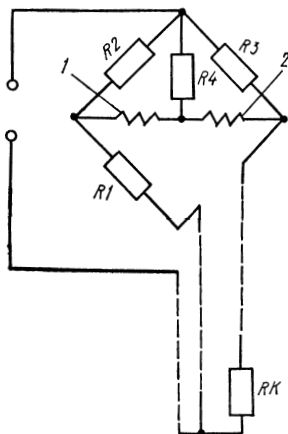


Рисунок 3.10 - Схема измерительного металлического термометра сопротивления

температура мест его соединения будет одинаковой. Свободные концы термоэлектрического термометра нужно располагать в месте, удобном для стабилизации или измерения температуры. Для этого применяют удлиняющие (компенсационные) провода, которые присоединяют к термоэлектродам.

Зависимость между термоэ.д.с. и разностью температур рабочих и свободных концов в общем случае является нелинейной и может быть аппроксимирована уравнением третьей степени. Если сузить диапазон измеряемых температур, то характеристики многих термопар могут быть линеаризованы без большого ущерба для точности измерений.

Зависимость термоэ.д.с. от измеряемой температуры для наиболее употребительных пар материалов, характеристики которых приведены в табл. 3.1, показана на рис.3.11 (температура свободных концов 0°C).

Если контрольная температура свободных концов отличается от нуля и поддерживается равной, например 20°C, то в замеренное значение термоэ.д.с. следует внести поправку, которая соответствует отклонению контрольной температуры t_a от 0°C. Положительным считается тот электрод, от которого идет ток к спаю термопары при $t > t_a$. При обозначении термопары на первом месте указывается материал положительного электрода. Кроме указанных в табл. 3.1, применяются также железоконстантановые (диапазон измерения от -250⁰ до 700⁰С) и медьконстантановые (от -250⁰ до 400⁰С) термоэлектрические преобразователи.

Таблица 3.1 - Характеристики термоэлектрических преобразователей

Тип преобразователя	Материал термоэлектродов	Термоэлектроды		Диапазон температур (длительно), °С	Предел временного применения, °С
		положительные	отрицательные		
ТПП	Платинородий - платина	10% Rh; 90% Pt	100% Pt	0...1300	1600
ТХА	Хромель – алюмель	Хромель	Алюмель	(-50)...1000	1300
ТХК	Хромель – копель	Хромель	Копель	(-50)...600	800

Погрешность измерения температуры составляет от 0,25 % для преобразователей типа ТПП и до 0,8 % - для ТХА [10].

Кроме стандартных термоэлектрических термометров, в лабораторной практике и при исследованиях находят применение и нестандартные. Но все нестандартные средства измерения температур требуют индивидуальной градуировки.

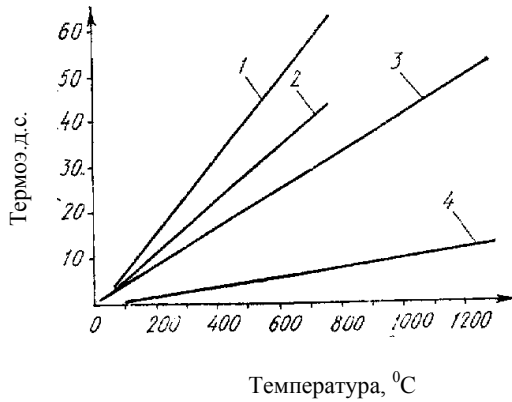


Рисунок 3.11 - Характеристика наиболее употребительных термоэлектрических преобразователей:
 1 – хромель-копель; 2-железо - константан;
 3 - хромель - алюмель; 4 - платинородий – платина

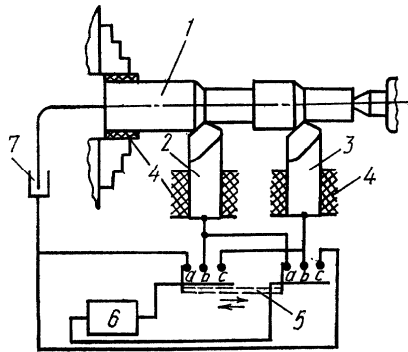


Рисунок 3.12 - Схема измерения температуры в зоне резания при помощи естественных термопар

На рис. 3.12 приведена схема измерения температуры в зоне резания при помощи так называемой однорезцово- и двухрезцово- естественной термопары. Переключение ре-

жимов работы производится трехпозиционным переключателем 5. Для однорезцовой термопары замыкаются контакты а - а или с - с. Тогда термоэ.д.с., образующаяся в месте контакта стружки из материала детали 1 и передней грани режущей пластинки резца 2 из стали P18 (или резца 3 из твердого сплава T15K6), измеряется, усиливается и регистрируется прибором 6. Для снятия термоэ.д.с. с вращающейся детали применяется ртутный токосъемник 7 с гибким вращающимся электродом. При замыкании контактов с - с образуется естественная двухрезцовая термопара P18 — T15K6. При замыкании контактов а - а необходима изоляция 4 резца и детали, а для двухрезцовой термопары достаточно изолировать только резцы. Но при двухрезцовой обработке трудно создать одинаковые температуры в зоне резания обоих резцов, поскольку их материалы обладают разной теплопроводностью. Эксперименты показали, что различие в показаниях одно- и двухинструментных термопар составляет 7-9%. Правильное тарирование естественных термопар является важной проблемой, поскольку от его качества зависит достоверность результатов измерений. При тарировании желательно создать условия контакта, близкие к реальным, что особенно важно для инструмента, снабженного пластинками из твердых сплавов [11].

3.3.3 Бесконтактные методы измерения температуры

Поверхность всякого нагретого тела испускает электромагнитное излучение. Приборы, которые могут по тепловому излучению определять температуру излучателя, называются пирометрами. При помощи оптики излучение нагретого тела фокусируется и направляется на приемник. Различают следующие виды приемников теплового излучения: термопары, термометры сопротивления, фотоэлементы, фоторезисторы, фотодиоды и фототранзисторы. Чувствительность термопар и термометров сопротивления

практически не зависит от длины волны, включая ультрафиолетовую и инфракрасную области излучения. Поэтому они пригодны для измерения сравнительно низких температур (до 1500°C). Остальные приемники излучения являются чувствительными только в узком спектральном интервале, их характеристики сильно зависят от длины волны. Но абсолютная чувствительность у них существенно больше, чем у термопар или термометров сопротивления.

Пирометрические оптические устройства создают изображение излучающей поверхности (или ее участка) на приемнике и тем самым делают измерение потока излучения в широком диапазоне независимым от расстояния до изучаемого объекта. Линзы ограничивают и неравномерно пропускают измеряемое излучение, коэффициент пропускания зависит от длины волны. Использование линз становится неприемлемым при измерении сравнительно низких температур, когда излучаются волны большой длины (инфракрасный диапазон). В этих случаях следует использовать вогнутые зеркала [10].

Радиационные пирометры (пирометры полного излучения) - приборы, которые воспринимают излучение во всем спектральном диапазоне и преобразовывают его в соответствующий сигнал. Излучение (рис. 3.13) через защитную пленку 6, пропускающую инфракрасные лучи, попадает на сферическое зеркало 4, которое фокусирует его на теплоприемнике 5, представляющем собой звездообразную термобатарейку из ряда последовательно соединенных V-образных хромель-копелевых или нихром-константановых термопар 2. Свободные концы термопар приварены к металлическим полоскам 1, которые приклеены к кольцу 3 из слюды. Это кольцо закладывается между двумя такими же. Плоские рабочие концы термопар образуют венчик, зачерненный с одной стороны. На этот венчик фокусируется излучение. С повышением измеряемой температуры растет погрешность измерения за счет влияния температуры кожуха. Для компенсации температурной погрешности тер-

мобатарея подключается к измерительному прибору 7 через ряд резисторов. Резисторы R_2 и R_1 выполняются из меди или никеля и располагаются возле концов термобатареи, остальные плечи моста выполнены в виде резисторов из манганина. Мост компенсирует постоянную составляющую погрешности, а резистор R_1 , включенный параллельно термобатарее, компенсирует переменную составляющую, связанную с изменением температуры [12].

Для приборов с пределами измерений $400-1200^{\circ}\text{C}$ вместо сферического зеркала применяют линзы из кварцевого стекла, характеризующегося малым поглощением инфракрасных лучей.

Применение радиационных пирометров возможно лишь в тех случаях, когда полная мощность излучения объекта измерения мало отличается от полной мощности излучения абсолютно черного тела при той же температуре. Большинство закрытых печей и топков с небольшими отверстиями и окнами удовлетворяют этому условию.

В промышленности применяются также цветные пирометры. В них определяется отношение интенсивностей

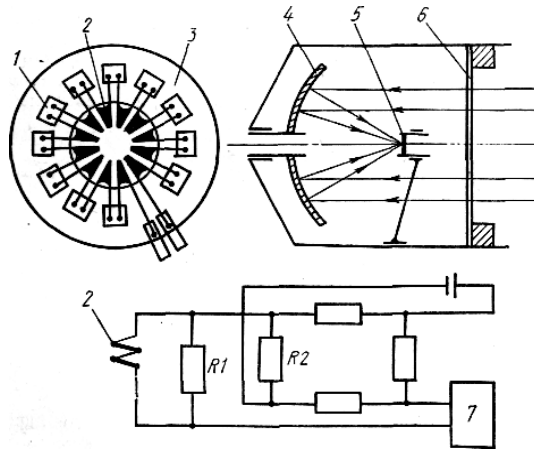


Рисунок 3.13 - Схема радиационного пирометра

излучения данного тела в лучах двух, заранее выбранных длин волн. Это отношение для каждой температуры будет различным и вполне однозначным. Следовательно, оно может служить критерием абсолютной температуры тела. Цветовые пирометры применяются, как правило, с фотоэлементом, т. е. являются фотоэлектрическими пирометрами. Преимущества их перед радиационными: уменьшение погрешности, связанной с неполнотой излучения; независимость показаний от расстояния до излучающей поверхности и размеров последней.

Принцип действия фотоэлектрического цветового пирометра иллюстрируется на рис. 3.14. Излучение от объекта исследования 1 линзой 2 фокусируется на обтюраторе 3, который вращается синхронным электродвигателем 4, и затем воспринимается фотоэлементом 5. На диске обтюратора имеется ряд отверстий, половина которых закрыта красным светофильтром, а половина - синим. Таким образом, на фотоэлемент поочередно попадают то красные, то синие лучи. Кроме того, благодаря отверстиям фототек оказывается промодулированным с несущей частотой, определяемой числом отверстий в обтюраторе и частотой вращения последнего. Модулированный ток в нагрузке фотоэлемента через усилитель 6, который снабжен устройством 7 для автоматической регулировки чувствительности, поступает в фазочувствительный выпрямитель 8. После этого с помощью коммутатора 9 сигнал разделяется соответственно отношению интенсивностей красных и синих лучей и воспринимается измерителем отношения 10. Необходимость в регулировке чувствительности усилителя, т. е. в стабилизации выходного напряжения, обусловлена тем обстоятельством, что при повышении измеряемой температуры яркость излучения как в синей, так и в красной области спектра возрастает значительно сильнее, чем отношение этих яркостей. При надлежащем режиме рабо-

ты фотоэлемента фотоэлектрические цветковые пирометры могут обеспечить измерение температуры с погрешностью, не превышающей 1% [13].

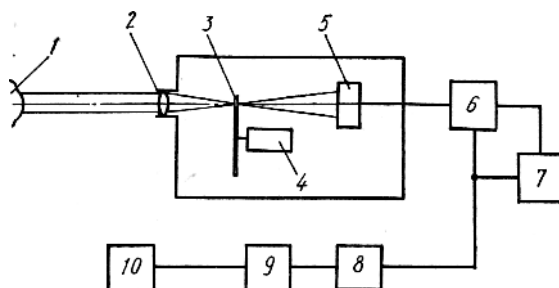


Рисунок 3.14 - Схема фотоэлектрического цветкового пирометра

3.3.4 Цветовые индикаторы температуры

Цветовые индикаторы температуры (термоиндикаторы) - это вещества, изменяющие свой цвет в зависимости от температуры. По принципу действия термоиндикаторы подразделяются на четыре основных типа: термохимические; плавления; жидкокристаллические; люминесцентные [13].

Термохимические индикаторы - сложные вещества, которые при достижении определенной температуры резко изменяют свой цвет за счет химического взаимодействия компонентов. Они обеспечивают точность измерения температуры в пределах от 5 до 10⁰С.

Термоиндикаторы плавления изменяют цвет в результате плавления одного или нескольких их компонентов, имеющих строго определенную температуру плавления. Погрешность измерения температуры этими индикаторами составляет 0,5-1,5, реже 2,5%, что примерно соответствует точности измерения температуры наиболее распространенными измерительными приборами.

Жидкокристаллические термоиндикаторы - вещества, которые в определенном интервале температур переходят в жидкокристаллическое состояние, обладающие свойством при незначительном изменении температуры (иногда в пределах десятых долей градуса) так изменять свою структуру, что падающий на них луч света разлагается и отражается с изменением цвета.

Люминесцентные термоиндикаторы в зависимости от температуры изменяют либо яркость, либо цвет, либо цветовой тон излучения. Погрешность измерения температуры термоиндикаторами двух последних типов составляет 0,1-0,5%.

По способности к физико-химическим превращениям термоиндикаторы делятся на три группы: обратимые, необратимые и квазиобратимые. К обратимым относятся термоиндикаторы, которые, изменяя цвет после нагревания до или выше температуры перехода, восстанавливают первоначальный цвет при понижении температуры ниже критической. Такие термоиндикаторы можно использовать многократно. Необратимые индикаторы указанным свойством не обладают, и их первоначальный цвет после охлаждения не восстанавливается. Квазиобратимые термоиндикаторы восстанавливают первоначальный цвет при понижении температуры постепенно, под воздействием влаги, имеющейся в воздухе. Их также можно использовать многократно.

Термоиндикаторы плавления являются только необратимыми, а жидкокристаллические и люминесцентные - обратимыми. Термохимические индикаторы могут быть обратимыми, необратимыми и квазиобратимыми.

Ряд термоиндикаторов имеет один строго определенный температурный переход, а другие имеют их несколько. Термоиндикаторы плавления изменяют свой цвет однократно, остальные - многократно.

Серийно выпускаются термоиндикаторы трех типов: термохимические в виде краски и карандашей; термоиндикаторы плавления в виде краски; жидкокристаллические в виде порошка или его раствора в хлороформе.

В состав всех термоиндикаторов входят четыре компонента: термопигменты, связующие, растворители и наполнители. Термопигменты являются обязательной составной частью термоиндикаторов. Состав и характеристики некоторых термопигментов, входящих в состав термохимических необратимых индикаторов, приведены в табл. 3.2, 3.3, а термопигментов, входящих в состав термоиндикаторов плавления, - в табл.3.4. Одни вещества из приведенных в табл. 3.4 при плавлении меняют лишь цветовой оттенок, другие резко изменяют цвет.

Таблица 3.2 - Характеристики необратимых термопигментов, однократно изменяющих цвет

Название и химическая формула	Цвет до нагрева	Температура перехода, °С	Цвет после нагрева
Фторсиликат кобальта CoSiF_6	Бледно-розовый	100	Ярко-розовый
Метаванадий аммония NH_4VO_3	Белый	150	Коричневый
Азотнокислый свинец $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$	Бесцветный	215	Красный
Кобальт щавелевокислый CoC_2O_4	Светло-красный	280	Черный
Карбонат кадмия CdCO_3	Белый	360	Коричневый
Окись свинца PbO	Красный	489	Желтый
Сульфид кобальта CoS	Серый	680	Красный

Таблица 3.3 - Характеристики необратимых термопигментов, многократно изменяющих цвет

Название и химическая формула	Цвет до нагрева	Температура перехода, °С	Цвет после нагрева
Кобальт-аммоний фосфорнокислый $\text{NH}_4\text{CoPO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$	Пурпурный	140 500	Синий Серо-голубой
Тиосульфит натрия $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$	Бесцветный	300 600	Желтый Темно-желтый
Пирофосфат марганца аммония $\text{NH}_4\text{MnP}_2\text{O}_7$	Фиолетовый	320 480	Серый Белый
Комплексное соединение $3(\text{NH}_4)_2\text{O} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot 12\text{MoO}_3 \cdot 19\text{H}_2\text{O}$	Белый	110 300 380	Бледно-желтый Черный Темно-желтый
Смесь карбоната кадмия с серой 2 части CdCO_3 + 1 часть S (по массе)	Белый	275 370 410	Коричневый Черный Кирпичный

Таблица 3.4 - Характеристики термопигментов для индикаторов плавления

Название и химическая формула	Цвет до нагрева	Температура плавления, °С
Цинк бромоватоокислый $\text{Zn}(\text{BrOs})_2$	Бесцветный	100
Аммоний роданистый NH_4SCN	Бесцветный	149,6
Медь сернокислая CuSO_4	Зеленовато-белый	200
Натрий муравьинокислый NaHCO_2	Белый	283
Селен хлористый SeCl_2	Бесцветный	305
Кадмий азотокислый $\text{Cd}(\text{NO}_3)_2$	Бесцветный	350
Натрий сернокислый $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_7$	Белый	400,9
Перекись бария BaO_2	Бесцветный	450
Медь бромистая CuBr_2	Черный	498
Калий ренийокислый KReO_4	Белый	550
Железо йодистое FeI_2	Серый	592

Продолжение табл. 3.4

Название и химическая формула	Цвет до нагрева	Температура плавления, °С
Олово селенистое SnSe_a	Белый	650
Литий молибденовокислый Li_2MoO_2	Белый	705
Свинец кремнекислый PbSiO_3	Бесцветный	766
Германий сернистый GeS_2	Белый	800
Натрий углекислый Na_2CO_3	Белый	852
Кальций азотистый Ca_2N_3	Коричневый	900
Калий борнокислый $\text{K}_2\text{B}_7\text{O}_{14}$	Бесцветный	947
Железо мышьяковистое FeAs_3	Серебряно-серый	990

Температура перехода термоиндикаторов зависит от условий нагрева. С увеличением скорости нагрева и давления она несколько увеличивается.

Термоиндикаторы наносятся на поверхность объекта исследования в виде тонкой пленки. В зависимости от способа подвода тепла к объекту температура индикатора несколько выше или ниже измеряемой. Но это различие незначительное [13].

3.4 Механические испытания

3.4.1 Статические испытания

При статических испытаниях для определения характеристик прочности и пластичности исследуемый образец подвергается действию постоянной или медленно и плавно увеличивающейся нагрузки, что дает возможность измерять с достаточной точностью нагрузку, приложенную к образцу, и деформацию последнего в любой момент испытания. Наиболее распространенным является испытание на растяжение. При этом гладкий ненадрезанный образец растягивают в испытательной машине в направлении его оси до разрыва, а зависимость между растягивающей силой и изменением длины образца регистрируют в виде диаграммы «нагрузка - абсолютное удлинение». Если на-

грузку F отнести к исходной площади поперечного сечения образца A_0 , а удлинение $\Delta \ell$ - к начальной расчетной длине ℓ_0 , то получим диаграмму «напряжение - относительное удлинение» (рис 3.15).

На начальной стадии испытания относительное удлинение пропорционально напряжению (до точки а). Этот участок диаграммы позволяет определить модуль упругости

$$E = \frac{m_1}{m_2} \operatorname{tg} \beta, \quad (3.4)$$

где m_1 - масштаб напряжений, МПа/мм; m_2 - масштаб относительных деформаций, мм⁻¹; β - угол наклона прямолинейного участка диаграммы.

Предел упругости σ_y является максимальным напряжением, при котором после разгрузки образца не наблюдаются остаточные пластические деформации. Точно определить этот параметр практически невозможно, поэтому техническим условным пределом упругости ($\sigma_{0,01}$) называют напряжение, при котором относительная остаточная деформация составляет 0,01 %.

При дальнейшем повышении нагрузки отмечается рост пластической деформации и для многих материалов на диаграмме можно выделить так называемую площадку текучести, когда деформация увеличивается при постоянном напряжении. Соответствующее напряжение называют пределом текучести σ_T . Для материалов без четко выраженной площадки текучести определяют условный предел текучести ($\sigma_{0,2}$), который соответствует относительной остаточной деформации 0,2 % [14].

При напряжениях, превышающих предел текучести, зависимость между деформациями и напряжениями нелинейна. Когда способность к деформированию образца исчерпана, наступает разрушение при нагрузке, соответствующей участку подъема кривой «напряжение - деформация», либо (у пластичных материалов) при деформации,

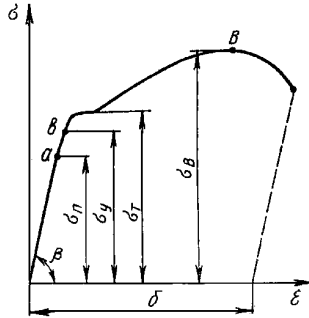


Рисунок 3.15 - Диаграмма растяжения стали

соответствующей снижающемуся участку кривой на диаграмме растяжения. Максимальное условное напряжение - отношение максимальной растягивающей силы к начальной площади поперечного сечения образца - называют временным сопротивлением σ_B .

Испытания на растяжение позволяют также оценить пластические свойства материала, которые характеризуются обычно относительным удлинением после разрыва δ .

Аналогичные характеристики получают при испытании на сжатие, изгиб и кручение.

Для оценки поведения материала при повышенных температурах проводят испытания на длительную прочность - до тех пор, пока при данной температуре и нагрузке не будет достигнута максимальная остаточная деформация или произойдет разрушение образца.

При этих испытаниях определяют предел длительной прочности и предел ползучести. Пределом длительной прочности называют максимальное (условное) напряжение, которое может выдержать образец без разрушения при данной температуре в течение неограниченно долгого времени. Предел ползучести при определенной температуре - максимальное (условное) напряжение, при котором скорость ползучести за определенное время испытания (25-35 ч) не превосходит 10^{-4} %/ч. При этом относитель-

ное остаточное удлинение не должно превышать 0,2% после 45 ч испытания под нагрузкой. Пределы прочности и ползучести определяют для сталей в интервале температур 350-700°C [3].

3.4.2 Испытания ударной нагрузкой

Испытания на ударный изгиб позволяют оценить сопротивление хрупкому разрушению вязких материалов. Для этого стандартный образец (рис.3.16 а), свободно установленный на опоры копра, разрушается за один удар тяжелого маятника по стороне, противоположной надрезу (рис. 3.16 б). Кроме U-образного концентратора, показанного на рис. 3.16, применяются V-образные с углом раствора 45° и радиусом скругления 0,25 мм. Скорость маятникового копра в момент соударения зависит от угла падения α и обычно лежит в интервале 5-7 м/с. Количественной характеристикой вязкости при ударном разрушении является отношение работы W_K , необходимой для разрушения образца, к площади его поперечного сечения, измеренной в плоскости симметрии надреза. Этот параметр $a_K = W_K/A_0$ (Дж/м²) округляют до целого числа и называют ударной вязкостью. Поглощенную при разрушении образца работу можно определить по формуле

$$W_K = mgl(\cos\beta - \cos\alpha), \quad (3.5)$$

где m - масса маятника копра; l - его длина; β - угол подъема маятника после разрушения образца; g - ускорение свободного падения.

Зависимость ударной вязкости стали от температуры показана на рис. 3.17. В диапазоне температур, меньших t_1 , происходит хрупкий излом, а больших t_2 - вязкий. Если $t_1 < t < t_2$, то наблюдается смешанный излом. Значение $t_2 - t_1$ зависит от структуры стали, вида ее термической обработки, предварительной холодной пластической деформации образца и его старения.

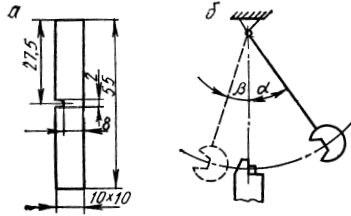


Рисунок 3.16 - Испытание образца на ударную вязкость:
а - образец; б - схема испытания

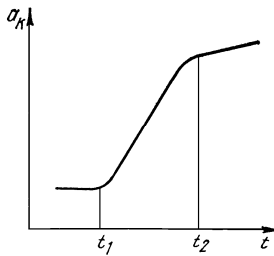


Рисунок 3.17 - Зависимость ударной вязкости стали от температуры испытания

Кроме испытания ударом на изгиб (но значительно реже), применяют испытание ударом на растяжение и скручивание [3].

3.4.3 Испытания циклической нагрузкой

При циклических нагрузках в исследуемом образце происходит постепенное накопление повреждений, приводящих к изменению свойств, образованию трещин, их развитию и разрушению. Этот процесс называют усталостью. Параметрами циклического нагружения являются: среднее напряжение цикла $a_m = 0,5(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})$, амплитуда напряжения σ_a , частота циклов f (или период T цикла), коэффициент асимметрии $R_a = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ (рис. 3.18). Цикл, у ко-

того максимальное и минимальное напряжения равны, но противоположны по знаку, называется симметричным.

Схема нагружения должна в той или иной мере воспроизвести в образцах напряженное состояние, характерное для эксплуатационных условий работы детали, так как от соотношения касательных и нормальных напряжений зависит сопротивление усталостному разрушению и характер разрушения.

Характеристиками сопротивления усталости материала являются: предел выносливости σ_k - максимальное напряжение цикла с коэффициентом асимметрии R , соответствующее заданному (базовому) числу циклов напряжения; предел выносливости при симметричном цикле σ_{-1} ; циклическая долговечность N — общее число циклов, выдержанных нагруженным объектом до образования усталостной трещины определенной протяженности или до усталостного разрушения.

Для определения предела выносливости испытывают 10-15 одинаковых образцов. Для первого образца максимальное напряжение обычно составляет $0,75\sigma_B$.

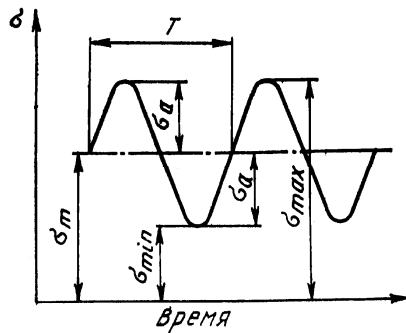


Рисунок 3.18 - Схема измерения нагрузки на образец при испытании на усталость

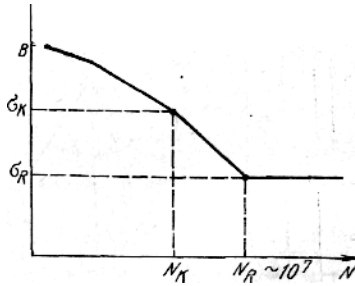


Рисунок 3.19 - Типовая схема результатов испытания на усталость

Определяется число циклов нагружения, которое он выдерживает до разрушения N_1 . Напряжения при испытании второго образца назначаются в зависимости от N_1 . При $N_1 < 2 \cdot 10^5$ $\sigma_2 = \sigma_1 - 20$ МПа, при $N_1 > 2 \cdot 10^5$ $\sigma_2 = \sigma_1 + 20$ МПа. Максимальное напряжение цикла для каждого последующего образца понижается на 8-12% до тех пор, пока i -й образец не выдержит без разрушения базовое число циклов нагружения.

Уточнение предела выносливости производится при испытании нескольких других образцов, для которых $\sigma_i = 0,5(\sigma_1 + \sigma_2)$. На уровне предела выносливости должно быть испытано не менее трех образцов. По результатам испытаний строится кривая усталости (рис. 3.19). Критическое напряжение σ_K , выше которого уже с первых циклов нагружения возникают субмикроскопические трещины и отсутствует инкубационный период, делит диапазон $\sigma_1 - \sigma_B$ на две области - малоциклового и многоциклового усталости.

Для сокращения трудоемкости испытаний на усталость разработано много прямых и косвенных ускоренных методов. Наиболее распространенным является метод ступенчатого нагружения, который основан на гипотезе о линейном характере накопления усталостных повреждений.

В данном случае на каждом уровне периодически повышается на $\Delta\sigma$ амплитуды напряжений осуществляется n_i циклов нагружения. Испытание продолжается до разрушения образца. Полученные результаты позволяют определить искомый предел выносливости [14].

В косвенных методах используется связь предела выносливости с другими характеристиками механических свойств материалов или резкое изменение некоторых параметров при достижении предела выносливости. В первом приближении значение σ_{-1} можно определить по формуле $\sigma_{-1} = 5 + 0,25(\sigma_s + \sigma_i)$. Другой косвенный метод заключается в измерении температуры образца, который испытывается при непрерывном возрастании амплитуды напряжений. При достижении напряжения, равного пределу выносливости, нарушается линейная зависимость между амплитудой напряжений и температурой.

Однако косвенные методы не могут выявить влияние на предел выносливости шероховатости поверхности образца или коррозии. Прямые же методы показали, что предел выносливости полированного образца на 27% больше, чем у точеного. При коррозии предел выносливости может снизиться в 4-6 раз [15].

3.4.4 Измерение твердости

Измерение твердости относится к наиболее распространенным видам механических испытаний в материаловедении. Это обусловлено относительной простотой методов измерения и возможностью по твердости приблизительно оценить характеристики других механических свойств материала. Методы измерения твердости основаны на том, что в испытуемый материал вдавливают индентор, а пластическую деформацию при этом рассматривают как меру твердости. Наиболее распространенными инденторами являются: закаленный шарик, алмазный конус и четырех-

гранная алмазная пирамида с углом при вершине 136° (рис. 3.20).

При определении твердости по Бринеллю шарик в течение установленного времени вдавливается с определенной силой в испытуемый образец. В результате на его поверхности образуется отпечаток в виде части сферы диаметром d и глубиной h . Число твердости HB рассчитывают как отношение приложенной нагрузки к площади отпечатка. Для определения последней при помощи специальной лупы замеряется диаметр отпечатка. Число твердости по Бринеллю

$$HB = \frac{0,204F}{\pi D \left(D - \sqrt{D^2 - d^2} \right)}, \quad (3.6)$$

где F - приложенная нагрузка, Н; D - диаметр шарика, мм.

Диаметр шарика и нагрузка выбираются в зависимости от механических свойств испытуемого материала и толщины образца. Число твердости по Бринеллю может определяться и по специальным таблицам.

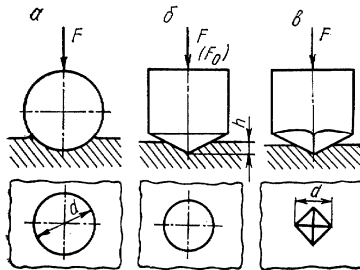


Рисунок 3.20 – Инденторы, применяемые при измерении твердости: а - шарик; б – конус; в – пирамида

Твердость по Виккерсу HV определяют аналогично. Различие заключается лишь в твердости и форме индентора. Для определения площади отпечатка измеряют при помощи микроскопа его диагональ d . При указанном выше

угле пирамиды число твердости по Виккерсу вычисляется по формуле $HV=0,189F/d^2$ [3].

Определение твердости по методу Роквелла является самым распространенным видом технологического контроля металлических деталей. По сравнению с методом Бринелля у него следующие преимущества: простота определения числа твердости путем отсчета по шкале индикатора без вычисления или пользования таблицами; малая повреждаемость поверхности; высокая производительность при измерениях. К недостаткам метода можно отнести отсутствие единой шкалы и произвольность ее выбора.

Твердость по Роквеллу HR, выражаемую в условных единицах, вычисляют как линейную функцию разности глубин, на которые вдавливаются конический индентор под действием двух последовательно прикладываемых нагрузок – предварительной F_0 и общей F , которая равна сумме предварительной и основной F_1 нагрузок:

$$HR = A - (h - h_0)/c, \quad (3.7)$$

где A - некоторая постоянная, которая выбирается в зависимости от применяемой шкалы; h_0 - глубина вдавливания при действии предварительной нагрузки; h - глубина вдавливания при действии общей нагрузки, измеренная после снятия основной; C - цена деления шкалы измерительного устройства в условных единицах твердости ($C = 0,002$ мм); для шкал A и C принимают $A = 100$, а для шкалы $BA = = 130$ мкм.

Нагрузки при измерении по методу Роквелла строго регламентированы: предварительная - 98 Н, общие - 589, 981 и 1471 Н.

Для определения твердости относительно мягких материалов по Роквеллу вместо алмазного конуса используется стальной закаленный шарик диаметром 1,588 мм. Чаще всего на практике применяется шкала C . Шкала A применяется для очень твердых материалов, например твердых сплавов, а шкала B — при использовании сферическо-

го индентора. Число твердости по Роквеллу обозначается через HR с добавлением обозначения соответствующей шкалы: HRA, HRC, HRB [3].

3.4.5 Испытания на износостойкость

Целью испытания на износостойкость является изучение поведения контактных поверхностей двух деталей 1 и 2, находящихся в относительном движении и прижатых друг к другу с определенной силой (рис. 3.21). Между этими деталями обычно находится промежуточный слой 3 вещества, которое может замедлить или, наоборот, ускорить изнашивание. Испытания можно проводить на модели либо анализируя износ элементов реальной промышленной установки.

Испытания на модели - обычно скоростные - проводят в более жестких, чем на практике, условиях. Хотя к результатам испытаний на модели следует относиться с осторожностью, последние распространены довольно широко.

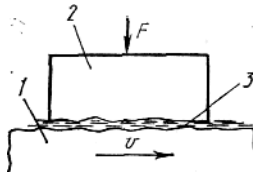


Рисунок 3.21 - Схема испытания на износостойкость

Одной из основных причин изнашивания деталей машин и режущих инструментов является усталость материала в поверхностных слоях при упругом деформировании и охрупчивание при повторном пластическом деформировании. При наличии в структуре трущихся материалов твердых частиц (например, карбидов железа, хрома и т. д.) возможно микрорезание этими частицами,

т.е. абразивное изнашивание. Оно может иметь место также при наличии абразивных частиц в промежуточном слое. При значительной удельной нагрузке и относительно малой скорости резания часто наблюдается адгезионное изнашивание. При достаточно высокой температуре поверхностей трения развивается изнашивание, связанное с диффузией атомов одного из тел в другое. При этом могут изменяться химический состав и структура, а следовательно, и механические свойства поверхностных слоев, что способствует увеличению скорости других видов изнашивания. В некоторых случаях изнашивание может быть связано с окислением трущихся поверхностей, эрозией и т. д.

На рис. 3.22 показаны различные схемы испытаний на износостойкость методом моделирования, которые проводятся на различных лабораторных установках. Испытуемый образец 1 с заданной силой F прижимается к периферии ролика 2 или торцу диска 3.

Приведенные схемы испытаний обеспечивают разный коэффициент взаимного перекрытия (отношение площадей трения контактирующей пары): от близкого к нулю (рис. 3.22 а) до 1 (рис. 3.22 б).

Для оценки в лаборатории износостойкости пары трения применительно к заданным эксплуатационным условиям необходимо:

- 1) обеспечить коэффициент взаимного перекрытия, который имеет место при эксплуатации;
- 2) обеспечить скорость скольжения, максимально приближающуюся к эксплуатационной;
- 3) подобрать такую нагрузку, при которой контактная температура будет соответствовать эксплуатационной;
- 4) определить фактическую площадь касания;
- 5) вычислить удельный износ.

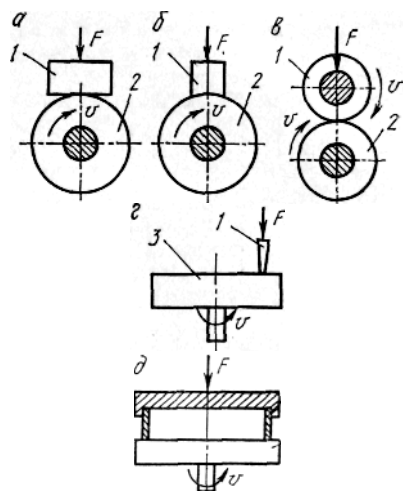


Рисунок 3.22 - Схемы испытаний на износостойкость методом моделирования

Удельный износ будет совпадать с эксплуатационным при одинаковых параметрах шероховатости поверхностей в реальном узле и у испытываемых образцов.

Для определения износа материала и его распределения по поверхности трения применяют различные методы. Наиболее распространенным является метод измерения линейного износа, для чего измеряют размеры элементов пары трения до и после испытания.

Для измерения размеров пользуются микрометром, контактными или бесконтактными электрическими или пневматическими приборами.

Часто применяется также весовой метод измерения износа, при котором образцы взвешиваются до и после испытания. Однако этот метод не дает возможности определить закон распределения износа по поверхности трения. В случае неравномерного износа образцов его измерение удобно проводить при помощи профилографа.

Для измерения износа элементов пар трения в действующей машине хорошо себя зарекомендовал метод искусственных баз. В основе этого метода лежит косвенное определение износа по изменению размеров суживающегося углубления заранее известного профиля (рис. 3.23). Такое углубление можно получить вдавливанием конического или пирамидального индентора (рис.3.23 а), вырезанием остроугольной лунки вращающимся резцом или шлифовальным кругом (рис.3.23 б).

Линейный износ Δb определяется по следующим формулам. Если размер диагонали пирамидальной лунки изменился от d_1 до d_2 , то

$$\Delta b = \frac{d_1 - d_2}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \quad (3.8)$$

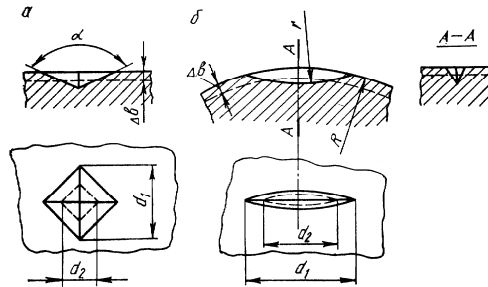


Рисунок 3.23 - Схемы искусственных баз для измерения износа

Если длина лунки радиуса r в результате изнашивания наружной цилиндрической поверхности изменилась от d_1 до d_2 , то

$$\Delta b = 0,125(d_1^2 - d_2^2)(1/r - 1/2), \quad (3.9)$$

а в случае измерения износа внутренней цилиндрической поверхности

$$\Delta b = 0,125(d_1^2 - d_2^2)(1/r - 1/2). \quad (3.10)$$

Для плоской поверхности

$$\Delta b = 0,125(d_1^2 - d_2^2)/r. \quad (3.11)$$

Объем продуктов изнашивания можно также определить путем химического анализа смазочного материала. Этот метод обладает высокой точностью, но не дает возможности оценить износ каждой из трущихся деталей. Если в материал детали, износ которой требуется определить, внести радиоактивные изотопы, то по мере изнашивания в слой смазочного материала будет попадать пропорциональное износу количество атомов этого изотопа. По интенсивности излучения изотопа в пробе масла можно судить об объемном износе за определенное время. Изотопы чаще всего образуются в поверхностном слое испытуемой детали облучением ее потоком нейтронов [3].

3.4.6 Неразрушающие методы определения механических свойств и структуры

Данные методы основаны на корреляционной зависимости между структурой и механическими свойствами материалов, с одной стороны, и их магнитными и акустическими характеристиками - с другой. Такова, например, связь между твердостью углеродистых и низколегированных сталей и их коэрцитивной силой a_c . Чем больше содержание углерода в сплаве, тем выше коэрцитивная сила. Но в различных структурных составляющих углерод в разной степени способствует увеличению коэрцитивной силы сплава: в меньшей степени, когда он находится в форме графита, сильнее - в перлите и мартенсите и наиболее сильно — в цементите. Зависимость между коэрцитивной силой и твердостью сталей 30X13 и 20X17H2 показана на рис. 3.24, а зависимость коэрцитивной силы и твердости стали ШХ15 от температуры отпуска - на рис. 3.25 [9].

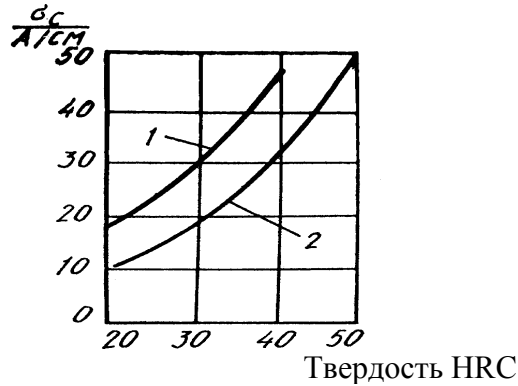


Рисунок 3.24 - Зависимость между коэрцитивной силой и твердостью: 1 - сталь 30X13; 2 - сталь 20X17H2

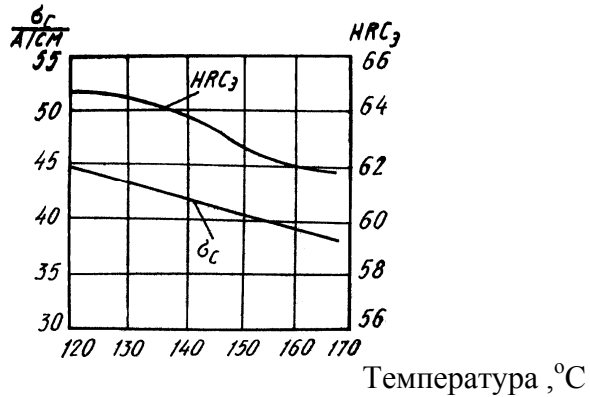


Рисунок 3.25 - Зависимость коэрцитивной силы и твердости от температуры отпуска стали ШХ15

При перемагничивании ферромагнитных тел магнитная индукция B зависит не только от напряженности магнитного поля σ , но и от предшествующего магнитного состояния. Вид кривой цикла перемагничивания, называемой петлей гистерезиса, показан на рис. 3.26, где отрезок Od

характеризует остаточный магнетизм, т. е. магнитную индукцию при $a = 0$, Oe - коэрцитивную силу σ_c , т. е. напряженность магнитного поля, необходимую для полного размагничивания.

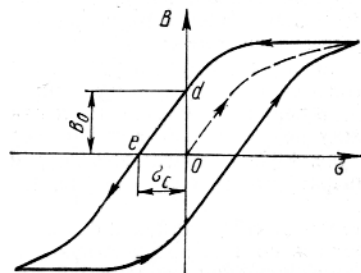


Рисунок 3.26 - Кривая перемагничивания

Блок-схема коэрцитиметра показана на рис. 3.27. Участок контролируемого объекта 1 намагничивается при помощи электромагнита 2 и катушек 8. Перемычкой электромагнита служит сердечник 7 феррозонда с питающей 5 и измерительными 4 катушками. Катушки 8 получают питание от силового трансформатора 11 через стабилизирующие выпрямители намагничивания 10 и размагничивания 12 и затем через коммутатор 14. Индикаторы 9 к 13 показывают соответственно ток намагничивания и размагничивания. Катушка 5 получает питание через блок 6, а напряжение на выходе измерительной катушки измеряется прибором 3.

После намагничивания при помощи коммутатора отключается ток намагничивания и плавно увеличивается ток размагничивания до тех пор, пока прибор 3 не покажет отсутствие магнитного потока на контролируемом участке. Показания индикатора 13 в этот момент пропорциональны измеряемой коэрцитивной силе. Прибор обеспечивает точность измерения $\pm 3\%$.

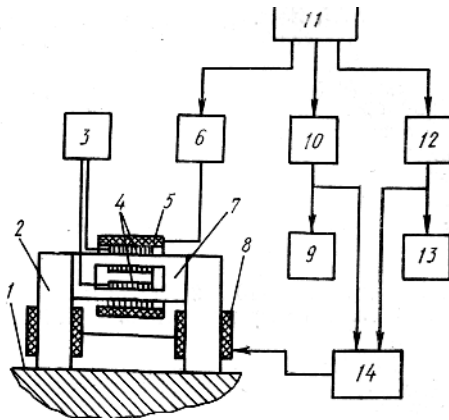


Рисунок 3.27 - Блок-схема коэрцитиметра

В других приборах измеряется не коэрцитивная сила, а пропорциональная ей остаточная индукция B (см. рис. 3.27) или магнитная проницаемость, равная согласно определению отношению B/σ . Индукционный метод измерения магнитной (динамической) проницаемости основан на том, что если поддерживать постоянной амплитуду напряженности намагничивающего поля, то амплитудная или динамическая проницаемость будет пропорциональна амплитуде индукции в контролируемой детали. Обычно используют дифференциальную схему, с помощью которой определяют изменение магнитной проницаемости контролируемой детали по сравнению с эталонной. Погрешность измерения прибором ЭМТ-2, построенном на данном принципе, не превышает НРС для сталей 50ХФА и 30ХГСА [9,15].

Электромагнитный метод (метод вихревых токов) основан на регистрации изменений электромагнитного поля вихревых токов, наводимых возбуждающей катушкой в электропроводящем объекте контроля. Его можно применять для измерения параметров механических свойств ма-

териала, если существует корреляционная зависимость между ними и удельным электрическим сопротивлением или магнитной проницаемостью испытуемого материала.

Экспериментально установлено, что удельная электрическая проницаемость стали тем меньше, чем выше в ней содержание углерода и чем больше углерода при закалке перейдет в твердый раствор. Выявлена связь между удельной проводимостью алюминиевых сплавов Υ и свойствами их после термической обработки. Так, например, если в состоянии поставки сплав АК6 имеет в среднем $\Upsilon = 27,4$ МСм/м, то при нормальной закалке - $\Upsilon = 22,1$ МСм/м. Если при закалке материал перегрет, то $\Upsilon = 21,1$ МСм/м. В зависимости от времени старения значение Υ изменяется в пределах от 20 до 24 МСм/м, сначала уменьшаясь, а затем увеличиваясь.

Электромагнитными структуроскопами измеряют мгновенное значение несинусоидального напряжения измерительного вихретокового преобразователя ВТП или амплитуду и фазу одной из его гармоник при перемагничивании в высокочастотных полях малой напряженности, в низкочастотных полях большой напряженности, либо в двух- и многочастотных полях. Это позволяет контролировать вариации химического состава, структуру металлов и сплавов, а также механические напряжения в них. С помощью электромагнитных приборов с ВТП можно контролировать качество термической и химико-термической обработки, состояние поверхностных слоев деталей после механической обработки (шлифование, наклеп), обнаруживать усталостные трещины на ранних стадиях развития, наличие α -фазы и т. д. Таким образом, измеренный электромагнитным структуроскопом сигнал несет информацию о многих параметрах, что является, с одной стороны, преимуществом, а с другой - недостатком, так как тре-

буются специальные приемы разделения информации об отдельных параметрах объекта.

По виду преобразования параметров объекта в выходную величину ВТП делят на трансформаторные и параметрические. В трансформаторных ВТП, имеющих минимум две обмотки (возбуждающую и измерительную), параметры объекта преобразуются в напряжение измерительной обмотки, а в параметрических, имеющих, как правило, одну обмотку, - в комплексное сопротивление. Схемы некоторых преобразователей показаны на рис. 3.28 [9, 15].

Акустические методы контроля физико-механических свойств материалов (размеров зерна, модулей упругости, твердости, текстуры, прочности и т. п.) основаны на связи этих свойств со скоростью распространения и коэффициентом затухания звуковых волн в испытуемом материале.

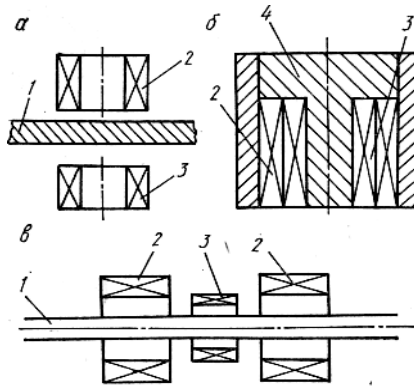


Рисунок 3.28 - Схемы вихретоковых измерительных преобразователей: а - накладного; б - накладного экранного; в - проходного вихретокового; 1 - испытуемый образец; 2 - возбуждающая обмотка; 3 - измерительная обмотка; 4 - сердечник

Одним из важнейших показателей качества кристаллических материалов, в частности металлов, является размер зерна, определяющий прочностные характеристики изделия. В первом приближении зависимость между номером шкалы (в баллах) N и размерной характеристикой зерна \bar{D} (мкм) можно аппроксимировать уравнением $\bar{D} = 352 \exp(-0,35N)$.

Наибольшее влияние размера зерна на коэффициент затухания ультразвука наблюдается при $5 < \lambda/D < 15$ (λ - длина ультразвуковых волн). Для измерения затухания наибольшее применение получил импульсный метод, основанный на сравнении амплитуд двух или нескольких ультразвуковых сигналов разной частоты. При этом опорную частоту выбирают низкой, так что затухание ультразвуковых волн при ней практически не зависит от структуры материала. Рабочие частоты соответствуют приведенному выше неравенству. При рабочей частоте 0,65-10 МГц можно оценить размер зерна от 1 до 7 баллов. Для измерения размера зерна можно применять серийные импульсные дефектоскопы (ДСК-1, УС-11 И, УС-10П и т. д.).

Измеряя скорость распространения ультразвуковых волн в материале, можно определить его модуль упругости и другие упругие постоянные. Кроме того, по относительному изменению скорости различных ультразвуковых волн можно определить напряженное состояние материала. На экспериментальной установке УЗМД контролируют остаточные поверхностные напряжения в стальных или чугунных отливках с точностью $\pm 0,2$ МПа [9, 15].

Предел прочности стеклопластиков можно определить по формуле $\sigma_b = E[A + B/ac]$, где A и B - коэффициенты; a - коэффициент затухания; c - скорость распространения ультразвуковых волн в материале; E — модуль упругости стеклопластика, который

определяют по полученным значениям c и плотности материала.

Излучающий 2 и приемный 1 искатели устанавливают на очищенную и смазанную маслом поверхность стеклопластика 3 (рис. 3.29). Расстояние между искателями ℓ_0 обычно составляет 200 мм. Скорость распространения звука определяют по времени t его прохождения в материале $c = \ell_0/t$. Для измерения коэффициента затухания один из искателей устанавливают на расстоянии $\ell_1 = \ell_0/2$. По изменению амплитуды сигнала находят значение a .

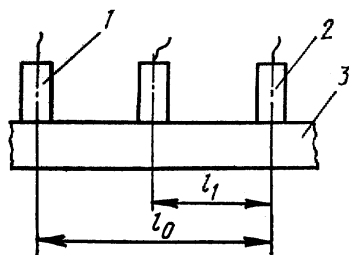


Рисунок 3.29 - Схема измерения механических свойств материалов акустическим методом

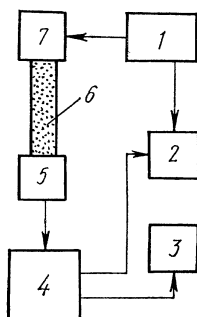


Рисунок 3.30 - Блок-схема прибора «Звук-1М»

Для измерения твердости абразивного инструмента используют корреляционную связь ее со скоростью распространения ультразвуковых волн в материале, которую определяют резонансным методом при помощи прибора «Звук-1М» (рис.3.30) [16]. Генератор 1 создает электрические колебания, частота которых изменяется в пределах от 5 до 550 кГц. При помощи пьезоэлектрического излучателя 7 эти колебания преобразуются в механические, передаются образцу 6 и воспринимаются пьезоэлектрическим приемником 5, который осуществляет обратное преобразование. Электрические колебания с приемника проходят через усилитель 4 и поступают на амплитудный 3 и фазовый 2 индикаторы резонанса. Одновременно на фазовый индикатор подается опорное напряжение с генератора. При совпадении частоты генератора с частотой собственных колебаний образца наступает резонанс, который фиксируется в момент раскрытия сектора глазка амплитудного индикатора или (более точно) по минимальным показаниям стрелочного прибора фазового индикатора. Градуировочные таблицы позволяют оценивать твердость абразивного инструмента по замеренной резонансной частоте в зависимости от размеров инструмента [16].

3.4.7 Методы определения остаточных напряжений

Остаточные напряжения можно классифицировать по протяженности силового поля:

1) макронапряжения, или напряжения 1-го рода, охватывающие области, соизмеримые с размерами испытуемого объекта; они имеют ориентацию, зависящую от формы объекта;

2) микронапряжения, или напряжения 2-го рода, распространяющиеся на отдельные зерна металла или на группу зерен;

3) субмикроскопические напряжения, относящиеся к искажениям атомной решетки кристалла; ориентация их связана со структурой атомной решетки.

Остаточные макронапряжения возникают в результате действия различных технологических факторов при изготовлении детали (изделия). Значение и знак остаточных макронапряжений зависят от схемы деформирования объекта и температуры, при которой оно происходило. При обработке резанием или шлифованием остаточные макронапряжения являются следствием неравномерности распределения температуры и деформаций в поверхностных слоях обрабатываемой детали и во времени. На рис. 3.31 кривые 4, 2 и 1 соответствуют операциям шлифования, точения и сочетанию шлифования с алмазным выглаживанием стали ЭИ643, а 5 и 3 - шлифованию и фрезерованию стали ХН70ВМТЮ. Состав и способ подвода смазочно-охлаждающих жидкостей значительно влияет на значение и знак макронапряжений после обработки резанием.

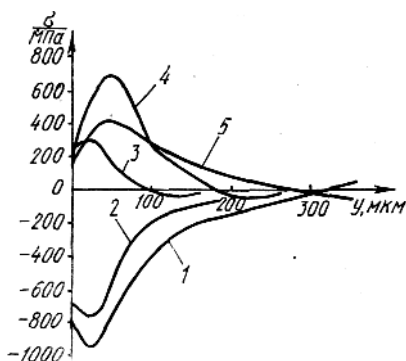


Рисунок 3.31 - Эпюры распределения макронапряжений по глубине y поверхностного слоя деталей после обработки их различными методами

Значительные макронапряжения возникают при термической обработке (закалке), при сварке и резке. В этих случаях остаточные макронапряжения обусловлены в основном неравномерностью температурного поля при быст-

ром нагреве или охлаждении. На рис. 3.32 показана эпюра напряжений в сплошном образце из стали 40ХНМ при закалке в воде (1) и масле (2) [17].

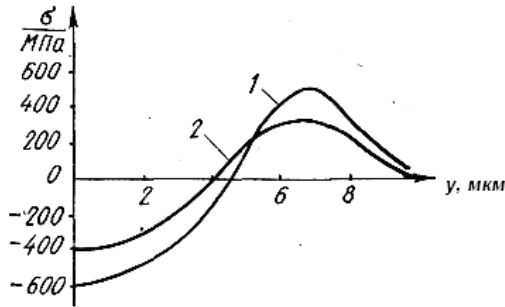


Рисунок 3.32 - Эпюры макронапряжений после закалки

Микронапряжения являются следствием различия физических свойств компонентов поликристаллического тела, стесненных условий деформирования отдельных зерен, а также анизотропии их свойств. Особенно значительны микронапряжения при фазовых превращениях (кристаллизация и распад твердого раствора), так как при этом увеличение или уменьшение объема отдельных зерен сопровождается появлением значительных межзеренных напряжений. Вследствие различия коэффициентов линейного расширения компонентов сплава при его нагреве также возникают значительные микронапряжения.

Возникшие в материале остаточные микро- и макронапряжения не остаются постоянными, а изменяются с течением времени. Релаксация макронапряжений сопровождается обычно общей деформацией детали, иногда настолько значительной, что она наблюдается визуально или вызывает разрушение (появление трещины). При низких температурах этот процесс идет медленно. Нагрев до температуры отпуска и выше способствует ускорению релаксации макронапряжений.

Основными методами определения остаточных напряжений являются механические и рентгеновские. Применяются также электрофизические методы, при которых остаточные напряжения находятся по изменению электромагнитных свойств материала поверхностного слоя детали.

Механические методы основаны на предположении, что разрезка или удаление части детали с остаточными напряжениями эквивалентны приложению к оставшейся детали на вновь появившихся поверхностях напряжений, равных остаточным, но с обратным знаком. Они вызывают деформирование детали или появление усилия в устройствах, препятствующих деформации. Измеряя возникшие деформации или силы, можно вычислить остаточные напряжения.

Различия механических методов заключаются:

- а) в форме образцов;
- б) в предположениях относительно закона распределения остаточных напряжений;
- в) в способе измерения деформаций образца или реакций опор, способных устранить эти деформации.

Наиболее широкое применение для вырезки образцов нашли методы электроэрозионной прошивки. Для деталей из жаропрочных и титановых сплавов весьма перспективны методы электрохимической прошивки. Они производительны и не вызывают дополнительных остаточных напряжений. После механической вырезки образцов рекомендуется стравливать с вновь образованных поверхностей слой толщиной до 0,2 мм для удаления напряжений, возникающих при вырезке.

Наиболее распространенными методами удаления напряженных слоев металла при исследовании остаточных напряжений являются электролитическое и химическое травления. Рекомендуемые составы травителей и электролитов для различных материалов приведены в табл. 3.5. Электрохимическое травление при прочих равных условиях предпочтительнее, так как, изменяя плотность тока, можно изменять скорость снятия металла, а также обеспечить ее стабильность, что важно для автоматизации записи

кривой деформирования образца. Поверхности образца, не подлежащие травлению, и детали подвески защищаются покрытиями, стойкими при данной температуре. При температурах до 30 °С можно использовать парафин и воск. Лаки ХВЛ-21 и Э1 можно использовать и при более высоких температурах. Травление составами, указанными в табл. 3.5, проводится при температуре 20 °С [16].

Таблица 3.5 – Растворы для травления [16]

Материал образца	Состав электролита или травителя (в массовых долях)	Метод травления
Углеродистые и низколегированные стали	18-20% серной кислоты, остальное - вода 20% азотной кислоты, остальное - вода	Электрохимический
Высоколегированные стали	45% ортофосфорной кислоты, 45% серной кислоты, остальное – вода 60-65% ортофосфорной кислоты, 15-20% серной кислоты, 0,5% хромового ангидрида, 7% глицерина, 0,5% сернокислого железа, остальное – вода 15-20% азотной кислоты, 20-25% щелочи натрия, остальное – вода 30% азотной кислоты, остальное – вода	Электрохимический
Чугуны	35% бисульфата натрия, остальное – вода 8-10% соляной кислоты, остальное – вода	Химический
Сплавы алюминия	10-15% натриевой щелочи, остальное – вода 91% ортофосфорной кислоты, 9% хромового ангидрида	Электрохимический, химический
Латунь, бронза	100% ортофосфорной кислоты	Электрохимический

Форма вырезаемых образцов показана на рис. 3.33. Напряженное состояние в них считается одноосным. На-

пряжения изменяются только в зависимости от расстояния h от рассматриваемой точки A до обработанной поверхности C . Образцы в виде стержней прямоугольного сечения (рис. 3.33 а) широко используются для исследования влияния различных технологических факторов, в частности методов поверхностной обработки, на распределение остаточных напряжений. Кроме того, прямоугольные призматические образцы вырезаются из цилиндрических деталей для определения нормальных остаточных напряжений в поверхностном слое детали вдоль образующих. При этом рекомендуется соблюдать соотношение

$$3 < B < 0,4\sqrt{HR}, \quad (3.12)$$

где H - высота образца; R - наружный радиус цилиндрической поверхности.

Однако не рекомендуется принимать ширину B образцов больше 15 мм. Их высота H должна более чем в три раза превосходить максимальную глубину исследуемого поверхностного слоя. С увеличением высоты образца снижаются погрешности, связанные с внесением дополни-

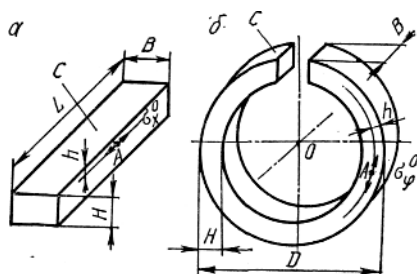


Рисунок 3.33 - Форма образцов для определения эпюры макронапряжений

тельных остаточных напряжений при вырезке. Вместе с тем увеличение высоты образца ограничивается необходимостью получения достаточно больших прогибов при данной длине в процессе травления. Чтобы увеличить допустимую толщину образцов, рекомендуется применять

метрологические схемы измерения деформаций с большими коэффициентами усиления K_y (рис. 3.34, 3.35) [16].

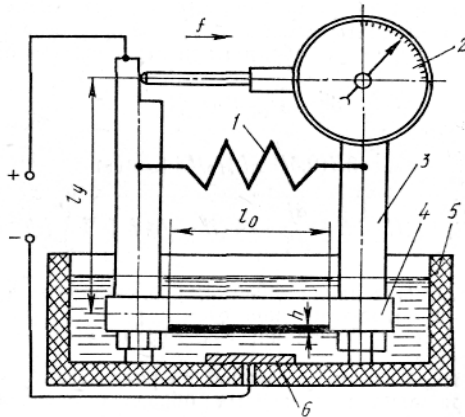


Рисунок 3.34 - Метрологическая схема определения макронапряжений в призматическом образце: 1 - пружина для компенсации измерительного усилия; 2 - индикатор; 3 - стержни усилителя; 4 - образец; 5 - ванна из кислотоупорного материала; 6 - пластина для подачи напряжения

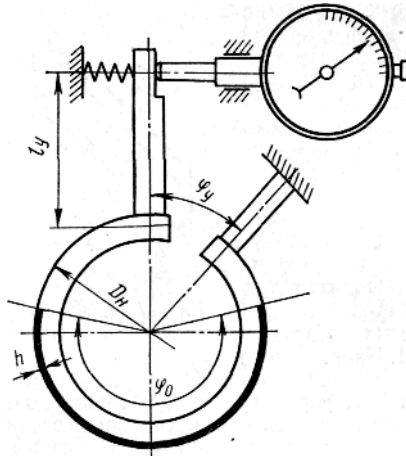


Рисунок 3.35 - Метрологическая схема определения макронапряжений в кольцевом образце

Для определения окружных остаточных напряжений в цилиндрических деталях вырезают кольцевые образцы (см. рис. 3.33 б), удовлетворяющие неравенству $H < 0,21D$.

Остаточные напряжения σ_x^o в точке А, отстоящей от поверхности призматического образца на расстоянии h , представляют в виде суммы двух составляющих: $\sigma_{хв}$, определяемой по деформации образца при вырезке из детали или после снятия отдельно обрабатываемого образца с приспособления, и σ_{xc} , вычисляемой по кривой деформации образца при стравливании его на глубину h [16]:

$$\sigma_x^o = \sigma_{хв} + \sigma_{xc}, \quad (3.13)$$

где $\sigma_{хв} = 8E(0,5H - h)f_o / L^2 + E\varepsilon_{хв}$;

$$\sigma_{xc} = \frac{4F}{3\ell_o^2 Ky} \left[(H - h)^2 - \frac{df}{dh} - 4(H - h)f + 2 \int_0^h (h)dh \right], \quad (3.14)$$

E - модуль упругости; l_0 - длина участка, подлежащего травлению; Ky - коэффициент усиления метрологической схемы; f_B - деформация при вырезке; f - деформация при стравливании; $\varepsilon_{хв}$ - среднее относительное удлинение образца при вырезке. Для метрологической схемы, указанной на рис. 3.34, $Ky = 8/\ell_0$.

Наличие остаточных напряжений в поликристаллических телах, какими являются металлы, обуславливает различные интерференционные эффекты рентгеновских лучей, отраженных от поверхности образцов, в зависимости от размеров зоны, в которой эти напряжения уравновешиваются. Макронапряжения имеют постоянную ориентацию на исследуемом участке поверхности, и вследствие этого изменяются межатомные расстояния, что вызывает угловое отклонение лучей, отраженных от поверхности (от определенных кристаллографических плоскостей в поверхностном слое). В результате появляется смещение линий

на рентгенограммах, по которому и вычисляются остаточные напряжения 1-го рода. В отражении участвуют только определенным образом ориентированные кристаллы поверхностного слоя толщиной от 3 до 50 мкм. Полученное при этом смещение пропорционально усредненному значению остаточных напряжений, распределенных по определенному закону в этом слое.

Микронапряжения, уравнивающиеся в объемах отдельных кристаллов и блоков, нельзя определить механическими методами. Но они легко определяются по уширению интерференционных линий на рентгенограмме.

Описанные ранее электромагнитные методы контроля структуры можно применять и для измерения остаточных напряжений. Но точность этих методов пока относительно низкая, и для определения эпюры остаточных напряжений, так же, как и при механических методах, требуется последовательное стравливание слоев металла [16].

4 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

4.1 Основные определения

Планирование эксперимента – это процедура выбора числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи с требуемой точностью. При этом существенно следующее:

- стремление к минимизации общего числа опытов;
- одновременное варьирование всеми переменными, определяющими процесс, по специальным правилам – алгоритмам;
- использование математического аппарата, формализующего многие действия экспериментатора;

- выбор четкой стратегии, позволяющей принимать обоснованное решение после каждой серии экспериментов.

Планирование эксперимента применяется при поиске оптимальных условий, интерполяционных формул, выборе существенных факторов, оценке и уточнении констант теоретических моделей, выборе наиболее приемлемых из некоторого множества гипотез о механизме явлений, исследование диаграмм состав – свойство и т.д.

Для проведения эксперимента прежде всего необходимо определяться с «объектом исследования». Для описания объекта исследования пользуются схемой (рис.4.1) [17].

Воздействие на «черный ящик» стрелками слева обозначаем буквой X и называем **факторами**. Стрелки справа изображают численные характеристики целей исследования, обозначаем их буквой Y и называем **параметрами оптимизации**. Каждый фактор может принимать в опыте одно из нескольких значений. Такие значения называются **уровнями**.

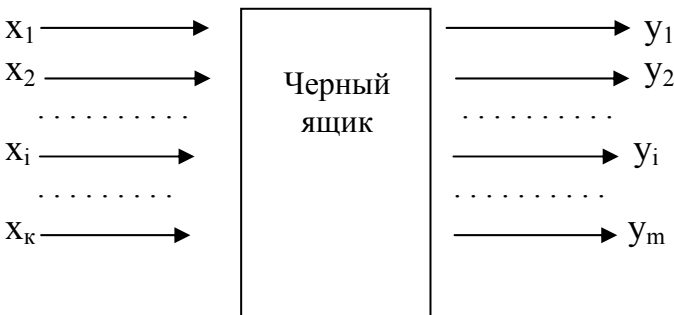


Рисунок 4.1 – Схема «черного ящика»

При решении задачи исследования используется **математическая модель**. Математическая модель представляет собой уравнение, связывающее параметр оптимизации

ции с факторами. Это уравнение в общем виде записывается так:

$$y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_k). \quad (4.1)$$

Такая функция есть функцией отклика.

Планирование эксперимента предполагает активное вмешательство в процесс и возможность выбора в каждом опыте тех уровней факторов, которые представляют интерес. Поэтому такой эксперимент называется **активным**. Объект, на котором возможен активный эксперимент, называется **управляемым**.

Планирование **экстремального эксперимента** – это метод выбора количества и условий проведения опытов, минимально необходимых для отыскания оптимальных условий, т.е. для решения поставленной задачи.

При планировании экстремального эксперимента очень важно определить параметр, который нужно оптимизировать. Цель исследования должна быть сформулирована очень четко и допускать количественную оценку.

4.2 Параметр оптимизации

Параметр оптимизации – это характеристика цели, заданная количественно. Параметр оптимизации является **реакцией** (откликом) на воздействие факторов, которые определяют поведение выбранной системы. Выбор параметра оптимизации при планировании экстремального эксперимента, как правило, сложный. Для этого иногда требуется одновременный учет нескольких параметров. Если выбран один параметр оптимизации, то возможно движение к оптимуму. В этом случае прочие характеристики уже не будут выступать в качестве параметров оптимизации, а будут служить ограничениями.

Параметр оптимизации должен быть количественным, задаваться числом. Его необходимо уметь измерять при любой возможной комбинации выбранных уровней факто-

ров. **Множество значений, которые может принимать параметр оптимизации, называется областью его определения.** Области определения могут быть непрерывными и дискретными, ограниченными и неограниченными. Например, выход реакции – это параметр оптимизации с непрерывной ограниченной областью определения. Он может изменяться в интервале от 0 до 100%. Число бракованных изделий, число зерен на шлифе сплава, число кровяных телец в пробе крови – это параметры с дискретной областью определения, ограниченной снизу.

Уметь измерять параметр оптимизации – это значит располагать подходящим прибором. Если нет способа количественного измерения результата, то используется прием ранжирования (ранговый подход). При этом параметрам оптимизации присваиваются оценки – ранги по заранее выработанной шкале: двухбалльной, трехбалльной, пятибалльной и т.д. Ранговый параметр имеет дискретную ограниченную область определения.

Параметр оптимизации должен выражаться одним числом и быть однозначным в статическом смысле. Заданному набору значений факторов должно соответствовать одно с точностью до ошибки эксперимента значение параметра оптимизации.

Для успешного достижения цели исследования необходимо, чтобы параметр оптимизации действительно оценивал эффективность функционирования системы в заранее выбранном смысле.

Параметр оптимизации должен обладать требованиями универсальности или полноты. Желательно, чтобы он имел физический смысл, был простым и легко вычисляемым. При выборе параметра оптимизации нужно иметь в виду, что он в некоторой степени оказывает влияние на вид математической модели исследуемого объекта.

4.3 Факторы

После того как выбраны объект исследования и параметр оптимизации, нужно включить в рассмотрение все существующие факторы, которые могут влиять на процесс.

Каждый фактор может принимать в опыте одно из нескольких значений. Такие значения называются **уровнями**. Поэтому всякий фактор имеет определенное число дискретных уровней. Фиксированный набор уровней факторов определяет одно из возможных состояний «черного ящика». Это и есть условия проведения одного из возможных опытов. Если перебрать все возможные наборы состояний, то мы получим полное множество различных состояний данного «ящика». Это и будет число возможных различных опытов. Число различных состояний определяется путем возведения числа уровней p в степень числа факторов k : p^k . **Фактором** называется измеряемая переменная величина, принимающая в некоторый момент времени определенное значение.

Факторы соответствуют способам воздействия на объект исследования. Фактор считается заданным, если вместе с его названием указана **область его определения**. Под областью определения принимается совокупность всех значений, которые, в принципе, может принимать данный фактор. Совокупность значений фактора является подмножеством из множества значений, образующих область определения. Область определения может быть непрерывной и дискретной. В материаловедческих задачах планирования эксперимента будем использовать дискретные области определения. В практических задачах области определения факторов ограничены. Ограничения могут носить принципиальный либо технический характер. Факторы разделяются на количественные и качественные. В ряде случаев

граница между понятием качественного и количественного фактора весьма условна.

Время технологического процесса, температура, концентрация реагирующих веществ, скорость подачи веществ, величина рН – это примеры наиболее часто встречающихся количественных факторов. Различные реагенты, адсорбенты, вулканизирующие агенты, кислоты, металлы, неметаллы являются примером уровней качественных факторов.

При планировании эксперимента факторы должны быть управляемыми, т.е. экспериментатор должен управлять фактором. В этом состоит особенность «активного» эксперимента. Чтобы точно определить фактор, нужно указать последовательность действий (операций), с помощью которых устанавливается его конкретное значение (уровни). Такое определение фактора называется **операциональным**. Операциональное определение обеспечивает однозначное понижение фактора. С операциональным определением связаны выбор размерности фактора и точность его фиксирования. Точность замера факторов должна быть, возможно, более высокой. Факторы должны быть однозначны.

При планировании эксперимента обычно одновременно изменяются несколько факторов. Поэтому к ним выдвигаются требования **совместимости**. Совместимость факторов означает, что все их комбинации осуществимы и безопасны. Очень важна также при планировании эксперимента **независимость** факторов на любом уровне вне зависимости от уровней других факторов. Если это условие невыполнимо, то невозможно планировать эксперимент. Согласно требованиям должна отсутствовать корреляция между факторами. Требование некоррелированности не означает, что между значениями факторов нет никакой связи. Выбор факторов - очень ответственный этап при подготовке к планированию эксперимента [17].

4.4 Выбор модели исследуемого процесса

Выбрать модель – значит выяснить вид функции отклика, записать ее уравнение. Сначала построим геометрический аналог функции отклика – **поверхность отклика**. Для наглядности рассмотрим случай с двумя факторами, так как в случае многих факторов геометрическая наглядность теряется. Чтобы изобразить геометрически возможные состояния «черного ящика» с двумя входами, для этого достаточно располагать плоскостью с обычной декартовой системой координат. По одной оси координат будем откладывать в некотором масштабе значения (уровни) одного фактора, а по другой оси – второго. Тогда каждому состоянию «ящика» будет соответствовать точка на плоскости, так как у каждого фактора есть минимальное и максимальное возможные значения, между которыми он может изменяться непрерывно либо дискретно. Если факторы совместимы, то границы образуют на плоскости некоторый прямоугольник, внутри которого лежат точки, соответствующие состояниям «черного ящика». На рис. 4.2 штриховыми линиями обозначены границы областей определения каждого из факторов, а сплошными - границы их совместной области определения [17].

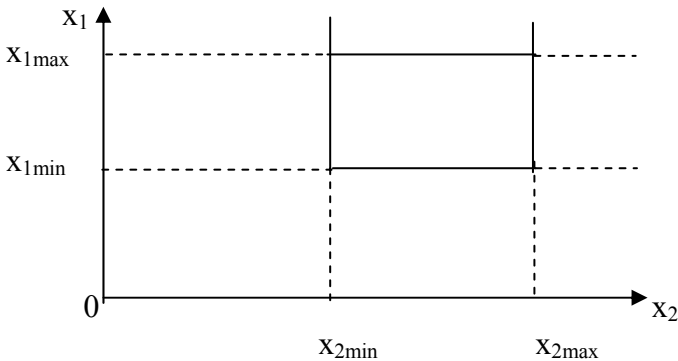


Рисунок 4.2 – Область определения факторов

Если построить еще одну ось (y), то можно указать параметр оптимизации. В этом случае поверхность отклика будет иметь следующий вид (рис. 4.3) [7].

Пространство, в котором строится поверхность отклика, называется **факторным пространством**. Оно задается координатными осями для нахождения параметра оптимизации. При этом для двух факторов можно ограничиться плоскостью сечения. Если произвести сечение поверхности отклика (рис.4.3) плоскостями, параллельными плоскости x_1Ox_2 , и спроектировать на эту плоскость, то на оси координат получим линии, соответствующие параметру оптимизации. Такие линии называются линиями равного отклика (рис.4.4) [17].

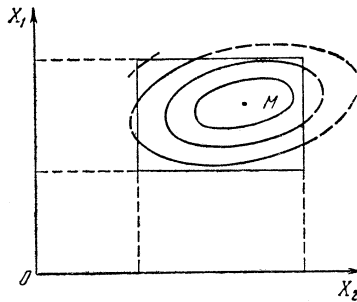


Рисунок 4.3 – Поверхность отклика

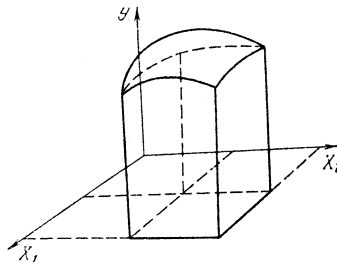


Рисунок 4.4 – Поверхность сечения, спроектированная на плоскость x_1Ox_2

Точка М на рисунке является оптимальной точкой поиска. Каждая линия сечения соответствует постоянному значению параметра оптимизации. Эти линии называются линиями равного отклика. Существует соответствие между состоянием «ящика» и значением параметра оптимизации: каждому возможному состоянию «ящика» соответствует одно значение параметра оптимизации. Обратное неверно.

Чтобы предсказать значение откликов в тех состояниях, которые не изучались экспериментально, необходимо строить **математическую модель**.

Моделей бывает много и разных. Чтобы выбрать одну из них, надо понять, что мы хотим от модели и какие требования к ней предъявляются. Главное требование к модели – это способность предсказывать направление дальнейших опытов с требуемой точностью. Предсказанные с помощью модели значения отклика не должны отличаться от фактического больше чем на некоторую заранее заданную величину. Модель, которая удовлетворяет такому или какому-то аналогичному требованию, называется **адекватной**. Проверка выполнимости этого требования называется **проверкой адекватности модели**. Если несколько различных моделей отвечают нужным требованиям, то следует предпочесть ту из них, которая является самой простой.

Установлено [1], что при прочих равных условиях моделей лучше всего отдавать предпочтение отрезкам степенных рядов – алгебраическим полиномам. Построение полинома возможно в окрестностях любой точки факторного пространства.

Полиномами для двух факторов являются:

$$\text{полином нулевой степени } y = v_0; \quad (4.2)$$

$$\text{полином первой степени } y = v_0 + v_1x_1 + v_2x_2; \quad (4.3)$$

полином второй степени

$$y = v_0 + v_1x_1 + v_2x_2 + v_{12}x_1x_2 + v_{11}x_1^2 + v_{22}x_2^2; \quad (4.4)$$

полином третьей степени

$$y = \vartheta_0 + \vartheta_1 x_1 + \vartheta_2 x_2 + \vartheta_{12} x_1 x_2 + \vartheta_{11} x_1^2 + \vartheta_{22} x_2^2 + \vartheta_{112} x_1^2 x_2 + \vartheta_{122} x_1 x_2^2 + \vartheta_{111} x_1^3 + \vartheta_{222} x_2^3. \quad (4.5)$$

Итак, неизвестная функция отклика представлена полиномом. Замена одной функции эквивалентной называется **аппроксимацией**. То есть неизвестная функция в нашем случае аппроксимирована полиномом.

Эксперименты нужны только для того, чтобы найти численное значение коэффициентов полинома. Поэтому чем больше в выбранном полиноме коэффициентов, тем больше опытов окажутся необходимыми. А так как мы стремимся сократить число экспериментов (опытов), то надо найти такой полином, который бы содержал наименьше коэффициентов, но удовлетворял бы требованиям, предъявленным к модели. Из уравнений (4.2) – (4.5) видно, что чем ниже степень полиномов, тем меньше в нем коэффициентов.

Выбранная модель должна хорошо предсказывать направление наискорейшего улучшения параметра оптимизации. Такое направление называется **направлением градиента**.

В связи с тем, что полином первой степени содержит информацию о направлении градиента и имеет минимально возможное число коэффициентов, лучше взять на «вооружение» эту модель. При этом не ясно, будет ли эта линейная модель всегда адекватной. Адекватность линейной модели гарантируется условиями аналитичности функции отклика. Всегда существует такая окрестность любой точки, в которой линейная модель адекватна. Адекватность модели можно проверить по результатам эксперимента. После выбора произвольной подобласти находим ее требуемые размеры, а затем будем двигаться по градиенту.

На следующем этапе будем искать линейную модель уже в другой подобласти. Цикл повторяется до тех пор, пока движение по градиенту не перестанет давать эффект. Это значит, что мы попали в область, близкую к оптимуму. Такая область называется «почти стационарной». Здесь линейная модель уже не нужна. Либо мы попадаем в почти стационарную область, и задача решена, либо надо переходить к полиномам более высоких степеней.

4.5 Выбор экспериментальной области факторного пространства

При выборе области эксперимента прежде всего надо оценить границы областей определения факторов. При этом должны учитываться ограничения нескольких типов.

Первый тип - принципиальные ограничения для значений факторов, которые не могут быть нарушены ни при каких обстоятельствах. Например, если фактор – температура, то нижним пределом будет абсолютный нуль.

Второй тип – ограничения, связанные с технико-экономическими соображениями, например, со стоимостью сырья, дефицитностью отдельных компонентов, временем ведения процесса.

Третий тип ограничений, с которым чаще всего приходится иметь дело, определяется конкретными условиями проведения процесса. Например, существующей аппаратурой, технологией, организацией.

Оптимизация обычно начинается в условиях, когда объект уже подвергался некоторым исследованиям. Информация, которая содержится в результатах предыдущих исследований, называется априорной [17]. Априорную информацию можно использовать для получения представления о параметре оптимизации, о факторах, о наилучших условиях ведения процесса и характере поверхности от-

клика, т.е. о том, как сильно меняется параметр оптимизации при небольших изменениях значений факторов, а также о кривизне поверхности.

Таким образом, выбор экспериментальной области факторного пространства связан с тщательным анализом априорной информации.

После выбора области определения надо найти локальную подобласть для планирования эксперимента. Для этого необходимо выбрать основной уровень и интервал варьирования.

4.6 Выбор основного уровня

Комбинация уровней факторов является наилучшим условием, определенным из анализа априорной информации. Каждая комбинация является многомерной точкой в факторном пространстве. Ее можно рассматривать как исходную точку для построения плана эксперимента. Эта точка называется **основным (нулевым) уровнем** [17]. Построение плана эксперимента сводится к выбору экспериментальных точек, симметричных относительно нулевого уровня. Если имеются сведения о координатах одной наилучшей точки и нет информации о границах определения факторов, то остается рассматривать эту точку в качестве основного уровня. Аналогичное решение принимается, если границы известны и наилучшие условия лежат внутри области. Основной уровень выбирают с некоторым сдвигом от наилучших условий.

При условии, что координаты наилучшей точки неизвестны, но есть сведения о некоторой подобласти, в которой процесс идет хорошо, тогда основной уровень выбирают либо в центре, либо в случайной точке этой подобласти.

Возможен случай также с некоторыми эквивалентными точками, координаты которых различны. При отсутствии дополнительных данных (технологических, экономических и т.д.) можно выбор производить произвольно. Если эксперимент не дорог и не требует много времени, можно приступить к построению планов экспериментов вокруг нескольких точек.

Принятие решений при выборе основного уровня изображено на рис. 4.5 в виде блок-схемы.

После выбора основного (нулевого) уровня выбираем интервал варьирования.

4.7 Выбор интервалов варьирования

Интервалом варьирования факторов называется некоторое число, прибавление которого к основному уровню дает верхний, а вычитание – нижний уровни факторов. Расстояние на координатной оси между основным и верхним (или нижним) уровнем и есть интервалом варьирования. Поэтому, чтобы выбрать уровни, необходимо сначала выбрать интервал варьирования.

Для упрощения записи условий эксперимента и обработки экспериментальных данных масштабы по осям выбираются так, чтобы верхний уровень соответствовал +1, нижний – 1, а основной 0.

На выбор интервала варьирования накладываются естественные ограничения сверху и снизу: интервал варьирования не может быть меньше той ошибки, с которой экспериментатор фиксирует уровень фактора, иначе верхний и нижний уровни факторов окажутся неразличимы. Интервал варьирования не может быть также очень большим, иначе верхний и нижний уровни окажутся за пределами области определения.

Выбор интервалов варьирования связан с неформализованным этапом планирования эксперимента.

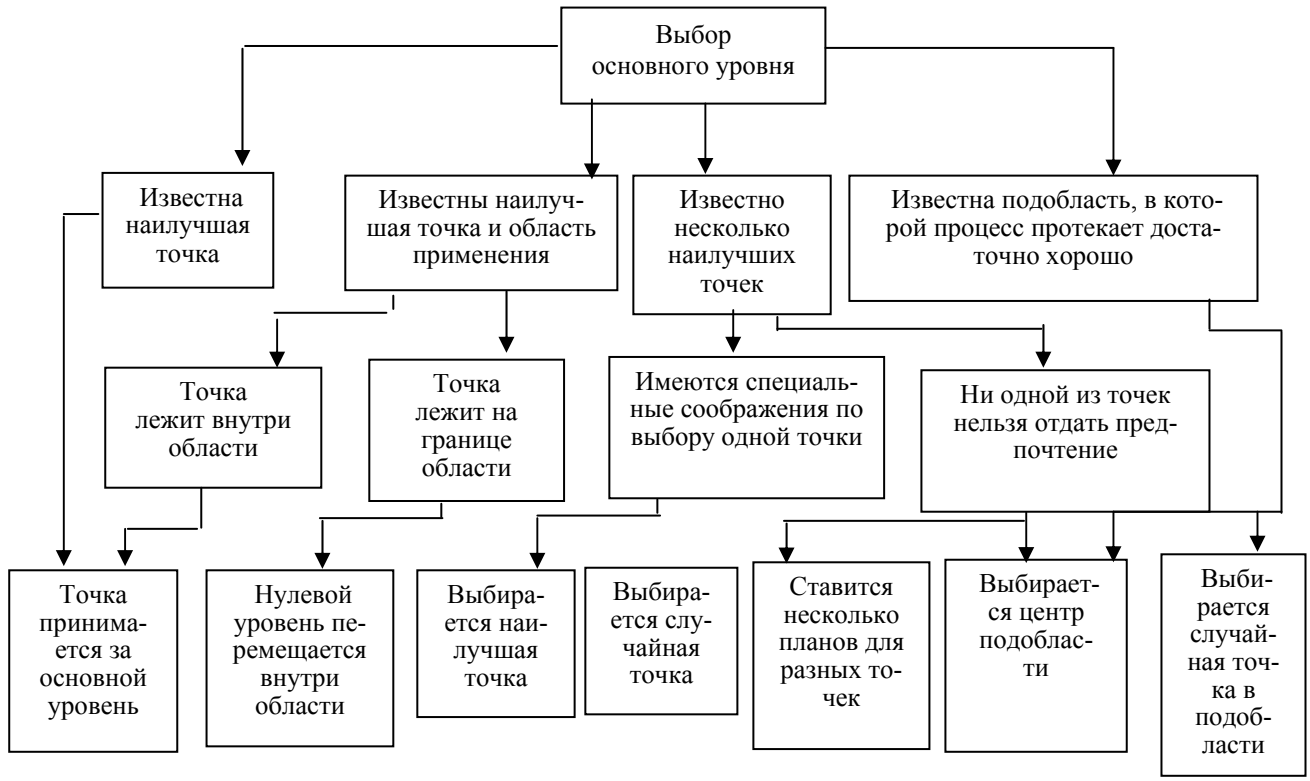


Рисунок 4.5 – Блок-схема принятия решений при выборе основного уровня

Для интервалов варьирования вводится градация: широкий, средний и узкий. Размер интервала варьирования составляет некоторую долю от области определения фактора. Определено, что если интервал варьирования составляет не более 10% от области определения, считать его узким, не более 30% - средним и в остальных случаях – широким.

Точность фиксирования факторов определяется точностью приборов и стабильностью уровня в ходе опыта. Для упрощения этой схемы принято приближенную классификацию: низкую, среднюю и высокую.

Представлениями о кривизне поверхности отклика могут служить графики зависимостей (рис.4.3, 4.4), а также теоретические соображения. Из графиков сведения о кривизне можно получить визуально. О кривизне поверхности можно также судить по анализу табличных данных, так как наличие кривизны соответствует непропорциональное изменение параметра оптимизации при равномерном изменении фактора. Установлено различать три случая: функция отклика линейна, функция отклика существенно нелинейна, и информация о кривизне отсутствует [17].

Если имеются результаты некоторого множества опытов, то определяют наибольшее и наименьшее значения параметра оптимизации. Разность между этими значениями называют диапазоном изменения параметра оптимизации для данного множества опытов. Различают широкий и узкий диапазоны. Диапазон будет узким, если он несущественно отличается от разброса значений параметра оптимизации в повторных опытах. В противном случае диапазон считается широким. Итак, чтобы принять решение, необходимо использовать априорную информацию о точности фиксирования факторов, кривизне поверхности отклика и диапазоне изменения параметра оптимизации.

4.8 Полный факторный эксперимент типа 2^K

Полным факторным экспериментом называется эксперимент, в котором реализуют все возможные сочетания уровней факторов. Полный факторный эксперимент основан на варьировании факторов на двух уровнях. Если число факторов известно, то можно сразу найти число опытов, необходимых для реализации всех возможных сочетаний уровней факторов, по формуле

$$N = 2^K, \quad (4.6)$$

где N – число опытов; 2 – число уровней; K – число факторов.

Если число уровней каждого фактора равно двум, а число факторов равно тоже двум, то будем иметь полный факторный эксперимент типа 2^K , т.е. 2^2 .

Зная количество уровней – 2 и число факторов – 2, составляем матрицу планирования эксперимента 2^2 (табл. 4.1).

Таблица 4.1 – Матрица планирования эксперимента 2^2

Номер опыта	Кодирование числа факторов		Параметр оптимизации y
	X_1	X_2	
1	-1	-1	y_1
2	+1	-1	y_2
3	-1	+1	y_3
4	+1	+1	y_4

Строки в этой таблице соответствуют различным опытам, а столбцы – значениям факторов. Каждый столбец в матрице планирования называется вектором-столбцом, а каждая строка – вектором-строкой.

Таким образом, в табл. 4.1 мы имеем два вектора-столбца независимых переменных и один вектор-столбец параметра оптимизации.

Матрицу планирования эксперимента $N = 2^2$ можно изобразить графически. Для этого найдем в области определения факторов точку, соответствующую основному уровню, и проведем через нее новые оси координат, параллельные осям натуральных значений факторов. После этого выберем масштабы по новым осям так, чтобы интервал варьирования для каждого фактора равнялся единице. Тогда условия проведения опытов будут соответствовать вершинам квадрата, центром которого является основной уровень, а каждая сторона параллельна одной из осей координат и равна двум интервалам (рис. 4.6).

Номера вершин квадрата соответствуют номерам опытов в матрице планирования. **Площадь, ограниченная квадратом, называется областью эксперимента.**

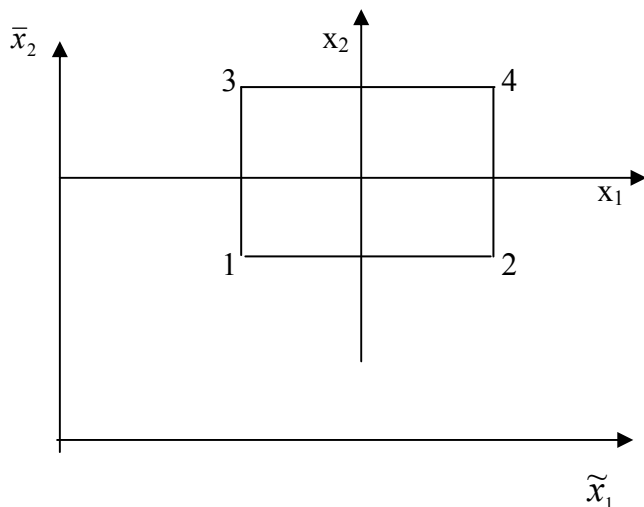


Рисунок 4.6 – Геометрическая интерпретация полного факторного эксперимента 2^2

Если для двух факторов все возможные комбинации уровней легко найти прямым перебором, то с ростом числа факторов возникает необходимость в некотором приеме построения матриц. Из многих возможных приемов будем использовать только один, основанный на правиле чередования знаков. При этом методе в первом столбце знаки меняются поочередно, во втором столбце они чередуются через два, в третьем – через 4, а в четвертом – через 8 и т.д. по степеням двойки.

По аналогии с полным факторным экспериментом 2^2 можно дать геометрическую интерпретацию полного факторного эксперимента 2^3 - это куб, координаты вершин которого задают условия опытов.

Если поместить центр куба в точку основного уровня факторов, а масштабы по осям выбрать так, чтобы интервал варьирования равнялся единице, то получится куб (рис.4.7). Куб задает область эксперимента, а центр куба является его центром.

4.8.1 Свойства полного факторного эксперимента

Эксперимент планируется для того, чтобы получить модель, обладающую оптимальными свойствами. Это значит, что оценки коэффициентов модели должны быть наилучшими и что точность предсказания параметра оптимизации не должна зависеть от направления в факторном пространстве, ибо заранее неизвестно, куда предстоит двигаться в поисках оптимума.

Из построения матрицы следует четыре свойства. Первое – **симметричность** относительно центра эксперимента. Это свойство формулируется следующим образом: алгебраическая сумма элементов вектор-столбца каждого фактора равна нулю, или $\sum_{i=1}^N x_{ji} = 0$, где j – номер фактора, который равен 1,2, ..., k ; i – номер столбца; N – число опытов.

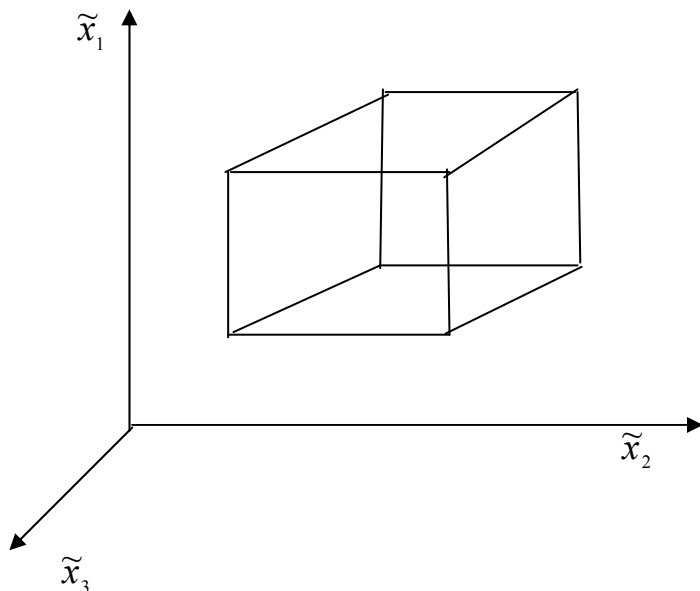


Рисунок 4.7 – Геометрическая интерпретация полного факторного эксперимента 2^3

Второе – условие **нормировки**. Оно формируется следующим образом: сумма квадратов элементов каждого столбца равна числу опытов, или
$$\sum_{i=1}^N x_{ji}^2 = N.$$

Третье – сумма почленных произведений любых двух вектор-столбцов матрицы равна нулю, или
$$\sum_{i=1}^N x_{ji}x_{ui} = 0, \quad j \neq u, \quad i, u = 0, 1, 2, \dots, k.$$
 Это свойство называется **ортогональностью** матрицы планирования.

Четвертое – точки в матрице планирования подбираются так, что точность предсказания значений параметра оптимизации одинакова на разных расстояниях от центра эксперимента и не зависит от направления. Это свойство называется **рототабельностью** [17].

4.8.2 Математическая модель полного факторного эксперимента

Для движения к точке оптимума при $N = 2^2$ (табл. 4.1) нам нужна линейная модель $y = v_0 + v_1x_1 + v_2x_2$. Необходимо по результатам эксперимента найти значения неизвестных коэффициентов модели. Коэффициенты модели вычисляются по формуле

$$v_j = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ji} \cdot y_i}{N}, \quad (4.7)$$

где $j = 0, 1, 2, \dots, k$.

Воспользуемся этой формулой для подсчета коэффициентов v_1 и v_2 :

$$v_1 = \frac{(-1)y_1 + (+1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4}{4}, \quad (4.8)$$

$$v_2 = \frac{(-1)y_1 + (-1)y_2 + (+1)y_3 + (+1)y_4}{4}. \quad (4.9)$$

Для подсчета коэффициентов v_1 используется вектор-столбец x_1 , а для v_2 – вектор-столбец x_2 (см. табл. 4.1). Коэффициент v_0 определяется из условия, что $y = v_0 + v_1x_1 + v_2x_2$ справедливо, значит, оно верно и для средних арифметических значений переменных $\bar{y} = v_0 + v_1\bar{x}_1 + v_2\bar{x}_2$. В силу свойства симметрии $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 0$.

Следовательно, $\bar{y} = v_0$, т.е. v_0 есть среднеарифметическое значение параметра оптимизации. Чтобы его получить, необходимо сложить все y и разделить на число опытов. Чтобы привести эту процедуру в соответствие с формулой для вычисления коэффициентов, мы в матрицу планирования введем вектор-столбец фиктивной переменной x_0 , которая принимает во всех случаях значение $+1$. Поэтому линейную модель $y = v_0 + v_1x_1 + v_2x_2$ запишем в виде

$$y = \epsilon_0 x_0 + \epsilon_1 x_1 + \epsilon_2 x_2. \quad (4.10)$$

Коэффициенты при независимых переменных указывают на силу влияния факторов: чем большая численная величина коэффициентов, тем больше влияние оказывает фактор. Если коэффициент имеет знак плюс, то с увеличением значения фактора параметр оптимизации увеличивается, а если минус - уменьшается.

Величина коэффициента соответствует вкладу данного фактора в величину параметра оптимизации при переходе фактора с нулевого уровня на верхний или нижний.

На первом этапе планирования эксперимента мы стремимся получить линейную модель. Однако у нас нет гарантии, что в выбранных интервалах варьирования процесс описывается линейной моделью. Один из часто встречающихся видов нелинейности связан с тем, что эффект одного фактора зависит от уровня, на котором находится другой фактор. В этом случае имеет место эффект взаимодействия двух факторов.

Полный факторный эксперимент позволяет количественно оценивать эффекты взаимодействия. Для этого надо, пользуясь правилом перемножения столбцов, получить столбец произведения двух факторов. Для полного факторного эксперимента 2^2 матрица планирования с учетом эффекта взаимодействия представлена в табл. 4.2.

Таблица 4.2 – Матрица планирования эксперимента 2^2 с эффектом взаимодействия

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	y
1	+1	-1	-1	+1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	y_3
4	+1	+1	+1	+1	y_4

Теперь модель будет выглядеть так:

$$y = \epsilon_0 x_0 + \epsilon_1 x_1 + \epsilon_2 x_2 + \epsilon_{12} x_1 x_2. \quad (4.11)$$

Коэффициент ϵ_{12} вычисляется обычным путем, как все остальные коэффициенты. Столбцы x_1 и x_2 задают планирование – по ним определяют условия опытов, а столбцы x_0 и $x_1 x_2$ служат только для расчета.

С ростом числа факторов число возможных взаимодействий быстро растет.

Матрица планирования 2^3 с учетом всех возможных взаимодействий приведена в табл. 4.3.

Эффект взаимодействия $x_1 x_2 x_3$ получается перемножением всех трех столбцов и называется эффектом взаимодействия второго порядка, а эффект взаимодействия двух факторов называется эффектом взаимодействия первого порядка.

Таблица 4.3 – Полный факторный эксперимент 2^3

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	y_3
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y_4
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y_5
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	y_6
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	y_7
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_8

Матрица планирования эксперимента 2^3 будет иметь вид (табл. 4.4).

Таблица 4.4 - Матрица планирования эксперимента 2³

Наименование	Свободный член	\tilde{x}_1	\tilde{x}_2	\tilde{x}_3	$\tilde{x}_1\tilde{x}_2$	$\tilde{x}_1\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_2\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3$	\tilde{y}
Основной уровень									\bar{y}
Интервал варьирования									
Верхний уровень (+1)									
Нижний уровень (-1)									
Код опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y
1	+	-	-	-	+	+	+	-	y_1
2	+	+	-	-	-	-	+	+	y_2
3	+	-	+	-	-	+	-	+	y_3
4	+	+	+	-	+	-	-	-	y_4
5	+	-	-	+	+	-	-	+	y_5
6	+	+	-	+	-	+	-	-	y_6
7	+	-	+	+	-	-	+	-	y_7
8	+	+	+	+	+	+	+	+	y_8

После вычисления коэффициентов модели выполняем проверку ее пригодности, т.е. проверку адекватности модели. Интересующая нас функция отклика, т.е. уравнение регрессии [17], имеет вид

$$y = \epsilon_0 + \epsilon_1x_1. \quad (4.12)$$

Это уравнение прямой линии. В нем два неизвестных коэффициента. Когда мы ставим эксперимент, то стремимся провести больше опытов, чем число неизвестных коэффициентов. Поэтому система линейных уравнений $\xi_i = y_i - \epsilon_0 - \epsilon_1x_{1i}$ оказывается predetermined и часто противоречивой. Предeterminedность возникает, когда число уравнений больше числа неизвестных; противоречивость – когда некоторые из уравнений не совместимы друг с другом. Если все экспериментальные точки лежат на прямой, то система имеет единственное решение.

Применяя метод наименьших квадратов (МНК), можно сделать определенной любую произвольную систему

уравнений. Этот метод делает число уравнений равным числу неизвестных коэффициентов. В уравнении (4.12) два неизвестных коэффициента. Применяя МНК, получим два уравнения:

$$I = \sum_{i=1}^N \xi_i^2 = \sum_{i=1}^N \Delta y_i^2 = \min, \quad (4.13)$$

или

$$I = \sum_{i=1}^N \xi_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \epsilon_{oi} - \epsilon_1 x_{1i})^2 = \min. \quad (4.14)$$

Величина $\sum_{i=1}^N \Delta y_i^2$ и есть остаточная сумма квадратов.

МНК гарантирует, что эта величина минимально возможная. Остаточная сумма наименьших квадратов вполне подходит для характеристики среднего разброса относительно линии регрессии и зависит от числа коэффициентов в уравнении. Введя столько коэффициентов, сколько проведено независимых опытов, получим остаточную сумму равную нулю. Поэтому ее относят на один «свободный» опыт. Число таких опытов называется числом степеней свободы (f); числом степеней свободы в статистике называют разность между числом опытов и числом коэффициентов (констант), которые уже вычислены по результатам опытов независимо друг от друга.

Если проведен полный факторный эксперимент 2^3 и найдено линейное уравнение регрессии, то число степеней свободы вычисляется по формуле

$$f = N - (K + 1) = 8 - (3 + 1) = 4. \quad (4.15)$$

Остаточная сумма квадратов, деленная на число степеней свободы, называется остаточной дисперсией, или дисперсией адекватности (S_{ad}^2):

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta y_i^2}{f}. \quad (4.16)$$

В планировании эксперимента число степеней свободы для дисперсии адекватности равно числу различных опытов, результаты которых используются при подсчете коэффициентов регрессии, минус число определяемых коэффициентов.

Для проверки гипотезы об адекватности можно использовать критерий Фишера - F-критерий:

$$F = \frac{S_{ad}^2}{S_{\{y\}}^2}, \quad (4.17)$$

где $S_{\{y\}}^2$ - дисперсия воспроизводимости со своим числом степеней свободы [1].

Значимость коэффициентов по t-критерию определяется по формуле

$$t = \frac{|\beta_j|}{S_{\{\beta_j\}}}, \quad (4.18)$$

где β_j – коэффициент модели; $S_{\{\beta_j\}}$ – квадратичная ошибка коэффициента регрессии.

Вычисленное значение t – критерия сравнивается с табличным при заданном α и в соответствующем числе степеней свободы. Чем уже доверительный интервал (при заданном α), тем больше вероятность значимости коэффициента.

Если абсолютная величина коэффициента больше, чем доверительный интервал, то коэффициент значим.

4.9 Дробный факторный эксперимент

При проведении полного факторного эксперимента установлено, что количество опытов в полном факторном

эксперименте значительно превосходит число определяемых коэффициентов линейной модели. Нашей задачей является сократить число опытов за счет той информации, которая не очень существенна при построении линейных моделей. При этом матрица планирования не должна лишиться своих оптимальных свойств.

В табл. 4.2 представлен полный факторный эксперимент 2^2 . Результаты этого эксперимента приведены в виде неполного квадратного уравнения в формуле (4.11). Если в выбранных интервалах варьирования процесс может быть описан линейной моделью, то достаточно определить три коэффициента: v_0 , v_1 и v_2 . Остается одна степень свободы. При линейном приближении (табл. 4.2) $v_{12} \rightarrow 0$ и вектор-столбец x_1x_2 можно использовать для нового фактора x_3 . Составим таблицу и определим оценки коэффициентов (табл. 4.5). В этой таблице не будет трех отдельных оценок как в полном факторном эксперименте 2^k , так как оценки смешиваются:

$$v_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{23}; v_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13}; v_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{12}.$$

Таблица 4.5 – Дробный факторный эксперимент 2^3

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	y
1	+	-	-	+	y_1
2	+	+	-	-	y_2
3	+	-	+	-	y_3
4	+	+	+	+	y_4

Так как у нас линейная модель, то все парные взаимодействия незначимы. Таким образом, мы минимизировали число опытов: вместо восьми опытов для изучения трех факторов поставим четыре. При этом матрица планирования не теряет своих оптимальных свойств (ортогональность, рототабельность и т.п.). Правило построения дробного факторного эксперимента формулируется так: **чтобы сократить число опытов, нужно новому фактору при-**

своить вектор-столбец матрицы, принадлежащий взаимодействию, которым можно пренебречь. Тогда значение нового фактора в условиях опытов определяется знаками этого столбца.

Поставив четыре опыта для оценки трех факторов, мы воспользовались половиной полного факторного эксперимента 2^3 , или «полуреplikой».

Если x_3 приравнять к x_1x_2 , то получим вторую половину матрицы 2^3 . При реализации обеих полуреplik получим отдельные оценки для линейных эффектов и эффектов взаимодействия, как в полном факторном эксперименте 2^3 . Объединение этих двух полуреplik и есть полный факторный эксперимент 2^3 .

Матрица из восьми опытов для четырехфакторного планирования будет полуреplikой от полного факторного эксперимента 2^4 , а для пятифакторного планирования – четвертьреplikой 2^5 . В последнем случае два линейных эффекта приравниваются к эффектам взаимодействия. Для обозначения дробных реplik, в которых p линейных эффектов приравнены к эффектам взаимодействия, удобно пользоваться условным обозначением 2^{k-p} . Так, полуреплика от 2^6 запишется в виде 2^{6-1} , а четвертьреплика от 2^5 – в виде 2^{5-2} .

Условное обозначение дробных реplik и число опытов приведены в табл. 4.6.

При построении полуреplik 2^{3-1} существует всего две возможности: приравнять x_3 к $+x_1x_2$ или к $-x_1x_2$. Поэтому есть только две полуреplik 2^{3-1} (табл. 4.7).

Для произведения трех столбцов матрицы I выполняется соотношение: $+1 = x_1x_2x_3$, а в матрице II $-(-1) = x_1x_2x_3$. Все знаки столбцов произведений одинаковы: в первом случае равны плюс единице, а во втором – минус единице. Символическое обозначение произведения столбцов, равного $+1$ или -1 , называется **определяющим контрастом**.

Таблица 4.6 - Условное обозначение дробных реплик и число опытов

Число факторов	Дробная реплика	Условное обозначение	Число опытов	
			для дробной реплики	для полного факторного эксперимента
3	1/2 - реплика от 2^3	2^{3-1}	4	8
4	1/2 - реплика от 2^4	2^{4-1}	8	16
5	1/4 - реплика от 2^5	2^{5-2}	8	32
6	1/8 - реплика от 2^6	2^{6-3}	8	64
7	1/16 - реплика от 2^7	2^{7-4}	8	128
5	1/2 - реплика от 2^5	2^{5-1}	16	32
6	1/4 - реплика от 2^6	2^{6-2}	16	64
7	1/8 - реплика от 2^7	2^{7-3}	16	128
8	1/16 - реплика от 2^8	2^{8-4}	16	256
9	1/32 - реплика от 2^9	2^{9-5}	16	512
10	1/64 - реплика от 2^{10}	2^{10-6}	16	1024
11	1/128 - реплика от 2^{11}	2^{11-4}	16	2048
12	1/256 - реплика от 2^{12}	2^{12-8}	16	4096
13	1/512 - реплика от 2^{13}	2^{13-9}	16	8192
14	1/1024 - реплика от 2^{14}	2^{14-10}	16	16884
15	1/2048 - реплика от 2^{15}	2^{15-11}	16	32768

Таблица 4.7 – Две полуреплики 2^{3-1}

Номер опыта	I $x_3 = +x_1x_2$				Номер опыта	II $x_3 = -x_1x_2$			
	x_1	x_2	x_3	$x_1x_2x_3$		x_1	x_2	x_3	$x_1x_2x_3$
1	-	-	+	+	1	-	-	-	-
2	+	-	-	+	2	+	-	+	-
3	-	+	-	+	3	-	+	+	-
4	+	+	+	+	4	+	+	-	-

Контраст помогает определить смешанные эффекты. Для того чтобы определить, какой эффект смешан с дан-

ным, нужно умножить обе части определяющего контраста на столбец, соответствующий данному эффекту. Так, если $1 = x_1 x_2 x_3$, то для x_1 имеем $x_1 = x_1^2 x_2 x_3 = x_2 x_3$. Так как всегда $x_1^2 = 1$, то для x_2 находим $x_2 = x_1 x_2^2 x_3 = x_1 x_3$, для $x_3 = x_1 x_2 x_3^2 = x_1 x_2$.

Это значит, что коэффициенты линейного уравнения будут оценками $v_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{23}$; $v_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13}$; $v_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{12}$.

Соотношение, показывающее, с каким из эффектов смешан данный эффект, называется **генерирующим соотношением**. Матрица планирования для $N = 2^{4-1}$ приведена в табл. 4.8.

Таблица 4.8 - Матрица планирования для 2^{4-1}

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	$x_1 x_2 = x_2 x_4$	$x_1 x_3 = x_2 x_4$	$x_2 x_3 = x_1 x_4$
1	+	+	+	-	-	+	-	-
8	+	-	-	-	-	+	+	+
3	+	+	-	-	+	-	-	+
4	+	-	+	-	+	-	+	-
5	+	+	+	+	+	+	+	+
6	+	-	-	+	+	+	-	-
7	+	+	-	+	-	-	+	-
8	+	-	+	+	-	-	-	+

4.10 Обработка результатов эксперимента

4.10.1 Реализация плана эксперимента

Прежде чем проводить эксперименты, необходимо тщательно подготовиться: собрать опытную установку, проверить приборы, подготовить сырье, составить специальный журнал и т.д. В журнале первую страницу можно посвятить выбору цели исследования и параметрам оптимизации с указанием их размерности. Желательно перечислить все параметры, которые могут служить характеристиками процесса, и указать, какая между ними существу-

ет корреляция. Если же сведения о корреляции отсутствуют, целесообразно подсчитать коэффициенты парной корреляции, проверить их значимость и выделить группу некоррелированных параметров. На второй странице перечислить факторы и поместить таблицу уровней факторов и интервалов варьирования. Матрицу планирования удобно разместить на развороте журнала. В ней целесообразно проставлять не только кодовые значения факторов, но и натуральные.

При составлении рабочей матрицы планирования необходимо оставить место для столбцов, в которых отмечаются даты постановки опытов. Отдельные страницы нужно отвести для расчетов, которые необходимы для определения количества всех компонентов и т.д., а также для анализа результатов эксперимента [17].

Прежде чем проводить эксперименты, необходимо:

- кратко описать процессы, объекты;
- дать формулировку цели исследования;
- произвести выбор параметров оптимизации;
- определиться с желаемым результатом, числом и точностью измерений;
- установить, какой результат будет считаться отличным, хорошим, удовлетворительным или неудовлетворительным.

При выборе факторов следует:

- составить список всех «подозреваемых» факторов, которые могут влиять на процесс;
- составить список факторов, включаемых в реальный эксперимент;
- установить, существуют ли возможности установления значения фактора на любом заданном уровне;
- определить, сохраняются ли заданные значения уровней в течение опыта;

- предусмотреть, могут ли некоторые комбинации уровней факторов привести к остановке процесса (взрыв, нетехнологичность и т.д.).

При определении числа опытов необходимо:

- определиться с желаемым числом опытов, ограничениями на число опытов;
- установить желаемый срок проведения исследования;
- установить длительность проведения одного опыта;
- рассчитать стоимость и затраты труда при проведении одного опыта;
- определить число уровней для одного фактора;
- определить возможность проведения параллельных опытов;
- установить стратегию проведения опытов (по одному в день и т.д.).

При проведении экспериментальной части должна учитываться априорная информация. Из нее необходимо учесть следующее:

- условия и результаты, достигнутые при изучении аналогичных процессов;
- результаты предварительного эксперимента и данные (литературные и естественные) о величине ошибки эксперимента;
- взаимодействие факторов.

4.10.2 Ошибка параллельных опытов и проверка однородности дисперсий

Постановка параллельных (повторных) опытов не дает полностью совпадающих результатов, потому что всегда существует ошибка опыта. Ошибку опыта определяют по параллельным опытам. Для этого опыт производится по возможности в одинаковых условиях несколько раз и затем берется среднее арифметическое всех результатов. Сред-

нее арифметическое \bar{y} равно сумме всех n отдельных результатов, деленной на количество параллельных опытов n :

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \frac{\sum_1^n y_q}{n} \quad (4.19)$$

Отклонение результата опыта от среднего арифметического можно представить как разность $y_q - \bar{y}$, где y_q – результат отдельного опыта. Наличие отклонения свидетельствует об изменчивости, вариации значений повторных опытов. Для измерения этой изменчивости используют дисперсию. **Дисперсией называется среднее значение квадрата отклонений величины от ее среднего значения.** Дисперсия обозначается S^2 и выражается формулой

$$S^2 = \frac{\sum_1^n (y_q - \bar{y})^2}{n - 1}, \quad (4.20)$$

где $n-1$ – число степеней свободы, равное количеству опытов, минус единица.

Проверка однородности дисперсий производится с помощью различных статистических критериев. Простейшим из них является критерий Фишера (F-критерий). Он представляет собой отношение большей дисперсии к меньшей. Полученная величина сравнивается с табличной величиной F-критерия (табл.4.9).

Если полученное значение дисперсионного отношения больше приведенного в таблице для соответствующих степеней свободы и выбранного уровня значимости, это означает, что дисперсии значимо отличаются друг от друга, т.е. что они неоднородны [17].

4.10.3 Проверка значимости коэффициентов

Она осуществляется двумя равноценными способами: проверкой по t-критерию Стьюдента или построением доверительного интервала. При использовании полного факторного эксперимента или регулярных дробных реплик доверительные интервалы для всех коэффициентов равны друг другу.

Сначала определяем дисперсию коэффициента регрессии $S^2_{\{ej\}}$ по формуле

$$S^2_{\{ej\}} = \frac{S^2_{\{y\}}}{N}, \text{ если параллельные опыты отсутствуют (4.21)}$$

Из формулы видно, что дисперсии всех коэффициентов равны друг другу, так как они зависят только от ошибки опыта и их числа.

Поэтому формула доверительного интервала (Δe_j) будет иметь вид $\Delta e_j = \pm t \cdot S_{\{ej\}}$, где t – табличное значение критерия Стьюдента при числе степеней свободы, с которыми определялась $S^2_{\{y\}}$, и выбранном уровне значимости (обычно 0,05); $S_{\{ej\}}$ – квадратичная ошибка коэффициента регрессии

$$S_{\{ej\}} = +\sqrt{S^2_{\{ej\}}}. \quad (4.22)$$

Формула для доверительного интервала имеет вид

$$\Delta e_j = \pm \frac{t \cdot S_{\{y\}}}{\sqrt{N}}. \quad (4.23)$$

Коэффициент e_j значим, если его абсолютная величина больше доверительного интервала. Доверительный интервал задается верхней и нижней границами $e_j + \Delta e_j$ и $e_j - \Delta e_j$.

Для отыскания значений t-критерия необходимо воспользоваться таблицей 4.10.

Таблица 4.9 – Значения F-критерия Фишера при 5% уровне значимости

Число степеней свободы		2	3	4	5	6	12	24	∞
f_1	f_2								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	164,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	244,9	249,0	254,3
2	18,5	19,2	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4	19,5
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,6	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,0	3,8	3,7
7	5,5	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,3	3,1	2,9
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,1	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	2,9	2,7	2,5
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	2,8	2,6	2,4
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,7	2,5	2,3
13	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,6	2,4	2,2
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,5	2,3	2,1
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,5	2,3	2,1
16	4,5	3,6	3,2	3,0	2,9	2,7	2,4	2,2	2,0

Продолжение таблицы 4.9

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
17	4,5	3,6	3,2	3,0	2,8	2,7	2,4	2,2	2,0
18	4,4	3,6	3,2	2,9	2,8	2,7	2,3	2,1	1,9
19	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1	1,9
20	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1	1,9
22	4,3	3,4	3,1	2,8	2,7	2,6	2,2	2,0	1,8
24	4,3	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,2	2,0	1,7
26	4,2	3,4	3,0	2,7	2,6	2,5	2,2	2,0	1,7
28	4,2	3,3	3,0	2,7	2,6	2,4	2,1	1,9	1,7
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,1	1,9	1,6
40	4,1	3,2	2,9	2,6	2,5	2,3	2,0	1,8	1,5
60	4,0	3,2	2,8	2,5	2,4	2,3	1,9	1,7	1,4
120	3,9	3,1	2,7	2,5	2,3	2,2	1,8	1,6	1,3
∞	3,8	3,0	2,6	2,4	2,2	2,1	1,8	1,5	1,0

Таблица 4.10 - Значения t-критерия Стьюдента при 5% уровне значимости [17]

Число степеней свободы	Значение t-критерия	Число степеней свободы	Значение t-критерия	Число степеней свободы	Значение t-критерия
1	12,71	11	2,201	21	2,080
2	4,303	12	2,179	22	2,074
3	3,182	13	2,160	23	2,069
4	2,776	14	2,145	24	2,064
5	2,571	15	2,131	25	2,060
6	2,447	16	2,120	26	2,056
7	2,365	17	2,110	27	2,052
8	2,306	18	2,101	28	2,048
9	2,262	19	2,093	29	2,045
10	2,228	20	2,086	30	2,042
				∞	1,960

4.10.4 Крутое восхождение по поверхности отклика

Чтобы найти оптимальную точку поиска (рис. 4.8), необходимо осуществить движение по градиенту.

На рисунке изображены кривые равного выхода поверхности отклика для двух независимых переменных x_1 и x_2 . Поверхность отклика имеет вид холма с вершиной в точке «М». Чтобы попасть в окрестность этой точки из точки А, проводим направление градиента функции отклика. Это направление АВ, перпендикулярное линиям уровня. Градиент непрерывной однозначной функции φ есть вектором

$$\Delta\varphi = \frac{\partial\varphi}{dx_1} i + \frac{\partial\varphi}{dx_2} j + \dots + \frac{\partial\varphi}{dx_k} k, \quad (4.24)$$

где $\Delta\varphi$ – обозначение градиента; $\partial\varphi/dx_1$ - частная производная функции по i -му фактору; i, j, k – единичные векторы в направлении координатных осей. Следовательно, составляющие градиента суть частные производные функции отклика, оценками которых являются коэффициенты регрессии.

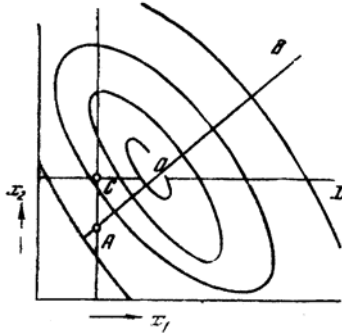


Рисунок 4.8 – Движение по поверхности отклика методами однофакторного эксперимента и градиента

Изменяя независимые переменные пропорционально величинам коэффициентов регрессии, будем двигаться в направлении градиента функции отклика по самому крутому пути. Процедура движения к почти стационарной области называется **крутым восхождением**.

Технику расчета крутого восхождения рассмотрим на примере одного фактора (рис.4.9).

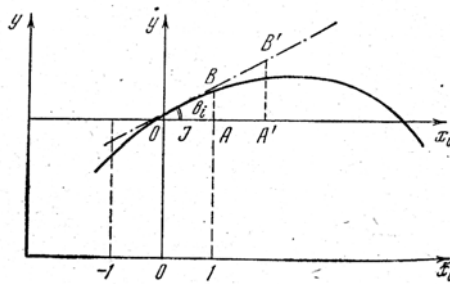


Рисунок 4.9 – Расчет координат точек в направлении градиента

Значение коэффициента регрессии равно тангенсу угла между линией регрессии и осью данного фактора. Если его

умножить на интервал варьирования, который является прилежащим катетом в прямоугольном треугольнике OAB , то получится противолежащий катет AB , который и дает координатные точки, лежащие на градиенте.

Обобщение на случай k факторов делается механически, т.к. все эффекты независимы друг от друга. Существенно только соотношение произведений коэффициентов на соответствующие интервалы. Их абсолютные величины могут все одновременно умножаться или делиться на любое положительное число. При этом получаются точки, лежащие на том же градиенте, но с другим шагом. Эта процедура заключается в том, чтобы к нулевому уровню последовательно алгебраически прибавлять величины, пропорциональные составляющим градиента. Если будет небольшой шаг, то он потребует значительного числа опытов, а большой шаг увеличивает вероятность проскока области оптимума [17].

Для качественных факторов на двух уровнях либо фиксируется лучший уровень, либо градиент реализуется дважды для каждого уровня в отдельности. Незначимые факторы стабилизируются на любом уровне в интервале ± 1 . Если нет специальных соображений, а по экономическим соображениям выгодно поддерживать нижний уровень, то выбирают его. В движении по градиенту эти факторы не участвуют. Расчет крутого восхождения сводится к тому, чтобы выбрать шаг движения по одному из факторов и пропорционально произведениям коэффициентов регрессии на интервалы варьирования рассчитать шаги по другим факторам.

Рассчитав составляющие градиента, получим условия мысленных опытов. Число мысленных опытов зависит от задачи. Ограничением сверху служит граница области определения хотя бы по одному из факторов. Иногда по тех-

нологическим соображениям нет смысла определять условия многих опытов. Обычно рассчитывается около пяти мысленных опытов.

Условия мысленных опытов следует тщательно обдумать и убедиться, что нет затруднений в их реализации. Если что-то не ладится, можно изменить шаг и рассчитать мысленные опыты заново.

Крутое восхождение можно считать эффективным, если хотя бы один из реализованных опытов даст лучший результат в сравнении с наилучшим опытом серии. Когда крутое восхождение неэффективно, принятие решения зависит от определенной ситуации (далеко от оптимума, близко, неопределенно) и от адекватности линейной модели. Если область оптимума близка при реализации матрицы планирования и удалось получить достаточно высокое значение параметра оптимизации и при крутом восхождении улучшить их не удалось, то наиболее типичными являются решения: 1) окончить исследования (выбирается лучший опыт); 2) построить план второго порядка для описания области оптимума.

Если область оптимума далека и линейная модель адекватна, то в этом случае целесообразно передвинуться в другую область факторного пространства.

В случае, когда область оптимума далеко, а линейная модель не адекватна, необходимо выяснить причины неадекватности линейной модели. Ими могут быть:

- интервал варьирования выбран неудачно;
- исходная модель строилась по полуреплике. Нужно достроить полуреплику до полного факторного эксперимента, получить отдельные оценки для всех коэффициентов регрессии и совершить новое крутое восхождение; из реализованных опытов один даст лучший результат по сравнению с наилучшим опытом серии.

После завершения крутого восхождения ситуации различаются по признаку: оказалось крутое восхождение эффективным или нет. Об эффективности движения по градиенту судят по величине параметра оптимизации. Движение по градиенту считается эффективным, если реализация мысленных опытов, рассчитанных на стадии крутого восхождения, приводит к улучшению значения параметра оптимизации по сравнению с наилучшим результатом в матрице.

При эффективном крутом восхождении возможны два исхода:

- область оптимума достигнута или область оптимума не достигнута. В случае, когда область оптимума достигнута, экспериментатор может окончить исследования, если задача заключалась в достижении области оптимума, или продолжить исследование, если задача заключалась в детальном ее изучении. В случае, когда область оптимума не достигнута, то необходимо ставить линейный план следующего цикла и продолжать исследование;

- исходная модель строилась по дробной реплике 2^{k-p} , где $p > 1$. В этом случае целесообразно построить матрицу второй серии опытов, изменив все знаки на обратные. В случае нелинейности исходной модели можно попытаться преобразовать параметр оптимизации.

Если крутое восхождение неэффективно, а положение оптимума неопределенно, то рекомендуется поставить опыты в центре эксперимента с тем, чтобы оценить вклад квадратичных членов. При значимой сумме можно построить линейный план до плана второго порядка, так как наличие квадратичных членов свидетельствует о близости к почти стационарной области.

Главным признаком, по которому судят об окончании исследования, – это значения параметра оптимизации. Ес-

ли параметр оптимизации достиг возможного предела, т.е. достиг цели, в этом случае необходимо провести интерпретацию результата. Когда полученный результат соответствует исходным теоретическим представлениям о процессе, то полученный результат подтверждает правильность теории [17].

4.11 Примеры решения задачи оптимизации

4.11.1 Пример 1 Разработать состав чугунного сплава, стойкого в условиях абразивного изнашивания.

Для решения этой задачи определяются с системой легирования сплава. Ею может быть $G - Ti - Mn - Si$. Соотношение входящих в систему элементов принимаем исходя из априорной информации о их влиянии на стойкость металла при работе изделия в условиях абразивного изнашивания. При этом количество углерода определяется с учетом его содержания в износостойких сплавах. Верхний и нижний уровень по углероду определяли с учетом литературных и патентных данных. На основании этих данных количество углерода в сплаве ограничили в пределах от 2,5 до 3,5%.

Одним из элементов, образующих наиболее твердые и стойкие карбиды, является титан. С углеродом титан образует соединение TiC с широкой областью гомогенности. Микротвердость карбида титана составляет около 3200 кгс/см^2 . В чугунах титан оказывает значительное влияние как на графитизацию, так и на металлическую матрицу. Присутствие его в чугуне способствует измельчению структуры и рафинированию металла. С введением в чугун титана свыше 0,1% увеличивается отбел [18, 19]. В износостойких сплавах его содержание колеблется в пределах от 0,1 до 1,5% [19, 20]. С учетом априорной инфор-

мации и теоретических предположений количество титана ограничили в пределах от 4,0 до 1,0%.

Одним из важных легирующих элементов является марганец, который способствует перлитизации металлической матрицы и раскислению металла. В составе белых чугунов его содержание не превышает 1,2%. Для предупреждения горячих трещин его вводят в состав около 0,6%. Поэтому количество марганца мы ограничили в пределах от 0,6 до 1,2%.

Важным легирующим элементом является кремний, который совместно с углеродом оказывает наибольшее влияние на структуру и свойства сплавов. При небольших концентрациях он утончает структуру, а при концентрации более 0,78% оказывает заметное влияние на графитизацию. В чугунах с мартенситной основой содержание кремния не должно превышать 0,6%. При содержании его в чугуне более 3,5% в структуре появляется графит, при этом уменьшаются прочностные свойства [19]. Поэтому при разработке износостойкого сплава в его состав ввели кремний в количестве около 0,7%.

При решении задачи с определением оптимального состава осуществляли полный факторный эксперимент 2^3 . В качестве факторов x_1 , x_2 , x_3 выбраны углерод, титан и марганец – элементы, наиболее эффективно влияющие на повышение износостойкости сплавов. В качестве параметра оптимизации выбираем относительную износостойкость при абразивном изнашивании. При планировании эксперимента использовали кодированное значение факторов +1 и -1. Для простоты записи единицы опускаем. Число опытов, необходимых для реализации всех возможных сочетаний уровней факторов, определяем по формуле (4.6)

$$N = 2^k,$$

где число факторов k равно 3; $N = 2^3 = 8$ (опытов).

Выбор экспериментальной области факторного пространства выполняем после анализа априорной информации. В этой области выбирали подобласть для планирования экспериментов, для чего определяли уровень и интервал варьирования. На основе обзора литературных и патентных источников, а также предварительного апробирования полученного металла установили верхний и нижний пределы содержания элементов (уровни), наиболее сильно влияющие на образование структуры металла. В связи с этим основной уровень был установлен:

- для углерода $\frac{3,5 + 2,5}{2} = 3,0$;

- для титана $\frac{4,0 + 1,0}{2} = 2,5$;

- для марганца $\frac{1,2 + 0,6}{2} = 0,9$,

а интервал варьирования:

- для углерода $3,5 - 3,0 = 0,5$;

- для титана $4,0 - 2,5 = 1,5$;

- для марганца $1,2 - 0,9 = 0,3$.

При решении задачи исследования зависимости износостойкости от состава сплава математическую модель задаем уравнением регрессии в виде линейного полинома $y = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_3 + \theta_{12} x_1 x_2 + \theta_{13} x_1 x_3 + \theta_{23} x_2 x_3 + \theta_{123} x_1 x_2 x_3$, (4.25) где y – выходной параметр; $\theta_0, \dots, \theta_3$ – коэффициенты регрессии; x_1, x_2, x_3 – факторы.

По результатам проведенных исследований, с учетом установленных верхнего и нижнего уровней варьирования элементов, составляем матрицу планирования экспериментов (табл. 4.11).

Таблица 4.11 – Матрица планирования 2^3

Наименование	Свободный член	C	Ti	Mn	CTi	CMn	TiMn	CTiMn	ε
Основной уровень		3,0	2,5	0,9					1,3
Интервал варьирования		0,5	1,5	0,3					
Верхний уровень (+1)		3,5	4,0	1,2					
Нижний уровень (-1)		2,5	1,0	0,6					
Код опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y
1	+	-	-	-	+	+	+	-	0,4
2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,7
3	+	-	+	-	-	+	-	+	1,7
4	+	+	+	-	+	-	-	-	1,6
5	+	-	-	+	+	-	-	+	0,73
6	+	+	-	+	-	+	-	-	0,75
7	+	-	+	+	-	-	+	-	1,54
8	+	+	+	+	+	+	+	+	1,48
	1,1125	0,02	0,4675	0,0125	-0,06	-0,02	-0,0825	0,04	8,9

Коэффициенты регрессии математической модели (линейного уравнения), описывающей поверхность отклика в локальном участке вблизи выбранного основного уровня, рассчитывали по формуле (7), откуда:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}; \quad b_j = \frac{\sum_{i=1}^N y_i x_{ji}}{\sum_{i=1}^N x_{ji}^2}, \quad (4.26)$$

где N – количество опытов; x_{ji} – значения x_j в i -м опыте;
 b_j – коэффициент регрессии i – го фактора; b_0 – свободный член;

y_j – параметр оптимизации в i -м опыте. Тогда:

$$b_0 = \frac{0,4 + 0,7 + 1,7 + 1,6 + 0,73 + 0,75 + 1,54 + 1,48}{8} = 1,1125;$$

$$b_1 = \frac{-0,4 + 0,7 - 1,7 + 1,6 - 0,73 + 0,75 - 1,54 + 1,48}{8} = 0,02;$$

$$b_2 = \frac{-0,4 - 0,7 + 1,7 + 1,6 - 0,73 - 0,75 + 1,54 + 1,48}{8} = 0,4675;$$

$$b_3 = \frac{-0,4 - 0,7 - 1,7 - 1,6 + 0,73 + 0,75 + 1,54 + 1,48}{8} = 0,0125;$$

$$b_4 = \frac{0,4 - 0,7 - 1,7 + 1,6 + 0,73 - 0,75 - 1,54 + 1,48}{8} = -0,06;$$

$$b_5 = \frac{0,4 - 0,7 + 1,7 - 1,6 - 0,73 + 0,75 - 1,54 + 1,48}{8} = -0,03;$$

$$b_6 = \frac{0,4 + 0,7 - 1,7 - 1,6 - 0,73 - 0,75 + 1,54 + 1,48}{8} = -0,0825;$$

$$b_7 = \frac{-0,4 + 0,7 + 1,17 - 1,6 + 0,73 - 0,75 - 1,54 + 1,48}{8} = 0,04.$$

В результате расчета были получены следующие коэффициенты регрессии: $b_0 = 1,1125$; $b_1 = +0,02$;
 $b_2 = +0,4675$; $b_3 = +0,0125$; $b_4 = -0,06$; $b_5 = -0,03$;

$$x_{23} = -0,0825; x_{123} = +0,04.$$

Для исключения ошибки была произведена рандомизация опытов. Порядок проведения опытов выбираем по таблице случайных чисел [17]. После расчета коэффициентов регрессии и проверки их статистической значимости получено уравнение регрессии, открывающее локальный участок поверхности отклика:

$$y = \varepsilon = 1,1125 + 0,02x_1 + 0,4675x_2 + 0,0125x_3 - 0,06x_{12} - 0,03x_{13} - 0,0825x_{23} + 0,04x_{123}. \quad (4.27)$$

Проверка статистической значимости показала, что все коэффициенты значимы. Поэтому уравнение (4.27) можно записать в виде

$$y = 1,1125 - 0,02C + 0,4675Ti + 0,0125Mn - 0,06CTi + 0,03CMn - 0,825TiMn + 0,04CTiMn. \quad (4.28)$$

Проверка адекватности по F-критерию Фишера (табл. 4.12) показала, что уравнение (4.28) является адекватным. Коэффициенты полинома являются частными производными функции отклика по соответствующим переменным. По величине коэффициентов регрессии устанавливаем степень влияния каждого из факторов на параметр оптимизации, а по знаку – характер влияния. При этом, чем больше коэффициенты, тем сильнее влияние фактора. Знак плюс указывает, что с увеличением значения фактора величина параметра оптимизации растет, а при знаке минус – убывает. Знаки коэффициентов регрессии указывают направление движения по поверхности отклика. Коэффициент v_0 не оказывает влияния на расчет градиента. Из уравнения следует, что износостойкость сплава при абразивном изнашивании возрастает с увеличением концентрации титана и уменьшением концентрации углерода.

Для получения сплава с требуемым количеством свойств необходимо осуществить крутое восхождение по неизвестной поверхности отклика. Для этого коэффициен-

ты регрессии умножаем на интервал варьирования соответствующих переменных. По полученным значениям намечаем серию опытов крутого восхождения. В качестве «единичного шага» выбираем значение, удобное для шихтовки наиболее сильно влияющего на структуру элемента - титана. С учетом выбранного «единичного шага» для титана определяем единичные шаги для остальных элементов. При определении направления движения значения факторов изменяли пропорционально значениям соответствующих коэффициентов регрессии с учетом их знаков. При реализации крутого восхождения (табл. 4.12) уже на первом шаге определилось увеличение износостойкости.

При дальнейшем движении по линии крутого восхождения (опыты 10, 11, 12) износостойкость падает. Это свидетельствует о том, что достигнута область экстремума. Оптимальный состав износостойкого сплава будет следующий (в массовых процентах): углерод – 2,48, титан – 5,0, марганец-0,606. Выполненное крутое восхождение оказалось эффективным, так как результаты опыта превысили лучший результат опыта матрицы планирования.

Описанная методика и приведенный пример составляют сокращенный вариант планирования эксперимента в материаловедении методом Бокса-Уилсона при поиске оптимальных условий проведения процессов.

Коэффициенты регрессии приведенных математических зависимостей могут быть рассчитаны с помощью метода наименьших квадратов по программе, входящей в математическое обеспечение для решения задач оптимизации Excel 7.0. Оценка достоверности уравнения регрессии, также выполненная в программе Excel 7.0, позволяет принять гипотезу об адекватности регрессионной модели.

Таблица 4.12 – Расчет крутого восхождения

Наименование	C	Ti	Mn	ε
Код	x_1	x_2	x_3	y
Опыт 3	2,5	4,0	0,6	1,7
Коэффициенты β_i	0,02	0,4675	0,0125	
Коэффициенты β_j	0,5	1,5	0,3	
$\beta_j I_j$	-0,01	0,7	-0,004	
шаг при изменении x_2 на 1,0	-0,02	1,0	0,006	
Реализованный опыт 9	2,48	5,0	0,606	1,8
Нереализованный опыт 10	2,40	6,0	0,612	1,58
опыт 11	2,44	7,0	0,618	1,41
опыт 12	2,42	8,0	0,624	1,2

4.11.2 Пример 2 Разработать оптимальный состав полимерного композиционного материала с бинарным наполнителем и максимальной стойкостью к абразивному изнашиванию.

4.11.2.1 Поиск оптимальных составов методом планирования эксперимента и его результаты

При планировании эксперимента учитывали, что неизвестная функция отклика

$$Y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_k),$$

где x_1, x_2, \dots, x_k – факторы варьирования, аппроксимируется полиномом

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i,j=1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \dots, \quad (4.29)$$

где $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$ – теоретические коэффициенты регрессии.

В результате реализации плана эксперимента находили численные значения коэффициентов регрессии β_i . Уравнение (4.29) принимает вид

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i,j=1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \dots, \quad (4.30)$$

где u является оценкой U и представляет собой расчетное значение функции отклика. Соответственно выборочные коэффициенты регрессии являются оценкой генеральных коэффициентов:

$$v_0 \rightarrow \beta_0; \quad v_i \rightarrow \beta_i; \quad v_{ij} \rightarrow \beta_{ij}; \quad v_{ii} \rightarrow \beta_{ii}.$$

Уравнение (4.30) интерпретировали как математическое описание некоторой геометрической поверхности в k – мерном пространстве – поверхности отклика.

В качестве функции отклика выбрали:

1 Относительную абразивную износостойкость I_o/I_k , где I_o , I_k – удельная интенсивность изнашивания полимерной матрицы и композита на ее основе соответственно. Она рассчитывалась по формуле

$$I = \frac{\Delta V}{N \cdot L} \left[\frac{\text{мм}^3}{\text{Н} \cdot \text{м}} \right],$$

где ΔV – изношенный объем композита; N – нормальная нагрузка на образец; L – путь трения.

Исследования абразивного изнашивания проведены по схеме вал-частичный вкладыш. На стальном валу диаметром 90 мм и длиной 300 мм закреплялась абразивная бумага МС 1000х505Ш, 160С16М1300 (ГОСТ 6456-68). Образец композита диаметром $10 \pm 0,1$ мм и высотой $15 \pm 0,1$ мм торцом прирабатывался, а затем проводили два параллельных опыта по новым следам для одной точки плана (скорость скольжения 0,17 м/с; путь трения 10,2 м, время опыта 60 с). Реализовывалось четыре плана для нормальных нагрузок на образец $P = 20, 50, 105$ и 160 Н. Удельную интенсивность изнашивания рассчитывали в соответствии с общепринятой методикой.

2 Прочность при разрыве (разрушающее напряжение при растяжении) σ_{pp} , МПа.

Исследование проводили на образцах в виде втулки с наружным диаметром $50 \pm 0,05$ мм, внутренним диаметром $40 \pm 0,05$ мм и высотой $10 \pm 0,05$ мм. Машина для испытаний

– машина разрывная 200IP-05 ГОСТ 7762-74. Проводили пять параллельных опытов.

3 Относительное удлинение при разрыве ε , %.

Исследования проводили на тех же образцах, что и при испытаниях на прочность при разрыве.

4 Производство прочности при разрыве на относительное удлинение при этом ($\sigma_{pp} \varepsilon$), МПа (ε в относительных единицах).

На первой стадии эксперимента рассматривалась линейная модель, т.к. не было известно, какой степенью полинома можно описать результаты эксперимента.

При построении линейной модели находили численные значения коэффициента v_0 и линейных коэффициентов v_i :

$$y = v_0 + \sum_{i=1}^k v_i x_i . \quad (4.31)$$

Исследованный композит состоял из политетрафторэтилена (фторопласта-4), низкомолекулярного углеродистого волокна УТМ-8 из гидратцеллюлозы (содержание углерода 70%, плотность $\rho = 1500 \text{ кг/м}^3$, прочность волокна 0,55 ГПа, модуль упругости 30-40 ГПа, температура конечной термообработки 850^0C) и карбида титана с плотностью 4800 кг/м^3 .

Углеродистые волокна в композиции имели диаметр $10 \pm 0,8 \text{ мкм}$ и широкое объемное распределение Вейбулла по длинам (с параметрами $a = 226 \text{ мкм}$, $\Delta = 1,68$):

$$\rho(\ell) = \frac{\Delta}{a} \cdot \frac{1}{\Gamma(1 + \frac{1}{\Delta})} \cdot (\ell/a)^\Delta \exp[-(\ell/a)^\Delta],$$

где $\rho(\ell)$ – плотность распределения, мкм^{-1} ;

$\Gamma(x)$ – гамма-функция;

ℓ - длина волокна, мкм .

Сфероидальные частицы карбида титана имели узкое распределение по диаметру: менее 1 мкм – не более 32%, основная фракция 1-2 мкм – не менее 60%, 2-3 мкм – не более 7%, 3-5 мкм – не более 1%.

Реализовывали полный факторный эксперимент $N=2^K=2^2=4$, где N – число опытов плана, $K = 2$ – число факторов. Варьируемые факторы и область факторного пространства приведены ниже.

	$C_1(x)$, об.%	$C_2(x)$, об.%
Интервал варьирования	5,658	7,779
Уровень варьирования		
- 1,0	6,342	4,221
0	12,0	12,0
+ 1,0	17,658	19,779

Здесь C_1 – объемная концентрация углеродистого волокна;
 C_2 – концентрация карбида титана.

Матрица планирования и рабочая матрица приведены в табл.4.13.

Переход от натуральных к кодированным величинам факторов варьирования производили по формулам:

$$x_{in} = \frac{C_{in} - C_{io}}{S_i},$$

где x_{in} – кодированное значение i -го фактора n – уровня;
 C_{in} - натуральное значение i -го фактора n – уровня;
 C_{io} - кодированное значение i -го фактора нулевого уровня;
 S_i - интервал варьирования i -го фактора.

Опыты рандомизированы во времени.

После реализации плана (табл. 4.13) рассчитали коэффициенты уравнения

$$y = B_0 + B_1 x_1 + B_2 x_2.$$

Проверка линейного уравнения на адекватность показала, что все уравнения не адекватны.

Таблица 4.13 – Матрица планирования и рабочая матрица

Номер	x_1	x_2	C_1 , об.%	C_2 , об.%	Концентрация ПТФЭ, об.%	Плотность композита, кг/м ³	Рецептура		
							C_1^* , масс.ч.	C_2^* , масс.ч.	Концентрация ПТФЭ, об.%
1	+1	+1	17,658	19,779	62,563	2,5907	26,487	94,939	137,639
2	+1	-1	17,658	4,221	78,121	2,1861	26,487	20,261	171,866
3	-1	+1	6,342	19,779	73,879	2,6699	9,513	94,939	162,534
4	-1	-1	6,342	4,221	89,437	2,2654	9,513	20,261	196,761

Так как линейного приближения недостаточно для описания объекта исследования с нужной точностью, то возникла необходимость построения модели в виде полинома второй степени:

$$y = v_0 + \sum_{i=1}^k v_i x_i + \sum_{i,j=1}^k v_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k v_{ii} x_i^2. \quad (4.32)$$

При числе факторов 3 полезными и весьма эффективными являются ротатабельные планы второго порядка [3]. Матрицу ПФЭ использовали в качестве «ядра» ротатабельного плана второго порядка, «звездные» точки строили на осях координат, определяя величину звездного плеча α ; при этом принимается во внимание условие ротатабельности (для «ядра» в виде плана ПФЭ):

$$\alpha = 2^{k/4} - 2^{2/4} = 1,414.$$

Общее число опытов N при ротатабельном планировании определяется из соотношения

$$N = 2^k + 2K + n_0 = n \text{ «ядра»} + n_\alpha + n_0$$

где n_0 – число опытов в центре плана;

n_α – число «звездных» точек.

Варьируемые факторы и область факторного пространства приведены ниже:

	$C_1(x_1)$, об.%	$C_2(x_2)$, об.%
Интервал варьирования	5,658	7,779
Уровень варьирования:		
-1,414	1,5	1,0
-1,0	6,342	4,221
0	12,0	12,0
+1,0	17,658	19,779
+1,414	20,0	23,0

Матрица планирования и рабочая матрица ротатабельного плана второго порядка приведены в табл. 4.14.

Таблица 4.14 – Матрица планирования и рабочая матрица ротатабельного плана второго порядка

Номер	x_1	x_2	C_1 , об.%	C_2 , об.%	Концен- трация ПТФЭ, об.%	Плотность композита, кг/м ³	Рецептура			
							C_1^* , масс.ч.	C_2^* , масс.ч.	Концен- трация ПТФЭ, об.%	
Ядро	1	+1	+1	17,658	19,779	62,563	2,5907	26,487	94,939	137,539
	2	+1	-1	17,658	4,221	78,121	2,1861	26,487	20,261	171,866
	3	-1	+1	6,342	19,779	73,879	2,6699	9,513	94,939	162,534
	4	-1	-1	6,342	4,221	89,437	2,2654	9,513	20,261	196,761
«Звездная» область	5	+1	0	20,0	12,0	68,0	2,3720	30,0	57,6	149,6
	6	-1,414	0	1,5	12,0	84,0	2,4465	6,0	57,6	184,8
	7	0	+1,414	12,0	23,0	65,0	2,7140	18,0	110,4	143,0
	8	0	-1,414	12,0	1,0	87,0	2,1420	18,0	4,8	191,4
Нулевая область	9	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2
	10	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2
	11	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2
	12	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2
	13	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2

Опыты и их повторение были рандомизированы во времени с помощью таблицы случайных чисел (табл. 2.3).

В результате реализации плана получены данные, приведенные в табл. 4.15.

Таблица 4.15 – Результаты реализации плана второго порядка

Но- мер	Относительная абразивная износостой- кость $1_{\sigma}/1_{\kappa}$			σ_{pp} , МПа	ε , %	$(\sigma_p \cdot \varepsilon)$, МПа
	P = 50 Н	P = 105 Н	P = 160 Н			
1	1,2390	1,0967	1,0776	15,63	15,32	2,395
2	1,1847	1,0271	1,2087	18,62	98,25	18,294
3	1,8726	1,7412	1,7326	17,84	84,93	15,152
4	1,4635	1,3073	1,4083	19,55	232,77	45,507
5	1,2040	1,0367	1,0595	17,90	49,51	8,862
6	1,8728	1,6184	1,9500	19,98	205,41	41,041
7	1,4520	1,2271	1,2676	16,41	23,18	3,804
8	1,1769	1,0195	1,2263	19,02	200,85	37,157
9	1,5552	1,3261	1,5015	18,50	113,86	21,064
10	1,5959	1,3146	1,4774	18,61	106,80	18,875
11	1/4322	1,3261	1,3804	18,95	118,67	22,488
12	1,6243	1,2853	1,4509	18,85	115,97	21,860
13	1,5794	1,2247	1,4075	18,38	101,39	18,635

Коэффициенты уравнения регрессии

$$y = v_0 + v_1 X_1 + v_2 X_2 + v_{12} X_1 X_2 + v_{11} X_1^2 + v_{22} X_2^2 \quad (4.33)$$

находили по следующим формулам [3]:

$$v_0 = \frac{2A}{N} \left[(\lambda_4^*)^2 (\kappa + 2) \sum_1^N y_n - c * \lambda_4^* \sum_1^N \sum_1^{\kappa} x_{in} y_n \right];$$

$$v_i = \frac{\sum_1^N x_{in} y_n}{N - n_0};$$

$$v_{ij} = \frac{C_2^*}{N \lambda_4^*} \cdot \sum_1^n x_{in} \cdot x_{jn} \cdot y_n;$$

$$B_{ii} = \frac{FC^{*2}}{N} \left[(\kappa + 2)\lambda_4^* - \kappa \right] \sum_1^N x_{in}^2 y_n + \frac{AC^{*2}}{N} (1 - \lambda_4^*) \sum_1^N \sum_1^{\kappa} x_{in}^2 y_n - \\ - \frac{2AC}{N} \lambda_4^* \cdot \sum_1^N y_n$$

где $C^* = \frac{N}{N - n_0}$,

$$A = \frac{1}{2\lambda_4^* [(\kappa + 2)\lambda_4^* - \kappa]}$$

$$\lambda_4^* = \frac{\kappa C^*}{\kappa + 2}.$$

В результате получены следующие уравнения регрессии:

$N = 20$ H

$$l_0 / l_{\kappa} = 1,1760 - 0,2231X_1 + 0,1352X_2 - 0,602X_1X_2 - \\ - 0,0056X_1^2 - 0,1698X_2^2;$$

$N = 50$ H

$$l_0 / l_{\kappa} = 1,5578 - 0,2323X_1 + 0,1065X_2 - 0,887X_1X_2 - \\ - 0,0075X_1^2 - 0,1195X_2^2;$$

$N = 105$ H

$$l_0 / l_{\kappa} = 1,2957 - 0,2184X_1 + 0,0996X_2 - 0,0911X_1X_2 + \\ + 0,0317X_1^2 - 0,0704X_2^2;$$

$N = 160$ H

$$l_0 / l_{\kappa} = 1,4439 - 0,2642X_1 + 0,314X_2 - 0,1138X_1X_2 + \\ + 0,0245X_1^2 - 0,0444X_2^2;$$

$$\sigma_{pp} = 18,6625 - 0,7601X_1 - 1,0488X_2 - 0,32X_1X_2 + 0,0184X_1^2 - \\ - 0,5939X_2^2$$

$$\begin{aligned} \varepsilon = & 111,3667 - 53,0715X_1 - 60,2994X_2 + 16,2275X_1X_2 + \\ & + 4,9654X_1^2 - 2,7548X_2^2 \\ \sigma_{pp} \cdot \varepsilon = & 20,7899 - 10,6839X_1 - 11,6769X_2 + 3,6140X_1X_2 + \\ & + 1,4668X_1^2 - 0,768X_2^2. \end{aligned}$$

По нулевой области дисперсия воспроизводимости найдена по выражению

$$S_{\{y\}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_0} (y_{oi} - \bar{y}_o)^2}{n_0 - 1},$$

где y_{oi} - результат отдельного опыта в нулевой точке;

\bar{y}_o - среднее арифметическое опытов в нулевой точке;

n_0 - число опытов в нулевой точке.

Проверка значимости коэффициентов регрессии с 95% доверительной вероятностью проводилась исходя из предположения, что величина коэффициента больше доверительного интервала, определяемого соотношением [1]:

$$b_i - 2,18S_{\{b_i\}} \leq \beta_i \leq b_i + 2,18S_{\{b_i\}}$$

здесь 2,18 – значение t-критерия при доверительной вероятности 95% и числе опытов $N = 13$;

$S_{\{b_i\}}^2$ - дисперсия, связанная с ошибками в определении коэффициентов регрессии, определяемая по следующей формуле:

$$\begin{aligned} S_{\{e_o\}}^2 &= \frac{2A\lambda_4^*(k+2)}{N} S_{\{\bar{y}\}}^2; \\ S_{\{b_i\}}^2 &= \frac{S_{\{y\}}^2}{N - n_0}; \\ S_{\{b_{ij}\}}^2 &= \frac{AC^2[(k+1)\lambda_4^* - (k-1)]}{N} \cdot S_{\{y\}}^2. \end{aligned}$$

После расчета доверительных интервалов и отбрасывания незначимых коэффициентов полученные уравнения проверяли на адекватность по критерию Фишера:

$$F = \frac{S_{ад}^2}{S_{\{y\}}^2},$$

где $S_{ад}^2$ - дисперсия адекватности, определяемая выражением

$$S_{ад}^2 = \frac{\sum_1^N (y_n - \hat{y}_n)^2 - \sum_1^{n_0} (y_{on} - \bar{y}_o)^2}{N - \theta - (n_0 - 1)},$$

где y_n - результаты отдельных опытов, включая и повторения в нулевой точке;

\hat{y}_n - расчетное значение функции отклика в n-ной точке;

θ - число коэффициентов (включая и v_0) уравнения, проверяемого на адекватность.

Проверка показала, что полученные результаты адекватно $\{F_T(f_{ад} = 4; f_{\bar{y}} = 4; j = 0,05) = 6,39\}$ описываются следующими уравнениями:

$N = 20$ Н

$$1_0 / 1_k = 1,7560 - 0,2231X_1 + 0,1352X_2 - 0,0602X_1X_2 - 0,1698X_2^2$$

$$\{F_p = 0,09; S_y^2 = 0,035\}$$

$N = 50$ Н

$$1_0 / 1_k = 1,5578 - 0,2323X_1 + 0,1065X_2 - 0,887X_1X_2 - 0,1195X_2^2$$

$$\{F_p = 0,07; S_y^2 = 0,0055\}$$

$N = 105$ Н

$$1_0 / 1_k = 1,2957 - 0,2184X_1 + 0,0996X_2 - 0,0911X_1X_2 - 0,0704X_2^2$$

$$\{F_p = 3,97; S_y^2 = 0,0018\}$$

$N = 160$ Н

$$1_0 / 1_k = 1,4439 - 0,2642X_1 + 0,0314X_2 - 0,1138X_1X_2 - 0,0444X_2^2$$

$$\{F_p = 3,22; S_y^2 = 0,0025\};$$

$$\sigma_{pp} = 18,6625 - 0,7601X_1 - 1,0488X_2 - 0,32X_1X_2 - 0,5939X_2^2$$

$$\{F_p = 2,21; S_y^2 = 0,125\};$$

$$\varepsilon = 111,3667 - 53,0715X_1 - 60,2994X_2 + 16,2275X_1X_2 + 4,9654X_1^2$$

$$\{F_p = 2,61; S_e^2 = 5,475\};$$

$$\sigma_{pp} \cdot \varepsilon = 20,7899 - 10,6839X_1 - 11,6769X_2 + 3,6140X_1X_2 +$$

$$+ 1,4668X_1^2 - 0,768X_2^2$$

$$\{F_p = 2,29; S_y^2 = 5,475\};$$

где F_p , F_T – значение критерия Фишера расчетное и табличное соответственно;

$f_{ад}$, $f_{\bar{y}}$ – число степеней свободы дисперсии адекватности и воспроизводимости;

j – уровень значимости (уровень риска) при оценке адекватности уравнения в соответствии с [3].

Все вычисления по приведенным выше формулам проводились по программе на ПЭВМ [21].

Электронная версия программы находится на кафедре ПМ и ТКМ СумГУ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барабашук В.И., Креденцер Б.П., Мирошниченко В.И. Планирование эксперимента в технике. –К.: Техника, 1984. -200 с.

2. Грушко И.М., Сиденко В.М. Основы научных исследований. –Харьков: Вища школа, 1983. -224 с.

3. Винарский М.С., Лурье М.В. Планирование эксперимента в технологических исследованиях. –К: Техника, 1975. -168 с.

4. Бурдун Г.Д., Марков Б.Н. Основы метрологии. –М.: Изд-во стандартов, 1972. -336 с.

5. Справочник по производственному контролю в машиностроении /Под ред. А.Я.Кутая. –Л.: Машиностроение, 1974. -975 с.

6. Волосов С.С., Педь Е.И. Приборы для автоматического контроля в машиностроении. –М.: Изд-во стандартов, 1975. – 335 с.

7. Заситрогин Ю.Ф. Контроль параметров движения с использованием лазеров. –М.: Машиностроение, 1981. - 175 с.

8. Скрибанов Е.В., Братенков А.А., Гришин М.П., Никонов А.С. Устройство для бесконтактного контроля размеров деталей на основе линейного формирования видеосигналов //Измерит. техника. -1981. -№ 6. –С.20-22.

9. Приборы для неразрушающего метода контроля и изделий: Справочник /Под ред. В.В.Клюева. –М.: Машиностроение, 1976. –Кн.1. -391 с.

10. Приборы и методы физического металловедения. /Перевод с англ.; Под ред. Ф.Вайнберга. –М.: Мир, 1973. – 428 с.

11. Резников А.Н. Теплофизика процессов механической обработки материалов. –М.: Машиностроение, 1981. - 279 с.

12. Электрические измерения неэлектрических величин /Под ред. П.В.Новицкого. -Л.: Энергия, 1975. -576 с.

13. Абрамович Б.Г., Картавец В.Ф. Цветовые индикаторы температуры. -М.: Энергия, 1978. -214 с.

14. Школьник Л.М. Методика усталостных испытаний: Справочник. –М.: Metallurgia, 1978. -302 с.

15. Испытательная техника: Справочник /Под ред. В.В.Клюева. –М.: Машиностроение, 1982. –Кн.1. -582 с.

16. Технологические остаточные напряжения /Под ред. А.В.Подзея. –М.: Машиностроение, 1973. -216 с.

17. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. –М.: Наука, 1976. -279 с.

18. Технология электрической сварки металлов и сплавов плавлением /Под ред. акад. Б.Е.Патона. –М.: Машиностроение, 1974. – 768 с.

19. Ксендзык Г.В. Применение износостойких чугунов для наплавки стальных деталей. -Киев: Техника, 1968.-80 с.

20. Лившиц Л.С., Гринберг Н.А., Куркумелли Э.Г. Основы легирования наплавленного металла. –М.: Машиностроение, 1968. -188 с.

21. Программа для ПЭВМ. ФАСТОР. Расчет коэффициентов регрессии (для случая до 4 факторов), расчет дисперсий опыта и оценок коэффициентов регрессии, доверительных интервалов, проверка значимости коэффициентов регрессии, анализ эффективности крутого восхода и расчет новых центральных точек. –Сумы: СумГУ, 2006.

Навчальне видання

Любич Олександр Йосипович
Будник Анатолій Федорович

**ОСНОВИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ
РОБІТ В МАТЕРІАЛОЗНАВСТВІ**

Навчальний посібник
(Російською мовою)

Дизайн обкладинки: І.М. Сипало, С.І.Крилов
Редактор Н.В. Лисогуб
Комп'ютерне верстання В.Д. Вінницької

Підп. до друку
Формат 60x84/16. Папір офс. Гарнітура Times New Roman Суг.Друк офс.
Ум. друк. арк. Обл.-вид.арк.
Тираж 100 пр. Вид. №
Зам. №

Видавництво СумДУ при Сумському державному університеті
40007, Суми, вул. Римського-Корсакова, 2
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру ДК № 2365 від 08.12.2005.
Надруковано у друкарні СумДУ
40007, Суми, вул. Римського-Корсакова, 2.