ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ И КОЭФФИЦИЕНТА РАССЕЯНИЯ ЭНЕРГИИ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

В.С. Троцкая, Э.Г. Кузнецов, И.Д. Пузько

Математическая модель колебательной системы при реализации режимов свободных колебаний описывается однородным дифференциальным уравнением $\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega^2 x = 0$. (*)

В ходе вычислений при подстановке в уравнение (*) числового значения частоты свободных колебаний ω, как правило, трудностей не возникает, так как этот параметр в общем случае можно измерить (или вычислить) с любой степенью точности. Однако, определение h на практике довольно сложно и в (*) обычно используют приближённое значение величины рассеяния энергии. В докладе предложен метод определения h, основанный на анализе полученных в ходе натурных экспериментов осциллограмм колебаний реальной системы. Согласно рассматриваемому методу с учётом соотношений между параметрами колебательной системы получают зависимости для определения коэффициента рассеяния энергии h и собственной частоты колебаний ω_0: $\omega_0 = \dfrac{\pi}{\Delta_2 \cdot \sin\left(\dfrac{\pi \cdot \Delta_1}{\Delta_2}\right)}$, $h = \omega_0 \cdot \cos\left(\dfrac{\pi \cdot \Delta_1}{\Delta_2}\right)$.

Так как временные интервалы Δ_1 и Δ_2 между прохождениями через "0" смещения x и скорости перемещения $\dot{x}$ измеряются при наличии погрешностей, возникает необходимость формирования информационного массива интервалов Δ_{1i} и Δ_{2i} ($i = 1...n$).

Окончательно из регрессионных зависимостей путем минимизации находят:

$$\omega_0 = \frac{\pi \sum \Delta_{2i} \cdot \sin\left(\dfrac{\pi \cdot \Delta_{1i}}{\Delta_{2i}}\right)}{\sum \Delta_{2i}^2 \cdot \sin^2\left(\dfrac{\pi \cdot \Delta_{1i}}{\Delta_{2i}}\right)}, \qquad h = \frac{\pi \sum \Delta_{2i} \cdot tg\left(\dfrac{\pi \cdot \Delta_{1i}}{\Delta_{2i}}\right)}{\sum \Delta_{2i}^2 \cdot tg^2\left(\dfrac{\pi \cdot \Delta_{1i}}{\Delta_{2i}}\right)}.$$

Число i измерений временных интервалов определяется либо количеством зафиксированных полупериодов в одной серии измерений при одном значении начальных условий, либо количеством зафиксированных значений одного полупериода при нескольких значениях начальных условий.

Применение предложенного метода нахождения рассеяния энергии h и собственной частоты ω_0 механической колебательной системы позволяет увеличить точность вычислений и путем формирования регрессионных зависимостей уменьшить погрешность при определении оценок этих параметров.