К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ПРОЦЕСА РЕЗАНИЯ ПРИ ФРЕЗЕРОВАНИИ

В.А. Залога, Д.В. Криворучко, С.С. Емельяненко, Д.Г. Голдун Сумский государственный университет

В статье получено уравнение для расчета линеаризованной передаточной функции процесса резания в условиях концевого фрезерования фрезой с винтовым зубом в случае, когда в работе всегда находится лишь один зуб. В отличие от работ Y. Altintas предложенное уравнение учитывает отставание изменения силы резания от изменения толщины среза. Удельную силу резания и постоянную времени стружкообразования предложено определять методом имитационного моделирования. В статье показано, что отставание силы резания от толщины среза существенно влияет на диаграмму устойчивости при скоростях фрезерования стали до 200 м/мин, положительных передних углах и толщинах среза, соизмеримых с радиусом округления режущей кромки.

ВВЕДЕНИЕ

Прогнозирование устойчивости процесса концевого фрезерования является актуальной задачей, особенно в условиях реализации процесса при частотах вращения шпинделя более 3000 об/мин и скоростях подачи свыше 500 мм/мин. Известно, что в процессе обработки имеют место как вынужденные, так и автоколебания. Исследованиями Y. Altintas и его сотрудников показано, что в указанных условиях к уменьшению стойкости инструмента и ухудшению качества обработанной поверхности приводят главным образом автоколебания, возникающие в результате самовозбуждения технологической системы (TC) в условиях обработки зубом по следу предыдущего зуба.



Рисунок 1 – Структурная схема ТС в условиях концевого фрезерования в общем виде: X_m – заданное теоретическое приращение координат вершины зуба фрезы; X_φ – фактическое приращение координат вершины зуба фрезы; ΔF – приращение силы резания; Δδ – приращение деформации TC; T – период одного цикла резания; X₁ – приращение отклонения вершины зуба фрезы

постановка задачи

Поведение технологической системы в проекциях на оси координат X и Y в процессе концевого фрезерования (КФ) в случае, когда в контакте с заготовкой находится только один зуб, можно представить структурной схемой (рис. 1). При перемещении зуба и удалении им срезаемого слоя площадью f в технологической системе (TC) возникает сила **P** (сила резания), имеющая переменное значение в связи с изменением толщины среза. Отношение приращения силы резания $\Delta \mathbf{P}$ к приращению координат вершины зуба ΔX_{Φ} будем характеризовать передаточной функцией процесса резания (ПР) W_1 . Эта сила приводит к деформации TC δ , а значит, и к смещению вершины зуба от ее теоретического положения на эту же величину. Отношение приращения $\Delta\delta$ к ΔP будем характеризовать передаточной функцией TC W_2 . Поскольку при резании следующим зубом обработанная текущим зубом поверхность, условно говоря, уже является обрабатываемой, то ее отклонение δ изменяет действительную толщину среза на величину δ_1 . Таким образом, в технологической системе имеет место отрицательная обратная связь, которую будем характеризовать передаточной функцией $W_3=\Delta\delta_1/\Delta\delta$. Здесь и далее жирным шрифтом обозначены векторные величины.

Для случая, если в контакте с заготовкой всегда находится лишь один зуб, должно выполняться условие

$$\theta_k - \theta_\mu + \theta_\omega < \theta_z,$$
(1)

где $\theta_z = \frac{2\pi}{z}$ - угловой шаг зубьев фрезы; $\theta_\omega = \frac{B}{R} \tan \omega$ - максимальный поворот сечения зуба в переделах ширины фрезерования; θ_μ , θ_κ - углы начала и конца контакта зуба фрезы со срезаемым слоем.

В локальной системе координат

$$\theta_{\mu} \approx 0; \cos \theta_{\kappa} = \frac{R-t}{R},$$
(2)

где *R* - радиус фрезы; ω - угол винтовой линии зуба; *B* – ширина фрезерования; *t* - глубина резания.

Например, при обработке уступа шириной 20 мм концевой четырехзубой фрезой диаметром 40 мм максимальная глубина фрезерования, при которой выполняется условие (1), равна для фрезы с $\omega=0^{\circ}$

$$t = 0.5D\left(1-\cosrac{2\pi}{z}
ight) = 0.5\cdot40\cdot\left(1-\cosrac{2\pi}{4}
ight) = 20$$
 mm,

а для фрезы с *ω*=10°

$$t = 0,5D\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{z} - \frac{B}{R}\operatorname{tg}\omega\right)\right) = 0,5 \cdot 40 \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{4} - \frac{20}{40}\operatorname{tg}10^\circ\right)\right) = 18,2 \text{ mm}.$$

Соответствующее этой структурной схеме характеристическое уравнение технологической системы имеет вид

$$1 + W_1 \cdot W_2 \cdot (1 - W_3) = 0.$$
(3)

Условие устойчивости линейной системы по Ляпунову имеет вид $\lim_{\tau\to\infty} [X_i(\tau)] = 0$. Границу виброустойчивости системы в этом случае можно определить, используя метод D-разбиения и полагая, что все варианты условий, которые обеспечивают равенство $\operatorname{Re}(p) = 0$ (p - корень характеристического уравнения системы (3), реализуют обработку на границе виброустойчивости. Известно также, что виброустойчивое поведение системы имеет место при $\operatorname{Re}(p) < 0$ [1].

Таким образом, для практической реализации алгоритма прогнозирования устойчивости технологической системы, разработанного авторами ранее [2], необходимо определить параметры передаточных функций ПР W_1 и TC W_2 . В связи с этим **целью** настоящей работы

является решение первой задачи - разработка методики определения передаточной функции ПР W_1 . В рассматриваемом случае основным требованием к W_1 является ее линейность. W_1 , удовлетворяющую этому требованию, будем обозначать \overline{W}_1 .

РЕЗУЛЬТАТЫ

В общем случае сила резания является нелинейной функцией толщины a и ширины b среза, скорости резания V, физико-механических свойств обрабатываемого и инструментального материалов Ω_1 , геометрии режущего инструмента Ω_2 и других условий обработки Ω_3 . В статической системе координат, связанной с вершиной лезвия,

$$\mathbf{P} = \begin{cases} F_z \\ F_y \end{cases} = \mathbf{P}(a, b, V, \Omega_1, \Omega_2, \Omega_3).$$
(4)

Вместе с тем, вводя определенные допущения, можно выполнить процедуру линеаризации. В частности, допуская, что b >> a для прямоугольного резания можно использовать линейную зависимость силы резания от ширины среза. Также из эксперимента известно, что значительная нелинейность зависимости силы резания от толщины среза при прямоугольном резании имеет место лишь в области, где $a / \rho \le 0,5$ (область 2, рис. 2). Во всем же остальном диапазоне изменения толщины среза можно вполне допустить линейную зависимость силы резания от нее (область 1, рис. 2).



Рисунок 2 - Зависимость главной составляющей силы резания от толщины срезаемого слоя: обрабатываемый материал ШХ15 (HB 208), инструментальный материал BK8, γ=-3°, α=18°, ρ=80 мкм, b=2,5 мм, V=204 м/мин [3]

Таким образом, для случая прямоугольного резания можно записать

$$\mathbf{P} = a \cdot b \cdot \mathbf{K}(V, \Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) + \mathbf{P_0}, \qquad (5)$$

где

 $\mathbf{K}(V,\Omega_1,\Omega_2,\Omega_3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & K_r \end{bmatrix} \times K_0(V,\Omega_1,\Omega_2,\Omega_3);$ $K_0(V,\Omega_1,\Omega_2,\Omega_3)$ - удельная сила резания; $K_r = \frac{P_y}{P_r}$ - отношение

радиальной к тангенциальной проекции силы резания; **P**₀ - сила на задней поверхности.

Рассмотрим концевую фрезу с винтовым зубом как совокупность большого количества прямозубых фрез, соединенных в осевом направлении и повернутых относительно торца фрезы на угол

$$\theta = \frac{b}{R} tg(\omega), \tag{6}$$

где *b* - координата вдоль оси фрезы (ширина фрезерования, если начало координат совпадает с торцом фрезы).

Тогда сила резания, действующая на фрезу, в соответствии с условием (рис. 3) равна силе резания, действующей на один зуб фрезы. На элементарном приращении ширины среза b в статической системе координат X'-Y' (рис. 3) сила резания равна



Рисунок 3 - Вращение статической системы координат

$$\mathbf{dP} = \mathbf{K}(V, \Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) a(b) db.$$
(7)

Поскольку статическая система координат X'-Y' вращается совместно с зубом, то удобно рассматривать силу резания в системе координат X-Y, ориентированной относительно заготовки (станка). В этом случае

$$\mathbf{dP} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{K}(V, \Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) a(b) db , \qquad (8)$$

где $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$ - матрица преобразования координат; θ - угол

между статической основной плоскостью в данной точке режущей кромки и осью X.

Интегрируя по ширине среза, получим

$$\mathbf{P} = \int_{0}^{b} \mathbf{A} \cdot \mathbf{K}(V, \Omega_{1}, \Omega_{2}, \Omega_{3}) a(b) db.$$
(9)

Переходя для удобства от
 bк θ - углу поворота сечения фрезы с ко
ординатой b

$$b = \pm \left(\theta - \theta_0\right) \frac{R}{\operatorname{tg} \omega} \quad , \tag{10}$$

можно записать для одного зуба

$$\mathbf{P}(\theta_0) = \pm \frac{R}{\operatorname{tg} \omega} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \mathbf{A} \cdot \mathbf{K} (V, \Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) a(\theta) d\theta , \qquad (11)$$

где $\theta_1 = \min(\max(\theta_n, \theta_0), \theta_\kappa)$ и $\theta_2 = \max(\min(\theta_\kappa, \theta_0), \theta_n)$ - начальный и конечный углы контакта зуба фрезы с заготовкой; θ_0 - угол поворота торцевого сечения зуба фрезы. Знак «+» для фрез с правым винтовым зубом, знак «-» - с левым.

Дифференцируя выражение (11), найдем W₁:

$$W_{1}(\theta_{0}) = \frac{\Delta \mathbf{P}}{\Delta \mathbf{X}} \approx \pm \frac{R}{\operatorname{tg}\omega} \int_{\theta_{1}}^{\theta_{2}} \mathbf{A} \cdot \mathbf{K}(V,\Omega_{1},\Omega_{2},\Omega_{3}) \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}}a(\theta)\right] d\theta .$$
(12)

Из рисунка 5 видно, что толщина среза, имеющая переменное значение ($0 \le a \le a_{\max}$) и зависящая от текущего (в данный момент времени) положения зуба фрезы ($a = a(\theta)$), может быть задана выражением

$$a(\theta) = (x(\tau) - x(\tau - T))\sin\theta + (y(\tau) - y(\tau - T))\cos\theta.$$
(13)

Поэтому

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} a(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial a}{\partial x} & \frac{\partial a}{\partial y} \\ \frac{\partial a}{\partial x} & \frac{\partial a}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}.$$
 (14)

Анализ литературы показал, что прогнозирование удельной силы резания $K_0(V, \Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$ является весьма сложной задачей. В таблице 1 приведены основные математические модели, разработанные к настоящему времени для прогнозирования этого коэффициента. Для вычисления удельной силы резания по любой из представленных аналитических моделей, кроме механических свойств обрабатываемого материала, необходимо также знать и некоторые (как минимум - одну) характеристики процесса стружкообразования (например, либо относительный сдвиг, либо усадку стружки, либо угол сдвига), которые, как правило, определяются экспериментально. Поэтому представленные аналитические модели, в принципе, не могут считаться прогнозирующими. Более того, можно заметить, что величины удельной силы резания, вычисленные для одних и тех же условий по различным моделям, могут отличаться более чем в 6 раз. В связи с этим в настоящее время «самым точным» способом определения удельной силы резания еще остается экспериментальный метод.

Вместе с тем в последнее время уже появились возможности применения для прогнозирования удельной силы резания имитационного моделирования. В данной работе использовались разработанные авторами методика и программное обеспечение, описанные в работе [4].

Удельная сила резания K_0 для тестового примера рассчитывалась как отношение установившейся тангенциальной проекции силы резания к ширине и толщине срезаемого слоя. Ошибка прогнозирования удельной силы резания составила 4%.

Известно, что радиальная проекция для заданных условий пропорциональна тангенциальной проекции силы резания. Поэтому

удобно использовать отношение $K_r = \frac{P_y}{P_z}$, которое в общем случае зависит

не только от условий на передней поверхности, но и во многом - от условий на задней поверхности, величины фаски износа, заднего угла и др.

Для остро заточенного инструмента справедливо соотношение [5]:

$$K_r = tg(\theta - \gamma) \,. \tag{15}$$

"Вісник СумДУ. Технічні науки", №1' 2007

84



Рисунок 4 - Расчетная схема для определения углов контакта фрезы с заготовкой



Рисунок 5 - Расчетная схема для определения, а Ω – угол между направлением движения подачи и осью X системы координат станка

Задача усложняется, если необходимо спрогнозировать K_r для инструмента с фаской износа. В этом и других сложных случаях точность прогнозирования можно повысить за счет применения имитационного моделирования методом конечных элементов.

Таблица 1 – Обзор моделей для определения удельной силы резания К $_0$
(Обозначения приведены в соответствии с оригинальными
обозначениями источников)

Номер	Автор	Математическая модель				
1		$K_0 = rac{B \cdot arepsilon_p^{c+1}}{1,5 \cdot (c+1)} \cdot K_1,$ B, c — коэффициенты, зависящие от марки обрабатываемого материала; $arepsilon_p$ — относительный сдвиг; K_1 — коэффициент	1,836	[5]		
2	Розенберг А.М.	$K_0 = 0,185 \cdot HV \cdot k = 0,185 \cdot HV \cdot \varepsilon_p \cdot K_1$, HV – твердость стружки по Виккерсу; k – некоторая функция усадки стружки и переднего угла	0,908	[6]		
3		$K_0 = \frac{\sigma_o}{n} \cdot \frac{e^{\frac{n}{1.5} \frac{\xi^2 - 2 \cdot \xi \cdot \sin \gamma - 1}{\xi \cdot \cos \gamma}}}{1 - \frac{\sin \theta}{\xi \cdot \cos (\theta - \gamma)}},$ σ_o и n – параметры политропы сжатия, определяемые механическими испытаниями; ξ – средняя усадка стружки; θ – угол трения на передней поверхности инструмента; γ – передний угол	2,168	[6]		
4	Зорев Н.Н.	$K_0 = rac{ au_{m D} \cdot \cos \omega}{\sin {m D} \cdot \cos \left({m D} + \omega ight)}$, $ au_{m P}$ – касательное напряжение; ω – угол между вектором силы стружкообразования и вектором скорости резания; $m D$ – угол сдвига	0,895	[6]		
5		$K_0 = \frac{0, 6 \cdot \sigma_e}{1 - 1, 7 \cdot \psi} \cdot \left[\frac{\xi - \sin \gamma}{\cos \gamma} + \operatorname{tg} (\boldsymbol{\Phi} + \omega) \right]$ σ_e – предел прочности при растяжении; ψ – относительное сужение при разрыве	1,762	[6]		
6	Кудинов В.А.	$K_0 = \sigma_o \cdot \xi$, σ_o – условное напряжение				
7	Силин С.С.	$K_0 = \frac{0, 6 \cdot \sigma_a}{1 - 1, 7 \cdot \psi} \cdot \left(1 + \frac{1}{B} + 0, 625 \cdot E \cdot M \cdot \sqrt{\frac{B}{\sin \alpha}} \cdot \cos \alpha\right),$ B – величина, характеризующая пластическую деформацию материала снимаемого припуска и поверхностного слоя обрабатываемой детали; E – коэффициент; M – отношение периметра рабочих участков режущих кромок к ширине среза; α – задний угол	6,753	[8]		
8	Altintas Y.	$K_0 = \tau_{\Phi} \cdot \frac{\cos(\theta - \gamma)}{\sin \Phi \cdot \cos(\Phi + \theta - \gamma)}$	0,843	[9]		
9	Армарего И.Дж.А., Браун Р.Х.	$K_0 = 2 \cdot \tau_{\varPhi} \cdot \operatorname{ctg} \varPhi$	1,137	[10]		
10	Kienzle O., Stepan G.	Экспериментальные данные	2,5	[11]		

Продолжение табл. 1

-		_						1	· · · ·
1 1	Криворучко	Данные		имитацион	ного	MO	делировани	R	
11	ΠR	MOTOTOM	VOUDI					2,4	-
	д.в.	методом	конеч.	ных элемени	ов по г	методике	[±]		
	Примечание.	. Pac	четы	выполнены	для	случая	обработки	стали	30
$(\sigma_{e} =$	= 500 MПa, I	B=900 M	Па, с=	$0,15, \xi=2, H$	V=160	0 МПа, <i>n</i>	$=1, \psi = 50\%,$	c=2,3)	при
V=3	30 м/мин,	a=0,1 r	мм. И	Інструментал	ьный	материа.	л Р6М5.	$y=0^{\circ}, \alpha$	=5°,
$\rho = 0$,015 мм								

В работах В.А. Кудинова отмечается, что имеет место отставание силы резания от изменения толщины среза. По его мнению, это связано с инерционностью деформационных и тепловых процессов в зоне резания. Методом аналитического моделирования процесса резания В.А. Кудинов показал [7], что в общем случае удельная сила резания должна рассчитываться с учетом указанного отставания. Обозначим ее K'_0 . Тогда

$$K'_{0} = K_{0} \cdot \frac{\left(1 + T_{\alpha\gamma} \cdot s + T_{\alpha p}^{2} \cdot s^{2}\right)}{1 + T_{p} \cdot s}, \qquad (16)$$

где T_p, T_{ay}, T_{ap} – постоянные времени; s – оператор.

Для случая анализа колебаний с частотами до 15 кГц при резании остро заточенным инструментом влияние изменения переднего и заднего углов незначительно. Учитывая также, что при фрезеровании α и γ не изменяются при смещении оси фрезы, выражение (16) принимает вид

$$K'_0 \approx K_0 \frac{1}{1 + T_p \cdot s} \,. \tag{17}$$

В общем случае $T_p \neq T_{py}$ и, следовательно,

$$K'_r = K_r \frac{1+T_p \cdot s}{1+T_{nv} \cdot s}.$$
(18)

Вместе с тем проведенные вычислительные эксперименты показали, что в первом приближении можно принять $K'_r = K_r$.

Предложенные В.А. Кудиновым соотношения для вычисления постоянной времени стружкообразования носят полуэмпирический характер, требуя экспериментального определения усадки стружки при данной толщине среза. Авторами разработана методика определения постоянной времени стружкообразования методом имитационного моделирования. Интегрируя выражение (16) с учетом (12) для процесса прямоугольного свободного резания, получим

$$P_{z} = K_{0} \cdot a \cdot b \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau}{T_{p}}}\right).$$
(19)

Из этого выражения видно, что постоянная T_p равна времени от начала взаимодействия лезвия с заготовкой, при котором $P_z = 0.63P_{zo}$, где P_{zo} – средняя тангенциальная проекция силы резания, установившаяся в процессе резания после возрастания толщины среза (рис. 6). Диаграмму изменения силы резания авторами предложено рассчитывать описанным ранее методом имитационного моделирования.

Рассмотрим влияние различных факторов на величину постоянной времени стружкообразования. Зависимость T_p от заднего угла α имеет

экстремальный характер (рис.7а): минимальное значение T_p имеет при α =10°. Вместе с тем в диапазоне $\alpha \in [0^\circ; 15^\circ]$ T_p изменялась на ± 16%, что свидетельствует об относительно небольшом влиянии α на этот параметр, причем влияние α связано, по нашему мнению, скорее всего с изменением температуры резания.



Рисунок 6 - Определение постоянной времени стружкообразования с помощью имитационного моделирования методом конечных элементов: сталь 45 - T15K6, γ=10°, α=5°, ρ=20 мкм, S=0,1 мм/об, V=100 м/мин

Вместе с тем установлено, что передний угол γ оказывает значительное влияние на T_p (рис. 7а), что связано с изменением расстояния, которое необходимо пройти режущему лезвию для полного вхождения в контакт со срезаемым слоем. С увеличением γ T_p увеличивается, причем в десятки раз.

Влияние фаски износа на задней поверхности h_s на T_p хоть, также как и для α , экстремально, но, в общем, незначительно (рис. 7а): при изменении h_s от 0 до 0,5 изменение T_p не превышало $\pm 27\%$.

Постоянная времени стружкообразования T_p линейно увеличивается с увеличением среднего коэффициента трения μ (рис. 7б), что связано с увеличением усадки стружки. При увеличении μ от 0 до 1 T_p увеличилось более чем в 3 раза.

Зависимость T_p от толщины срезаемого слоя *a* имеет экстремальный характер, что связано с увеличением соотношения a/ρ и увеличением расстояния, которое необходимо пройти режущему лезвию для полного

вхождения в контакт со срезаемым слоем, при возрастании a (рис. 76). Изменение толщины среза от 0,05 до 0,5 мм приводит к изменению T_p в диапазоне $\pm 50\%$.

Влияние скорости резания V в наибольшей степени связано с изменением времени прохождения режущим лезвием расстояния, которое необходимо пройти для полного вхождения в контакт со срезаемым слоем (рис. 76). Увеличение V от 10 до 1000 м/мин уменьшает T_p почти в 100 раз, причем при скоростях резания V до 200 м/мин это влияние еще более значительно. Следует отметить, что зависимость $V-T_p$ имеет нелинейный характер, что можно объяснить заметным влиянием скорости резания на деформационные и тепловые процессы в зоне резания, особенно при ее изменении в диапазоне 10 – 200 м/мин.

Марка инструментального материала весьма незначительно (до $\pm 17\%$) влияет на T_p , главным образом, из-за изменения теплофизических свойств лезвия и фрикционных свойств пары «инструментальный – обрабатываемый» материалы (рис. 7в).

С увеличением радиуса округления режущей кромки ρ уменьшается отношение a/ρ , что приводит к увеличению объема пластических деформаций, необходимых для отделения срезаемого слоя от заготовки. Этим и объясняется значительное (примерно в 4 раза) увеличение T_p при



уменьшении a/ρ менее чем в 2 раза (рис. 7г).

Рисунок 7 - Влияние различных факторов на постоянную времени стружкообразования базовый вариант: сталь 45 - T15K6, γ=10°, α=10°, ρ=20 мкм, h₃=0, μ=0,3, S=0,1 мм/об, V=150 м/мин: а) – влияние α, γ, h₃; б) – влияние μ, а, V; в) – влияние инструментального материала; г) – влияние р (жирным на графиках указаны точки базового варианта)

Для практического использования выражения (12) необходимо выполнить его линеаризацию по θ_0 , для чего рассмотрим изменение компонент W_{11} , W_{12} , W_{21} , W_{22} передаточной функции W_1 (рис. 8). Допустим, что приращение силы резания при смещении вершины зуба не зависит от угла поворота зуба и равно среднему значению приращения за цикл резания этим зубом. Тогда

$$\overline{W}_{1} = \frac{1}{\theta_{\kappa} - \theta_{\mu} + \theta_{\omega}} \int_{\theta_{\mu} - \theta_{\omega}}^{\theta_{\kappa}} W_{1}(\theta_{0}) d\theta_{0} .$$
⁽²⁰⁾

Таким образом, комбинируя уравнения (12), (14), (17), (20), окончательно получаем

$$\bar{W}_{1} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} K_{0} \frac{1}{1 + T_{p} \cdot s} , \qquad (21)$$

где

$$\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} = \pm \frac{R}{\operatorname{tg}(\omega)(\theta_{\kappa} - \theta_{\mu} + \theta_{\omega})} \int_{\theta_{\kappa} - \theta_{\omega}}^{\theta_{\kappa}} \int_{\theta_{1}(\theta_{0})}^{\theta_{\kappa}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & K_{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} d\theta d\theta_{0}.$$



Рисунок 8 - Изменение компонент W_{11} , W_{12} , W_{21} , W_{22} передаточной функции W_1 : диаметр фрезы D=16 мм, z=3, ω =40°, t=8 мм, B=8 мм

Амплитудно-фазовая характеристика компоненты $(\overline{W}_1)_{11}$, представленной передаточной функции \overline{W}_1 , показана на рисунке (рис. 9). Можно заметить, что увеличение T_p приводит к увеличению сдвига фаз между изменением толщины среза и силы резания при одной и той же частоте колебаний. Поэтому, чем больше будет передний угол γ , радиус округления режущей кромки ρ и меньше скорость резания V, тем больше будет отставание силы резания от толщины среза. Поэтому пренебрежение этим явлением, особенно при скоростях резания до 200 м/мин недопустимо, и может привести к ошибке прогнозирования допустимой ширины фрезерования более чем в 2 раза (рис. 10).

выводы

1 В статье получено уравнение для расчета линеаризованной передаточной функции процесса резания в условиях концевого

фрезерования фрезой с винтовым зубом в случае, когда в работе всегда находится лишь один зуб.

2 Показано, что отставание силы резания от толщины среза существенно влияет на диаграмму виброустойчивости при скоростях фрезерования стали до 200 м/мин, положительных передних углах и толщинах среза, соизмеримых с радиусом округления режущей кромки. Инструментальный материал, задний угол, величина фаски износа на задней поверхности незначительно изменяют отставание силы резания от толщины среза.



Рисунок 9 - Амплитудно-фазовая частотная характеристика компоненты $\left(\overline{W_1}\right)_{11}$ передаточной функции процесса резания: диаметр фрезы D=16 мм, z=4, K_0 =2,4 ГПа, K_r =0,4, остальные данные по табл. 1



Рисунок 10 - Границы устойчивости процесса концевого фрезерования в условиях табл. 1 при V=60 м/мин, S₂=0,04 мм/зуб. К₀=1,24·ГПа

SUMMARY

The equation for cutting process linear transfer function calculation during screw tooth milling with one working tooth is described in this article. In contrary to Y. Altintas works the described equation takes into account a delay between cutting force and cutting thickness change. It is proposed to define specific cutting force and chip formation constant using finite element modeling. It is shown that the delay between cutting force and cutting thickness change influences substantially on predicted stability diagram when milling speed is lower than

 $200\ m/min$, mill rake angle is positive and cutting thicknesse is commensurable with tool edge radius.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Попович М. Г. Теорія автоматичного керування. -Київ: Лібидь, 1997. -544 с.
- Залога В. А., Криворучко Д. В., Емельяненко С. С. Прогнозирование динамического состояния инструмента при концевом фрезеровании//Современные технологии в машиностроении: Сборник научных статей. -Х.: НТУ «ХПИ», 2006. -Т. 2. -С. 146-156.
- Криворучко Д. В. Підвищення ефективноті процесів читової обробки на основі аналітичного моделювання силової взаємодії леза з заготівкою: Автореф. дис... канд. техн. наук:05.03.01/ ICM ім. В. М. Бакуля НАН України. -К., 2002. -20 с.
- техн. наук:05.03.01/ ICM ім. В. М. Бакуля НАН України. -К., 2002. -20 с. 4. Залога В. А., Криворучко Д. В., Хвостик С. Н. Имитационная модель прямоугольного свободного резания//Вестник СумГУ. -2005. -№ 11. -С. 113- 122.
- Розенберг А. М., Розенберг О. А. Механика пластического деформирования в процессах резания и деформирующего протягивания. -К.: Наукова думка, 1990. -320 с.
- Развитие науки о резании металлов/Н. Н. Зорев, Г. И. Грановский, М. Н. Ларин и др. -М.: Машиностроение, 1967. -415 с.
- 7. Кудинов В. А. Динамика станков. -М.: Машиностроение, 1967. -367 с.
- Силин С. С. Метод подобия при резании материалов. -М.: Машиностроение, 1979. -152 с.
 Altintas Y. Modeling approaches and software for predicting the performance of milling operations at MAL//UBC(<u>www.mech.ubc.ca</u>). -2000.
- 10. Армарего И. Д., Браун Р. Х. Обработка металлов резанием / Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1977. -325 с.
- 11. Lacerda H. B. Evaluation of cutting forces and prediction of chatter vibrations in milling//Journal of Brazilian society of mechanical sciences and engineering. -2004.

В.А. Залога, д-р техн. наук

Сумский государственный университет

Д.В. Криворучко, канд. техн. наук

Сумский государственный университет

С.С. Емельяненко

Сумский государственный университет

Д.Г. Колдун

Сумский государственный университет

Поступила в редакцию 16 февраля 2007 г.