УДК 621.24

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЕЛОВ ПРИМЕНИМОСТИ МОДЕЛИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В ЗАДАЧАХ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТЬЮ. ЧАСТЬ I ОСНОВЫ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ

***С.Д. Косторной, А.С. Мартынов****
*Сумский национальный аграрный университет;*
** Сумский государственный университет*

*Приведены современные модели для описания свойств жидкости и основные идеи, ими не решаемые, которые еще не вошли в учебники по механике жидкости и газа и не стали хрестоматийными.*

*Турбулентность столь сложна и подходы к её изучению столь разнообразны, что она не оставляет шансов на систематическое и, главное, полное изложение. Теория турбулентности все еще находится в стадии разработки, так что полный расчет турбулентности пока невозможен и вряд ли будет возможен в ближайшем будущем.*

## ВВЕДЕНИЕ

Турбулентность столь сложна и подходы к её изучению столь разнообразны, что она не оставляет шансов на систематическое и, главное, полное изложение. Теория турбулентности все еще находится в стадии разработки, так что полный расчет турбулентности пока невозможен и вряд ли будет возможен в ближайшем будущем.

Теория турбулентности далека от своего завершения. Продолжают появляться и все новые подходы к её изучению. Растёт число моделей, предлагаемых для лучшего понимания отдельных её свойств. Дать представление об основных идеях, движущих этот процесс, продемонстрировать возможности различных подходов и показать проблемы, ими не разрешённые, представить современные модели, не вошедшие ещё в учебники и не ставшие хрестоматийными - вот цель предлагаемой работы.

Рассмотренные здесь понятия и модели турбулентности характеризуют существующие методы, которые в настоящее время используются для расчета различных характеристик турбулентных течений.

Как всегда при анализе турбулентных течений методы расчета являются комбинацией аналитических и эмпирических соотношений и данных, и пользователь должен иметь ясное представление о принятых допущениях и существующих ограничениях методов при использовании их в физических ситуациях, отличных от тех, для которых они были развиты.

В работе приведено описание с единых позиций некоторых наиболее фундаментальных понятий, моделей турбулентности, разработанных к настоящему времени, и предполагается, что читатель, который изучит работу, будет располагать практическими сведениями о турбулентности и получит необходимый запас теоретических знаний, который позволит легко понять сущность будущих исследований, а также разобраться в разнообразных подходах и методах, применяемых в исследованиях турбулентного течения.

Понять и научиться рассчитывать турбулентность – задача настоящей работы.

## 1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ

Турбулентное движение является хаотическим [1]. В хаотичности заключается основное свойство такого движения. Кроме того, при описании турбулентных движений используется термин “случайный”. Однако следует отметить, что такое движение никогда не может быть полностью случайным, поскольку составляющие скорости частиц должны удовлетворять фундаментальным законам сохранения: сохранение массы, сохранение количества движения и сохранения энергии. Следовательно, если предположить, что поведение одной из составляющих скорости является случайным, то флуктуации остальных составляющих должны быть ограничены в соответствии с уравнениями сохранения. Уверенно можно сказать, что движение является недетерминированным и должно рассматриваться в рамках статистических подходов.

Какие свойства турбулентного движения необходимо считать “отличительными”:

1 Скорость в любой точке потока должна зависеть от времени. Это необходимое условие, но недостаточное для исследования турбулентного движения.

2 Характерным свойством турбулентности является то, что флуктуации скорости в данной точке должны быть хаотическими. Эти флуктуации скорости не связаны каким-либо образом с некоторой введенной извне зависимостью течения от времени. Флуктуация скорости в турбулентном течении возникает вследствие возмущений, последующее развитие которых обычно неизвестно, и поэтому такие флуктуации нельзя непосредственно связать с какими-либо внешними воздействиями. Экспериментальные факты свидетельствуют о том, что возмущенное движение жидкости является намного более сложным, чем можно ожидать на основании заданных граничных условий.

3 Интуитивное представление о турбулентном движении жидкости позволяет предвидеть вихревую структуру. Однако такой подход вряд ли будет успешным, поскольку линии тока внутри жидкости в этом случае очень плохо согласуются с заданными граничными условиями. Те же самые соображения остаются в силе и для течений, в которых иллюстрируется обтекание при малых скоростях периодически установленных тел. Очевидно, что картина образования вихрей здесь повторяется. Вихри располагаются периодически, на расстояниях во много раз превышающих характерный размер тел, послуживших причиной возникновения вихревого движения. Несмотря на то, что периодическая картина вихревого движения очень устойчива, она существует не на всем протяжении течения. В конце концов вихри разрушаются и движение становится хаотическим. Это обусловлено тем, что динамика вихревого движения занимает центральное место в теории турбулентности. Характер взаимодействия вихрей почти полностью определяет тонкую структуру турбулентности; кроме того, движение часто приобретает крупномасштабную когерентную структуру, которая имеет вихревую природу.

4 Когерентные образования были замечены в турбулентных течениях много лет назад. Так, в свое время Прандтль обнаружил крупномасштабные структуры в турбулентном пограничном слое на стенке, а Никурадзе – большие вихревые образования в течениях в канале. Недавние достижения в разработке метода условных выборок и применение его для анализа турбулентных течений [2] обеспечили исследование когерентных структур более удобным математическим аппаратом. Однако еще не ясно, какое влияние это окажет в дальнейшем на разработку вычислительных методов анализа турбулентных течений.

Турбулентность остается одним из наиболее сложных объектов исследования механики жидкости и газа. За почти столетнюю историю её изучения предложены десятки различных подходов, почти всегда опережающих наиболее активно развиваемые перспективные направления математики и физики соответствующего периода времени.

Статистическая физика и теория вероятности, теория размерности, фурье-анализ и прямые численные методы,теория динамических систем, теория фракталов и вейвлет-анализ - вот далеко не полный перечень областей науки, которые давали основные идеи исследователям турбулентности.

5 Турбулентные течения представляют собой системы, характеризующиеся наличием хаотически распределённых и хаотически осциллирующих структур самого различного масштаба [3-5]. Турбулентность – это воплощение хаоса, а хаос долгое время ассоциировался с системами, имеющими огромное число степеней свободы, и развитая турбулентность считалась лишенной какого-либо порядка. Однако, с начала прошлого века, наметился значительный прогресс в понимании природы турбулентности, связанный с осознанием природы и структуры хаоса.

Во-первых, была установлена возможность хаотического поведения в нелинейных системах с совсем небольшим числом степеней свободы. Первое хаотическое поведение в простых гамильтоновских системах обнаружил А.Пуанкаре около ста лет назад, но только после работы Э. Лоренца (1963г.), в которой исследовалось хаотическое поведение диссипативной системы из трех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, было оценено значение этого факта, и началось активное исследование хаотического поведения динамических систем. Правда, произошло это после ключевой работы Д.Рюэля и Ф.Таккенса (1971г.), в которой было сформулировано понятие странного аттрактора и указана его роль в формировании нерегулярного поведения системы.

Во-вторых, было понято, что даже в самом развитом турбулентном потоке существуют элементы порядка, а число реально возбужденных степеней свободы значительно меньше ожидаемого. В 70-80-х годах появляются многочисленные работы о когерентных структурах в турбулентных потоках и делаются первые попытки описания турбулентности на языке фракталов.

Именно в это время сформировались такие науки, как теория катастроф и синергетика, появились первые книги о «детерминированном хаосе» и «порядке в хаосе». В них идет речь о хаотическом во времени поведении небольшого числа заданных в пространстве мод (такие течения реально существуют вблизи порога неустойчивости), в то время как «истинная» турбулентность хаотична и в пространстве, и во времени. Тем не менее, рассматриваемые в качественной теории динамических систем вопросы чрезвычайно полезны как для понимания путей развития турбулентных течений (сценариев перехода к хаосу), так и для отработки методов описания хаотических (в том числе и турбулентных) систем.

Понятие “детерминированный хаос” представляет собой нерегулярное поведение нелинейных систем, эволюция которых однозначно описывается динамическими уравнениями при заданных начальных условиях. При этом нелинейность является необходимым, но не достаточным условием возникновения хаотического поведения, а его возникновение связано не с наличием источников шума или бесконечного числа степеней свободы, а со свойством нелинейных систем экспоненциально быстро разводить решения в ограниченной области фазового пространства.

Перечисленные свойства турбулентных течений являются весьма существенными для многих задач естествознания и техники и, в частности, для улучшения гидродинамических показателей энергетических машин и их надежности [6-8]. Вопрос о том, часто ли встречаются турбулентные течения в гидравлических машинах, представляет несомненный практический и теоретический интерес.

Оказывается, что подавляющее большинство реально встречающихся течений в проточной части являются именно турбулентными. Поэтому изучение турбулентности, безусловно, является очень важной практической задачей.

В условиях значительного сокращения финансирования научных исследований и фондов развития производства экспериментальные работы по созданию новых технологий практически неосуществимы. В связи с этим задача развития и совершенствования численных методов исследования течений вязкой несжимаемой жидкости становится особенно актуальной.

Широкий класс течений вязкой жидкости в проточной части представляют собой нестационарные и периодические течения, в которых малые возмущения могут привести к конечным изменениям структуры течения. К нестационарным течениям с неустойчивостью можно отнести турбулентные течения в проточной части, нестационарный срыв потока на лопастных системах, слои смешения, за лопастными системами и многие другие.

Описание механизма нестационарного срыва потока и зарождения турбулентного пограничного слоя является актуальной задачей для многих практически важных приложений. В частности, резкие изменения гидродинамических характеристик профилей лопастных систем гидравлических машин при малых изменениях угла атаки и режимов работы, а также динамические нагрузки на лопастных системах и на различных конструкциях под действием постоянного и резко меняющегося набегающего потока являются следствием нестационарного обтекания и срыва потока.

## 2 ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ТУРБУЛЕНТНОГО ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Жидкость рассматривается как сплошная среда. Это предположение сразу ограничивает диапазон чисел Кнудсена, в котором данный анализ является справедливым. Кроме того, из этой же гипотезы следует вывод о существовании нижнего предела масштабов длины, связанных с турбулентным движением. Например, внутренний масштаб Колмогорова должен быть большим по сравнению со средней длиной свободного пробега молекул. Для большинства представляющих практический интерес течений это требование выполняется.

Предположение о том, что жидкость является сплошной средой, делает ненужным рассмотрение ансамблей молекул и позволяет использовать уравнения движения, полученные Навье – Стоксом. Обусловленное этим упрощение весьма полезно, однако необходимо сделать одно замечание, касающееся следствия такого перехода от анализа молекулярного движения жидкости к анализу сплошной среды. Задача с начальными данными в кинетической теории допускает лишь единственное решение, тогда как решение уравнений Навье – Стокса может быть неединственным [9]. Математические проблемы существования и единственности решений уравнений в частных производных, описывающих течения жидкости, далеки от своего завершения как для самих дифференциальных уравнений, так и для конечно-разностных аналогов. После появления монографии Ладыженской в 1961 г., посвященной этим проблемам для стационарного течения вязкой несжимаемой жидкости, Эймсом [10] было дано в 1965г. изложение существа её работы. Основываясь на сравнении задачи о течении несжимаемой жидкости, описываемом уравнениями Навье-Стокса, с другими задачами, Эймс предполагает, что единственное стационарное решение существует только ниже некоторого неизвестного предельного значения числа Рейнольдса, выше этого значения в некотором интервале чисел Re существует несколько решений и, наконец, выше некоторого другого, также неизвестного, значения числа Рейнольдса решений вообще не существует. При этом Эймс задается правомерным вопросом, справедливы ли сами стационарные уравнения Навье - Стокса для чисел Рейнольдса, превышающих некоторое значение, при котором возникает турбулентность. При конечно-разностном решении этой задачи положение может ещё более усложняться из-за неясности граничных условий. Существование решения представляет собой меньшую проблему в том случае, когда расчеты ведутся по нестационарным уравнениям. Этот подход оказался наиболее успешным при решении полных уравнений для течения вязкой жидкости. Будучи уверенным в справедливости нестационарных уравнений Навье - Стокса, можно считать, что численное решение, полученное по физически реальным начальным условиям, имеет определенную ценность. Если же стационарного решения не существует, то, проводя нестационарные конечно-разностные расчёты, можно убедиться в этом. Может случиться, что непрерывное течение, неустойчивое по отношению к малым возмущениям, будет оставаться устойчивым при численном моделировании. Это может иметь место при крупномасштабной неустойчивости при срыве вихрей. Кроме того, внесение в полные уравнения Навье-Стокса приближённых допущений лишает уверенности в существовании решения. Вопрос о единственности полученного численного решения вызывает даже большее беспокойство просто потому, что существует много примеров неединственности стационарных решений. Наиболее очевидным примером физической неединственности течений является работа двухрежимных приборов струйной автоматики и две устойчивые ориентации вихревой нити при обтекании стенки с полусферической выемкой. Более важным примером неединственности является гистерезис при срыве оттока на крыловом профиле - при одних и тех же граничных условиях на угле атаки, близком к возникновению срыва. Картины течения в этом случае получаются различными в зависимости от того, с какой стороны приближаться к данному углу атаки - со стороны меньших (досрывных) или больших (послесрывных) значений. При рассмотрении всех этих примеров, естественно, возникает следующий вопрос, к какому из решений должна сходиться численная схема, если она вообще сходится к какому-либо решению? На этот вопрос нельзя дать определенный ответ. Необходимо руководствоваться физическим опытом, т.е. экспериментом и интуицией для проверки разумности получаемых решений. Появление более строгих критериев зависит от разработки более совершенной математической теории или других подходов к численному решению.

Следовательно, хотя накладываемые ограничения значительно упрощают анализ, результаты технических исследований необходимо оценивать с точки зрения возможных последствий этих предположений. Если при теоретическом исследовании не принимались во внимание обнаруженные экспериментально существенные свойства явления, то нельзя рассчитывать, что такое исследование будет правильно отражать характеристики реальных течений.

В частности, турбулентные течения никогда не бывают двумерными, даже если накладываемые на них граничные условия позволяют на это надеяться. Аналогично, нельзя рассматривать диссипацию энергии в мелкомасштабных вихревых образованиях, не учитывая молекулярного строения жидкости или непостоянство её физических свойств. Несмотря на это, модель сплошной среды позволяет получить полезные результаты.

## 3 УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Для всякой задачи с движением вязкой жидкости в заданных стационарных условиях должно, в принципе, существовать точное стационарное решение уравнений гидродинамики. Эти решения формально существуют при любых числах Рейнольдса. Но не всякое решение уравнений движения, даже если оно является точным, может реально существовать в природе. Осуществляющиеся в природе движения должны не только удовлетворять гидродинамическим уравнениям, но должны ещё быть устойчивыми: малые возмущения, раз возникнув, должны затухать во времени. Если же, напротив, неизбежно возникающие в точке жидкости сколь угодно малые возмущения стремятся возрасти со временем, то движение неустойчиво и фактически существовать не может [11].

Математическое исследование устойчивости движения по отношению к бесконечно малым возмущениям должно происходить по следующей схеме. На исследуемое стационарное решение (распределение скоростей, в котором пусть будет $v_0(r)$) накладывается нестационарное малое возмущение $v_1(r,t)$, которое должно быть определено таким образом, чтобы результирующее движение $v = v_0 + v_1$ удовлетворяло уравнениям движения. Уравнение для определения $v_1$ получается подстановкой в уравнения

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\,\nabla)\,\vec{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\,\vec{v}, \qquad \operatorname{div}\vec{v} = 0 \tag{3.1}$$

скорости и давления в виде

$$v = v_0 + v_1; p = p_0 + p_1, \tag{3.2}$$

причем известные функции $v_0$ и $p_0$ удовлетворяют уравнениям

$$(\vec{v}_0\,\nabla)\,\vec{v}_0 = -\frac{\nabla p_0}{\rho} + \nu\Delta v_0, \;\; \operatorname{div}\vec{v}_0 = 0\,. \tag{3.3}$$

Опуская члены высших порядков по малой величине $v_1$, получим

$$\frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + (\vec{v}_0\,\nabla)\,\vec{v}_1 + (\vec{v}_1\,\nabla)v_0 = -\frac{\nabla p_1}{\rho} + \nu\Delta\,\vec{v}_1, \;\; \operatorname{div} v_1 = 0\,. \tag{3.4}$$

Граничным условием является исчезновение $v_1$ на неподвижных твёрдых поверхностях. Таким образом, $v_1$ удовлетворяет системе однородных линейных дифференциальных уравнений с коэффициентами, являющихся функциями только от координат, но не от времени. Общее решение таких уравнений может быть представлено в виде суммы частных решений, в которых $\vec{v}_1$ зависит от времени посредством множителей типа $e^{-i\omega t}$. Сами частоты $\omega$ возмущений не произвольны, а определяются в результате решения уравнений (3.4) с соответствующими предельными условиями. Эти частоты, вообще говоря, комплексные. Если имеются такие $\omega$, мнимая часть которых положительна, то $e^{-i\omega t}$ будет неограниченно возрастать со временем. Другими словами, такие возмущения, раз возникнув, будут возрастать, т.е. движение будет неустойчиво по отношению к ним. Для устойчивости движения необходимо, чтобы у всех возможных частот $\omega$ мнимая часть была отрицательной. Тогда возникающие возмущения будут экспоненциально затухать со временем.

Такое математическое исследование устойчивости, однако, крайне сложно. До настоящего времени не разработан вопрос об устойчивости стационарного обтекания тел конечных размеров. Нет сомнения в том, что при достаточно малых числах Рейнольдса стационарное обтекание устойчиво. Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что при увеличении $R_e$ достигается в конце концов определенное его значение (которое называется критическим $R_{екр}$), начиная с которого движение становится неустойчивым, так что при достаточно больших числах $(R_e > R_{екр})$ стационарное обтекание достаточно больших тел вообще невозможно. Критическое значение числа $R_e$ не является универсальным; для каждого типа движения существует своё $R_{екр}$.

Эти значения – порядка нескольких десятков (поперечное обтекание цилиндра, незатухающее стационарное движение наблюдается при $R_e \approx \dfrac{ud}{v} \approx 30$ , d -диаметр цилиндра).

Уточним свойства этого движения при $R_e$, лишь немногим превышающие $R_{екр}$. При $(R_e < R_{екр})$ у комплексных частот $\omega = \omega_1 + i\gamma_1$ всех возможных малых возмущений мнимая часть отрицательна ($\gamma_1 < 0$). При $(R_e = R_{екр})$ появляется одна частота, мнимая часть которой обращается в нуль. При $(R_e > R_{екр})$ у этой частоты $\gamma_1 > 0$, причем для $R_e$, близких к критическому, $\gamma_1 << \omega_1$. Функция $v_1$, соответствующая этой частоте, имеет вид

$$v_1 = A(t)f(x,y,z), \tag{3.5}$$

где $f$ – некоторая комплексная функция координат, а комплексная амплитуда

$$A(t) = const \cdot e^{\gamma_1 t} e^{-i\omega_1 t}. \tag{3.6}$$

Это выражение для $A(t)$ в действительности пригодно лишь в течение короткого промежутка времени после момента срыва стационарного режима: множитель $\exp(\gamma_1 t)$ быстро растет, между тем как описанный выше метод определения $v_1$, приводящий к выражению вида (3.5-3.6), применим лишь при достаточной малости $v_1$. В действительности, конечно, модуль $|A|$ амплитуды нестационарного движения не растет неограниченно, а стремится к некоторому конечному пределу. При $R_e$, близких к $R_{екр}$, этот конечный предел всё ещё мал и для его определения поступим следующим образом.

Определим производную по времени от квадрата амплитуды $|A|^2$. Для самых малых времен, когда ещё применимо (3.6), имеем

$$\frac{d|A|^2}{dt} = 2\gamma_1 |A|^2 .$$

Это выражение является, по существу, лишь первым членом разложения в ряд по степеням $A$ и $A^*$. При увеличении модуля $|A|$ (но когда он ещё остается малым) надо учесть следующие члены этого разложения. Ближайшие следующие – члены третьего порядка по $A$. Нас, однако, интересует не точное значение производной, а её среднее по времени значение, причем усреднение производится по промежуткам времени, большим по сравнению с триодом $\frac{2\pi}{\omega_1}$ периодического множителя $\exp(-i\omega_1 t)$ (напомним, что поскольку $\omega_1 >> \gamma_1$, этот период мал по сравнению с временем $\frac{1}{\gamma_1}$ заметного изменения модуля $|A|$). Но члены третьего порядка непременно содержат периодический множитель и при усреднении выпадают. (Строго говоря, члены третьего порядка дают при усреднении не нуль, а величины четвертого порядка в разложении). Среди членов же четвертого порядка есть член, пропорциональный $A^2 A^{*2} = |A|^4$, при усреднении не выпадающий. Таким образом, с точностью до членов четвертого порядка имеем

$$\frac{d|A|^2}{dt} = 2\gamma_1 |A|^2 - \alpha |A|^4, \tag{3.7}$$

где $\alpha$ – положительная или отрицательная постоянная (постоянная Ландау).

Нас интересует ситуация, когда при ($R > R_{екр}$) впервые становится неустойчивым (на фоне основного движения) уже сколь угодно малое возмущение. Ей отвечает случай $\alpha > 0$, рассмотрим его.

Над $|A|^2$ и $|A|^4$ в (3.7) мы не пишем знаков усреднения, так как оно производится только по промежуткам времени, малым по сравнению с $\frac{1}{\gamma_1}$. По этой причине при решении этого уравнения надо поступать так, как если бы черты над производной в левой его части тоже не было.

Решение уравнения (3.7) имеет вид

$$|A|^{-2} = \frac{\alpha}{2\gamma_1} + const \cdot e^{-2\gamma_1 t},$$

отсюда видно, что $|A^2|$ асимптотически стремится к конечному пределу

$$|A|^2_{\max} = \frac{2\gamma_1}{\alpha}. \tag{3.8}$$

Величина $\gamma_1$ зависит от $R_e$; вблизи $R_{екр}$ функция $\gamma_1(R_e)$ может быть разложена по степеням $R_e - R_{екр}$. Но $\gamma_1(R_{екр}) = 0$ по самому определению критического числа Рейнольдса; поэтому приближенно имеем

$$\gamma_1 = const(R_e - R_{екр}). \tag{3.9}$$

Подставим это в (3.8), находим следующую зависимость устанавливающейся амплитуды возмущения от “степени надкритичности”

$$|A|_{\max} \sim (R_e - R_{екр})^{1/2} . \qquad (3.10)$$

Остановимся на случае, когда в уравнении (3.7) $\alpha < 0$. Для определения предельной амплитуды возмущения два члена разложения (3.7) теперь недостаточны и надо учесть отрицательный член более высокого порядка; пусть это будет член $\beta|A|^6$ с $\beta > 0$. Тогда

$$|A|^2_{\max} = \frac{|\alpha|}{2\beta} \pm [\frac{\alpha^2}{4\beta^2} + \frac{2|\alpha|}{\beta}\gamma_1]^{1/2} \qquad (3.11)$$

с $\gamma_1$ из (3.9). Эта зависимость изображена на рис.1б (рис.1а отвечает случаю $\alpha > 0$, формула (3.10)). При $R_e > R_{екр}$ стационарное движение не может существовать вовсе; при $R_e = R_{екр}$ возмущение скачком возрастает до конечной амплитуды (которая, конечно, предполагается настолько малой, что используемое разложение по степеням $|A|^2$ применимо (это системы с жестким самовозмущением в отличие от систем с мягким самовозмущением, неустойчивым по отношению к бесконечно возмущениям). В интервале $R'_{екр} < R_e < R_{екр}$ основное движение метастабильно – устойчиво по отношению к бесконечно малым, но неустойчиво по отношению к возмущениям конечной амплитуды (сплошная линия; пунктирная кривая – ветвь неустойчивая).

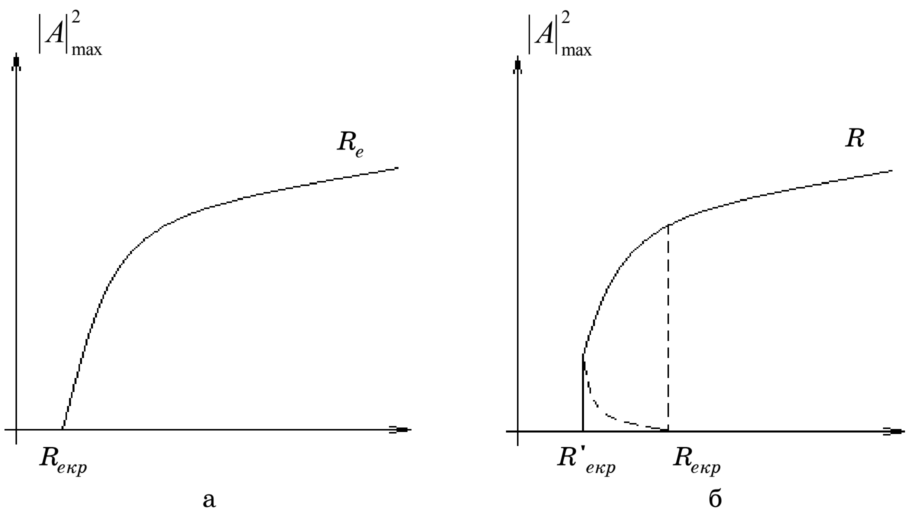


*Рисунок 1*

Вернемся к нестационарному движению, возникающему при $R_e > R_{екр}$ в результате неустойчивости по отношению к малым возмущениям. При $R$, близких к $R_{екр}$, это движение может быть представлено в виде наложения стационарного движения $\upsilon_0(r)$ и периодического движения $\upsilon_1(r,t)$ с малой, но конечной амплитудой, растущей по мере увеличения $R_e$ по закону (3.10). Распределение скоростей в этом движении имеет вид

$$\upsilon_1 = f(r)e^{-i(\omega_1 t + \beta_1)} , \qquad (3.12)$$

где $f$ – комплексная функция координат, а $\beta_1$ – некоторая начальная фаза. При больших разностях $R_e - R_{екр}$ разделение скоростей на две части $\upsilon_0$ и $\upsilon_1$ уже не имеет смысла. Мы имеем при этом дело просто с некоторым периодическим движением с частотой $\omega_1$. Если вместо времени пользоваться в качестве независимой переменной с фазой $\varphi_1 = \omega_1 t + \beta_1$, то можно сказать, что функция $\upsilon(r,\varphi)$ является периодической функцией от $\varphi$ с периодом $2\pi$. Эта функция, однако, не есть теперь простая тригонометрическая. В её разложение в ряд Фурье

$$\upsilon = \sum_n A_n(r) e^{-i\varphi_1 n} \tag{3.13}$$

(суммирование по всем положительным и отрицательным целым числам $n$) входят члены не только с основной частотой $\omega_1$, но и кратными ей. Уравнением (3.7) определяется только абсолютная величина временного множителя $A(t)$, но не его фаза $\varphi_1$. Последняя остается по существу неопределенной и зависит от случайных начальных условий. В зависимости от этих условий начальная фаза $\beta_1$ может иметь любое значение. Таким образом, изучаемое периодическое движение не определяется однозначно теми заданными стационарными внешними условиями, в которых оно происходит. Одна из величин – начальная фаза скорости – остается произвольной. Можно сказать, что это движение обладает одной степенью свободы, между тем как стационарное движение, полностью определяющееся внешними условиями, не обладает степенями свободы вовсе.

## ВЫВОДЫ

Турбулентное движение жидкости столь сложное и подходы к ее изучению столь разнообразны, что оно не оставляет шансов на систематическое и, главное, полное изложение. Теория турбулентности все еще находится в стадии разработки и далека от своего завершения. Полный расчет турбулентного движения пока невозможен. Продолжают появляться все новые подходы к ее изучению. Растет число моделей, предлагаемых для лучшего понимания отдельных ее свойств.

## SUMMARY

### RESEARCHING THE AREA OF APPLICATION OF THE INTERFACE'S MODEL IN SUMS CONCERNING WITH STREAMLINING THE BODY BY REALISTIC LIQUID. PART I THE FOUNDATIONS OF THE MODEL OF TURBULENT FLOW

***S.D. Kostornoy**, doctor of technical science, professor of Sumy National agrarian University;*
***A.S. Martynov**, Sumy State University*

*The contemporary models for description the liquid's characteristics and main ideas were produced. They haven't been included to manuals of fluid and gas mechanics and haven't become reader.*

*In case that turbulence is a complicated event and there are many ways of it's studying the chance that it will be systematically accounted is too small. The theory of turbulence flow is still in stage of studying. So the full accounting of turbulence flow is conceded to be impossible in the nearest future.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. - М.: Наука,1965.-Ч.1.-639 с.;Ч.2.-1967.-640 с.

2. Van Alta C.W. Sampling techniques in turbulence measurements // Annual Review of Fluid Mechanics. - Annual Review Inc., Palo Alto, California, 1974. - Vol. 6. -P.75-91.
3. Берже П., Помо И., Видаль Л. Порядок в хаосе. - М.: Мир, 1991.-366с.
4. Шустер Г. Детерминированный хаос. - М.: Мир, 1988.-240с.
5. Странные аттракторы: Сборник статей. Серия Математика: Новое в зарубежной науке. - М.: Мир,1981.- Вып. 22. – 254с.
6. Косторний С.Д., Борозинець Н.С., Мартинова Н.С., Хатунцев А.Ю. Модель тривимірного плину ідеальної рідини в напрямному апараті гідротурбіни // Вісник Сумського державного аграрного університету.-2001.-Вип. 6.-С.48-53.
7. Косторной С.Д., Давиденко А.К., Косторной А.С. Методологические аспекты построения моделей турбулентности при численном решении уравнений Рейнольдса // Труды 10-й Международной научно-технической конференции “Герметичность, вибронадежность, экологическая безопасность насосного и компрессорного оборудования”. - Сумы: Изд-во СумДУ, 2002.-Т.2.-С.229-240.
8. Косторной С.Д. Создание замкнутых математических моделей расчета потерь механической энергии в проточной части гидравлических машин // Вісник Сумського державного університету.-2004.- №2(61).-С.5-13.
9. Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости.- М.: Наука, 1970.-288 с.
10. Ames W.F. Nonlinear partial differential equations in engineering. - New York: Academic Press, 1965.-120p.
11. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. - М.: Наука, 1974.-711с.

***С.Д. Косторной,*** д-р техн. наук, профессор СНАУ, г. Сумы;
***А.С. Мартынов,*** студент СумГУ, г. Сумы

*Поступила в редакцию 29 марта 2007 г*