Разработанная методология была реализована средствами языка программирования С++ в среде Borland Builder с использованием объектно-ориентированного подхода и динамического распределения памяти. Методология и разработанное программное обеспечение опробовано на данных процесса производства минеральных удобрений ОАО «СумыХимпром».

О ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Литвиненко А.А., канд. экон. наук, доц.

Задаче Коши в разделе численных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и их систем уделяется основное внимание, при этом рассматриваются классические (стандартные) методы решения. Однако, «большинство стандартных методов не приспособлено для решения жестких уравнений» [1] (стр. 141).

В работе [2] предложен алгоритм, который для ОДУ во многих, если не во всех, случаях гарантирует нормальное завершение поиска искомого решения. Здесь рассматривается этот подход для решения систем ОДУ.

Для демонстрации результативности рассматриваемого алгоритма решения был взят пример жестких уравнений из работы [1] (стр.140). С начальными условиями x(0)=y(0)=1 требуется найти решение для следующей системы ОДУ:

$$y' = 998*y+1998*z;$$
$$z' = -999*y-1999*z; \quad (1)$$

Величина отрезка, на котором ищется решение, здесь особой роли не играет, если не брать ее слишком малой. Можно рассмотреть отрезок [0,9], заведомо включающий всю «интересную» область. Что касается величины заданной точности ε, то ее можно положить равной 0.0001.

Как и в работе [1] за основу был взят метод Эйлера, но применялся он не стандартно, а в соответствии с идеей, изложенной в работе [2]. Описание алгоритма для решения систем ОДУ, которое здесь приводится для конкретного примера, очевидным образом распространяется на общий случай.

Итак, вместе с системой (1) рассматриваются еще две родственные системы (2) и (3):

$$\begin{aligned} x' &= (998*y+1998*z)^{-1}; \\ z' &= -999*y-1999*z; \end{aligned} \qquad (2)$$

и

$$\begin{aligned} y' &= 998*y+1998*z; \\ x' &= (-999*y-1999*z)^{-1}, \end{aligned} \qquad (3)$$

где, очевидно, в системе (2) $x'=dt/dy$, а в системе (3) $x'=dt/dz$.

Сформулируем основные положения предложенного метода решения для рассматриваемой задачи:

1. Метод опирается на известный метод Эйлера (можно было бы взять и более точный метод, например, обычный метод Рунге-Кутта, но в этом нет необходимости).
2. Вместе с задачей (системой) (1) рассматриваются родственные задачи (2) и (3). При этом задачу (1) избранным пошаговым методом решаем только при условии, что и $|y'|<1$, и $|z'|<1$, иначе переходим к одной из задач (2) или (3). При этом выбор делается в соответствии с тем, какая из величин на данный момент $|y'|$ или $|z'|$ окажется большей (если большей окажется $|y'|$, то переходим к задаче(2)).
3. Если была выбрана задача (2), то решаем ее до тех пор, пока $|x'|<1$, где $x'=dt/dy$, и $|y'|>|z'|$, иначе либо переходим к решению задачи (1), если на данный момент выполняются условия $|y'|<1$ и $|z'|<1$, либо переходим к решению задачи (3).
4. Если была выбрана задача (3), то решаем ее до тех пор, пока $|x'|<1$, где $x'=dt/dz$, и $|z'|>|y'|$, иначе либо переходим к решению задачи (1), если на данный момент выполняются условия $|y'|<1$ и $|z'|<1$, либо переходим к решению задачи (2).
5. Стартовый момент (какую из задач (1), (2) или (3) решать первой) определяем путем вычисления значений производных y' и z' в начальной точке, далее, если $|y'|<1$ и $|z'|<1$, то решается задача (1), иначе выбор делается так, как это указано в п.2.
6. В соответствии с формулировками задач (1), (2) и (3), данными выше, эти задачи решаются, только начиная со стартового

момента (точнее, только одна из этих задач решается в указанной формулировке), а дальше формулировки меняются, смысл изменений формулировок заключается в изменении начальных значений для этих задач (см. работу [2]).

Для реализации приведенного здесь алгоритма была написана программа на языке Си. С ее помощью было получено решение рассматриваемой задачи.

В ряде случаев классические численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем (задачи Коши) не дают ожидаемого результата, и для их численного решения, особенно для жестких уравнений, обычно применяются специальные методы. Последние, как правило, основаны на неявных расчетных схемах, реализация которых намного сложнее от явных схем. Между тем, рассмотренный здесь алгоритм решает задачу с жесткими уравнениями с помощью тех же явных схем.

Литература:

1. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. – М.: Мир, 1980. –280 с.

2. Литвиненко А.А. О численных методах решения обыкновенных дифференциальных уравнений // Вестник Сумского государственного университета, Серия Технические науки –2004. -№12(71). –С. 118-123.

АНАЛИЗ И ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА “ПРОТАЛКИВАНИЕ ПРЕДПОТОКА”

При решении такой проблемы, как организации движения транспортных потоков, передача пакетов данных в сетях коммутации пакетов, постройка нефте/газо проводов и прочее необходимо решить задачу максимизации потоков в сети.

Было предложено много методов для решения этой задачи, но основным является метод Форда–Фалкерсона. На его основе был разработан алгоритм “проталкивание предпотока”, который и был использован в данной работе для компьютерной реализации задачи о нахождении максимального потока в транспортной сети.