МЕТОДИКА РАСЧЕТА ДЕФОРМАЦИЙ И УСИЛИЙ НАГРУЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ ХОНИНГОВАЛЬНОЙ ГОЛОВКИ

А.И. Акилов, Т.Н. Куценко

Как показали исследования, интенсивность исправления формы при хонинговании зависит от жесткости технологической системы и величины исходной погрешности. Механизм исправления заключается в перераспределении давления брусков на обрабатываемую поверхность на всех участках, имеющих отклонения от цилиндричности.

Для определения жесткости хонинговальной головки и среднего смещения ее элементов под действием силы используем основные положения теории упругости, согласно которым напряжения σ_x, σ_y, t_{xy} и смещения U и V можно выразить через две аналитические функции $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ комплексного аргумента z = x + iy следующим образом [1]:

$$\sigma_x + \sigma_y = 2\,[\phi(z) + \overline{\phi}(z)];$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2\,i\,\tau_{xy} = 2[\,\overline{z}\phi'(z) + \psi(z)]; \qquad (1)$$

$$2\nu\,(U+iV) = æ\,\varphi(z) - \overline{z\varphi'}(z) - \psi'(z),$$

где $\overline{\phi}(z)$ и $\overline{\varphi'}(z)$ - сопряженные функции

$$\overline{\phi}(z) = \varphi'(z); \qquad \psi(z) = \psi'(z).$$

Функции $\phi(z)$ и $\psi(z)$ определяются из граничного условия [1].

$$\phi(\sigma) + \overline{\phi}(\sigma) - \overline{\sigma}\phi'(\sigma) - \sigma^{e}\overline{\psi}(\sigma) = R(\sigma_r + i\tau_{r\theta}) \qquad (2)$$

В случае несамоуравновешенной нагрузки, главный вектор которой X_o, функции ϕ и Ψ имеют структуру

$$\phi(\varsigma) = \frac{X_o}{2\pi(1+æ)}\frac{1}{\varsigma} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \varsigma^n \qquad (3)$$

$$\psi(\varsigma) = \frac{æX_o}{2\pi(1+æ)}\frac{1}{\varsigma} + \sum_{n=0}^{\infty} b_n \varsigma^n$$

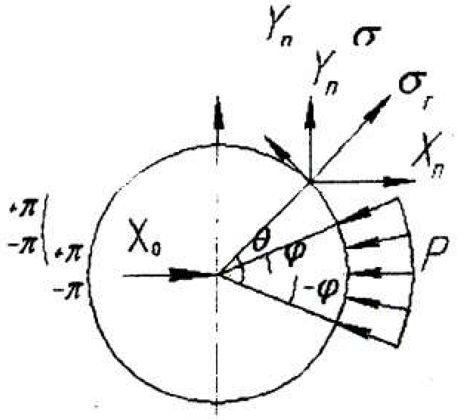


Рисунок 1 – Граничные условия

$\zeta = r \cdot e^{i\theta}$; r – радиус-вектор внутри единичного круга; θ –угловая координата;

æ = 3-4ν – постоянная Мусхелишвили;

ν – коэффициент Пуассона.

После представления правой части уравнения (3) в виде ряда и математических преобразований получим среднее значение смещения V_r на участок приложения нагрузки.

$$\langle V_r \rangle = \frac{P}{4\pi G}\left\{(æ-1)\left[\varphi^2 - \frac{1-æ}{1+æ}2\varphi\cdot\sin\varphi\right] + 2\frac{2æ-1}{1+æ}\sin^2\varphi + \right.$$

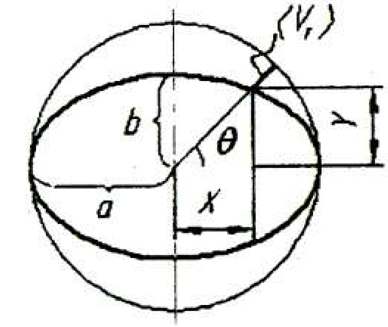
$$\left. + \frac{2}{\varphi}\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{æ}{n+1} - \frac{1}{n-1}\right)\frac{\sin^2 n\varphi}{n^2}\right. . \qquad P = -k\langle V_r \rangle \qquad (4)$$

Коэффициент упругости хонголовки

$$k = 4\pi G\left\{(æ-1)\left[\varphi - \frac{1-æ}{1+æ}2\sin\varphi\right] + 2\frac{2æ-1}{1+æ}\frac{\sin^2\varphi}{\varphi} + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{\varphi}\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{æ}{n+1} - \frac{1}{n-1}\right)\frac{\sin^2 n\varphi}{n^2}\right\}^{-1} \qquad (5)$$

Сила, действующая на брусок $P = p\cdot 2\varphi\cdot R$. φ – в радианах. Зная k и радиальное смещение бруска $\langle V_r \rangle$, как величину погрешности формы под соответствующим бруском можно определить силу, действующую на брусок. Пусть обрабатываемое отверстие имеет форму овала, описываемого уравнением эллипса в параметрической форме



$$x = a\cdot\cos\theta$$
$$y = b\cdot\sin\theta, \qquad (6)$$

где a и b – полуоси эллипса;

θ – угловая координата.

Тогда среднее смещение бруска от действия погрешности формы будет равно

Рисунок 2

$$\langle V_{r1} \rangle = a - \sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta} \qquad (7)$$

Пусть бруски отстоят друг от друга на угол β. Тогда

$$\langle V_{r2} \rangle = a - \sqrt{a^2\cos^2(\theta+\beta) + b^2\sin^2(\theta+\beta)} \qquad (8)$$

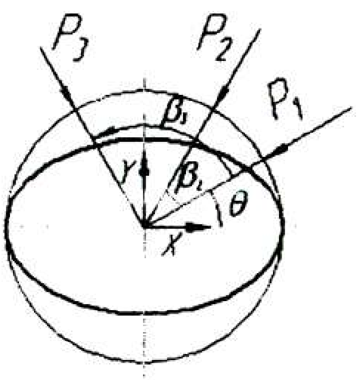
Отношение сил подобно отношению прогибов

$$\frac{P_1}{V_{r1}} = \frac{P_2}{V_{r2}} = -k;$$

$$P_2 = \frac{V_{r2}}{V_{r1}}P_1 = \frac{a - \sqrt{a^2\cos^2(\theta+\beta) + b^2\sin^2(\theta+\beta)}}{a - \sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta}}P_1 \qquad (9)$$

Большинство конструкций хонинговальных головок содержат шесть брусков, расположенных симметрично. Для расчета усилий, действующих на бруски со стороны погрешности формы достаточно рассмотреть половину. Для системы из трех брусков

$$\frac{P_1}{V_{r1}} = \frac{P_2}{V_{r2}} = \frac{P_3}{V_{r3}} = -k \qquad (10)$$



Считаем, что P_1, P_2, P_3 направлены к центру и после деформации находятся на контуре эллипса. Задавая одно смещение, тем самым задаем все остальные. Тогда усилия на бруски от наличия погрешности формы детали могут быть рассчитаны из соотношений

Рисунок 3 – Схема нагружения брусков

$$P_1 = \frac{V_{r1}}{V_{r3}} P_3;\ P_2 = \frac{V_{r2}}{V_{r3}} P_3;\ P_3 = -kV_{r3} \qquad (11)$$

Исходя из условия равновесия сил $\Sigma X_i = 0$; $\Sigma Y_i = 0$ и полученных соотношений (11), можно записать (см. рис.3)

$$\Sigma X_i; \quad P_1 \cos\theta + P_2 \cos(\theta + \beta_2) - P_3 \cos(\theta + \beta_3) - X = 0$$

$$\Sigma Y_i; \quad P_1 \sin\theta + P_2 \sin(\theta + \beta_2) - P_3 \sin(\theta + \beta_3) - Y = 0$$

$$P_3\left[\frac{V_{r1}}{V_{r3}}\cos\theta + \frac{V_{r2}}{V_{r3}}\cos(\theta + \beta_2) - \cos(\theta + \beta_3)\right] = X$$

$$P_3\left[\frac{V_{r1}}{V_{r3}}\sin\theta + \frac{V_{r2}}{V_{r3}}\sin(\theta + \beta_2) + \sin(\theta + \beta_3)\right] = Y \qquad (12)$$

$$P_3 = -kV_{r3}$$

Полученные зависимости дают возможность расчета коэффициента исправления погрешности формы детали. Они позволяют также определить дополнительную нагрузку на механизм разжима брусков.

Литература: 1. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., Наука, 1970.