

**СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**Шуда Ірина Олександрівна**

**УДК 537.2; 536.75; 536.756; 539.21**

**ВПЛИВ ІЄРАРХІЧНОЇ БУДОВИ І САМОПОДІБНОСТІ  
НА САМООРГАНІЗАЦІЮ СКЛАДНИХ СИСТЕМ**

01.04.07 - фізика твердого тіла

**АВТОРЕФЕРАТ**  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
доктора фізико-математичних наук

Суми - 2011

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Сумському державному університеті Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України.

**Науковий консультант** - заслужений діяч науки і техніки України, доктор фізико-математичних наук, професор **Олемської Олександр Іванович**, Сумський державний університет, завідувач кафедри наноелектроніки.

**Офіційні опоненти:** доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник **Татаренко Валентин Андрійович**, Інститут металофізики НАН України ім. Г. В. Курдюмова, провідний науковий співробітник відділу теорії твердого тіла;

доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник **Філь Дмитро Вячеславович**, Інститут монокристалів НАН України, провідний науковий співробітник відділу теорії конденсованої речовини;

доктор фізико-математичних наук, професор **Погребняк Олександр Дмитрович**, Сумський державний університет, професор кафедри електроніки і комп'ютерної техніки.

Захист відбудеться “\_\_\_” вересня 2011 року о \_\_\_-й годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 55.051.02 при Сумському державному університеті за адресою: 40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Сумського державного університету за адресою: 40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2.

Автореферат розісланий “\_\_\_” серпня 2011 року.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради Д 55.051.02

В. О. Журба

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Проблема розуміння і прогнозування поведінки складних систем виросла за своїм значенням з усвідомленням того, що більша частина непередбачуваної поведінки середовища, яке оточує людину в реальних ситуаціях, зумовлена комплексним характером фізичних, біологічних, соціальних і економічних систем. У повсякденному житті найяскравішим проявом самоорганізації складних систем є торнадо, циклони, розлами земної кори, ушкодження атомних реакторів і обшивки космічних кораблів та ін.

У фізичних дослідженнях маловивчений напрямок становить самоорганізація складних твердотільних об'єктів. Так, ансамбль простих об'єктів – атомів, зв'язаних силами взаємодії, – може проявляти нетривіальну поведінку, найбільш яскравим прикладом якої є явища надпровідності та надтекучості. У теоретичній фізиці про це прийнято говорити як про порушення симетрії, у результаті якої колективна поведінка простих об'єктів набуває складного характеру. Він проявляється у спонтанній появі колективних мод, гідродинамічний характер яких обумовлений тим, що в імпульсному просторі з'являється нульовий стан, у якому густина частинок набуває нескінченного значення.

Подальший розвиток концепції складності пов'язаний з теорією спінового скла. Його дослідження показало, що фазовий простір розділяється на області, які слабо перекриваються, завдяки чому поведінка спінового скла може змінитися докорінно при будь-якому слабкому впливі. Це зумовлено тим, що області дозволених станів складної системи розділені енергетичними бар'єрами, які мають кінцеву висоту, що характеризується мезоскопічними значеннями вільної енергії. Іншими словами, потенційний рельєф має надзвичайно складний ландшафт у просторі станів складної системи. У результаті її поведінка визначається тим, у яку з областей дозволених станів потрапить система. З іншого боку, навіть слабкий макроскопічний вплив може привести до переходу з однієї області в іншу, що докорінно змінює поведінку складної системи.

У колі сучасних проблем особливе місце займають енергетичні, екологічні, соціальні та інші завдання, рішення яких вимагає, з одного боку, залучення величезних ресурсів, а з іншого – не може бути досягнуте методом спроб і помилок, оскільки системі неможливо нав'язати необхідну поведінку. У зв'язку з цим особливу актуальність набули дослідження колективної поведінки, що проявляється у самоорганізації фізичних, біологічних, соціальних та інших систем. Завдяки тому, що їх поведінка може змінюватися непередбаченим чином залежно від стану їх складових і зовнішніх умов, такі системи одержали назву складних.

Метою даної роботи є дослідження колективної поведінки складних систем у рамках феноменологічного та статистичного подання. У першому з них викладається феноменологічна теорія самоорганізованої модуляції когерентного випромінювання, і досліджується вплив шумів різної природи на автоколивальну поведінку. У рамках мікроскопічного подання розвинені деформовані польові схеми складних статистичних систем, проведений опис мультифрактальних об'єктів, визначені ймовірності утворення різних ієрархічних структур і розглянуті приклади використання розвинених методів.

**Актуальність теми.** Простір станів складних систем розділений на області, що слабо перекриваються, завдяки чому їх поведінка визначається тим, у яку із цих областей потрапляє система. З іншого боку, навіть слабкий вплив може привести до переходу з однієї області в іншу, що докорінно змінює поведінку системи. Зі статистичної точки зору це виражається в тому, що функція розподілу мікростанів складних систем має або слабо спадні асимптотики, або обривається при кінцевих значеннях енергії.

На цей час усвідомлено, що до складних систем належить більшість макроскопічних об'єктів. У фізиці твердого тіла можна виділити феромагнетики, спінове скло, системи з аномальною дифузією Леві, тверді тіла, піддані іонному бомбардуванню, і багато інших об'єктів. Крім того, варто згадати м'які конденсовані середовища, що являють собою полімери, скло, сипкі середовища, піни, золі, гелі й т.ін., а також фізичні системи, до яких належать двовимірні електронна плазма у турбулентному режимі, гравітаційні системи, сонячні нейтрино, чорні діри, елементарні частинки, що зіштовхуються з високою енергією, квантові системи, які проявляють ефекти заплутування, та ін. Цей ряд можна продовжити численними прикладами з фізики, хімії, біології, теорії інформації, економіки, соціології, а також інших наук і прикладних галузей діяльності.

У зв'язку з цим дослідження властивостей складних систем фізики твердого тіла, а саме: опис автоколивальної поведінки наноскопічних систем, розвиток статистичної картини твердотільних об'єктів кінцевого розміру та дослідження ієрархічної структури дефектів кристалічної будови, становить актуальне завдання фізики твердого тіла.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Робота виконана у науково-дослідній лабораторії "Синергетика конденсованого середовища" кафедри наноелектроніки Сумського державного університету і пов'язана з виконанням держбюджетних

тем № 0106U001940 "Синергетична теорія складних систем економічного типу" (термін виконання – 2006 – 2008 рр.); № 0109U001386 "Статистична теорія ієрархічних структур дефектів кристалічної будови" (термін виконання – 2009 – 2011 рр.).

**Мета і задачі дослідження.** Метою дисертаційної роботи є розвиток феноменологічного і статистичного опису складних систем фізики твердого тіла. У цьому напрямку варто провести дослідження автоколивальних властивостей нелінійних наносистем під дією різних шумів; на основі деформованих числень розвинути теоретико-польові статистичні методи опису наносистем; розробити методику дослідження твердотільних об'єктів, що мають самоподібну будову; побудувати теорію ієрархічної будови дефектів твердого тіла. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

- дослідити умови когерентного випромінювання ансамблю квантових точок;
- побудувати статистичну картину автоколивальних нерівноважних стаціонарних систем, підданих впливу шумів різної природи;
- ґрунтуючись на деформованих численнях, побудувати статистичну теорію наносистем;
- розвинути статистичну теорію твердотільних об'єктів, які мають самоподібну будову;
- провести узагальнення теорії мультифракталів для багаторазово деформованих структур;
- розробити методику рентгеноструктурних досліджень твердого тіла, що має складну будову;
- побудувати теоретико-ймовірнісну картину, яка дозволяє описувати ієрархічні структури дефектів твердого тіла.

**Методи дослідження.** При описі автоколивального режиму складних систем був використаний формалізм теорії зародження граничного циклу внаслідок біфуркації Хопфа. Дослідження впливу стохастичних джерел на граничний цикл базувалося на статистичній теорії нелінійних динамічних систем. Теоретико-польові схеми статистичних систем і опис ієрархічних фазових просторів складних систем розроблені з використанням апарата неадитивної і базово-деформованої статистик.

*Об'єкт дослідження* становлять процеси самоорганізації складних систем фізики твердого тіла.

*Предметом дослідження* є статистична теорія складних систем, які проявляють ефекти самоорганізації.

#### **Наукова новизна одержаних результатів.**

1. Показано, що когерентне випромінювання ансамблю квантових точок при експериментально спостережуваних значеннях параметрів системи проходить в імпульсному режимі.

2. Розвинено статистичну картину впливу шумів різної природи на автоколивання, що виникають у твердих тілах з наноскопічним масштабом.
3. Досліджено статистичну картину автоколивань в умовах, за яких процеси перенесення проходять у режимі аномальної дифузії. Показано, що трансформація гаусових шумів у польоти Леві пригнічує автоколивальну поведінку.
4. На основі базово- і алгебраїчно деформованих числень розвинені теоретико-польові підходи, які дозволяють провести статистичний опис твердотільних наносистем кінцевого розміру. Встановлено, що для таких систем залежність термодинамічних величин від логарифма деформації має симетричну форму щодо точки відсутності деформації. Разом з лінійною залежністю дисперсії вільного поля від деформації це свідчить про самоподібність базово-деформованих наносистем.
5. У рамках алгебраїчно деформованих числень вперше визначені термодинамічні величини і корелятори вільних полів. Показано, що скінченнорізницева числення, яке варто використовувати за наявності потенціалу, що має сингулярність на малих відстанях, не приводить до істотної деформації фізичних величин. Використання числення Каніадакіса дозволяє врахувати релятивістські ефекти при гіперзвукових дослідженнях твердого тіла.
6. Уперше розвинена теорія самоподібно розподілених статистичних полів, що ґрунтується на численні Цалліса. Вона показує, що моменти першого й другого порядків визначають глобальну міру невизначеності інформації та локальну міру інформації, запасеної системою.
7. У рамках концепції багаторазово деформованих множин вперше проведене узагальнення теорії мультифракталів. Це дозволило провести розгорнуте дослідження самоподібної структури твердотільних покриттів. Крім того, на основі методу мультифрактального флуктуаційного аналізу розроблена методика обробки рентгенограм, фон яких має фрактальну структуру.
8. Уперше побудована послідовна картина, що дозволяє знаходити ймовірності утворення довільних ієрархічних структур, утворених дефектами твердого тіла. В основу цієї картини покладений формалізм, що описує будову фазового простору складних систем.
9. Розвинено суперсиметричну теорію бозе-ейнштейнівської конденсації ферміонних пар атомів лужних металів

**Наукове й практичне значення отриманих результатів.** З наукового погляду найбільш значимими є: статистична теорія деформованих полів, теорія багаторазово деформованих мультифракталів і теорія зародження ієрархічних структур. Стосовно до фізики твердого тіла використання деформованих полів дозволяє провести статистичний опис наносистем кінцевого розміру і конденсованих середовищ, що мають

далекодіючі сили та ефекти довгострокової пам'яті (до них належать квантові точки, спінове і структурне скло, а також інші об'єкти конденсованого середовища). Розроблена в дисертації теорія багаторазово деформованих мультифракталів дає геометричний і статистичний опис складних структур твердого тіла (наприклад, поверхневих конденсатів, що мають самоподібну структуру). Уперше розвинена теорія зародження ієрархічних структур дозволяє визначити ймовірність утворення кластера дефектів твердого тіла, що має довільну конфігурацію. Принципову роль в експериментальних дослідженнях твердого тіла, яке має складну будову, повинна відігравати розроблена в дисертації методика обробки фонові складової рентгенограм, яка має фрактальну будову. При обробці експериментальних даних важливе значення можуть відігравати статистична картина вибухової кристалізації і теорія бозе-ейнштейнівської конденсації атомів лужних елементів.

Отримані результати можуть бути використані для феноменологічного опису процесів у самоорганізованих складних системах і для знаходження статистичних характеристик різноманітних складних середовищ і об'єктів як у фізиці твердого тіла, так і в інших галузях науки.

**Особистий внесок здобувача.** Особистий внесок автора в одержанні результатів, що виносяться на захист є визначальним. Дисертантові належать постановка і розвиток основних наукових проблем, вибір адекватних теоретичних методів їх вирішення, проведення у повному обсязі необхідних аналітичних числень, одержання, перевірка та інтерпретація кінцевих результатів. Монографія [1], у якій викладений матеріал дисертації, підготована спільно з науковим консультантом. В огляді [2] здобувачем написані розділи 1 – 4, висновки, узагальнені теоретичні та експериментальні дані, в [3] – вибір об'єктів аналізу огляду, підготовка розділів 1, 3 належить автору. Постановка задачі, аналітичні розв'язання рівнянь, аналіз і порівняння чисельних розв'язків в роботах [4 – 12] і [16] виконані дисертантом. Інтерпретація результатів проведена разом з науковим консультантом. У [13 – 15], [17] опис методу мультифрактального флуктуаційного аналізу та аналітичні викладки зроблені автором. У [18 – 25] автору належить постановка задачі, теоретичне розв'язання, підготовка та оформлення тексту. Експериментальні дані, використані у роботах [13, 15] та [16] отримані Данильченком С. М., Перекрестовим В. І. та Шведовим Є. В.

**Апробація результатів дисертації.** Основні результати дисертації доповідалися і обговорювалися на таких конференціях: 5-й Міжнародній школі-конференції "Актуальні проблеми фізики напівпровідників" (Дрогобич, 2005р.); Міжнародній конференції "Statistical Physics 2005: Modern Problems and New Applications" (Львів, 2005 р.); XI Всеукраїнській (VI Міжнародній) науковій конференції СНКПМ-2008

(Львів, 2008 р.); International Conference in Statistical Physics (Kolympari-Chania, Greece, 2008); Міжнародній конференції "Statistical Physics 2009: Modern Trends and Applications" (Львів, 2009 р.); Ukrainian-German Symposium on Physics and Chemistry of Nanostructures and on Nanobiotechnology (Beregove, Crimea, Ukraine, 2010); Міжнародній науковій конференції "Сучасні проблеми фізики конденсованого стану" (Київ, 2010 р.); 19-й Міжнародній конференції з фізики радіаційних явищ і радіаційного матеріалознавства (Алушта, 2010 р.); 20-й Міжнародній конференції "Свч-техніка і телекомунікаційні технології" (Севастополь, 2010 р.); науково-технічних конференціях співробітників, викладачів і студентів СумДУ (м. Суми, 2007, 2008, 2010 рр.).

**Публікації.** Результати дисертаційної роботи викладені в 1 монографії, 2 оглядах, 22 статтях, опублікованих у спеціалізованих наукових журналах, які відповідають вимогам ВАК України, і 14 збірниках наукових праць і тез конференцій.

**Структура дисертації.** Дисертаційна робота складається із вступу, семи розділів основної частини, загальних висновків, списку використаних джерел (288 найменувань на 30 сторінках) і 5 додатків. Повний обсяг дисертації становить 389 сторінок, із них 344 – основного тексту, робота містить 79 рисунків, 49 з яких винесені на окремих 34 аркушах.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтована актуальність теми. Сформульовано мету й завдання дослідження, визначено наукову новизну і практичне значення отриманих результатів, особистий внесок здобувача, структуру та обсяг дисертації. Зазначено зв'язок дисертації з науковими програмами досліджень наукової організації, у якій виконувалася робота.

**Перший розділ** "Основи теорії самоорганізації" являє собою літературний огляд і складається із двох підрозділів. У *першому* з них розглянуті основи феноменологічної теорії складних систем. На прикладі однододових твердотільних лазерів викладено синергетичну схему та зроблено аналіз взаємного впливу шумів і нелінійностей на процес самоорганізації.

*Другий підрозділ* містить викладення картини самоорганізації структури конденсованого середовища. На основі концепції потенційного рельєфу, що перебудовується, викладена теоретико-польова схема, яка показує, що повний потенціал пружного-пластичного поля поділяється на матеріальну компоненту, пов'язану з розподілом атомів, і калібрувальну складову, що становить пружне поле. Для матеріалів, підданих інтенсивному зовнішньому впливу, викладена синергетична схема еволюції однорідного ансамблю дефектів кристалічної будови. Показано,



що дефекти нижнього структурного рівня автолокалізовано утворюють структурні елементи вищого рівня (наприклад, кластеризація вакансій приводить до утворення дислокаційних петель, а скупчення дислокацій - до появи границь розорієнтування і дисклинацій). Показано, що врахування ієрархічної будови дефектних структур досягається, з одного боку, розглядом простору з ультраметричною топологією, а з іншого - вимагає використання теорії фрактальних множин.

**Другий розділ** дисертації "Самоорганізована модуляція когерентного випромінювання" складається з трьох підрозділів. У *першому підрозділі* проведено аналітичне дослідження умов бифуркації Хопфа у нелінійних динамічних системах. Відповідно до теореми про центральний багатовид поведінка таких систем описується парою рівнянь  $dX_i/dt = F^{(i)}$ ,  $i = 1, 2$ , для дійсної змінної  $X_i(t)$ , підданій дії сил  $F^{(i)} = F^{(i)}(X_1, X_2)$ ,  $i = 1, 2$ . Стаціонарний стан  $X_i = X_{i0}$ , у якому ці сили набувають нульового значення, визначаються власними значеннями  $\Lambda_{\pm} = \lambda \pm i\omega$  якобіана  $\Lambda_{ij} = \partial F^{(i)}/\partial X_j|_{X_j=X_{j0}}$ ,  $i, j = 1, 2$ . Граничний цикл виникає при додатному значенні  $\lambda$  і від'ємній величині показника Флоке  $\Phi$ , для якого знайдений вираз

$$\Phi = \frac{1}{2}v_{21} - \frac{i}{\omega_0} \left( |v_{11}|^2 + \frac{1}{3}|v_{02}|^2 \right). \quad (1)$$

Тут  $v_{mn} = \partial^{m+n} F(z, \bar{z})/\partial z^m \partial \bar{z}^n|_{z, \bar{z}}$  представляють коефіцієнти розкладу узагальненої сили  $F = \frac{1}{\sqrt{2}}(F^{(1)} + iF^{(2)})$ , яка залежить від комплексної координати  $z \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(x_1 + ix_2)$  з компонентами  $x_i = X_i - X_{i0}$ , відліченими від стаціонарного стану  $X_{i0}$ . На відміну від раніше використовуваних виразів (1) не вимагає попереднього повороту осей  $x_i$ . Фізичний зміст параметрів  $\lambda$ ,  $\Phi$  визначається тим, що вони подають коефіцієнти розкладу ефективного потенціалу  $V \cong -\lambda(x_1^2 + x_2^2) - \frac{\Phi}{2}(x_1^2 + x_2^2)^2$  поблизу стаціонарного стану. Для тестування розвинуеного підходу проведено чисельне розв'язання системи

$$\begin{aligned} \mathfrak{E} &= -E(1-S) - \kappa E / (1 + E^2/E_\tau^2), \\ \mathfrak{S} &= \varepsilon^{-1} [S_c - S(1 + E^2)], \end{aligned} \quad (2)$$

яка описує динаміку лазера з напруженістю поля випромінювання  $E$ , різницею заселеностей рівнів  $S$  і параметрами  $S_e$ ,  $E_\tau$ ,  $\varepsilon$ ,  $\kappa$ . Знайдені розв'язки підтверджують правомірність виразу (1).

*Другий підрозділ* присвячений дослідженню нетривіальних систем, у яких процес самоорганізації виражається в наявності серії резонансів, що відповідають періодичному розподілу множини граничних циклів.

Показано, що за аналогією до обертання надтекучого  $\text{He}^4$  біфуркація Хопфа приводить до обертання не тільки конфігураційної точки, але й усієї області фазового простору, обмеженої граничним циклом. У результаті утворення граничного циклу представляє фазовий перехід, визначений комплексним параметром порядку  $\phi = \eta e^{i\varphi}$ . Його амплітуда  $\eta$  є повільно змінюваною змінною, а фаза  $\varphi$  швидко змінюється з часом, розподіляючись у просторі таким чином, що градієнт  $\mathbf{v}_s \propto \nabla \varphi$  компенсує швидкість  $\mathbf{v}_n$  обертання фазової площини як цілого. Завдяки цьому впорядкування сприяє спаданню лінійної швидкості  $\mathbf{W} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$  нижче значення  $\mathbf{v}_n$ . Оскільки кутова і лінійна складові пов'язані співвідношенням  $\dot{\omega} = (1/2)\text{rot}\mathbf{W}$ , то зазначена компенсація приводить до редукції зовнішнього значення  $\dot{\omega}_0$  до внутрішнього  $\dot{\omega} < \dot{\omega}_0$ . З фізичної точки зору кутові швидкості  $\dot{\omega}_0$ ,  $\dot{\omega}$  відповідають частотам зовнішнього сигналу і випромінювання системи відповідно, а лінійна швидкість  $\mathbf{W}$  визначає амплітуди резонансів.

У *третьому підрозділі* проводиться фазовий аналіз можливих режимів когерентного випромінювання ансамблю квантових точок. Еволюція системи подається рівняннями для поляризації  $P$  і різниці заселеностей рівнів  $S$ :

$$\begin{aligned} \dot{P} &= -2\gamma_p(1-S)P + 2\gamma S^2, \\ \dot{S} &= \gamma_s S_e - (\gamma + \gamma_s)S - \gamma_p P. \end{aligned} \quad (3)$$

Тут коефіцієнти  $\gamma_p$  і  $\gamma_s$  визначають загасання величин, позначених індексами, а коефіцієнт  $\gamma$  зумовлений колективними ефектами. Аналіз системи (3) приводить до фазових портретів, показаних на рис. 1. Із цих портретів бачимо, що при реальному співвідношенні параметрів  $\gamma_s \ll \gamma_p \leq \gamma$  і наявності накачки  $S_e$  когерентне випромінювання квантових точок проходить у режимі гігантського імпульсу незалежно від розстроювання резонатора. Характерно, що збільшення параметра загасання різниці заселеностей рівнів аж до аномально великих значень

$\gamma_S \ll \gamma_P$  приводить тільки до слабкої немонотонності в зміні величин  $P$  та  $S$  і підвищенню їх стаціонарних значень.

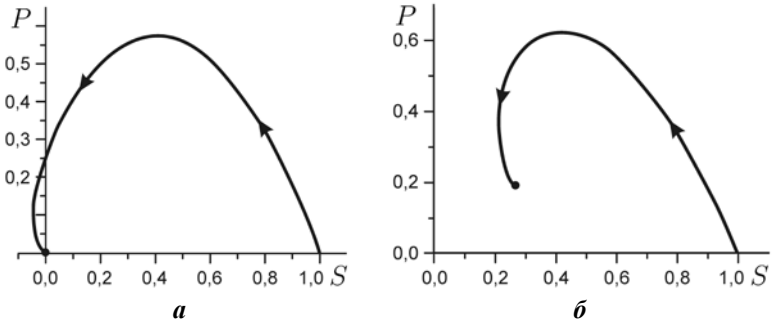


Рис. 1. Фазові портрети когерентного випромінювання квантових точок при  $\gamma_P = 10^{-1}$ ,  $\gamma = 2 \cdot 10^{-1}$ ,  $S_e = 1$  і  $\gamma_S = 10^{-3}$  (а),  $\gamma_S = 10^{-1}$  (б)

**Третій розділ** дисертації “Автоколивання стохастичних систем” складається із двох підрозділів, перший з яких присвячений дослідженню впливу гаусових шумів, а у другому – розглядаються польоти Леві.

У *першому підрозділі* знайдено рівняння Ланжевена для систем кінцевого розміру. Опис статистичної картини граничного циклу у нерівноважному стаціонарному стані проводиться на основі двовимірної системи змінних  $x_i$ ,  $i=1,2$ , визначеної рівняннями Ланжевена  $\dot{x}_i = f_i + g_i \zeta(t)$ ,  $i=1,2$ , із силами  $f_i = f_i(x_1, x_2)$  та амплітудами шумів  $g_i = g_i(x_1, x_2)$ ; білий шум  $\zeta(t)$  визначений стандартними умовами  $\langle \zeta(t) \rangle = 0$ ,  $\langle \zeta(t) \zeta(t') \rangle = \delta(t-t')$ . Еволюція системи описується функцією розподілу ймовірностей  $P = P(x_1, x_2; t)$ , яка подається рівнянням Фоккера-Планка  $\partial P / \partial t + \partial J^i / \partial x_i = 0$ , визначеним потоками ймовірності  $J^{(i)} \equiv F^{(i)} P - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} (g_i g_j P)$ . Ефективні сили  $F^{(i)} = f_i + \lambda \partial (g_i g_j) / \partial x_j$  визначаються вибором параметра числення  $\lambda \in [0, 1]$ . У стаціонарному стані компоненти потоку ймовірностей набувають сталих значень  $J_0^{(i)}$ , і поведінка системи визначається функцією розподілу

$$P(x_1, x_2) = \frac{J_0^{(1)} g_2(x_1, x_2) - J_0^{(2)} g_1(x_1, x_2)}{D(x_1, x_2)},$$

$$D(x_1, x_2) \equiv (g_2 F^{(1)} - g_1 F^{(2)}) +$$

$$+ \frac{1}{2} \left[ \left( g_1^2 \frac{\partial g_2}{\partial x_1} - g_2^2 \frac{\partial g_1}{\partial x_2} \right) - g_1 g_2 \left( \frac{\partial g_1}{\partial x_1} - \frac{\partial g_2}{\partial x_2} \right) \right]. \quad (4)$$

Вона набуває нескінченних значень за умови  $D(x_1, x_2) = 0$ , що визначає форму граничного циклу. Оскільки в області, обмеженій кривою цього циклу, густина ймовірностей  $P(x_1, x_2)$  набуває від'ємних значень, то фізично це означає появу області заборонених значень стохастичних змінних  $x_i$ . Характерно, що замкнута лінія граничного циклу реалізується, якщо залежність  $D(x_1, x_2)$  містить парні степені обох змінних  $x_1, x_2$ . Визначений критерій застосовано до опису системи Лоренца

$$\tau_E \dot{E} = -E + a_E P - \kappa E / (1 + E^2/E_\tau^2) + g_E \zeta(t),$$

$$\tau_P \dot{P} = -P + a_P E S + g_P \zeta(t), \quad (5)$$

$$\tau_S \dot{S} = (S_e - S) - a_S E P + g_S \zeta(t),$$

де  $\tau_E, \tau_P, \tau_S$  – масштаби зміни величин, позначених індексами;  $a_E, a_P, a_S$  – додатні константи зв'язку;  $S_e$  – параметр накачки;  $g_E, g_P, g_S$  – амплітуди шумів відповідних величин;  $\zeta(t)$  – білий шум. На відміну від детерміністичних систем при  $\tau_P \ll \tau_E$  граничний цикл розмивається за будь-яких інтенсивностей шумів. З іншого боку, при  $\tau_E \ll \tau_P$  у системі можлива поява стохастичного граничного циклу, який розширюється із зростанням накачки.

У *другому підрозділі* досліджується механізм пригнічення автоосциляцій шумами Леві у стаціонарному нерівноважному стані. З цією метою рівняння Ланжевена записані в диференціальній формі  $dx_i = f_i dt + g_i dL_i, i = 1, 2$ , визначеній стохастичними джерелами Леві  $dL_i$ . У численні Іто поведінка системи визначається парою елементарних характеристичних функцій

$$\langle e^{ik_i dx_i} \rangle := e^{L_i dt}$$

з інкрементами

$$L_i = ik_i (f_i + \gamma_i g_i) - |m_i g_i k_i|^{\frac{\alpha}{2}} e^{-i\varphi_i(\frac{\alpha}{2})} \sum_{j=1}^2 |m_j g_j k_j|^{\frac{\alpha}{2}} e^{-i\varphi_j(\frac{\alpha}{2})},$$

де  $k_i$  – хвильові числа, спряжені стохастичним змінним  $x_i$ , які мають середні значення  $\gamma_i$ ; модуль  $m_i$  і кут  $\varphi_i$  задаються параметром асиметрії  $\beta_i$  згідно з рівностями  $m_i = [1 + \beta_i^2 \tan^2(\pi\alpha/2)]^{1/2\alpha}$ ,  $\tan[\varphi_i(\alpha)] = \beta_i \text{sgn}(g_i k_i) \tan(\pi\alpha/2)$ ;  $1 < \alpha \leq 2$  – показник Леві. Показано, що у стаціонарному стані рівняння Фоккера-Планка  $\sum_{i=1}^2 \partial J_i / \partial x_i = 0$  має розв'язок за умови

$$\begin{aligned} & [(f_1 + g_1 \gamma_1) + i e^{-i\varphi_1(\alpha)} |m_1 g_1|^\alpha |k_1|^{\alpha-2} k_1] \delta(k_2) J_2(k_1) = \\ & = [(f_2 + g_2 \gamma_2) + i e^{-i\varphi_2(\alpha)} |m_2 g_2|^\alpha |k_2|^{\alpha-2} k_2] \delta(k_1) J_1(k_2). \end{aligned} \quad (6)$$

У разі сталих компонентів потоку ймовірностей воно приводить до рівностей  $J_1^{(0)}/J_2^{(0)} = (f_1 + \gamma_1 g_1)/(f_2 + \gamma_2 g_2) = |g_1/g_2|^{\alpha/2}$ , а густина ймовірностей набирає вигляду

$$P = (J_1^{(0)} |g_2|^{\alpha/2} - J_2^{(0)} |g_1|^{\alpha/2}) [(f_1 + \gamma_1 g_1) |g_2|^{\frac{\alpha}{2}} - (f_2 + \gamma_2 g_2) |g_1|^{\frac{\alpha}{2}}]^{-1}.$$

З останніх виразів видно, що чисельник і знаменник густини ймовірностей одночасно набувають нульових значень, а густина ймовірності залишається кінцевою. Таким чином, утворення граничного циклу в стаціонарному стані, підданому впливу шумів Леві, виявляється неможливим.

**Четвертий розділ** “Статистична теорія поля складних систем” складається із трьох підрозділів.

У *першому підрозділі* розглянутий параметр деформації самоподібної статистичної системи. З одного боку, його значення задає параметр неадитивності  $q$ , величина якого визначає ентропію

$$S_{AB} = S_A + S_B + (1-q) S_A S_B$$

складної системи  $AB$  через внески  $S_A$  і  $S_B$ , що відповідають статистично незалежним підсистемам  $A$  і  $B$ . З

іншого боку, цей параметр представляє показник однорідної функції

$$f(p_i) \propto p_i^q, \text{ що визначає ескортну ймовірність } P_i = \frac{f(p_i)}{\sum_i f(p_i)} \text{ у розподілі}$$

за станами  $i$  (при цьому початкова ймовірність  $p_i$  визначається умовою максимуму ентропії Цалліса, а ескортна  $P_i$  задає середні значення спостережуваних величин). На основі умов мультиплікативності  $f(p_{ij}^{AB}) = f(p_i^A)f(p_j^B)$ ,  $p_{ij}^{AB} = p_i^A p_j^B$  показано, що показник подібності набирає вигляду  $q = n + \delta_n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Умова інваріантності статистичної системи щодо деформації  $\lambda$  показує, що добавка  $\delta_n$  визначається рівнянням  $\prod_{m=0}^n [q - m]_\lambda = 1$ , яке містить базово-деформоване число  $[q]_\lambda = (\lambda^q - 1)/(\lambda - 1)$ . Розв'язання цього рівняння приводить до залежностей, показаних на рис. 2.

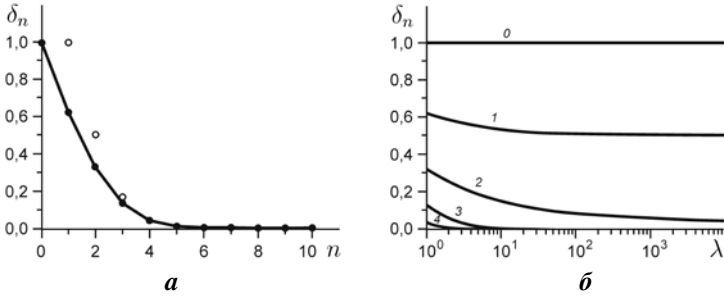


Рис. 2: а) залежність показника  $\delta_n = q_n - n$  від кратності  $n + 1$  перетворень слабкодилатованої системи ( $\lambda \rightarrow 1$ ); б) те саме, залежно від параметра дилатації  $\lambda$  при різних значеннях  $n$  (зазначені у відповідних кривих)

Другий підрозділ присвячений побудові теоретико-польової схеми самоподібних статистичних систем. Показано, що їх твірний функціонал представляє перетворення Мелліна

$$Z_q\{J\} := \int Z_q\{\phi\} \phi^{J-1} \{d\phi\}, \quad \phi^{J-1} \{d\phi\} \equiv \prod_i \phi_i^{J_i-1} d\phi_i, \quad (7)$$

де індекс  $i$  нумерує вузли ґратки, число яких  $N \rightarrow \infty$ . Статистична сума зводиться до деформованої експоненти  $Z_q\{\phi\} = \exp_q(-S\{\phi\})$ , показник якої визначається залежністю  $S\{\phi\}$  дії від статистичного поля. Момент порядку  $n$  амплітуди гідродинамічної моди  $\sigma(\phi) \equiv \ln_{2-\lambda}(\phi)$

визначається виразом  $S^{(n)} \equiv \langle [\sigma(\phi)]^n \rangle := Z_q^{-1} \int [\ln_{2-\lambda}(\phi)]^n Z_q(\phi) d\phi$ , де

$Z_q = \int Z_q\{\phi\} \{d\phi\}$  – статистична сума. У гармонічному наближенні залежність від деформації моментів першого  $S^{(1)} \equiv S^{(0)}$  і другого  $S^{(2)} \equiv C^{(0)}$  порядків подається на рис. 3. У теорії інформації момент  $S^{(0)}$  представляє ентропію Цалліса, яка задає глобальну міру невизначеності інформації, а елемент матриці Фішера  $C^{(0)}$  визначає локальну міру інформації, яку має система. Звідси видно, що найбільш вигідним є помірне стискання інформації, при якому її невизначеність набуває нульового значення, а запасена інформація зберігає кінцеві значення.

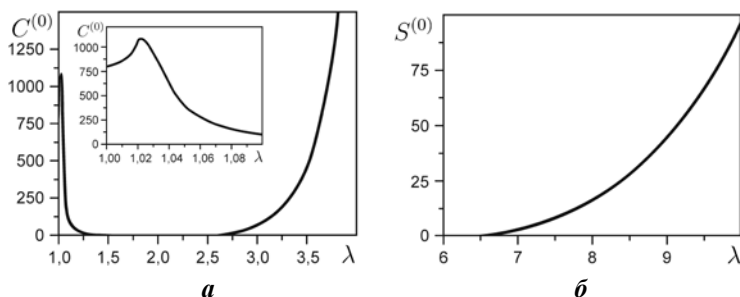


Рис. 3. Залежність моментів першого (а) і другого (б) порядків від деформації (на вставці показаний збільшений масштаб максимуму в околі точки  $\lambda = 1$ )

У *третьому підрозділі* проведено узагальнення польової схеми для статистичних складних систем. Показано, що твірний функціонал представляє перетворення Фур'є-Лапласа початкового статистичного функціонала. При цьому незалежно від вибору числення алгоритм побудови польового формалізму зводиться до таких кроків: вибору деформованої експоненти і правила множення, які забезпечують виконання умови адитивності показників експонент; задання твірного функціонала; визначення оператора диференціювання, для якого деформована експонента є власною функцією.

У рамках такого підходу викладений польовий формалізм, що базується на базово-деформованому численні, яке ґрунтується на визначенні деформованого числа  $[n]_q := (q^n - 1)/(q - 1)$  з параметром

деформації  $q$  та на деформованих експонентах  $e_q(x) := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{[n]_q!}$ ,  
 $E_q(x) := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{[n]_q!} q^{\frac{n(n-1)}{2}} = e_{1/q}(x)$ . У гармонічному наближенні  
одночасткова твірна функція має вигляд

$$z_q^{(0)}(J) = \frac{2\Delta}{\sqrt{[2]_q}} \gamma_q \left( \frac{1}{2} \right) E_q \left[ \frac{q}{[2]_q} (\Delta J)^2 \right], \quad (8)$$

де  $\Delta^2$  – обернена кривизна ефективної дії;  $\gamma_q(x)$  – деформована гамма-функція. Графік одночасткової статистичної суми, що відповідає полю  $J = 0$ , показаний на рис. 4 а.

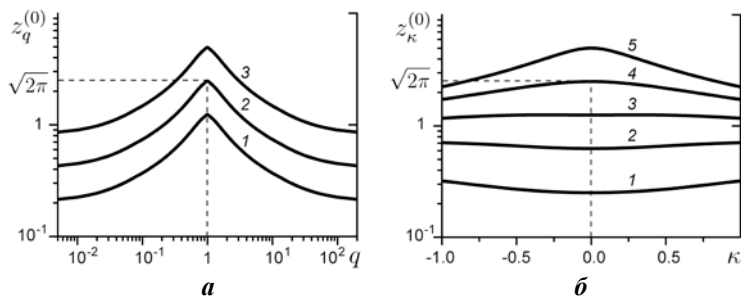


Рис. 4. Залежність одночасткової статистичної суми від параметра деформації: а) для базово-деформованої статистики при  $\Delta = 0.5; 1; 2$  (криві 1, 2, 3 відповідно); б) для статистики Каніадакіса (криві 1–5 відповідають  $\Delta = 0.1; 0.25; 0.5; 1.0; 2.0$ )

Визначено, що середнє значення вільного поля дорівнює нулю, а дисперсія пропорційна зворотній кривизні  $\Delta^2$  і лінійно зростає з параметром деформації  $q$ . Розвинено теорію збурювань за ангармонізмом ефективної дії, для якої знайдені рівняння в системах із внутрішньою симетрією і зв'язками. Запропоновано твірні функціонали, що визначають функції Гріна та їх незвідані частини.

Розглянуто скінченнорізницеву статистику, яка ґрунтується на використанні деформованого числа  $[n]_h := hn / \ln(1+h)$  та експонентної функції  $e_h(x) := (1+h)^{x/h}$ . Показано, що в гармонічному наближенні твірний функціонал набирає вигляду



$$z_0^{(0)}(J) = \sqrt{2\pi} \Delta e_h \left[ \frac{[1]_h}{2} (\Delta J)^2 \right], \quad [1]_h = \frac{h}{\ln(1+h)}, \quad (9)$$

а одночасткова статистична сума зводиться до недеформованого значення  $z_h^{(0)} = \sqrt{2\pi} \Delta$ . Визначено, що середнє значення вільного поля дорівнює нулю, а дисперсія набуває виду  $\langle \phi^2 \rangle_h^{(0)} = \Delta^2 [1]_h^2$ . Графік її залежності від параметра  $h$  наведений на рис. 5а.

Досліджено статистику Каніадакіса, що базується на використанні деформованої експоненти  $\exp_\kappa(x) := \left[ \kappa x + \sqrt{1 + (\kappa x)^2} \right]^{1/\kappa}$  та суми  $x \oplus_\kappa y := x \sqrt{1 + (\kappa y)^2} + y \sqrt{1 + (\kappa x)^2}$ ,  $\kappa \in [-1, 1]$ . При цьому одночасткова твірна функція набирає вигляду

$$z_\kappa^{(0)}(J) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp_\kappa \left( -\frac{\phi^2}{2\Delta^2} \right) \exp_\kappa(J\phi) \frac{d\phi}{\sqrt{1 + (\kappa\phi)^2}}. \quad (10)$$

Перший момент вільного поля дорівнює нулю, а дисперсія визначається рівністю (10), у якій  $J = 0$ , підінтегральний вираз містить множник  $\phi^2$ , і проводиться ділення на  $z_\kappa^{(0)}$ . Графіки одночасткової статистичної суми та дисперсії вільного поля наведені на рис. 4 а і 5 б відповідно.

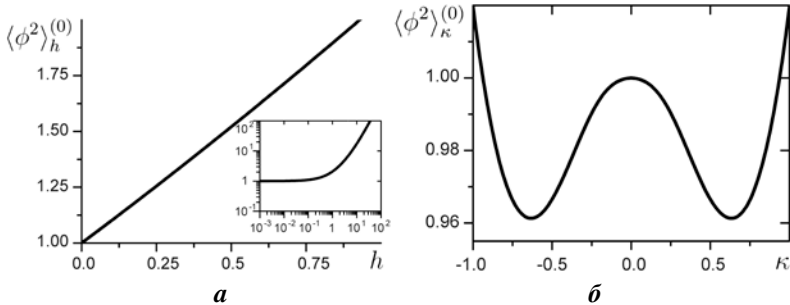


Рис. 5. Залежність дисперсії вільного поля від деформації ( $\Delta = 1$ ): а) скінченнорізницева статистика (на вставці використані логарифмічні координати); б) статистика Каніадакіса

**П'ятий розділ** дисертації "Мультифрактальні об'єкти" складається із чотирьох підрозділів.

У *першому підрозділі* на основі базово-деформованого числення проведене узагальнення теорії мультифракталів. Воно досягається використанням розкладання у деформовані ряди статистичної суми, показника мас і середнього значення випадкової величини, розподіленої самоподібним чином. Коефіцієнти таких розкладів визначаються функціональним біномом, використання якого дозволяє виразити узагальнені спектр фрактальних розмірностей і ентропію залежно від багаторазової деформації досліджуваної множини. Знайдено рівняння, яке визначає середнє значення випадкової величини, розподіленої самоподібним чином. Верифікація розвиненого методу проводилася на прикладах мультифрактальних множин, узятих з математичної фізики, фізики твердого тіла та еконофізики. Дослідження множини Кантора показало, що коефіцієнти розкладу фрактальної розмірності та ентропії збігаються зі стандартними мультифрактальними характеристиками при однократному деформуванні, виявляючи істотне ускладнення із зростанням числа циклів деформації. Аналіз фрактальних поверхонь конденсатів титану та вуглецю показав, що для опису їх макроструктури досить використати спектр фрактальних розмірностей та ентропію, визначені звичайним способом. Більш складна ситуація виникає, наприклад, при аналізі часових рядів, які подають обмінні курси валют. У цьому разі вже в нижчому порядку коефіцієнти фрактальної розмірності виявляються чутливими до зміни поведінки ряду, тоді як ентропійні коефіцієнти виявляють різницю в такій поведінці тільки при багаторазовій деформації.

У *другому підрозділі* викладений метод мультифрактального флуктуаційного аналізу, що ґрунтується на дослідженні залежності  $F_q(s) \propto s^{h(q)}$  дисперсії від масштабу  $s$ , зв'язку  $\tau(q) = qh(q) - 1$  та перетворенні Лежандра  $f(\alpha) = \alpha q(\alpha) - \tau(q(\alpha))$ . Цей метод дозволяє знайти повний набір мультифрактальних характеристик, які описують поведінку часового ряду. Тестування на біноміальних рядах і рядах із степеневою функцією розподілу підтвердило високу точність результатів.

У *третьому підрозділі* досліджені криві рентгенівської дифракції суміші хітозану і апатиту кальцію –  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$ . Аналіз проводився на серії зразків, отриманих відпаленням композиційного біоматеріалу хітозан-апатиту при температурах  $80^\circ$ ,  $400^\circ$ ,  $700^\circ$  і  $900^\circ$  С. У результаті отримані рентгенограми, наведені на рис. 6. Їх мультифрактальний флуктуаційний аналіз показав, що фрактальна структура найбільш яскраво виражена за температури  $700^\circ$  С, коли інтервал зміни показника Херста дорівнює  $\Delta h \approx 2.59$ , а розкид

фрактальної розмірності становить  $\Delta\alpha \approx 1.62$ . Це зумовлено виділенням фази трикальційфосфату –  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ .

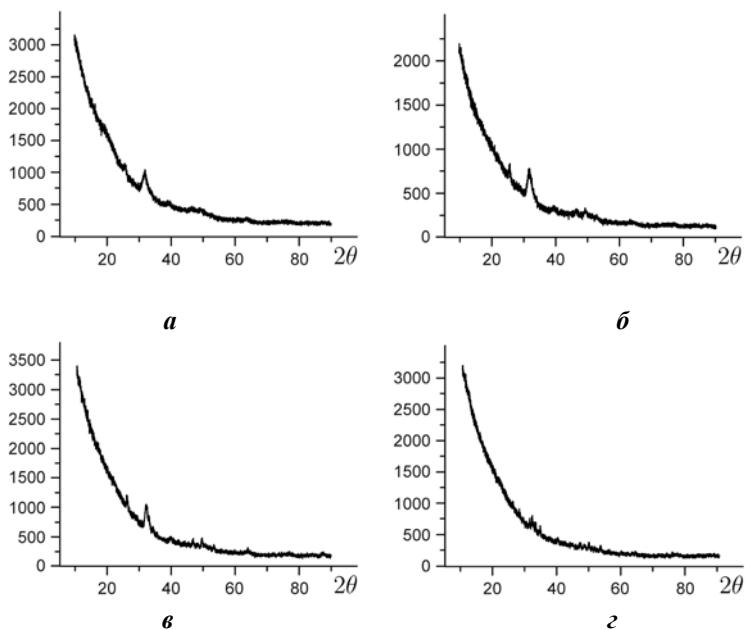


Рис. 6. Рентгенограми композиційного біоматеріалу на основі хітозан-апатиту (зразки відпалені при температурі  $80^\circ$  (а),  $400^\circ$  (б),  $700^\circ$  (в) і  $900^\circ$  (з))

У *четвертому підрозділі* на основі методу мультифрактального флуктуаційного аналізу, узагальненого на багатовимірні структури, проведено дослідження пористих конденсатів вуглецю, алюмінію і титану. Їх електронно-мікроскопічні зображення показані при різних масштабах збільшення на рис. 7. Кожному зображенню ставився у відповідність двовимірний масив даних, що показує розподіл яскравості. У результаті показано, що мультифрактальні характеристики не залежать від масштабу розгляду досліджуваних конденсатів, структура яких виявляється, таким чином, самоподібною.

**Шостий розділ** дисертації “Ієрархічні структури” складається з п’яти підрозділів. У *першому та другому підрозділах* розглянуті особливості статистичної картини складних систем, які мають ієрархічну структуру.

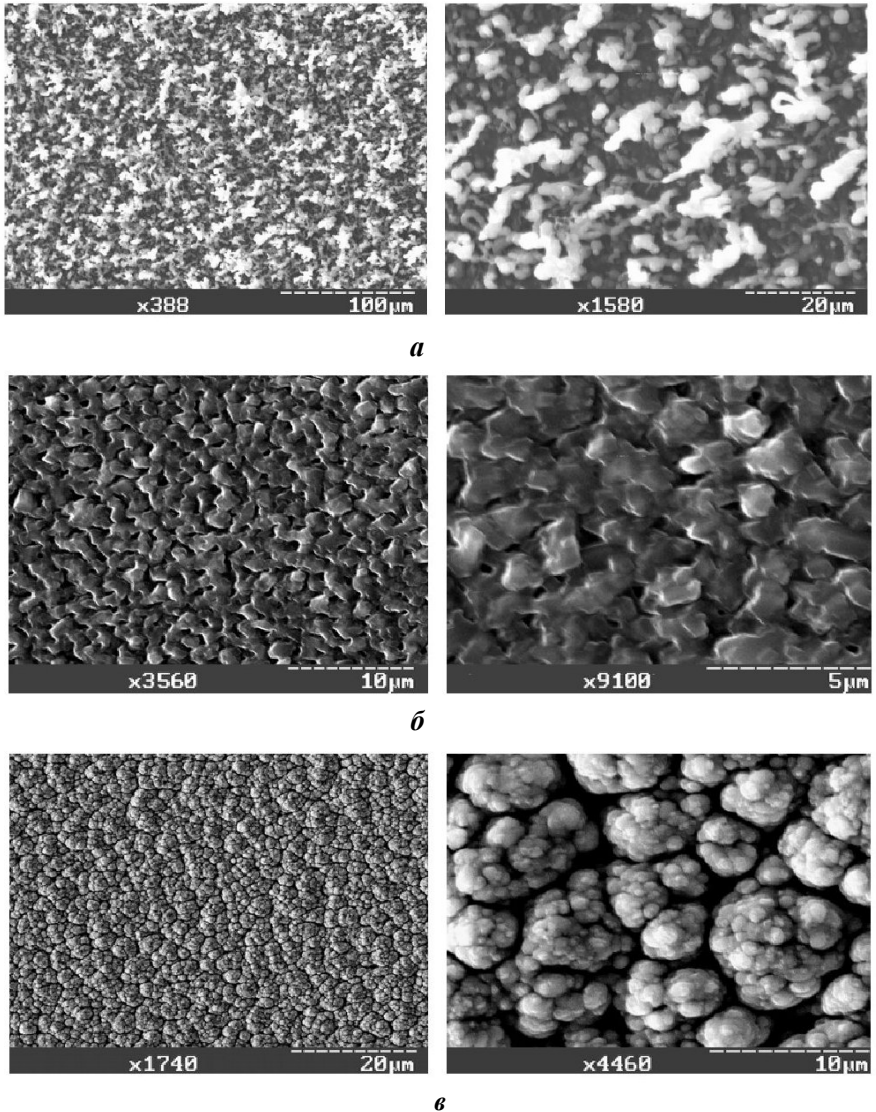


Рис. 7. Електронно-мікроскопічне зображення конденсату вуглецю (*a*), алюмінію (*b*) і титану (*e*) при різних масштабах збільшення

Показано, що такі системи являють собою ансамблі випадкових графів, розподілених за випадковим значенням ефективної енергії. Оскільки ієрархізація не порушує закон збереження енергії, то ці енергії

залишаються адитивними величинами. З іншого боку, ієрархічний зв'язок приводить до істотної зміни розподілу ймовірностей, і послідовна картина досягається, якщо подати їх набір у рамках деформованої алгебри Цалліса. При цьому виявляється, що ймовірності утворення вузлів ієрархічного дерева визначаються тільки його конфігурацією, а ймовірності утворення ієрархічних рівнів і структури в цілому повинні бути деформовані. У рамках такого підходу ймовірність  $P_n$  утворення ієрархічної структури, що складається з  $n$  рівнів, виражається через ймовірності  $p_l$  утворення рівнів

$l = 0, 1, \dots, n$  рівністю  $P_n = \left( \sum_{l=0}^n p_l^{1-q} - n \right)_+^{\frac{1}{1-q}}$ , де  $(y)_+ = \max(y, 0)$ ,  $q > 1$  – параметр деформації. При цьому ймовірності  $p_l$  нормовані умовою  $p_0 \oplus_q p_1 \oplus_q \dots \oplus_q p_n = 1$ , де деформована сума має вигляд  $x \oplus_q y := x + y + (1-q)xy$ .

У *третьому підрозділі* досліджене регулярне дерево, для якого знайдені ймовірності утворення рівнів  $p_l = \ln_q \left[ \exp_q^{b^l} \left( b^{-l} \right) \right] p_0$ . Показано, що фізичні значення параметра деформації знаходяться в інтервалі  $q \in [1; 2)$ , у якому зростання  $q$  приводить до збільшення ймовірності утворення ієрархічних рівнів і всього дерева у цілому.

У *четвертому підрозділі* показано, що ймовірність утворення рівнів виродженого дерева  $p_l = \ln_q \left[ \exp_q \left( b^{-l} \right) \prod_{m=1}^l \exp_q^{b^{-1}} \left( b^{-m} \right) \right] p_0$  незначно відрізняється від регулярного дерева. У континуальній межі  $b \rightarrow \infty$  ця залежність набирає асимптотичної форми  $p_l - p_\infty \propto b^{-2l}$ , що відрізняється від відповідної залежності для регулярного дерева подвоєнням показника гілкування  $b$ . Таким чином, ієрархічні дерева, що мають детерміновану структуру, характеризуються експоненціально швидким спаданням ймовірності утворення рівнів до кінцевого значення  $P_\infty$ .

У *п'ятому підрозділі* проведено дослідження самоподібного дерева, розподіл за рівнями якого задається різницеvim рівнянням  $p_{l+1} - p_l = -p_l^q / \Delta$ ,  $l = 0, 1, \dots, n$ , з дисперсією  $\Delta$ . Показано, що ймовірність утворення ієрархічних рівнів такого дерева спадає набагато повільніше, ніж відповідні ймовірності для регулярного, виродженого та дерева Фібоначчі (рис. 8 а). Оскільки це спадання відбувається до

нульових значень, то ймовірності утворення всього дерева ведуть себе протилежним чином (рис. 8 б).

У шостому підрозділі проведене узагальнення на довільне дерево, на основі якого розроблений чисельний алгоритм визначення ймовірностей утворення ієрархічних рівнів і всієї структури в цілому. Отримані результати протестовані на прикладах дерева Фібоначчі та дерева еволюції різних видів живої природи. Показано, що ймовірність утворення довільного дерева істотно зростає з наближенням параметра деформації до граничного значення  $q = 2$ , а обривання гілок приводить до значного спадання ймовірності утворення ієрархічної структури.

**Сьомий розділ** дисертації "Мікроскопічна теорія складних систем" складається із трьох підрозділів.

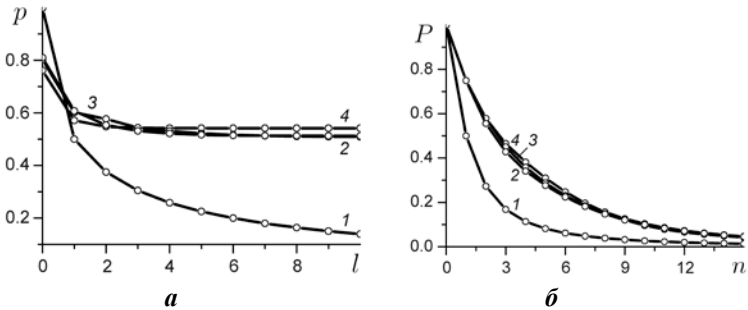


Рис. 8. а) розподіл імовірностей утворення ієрархічних рівнів; б) імовірності утворення самоподібного, регулярного, дерева Фібоначчі та виродженого дерева (криві 1 – 4 відповідно) при значеннях параметрів  $\Delta = 2$ ,  $b = 2$ ,  $q = 1.9999$

У першому підрозділі проведений мультифрактальний аналіз фазового простору складних систем, які, з одного боку, не є самоусередненими статистичними об'єктами (їх макроскопічні характеристики змінюються випадковим чином від зразка до зразка), а з іншого – мультифрактальний спектр простору їх станів набуває від'ємних значень (у результаті виявляється непридатною стандартна процедура опису фракталів, що ґрунтується на методі покриттів). Як показує приклад спінового скла, характерна риса складних систем полягає в тому, що повний набір їх станів подається не одним статистичним ансамблем, а ієрархічно супідрядним набором підансамблів, стан яких розділений макроскопічними бар'єрами термодинамічного потенціалу. Завдяки цьому складні системи мають заморожений безлад, за яким необхідно провести усереднення, що враховує розкид за різними реалізаціями складної системи. У результаті опис мультифрактальних властивостей складних

систем припускає два типи усереднення: заморожене значення показника мас  $\langle \tau(q) \rangle \propto \langle \ln Z(q) \rangle$  отримується усередненням логарифма статистичної суми за відповідним ансамблем; при визначенні розмороженого значення  $\overline{\tau(q)} \propto \overline{\ln Z(q)}$  передбачається усереднення статсуми за різними реалізаціями, обумовленими розкидом початкових умов. Мікроскопічний опис мультифрактального фазового простору досягається комбінованим використанням обох середніх. Однак якщо в термостатиці вільна енергія виражається через відпалене середнє  $[Z(q)]^n$  в рамках методу реплік ( $n \rightarrow 0$ ), то в теорії випадкових мультифрактальних множин це досягається за рахунок використання методу множників.

Розгляд мультифрактала Кантора показує, що визначення розмороженого значення вимагає трудомісткої процедури усереднення за набором зразків. Цю проблему дозволяє обійти метод множників, у рамках якого процедура усереднення зводиться до таких дій: на кроці  $n-1$  покриваємо одиничний відрізок комірками  $i = 1, 2, \dots, 2^{n-1}$  розміром  $2^{-(n-1)}$  і підраховуємо число точок  $N_i$ , що потрапили в кожную з них; переходимо на наступний рівень  $n$ , для чого кожную з  $2^{n-1}$ -комірок  $i$  ділимо навпіл і підраховуємо число точок  $N_i^{(1,2)}$  у половинках; із означення  $M_i^{(1,2)} := N_i^{(1,2)}/N_i$  знаходимо набір  $\{M_j\}$ ,  $j = 1, 2, \dots, 2^n$ , множників, що відповідають рівню  $n$ ; замість середнього за зразками вводимо середні за розподілом множників  $\overline{\tau(q)} = -\ln \overline{Z(q)}/\ln 2$ ,  $\overline{Z(q)} = 2^{-(n-1)} \sum_{j=1}^{2^n} M_j^q$ . У результаті спектральна функція  $f(\alpha(q)) = \overline{q\alpha(q)} - \overline{\tau(q)}$  визначається виразами

$$\overline{\tau(q)} = -1 - \frac{\overline{\ln M^q}}{\ln 2}, \quad \overline{\alpha(q)} = -\frac{\overline{\ln(M)M^q}}{\overline{\ln(2)M^q}}. \quad (11)$$

На відміну від методу покриттів використання множників дозволяє врахувати від'ємні значення спектральної функції  $f(\alpha)$ , які відповідають великим абсолютним значенням  $|q|$ . Це пов'язане з тим, що використання методу покриттів припускає визначення заморожених середніх, для яких кожному значенню  $\alpha$  відповідає не менш однієї реалізації, завдяки чому середнє значення спектральної функції

$\langle f(\alpha) \rangle \propto \langle \ln N(\alpha) \rangle$  не може набувати від'ємних значень. У рамках методу множників, що ґрунтується на використанні розморожених середніх, проводиться усереднення самого числа фракталів, що відповідають даному показнику  $\alpha$ . Оскільки  $\overline{N(\alpha)}$  може бути менше від одиниці, то відповідне значення спектральної функції  $\overline{f(\alpha)} \propto \overline{\ln N(\alpha)}$  може стати від'ємним. У загальному випадку, коли

кожній з  $2^n$ -комірок співставляються  $m > 2$  ймовірностей, це значення становить  $f_{\min} = -(\frac{\ln m}{\ln 2} - 1)$ . Показано, що основні переваги методу множників зумовлені тим, що їх набір зводиться до багаторазових повторень щодо малого числа ймовірностей, які визначають картину фазового простору. Крім того, модифікація методу множників дозволяє описати мультифрактальний спектр як при додатних, так і від'ємних значеннях  $q$ . Із цією метою вводиться ескортна ймовірність

$P_j = M_j^q / \sum_{j=1}^{2N} M_j^q$ , обумовлена набором множників  $M_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, 2N$ . Далі визначають заморожене

$\langle \langle f(M) \rangle \rangle = \sum_{j=1}^{2N} P_j f(M_j)$  та розморожене

$\overline{f(M)} = N^{-1} \sum_{j=1}^{2N} f(M_j)$  середні значення. У результаті спектральна функція задається рівностями

$$\alpha(q) = \frac{\langle \langle \ln M \rangle \rangle}{\ln(1/2)}, \quad f(q) = \frac{\langle \langle \ln M^q \rangle \rangle - \ln \overline{M^q}}{\ln(1/2)}. \quad (12)$$

Методика, що ґрунтується на використанні рівностей (12), є універсальним засобом дослідження фрактальних об'єктів різної природи, зокрема дефектної структури твердого тіла.

У *другому підрозділі* розглянута модель зміни структури аморфних і багатокомпонентних тонких плівок під впливом імпульсної фотонної обробки. Проведено дослідження умов розвитку теплової нестійкості в результаті самоорганізації процесів руху фронту кристалізації і температуропровідності, хід яких пов'язаний з різницею термодинамічних потенціалів аморфного та кристалічного станів. Показано, що при виділенні тепла, що перевищує критичне значення, з'являється стаціонарний стан, у якому швидкість фронту кристалізації набуває аномально великих значень. Досліджено процес вибухової кристалізації, що подає результат самоорганізованої критичності у стохастичному поширенні тепла за вузлами ієрархічного дерева. Показано, що



нестійкість розвивається тільки в тому випадку, коли тепловий ефект кристалізації перевищує критичне значення, величина якого визначається температуропровідністю.

У *третьому підрозділі* розвинене суперсиметричне подання бозе-ейнштейнівської конденсації ферміонних пар лужних атомів. У рамках такого подання компоненти суперполя  $\Phi = \eta + \bar{\theta}\Psi + \bar{\Psi}\theta + \bar{\theta}\theta\varphi$  зводяться до квадратного кореня густини бозе-конденсату  $n = \eta^2$ , амплітуди її флуктуацій  $\varphi$  і грассманових полів  $\Psi$  і  $\bar{\Psi}$ , що визначають густину фермі-частинок  $\rho = \bar{\Psi}\Psi$ . Виходячи із принципу найменшої супердії, знайдені рівняння руху зазначених компонентів. При відсутності бозе-конденсату вони зберігають суперсиметрію простору станів, а з його випаданням суперпростір стає анізотропним. Фізично це виражається в тому, що густини бозевської і фермієвської компонент набувають зв'язку  $n = 1 - \rho/\rho_c$ , зумовленого критичною густиною ферміонів  $\rho_c$ . Показано, що відповідно до експериментальних даних зі зниженням температури при критичному значенні  $T_c$  з'являються гетерофазні флуктуації, а нижче точки  $T_c(1 - \sqrt{6\rho_c})$  відбувається бозе-конденсація.

Додаток А присвячено поданню польотів Леві рівнянням Фоккера-Планка у прямому просторі. У додатку Б проведено узагальнення визначень гамма-функції та інтеграла Пуассона в рамках різних числень. Додаток В наводить основні правила деформованої алгебри Цалліса. У додатку Д знайдено аналітичний вираз суми доданків деформованої геометричної прогресії. У додатку Е визначені суперсиметричні рівняння руху бозе-ейнштейнівського конденсату ферміонних пар.

## ВИСНОВКИ

Досліджено складні системи фізики твердого тіла, що проявляють самоорганізовану автоколивальну поведінку, розвинено статистичну теорію деформованих полів наносистем кінцевого розміру, розглянуто ієрархічну структуру дефектів твердого тіла. Основні результати дисертації можуть бути подані такими узагальнюючими висновками:

1. Формалізм біфуркації Хопфа дозволяє знайти спрощені умови утворення граничного циклу детерміністичної системи, визначення яких не вимагає попереднього перетворення динамічних змінних. Використання цих умов для когерентного випромінювання ансамблю квантових точок показує, що воно відбувається тільки в імпульсному режимі.

2. Якщо область зміни узагальненої координати та імпульсу, що відповідає граничному циклу, займає малу частину фазової площини і система піддається періодичному впливу, частота якого належить певному інтервалу, то біфуркація Хопфа приводить до утворення періодичної множини граничних циклів. У цьому випадку процес самоорганізації зводиться до множинного резонансу із зовнішнім полем, що приводить до випромінювання з періодично розподіленою інтенсивністю.

3. Стохастизація пригальмовує автоколивання, якщо узагальнені сили та амплітуди шумів не містять двозначних комбінацій змінних, які параметризують процес самоорганізації. Автоколивання виникають, якщо найбільш швидко змінюється степінь свободи, пов'язана нелінійним чином не менше ніж із парою інших. При цьому шуми Леві, притаманні твердим тілам, пригнічують автоколивання.

4. У випадку базової деформації залежність термодинамічних величин вільних полів від логарифма деформації має симетричний вигляд щодо точки максимуму, яка відповідає недеформованій системі. Скінченнорізницева деформація не змінює термодинамічних характеристик твердого тіла, а для числення Каніадакіса їх залежність від деформації має симетричний немонотонний вигляд щодо недеформованої системи.

5. Статистична теорія деформованих полів описує колективну поведінку твердих тіл кінцевого розміру. У рамках такого підходу базово-деформоване числення слід використовувати для опису самоподібних наносистем, скінченнорізницеве - за наявності електростатичної взаємодії, а числення Каніадакіса - для врахування релятивістських ефектів при гіперзвукових дослідженнях твердого тіла.

6. Побудова теорії поля самоподібних систем досягається на основі статистики Цалліса, у рамках якої роль параметра порядку відіграє деформований логарифм амплітуди гідродинамічної моди. При цьому момент першого порядку, який зводиться до ентропії Цалліса, задає глобальну міру невизначеності інформації, а момент другого порядку визначає інформацію Фішера, що задає локальну міру інформації, запасеної системою.

7. Концепція багаторазово деформованих множин дозволяє провести узагальнення теорії мультифракталів, у рамках якої їх статистична сума і спектр показників має подаються деформованими рядами за степенями показника подібності, відліченого від одиниці. При цьому коефіцієнти розкладу статистичної суми зводяться до ентропії Цалліса, а для показника має вони визначають спектр фрактальних розмірностей. У застосуванні до об'єктів фізики твердого тіла розроблений метод дає опис тонких деталей геометричної будови та статистичні властивості самоподібних наносистем.

8. Використання мультифрактального фазового аналізу при дослідженнях зсувів частки в процесі аномальної дифузії, тонкої структури фонові складові кривих рентгенівської мікродифракції при відбитті від складних конденсованих середовищ, а також високодисперсної структури конденсатів вуглецю, алюмінію і титану, отриманих магнетронним розпиленням, показують, що мультифрактальний спектр формується завдяки випадковому розкиду елементів досліджуваної структури та далеких кореляцій у розподілі цих елементів.

9. Опис довільної структури дефектів кристалічної будови досягається, якщо найпростішим із них (вакансіям і впровадженим атомам) зрівняти вузли нижнього ієрархічного рівня, вузлам наступного рівня – кластери вакансій і впроваджених атомів типу дислокаційних петель, вузлам нано- і мікроскопічного рівня – комірки кристалічної структури і т.д. У рамках такого подання послідовний теоретико-ймовірнісний опис ієрархічних структур досягається в припущенні про адитивність ефективних енергій рівнів ієрархічного дерева. При цьому ймовірності утворення вузлів визначаються недеформованими співвідношеннями, а для ієрархічних рівнів і всього дерева ймовірності утворення, а також умови нормування повинні бути деформовані відповідно до алгебри Цалліса. При цьому дифузія за ієрархічним деревом визначає процес вибухової кристалізації аморфних плівок.

10. Аналітичне та чисельне дослідження розподілів імовірностей за ієрархічними рівнями показує, що для випадкової самоподібної структури цей розподіл спадає більш повільно, ніж для детермінованих дерев типу регулярного, виродженого та дерева Фібоначчі. Завдяки тому що для останніх імовірність утворення нижнього рівня набагато вища, ніж для випадкового дерева, ймовірність утворення всієї ієрархічної структури найбільш швидко спадає з ростом самоподібного дерева. У всіх випадках імовірності утворення ієрархічних рівнів спадають із зростанням їх номера при деформації  $q > 1$  і задовольняють умову нормування при  $q < 2$ .

11. Ієрархічна структура дефектів кристалічної будови приводить до фрактальної будови фазового простору складних систем. Її дослідження вимагає спільного використання процедури покриттів і методу множників. Якщо в процесі генерації мультифрактала кожному сегменту зрівняється число значень імовірності, що перевищує число відрізків розподілу, то спектральна густина набуває від'ємних значень. Побудова спадної гілки спектральної густини досягається комбінуванням величин, усереднених за вихідним та ескортним розподілами, визначеними співвідношенням відповідних множників.

12. Опис бозе-ейнштейнівської конденсації лужних атомів, які, маючи напівцілий спин, є ферміонами, вимагає суперсиметричного подання. Показано, що в рамках такого подання компоненти поля зводяться до квадратного кореня густини бозе-конденсату фермієвських пар, амплітуди її флуктуацій і грасманових полів, що визначають густину фермічастинок. Охолодження однорідно розподілених ферміонів приводить спочатку до самочинного наростання гетерофазних флуктуацій, а потім до появи неоднорідного бозе-конденсату.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Олемской А.И. Статистическая теория самоорганизованных сложных систем / А.И. Олемской, **И.А. Шуда**. – Сумы: Изд-во СумГУ, 2010. – 373 с.
2. Коломієць С.В. Біфуркаційний аналіз динаміки одномодових твердотільних лазерів / С.В. Коломієць, **І.О. Шуда** // Вісник Сумського державного університету. Серія Фізика, математика, механіка. – 2005. – Т. 80, № 8. – С. 5 – 67.
3. Олемской А.И. Радиационные дефекты в твердых телах / А.И. Олемской, **И.А. Шуда** // Успехи физ. метал. – 2009. – Т. 10, № 1. – С. 1 – 25.
4. Олемской О.І. Самоорганізація нестійкої системи за біфуркацією Хопфа / О.І. Олемской, В.О. Харченко, **І.О. Шуда** // УФЖ. – 2006. – Т. 51, № 3. – С. 312 – 320.
5. Olemskoi A.I. Thermodynamic representation of the periodic set appearing as a result of the Hopf bifurcation / A.I. Olemskoi, **I.A. Shuda** // УФЖ. – 2007. – Т. 52, № 7. – С. 703 – 708.
6. Олемской О.І. Теорія періодичної множини граничних циклів, що народжуються внаслідок біфуркації Хопфа / О.І. Олемской, **І.О. Шуда** // Вісник Сумського державного університету. Серія Фізика, математика, механіка. – 2007. – № 1. – С. 86 – 94.
7. Олемской О.І. Умови самоорганізованої модуляції / О.І. Олемской, С.С. Борисов, **І.О. Шуда** // УФЖ. – 2008. – Т. 53, № 11. – С. 1120 – 1128.
8. Олемской А.И. Мультифрактальный анализ временных рядов / А.И. Олемской, В.Н. Борисюк, **И.А. Шуда** // Вісник Сумського державного університету. Серія Фізика, математика, механіка. – 2008. – № 2. – С. 70 – 81.
9. Олемской А.И. Деформированная сумма геометрической прогрессии / А.И. Олемской, С.С. Борисов, **И.А. Шуда** // Вісник Сумського державного університету. Серія Фізика, математика, механіка. – 2008. – № 2. – С. 82 – 89.

10. **Shuda I.A.** Noise-induced oscillations in non-equilibrium steady state systems / I.A. Shuda, S.S. Borysov, A.I. Olemskoi // *Phys. Scripta.* – 2009. – Vol. 79. – P. 065001.
11. Olemskoi A.I. Self-similarity degree of deformed statistical ensembles / A.I. Olemskoi, A.S. Vaylenko, **I.A. Shuda** // *Physica A.* – 2009. – Vol. 388. – P. 1929 – 1938.
12. Olemskoi A.I. Statistical theory of self-similarly distributed fields / A.I. Olemskoi, **I.A. Shuda** // *Phys. Lett. A.* – 2009. – Vol. 373. – P. 4012 – 4016.
13. Олемской А.И. Мультифрактальный анализ рентгеновских дифрактограмм сложных конденсированных сред / А.И. Олемской, С.Н. Данильченко, В.Н. Борисюк, **И.А. Шуда** // *Металлофиз. новейшие технол.* – 2009. – Т. 31, № 6. – С. 777 – 789.
14. Олемской О.И. Моделирование фазового простору сложных систем / О.И. Олемской, В.М. Борисюк, **И.О. Шуда** // *Журн. физ. докл.* – 2009. – Т. 13, № 2. – С. 2002 – 2010.
15. Олемской А.И. Исследование мультифрактальной поверхности тонких пленок, полученных методом магнетронного распыления / А.И. Олемской, В.И. Перекрестов, В.Н. Борисюк, **И.А. Шуда**, А.А. Мокренко // *Металлофиз. новейшие технол.* – 2009. – Т. 31, № 11. – С. 1505 – 1518.
16. Олемской А.И. Модель изменения структуры аморфных и многокомпонентных тонких пленок под воздействием импульсной фотонной обработки / А.И. Олемской, **И.А. Шуда**, Е.В. Шведов // *Металлофиз. новейшие технол.* – 2009. – Т. 31, № 12. – С. 1653 – 1668.
17. Олемской А.И. Мультифрактальный анализ временных рядов экономических систем / А.И. Олемской, В.Н. Борисюк, **И.А. Шуда**, А.А. Багдасарян // *Ж. нано- та электрон. физ.* – 2009. – Т. 1, № 3. – С. 82–88.
18. Олемской А.И. Подавление стохастических осцилляций шумами Леви / А.И. Олемской, С.С. Борисов, **И.А. Шуда**, Т.А. Давыденко // *Ж. нано- та электрон. физ.* – 2009. – Т. 1, № 4. – С. 7 – 11.
19. Olemskoi A. Generalization of multifractal theory within quantum calculus / A. Olemskoi, **I. Shuda**, V. Borisyuk // *Europhys. Lett.* – 2010. – Vol. 89. – P. 50007 – 50012.
20. Olemskoi A.I. Statistical field theories deformed within different calculi / A.I. Olemskoi, S.S. Borysov, **I.A. Shuda** // *Eur. Phys. J. B.* – 2010. – Vol. 77. – P. 219 – 231.
21. Olemskoi A.I. Supersymmetry representation of Bose-Einstein condensation of fermion pairs / A.I. Olemskoi, **I.A. Shuda** // *Ukr. J. Phys.* – 2010. – Vol. 55. – P. 830 – 835.

22. Шуда І.О. Фазовий аналіз когерентного випромінювання ансамблю квантових точок / **І.О. Шуда** // УФЖ. – 2010. – Т. 55, № 9. – С. 1029 – 1034.
23. Olemskoi A.I. Suppression of oscillations by Lévy noise / A.I. Olemskoi, S.S. Borysov, **I.A. Shuda** // Ukr. J. Phys. – 2011. – Vol. 56, № 3. – P. 287 – 295.
24. Olemskoi A.I. Analytical and numerical studies of creation probabilities of hierarchical trees / A.I. Olemskoi, S.S. Borysov, **I.A. Shuda** // Cond. Mat. Phys. – 2011. – Vol. 14, № 1. – P. 14001 – 14006.
25. Olemskoi Alexander. Creation probabilities of hierarchical trees / Alexander Olemskoi, Stanislav Borysov, **Iryna Shuda** // J. Phys. Stud. – 2011. – Vol. 15, № 2. – P. 2002 – 2028.
26. Олемскої О.І. Самоорганізація нестійкої системи за біфуркацією Хопфа / О.І. Олемскої, **І.О. Шуда**, В.О. Харченко // 5-та Міжнародна школа-конференція "Актуальні проблеми фізики напівпровідників", 27 – 30 червня 2005 р. тези доповідей. – Дрогобич, 2005. – С. 128.
27. **Shuda I.A.** Self-organization process evolving in accordance with Hopf bifurcation / I.A. Shuda, A.I. Olemskoi, V.O. Kharchenko // Statistical Physics 2005: Modern Problems and New Applications: міжнар. конф., 28 – 30 липня 2005 р. тези доповідей. – Львів, 2005. – С. 166.
28. **Шуда І.О.** Термодинамічне уявлення біфуркації Хопфа / І.О. Шуда // Науково-технічна конференція викладачів, співробітників і студентів: міжвуз. конф., квітень 2007 р. тези доповідей. – Суми, 2007, С.37 – 39.
29. **Shuda I.A.** Noise induced Hopf bifurcation / I.A. Shuda, S.S. Borisov, A.I. Olemskoi // Int. conf. in Statistical Physics: міжнар. конф., 14 – 18 липня 2008 р. тези доповідей. – Колімпарі, Греція, 2008. – С. 105.
30. Olemskoi A.I. Non-extensivity parameter of self-similar statistical system / A.I. Olemskoi, A.S. Vaylenko, **I.A. Shuda** // Int. conf. in Statistical Physics: міжнар. конф., 14 – 18 липня 2008 р. тези доповідей. – Колімпарі, Греція, 2008. – С. 85.
31. Олемскої О.І. Умови біфуркації Хопфа в системі Лоренца / О.І. Олемскої, **І.О. Шуда**, С.С. Борисов // ШКПМІ-2008: міжнар. конф., 9 – 10 квітня 2008 р. тези доповідей. – Львів, 2008. – С. 189.
32. **Шуда І.О.** Умови самоорганізованої модуляції / І.О. Шуда, С.С. Борисов // Науково-технічна конференція викладачів, співробітників і студентів: міжвуз. конф., 14 – 19 квітня 2008 р. тези доповідей. – Суми, 2008. – С. 23 – 24.
33. Olemskoi A.I. Self-similarity degree of deformed statistical ensembles / A.I. Olemskoi, **I.A. Shuda** // Statistical Physics 2009: Modern Trends and Applications: міжнар. конф., 23 – 25 червня 2009 р. тези доповідей. – Львів, 2009. – С. 62.

34. **Шуда І.О.** Пригамування стохастичних осциляцій шумами Леві / І.О. Шуда, Т.А. Давиденко // Науково-технічна конференція викладачів, співробітників і студентів: міжвуз. конф., 19 – 23 квітня 2008 р. тези доповідей. – Суми, 2008. – С. 87 – 88.
35. **Шуда І.О.** Мультифрактальний аналіз часових рядів економічних систем / І.О. Шуда, А.А. Багдасарян // Науково-технічна конференція викладачів, співробітників і студентів: всеукр. міжвуз. конф., 19 – 23 квітня 2008 р. тези доповідей. – Суми, 2008. – С. 89 – 90.
36. Олемской А.И. Синергетический эффект облучения ферритомартенситных сталей тяжелыми ионами, ионами водорода и гелия / А.И. Олемской, А.П. Савельев, В.Е. Сторижко, **И.А. Шуда** // 19 Международная конференция по физике радиационных явлений и радиационному материаловедению, 6 – 11 вересня 2010 р. тези доповідей. – Алушта, 2010. – С. 308 – 309.
37. Olemskoi A.I. Creation probabilities of hierarchical trees within deformed algebra / A.I. Olemskoi, S.S. Borisov, **I.A. Shuda** // Ukrainian-German symposium on physics and chemistry of nanostructures and on nanobiotechnology: міжнар. конф., 6 – 10 вересня 2010 р. тези доповідей. – Берегове, АР Крим, 2010. – С. 135.
38. Olemskoi A.I. Generalization of statistical field theories within deformed calculi / A.I. Olemskoi, S.S. Borisov, **I.A. Shuda** // Сучасні проблеми фізики конденсованого стану: міжнар. конф., 6 – 9 жовтня 2010 р. тези доповідей. – Київ, 2010. – С. 139.
39. **Шуда І.А.** Исследование гигантского импульса когерентного излучения ансамблем квантовых точек / И.А. Шуда, А.И. Олемской // 20-я Международная конференция "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии", 11 – 17 вересня 2010 р. тези доповідей. – Севастополь, 2010. – С. 842 – 843.

## АНОТАЦІЯ

**Шуда І. О. Вплив ієрархічної будови і самоподібності на самоорганізацію складних систем. – Рукопис.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.07 – фізика твердого тіла. – Сумський державний університет, Суми, 2011.

Для детерміністичної нелінійної системи знайдено критерій утворення граничного циклу, який не потребує додаткового перетворення динамічних змінних. Досліджено умови автоколивальної поведінки стохастичної системи, яка перебуває у стаціонарному нерівноважному стані під дією гаусівських шумів. Використання цих умов для когерентного випромінювання ансамблю квантових точок показує, що

воно проходить в імпульсному режимі. Досліджено механізм пригнічення осциляцій шумами Леві.

Для систем, які мають фрактальний фазовий простір, розроблено теоретико-польовий формалізм, що ґрунтується на різних численнях. Отримано рівняння для твірних функціоналів систем, які мають внутрішню симетрію та зв'язки. Визначено залежність одночасткової статистичної суми вільних полів від деформації. Знайдено, що лише моменти парних порядків вільних статистичних полів набувають ненульових значень. У рамках числення Цалліса побудована статистична теорія самоподібно розподілених полів. Показано, що пара моментів нижчих порядків задає глобальну міру невизначеності інформації і локальну міру інформації, запасену системою. Проведено узагальнення теорії мультифракталів для багатократно деформованих множин. Виконано мультифрактальний флуктуаційний аналіз фрактальних кривих рентгенівської мікродифракції при відображенні від складних конденсованих середовищ і високодисперсної структури конденсатів вуглецю, алюмінію та титану, отриманих магнетронним розпиленням.

Показано, що послідовний теоретико-ймовірносний опис ієрархічних структур вимагає використання алгебри Цалліса. Аналітичне і чисельне дослідження розподілу за ієрархічними рівнями показують, що для випадкової самоподібної структури він спадає повільніше, ніж для детермінованих дерев, а ймовірність утворення всієї структури веде себе протилежним чином.

Досліджена фрактальна структура фазового простору складних систем. Розвинено метод визначення мультифрактального спектра, що ґрунтується на використанні методу множників та комбінованих величин, усереднених за початковим та ескортним розподілами. Побудована суперсиметрична теорія бозе-ейнштейнівської конденсації ферміонних пар лужних атомів.

**Ключові слова:** складні системи, граничний цикл, мультиплікативний шум, генеруючий функціонал, корелятор, деформація, ієрархічні структури.

## АННОТАЦІЯ

**Шуда И. А. Влияние иерархического строения и самоподобия на самоорганизацию сложных систем. – Рукопись.**

Диссертация на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.07 – физика твёрдого тела. – Сумский государственный университет, Сумы, 2011.

Исследованы статистические свойства самоорганизованных конденсированных сред, фазовое пространство которых содержит предельные циклы либо обладает иерархической структурой.



Для детерминистической нелинейной системы найден критерий образования предельного цикла, не требующий дополнительного преобразования динамических переменных. Исследованы условия автоколебательного поведения стохастической системы, находящейся в стационарном неравновесном состоянии под действием гауссовых шумов. Использование этих условий для когерентного излучения ансамбля квантовых точек показывает, что оно протекает в импульсном режиме. Показано, что предельный цикл образуется в случае, если наиболее быстрое изменение испытывает переменная, связанная нелинейным образом с двумя или более другими степенями свободы. Исследован механизм подавления автоосцилляций шумами Леви.

Для конечномерных наносистем, обладающих фрактальным фазовым пространством, разработан теоретико-полевой формализм, основанный на различных исчислениях. Для базово-деформированного и конечно-разностного исчисления, а также процедуры Каниадакиса найдены производящие функционалы, корреляторы, многочастичные функции Грина и их неприводимые части. Получены уравнения для производящих функционалов систем, обладающих внутренней симметрией и связями. Определена зависимость одночастичной статистической суммы свободных полей от деформации. Показано, что в случае базовой деформации она имеет симметричный вид в логарифмических осях, а для исчисления Каниадакиса - обычных. Конечноразностная деформация не изменяет статистической суммы. Найдено, что только моменты чётных порядков свободных статистических полей принимают ненулевые значения. Для всех распределений момент второго порядка пропорционален обратной кривизне эффективного действия, увеличиваясь линейно с ростом параметра деформации в случае базово-деформированной статистики и нелинейно быстро для конечноразностной; более сложный двуамный вид имеет место для деформации Каниадакиса.

Построена статистическая теория самоподобно распределённых полей, в рамках которой роль параметра порядка играет деформированный логарифм амплитуды гидродинамической моды. Показано, что пара моментов низших порядков задает глобальную меру неопределённости информации и локальную меру информации, запасённой системой. На основе концепции многократно деформированных множеств проведено обобщение теории мультифракталов. Выполнен мультифрактальный флуктуационный анализ смещений частицы при аномальной диффузии, фрактального строения кривых рентгеновской микродифракции при отражении от сложных конденсированных сред и высокодисперсной структуры конденсатов углерода, алюминия и титана, полученных магнетронным распылением.

Показано, что последовательное теоретико-вероятностное описание иерархических структур достигается в предположении об аддитивности эффективных энергий иерархического дерева, а вероятности образования иерархических уровней и всего дерева, а также условия их нормировки должны быть деформированы согласно алгебре Цаллиса. Аналитическое и численное исследования распределений по иерархическим уровням показывают, что для случайной самоподобной структуры это распределение спадает более медленно, чем для детерминированных деревьев, а вероятность образования всей структуры ведёт себя обратным образом.

Исследована фрактальная структура фазового пространства сложных систем, спектральная функция которого принимает отрицательные значения. Разработан метод определения мультифрактального спектра, основанный на использовании метода множителей и комбинировании величин, усреднённых по исходному и эскортному распределениям. Построена суперсимметричная теория бозе-эйнштейновской конденсации фермионных пар щелочных атомов.

**Ключевые слова:** сложные системы, предельный цикл, мультипликативный шум, генерирующий функционал, коррелятор, деформация, иерархические структуры.

## ABSTRACT

### **Shuda I. A. Effect of hierarchy and self-similarity on self-organization of complex systems. - Manuscript.**

Thesis for the Degree of Doctor of Sciences in physics and mathematics, speciality 01.04.07 - solid state physics. – Sumy State University, Sumy, 2011.

Criteria of the limit cycle creation which does not require a transformation of dynamical variables is found. Conditions of displaying self-oscillatory behaviour of stochastic system in non-equilibrium steady state are studied. Using these conditions for quantum dot superradiation shows that giant pulse regime is realized.

For systems with fractal phase space, field-theoretical formalism based on different calculi is developed. Equations for generating functionals of the systems with internal symmetry and constraints are obtained. Dependency of one-site partition function of free fields on deformation is defined. The only moments of even orders of free statistical fields are found to take non-zero values. Within framework of the Tsallis calculus, statistical theory of self-similarly distributed fields is developed. Generalization of the multifractal theory for sets deformed manifold is carried out. Multifractal fluctuational analysis of fractal curves of X-ray diffraction due to reflection from complex condensed matter and high disperse condensate structures is carried out. The consistent theoretical-probabilistic description of hierarchical structures is

shown to require use of the Tsallis statistics. Distribution over hierarchical levels is studied both analytically and numerically.

**Key words:** complex systems, limit cycle, multiplicative noise, generating functional, correlator, deformation, hierarchical structure.

Підписано до друку 06.07.2011.

Формат 60x84/16. Ум.друк.арк. 2,07. Обл.-вид.арк. 1,5. Тираж 100 пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач Сумський державний університет,

вул. Р.-Корсакова, 2, м. Суми, 40007.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3062 від 17.12.2007 р.